

座屈固有値問題の縮約による個材座屈荷重の検出法とその実験検証

Extraction and Experimental Verification of Individual Element Buckling Loads
by Contraction of the Buckling Eigenvalue Problem

学籍番号 47-176733

氏名 朝原 真知子 (Asahara, Machiko)

指導教員 佐藤 淳 准教授

1 序論

小断面部材を用いた架構では、終局時の座屈の影響が増す。このとき、架構中の個材の座屈荷重を適切に評価できれば、部材ごとの強度評価で合理的な設計ができるようになる。

構造全体系の線形座屈解析では、個材の座屈荷重は検出できないため、高次固有値を用いた修正法等^[1]が提案されているが、架構形状が限定的である等の問題点を残している。

本研究では、構造全体系の座屈固有値問題を縮約して個材ごとの座屈荷重を検出する手法^[2]の妥当性を実験により検証する。さらに、このとき求まる個材の座屈安全率分布から座屈に対する形状最適化手法を探る。

2 座屈設計法についての考察

2.1 現行の座屈設計法

架構中の個材の強度評価には曲げモーメントと軸力の強度相関式 ($M - N$ 相関曲線) を用いる。 $P - \delta(\Delta)$ 効果を考慮した M, N で、1 軸曲げを受ける矩形断面の場合、式(1)で書ける (N_y :降伏軸力, M_p :最大全塑性モーメント)。

$$\left(\frac{N}{N_y}\right)^2 + M/M_p = 1 \quad (1)$$

終局時の荷重増分解析をする際、応力点は曲線に達した後曲線上を動く。座屈を考慮するときは、圧縮側の N_y を座屈荷重 N_{cr} まで低下させた式(2)を用いて評価する。

$$\left(\frac{N}{N_{cr}}\right)^2 + M/M_p = 1 \quad (2)$$

この曲線は、軸圧縮力が N_{cr} に至った時点で部材は抵抗力を失うことを考慮して、純圧縮状態と連続性を確保するために分母を N_{cr} で置き換えたものである。安全側なことが知られている。全体系の線形座屈解析はこの N_{cr} を算出するために適用される。弾性剛性マトリクス $[K_E]$ と幾何剛性マトリクス $[K_G]$ からなる座屈固有値問題(式(3))を解き、座屈荷重倍率 λ 、座屈モード $\{U_e\}$ を求め、 λ と存在軸力 N を用いて部材ごとに N_{cr} を式(4)で得る。

$$[K_E]\{U_e\} = \lambda[K_G]\{U_e\} \quad (3)$$

$$N_{cr} = \lambda N \quad (4)$$

図 1 のモデルでは、全体系の座屈は右柱の座屈荷重で決まる。しかし、この座屈解析法では、存在応力に一律に λ を掛けるため、左柱の座屈荷重が過剰に小さく算出され、相関曲線を過小評価してしまうという問題がある。

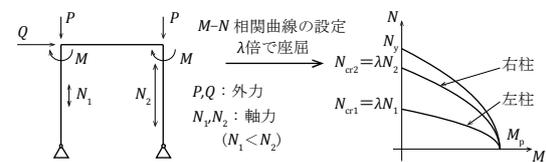


図 1 M - N 相関曲線の設定

2.2 座屈固有値問題の縮約による検出法

個材の適切な座屈荷重算出を目標に、全体系の座屈固有値問題(式(3))から個材を取り出すために、全体剛性マトリクスを、注目する個材端節点以外の行と列を消去して縮約する(図 2)。縮約後のマトリクスで個材の固有値問題(式(5))を構成し、個材固有値 λ' を求める。

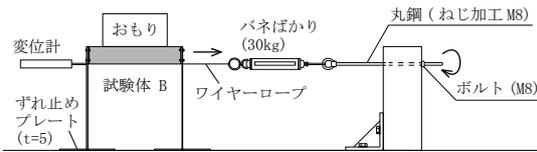


図6 実験セットアップ図

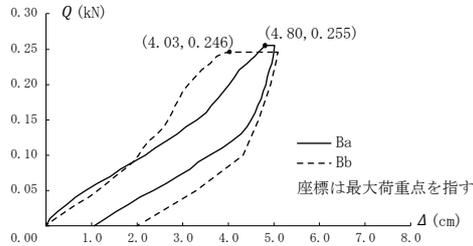


図7 荷重変形曲線 (Ba,Bb)

実験結果を表4に示す。終局状態の柱の軸力 N_1, N_2 と曲げモーメントは式(10~12)で求めた。柱それぞれの M_1, M_2 は塑性化の進行等を考慮する必要があり実験結果からは直接算出できないが、これらの合計値である外力による曲げの総和 M_{total} は計算できる。

$$N_1 = (P(w - 2\Delta) - Qh)/w \quad (10)$$

$$N_2 = (P(w + 2\Delta) + Qh)/w \quad (11)$$

$$M_{total} = M_1 + M_2 = 2P\Delta + Qh \quad (12)$$

表4 試験体B 実験結果 (単位:kN,cm,kNcm)

	Q_{max}	Δ_{max}	N_1	N_2	M_{total}
Ba	0.246	4.03	-0.008	0.636	8.68
Bb	0.255	4.80	-0.034	0.662	9.39
Bc	0.190	5.05	0.075	0.727	8.80
Bd	0.110	4.20	0.312	0.900	7.80
Be	0.110	4.32	0.307	0.895	7.94
Bd,Be(平均)	0.110	4.26	0.309	0.893	7.87

3.3 実験結果と解析結果による検証

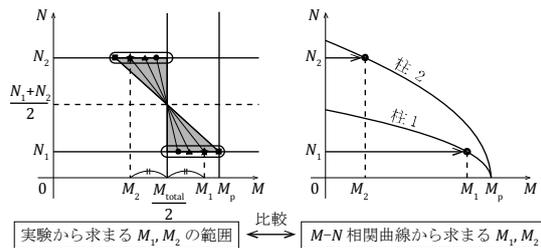


図8 検証方法イメージ

図8で、実験結果から求めた $N = N_1, N_2$ 上の $M = M_{total}/2$ から等距離離れた点が M_1, M_2 の候補で、上限は $M_p = 4.38$ (kNcm)なので M_1, M_2 の取り得る範囲が限定される。一方、解析による M_1, M_2 は $N = N_1, N_2$ と $M - N$ 相関曲線の交点で求まる。この2つを比較する。また、

解析から算出する M_{total} と実験値を比較することで全体系としての評価もできる。

$M - N$ 相関曲線は、試験体ごとに全体座屈解析の N_{cr} と縮約による N'_{cr} で描く。全体解析は荷重条件 Bx1(P のみ)と Bx2(終局時の軸力を再現する P_1, P_2 と Q_{max})の2つで行う(x には試験体番号a~eが入る)。分析の分かりやすい試験体 Bd, Be(平均)の例を図9,表10に示す。全体座屈解析 Bd1, Bd2の結果は表2を参照。

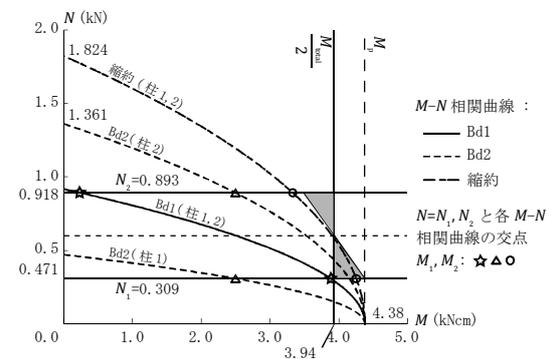


図9 Bd,Be(平均)と Bd1,Bd2,縮約の比較

表10 Bd,Be(平均)と Bd1,Bd2,縮約 (単位:kNcm)

	Bd,Be(平均)	Bd1	Bd2	縮約
M_2	3.50~3.94	0.24	2.50	3.33
M_1	3.94~4.38	3.38	2.50	4.25
M_{total}	7.87	4.12	5.00	7.58

全体解析から予想される M_1, M_2 (☆と△印)は、実験により限定される範囲から安全側に大きく逸脱しているが、縮約で予想される○印はこの範囲に近い。 M_{total} はいずれも実験値より小さく、縮約による値と実験値の誤差が3.7%程度で最も小さい。他の試験体でも、かなり安全側な例はあったものの同じ傾向が見られた。以上より実験を行った範囲では、縮約による N'_{cr} から導いた $M - N$ 相関曲線は実現象とのよい一致が見られたといえる。

3.3 今後の実験計画

今回は均等な鉛直荷重 P の場合しか試験できず、実験開始時に全体座屈を起こさないよう $P = 0.918$ (kN)以下に設定したので、 $M - N$ 相関曲線の M が大きい範囲の応力状態しか

作れなかった. 検証法の有効性は確認できたので, 今後は偏荷重で M の小さい範囲を実験検証する必要がある.

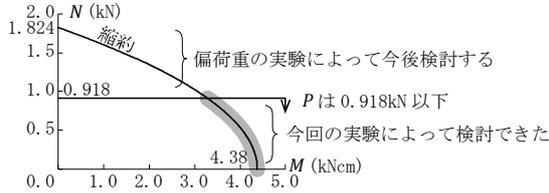


図 10 今後検証するべき $M - N$ 相関曲線の範囲

4. 個材固有値を指標とした形状最適化

4.1 個材固有値による座屈安全率

個材の座屈荷重倍率 λ' の逆数は座屈に対する余裕度を表す. そこで $1/\lambda'$ を座屈安全率とし, これを指標とした形状最適化手法を探る. ただし, $1/\lambda'$ は最大値を 1 に基準化する.

4.2 部材体積の分配による最適化

堤の論文^[2]で, 両端ピン支持の柱の場合, 均一断面モデルから体積一定で部材幅 t を変化させた最適形状^[3]では $1/\lambda'$ がほぼ一律なことが指摘されている. このとき最適化前の $1/\lambda'$ の比と最適化後の t の比がほぼ同じことから, 座屈安全率の比に体積を分配することで λ' を一律化できる可能性がある (図 11 ピン支持柱).

複数の部材からなるピン支持の構造体でこの手法を試す (図 11). 頂点剛接合の triangle A では $1/\lambda'$ のばらつきが元々小さいが操作後さらに減少し, 全体固有値 λ も上昇した. これを組み合わせた triangle B では $1/\lambda'$ の一律化

はできず, λ も低下した. これは元のモデルで, 部材の座屈長さのばらつきにより $1/\lambda'$ の差が大きく, 操作後, 座屈モードが変化してしまうことが一因と考えられる. 現況では, ピン支持・剛接合・座屈長さ同程度の場合に効果がよく見られたことから, 2次元壁モデル wall A を試したところ, λ を上げることができた.

5. 結論

本論文では, 座屈固有値問題の縮約によって求まる個材座屈荷重の妥当性を 1層門型ラーメンの実験・解析を通して検証した. 縮約による個材座屈荷重から導いた $M - N$ 相関曲線は実験により限定される応力状態に近い状態を表せることが分かった. しかし, 実験できたのは曲線の M がある程度大きい範囲なので, 今後検証範囲を広げる必要がある. また, 個材の座屈安全率を用いた形状最適化手法の 1 つとして, ピン支持・剛接合・座屈長さ同程度という条件下で座屈安全率の比に体積を分配することが有効であることを示した.

参考文献: [1] 野上邦栄・山本一之, 構造全体系の固有値解析による骨組部材の合理的な有効座屈長の評価, 土木学会論文集, No. 489/I-27, pp. 157-166, 1994. 4
[2] 堤千春 他, 弾性剛性と幾何剛性を用いた座屈固有値問題の縮約による個材座屈荷重の検出法 その 2: 解析結果の分析と最適化, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 2018. 7
[3] 浜田実・瀬口靖幸・多田幸生, 逆変分原理による構造物の形状決定問題: 第 2 報, 座屈問題と振動問題, 日本機械学会論文集 A 編, 46 巻 402 号, pp. 187-196, 1980

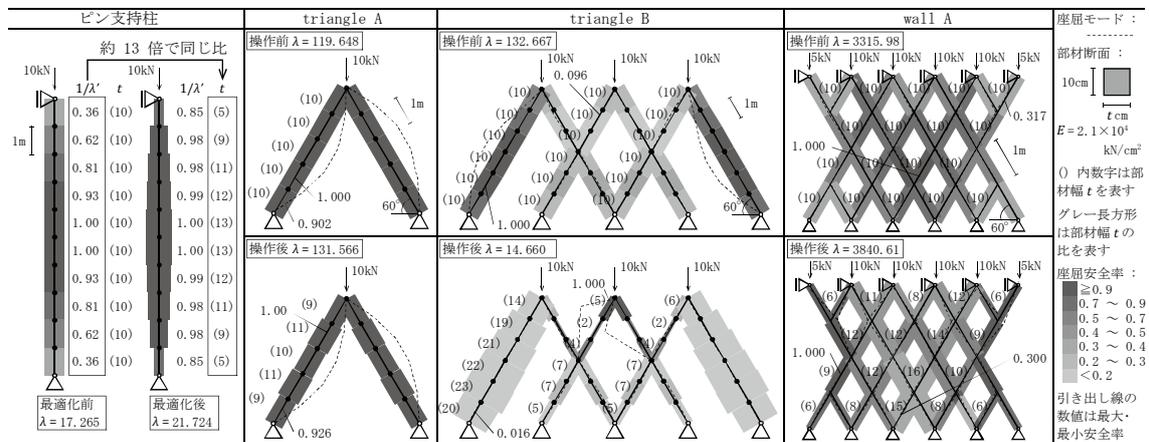


図 11 座屈安全率を用いた最適化手法の検討