

Fuzzy Node で接合される小片集積体の機構解析における行列表現による解法

Matrix Solution to Mechanism Analysis Equation

for Aggregated Structure Connected with Fuzzy-Nodes

学籍番号 47-176743

氏名 河村 京介 (Kawamura, Kyosuke)

指導教員 佐藤 淳 准教授

1 章 序

1.1 背景

小片が集積された形態の建築物を設計する際、小片の接合部にわずかな自由度を与えると、図 1.1(上)のとき追加できない小片が図 1.1(下)のように追加できるようになる。

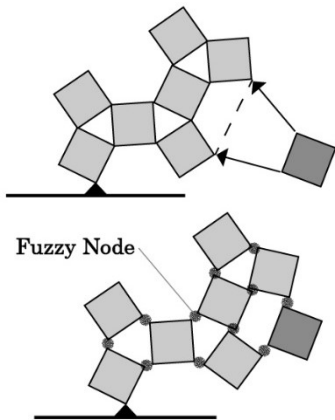


図 1.1 小片を加える様子

でも多様な全体形を形成できる。以後、少しの自由度を与えた節点を Fuzzy Node と呼ぶ。

自由度は全体形的设计時にのみ与えられ、小片の配置が確定したら、固定されるよう接合部を設計する(図 1.2)。

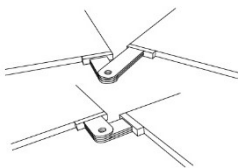


図 1.2 異なる形状の接合部

1.2 目的

本論の目的は集積体の全体形を、接合が Fuzzy (曖昧) なままに設計できるようにす

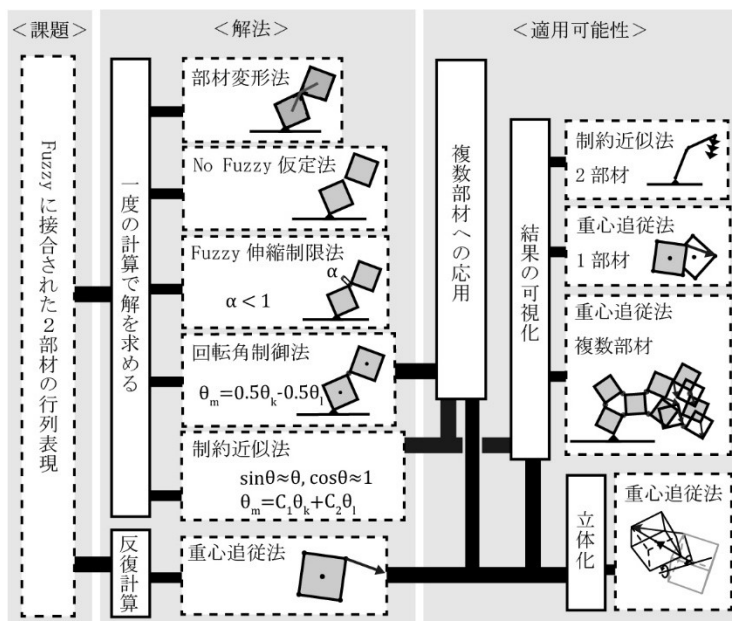


図 1.3 本論の研究の流れ

ることである。

先行研究^[1]では 2 部材の挙動と解析、Fuzzy Node で接合された 2 部材の行列表現と可動域の算出が行われている。

本論では 1 つの Fuzzy Node で接合された 2 部材の行列表現の解法を複数検討し、複数の Fuzzy Node を持つ集積体や立体への適用法を提案する。また、その挙動を描画するツールを開発することを試みる。

2 章 座標系の設定

ある小片 k は重心を原点とする相対座標 k に属す。重心を $({}_kX_0, {}_kY_0)$ 、頂点 V_n の絶対座標を $({}_kX_n, {}_kY_n)$ 、同一の頂点の相対座標を

$({}_kx_n, {}_ky_n)$ と表すものとする。また相対座標系 k が絶対座標系となす角を θ_k とすると式(2.1)のように変換できる(図2.1)。

$$\begin{pmatrix} {}_kY_n \\ {}_kY_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}_kX_0 \\ {}_kY_0 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta_k & \sin\theta_k \\ -\sin\theta_k & \cos\theta_k \end{bmatrix} \begin{pmatrix} {}_kx_n \\ {}_ky_n \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

小片を $\Delta\theta_k$ 回転し($\Delta {}_kX_0, \Delta {}_kY_0$)移動したとき、移動先 $({}_kX''_n, {}_kY''_n)$ は次のように求まる。

$$\begin{pmatrix} {}_kX''_n - {}_kX_0 \\ {}_kY''_n - {}_kY_0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta {}_kX_0 & -\Delta {}_kY_0 \\ 0 & 1 & \Delta {}_kY_0 & \Delta {}_kX_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta {}_kX_0 \\ \Delta {}_kY_0 \\ \cos\Delta\theta_k \\ \sin\Delta\theta_k \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

右辺の 2×4 の行列を変換行列と呼ぶ。

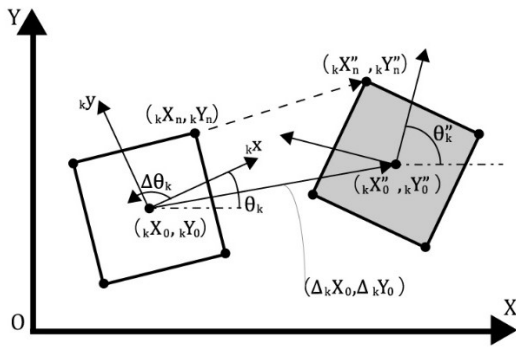


図 2.1 座標系と小片の移動

3章 Fuzzy に接合された 2 部材

一度の計算で解を求める方法と反復計算で解を求める方法を示す。

3.1 一度の計算で解を求める解法

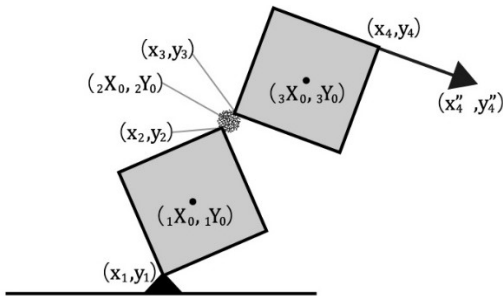


図 3.1 Fuzzy Node で接合された 2 部材のモデル

図 3.1 は回転が自由で 2 点の距離 α が一定の範囲で変化できる Fuzzy Node で接合された部材に変位を与えたものである。回転角の変化を表す変数 $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \Delta\theta_3$ と Fuzzy Node の長さを表す変数 α を用いて、モデルの変形が式(3.1)のように行列で表

現できることが知られている^[1]。

$$\begin{Bmatrix} x''_1 - x''_4 \\ y''_1 - y''_4 \end{Bmatrix} = [T_{2,1} \quad T_{3,2} \quad T_{4,3}] \begin{Bmatrix} r(\Delta\theta_1) \\ \alpha[r(\Delta\theta_2)] \\ r(\Delta\theta_3) \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

ただし $r(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}$, $T_{k,l} = \begin{bmatrix} x_k - x_l & -(y_k - y_l) \\ y_k - y_l & x_k - x_l \end{bmatrix}$

式(3.1)は 2 つの式に対して 4 つの未知数があるため、このままでは解くことができない。以下、複数の解法(図 1.3)を試したうち、条件を 2 つ追加する解法である回転角制御法と制約近似法を示す。

3.1.1 回転角制御法

Fuzzy Node の長さを一定にし、回転角に制限を与える方法である。式(3.1)を変形すると、式(3.2)となる。

$$C_1 = C_3 \cos(\Delta\theta_2 - C_3) + C_4 \cos\left(\frac{\Delta\theta_1}{2} - \frac{\Delta\theta_3}{2} + C_5\right) \quad (3.2)$$

ただし、 C_n は定数 $n = 1, 2, 3, 4, 5$

次の 2 つの条件を与えると式(3.2)の \cos の引数が同一になり、加法定理で展開すると解を求められることが分かった。

$$\Delta\theta_2 = \Delta\theta_1/2 - \Delta\theta_3/2, \quad \alpha = C \quad (C \text{ は任意の定数})$$

3.1.2 制約近似法

式(3.1)の右辺の三角関数を近似して、Fuzzy Node の長さを一定にし、回転角に制限を与える方法である。条件は以下のように増分形式で与えられる。

$$\Delta\theta_2 = C_1\Delta\theta_1 + C_2\Delta\theta_3, \quad \alpha = C_3 \quad (C_1, C_2, C_3 \text{ は任意の定数}) \quad (3.3)$$

式(3.1)は次の式(3.4)のように変形できる。この式は三角関数を含まない連立一次方程式なので、解を求めることができる。

$$\begin{Bmatrix} x''_1 - x''_4 \\ y''_1 - y''_4 \end{Bmatrix} = [T_{2,1} \quad T_{3,2} \quad T_{4,3}] \begin{Bmatrix} 1 \\ \Delta\theta_1 \\ C_3 \\ C_3C_1\Delta\theta_1 + C_3C_2\Delta\theta_3 \\ 1 \\ \Delta\theta_3 \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

3.2 反復計算で解を求める (重心追従法)

小片の任意の点に変位を与えたとき、重心の移動が最小になるように移動させる解法である。頂点に変位を与えたとき、その点

の変位先の点 V'' と元の重心 O の直線上に移動後の重心 O'' がのるように移動する(図 3.2)。

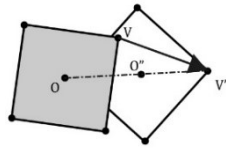


図 3.2 重心追従法の挙動

重心追従法は1つの部材に変位を与えた際、変位を伝達し、反復計算で移動後の全体系を求める方法である。

4章 複数の Fuzzy Node を持つ構造体

各解法の複数の Fuzzy Node を持つ構造体への適用の可否を検証した。解が求まる、制約近似法と重心追従法について示す。

4.1 制約近似法

制約近似法を環状のモデルに適用する。まず、Fuzzy Node を持たない環状モデルに Δx_5 の強制変位を与えた場合の変換行列について考察する(図 4.1)。

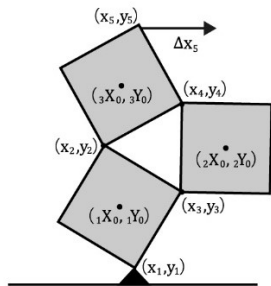


図 4.1 No-Fuzzy 基本環状モデル

変換行列は次のようになり、3つの変数 $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \Delta\theta_3$ が求められることがわかった。

$$\begin{Bmatrix} x_1 - (x_5 + \Delta x_5) \\ x_1 - (x_5 + \Delta x_5) \\ 0 \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} r(\Delta\theta_1) \\ r(\Delta\theta_2) \\ r(\Delta\theta_3) \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

ただし、 $r(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}$

$$[T] = \begin{bmatrix} x_1 - x_3 & -(y_1 - y_3) & x_3 - x_4 & -(y_3 - y_4) & x_4 - x_5 & -(y_4 - y_5) \\ x_1 - x_2 & -(y_1 - y_2) & 0 & 0 & x_2 - x_5 & -(y_2 - y_5) \\ y_2 - y_3 & x_2 - x_3 & y_3 - y_4 & x_3 - x_4 & y_4 - y_2 & x_4 - x_2 \end{bmatrix}$$

これに対し、Fuzzy Node で接合されているときは、式(3.3)と同様に Fuzzy Node の回転角 θ_f を両側の部材の回転角 θ_m, θ_n を用いて式(4.2)のように表すと解が求められることが示せた。

$$\Delta\theta_f = C_k \Delta\theta_m + C_l \Delta\theta_n \quad (C_k, C_l \text{は任意の定数}) \quad (4.2)$$

4.2 重心追従法

次の手順で、任意の個数の小片で構成された集積体に重心追従法を適用する。

1. 特定の小片の節点に強制変位を与える。
2. 変位を与えた小片が移動するべき位置を重心追従法で求める。
3. 手順2で移動した小片と接合する全ての Fuzzy Node の長さを判定する。
4. Fuzzy Node の長さが規定値を超えるものがあるとき、その超過分を接合される節点に与える変位とする。

手順1から順に操作を行い、手順4まで到達した際は再び手順2に戻る。このサイクルを繰り返し行い、部材の位置を求める。

部材が環状に接合していると計算サイクルの過程で、1つの部材に複数の変位が加わる可能性がある(図 4.2)。

複数の変位が加わる部材

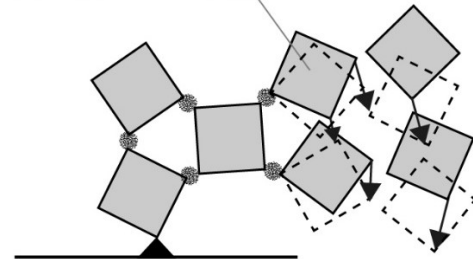


図 4.2 複数の変位が加わる様子

複数の変位が部材にかかるとき、次の式で変位を合成し、重心追従法を適用する。

$$D_s = \frac{1}{\sum_{m=1}^n L(kV_m, kV''_m)} \sum_{m=1}^n L(kV_m, kV''_m) \begin{pmatrix} kX''_m \\ kY''_m \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

$$\vec{D} = \frac{1}{\sum_{m=1}^n L(kV_m, kV''_m)} \sum_{m=1}^n L(kV_m, kV''_m) \begin{pmatrix} kX''_m - kX_m \\ kY''_m - kY_m \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

ただし、 $L(A, B)$ は2点A, Bの距離を表す

D_s と \vec{D} は合成変位の始点とベクトルを表す(図 4.3)。

5章 部挙動の可視化

制約近似法、重心追従法で

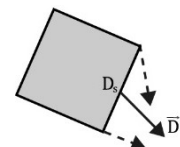


図 4.3 変位の合成

求めた結果を可視化し、比較や検証を行う。

5.1 制約近似法

式(3.4)の任意の定数 C_1, C_2 が移動後の形に与える影響を考察する。比較を容易にするため図3.1のモデルを図5.1のように線材で置換する。Fuzzy Nodeの長さを部材長の1/2に設定し、 $C_3 = 1$ と仮定する。

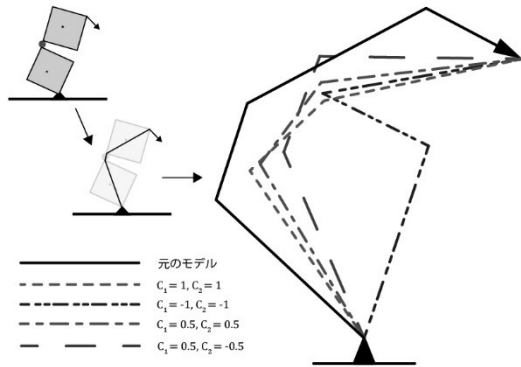


図 5.1 制約近似法の係数による比較

係数が負になると他と違う挙動を示している。また係数の値が等しいほうが複数部材への応用が容易だと推測できるので、本論では $C_1 = C_2 = 0.5$ が適切だといえる。

5.2 重心追従法

重心追従法を組み込んだツールを作成し、多数の小片を並べる場合の挙動に異常がないこと、および、全体形的设计自由度が増すことを確認した(図5.2)。

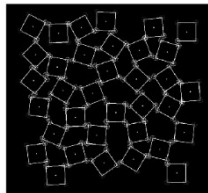


図 5.2 ツールの画面

6章 立体への拡張

解法を立体の小片に適用する。適用が可能だった重心追従法について述べる。

6.1 重心追従法の立体化

小片に強制変位を与えた時の変位の合成と移動後の位置の算出法を示す。

式(4.3)と式(4.4)を次のように拡張し、立体での変位の合成を行う。

$$D_s = \frac{1}{\sum_{m=1}^n L(kV_m, kV''_m)} \sum_{m=1}^n L(kV_m, kV''_m) \begin{pmatrix} kX_m \\ kY_m \\ kZ_m \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

$$\bar{D} = \frac{1}{\sum_{m=1}^n L(kV_m, kV''_m)} \sum_{m=1}^n L(kV_m, kV''_m) \begin{pmatrix} kX''_m - kX_m \\ kY''_m - kY_m \\ kZ''_m - kZ_m \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

小片に変位を与えるとき、合成変位ベクトル \bar{D} と重心 G のなす平面の法線ベクトル \bar{n} を軸に小片を $\Delta\theta$ 回転し、重心を ΔG 移動させ、移動後の位置を求める。図6.1は1つの変位を小片に与えたときの移動の様子である。

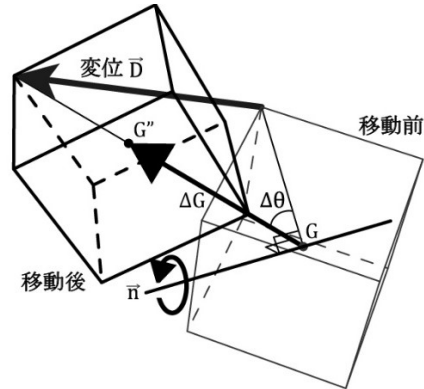
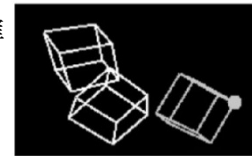


図 6.1 立体の重心追従法

6.2 重心追従法 3D の表示

平面のときと同様の反復計算により複数の部材を連動的に操作可能なツールを作成し、解法の有効性を確認した(図6.2)。



7章 結

小片が自由度の高い図6.2変位を与える様子接合で集積される機構について特定の条件を与えることで数値解析による解を得る方法を提案した。制約近似法では、その条件が変形後の形に及ぼす影響を示すこともできた。また、重心追従法は立体にまで拡張し、それを実践するツールも作成できた。

今後は制約近似法と回転角制御法をより多くの小片にも適用する解法や、Fuzzy Nodeの長さを固定せずに解を求める解法を模索する必要がある。

参考文献

- [1]河村 他、Fuzzy Node で接合される小片集積体の機構解析における行列表現、日本建築学会大会学術講演梗概集、2017
- [2]西村 他、曖昧な節点 Fuzzy Node で接合される集積形態の制御方法、日本建築学会大会学術講演梗概集、2016