

推定誤差共分散の線形化手法の考案による 航法誤差最小な月惑星着陸軌道的高速生成

学生証番号 47176059 氏名 新井 久旺
(指導教員 坂井 真一郎 准教授)

Key Words: Planetary exploration, Spacecraft, Guidance Navigation and Control, Kalman Filter, Convex Optimization.

1. はじめに

近年、科学サンプルが存在する目標地点へ正確に宇宙機をピンポイント着陸させ、探査を行うことが検討されている。しかし、宇宙機の航法精度が低い場合や燃料不足で目標地点にたどり着けない場合には着陸誤差が発生する。その為、視覚センサやレーダー、LiDARを用いた地形照合による地形相対航法(TRN)や、判明した現在地から目標地点までの誘導軌道を宇宙機上で計算する誘導アルゴリズムが必要である。

自律精密着陸に必要な誘導アルゴリズムに関して、基準軌道周りでの問題の凸化と、凸最適化を繰り返すことで高速に最適解を求める手法が研究されている。近年これを汎用的にした形式が連続凸化(Successive Convexification: SCvx)として示され[1]、実際に火星への燃料最適着陸誘導の研究に用いられている。

しかし、目標地点まで飛行可能な軌道が存在する場合、着陸誤差は航法誤差が主体となる。宇宙機の位置や姿勢による、取得される地形データやセンサの視線距離の変化は、TRNの精度に影響を及ぼすが、考慮されていなかった。

そこで、航法精度が高くなる航法最適軌道を飛行することで、着陸精度を向上させることが考えられる。一般的に宇宙機の航法システムは、TRNとIMUによる慣性航法値から、カルマンフィルタによって確率最適な航法値を算出する。フィルタの共分散行列と実際の航法誤差は相関関係があるので、共分散行列が小さくなる着陸軌道を求めることで、航法誤差の小さい着陸が可能になる。

本研究では、航法誤差が小さくなる航法最適軌道を実時間性の高い手法で求めることで、航法最適誘導が行えるアルゴリズムの開発を目指す。

2. 航法最適な最適制御問題の提案

航法最適な最適制御問題Problem 1を提案する。式(1)が評価関数であり、式(2)が宇宙機の状態方程式、式(3)(4)が等式・不等式制約、式(5)(6)が宇宙機の航法アルゴリズムのカルマンフィルタである。 P_{k_f} は着陸時の推定誤差共分散行列であり K は観測更新ステップ、 k は予測更新の各ステップである。式(2)の状態方程式の状態変数 x には機体

質量や位置・姿勢の要素が含まれ、制御変数 u は宇宙機の推力ベクトルやその変化速度である。式(4)の等式制約は境界条件で、現在地と着陸目標の位置で状態 x を拘束する。

Problem 1: Navigation Optimal Control Problem

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & J_1 = \text{trace}(P_{k_f}) \quad (1) \\ \text{Subject to} \quad & \dot{x} = f(x, u) \quad (2) \\ & 0 = g_\varepsilon(x, u), \quad \forall \varepsilon \in \{1, \dots, m\} \quad (3) \\ & 0 \leq h_\epsilon(x, u), \quad \forall \epsilon \in \{1, \dots, n\} \quad (4) \\ & P_{k|k-1} = F_{k-1} P_{k-1|k-1} F_{k-1}^T + Q_k, \quad \forall k \in [0, k_f] \quad (5) \\ & P_{K|K} = P_{K|K-1} - P_{K|K-1} H_{KF}^T (H_{KF} P_{K|K-1} H_{KF} + R_K)^{-1} H_{KF} P_{K|K-1} \\ & \quad, \forall K \in K = \{K_1, \dots, K_f\} \subseteq [0, k_f] \quad (6) \end{aligned}$$

宇宙機の6自由度の運動は非線形であり、航法に用いられるフィルタは拡張カルマンフィルタである。予測更新の各行列 F_k, Q_k は、その時の機体の状態 x や制御 u の要素で計算される。また、TRNの精度も地表の特徴量やセンサの視線距離で変化し、観測更新の R_k も x, u から計算される。

つまり、制御値 u を変化させて、 $\text{trace}(P_{k_f})$ を最適化出来る。このような、拡張カルマンフィルタを含む最適制御問題は過去に例がほとんどない。

3. 高速な解法アルゴリズムの提案

凸化と凸最適化を複数回繰り返すことで高速に最適解を求める方法を利用するために、Problem 1を離散線形化により凸化した。この際、次のような仮定Assumption 1を考案し式(5)(6)を線形化した。

Assumption 1:

基準軌道 \bar{x}_k 近傍では、観測更新時の共分散 P_k を式(7)の通り参照値 \bar{P}_k を用い置換し、 P_k を $\text{tr}(P_k)$ で微分した結果は、実際の感度と近似可能。

$$P_k \approx \frac{\text{tr}(P_k)}{\text{tr}(\bar{P}_k)} \bar{P}_k \quad (7)$$

この仮定により、式(5)(6)は基準軌道から計算される行列 $A_{P,k}, B_{P,k}, Z_{P,k}, A_{m,k}, B_{m,k}, Z_{m,k}$ を用いて、次頁の式(8)のように線形化される。

$$\text{tr}\left(\mathbf{P}_{K^+|K^-}\right)=\mathbf{A}_{p,K^-}\text{tr}\left(\mathbf{P}_{K^-|K^-}\right)+\sum_{k=K^-}^{K^+-1}\left(\mathbf{B}_{p,k}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_{i_k}^i \\ \mathbf{u}_{i_k}^i\end{bmatrix}\right)+\mathbf{Z}_{p,K^-},$$

$$\text{tr}\left(\mathbf{P}_{K^+|K^+}\right)=\mathbf{A}_{m,K^+}\text{tr}\left(\mathbf{P}_{K^+|K^+-1}\right)+\mathbf{B}_{m,K^+}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_{i_{K^+}} \\ \mathbf{u}_{i_{K^+}}\end{bmatrix}+\mathbf{Z}_{m,K^+},$$

$$\forall [K^-, K^+] \in \{[K_1, K_2], [K_2, K_3], \dots, [K_{f-1}, K_f]\} \quad (8)$$

ここで、式(8)の第1式が線形化された予測更新で第2式が観測更新である。

先行研究[2]の手法に従い、式(2)(4)に含まれる非凸の式については線形化し、大域的な収束性向上のための緩和変数や、数値的な安定性向上のための信頼領域の導入で、Problem 1を凸型の副問題Problem 2に変換する。全体として、以下のアルゴリズムでProblem 1の解は計算できる。

Algorithm 1

Initialization:

初期基準軌道とする状態 $\bar{\mathbf{x}}_k^1$ と制御 $\bar{\mathbf{u}}_k^1$ を定める。

Successive Convexification Loop:

for $i \in [1, i_{\max})$

Step (1): 基準軌道飛行時のフィルタ動作を計算し基準フィルタ行列 \mathbf{P}_k^i , \mathbf{F}_k^i , \mathbf{Q}_k^i , \mathbf{R}_k^i を計算。

Step (2): 式(8)等から Problem 2 を生成。

Step (3): Problem 2 を凸最適化アルゴリズムで解き、 \mathbf{x}_k^i と \mathbf{u}_k^i を算出する。

Step (4): 収束判定、信頼領域の更新を行う。 \mathbf{x}_k^i と \mathbf{u}_k^i を次の基準軌道 $\bar{\mathbf{x}}_k^{i+1}$, $\bar{\mathbf{u}}_k^{i+1}$ とする。

End

4. 提案手法の火星着陸例題による検証

宇宙機の火星着陸例題を本手法で解き、生成した航法最適軌道を従来の燃料最適軌道と比較する。

例題での宇宙機のTRN用センサのノイズは、センサの視線距離に比例的に依存するモデルとする。宇宙機の運動は6自由度で、推力の最小最大制約のあるスラスタが2軸ジンバルで搭載される。さらに地上の障害物を避ける位置制約や、安全用の姿勢制約がある。宇宙機は高度2kmを垂直速度100m/s、水平速度20m/sで降下する状態から、1km離れた着陸目標に向かう。今回は固定終端時間で40区間に離散化し、充分広い信頼領域を更新無しで解いた。Algorithm 1はMATLABで製作し、凸最適化計算はCVX SDPT3を用いた。intel CORE i7-7700搭載PC上で3秒、3回の凸最適化で収束軌道を生成できた。

比較結果をFig 4-1~4-3に示す。Fig 4-1,2から提案する航法最適軌道の場合は低高度を飛行し、Fig 4-3から観測更新ノイズの減少と着陸時のtrace(P)の低下がわかる。また、ガウスホワイトのセンサノイズを再現したモンテカルロ解析から、統計的に求めた航法値分散がtrace(P)とほぼ等しく、提案手法では航法誤差が小さくなることが検証された。

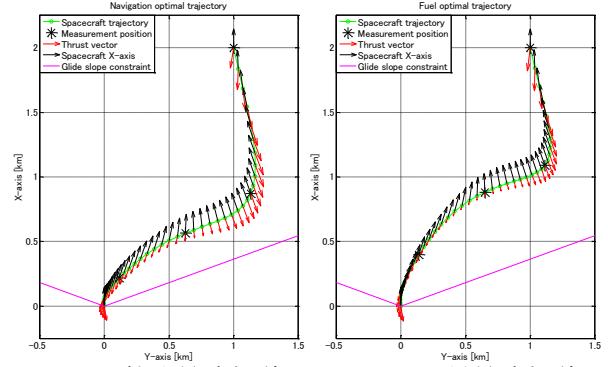


Fig 4-1 航法最適軌道, $t_f = 67.0$ [sec]

Fig 4-2 燃料最適軌道, $t_f = 67.0$ [sec]

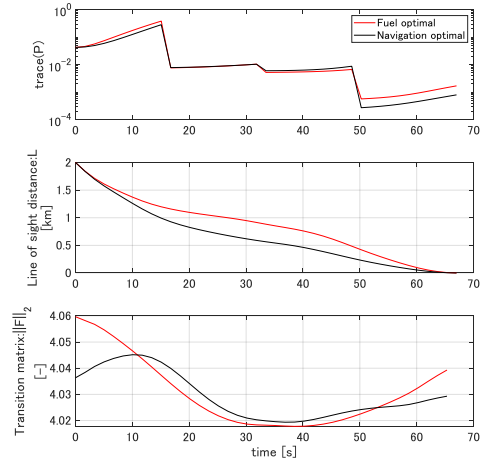


Fig 4-3 カルマンフィルタの動作比較

5. まとめ

月惑星への着陸精度向上のために、航法と誘導軌道を同時に考える新しい誘導手法を提案した。そして、火星着陸例題とモンテカルロ解析から有効性が確認された。今後、理論面では収束性に関する議論と、制御入力を含む確率システムへの拡張が計画される。応用面では、現実のクレータの密度差を考慮したアルゴリズムの検討や、地球上での他の自律移動システムへの応用が予定される。また現在、クアドロータ型UAVにより提案手法の実験を行う準備をしている。

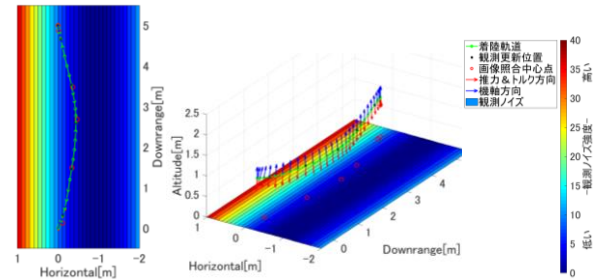


Fig 5-1 クアドロータ型UAVでの実験の想定軌道

参考文献

- [1] Mao, Yuanqi, Michael Szmuk, and Behçet Açıkmeşe. "Successive convexification of non-convex optimal control problems and its convergence properties." Decision and Control (CDC), 2016 IEEE 55th Conference on. IEEE, 2016.
- [2] Szmuk, Michael, and Behçet Açıkmeşe. "Successive Convexification for 6-DoF Mars Rocket Powered Landing with Free-Final-Time." 2018 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. 2018.