

東京大学 大学院新領域創成科学研究科  
基盤科学研究系  
先端エネルギー工学専攻

平成29年度

修士論文

切削加工における主軸速度制御による  
びびり振動の適応回避に関する研究

指導教員 藤本 博志 准教授

2018年1月30日提出

47-166070 下田隆貴

# 概要

切削加工は工業製品の加工に広く用いられ、産業界で重要な役割を担っている。切削加工において、加工能率、加工精度、工具寿命が重要な要素になっているが、びびり振動によりこれらが著しく損なわれてしまう。このびびり振動を回避するため、切削深さを小さく設定するなどの加工能率を下げてしまうような手法が広く用いられてきた。そのため加工能率を保ちつつ、びびり振動を回避する多くの手法が研究されている。これらの手法は out-of-process 法と in-process 法に分類することが可能である。

out-of-process 法は事前に得たモデルに基づき解析をし、びびり振動の生じない条件を予測する手法である。しかし、モデルの不確かさや熱発生や経年劣化などのプロセス変化に敏感であるために、この解析ではしばしば予測に失敗してしまうという問題があった。一方、in-process 法はセンサから得た情報からリアルタイムにびびり振動を抑制、回避する手法である。この手法にはプロセスの変化にロバストであるという利点はあるが、追加の外部センサやアクチュエータ、そして高い計算能力が要求されるという問題があった。

本論文では、これら従来法の問題点に着目し、次の主軸速度制御によるびびり振動の適応回避法を提案し、NC 工作機械を用いたミリング加工のシミュレーションと実験による提案法の検証を行った。

提案法 1 半離散化法に基いたびびり振動の適応回避法

提案法 2 外乱オブザーバを用いた外部センサレスでのびびり振動の適応回避法

提案法 3 複数共振を持つ工具に対するびびり振動の適応回避法

提案法 4 主軸速度の極値探索制御によるびびり振動の適応回避法

提案法 1 は out-of-process 法のびびり解析と in-process 法のびびり振動の適応回避を組合せた手法で、プロセス変化にロバストでありながら、従来法よりも優れたびびり抑制を達成した。提案法 2 では外乱オブザーバを用いて外部センサレスでのびびり振動の適応回避を達成した。提案法 3 では複数共振を持つ工具に対して従来法では必ずしも可能でなかったびびり振動の適応回避を達成した。提案法 4 では主軸速度の極値探索制御を用いることで、モデルフリーかつ簡単な計算でのびびり回避を達成した。

# 目次

<b>1 序論</b>	<b>1</b>
1.1 切削加工	1
1.2 びびり振動	2
1.2.1 自励びびり振動	4
1.2.2 強制びびり振動	5
1.3 先行研究	5
1.3.1 out-of-process 法	6
1.3.2 in-process 法	8
1.4 本研究での取り組み	12
1.4.1 研究概要	12
1.4.2 先行研究と提案法の位置付け	14
1.4.3 本論文の構成	14
<b>2 実験機</b>	<b>17</b>
2.1 本研究で用いた NC マシニング工作機械	17
2.2 本研究で用いた制御系	17
<b>3 半離散化法に基いたびびり振動の適応回避</b>	<b>20</b>
3.1 研究概要	20
3.2 半離散化法に基いたマルチレートびびり解析の提案	20
3.3 マルチレートびびり解析に基いた最適なびびり振動の適応回避の提案	23
3.4 半離散化法に基いたびびり振動の適応回避のシミュレーションによる検証	24
3.5 半離散化法に基いたびびり振動の適応回避の実験による検証	25
3.6 まとめ	25
<b>4 外乱オブザーバを用いた外部センサレスでのびびり振動の適応回避法</b>	<b>31</b>
4.1 研究概要	31
4.2 リニアエンコーダを用いた外乱オブザーバによる外部センサレスでのびびり振動の適応回避の提案	31
4.3 外乱オブザーバを用いた外部センサレスでのびびり振動の適応回避のシミュレーションによる検証	32
4.4 外乱オブザーバを用いた外部センサレスでのびびり振動の適応回避の実験による検証	33

4.5	まとめ	34
<b>5</b>	<b>複数共振を持つ工具に対するびびり振動の適応回避法</b>	<b>38</b>
5.1	研究概要	38
5.2	複数共振を持つ工具に対するびびり振動の適応回避の提案	38
5.3	複数共振を持つ工具に対するびびり振動の適応回避のシミュレーションによる検証	40
5.4	まとめ	41
<b>6</b>	<b>主軸速度の極値探索制御によるびびり振動の適応回避法</b>	<b>44</b>
6.1	研究概要	44
6.2	極値探索制御 (ESC)	44
6.2.1	数学的準備	44
6.2.2	平均化モデル	45
6.3	主軸速度の極値探索制御によるびびり振動の適応回避の提案	47
6.4	主軸速度の極値探索制御によるびびり振動の適応回避のシミュレーションによる検証	47
6.5	主軸速度の極値探索制御によるびびり振動の適応回避の実験による検証	48
6.5.1	提案する加速度を用いた ESC システム	48
6.5.2	提案する外乱オブザーバを用いた ESC システム	48
6.5.3	従来法と提案 ESC システムの比較	48
6.5.4	議論	49
6.6	まとめ	49
<b>7</b>	<b>結論</b>	<b>61</b>
7.1	本論文で得られた成果	61
7.2	今後の展望	63
7.2.1	フィードバック制御器最適化によるびびり振動抑制	63
7.2.2	マルチレートびびり解析による軌道計画	63
7.2.3	センサフュージョンにより高精度、広帯域なびびり振動の推定	63
7.2.4	極値探索制御の状態変数の制限	63
	謝辞	64
	参考文献	65
	発表文献	75
	発表文献	75
<b>A</b>	<b>マルチレートびびり振動解析の補足</b>	<b>77</b>
A.1	ソースコードについて	77
A.2	主軸速度が周期時変の場合の解析	77

<b>B FRF データ駆動固定構造 <math>H_\infty</math> ループ整形</b>	<b>79</b>
B.1 二自由度制御	79
B.2 モデル駆動固定構造 $H_\infty$ ループ整形	80
B.2.1 定式化	80
B.2.2 凸最適化による $H_\infty$ 制御の解	80
B.2.3 微分不可能非凸最適化による $H_\infty$ 制御の解	80
B.3 FRF データ駆動固定構造 $H_\infty$ ループ整形	81
B.3.1 制約の定式化	81
B.3.2 逐次線形計画法による解法	83
B.3.3 Nelder-Mead 法による解法	84
B.3.4 FRF データ駆動 $H_\infty$ ループ整形のシミュレーション	84
B.3.5 FRF データ駆動 $H_\infty$ ループ整形の実験	85

# 目次

1	NC 工作機械 (DMG 森精機 NVX5100) [1]	2
2	ミリング加工 [1]	2
3	表面粗さ	2
4	ミリング加工における表面粗さの原因の分離	3
5	2 自由度ミリング	4
6	ツール部の拡大図	5
7	yz 方向平面におけるミリング図	5
8	安定ローブ線図 (SLD)	6
9	三角波を用いた主軸速度変調	7
10	工具経路計画 [2]	7
11	フィード方向支持具 [3]	8
12	不等エンドミル工具 ((a) 不等ヘリックス角 ( $\beta_1 \neq \beta_2$ ) 工具と (b) 不等ピッチ ( $\psi_{p1} \neq \psi_{p2}$ ) 工具 [4])	9
13	安定ポケットと安定な主軸速度 $\omega_{new}$	10
14	AMB によるびびり抑制 [5]	11
15	piezo 圧電素子によるびびり抑制 [6]	12
16	BPF を用いたステージの DOB による自励びびり $\hat{F}_u$ の推定	13
17	先行研究と提案法の位置付け	15
18	本論文の構成	16
19	実験装置	18
20	実験装置図解	19
21	工具モデルの同定	19
22	半離散化法における $t \in [t_i, t_{i+1})$ 間の遅延の近似	21
23	提案するマルチレートびびり解析により得られた最大特異値マップと安定ローブ線図 (dB). 破線は安定ローブを表す.	27
24	提案する半離散化法に基いたびびり振動の適応回避法	28
25	$\rho$ 番目の安定ローブ線図毎の $J_\rho$ (dB) と $\arg \min J_8$	28
26	半離散化法に基いたびびり振動の適応回避のシミュレーション結果	29
27	半離散化法に基いたびびり振動の適応回避の実験結果	30
28	実験における加速度の二乗平均平方根 (RMS) と周波数成分の最大値 (Max FFT)	30
29	提案する外部センサレス適応びびり回避	32

30	外乱オブザーバを用いた外部センサレスでのびびり振動の適応回避法のシミュレーション結果	33
31	安定ローブ線図上の実験における加工条件	34
32	外乱オブザーバを用いた外部センサレスでのびびり振動の適応回避法の実験結果	36
33	実験における加速度の RMS と Max FFT	37
34	Fig. 5(b) に等価なブロック線図	37
35	Fig. 32 における $0.3 \text{ s}$ での $1 - e^{-\tau s}$ の周波数応答	37
36	複数共振を持つ工具 FRF の実験データ	39
37	$G_{\text{tool}}$	40
38	安定ローブ線図と最大特異値マップ (dB)(赤線は安定ローブを表す)	42
39	複数共振を持つ工具に対するびびり振動の適応回避法のシミュレーション結果 (軸方向切削深さ: $2.0 \text{ mm}$ )	43
40	ESC システム	45
41	びびり回避のための提案する ESC システム	50
42	提案する加速度を用いた ESC システムのシミュレーション結果 ( $a_c = 1, 4$ )	51
43	提案する DOB を用いた ESC システムのシミュレーション結果 ( $a_c = 1, 4$ )	51
44	工具の FRF とその安定ローブ線図	52
45	提案する加速度を用いた ESC システムの実験結果 ( $a_c = 1$ )	52
46	提案する加速度を用いた ESC システムの実験結果 ( $a_c = 2$ )	53
47	提案する加速度を用いた ESC システムの実験結果 ( $a_c = 4$ )	54
48	提案する DOB を用いた ESC システムの実験結果 ( $a_c = 1$ )	55
49	提案する DOB を用いた ESC システムの実験結果 ( $a_c = 4$ )	56
50	相対加速度 RMS	57
51	主軸速度一定変動 (従来法 A) 時の実験結果	57
52	びびり振動の適応回避 (従来法 B) の実験結果	58
53	提案する DOB を用いた ESC システムの実験結果 ( $a_c = 8$ )	59
54	主軸速度が低速と高速の場合の切削加工の比較	60
55	提案手法の使い分け	62
56	主軸速度が周期時変の場合の自励びびりの最大特異値マップ (dB)	78
57	二自由度制御	79
58	安定余裕とディスク条件	82
59	ノミナル感度条件	83
60	HDD プラントの FRF データ	85
61	摂動なし HDDFRF データに対するシミュレーション結果	87
62	摂動がある場合の HDD プラントの FRF データ	88
63	摂動がある場合の HDDFRF データに対するシミュレーション結果	89
64	工作機械の $q$ 軸電流指令値からモータ角までの FRF データ	89
65	工作機械の $q$ 軸電流指令値からモータ角までの FRF データに対する感度整形実験結果	90
66	工作機械の $q$ 軸電流指令値からモータ角までの FRF データに対する指令値応答実験結果	91

# 表目次

1	実験に用いられたパラメタ . . . . .	18
2	加工条件 . . . . .	24
3	適応フィルタパラメタ . . . . .	24
4	シミュレーションと実験で用いられたパラメタ . . . . .	32
5	シミュレーションと実験で用いられたパラメタ . . . . .	40
6	制御系パラメタ . . . . .	48



# 第 1 章

## 序論

### 1.1 切削加工

切削加工とは工具を用いて機械的に対象物の一部を除去することにより，製品の加工を行うことである [7–10]。切削加工はものづくりに必須の技術であり，すでに Fig. 1 のような様々な切削加工用の工作機械が広く用いられている [8]。切削加工は主に旋削加工とミリング加工の二種類に分けることができる [11]。旋削は工具を固定，被切削物を回転させ切削する方法であり，ミリング (Fig. 2) は工具を回転，被切削物を固定して切削する方法である。

切削加工においては以下の三要素が重要になっている [12]。

#### 1. 加工能率

加工能率は単位時間当たりの切削金属体積で定義される [13]。ミリングにおいては軸方向切削深さ，径方向切削深さ，送り速度の積で定義される。

#### 2. 表面粗さ

表面粗さは加工表面の凹凸の統計的な評価量である [14–16]。算術平均粗さ，自乗平均平方根粗さ，Fig. 3 の最大粗さ  $R_y$  などの指標があり，目的によって使い分けられる。表面粗さは幾何学的な原因によるものとびびり振動によるものに分類できる (Fig. 4)。幾何学的な表面粗さは主軸速度の自乗に反比例し，送り速度の自乗に比例することが知られている [17, 18]。これに対してびびり振動による表面粗さは幾何学的粗さより 10 倍以上大きい [8, 10]。加工精度は表面粗さの影響を大きく受ける。

#### 3. 工具寿命

工具寿命は工具の刃が破損するまでの時間である。工具と被切削物の相対速度の 1 から 4 乗に反比例する [19]。また強い振動が発生した場合はそうでない場合と比較して工具寿命は短くなる。

びびり振動と呼ばれる振動がこれら 3 つを著しく損なうために大きな問題になっている。



図 1: NC 工作機械 (DMG 森精機 NVX5100) [1]



図 2: ミリング加工 [1]

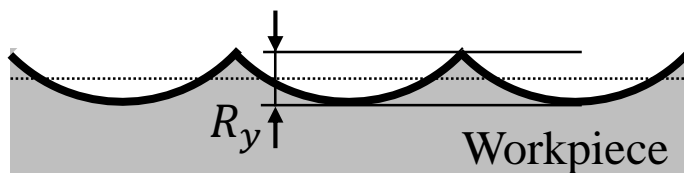


図 3: 表面粗さ

## 1.2 びびり振動

NC マシニング加工における加工能率，加工精度と工具寿命はびびり振動と呼ばれる振動のために，しばしば著しく低下してしまうことが知られている [8-10, 20, 21]。このびびり振動は加工面や仕上げ面の性状を劣化させる。また増幅された切削力により，異常損耗や欠損，機械の破壊も引き起こす [21]。びびり振動の成分は自励びびり振動と強制びびり振動に分けることができる [22]。切取り厚さの再生的な変動が自励びびり振動を引き起こし，強制外乱による振動が強制びびり振動を引き起こす [23]。自励びびり振動は系そのものが不安定にあることが原因であり，一旦振動が発生すると大きな振動に発展しやすく，実用上大変問題である。

Fig. 5(a) に二自由度ミリングを示す。ミリングの運動方程式は (1-1) で表現される。

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = F_{\text{cut}}(t), \quad (1-1)$$

where

$$q(t) = \begin{bmatrix} x(t) & y(t) \end{bmatrix}^T. \quad (1-2)$$

ただし  $x, y$  は，主軸の  $x, y$  軸方向の変位である。また  $F_{\text{cut}}$  は切削力ベクトルでありツールが  $x, y$  方向に受ける力を表している。また  $M, C, K$  は等価質量行列，等価粘性行列，等価剛性行列である。また  $C$  について主軸速度が低い場合，プロセスダンピング効果により粘性が増加することが知られている [24]。

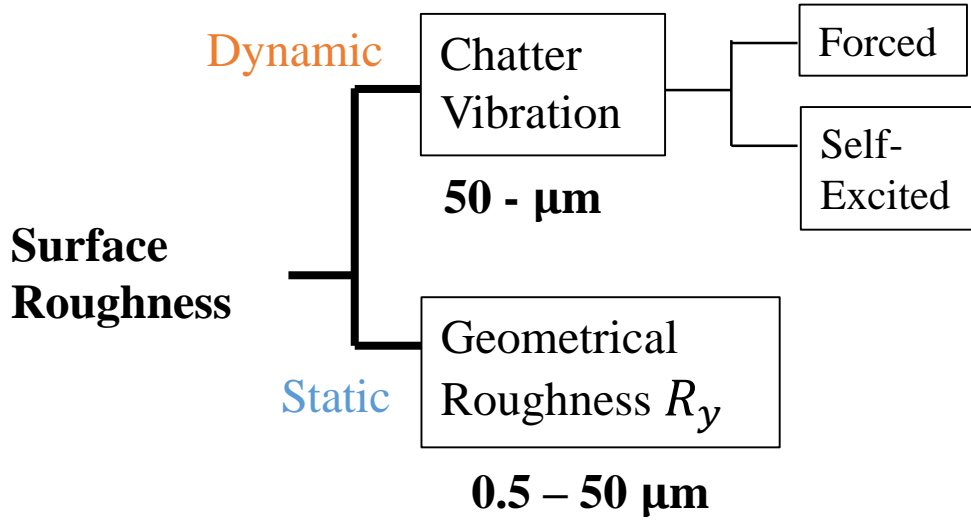


図 4: ミリング加工における表面粗さの原因の分離

切削力ベクトルは各刃の力の総和として, (1-3) で表現される [25,26]。ただし  $K_f$  は比切削抵抗行列である。また  $h_0, \Delta h$  はそれぞれ静的, 動的切取り深さと呼ばれる [12]。

$$F_{\text{cut}}(t) = a_p K_f(t) (h_0 - \Delta h), \quad (1-3)$$

where

$$\Delta h = q(t) - q(t - \tau(t)), \quad (1-4)$$

$$h_0 = \begin{bmatrix} u_f & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (1-5)$$

$$K_f(t) = \sum_{j=1}^q g_j(t) \begin{bmatrix} \cos(\phi_j(t)) & -\sin(\phi_j(t)) \\ \sin(\phi_j(t)) & \cos(\phi_j(t)) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_t \\ K_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\phi_j(t)) & \cos(\phi_j(t)) \end{bmatrix}. \quad (1-6)$$

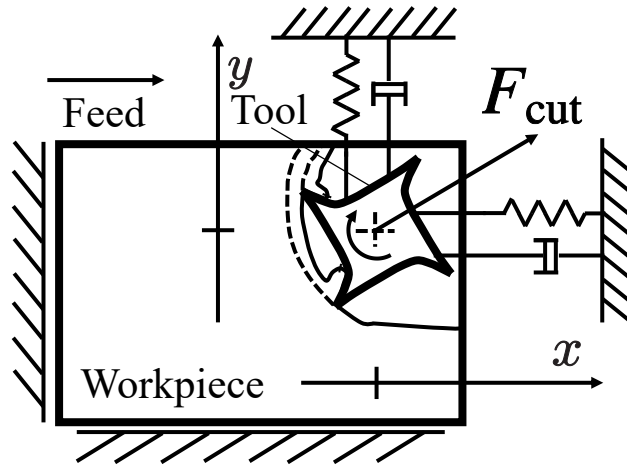
ただし  $u_f$  は毎刃送り量,  $\tau(t)$  は今回と前回の刃の経路の間の時間差であり, (1-7) を満たす [27]。ただしツールの刃数を  $q$  とした。

$$\int_{t-\tau(t)}^t \omega_{sp}(t) dt = \frac{2\pi}{q}. \quad (1-7)$$

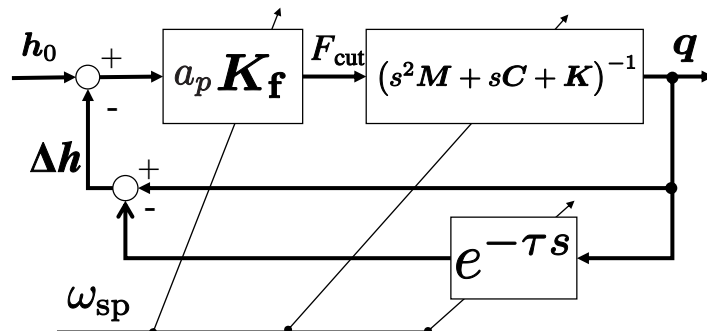
$a_p$  は軸方向切り込みであり,  $K_t, K_r$  はそれぞれ接線方向, 法線方向の切削比抵抗である。また  $\phi_j(t)$  は  $j$  番目の刃の角度である (Fig. 6)。また  $\omega_{sp}$  は主軸速度を表す。ただし  $g_j(t)$  はスクリーン関数であり,  $j$  番目の刃が当たっている時は 1, そうでない時は 0 になる。 $g_j(t)$  は (1-8) で表現される。 $a \bmod b$  は  $a$  を  $b$  で割った時の剰余を表す。

$$g_j(t) = \begin{cases} 1 & (\phi_{st} < (\phi_j(t) \bmod 2\pi) < \phi_{en}). \\ 0 & (\text{otherwise}). \end{cases} \quad (1-8)$$

$\phi_j(t)$  は  $j$  番目の刃の角度である。 $\phi_{st}$  と  $\phi_{en}$  は刃がワークに当たる角度と離れる角度であり, (1-9) で表現される [26]。ただし  $a_e$  は Fig. 7 の通り, ラジアル方向の切削深さであり,  $D$  はツールの直径 [m] である。 $up$  はアップミリングのことを表し, Fig. 5(a) において  $\omega_{sp} > 0$  の時のことを表す。逆に  $down$  はダ



(a) 2自由度ミリングモデル



(b) 2自由度ミリングのブロック線図

図 5: 2自由度ミリング

ウンミリングを表し,  $\omega_{sp} < 0$  の時のことを表す。

$$\begin{bmatrix} \phi_{st} & \phi_{en} \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & \arccos(1 - 2a_e/D) \end{bmatrix} & (\text{up}). \\ \begin{bmatrix} \arccos(2a_e/D - 1) & \pi \end{bmatrix} & (\text{down}). \end{cases} \quad (1-9)$$

Fig. 5(b) に二自由度ミリングのブロック線図を示す。ただし  $\theta_{sp}$  はスピンドルの角度を表す。

なお、本論文では並進方向のびびり振動のみしか扱わないが、工具長が十分長い場合は軸ねじれ方向のびびり振動や、 $z$  軸方向の振動も問題になりうることに注意が必要である [28]。

### 1.2.1 自励びびり振動

Fig. 5(b) から分かる通り、動的切取り深さ  $\Delta h$  が内部遅れのあるフィードバックとして振る舞うので、切削深さを深く取ると容易に系は不安定になる [21]。このようにして生じる振動が自励びびり振動と呼ばれる。さらにこの自励びびり振動を再生効果原因とモードカップリング原因とに分類することが出来る。再生効果は Fig. 5(b) における  $e^{-\tau s}$  の部分に相当し、一方モードカップリングは  $K_f$  の部分に相当する [29]。

自励びびり振動は系の不安定性に起因しているので、極めて大きな振動に発展する。この振動のために、加工を停止しなくてはならなくなったり、表面が極めて粗くなったり、工具が破損してしまうこと

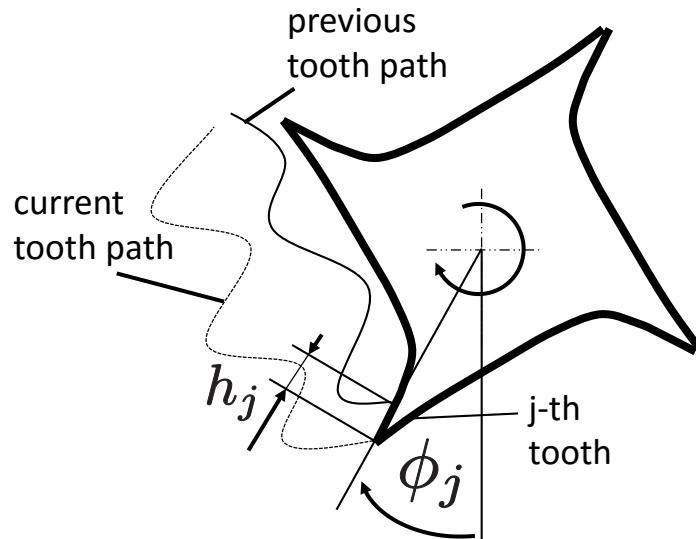


図 6: ツール部の拡大図

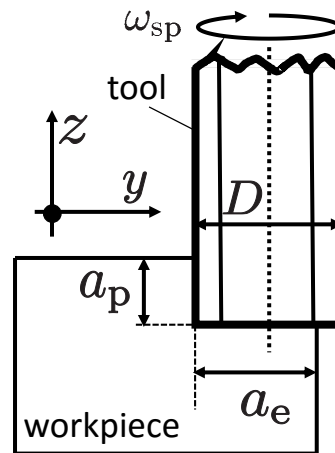


図 7:  $yz$  方向平面におけるミリング図

が問題になっている [8,9]。

### 1.2.2 強制びびり振動

動的切取り深さによる自励びびり振動に対して、静的切取り深さ  $h_0$  による振動は強制びびり振動と呼ばれる [30]。この振動は切削による周期外乱による振動を表わしている。

## 1.3 先行研究

びびり振動の抑制には、切削深さなどの切削条件を制限し、加工能率を落としてびびり振動を回避する非効率的な対処法が一般的である。そのため加工能率を下げずにびびり振動を回避しようとする研究が多く行われている。これら先行研究は out-of-process 法と in-process 法に分類することが出来る。out-of-process 法は事前に得たモデルに基づいて、びびり振動の生じない安定な加工条件を予測したり、び

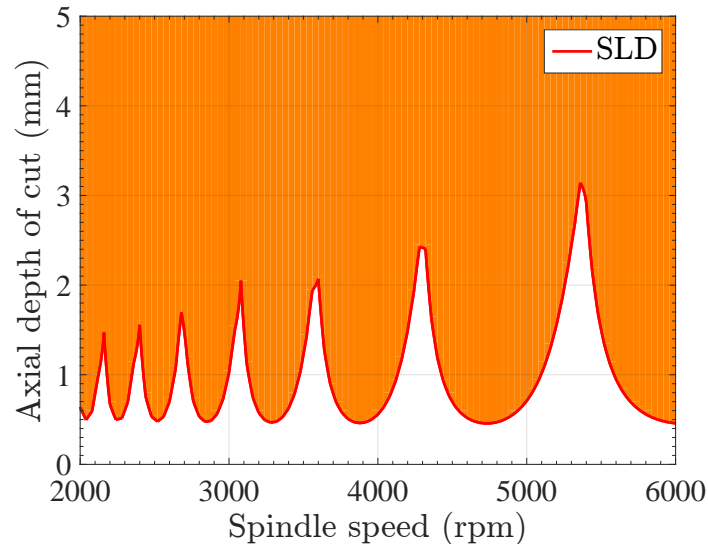


図 8: 安定ローブ線図 (SLD)

びり振動を安定化するフィードフォワード制御を適用する手法である。一方, in-process 法はセンサから得た情報に基づいてリアルタイムに加工条件の変更したり, フィードバック制御を適用する手法である。

### 1.3.1 out-of-process 法

びり振動モデルに基いた予測

びり振動モデルに基いた予測はびり振動に関する研究の中で最も広くなされている研究で, 半世紀以上前の Tobias らの再生効果に関する研究 [31, 32] からこれまでにびり振動の詳細なモデルを得ようとする解析の試みは多く行われてきた [8–10, 24, 26, 33, 34]。びり振動解析の歴史は周波数領域の解析から始まった [32]。周波数領域の解析は主に非切削抵抗を主軸回転周期で平均化するゼロ次近似法 [35, 36] や, びり振動が発生する周波数成分だけで解析する記述関数法 [37] に分ける事ができる。一方, 時間領域でのびり振動の解析には半離散化法が存在する [9, 25, 38]。

上の (1-1) から (1-9) までの式から, 安定ローブ線図 (*Stability Lobe Diagram*, SLD) と呼ばれる, 横軸に主軸速度, 縦軸に切削深さを取った系の安定性を示したグラフを導くことが出来る。半離散化法 [25] による安定ローブ線図を Fig. 8 に示す。ただし色の付いた領域は不安定な切削条件を示す。

本手法は厳密なモデルさえあれば, 事前にどの条件で加工すればびり振動が生じないか予測可能である。しかし, モデルの不確かさ (同定誤差) やプロセス変化 (熱, 経年劣化) に敏感で, 予測にしばしば失敗するという問題もある [39–41]。

主軸速度変動によるフィードフォワード制御を用いたびり抑制

主軸速度変調 (*Constant Spindle Speed Variation*, CSSV) とは主軸速度を図 9 のように一定周期  $T_{sp}$  で正弦波ないし三角波変動させることにより, 再生効果の抑制による自励びり振動の軽減を目的とした制御である [22, 27, 42–47]。

主軸の速度指令に変更を加えるのみなので, 実装が容易という利点がある。しかし変動の振幅, 周期をどう決めるかによって抑制の効果が変わる (場合によっては悪化する) ことや, 速度変動により被切削

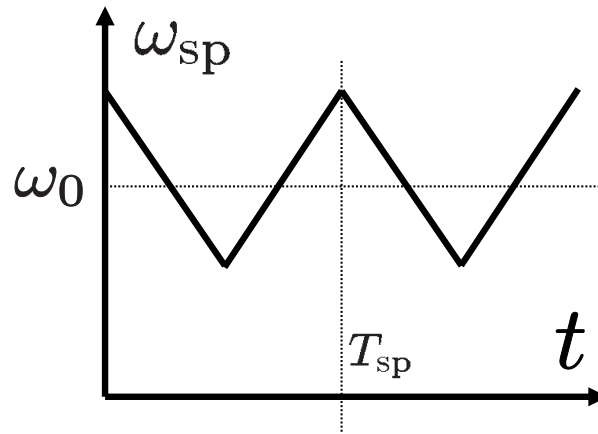


図 9: 三角波を用いた主軸速度変調

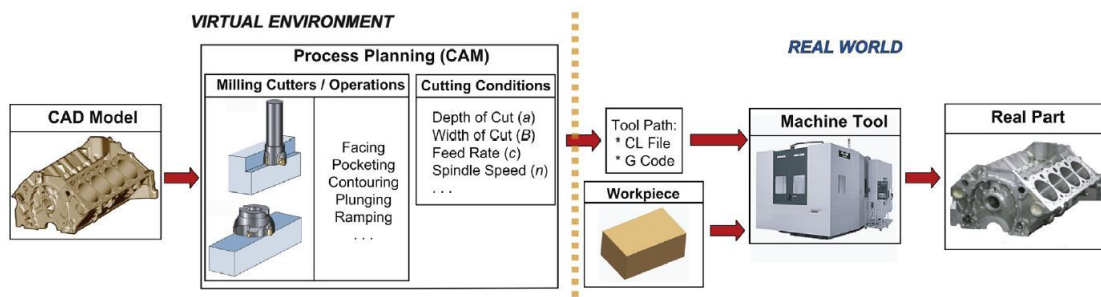


図 10: 工具経路計画 [2]

物の表面形状が劣化しうる，速度一定の場合と比べてエネルギー消費が大きいなどの問題がある。

#### 工具経路計画によるびびり抑制回避

工具経路計画は，Fig. 10のように事前のパラメータに基づいて計算機上でびびり振動が生じない，ないし生じても許容される範囲内の振動で収まるように工具の経路や送りを計画する手法である [2,28,48,49]。

この手法では，びびり振動のみではなく，モータ出力トルクから表面粗さまでほとんど全ての要素を考慮して計画することができるという利点がある。問題としては，計算コストが高い，またリアルタイムでのパラメータの変化に対しては別の対策を施す必要があるという問題がある。

#### ハードウェアの工夫によるびびり抑制

ハードウェアそのものを変更してびびり振動を抑制する手法として，工具のヘリックス角ないしピッチ角を不等にするもの [4,10,33,50,51]，工具に支持器を取り付けるもの [3]，機械にダンパーを装備するものがある [52]。

これらの装置が正しく装備されてさえいれば，効果を発揮するという利点があるが，装置を追加することにより，コスト増，剛性の低下が問題になる。また装備によって用途が制限されうるという問題もある。

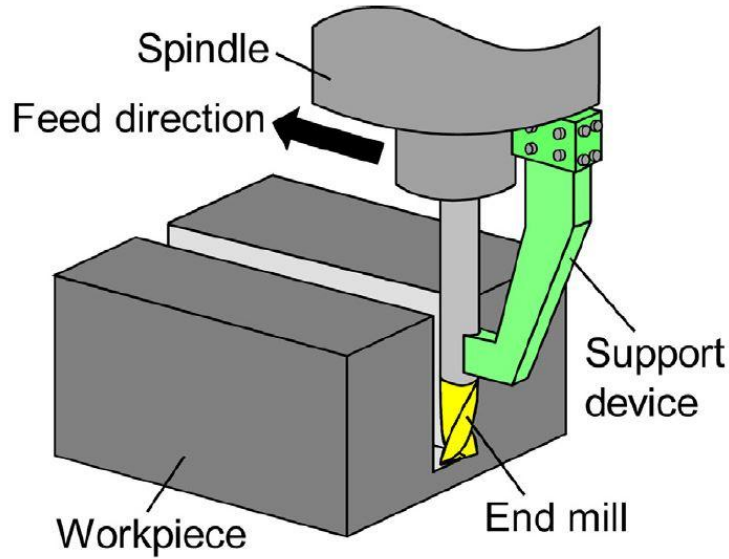


図 11: フィード方向支持具 [3]

### 1.3.2 in-process 法

out-of-process 法に共通する問題は、プロセスの変化やモデルの不確かさに弱いという点である。本小節で述べる in-process 法はそれらの問題を克服するために、センサからリアルタイムに情報を得て、その情報に基づいてびびり振動を抑制回避するというアプローチを取っている。

#### 安定ポケットを用いたびびり振動回避

本手法では (1) びびり振動の周波数  $f_{\text{chat}}$  を推定し、(2) 推定びびり周波数に基づいて安定な主轴速度 (Fig. 13 の  $\omega_{\text{new}}$ ) を決定することで、びびり振動を回避する [8, 12, 53–55]。

- びびり振動周波数推定 [12]

びびり振動の周波数推定には、離散フーリエ変換 (DFT) とカルマンフィルタによる推定があるが、ここではカルマンフィルタによる推定について議論する。力ないし加速度センサからびびり振動の情報を含む信号  $a$  が得られるとする。まずこの信号からハイパスフィルタ (HPF) やバンドパスフィルタ (BPF) により、自励びびり振動  $a_u$  を抽出する。自励びびり振動のプラントは平均ゼロの白色ガウシアンノイズ  $e$  によって加振される時変モデルと仮定すると以下の式になる。

$$a_u[i] = \frac{1}{D[z]} e[i], \quad (1-10)$$

where

$$D[z] = 1 + \sum_{n=1}^{N_d} d_n z^{-n}. \quad (1-11)$$

ここで  $a_u[i] = a_u(it_s)$  ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ) はサンプリング周期  $t_s$  に対する離散信号である。 $\frac{1}{D[z]}$  は自励びびり振動のプラントで、 $N_d$  は次数である。



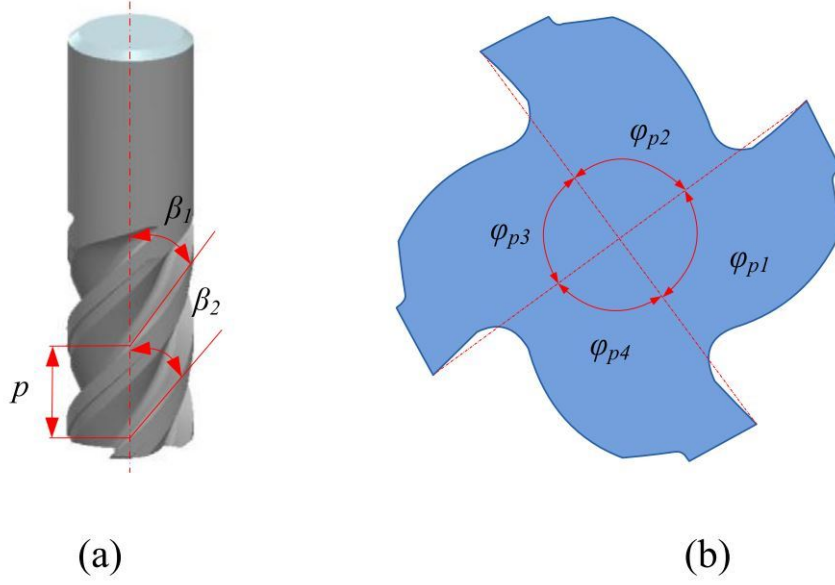


図 12: 不等エンドミル工具 ((a) 不等ヘリックス角 ( $\beta_1 \neq \beta_2$ ) 工具と (b) 不等ピッチ ( $\psi_{p1} \neq \psi_{p2}$ ) 工具 [4])

$D[z]$  のパラメタベクトル  $\theta_u[i]$  を次で定義する。

$$\theta_u[i] = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & \dots & d_{N_d} \end{bmatrix}^T. \quad (1-12)$$

真のパラメタベクトル  $\bar{\theta}_u$  の状態方程式は以下で表現出来る。

$$\bar{\theta}_u[i+1] = \bar{\theta}_u[i] + v[i], \quad (1-13)$$

$$F_u[i] = \phi_u^T[i] \bar{\theta}_u[i] + w[i], \quad (1-14)$$

where

$$\phi_u[i] = \begin{bmatrix} -a_u[i-1] & \dots & -a_u[i-N_d] \end{bmatrix}^T. \quad (1-15)$$

ここで  $v[i] \sim \mathcal{N}(0, R_v)$  と  $w[i] \sim \mathcal{N}(0, R_w)$  は互いに独立な白色ガウシアンノイズで、さらに  $\bar{\theta}_u$  の初期値とも独立であると仮定する。(1-13) と (1-14) からパラメタベクトル  $\theta_u$  はステップ  $i > 0$  でカルマンフィルタによる推定が可能で、次式で表される。

$$\theta_u[i+1] = \theta_u[i] + g[i](a_u[i] - \phi_u^T[i] \theta_u[i]), \quad (1-16)$$

where

$$g[i] = \frac{(P[i-1] + R_v[i]) \phi_u[i]}{\phi_u^T[i] (P[i-1] + R_v[i]) \phi_u[i] + R_w[i]}, \quad (1-17)$$

$$P[i] = (I - g[i] \phi_u^T[i]) (P[i-1] + R_v[i]). \quad (1-18)$$

ただし  $P[i]$  は誤差共分散行列であり、 $g[i]$  は初期値 0 のカルマンゲインである。

支配的な自励びり振動の周波数  $f_{\text{chat}}[i]$  は次のような式で推定出来る。

$$f_{\text{chat}}[i] = \Im \left[ \frac{\log(\alpha)}{2\pi t_s} \right]. \quad (1-19)$$

ただし  $\alpha$  は推定された  $\frac{1}{D[z]}$  の支配的な (実部が最小の) 根である。

以上によりびり振動の周波数  $f_{\text{chat}}[i]$  が推定出来る。

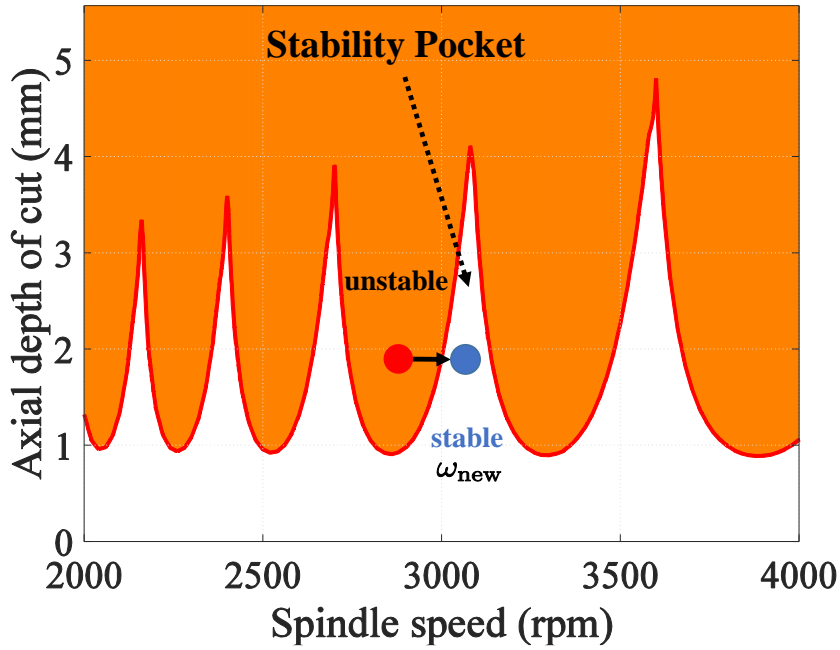


図 13: 安定ポケットと安定な主軸速度  $\omega_{\text{new}}$

- 推定びびり周波数に基いた安定主軸速度の計算 [12]

$f_{\text{chat}}$  と刃通過励起周波数  $f_{\text{TPE}} \equiv q\omega_{\text{sp}}/(2\pi)$  には以下の関係がある。

$$\frac{f_{\text{chat}}[i]}{f_{\text{TPE}}[i]} = \rho + \frac{\epsilon}{2\pi}. \quad (1-20)$$

ただし  $\rho$  はローブ番号で,  $\epsilon$  は刃通過励起周波数とびびり振動の周波数との位相差である。  $\epsilon = 0$  の切削条件の時, ローカルに安定性が最大になるため, 安定な主軸速度  $\omega_{\text{new}}$  は  $\epsilon = 0$  を (1-20) に代入することで求まる。

$$\rho_{\text{new}}[i] = \text{round}\left(\frac{f_{\text{chat}}[i]}{f_{\text{TPE}}[i]}\right), \quad (1-21)$$

$$\omega_{\text{new}}[i] = \frac{2\pi f_{\text{chat}}[i]}{\rho_{\text{new}}[i]q}, \quad (1-22)$$

ただし  $\rho_{\text{new}}$  は  $\omega_{\text{new}}$  のローブ番号である。また  $\text{round}(\cdot)$  は四捨五入関数である。四捨五入により, 最近傍の安定ポケットを選択することが出来る。以上により安定な主軸速度が求まった。

この安定化効果には動的切取り深さ  $\Delta h$  がびびり周波数  $f_{\text{chat}}$  で 0 になるという解釈が出来る。(1-22) が適用され, 定常状態になった場合を考える。びびり周波数  $f_{\text{chat}}$  での  $\Delta h$  は (1-5) と (1-7) から以下の式になる。

$$\begin{aligned} \Delta h|_{s=j2\pi f_{\text{chat}}} &= (1 - e^{-\tau s})\mathbf{q}|_{s=j2\pi f_{\text{chat}}} \\ &= (1 - e^{-j2\pi\rho_{\text{new}}})\mathbf{q} \left( \because \tau = \frac{2\pi}{q\omega_{\text{new}}} \right) \\ &= \mathbf{0} (\because \rho_{\text{new}} \in \mathbb{N}). \end{aligned} \quad (1-23)$$

(1-23) は  $\omega_{\text{sp}} = \omega_{\text{new}}$  の時, 周波数  $f_{\text{chat}}$  で再生効果が打ち消されていることを示している。このため  $\omega_{\text{new}}$  の時, 自励びびり振動は生じない。

この手法の利点は, 追加のアクチュエータを必要とせずにびびり回避を達成する事ができる点である。しかし追加のセンサによるコスト増や剛性低下, 高いリアルタイム計算コスト [56] は問題である。

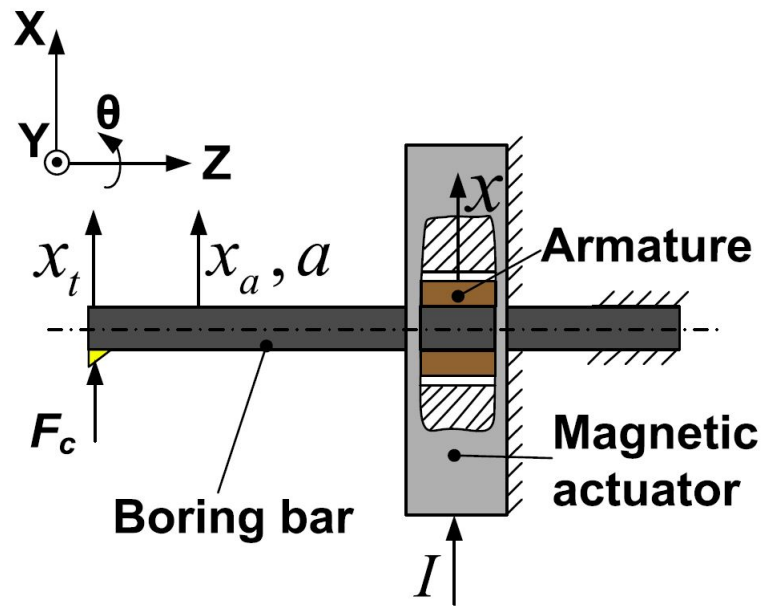


図 14: AMB によるびびり抑制 [5]

#### 位置制御によるびびり振動抑制

Fig. 14 のようなアクティブマグネティックベアリング (AMB) [5, 40, 57, 58] や Fig. 15 のようなピエゾ圧電素子 [6, 59–62] を用いて、直接工具ないし被切削物を制御してびびり振動を抑制する手法が研究されている。制御系設計としては  $H_2/H_\infty$  制御や  $\mu$ -synthesis などのロバスト制御が用いられる事が多い [5, 6, 40, 57, 58, 61]。

本手法は追加のアクチュエータとセンサを用いて、工具の位置を直接制御している。この手法の利点は制御帯域内では望ましいびびり抑制を達成出来る点であるが、欠点として複雑なコントローラ設計が必要な点、追加のアクチュエータやセンサが必要な点がある。

#### 力制御によるびびり振動抑制

位置制御の双対な概念として力制御があるが、これを用いたびびり振動の抑制の研究がいくらかなされている。柿沼ら [63] はステージの力制御により 30 Hz 程度までのびびり振動の抑制に成功している。

利点としては追加のセンサ/アクチュエータを必要としない点であるが、欠点としてはそもそもほとんどの場合びびり振動は 1000 から 5000Hz 以上で発生するため [12]、ほとんどの場合に本手法を適用することが出来ない点である。

#### びびり振動の検出

直接びびり振動を抑制、回避するものではないが、オンラインでびびり振動自体を検出する研究が多くなされている。文献 [39, 64–70] では、外乱オブザーバ (DOB) を用いて、センサレスでびびり振動を検出している。文献 [71–73] ではウェーブレット変換を用いて高精度にびびり振動を検出している。文献 [74–77] ではオフライン、オンライン機械学習を用いて従来法に比べて早期にびびり振動を検出している。

DOB を用いたびびり振動のセンサレス検出について以下に述べる。

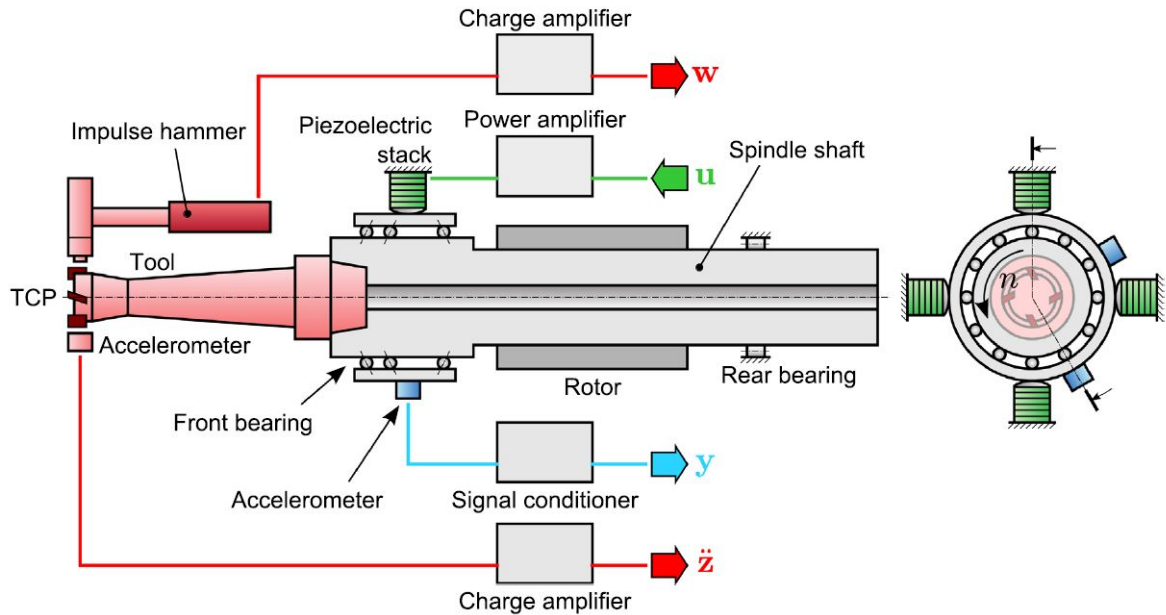


図 15: ピエゾ圧電素子によるびびり抑制 [6]

Fig. 16 はボールねじステージにおける負荷側エンコーダを用いた場合の外乱オブザーバによるセンサレス自励びびり振動の推定の一般的な場合 [39, 64, 65] を表わしている。モデル化誤差を無視すると、ステージ速度  $v_t$  は [65]

$$v_t(s) = \frac{1}{M_{tn}s + D_{tn}} (-F_x(s) + F_t(s) - F_0(s)). \quad (1-24)$$

となる。ここで、 $F_t$  と  $F_0$  はそれぞれステージに加えられるモータの等価指令推力と摩擦抵抗である。 $M_{tn}$  と  $D_{tn}$  はそれぞれステージのノミナル質量と粘性を表す。切削力外乱  $F_x$  は (1-24) により以下の  $\hat{F}_x$  として推定される:

$$\hat{F}_x(s) = G_F(s)(Q(s)F_t(s) - Q(s)(M_{tn}s + D_{tn})v_t(s)). \quad (1-25)$$

ここで  $Q$  はローパスフィルタである。HPF ないし BPF を表す  $G_F$  は、摩擦抵抗を遮断し、かつ切削力外乱を通すようなフィルタである。すなわち  $G_F(s)F_0(s) = 0$  かつ  $G_F(s)F_x(s) = F_x(s)$ 。そのようなフィルタは、摩擦抵抗のピーク周波数は切削力外乱の周波数よりもずっと低いので [78]、設計可能である。

これらの手法を用いればびびり振動を検出することは可能だが、この情報を用いてどのようにびびり振動に対処するのかについてはまだ十分に議論されているとは言い難い。

## 1.4 本研究での取り組み

### 1.4.1 研究概要

1.3 節で示したように従来法には in-process 法と out-of-process 法がある。out-of-process 法はプロセス変化に弱く、ロバスト性に欠けるという問題があった。この問題を解決するため、in-process 法ではセンシングによるリアルタイムのびびり抑制、回避という手段を用いている。しかし従来の in-process 法にも以下のような問題があった。

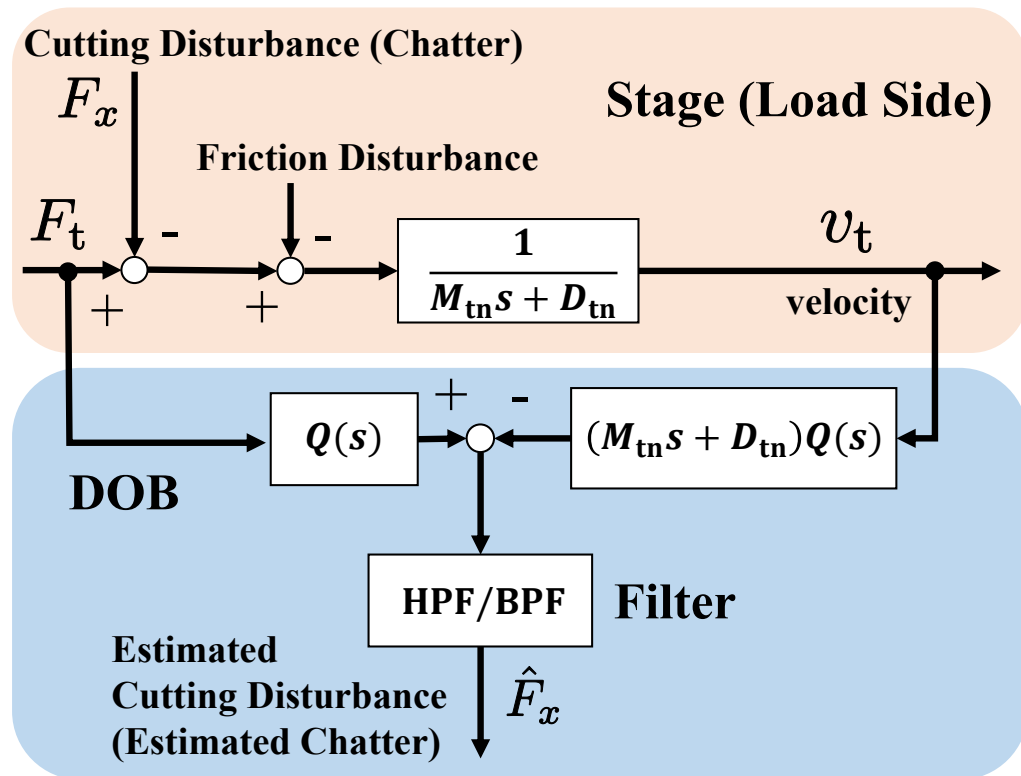


図 16: BPF を用いたステージの DOB による自励びびり  $\hat{F}_x$  の推定

問題 1 最適なびびり回避が追求されていないため、びびり振動抑制が不十分

問題 2 追加のアクチュエータやセンサが必要なため、コスト増や剛性低下が起きる

問題 3 工具が複数共振を持つ場合に対応していない

問題 4 計算コストが高く、手法が複雑

本研究では、これら従来法の問題点に着目し、以下の主軸速度制御によるびびり振動の適応回避法を提案する。

提案法 1 半離散化法に基いたびびり振動の適応回避法

提案法 2 外乱オブザーバを用いた外部センサレスでのびびり振動の適応回避法

提案法 3 複数共振を持つ工具に対するびびり振動の適応回避法

提案法 4 主軸速度の極値探索制御によるびびり振動の適応回避法

そして、これら提案法の有効性を示すため、それぞれ NC 工作機械によるエンドミル加工のシミュレーションと実験による検証を行った。

## 1.4.2 先行研究と提案法の位置付け

先行研究と提案法の位置付けを Fig. 17 に示す。Fig. 17 の method は上の手法から順に 1.3 節で示した従来のびびり振動モデルに基いた予測，従来の安定ポケットを用いたびびり振動回避，従来の主軸速度変動によるフィードフォワード制御を用いたびびり抑制や工具経路計画によるびびり抑制回避，従来の位置や力制御によるびびり振動抑制，そして提案法 1，提案法 2，提案法 3，センサを用いた提案法 4，DOB を用いた提案法 4 を表わしている。

提案法 1 はびびり解析とびびり回避を組合せた手法で，従来法に対して最適な速度比を予め求めておくことで，プロセス変化にロバストでありながら，従来法よりも優れたびびり抑制を達成した。

提案法 2 は外乱オブザーバを用いたびびり回避法で，外部センサレスでのびびり回避を達成した。

提案法 3 は複数びびり振動に対する評価関数を定義し，これを最小化する主軸速度を求めることで，複数共振を持つ工具に対して従来法では必ずしも可能でなかったびびり回避を達成した。

提案法 4 は主軸速度の極値探索制御 (ESC) を用いることで，モデルフリーかつ簡単な計算でのびびり回避を達成した。また ESC に加えて外乱オブザーバを用いた場合にはセンサレスでのびびり回避を達成した。

さらにすべての提案法において，追加のアクチュエータは不要であり，想定した範囲内でのプロセス変化に対するロバスト性は保証されている。

## 1.4.3 本論文の構成

本論文の構成は全 7 章になっており，Fig. 18 のようになっている。次に各章の概要を述べる。第 2 章では本論文で使用される工作機械，ミリング工具，被切削物と制御系について述べる。第 3 章では提案法 1 の半離散化法に基いたびびり振動の適応回避について述べる。第 4 章では提案法 2 の外乱オブザーバを用いた外部センサレスでのびびり振動の適応回避法について述べる。第 5 章では提案法 3 の複数共振を持つ工具に対するびびり振動の適応回避法について述べる。第 6 章では提案法 4 の主軸速度の極値探索制御によるびびり振動の適応回避法について述べる。第 7 章では主軸速度制御によるびびり振動の適応回避についての種々の研究に関して本論文の貢献を明確化し，かつ将来の展望を示すことで，本論文のまとめとする。

Method	Model	Robustness to Process Changes	Suppression	Actuator	Sensor-less	Calculation Cost	Bandwidth	Multiple Chatters	Spindle Speed Change
Conventional Chatter Analysis	☹️ Needed	☹️ Very Sensitive							No
Conventional Chatter Avoidance	😊 Model-Free	😊 Robust			☹️ External Sensors	☹️ FFT, MPC, ...	😊 - 10 kHz	☹️ Only Single	Small
Conventional FF Chatter Suppression	☹️ Needed	☹️ Very Sensitive	😊 Good		😊 Sensor-less	😊 Good	😊 - 10 kHz		Small
Conventional FB Chatter Suppression	☹️ Needed ( $H_{oo}, \dots$ )	😊 Robust	😊 Good	☹️ Needed	☹️ External Sensors	Robust FB	3 kHz		Small
Proposed Chatter Avoidance Based on Analysis	☹️ Needed	😊 Robust	<b>Optimal</b>		☹️ External Sensors	☹️ FFT	😊 - 10 kHz	☹️ Only Single	Small
Proposed Chatter Avoidance Using DOB	😊 Model-Free	😊 Robust			😊 Sensor-less	☹️ FFT	- 2.5 kHz	☹️ Only Single	Small
Proposed Generalized Chatter Avoidance	😊 Model-Free	😊 Robust			☹️ External Sensors	☹️ FFT	😊 - 10 kHz	😊 Good	May be big
Proposed ESC Using Sensors	😊 Model-Free	😊 Robust	Locally Optimal		☹️ External Sensors	😊 HPF, LPF	😊 - 10 kHz	Depends on perturbation	May be big
Proposed ESC Using DOB	😊 Model-Free	😊 Robust	Locally Optimal		😊 Sensor-less	😊 HPF, LPF, DOB	- 2.5 kHz	Depends on perturbation	May be big

図 17: 先行研究と提案法の位置付け

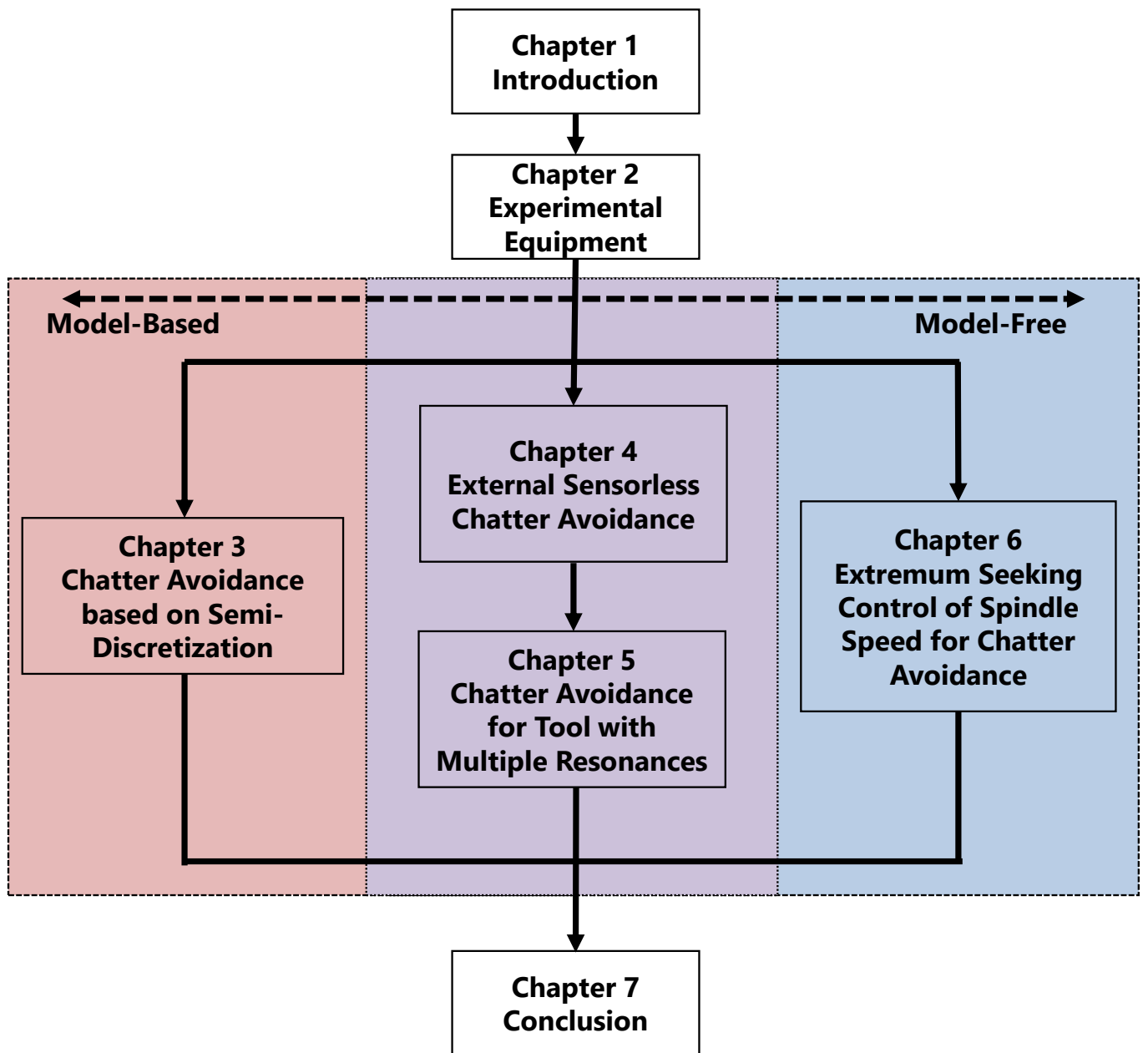


図 18: 本論文の構成



## 第 2 章

### 実験機

#### 2.1 本研究で用いた NC マシニング工作機械

本研究で用いた NC マシニング工作機械を図 19 に示す。本実験機は切削加工を行う図 19(a) の主軸モータに備え付けられたエンドミル工具と、送りのための図 19(b) のボールねじ駆動ステージからなる。本 NC 工作機械は株式会社 DMG 森精機 [1] より貸与されたものであり、産業界でも同様の工作機械が用いられている。ステージには 20bit リニアエンコーダ (LASERSCALE L55, Magnescale) が取り付けられている。ステージの送り方向は図 19(b) とし、これを  $x$  方向とする。

ワークピースには図 19(a) にあるようにアルミニウム合金 A6063 を用いる。

切削加工の実験の際は図 19(a) 中の加速度センサ (A17, PCB PIEZOTRONICS) により、振動の評価をする。図 20 に全体像を示す。

エンドミル工具には 4 毎刃の工具 (4MCD1200, Mitsubishi Materials) を用いる。図 21 にエンドミル工具の機械特性測定結果を示す。その伝達関数は図 21(a) のようにインパクトハンマー (086C01, PCB PIEZOTRONICS) を用いたハンマリング試験により測定した。図 21(b) はその結果であり、黒点線は実験結果、赤線はノミナルモデルを表す。

表 1 に以上の実験機のパラメータを示す。

#### 2.2 本研究で用いた制御系

スピンドル及びマシニングテーブルは PI 制御器によりそれぞれ帯域が 80 Hz, 40 Hz の速度制御がなされている。速度制御のための PI 制御器の極配置は、剛体モデルに対して設計されている。以下に極配置設計法 [79] を述べる。PI 制御器  $C_{PI}(s)$  とトルクから速度までの剛体モデル  $P(s)$  はそれぞれ以下の様に定義される。

$$C_{PI}(s) = K_P + \frac{K_I}{s}, \quad (2-1)$$

$$P(s) = \frac{1}{J_S + D}. \quad (2-2)$$

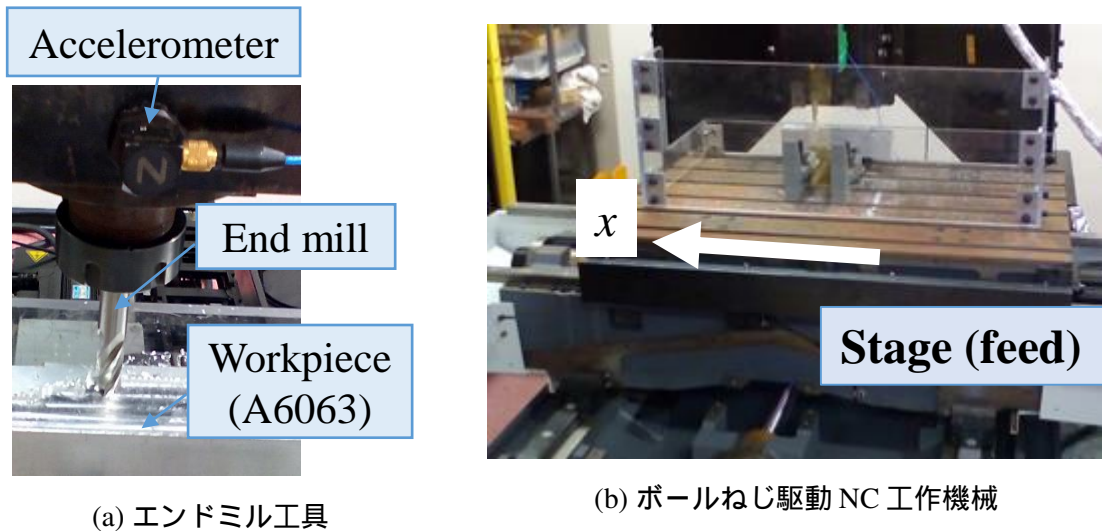


図 19: 実験装置

表 1: 実験に用いられたパラメタ

(a) エンドミル工具

Description	
$M$	0.40 (kg)
$C$	83.0 (Ns m <sup>-1</sup> )
$K$	30.1 (MN m <sup>-1</sup> )
Diameter of tool	12 (mm)
Number of flutes	4

(b) ステージ

Description	
Stage mass	273 (kg)
Damping	10 <sup>4</sup> (N s m <sup>-1</sup> )
Rotation-linear ratio	1.91 (mm/rad)
Stage feed velocity	0.5 (mm s <sup>-1</sup> )

(c) ワークピース

Description	
Aluminium	A6063
$K_t$	0.980 (GPa)
$K_r$	0.294 (GPa)

ただし  $K_P, K_I$  は P, I ゲインで,  $J, D$  はそれぞれ慣性, 粘性である。指令値から速度までの閉ループ伝達関数  $T(s)$  は

$$T(s) = \frac{K_P s + K_I}{J s^2 + (K_P + D)s + K_I} \quad (2-3)$$

となる。帯域を  $\omega_c$  とすると, ここで (2-3) の極を二重極  $\omega$  にする事ができれば良い。結局これを満たす P, I ゲインは以下になる。

$$K_P = 2J\omega_c - D, \quad (2-4)$$

$$K_I = J\omega_c^2. \quad (2-5)$$

ステージ制御に用いる DSP とインバータは Myway プラス製を用いている。スピンドルの制御は Myway プラス製の DSP と SANYO DENKI 製のドライバを用いており, トルク制御モードで使用し, DSP から出力された電圧信号に応じたトルクを出力するようになされている。

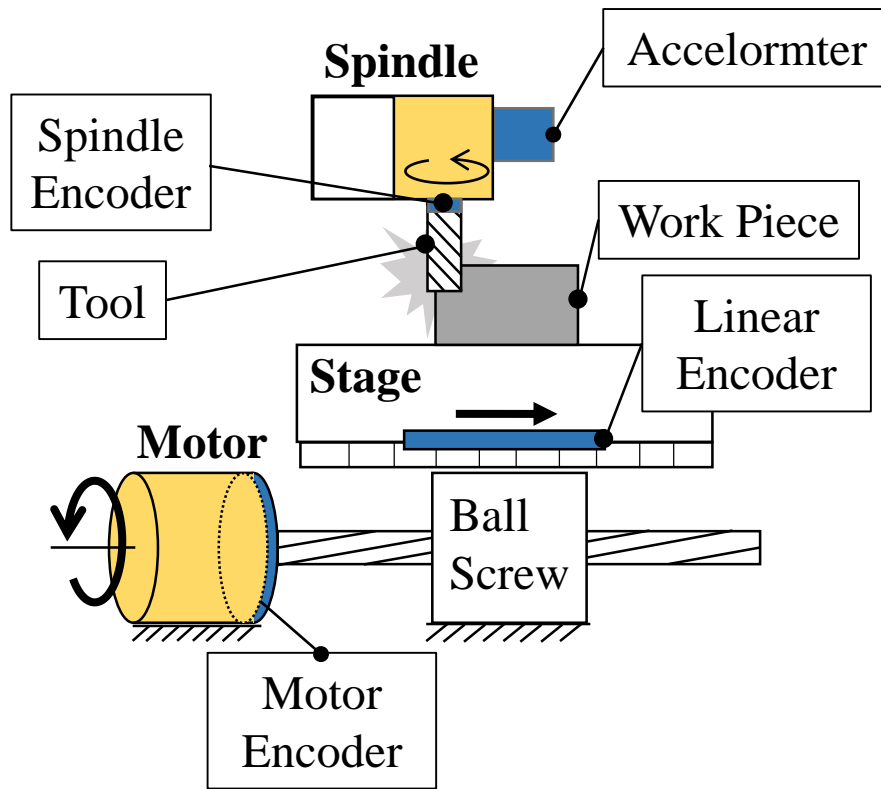
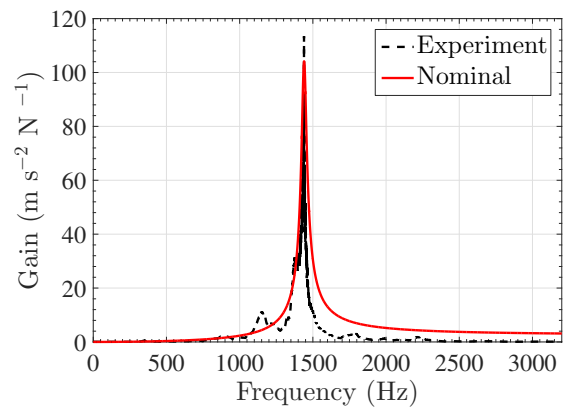


図 20: 実験装置図解



(a) ハンマリングテストによる工具のFRF測定



(b) 実験データと  $(Ms^2 + Cs + K)^{-1}$  のノミナルモデル

図 21: 工具モデルの同定

## 第3章

# 半離散化法に基いたびびり振動の適応回避

### 3.1 研究概要

1.4 で述べた様に，従来のびびり振動の適応回避ではセンサの情報のみしか用いておらず，最適なびびり振動の回避主軸速度については特に考慮されていなかった。このためびびり振動の抑制が不十分になることがあった。本章では，まずびびり振動を評価するために3.2 で半離散化法に基いたマルチレートびびり解析を提案する。そしてそれに基づいて3.3 で，不安定な加工を安定化しびびり振動を最小化するため，プロセス変化にロバストなマルチレートびびり解析に基いた最適なびびり振動の適応回避を提案する。3.4 シミュレーションと3.5 実験により提案法の有効性が示される。

### 3.2 半離散化法に基いたマルチレートびびり解析の提案

本節では，半離散化法 [9] に基づき，マルチレートびびり解析を提案する。本解析法は自励びびり振動と強制びびり振動の統一的な解析で，なおかつ定量的な解析である。

ミリングの運動方程式 (1-1), (1-3) から，可変遅延を伴う線形周期時変システムを以下の状態方程式で表現できる。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_1(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{A}_2(t)\mathbf{x}(t - \tau(t)) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t), \quad (3-1)$$

where

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t)^T & \dot{\mathbf{q}}(t)^T \end{bmatrix}^T, \quad (3-2)$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{h}_0(t), \quad (3-3)$$

$$\mathbf{A}_1(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{I} \\ -(\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{K} + a_p\mathbf{K}_f(t))) & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad (3-4)$$

$$\mathbf{A}_2(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ a_p\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_f(t) & \mathbf{O} \end{bmatrix}, \quad (3-5)$$

$$\mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{O} \\ a_p\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_f(t) \end{bmatrix}. \quad (3-6)$$

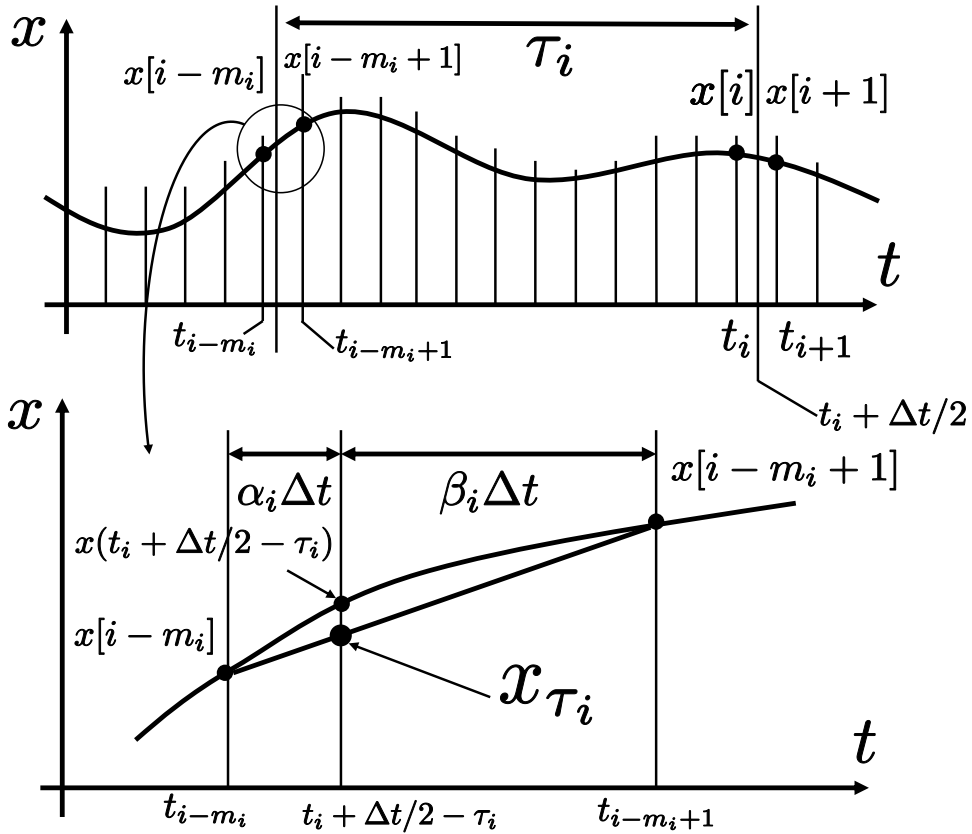


図 22: 半離散化法における  $t \in [t_i, t_{i+1})$  間の遅延の近似

本章では、主軸速度  $\omega_{sp}$  は一定と仮定する。このため、(1-7) より遅延  $\tau(t)$  は (3-7) の固定遅延  $\tau$  となる。

$$\tau = \frac{2\pi}{q\omega_{sp}}. \quad (3-7)$$

(1-6) より  $K_f(t)$  が  $\tau$  周期時変のため、 $A_1(t), A_2(t)$  と  $B(t)$  も同様に  $\tau$  周期時変となる。

ここで式 (3-1) を離散値を用い近似すると、近似的に式 (3-8) が成立する。遅延の近似には半離散化法、周期時変な行列にはサンプリング時間における平均値を用いた。ただしサンプリング周期は  $\Delta t$  とし、 $t_i = i\Delta t$ 、なおかつ十分に大きい整数  $k$  を以って  $\tau = k\Delta t$  が成立するとする。また時間依存するベクトル  $x(t)$  に対して、 $x[i] = x(t_i)$  とする。Fig. 22 に半離散化法における遅延の近似を示す。半離散化法においては、図 22 の通り、( $t \in [t_i, t_{i+1})$ ) の間で、遅延  $x(t - \tau(t))$  は  $t_i + \Delta t/2$  から、平均遅延  $\tau_i$  (本章では  $\tau$ ) 分だけ遅れた  $x(t_i + \Delta t/2 - \tau_i)$  の近似値である、 $x_{\tau_i}$  によって近似されている。

また同じく ( $t \in [t_i, t_{i+1})$ ) の間で、 $A_1(t), A_2(t), B(t)$  は式 (3-9)、式 (3-10) で定義されている  $A_{1i}, A_{2i}, B_i$  として近似されている。また遅延は固定のため、Fig. 22 において、 $\tau_i = \tau, m_i = k$  かつ  $\alpha_i = \beta_i = 1/2$  となる。

$$\dot{x}(t) = A_{1i}x(t) + A_{2i}x_{\tau_i} + B_i u(t) \quad (t \in [i\Delta t, (i+1)\Delta t)), \quad (3-8)$$

where

$$A_{ji} = \frac{1}{\Delta t} \int_{i\Delta t}^{(i+1)\Delta t} A_j(t) dt \quad (j = 1, 2), \quad (3-9)$$

$$B_i = \frac{1}{\Delta t} \int_{i\Delta t}^{(i+1)\Delta t} B(t) dt, \quad (3-10)$$

$$x_{\tau_i} = \frac{1}{2}x[i-k] + \frac{1}{2}x[i-k+1]. \quad (3-11)$$

(3-8) を  $\Delta t$  のサンプリング周期でゼロ次ホールド離散化することで, (3-12) が求まる。ただし  $u(t)$  は  $t \in [i\Delta t, (i+1)\Delta t)$  で一定とした。現実には  $u(t)$  は送りを表すので, 一定とみなすことが出来る。

$$x[i+1] = P_i x[i] + R_i x_{\tau_i} + Q_i u[i], \quad (3-12)$$

where

$$P_i = \exp(A_{1i}\Delta t), \quad (3-13)$$

$$R_i = (\exp(A_{1i}\Delta t) - I)A_{1i}^{-1}A_{2i}, \quad (3-14)$$

$$Q_i = (\exp(A_{1i}\Delta t) - I)A_{1i}^{-1}B_i. \quad (3-15)$$

(3-12) をリフティングすることで, (3-16) の  $2k+4$  次元の状態空間表現が出来る。この操作の目的は, 遅延項を状態変数に含めることである。(3-1)–(3-21) の数学的な操作は半離散化と呼ばれる [26]。

$$z[i+1] = D_i z[i] + E_i u[i], \quad (3-16)$$

where

$$z[i] = [q[i]^T \dot{q}[i]^T q[i-1]^T q[i-2]^T \cdots q[i-k]^T]^T, \quad (3-17)$$

$$D_i = \left[ \begin{array}{c|c} P_i & T_i \\ \hline S & O_{2,2k} \\ \hline O_{2k-2,4} & I_{2k} \end{array} \right], \quad (3-18)$$

$$E_i = [B_i^T O^T \cdots O^T]^T, \quad (3-19)$$

with

$$S = \begin{bmatrix} I_2 & O_{2,2} \end{bmatrix}, \quad (3-20)$$

$$T_i = \begin{bmatrix} O_{4,2k-4} & \frac{1}{2}R_i[1:4, 1:2] & \frac{1}{2}R_i[1:4, 1:2] \end{bmatrix}. \quad (3-21)$$

ここで,  $R_i[1:m, 1:n]$  ( $m, n \in \mathbb{Z}$ ) は  $R_i$  の 1 から  $m$  行, 1 から  $n$  列から成る行列である。また  $O_{m,n}$  と  $I_m$  はそれぞれ  $m \times n$  ゼロ行列と  $m \times m$  単位行列である。

(3-9) と (3-10) は  $k$  ステップ周期時変である。ゆえに, (3-16) もまた  $k$  ステップ周期時変系を表す。シングルレート  $k$  ステップ周期時変系をリフティングすることで  $k$  ステップマルチレート時不変系を導くことが出来る [80]。そのため, (3-16) は次の式で表現できる:

$$z[k(i+1)] = Fz[ki] + GU[ki], \quad (3-22)$$

where

$$U[k_i] = \begin{bmatrix} \mathbf{u}[k_i]^T & \cdots & \mathbf{u}[k_i + k - 1]^T \end{bmatrix}^T, \quad (3-23)$$

$$\mathbf{F} = \Phi(k), \quad (3-24)$$

$$\mathbf{G} = [\Phi(k-1)\mathbf{E}_0 \quad \cdots \quad \Phi(0)\mathbf{E}_{k-1}], \quad (3-25)$$

with

$$\Phi(l) = \begin{cases} \mathbf{I} (l = 0). \\ \mathbf{D}_{k-1} \cdots \mathbf{D}_{k-l} \text{ (otherwise)}. \end{cases} \quad (3-26)$$

ここで遷移行列  $\mathbf{F}$  は時不変である。さらに  $\mathbf{F}$  の最大特異値によって安定性を判定することができる。すなわちその最大特異値が 1 未満であれば、系は漸近安定である。

系の状態変数  $z$  は位置  $x, y$  を含んでいる。表面粗さは  $y$  方向の振幅で定義されているので、系の出力を表面粗さとすると、 $y$  は以下の (3-27) によって定義される。

$$\begin{aligned} \mathbf{y}[k_i] &= [y[k_i], y[k_i - 1], \cdots, y[k_i - k]]^T \\ &= \mathbf{H}z[k_i], \end{aligned} \quad (3-27)$$

where

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_2^T & \mathbf{h}_6^T & \mathbf{h}_8^T & \cdots & \mathbf{h}_{2k+4}^T \end{bmatrix}^T. \quad (3-28)$$

ここで、 $\mathbf{h}_i \in \mathbb{R}^{1 \times (2k+4)}$  は  $i$  番目の要素が 1 で、他は 0 のベクトルである。系の状態方程式は (3-22) と (3-27) で決まるので、系の伝達関数は以下になる。

$$\mathbf{G}_{fc}[z] = \mathbf{H}(z\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1}\mathbf{G}. \quad (3-29)$$

自励びり振動は系の不安定性によって生じる振動であるので、 $\mathbf{F}$  は自励びり振動を表現している。さらに (3-22) の入力  $U$  は静的切削深さを表現しているので、 $\mathbf{G}_{fc}[z]$  は強制びり振動を表現している。静的切削深さは一般に一定に設定するので、直流成分である  $\mathbf{G}_{fc}[1] = \mathbf{H}(\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1}\mathbf{G}$  のみで強制びり振動を評価することが出来る。

従来のびり解析では、Fig. (8) に示すような安定ローブと呼ばれる安定限界条件のみが解析されてきた [8, 21–23, 26, 34]。すなわち従来では  $\mathbf{F}$  の最大特異値が 1 より大きいのか、小さいかのみしかが解析されなかった。

しかし提案するマルチレートびり解析では自励びり振動と強制びり振動を最大特異値の観点から評価することが出来る。提案したびり解析により得られた  $\mathbf{F}$  と  $\mathbf{G}_{fc}[1]$  の最大特異値マップは Fig. 23 に示されている

### 3.3 マルチレートびり解析に基いた最適なびり振動の適応回避の提案

自励びり振動と強制びり振動を評価するため、まずそれぞれ  $\mathbf{H}(\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1}\mathbf{G}$  と  $\mathbf{F}$  の最大特異値である  $\sigma_{\max}$  と  $\lambda_{\max}$  を計算する。 $\rho$  番目の安定ローブ毎のびり振動の評価関数を (3-30) に定義する

$$J_\rho \equiv 20\alpha \log_{10}(\sigma_{\max}) - 20\beta \log_{10}(1 - \lambda_{\max}). \quad (3-30)$$

表 2: 加工条件

Symbol	
Axial depth of cut $a_p$	1.5 (mm)
Radial depth of cut	7 (mm)

表 3: 適応フィルタパラメタ

Symbol	
$t_s$	125 ( $\mu$ s)
$N_d$	2
$R_v$	$10^{-16} I$
$R_w$	0.3
$P [0]$	$10^{-4} I$
$\sigma_{th}$	121 ( $m^2 s^{-2}$ )
$\alpha$	2
$\beta$	1

ただし  $\alpha$  と  $\beta$  はそれぞれ強制びびり，自励びびり振動に対する重みである。

1.3.2 で述べた従来の適応びびり回避法 [12] における主軸速度 (1-22) を  $\omega_{conv}$  と定義する。提案手法における主軸速度  $\omega_{prop}$  は  $\arg \min J_\rho$  になるように， $\omega_{conv}$  にある係数  $\gamma$  をかけることで計算される：

$$\begin{aligned}\omega_{prop}[i] &= \arg \min J_\rho \\ &= \gamma \omega_{conv}[i],\end{aligned}\tag{3-31}$$

where

$$\gamma = \frac{\rho q \arg \min J_\rho}{\omega_n}.\tag{3-32}$$

ここで  $\gamma$  はそれぞれの  $(\rho_{new}, a_p)$  について (3-32) より予め計算された値であり，ロックアップテーブルに保存される。 $\omega_n$  は工具のノミナル共振周波数であり，びびり振動の周波数  $2\pi f_{chat}$  と想定されている。 $\gamma$  の値は工具の共振周波数の変化に依存しない値である。何故ならば，安定ローブ線図の周波数軸は共振周波数に比例しているからである [22]。すなわち  $\arg \min J_\rho \propto \omega_n$  であるため，(3-32) から  $\gamma$  は  $\omega_n$  に対して定数となる。このため，本提案手法は共振周波数の変動に対してロバストになっている。提案手法を Fig. 24 に示す。Fig. 24 にある周波数推定カルマンフィルタでは (1-10)–(1-19) までの式を用いている。なおこの手法による回避は，推定された自励びびり要因の加速度の自乗  $a_u^2$  がある閾値  $\sigma_{th}$  を超えた時に開始されるものとする。

$\min J_8$  を満たす  $J_\rho$  と  $\omega_{prop}$  の値が Fig. 25 に示されている。ただし Fig. 25 では，“const.”は初期主軸速度 2800 rpm を表し，“conv.”は  $\omega_{conv}$  を，“prop.”は  $\omega_{prop}$  をそれぞれ 8 番目のローブ内で表わしている。Table 1, Table 2 は Fig. 25 で用いられたパラメタを示している。

### 3.4 半離散化法に基いたびびり振動の適応回避のシミュレーションによる検証

シミュレーションでは HPF の帯域は 100 Hz に設定した。提案手法における  $\gamma$  は Fig. 25 から求めたロックアップテーブルを参照することで得る。シミュレーションにおける制御器は 2 章のものを用いた。その他用いられたパラメータは Table 2, Table 3 に示した。シミュレーションでは初期主軸速度はダ



ウンミリング 2800 rpm に設定した。Fig.25 から分かるように、切削深さ 1.5 mm で主軸速度 2800 rpm の場合系は不安定になり、自励びびり振動が生じる。シミュレーションではびびり振動を  $y$  軸方向加速度で評価する。

従来法 (conv.) と提案法 (prop.) のシミュレーション結果は Fig. 26 に示した。びびり回避が加速度の自乗が閾値を超えた 0.036 s 後に従来法、提案法でびびり振動の回避が始まっている。Fig. 26(d) にある通り、びびり振動周波数は 0.036 s で 1610 Hz と推定されている。この時  $\rho_{\text{new}}$  は (1-21) により 8 と計算されている。(1-22) を用いると、 $\omega_{\text{conv}}$  は  $1610/8/4 \cdot 60 = 3020$  rpm と計算される。一方提案法では (3-31) を用いて  $\omega_{\text{prop}}$  は  $3020 \cdot \gamma = 2975$  rpm と計算されている。このように求まる  $\omega_{\text{conv}}$  と  $\omega_{\text{prop}}$  は Fig. 25 に示されている。Fig. 26(c) に示されているように主軸速度を変更することで、従来法と提案法のどちらでも適応びびり回避が達成されている。しかし、提案法を用いた場合の方が 10 倍程度収束が速くなっている。これは提案法の主軸速度  $\omega_{\text{prop}}$  が最適な主軸速度だからである。

### 3.5 半離散化法に基いたびびり振動の適応回避の実験による検証

実験には 2 章の実験機を用いた。また HPF や制御器、適応フィルタのパラメタはシミュレーションと同じ値を用いた。実験でも同様にびびり振動を  $y$  軸方向加速度で評価する。

一定速度 (const.)、従来法 (conv.)、提案法 (prop.) の場合についての実験結果が Fig. 27 に示されている。

びびり回避は加速度の自乗が閾値を超えた 0.1 s で始まっている。びびり周波数は Fig. 27(d) から分かるように 0.1 s で 1550 Hz と推定されており、それから (1-21) により  $\rho_{\text{new}} = \text{round}(1550/(2800/60 \cdot 4))$  が 8 と計算されている。びびり周波数は定常状態において 1600 Hz と推定されており、それゆえ  $\omega_{\text{conv}}$  は  $1600/8/4 \cdot 60 = 3000$  rpm として計算され、一方  $\omega_{\text{prop}}$  は  $3000 \cdot \gamma = 2955$  rpm として計算されている。これらの主軸速度  $\omega_{\text{conv}}$ 、 $\omega_{\text{prop}}$  は Fig. 25 に示されている。

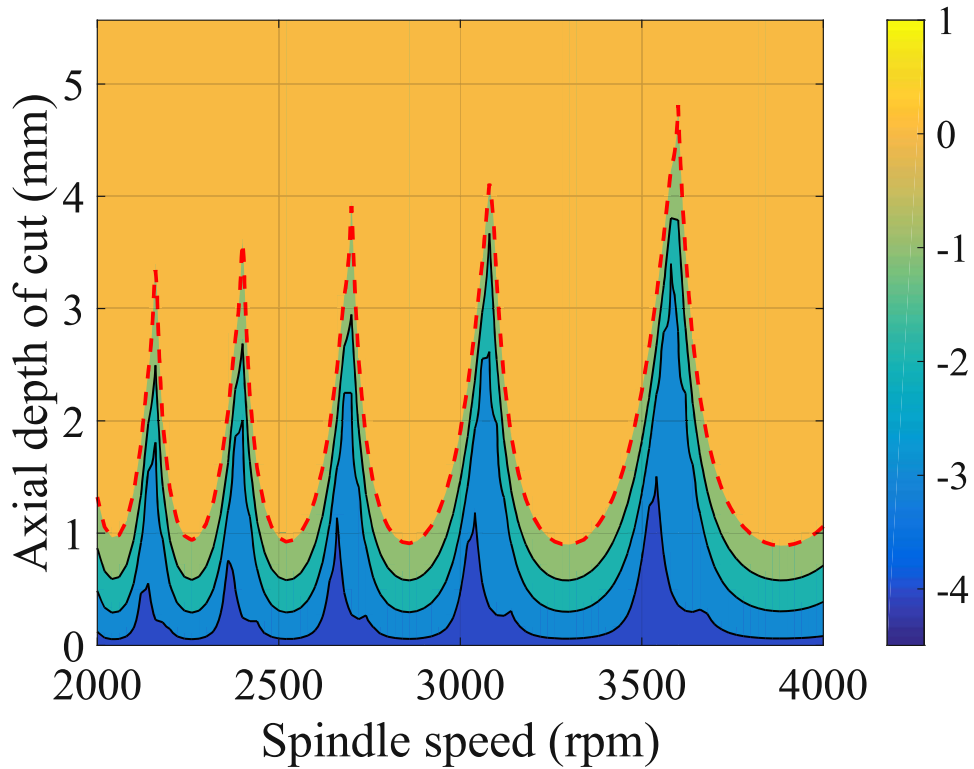
従来法と提案法の両方で主軸速度一定の場合と比べて、Fig. 27(a) から分かるように加速度最大値が少なくとも 50% も改善され、そして Fig. 27(b) から分かるように周波数領域での最大振幅が少なくとも 96 % 改善されている。Fig. 28(a) でも主軸速度一定の場合と比べて、従来法と提案法が少なくとも 50 % の改善を達成している。それゆえに従来法、提案法の両方で自動びびり回避が達成されていることが分かる。Fig. 28(b) では提案法は従来法に比べて、加速度 RMS 値比で 27 %、加速度周波数領域の最大値比で 29 % の改善を達成している。これはシミュレーションの場合と同様に提案手法の主軸速度が最適化されているからである。

ゆえに、提案手法は実際の環境でも、従来法に比べてよりびびり振動の少ない安定な切削加工を達成したと結論付けることができる。

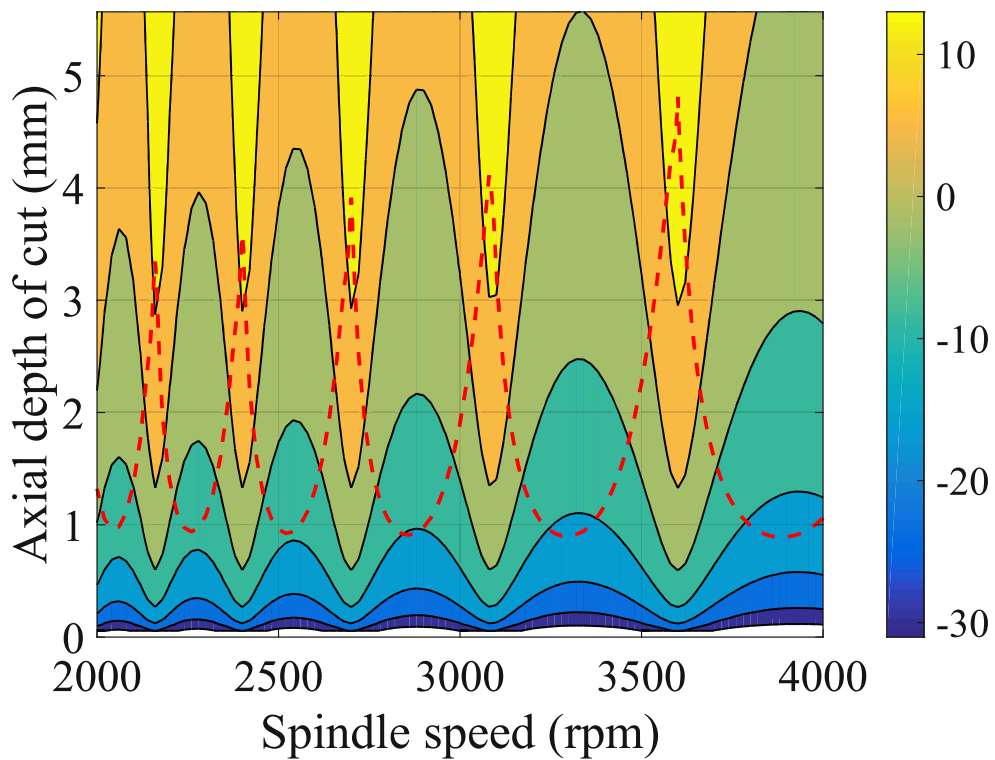
### 3.6 まとめ

本章では、マルチレートびびり解析と最適な適応びびり回避を提案した。提案したマルチレートびびり回避は自励びびりと強制びびりの統一的な解析法である。提案したびびり回避法は不安定な切削加工の安定化と、びびり振動の最小化を達成した。さらに、提案したびびり回避法は共振周波数の変動にロバストである。実際の NC 工作機械によるミリング加工により、提案手法の有効性が示された。本章で

提案した手法はびびり振動の少ない安定な加工を約束し，それゆえに切削加工の加工能率，加工精度，工具寿命の改善に貢献することが期待される。



(a) 自励びり振動を表す  $F$  の最大特異値マップ (dB). 特異値が主轴速度の影響を受けないよう,  $\tau$  は 14 ms に規格されている.



(b) 強制びり振動を表す  $H(I - F)^{-1}G$  の最大特異値マップ (dB).

図 23: 提案するマルチレートびり解析により得られた最大特異値マップと安定ローブ線図 (dB). 破線は安定ローブを表す.

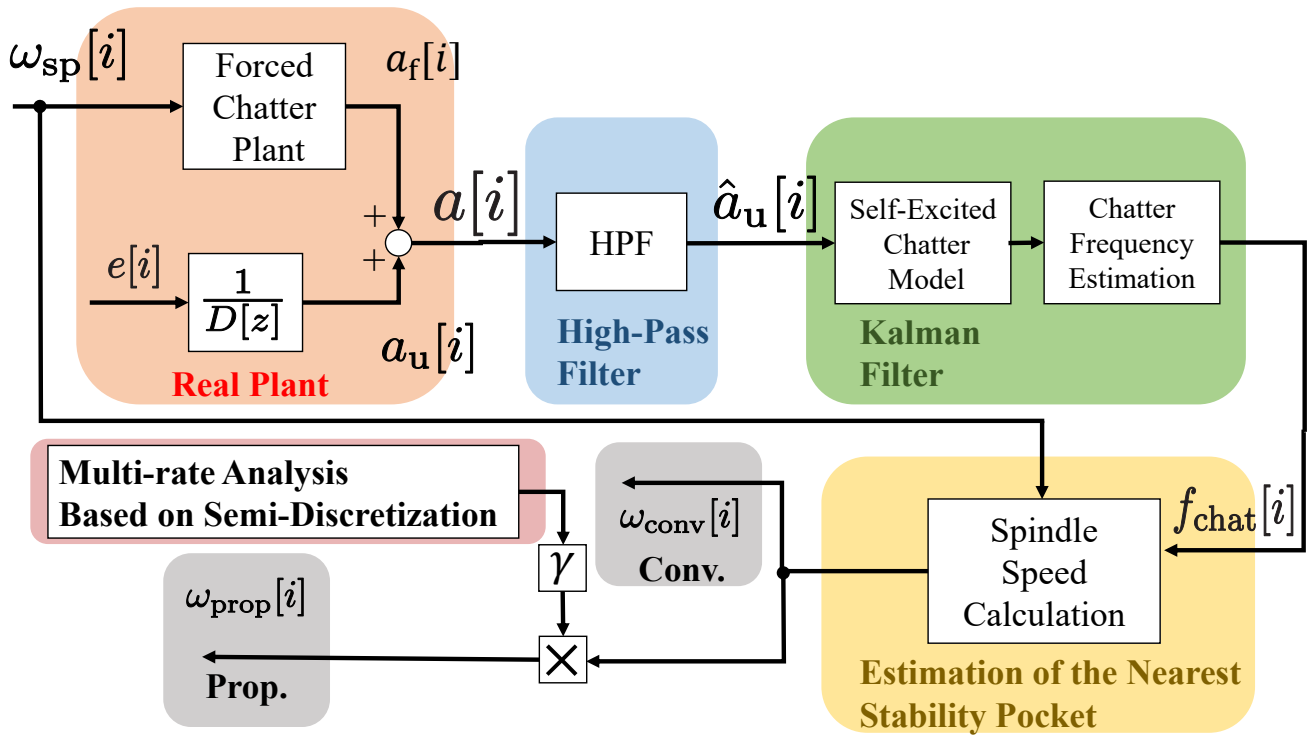


図 24: 提案する半離散化法に基いたびり振動の適応回避法

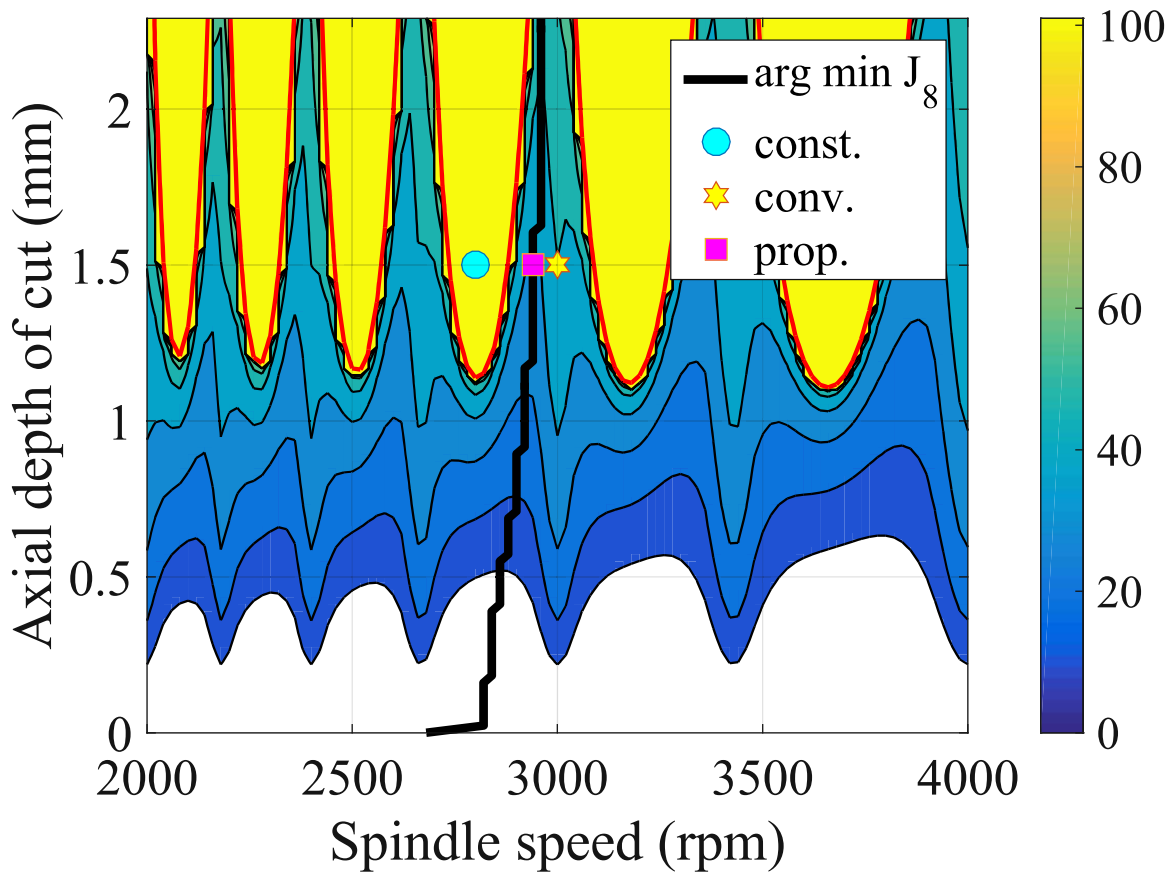
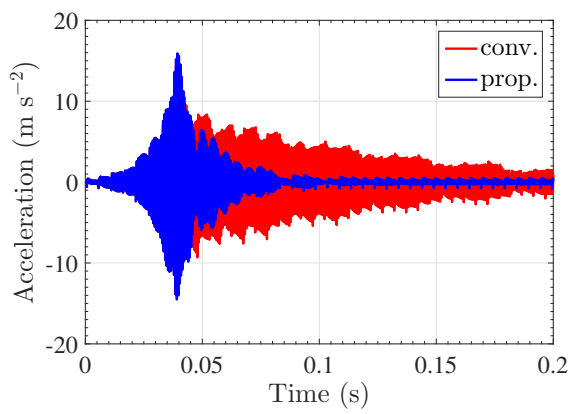
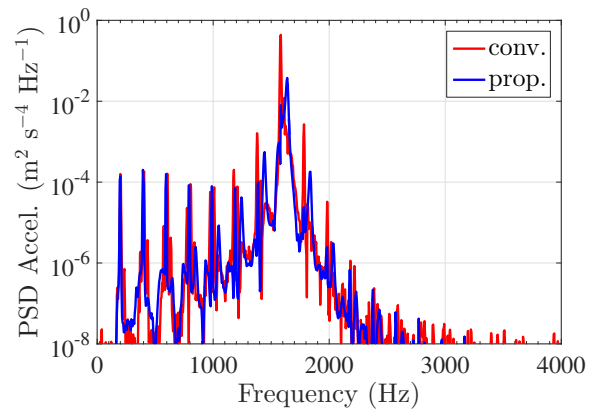


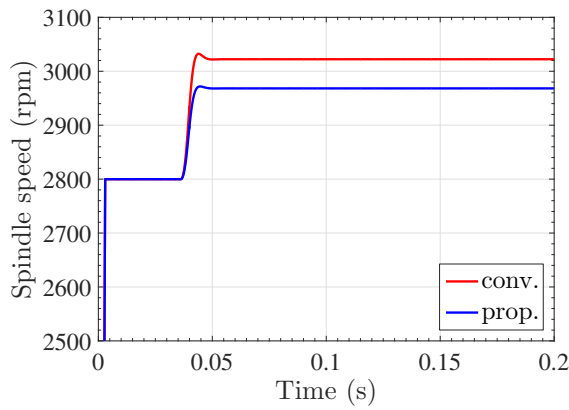
図 25:  $\rho$  番目の安定ローブ線図毎の  $J_\rho$  (dB) と  $\arg \min J_8$



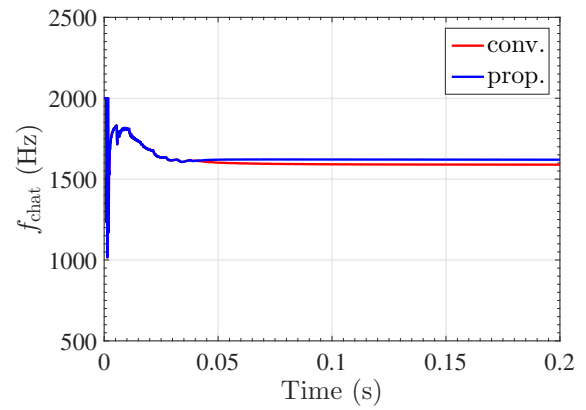
(a) 加速度



(b) 加速度パワースペクトル密度

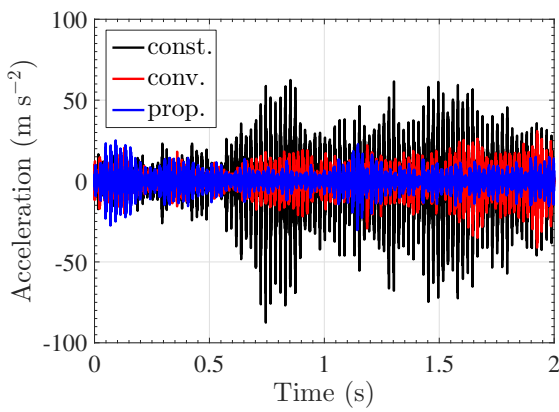


(c) 主軸速度

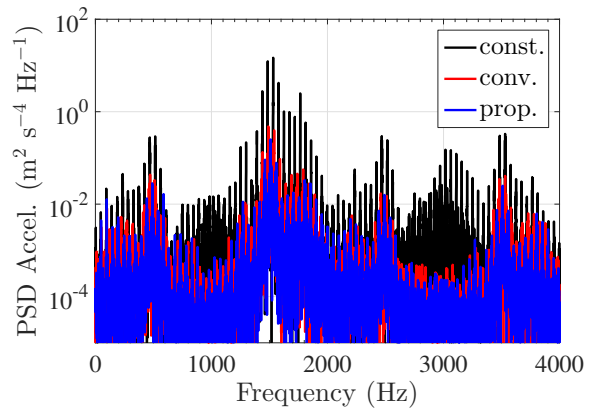


(d) 推定びびり振動周波数

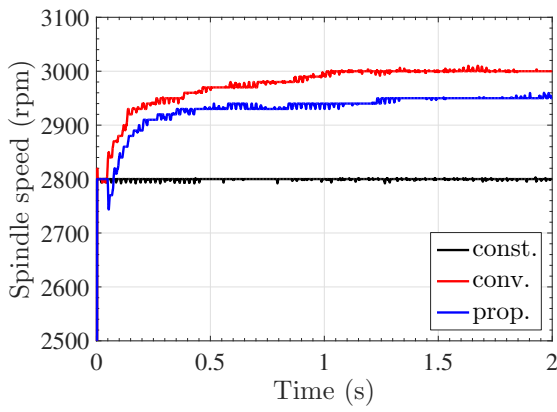
図 26: 半離散化法に基いたびびり振動の適応回避のシミュレーション結果



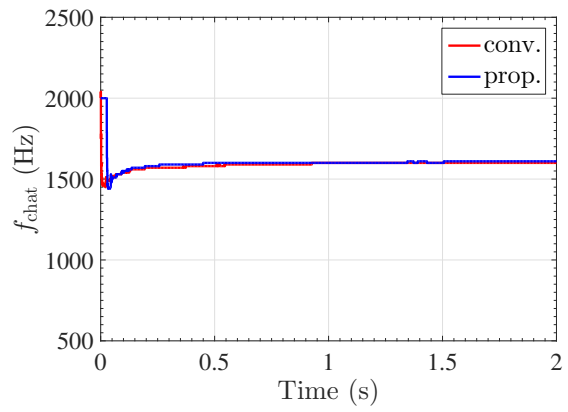
(a) 加速度



(b) 加速度パワースペクトル密度

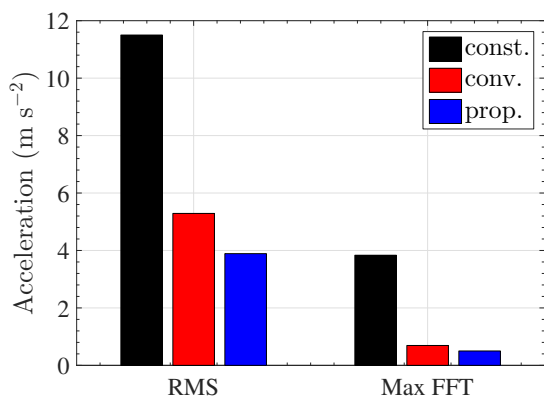


(c) 主軸速度

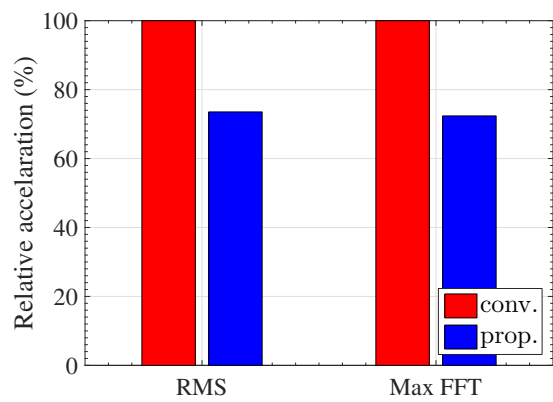


(d) 推定びびり振動周波数

図 27: 半離散化法に基いたびびり振動の適応回避の実験結果



(a) 加速度



(b) 相対加速度

図 28: 実験における加速度の二乗平均平方根 (RMS) と周波数成分の最大値 (Max FFT)

## 第 4 章

# 外乱オブザーバを用いた外部センサレスでの びびり振動の適応回避法

### 4.1 研究概要

1.4 で述べた様に，加工プロセス中の情報を用いる out-of-process 法の多くは，加速度センサなどの外部センサを使用している。そのためコスト増や設置部位の剛性低下が問題になる。その問題を解決するために，主軸のエンコーダにより外乱オブザーバによるセンサレスびびり振動検出 [39] や，それに基づいたびびり振動回避 [64, 66] の研究が行われてきた。しかし本来主軸エンコーダには精度が要求されないためにそれに高分解能を求めることができない点や，振動回避にはオンラインの試行が必要で回避に時間がかかってしまう点が依然として問題である。

一方近年，NC マシニング加工において精密な加工のために高分解能リニアエンコーダを標準装備する流れがある。そこで本章では 4.2 で高分解能リニアエンコーダによる外乱オブザーバを用い，外部センサレスでのびびり振動周波数推定法を提案する。さらにそれにもとづいて適応びびり振動回避を用い，びびり振動モデルのモデル化誤差にロバストなセンサレス適応びびり振動回避を提案する。そして 4.3 シミュレーションと 4.4 実験によりそれらの有効性を示す。

### 4.2 リニアエンコーダを用いた外乱オブザーバによる外部センサ レスでのびびり振動の適応回避の提案

2 章の Fig. 20 で示したようなボールねじステージに対して，リニアエンコーダを用いて，Fig. (16) に示した DOB を構成する。自励びびり振動は 1000 Hz から 2000 Hz までの間に存在すると仮定する。ここで Fig. (16) においてフィルタ  $G_F$  を 1000 Hz から 2000 Hz までの信号を通過させるバンドパスフィルタ (BPF)  $G_{BPF}$  とし，DOB のローパスフィルタのカットオフを 2000 Hz とする。この DOB と BPF により自励びびり信号に相当する  $\hat{F}_u$  を得る。一般に強制びびり振動のピーク周波数は 1000 Hz 以下にあり，一方自励びびり信号のピーク周波数は 1000 Hz 以上にある [64]。それゆえに  $G_{BPF}$  により切削力から自

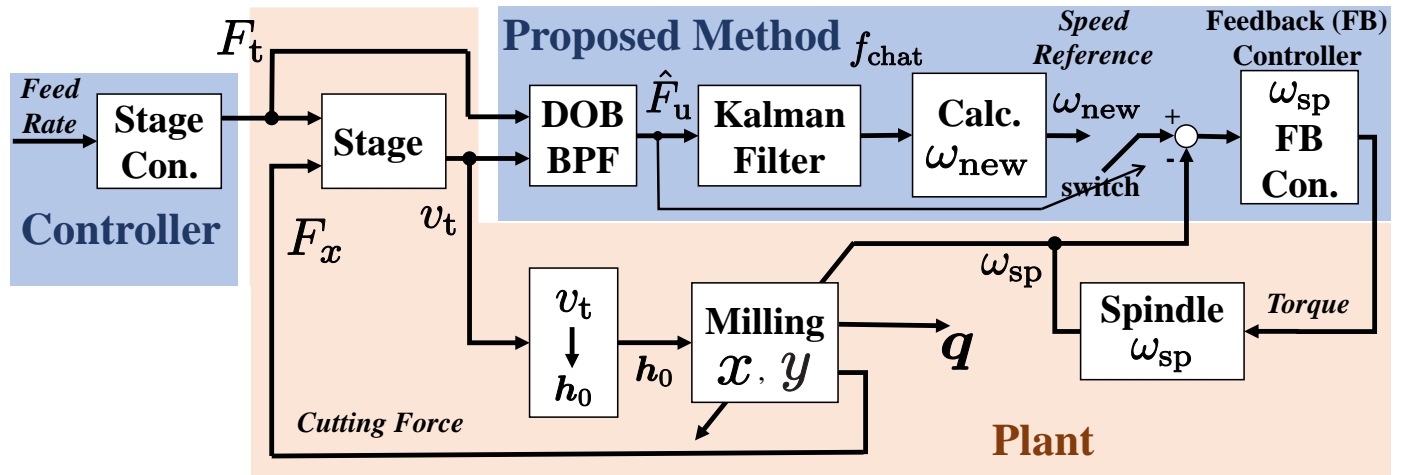


図 29: 提案する外部センサレス適応びびり回避

表 4: シミュレーションと実験で用いられたパラメタ

(a) 適応フィルタ

(b) 加工条件

Symbol		Description	
$t_s$	250 ( $\mu\text{s}$ )	Axial depth of cut $a_p$	3.5 (mm)
$N_d$	2	Radial depth of cut	2 (mm)
$R_v$	$10^{-6} I$		
$R_w$	0.3		
$P [0]$	$10^3 I$		
$\sigma_{th}$	10000 ( $\text{N}^2$ )		

励びびり振動に相当する切削力である  $\hat{F}_u$  を得ることが出来る。

以上の DOB により得た  $\hat{F}_u$  を、びびり振動周波数推定のためのカルマンフィルタ (1-10)–(1-19) に与えることで、センサレスでびびり振動周波数  $f_{chat}$  を推定する。 $f_{chat}$  を用いて (1-21), (1-22) から安定な主軸速度  $\omega_{new}$  を求めらる。びびり振動が発生した場合に、主軸速度を  $\omega_{new}$  にすることでびびり振動を回避する。

Fig. 29 に提案するセンサレス適応びびり振動回避の機構を示す。なおこの手法による回避は、推定された自励びびり要因の力のパワーに相当する  $\hat{F}_u^2$  がある閾値  $\sigma_{th}$  を超えた時に開始されるものとする (Fig. 29 の “switch” をオンにする)。

### 4.3 外乱オブザーバを用いた外部センサレスでのびびり振動の適応回避のシミュレーションによる検証

Table1, Table 4 にシミュレーションで用いられるパラメタを示した。シミュレーションにおける制御器は 2 章のものを用いた。シミュレーションでは初期主軸速度をダウンミリング 2800 rpm とした。シミュレーションではびびり振動を  $y$  軸方向加速度で評価する。



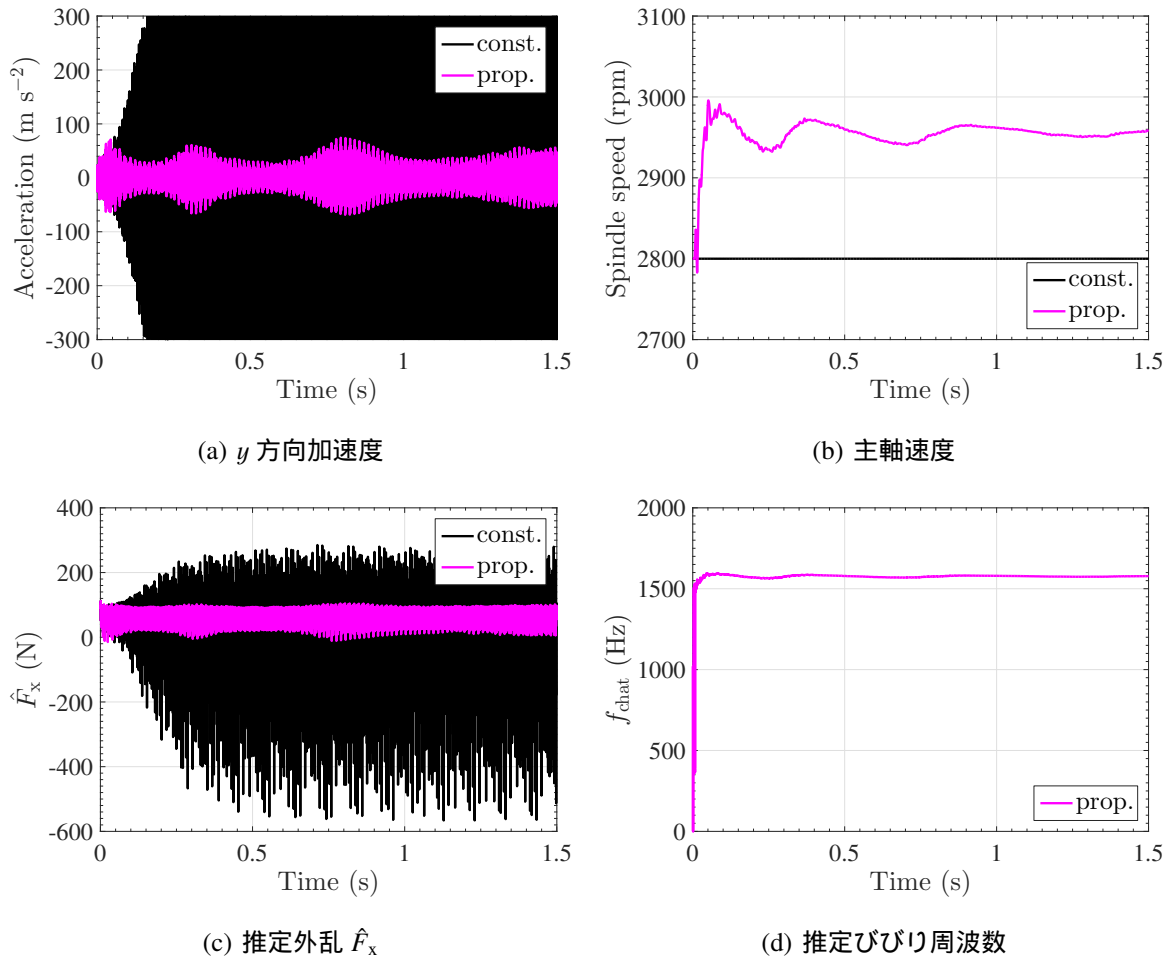


図 30: 外乱オブザーバを用いた外部センサレスでのびびり振動の適応回避法のシミュレーション結果

主軸速度一定 (const.) と提案手法 (prop.) の場合のシミュレーション結果を Fig. 30 に示す。主軸速度一定で Fig. 30(a) から 2800 rpm の時、系が不安定になっていることが分かる。一方提案法では、Fig. 30(b) にある通り、 $\hat{F}_u^2$  が  $\sigma_{th}$  を超えた 0.01 s でびびり回避が開始されている。Fig. 30(d) ではびびり周波数が 0.1 s で 1570 Hz と推定されており、(1-21) により  $\rho_{new}$  が 8 と計算されている。(1-22) から  $\omega_{new}$  は  $1570/8/4 \cdot 60 = 2943$  rpm と計算されている。Fig. 30(a) と Fig. 30(b) から分かるように、提案法は外部のセンサなしでびびり振動を適応的に回避することに成功している。

## 4.4 外乱オブザーバを用いた外部センサレスでのびびり振動の適応回避の実験による検証

Fig. 32 に主軸速度一定時 (const.) と提案手法 (prop.) の場合の実験結果を示す。推定自励びびり  $\hat{F}_u^2$  が閾値を超えた 0.05 s からびびり回避が始まっている。Fig. 32(f) にある通り自励びびり周波数は 0.3 s で 1390 Hz と推定されている。(1-21) から  $\rho_{new} = \text{round}(1390/(2800/60 \cdot 4))$  は 7 と計算されている。それゆえ  $\omega_{new}$  は  $1390/7/4 \cdot 60 = 2980$  rpm として計算される。Fig. 31 には実験工具の安定ローブ線図で、主軸速度一定時と  $\omega_{new}$  の場合の加工条件が示されている。

提案法は主軸速度一定の場合と比較して、Fig. 32(a) と Fig. 32(b) において、それぞれ加速度最大値の

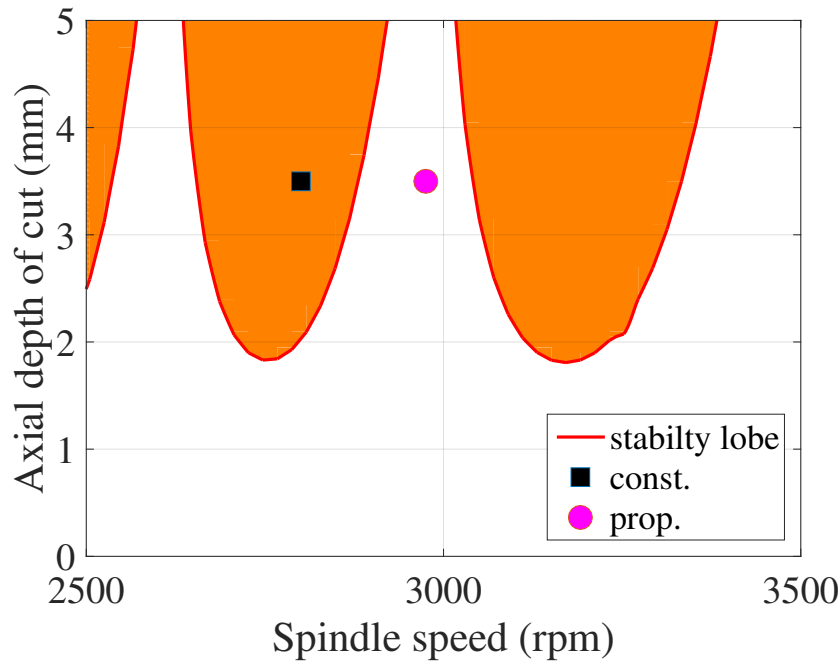


図 31: 安定ローブ線図上の実験における加工条件

観点で 60%, 80% の改善を達成している。さらに提案法は Fig. 33 で RMS 値と周波数領域最大値でそれぞれ 57%, 67% 改善している。Fig. 34 は二自由度ミリングの等価ブロック線図である。Fig. 35 は主軸速度 2800 rpm 一定 (“const.”) の時と主軸速度が 2980 rpm に調整された時 (“prop.”) の  $1 - e^{-\tau s}$  の周波数応答を表わしている。Fig. 34 から、 $1 - e^{-\tau s}$  が 0 になる時、切削深さの再生変動  $\Delta h$  が消失することが分かる。Fig. 35 から、提案法適用時に、0.3 s で 1390 Hz の周波数  $f_{\text{chat}}$  において、 $1 - e^{-\tau s}$  が 0 になっていることが分かる。以上の理由により、提案法適用時はびびり振動が回避されている。よって提案法は切削加工を安定化する。

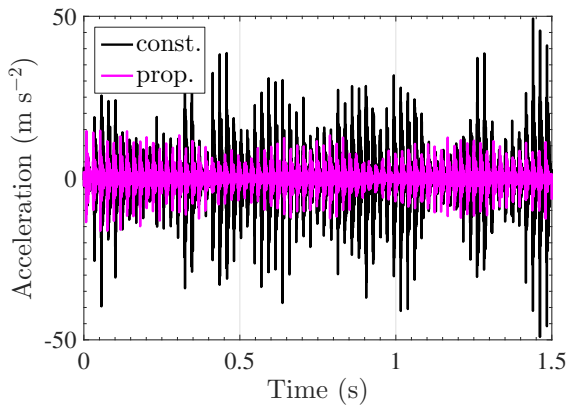
びびり振動は Fig. 32(f) において 1390 Hz と推定されており、これは Fig. 32(d) で  $\hat{F}_u$  のピーク周波数が 1390 Hz にあるという結果に対応している。一方、Fig. 32(a) から加速度のピーク周波数は 1430 Hz であることが分かり、推定値と 40 Hz ずれていることが分かる。この誤差は外乱オブザーバにより推定された外乱はステージのモデル化誤差を含んでいるからである [81]。しかし、Fig. 31 にある通り、安定ポケットはある広がりを持っているので、びびり回避のためには厳密に安定ポケット直下の正確な主軸速度を選択する必要はない。ゆえにモデル化誤差がいくらあったとしても、提案法によって安定な主軸速度を選択することは可能である。

以上の議論から提案法は外部センサ無しでびびり振動を適応的に回避していることは明らかである。それゆえに提案法は実際の加工に適用可能で、安定な加工を保証すると結論付けられる。

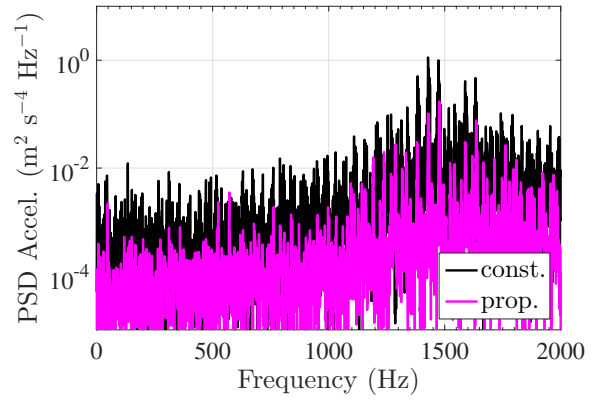
## 4.5 まとめ

本章では高分解能リニアエンコーダを用いて加速度センサレスでびびり振動を適応的に推定し、それによって回避する手法を提案した。実際に切削加工を行い、提案手法が自励びびり振動の周波数を適応的に推定し、自動的にびびり振動を回避していることが確認された。本手法では、外乱オブザーバを設計するためにステージのプラントモデルが必要になるが、ツールなどのびびり振動モデルのモデル化誤

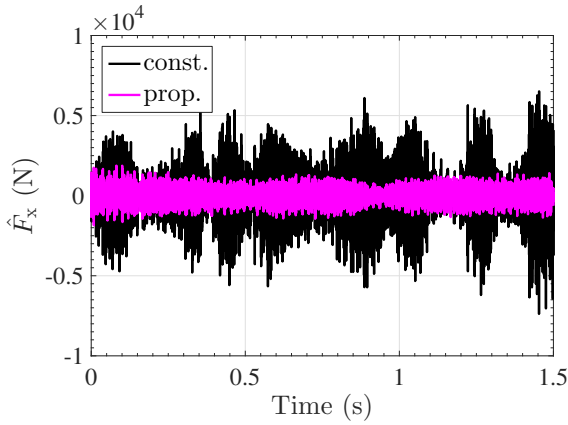
差に対してロバストに、なおかつ加工能率を下げずにびびり振動を自動的に抑えることができる。この提案法によって、加工能率、加工精度や工具寿命の向上が期待される。



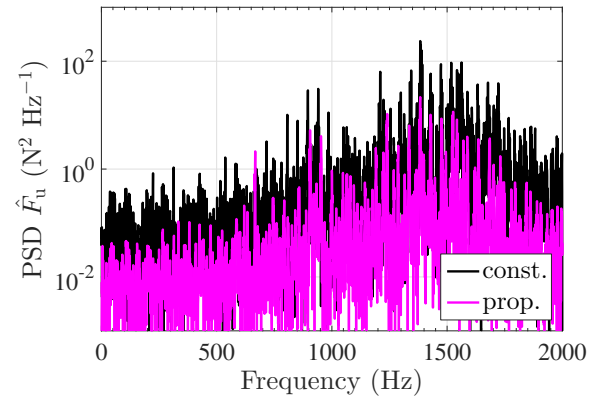
(a)  $y$  方向加速度



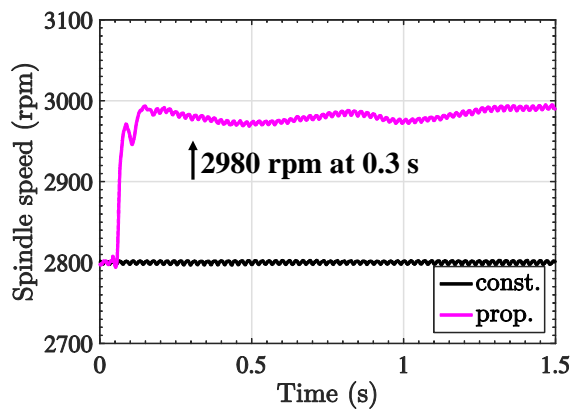
(b) 加速度のパワースペクトル密度



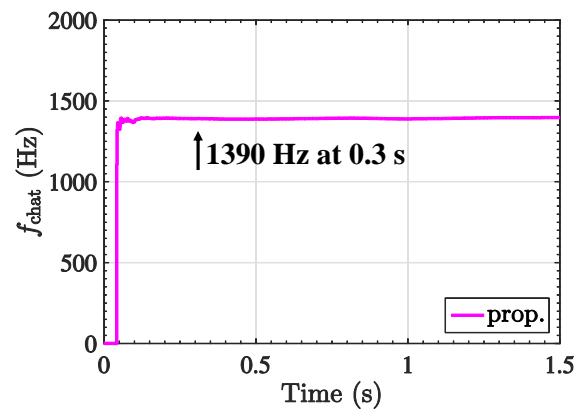
(c) 推定外乱  $\hat{F}_x$



(d) 推定びびり  $\hat{F}_u$  のパワースペクトル密度



(e) 主轴速度



(f) 推定びびり周波数

図 32: 外乱オブザーバを用いた外部センサレスでのびびり振動の適応回避法の実験結果

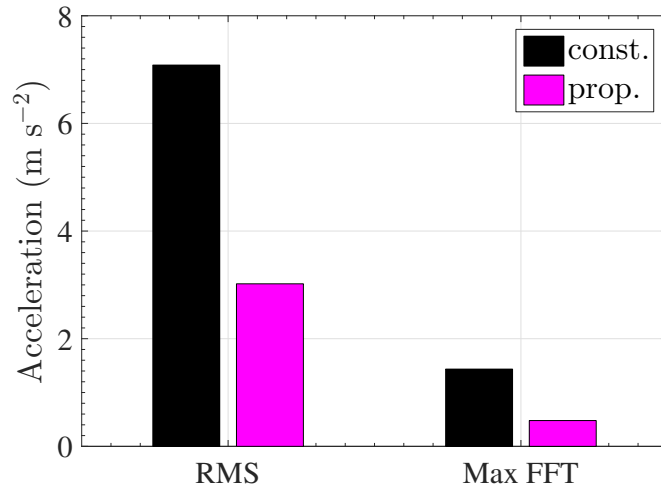


図 33: 実験における加速度の RMS と Max FFT

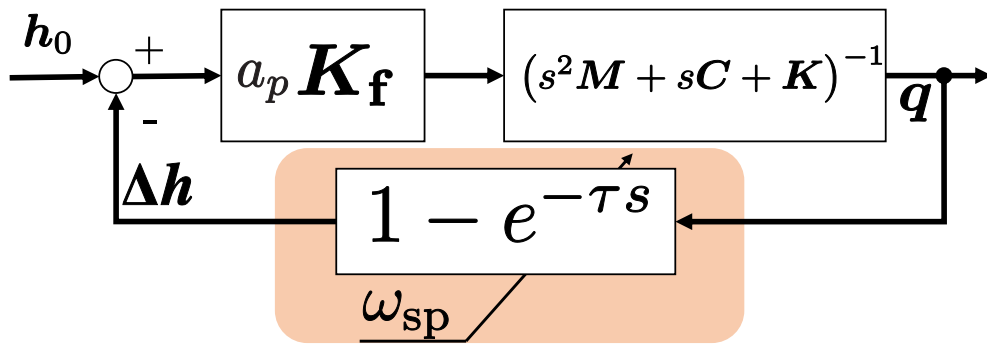


図 34: Fig. 5(b) に等価なブロック線図

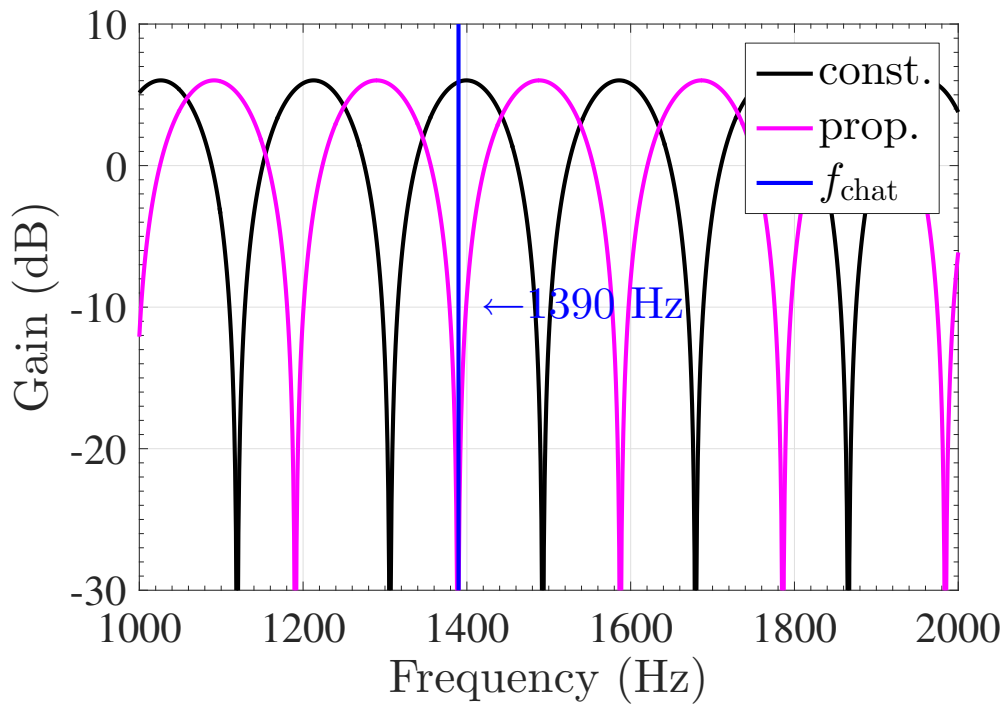


図 35: Fig. 32 における 0.3 s での  $1 - e^{-\tau s}$  の周波数応答

# 第 5 章

## 複数共振を持つ工具に対するびびり振動の適応回避法

### 5.1 研究概要

1.4 で述べた様に，従来のびびり振動の適応回避では工具に共振が一つしか存在せず，ゆえにびびり振動は一つの周波数でしか生じないと仮定されていた。しかしながら実際の工具は，例えば MiSUMi VPM-EM2L12 2 毎刃工具のハンマリングテスト結果である Fig. 36 にある通り，複数の共振を持つことが知られている [82]。そこで，本章では 5.2 で  $N$  個 ( $N \in \mathbb{N}$ ) 共振を持つ工具に対する，工具のモデル化誤差にロバストな適応びびり振動回避を提案する。そして 5.3 でシミュレーションにより，提案手法の有効性を示す。

### 5.2 複数共振を持つ工具に対するびびり振動の適応回避の提案

Fig. 37 に 1435 Hz と 1900 Hz に共振を持つ工具を示す。この工具の伝達関数  $G_{\text{tool}}$  は以下の通りである。

$$G_{\text{tool}} = \frac{1}{K_0} \prod_{i=1}^2 \frac{\omega_{ni}^2}{s^2 + 2\zeta_i \omega_{ni} s + \omega_{ni}^2} \mathbf{I} \quad (5-1)$$

ただし  $K_0 = 10^8$ ,  $\omega_{n1} = 9020$ ,  $\omega_{n2} = 12000$ ,  $\zeta_1 = 0.01$ ,  $\zeta_2 = 0.006$  である。この工具の最大特異値マップを Fig. 38(a) に示す。Fig. 38(b) はそれぞれ 1900 Hz と 1435 Hz に単共振を持つ工具の安定ローブ線図である。Fig. 38(b) と Fig. 38(a) を比較すると，それぞれ共振が一つだけの場合の安定ローブが重ならない領域では不安定になっていることが分かる。すなわち共振が一つだけの場合と比較して，共振が複数ある場合はそれだけ安定な加工条件が狭まることが分かる。

本節では Fig. 38(a) のような，工具が複数共振を持ちゆえにびびり周波数が複数存在する場合の適応びびり回避を提案する。

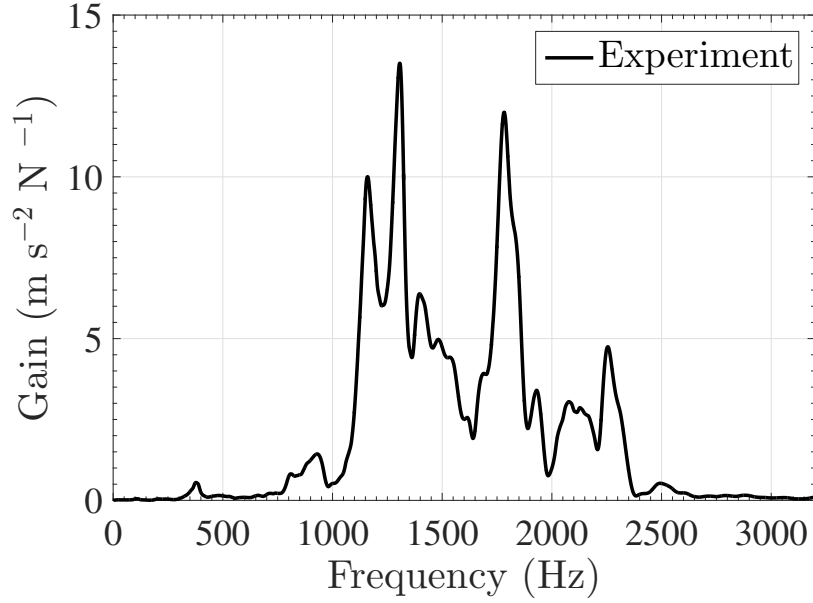


図 36: 複数共振を持つ工具 FRF の実験データ

従来のカルマンフィルタ (1-10)–(1-19) で推定された  $D[z]$  の極を絶対値の大きい順に  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$  とする。  $j$  番目に支配的な自励びり振動数  $f_{\text{chat}j}$  は以下のように計算される。

$$f_{\text{chat}j}[i] = \Im \left[ \frac{\log(\alpha_j)}{2\pi t_s} \right]. \quad (5-2)$$

$N$  個の共振を持つような工具に対する適応びり回避を議論する。(5-3) のびり振動に関する評価関数を考える。この関数は  $\rho$  番目 ( $\rho \in \mathbb{N}$ ) のローブに回避した場合の自励びり振動の評価値である。 $N = 1$  では  $J_{\text{chat}}$  は常に 0 になる。

$$J_{\text{chat}}(\rho) = \sum_{j=1}^N w_j \{r_j(\rho) - \text{round}(r_j(\rho))\}^2, \quad (5-3)$$

where

$$r_j(\rho) = \frac{\rho f_{\text{chat}j}}{f_{\text{chat}1}}. \quad (5-4)$$

ただし  $w_j$  は  $w_j \geq w_{j+1}$  なる  $j$  番目に支配的なびり振動の重みである。

提案手法における主軸速度は

$$\omega_{\text{new}}[i] = \frac{2\pi f_{\text{chat}1}[i]}{\rho_{\text{prop}}[i]q}, \quad (5-5)$$

where

$$\rho_{\text{prop}}[i] = \arg \min_{\rho_{\text{new}[i]-\bar{n} \leq \rho \leq \rho_{\text{new}}[i]+\bar{n}}} J_{\text{chat}}(\rho)[i]. \quad (5-6)$$

ただし  $\bar{n}, \underline{n}$  は  $\rho$  の探索空間の上限, 下限を決める幅である。本提案法では  $\bar{n} = \underline{n} = 1$  とし, 評価関数の最小化は  $\{\rho_{\text{new}}, \rho_{\text{new}} \pm 1\}$  の 3 通りの全探索により行う。評価関数が  $\rho$  に関して等しかった場合,  $(\rho - \rho_{\text{new}})^2$  が最小になるような  $\rho$  を選択する。

なお推定された自励びり要因の力のパワーに相当する  $a_{\text{th}}^2$  がある閾値  $\sigma_{\text{th}}$  を超えた時に開始されるものとする。提案法の (5-3) は, すべてのびり振動がどれくらい Fig. (34) の等価ノッチフィルタのゲインの谷に近いかということの評価している。つまり提案手法では最も支配的なびり振動から順に, 探索領域の中で最大限それらの振動がゲインの谷に当たるような主軸速度が選択される。

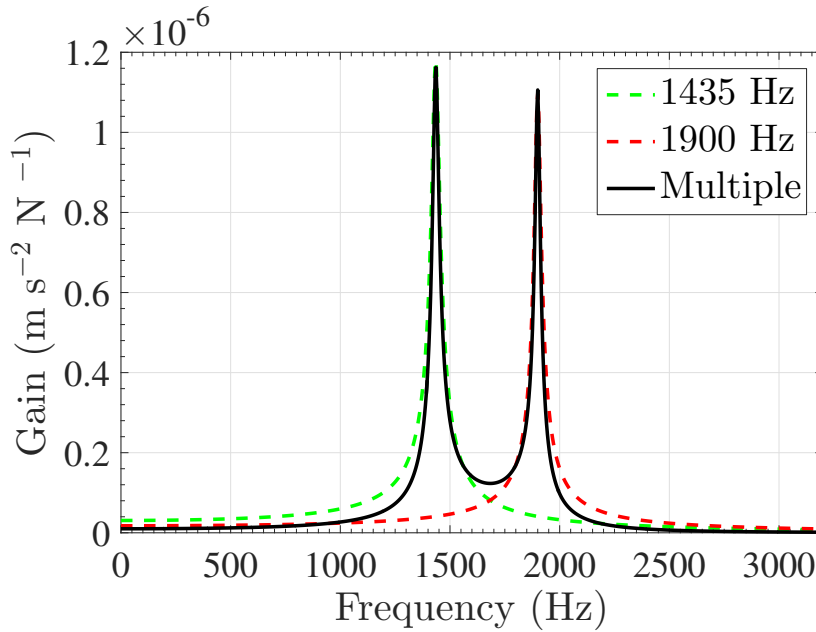


図 37:  $G_{\text{tool}}$

### 5.3 複数共振を持つ工具に対するびびり振動の適応回避のシミュレーションによる検証

シミュレーションに用いるパラメタを Table. 1 に示す。加速度信号から自励びびり成分を抽出するための HPF には 100 Hz のカットオフを持つものを使用した。

シミュレーションで用いる 1435 Hz と 1900 Hz に共振を持つ工具の FRF を Fig. 37 に示す。また 1435 Hz と 1900 Hz に 1 つの共振を持つ工具の安定ローブ線図を Fig. 38(b) に示す。Fig. 38(b) より const. で示される 2800 rpm 最近傍の安定ローブ線図では、それぞれの安定な領域と不安定な領域が重なっており、どちらかの共振によりびびり振動を回避しようとする、他方を刺激することが分かる。

Fig. 39 にそれぞれ Axial depth of cut = 2.0 mm の場合のシミュレーション結果を示す。提案手法においてびびり振動を回避出来ていることが分かる。これは提案手法では全ての場合において  $r_1, r_2 \sim 6, 8$  と  $f_{\text{chat}1}, f_{\text{chat}2}$  のびびり周波数をそれぞれ 6, 8 番ノッチに当てている (これはそれぞれのびびりに対して

表 5: シミュレーションと実験で用いられたパラメタ

(a) 機械パラメタ		(b) 適応フィルタパラメタ	
Symbol		Symbol	
$N_n$	2	$t_s$	200 ( $\mu\text{s}$ )
Radial depth of cut	7 (mm)	$N_d$	4
Diameter of tool	12 (mm)	$R_v$	$10^{-16} I$
		$R_w$	1
		$P [0]$	$10^{-4} I$
		$\sigma_{\text{th}}$	10000 ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ )



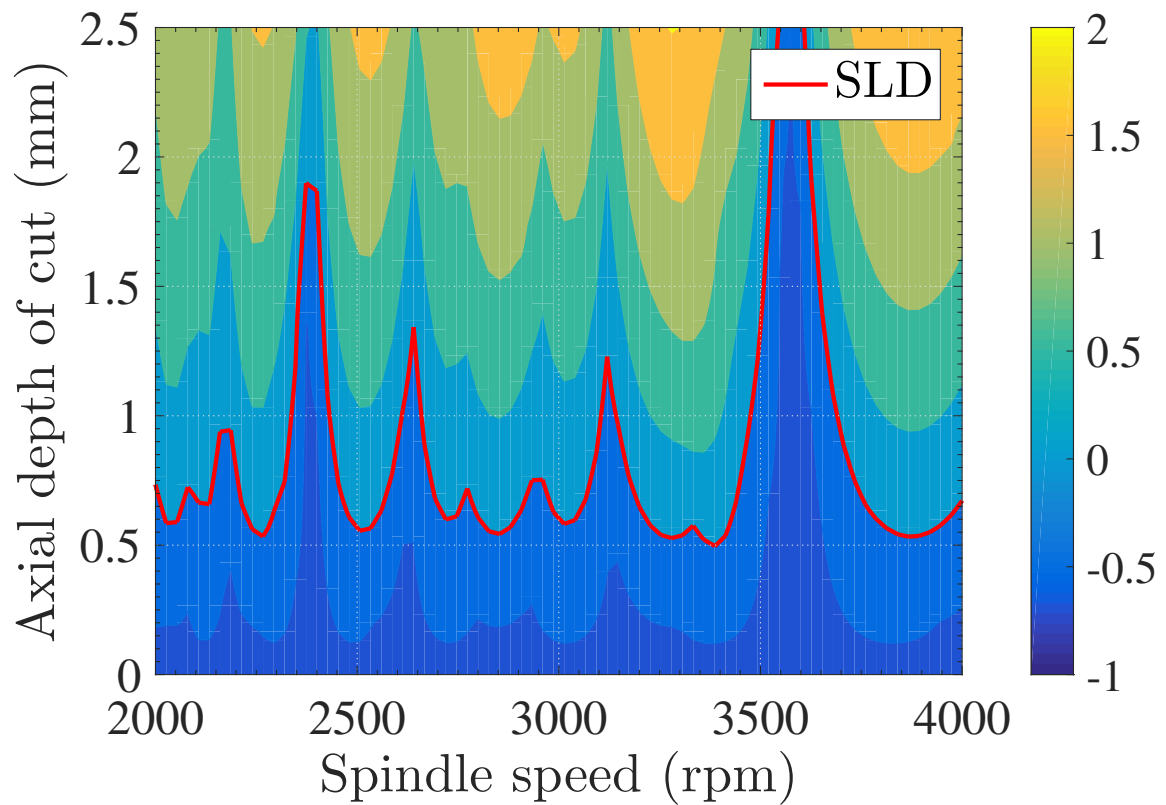
6番ローブ, 8番ローブに回避していることと等価である)からである。一方従来法では支配的なびびり振動  $f_{\text{chat1}}$  に対して最近傍のノッチを当てようとするので, 他方のびびりを回避することが出来ず, 提案手法と比較して振動が大きくなっている。

## 5.4 まとめ

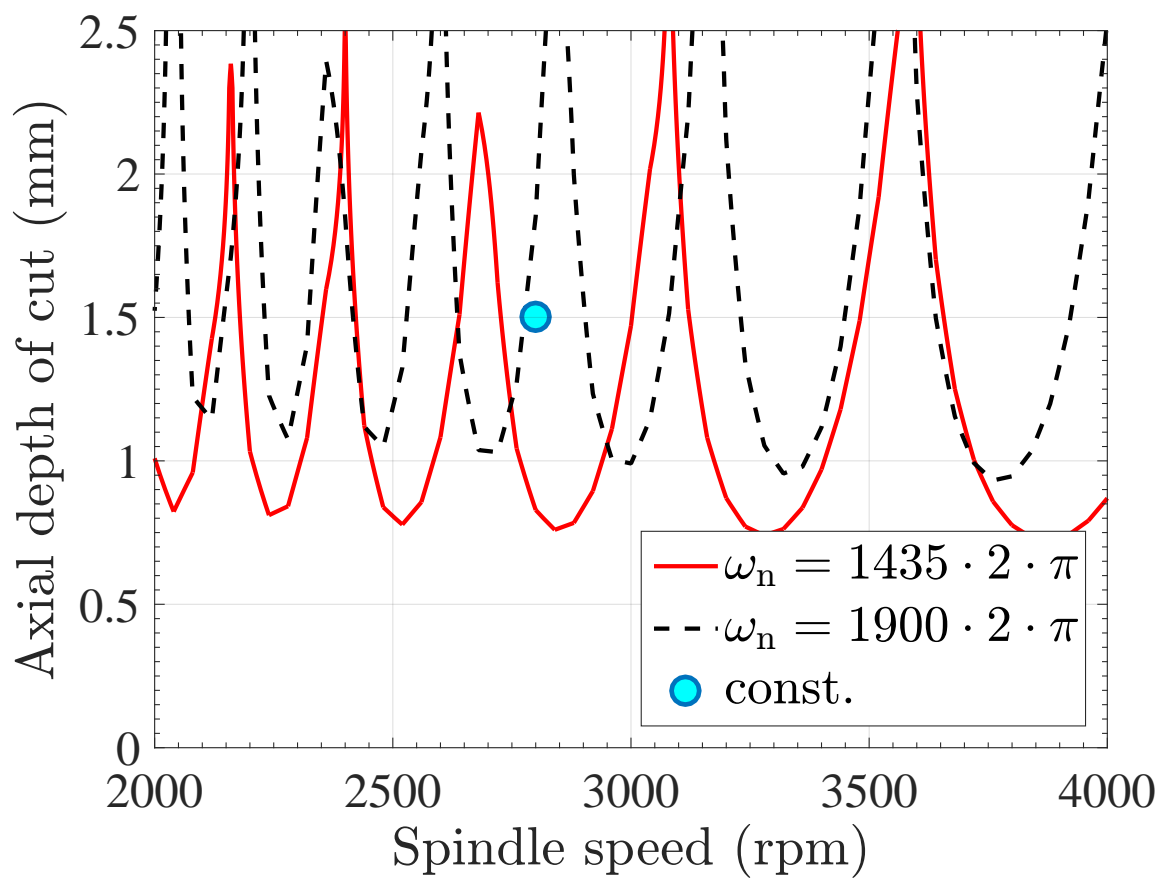
N個の共振周波数を持つ工具と, そのために生じるN個のびびり振動に対して, 全てのびびり振動を最大限回避するために, 一般化適応びびり振動回避を提案した。

2つの共振を工具に対して切削加工シミュレーションを行い, 提案手法が自励びびり振動の周波数を適応的に推定し, 自動的にびびり振動を回避していることを確認した。

本手法では, 従来法よりも多くのびびり振動周波数を推定しなくてはならないが, 複数共振をもつツールでもその振動モデルのモデル化誤差に対してロバストに, なおかつ加工能率を下げずにびびり振動を自動的に抑えることができる。この提案法によって, 加工能率や精度の向上が期待される。

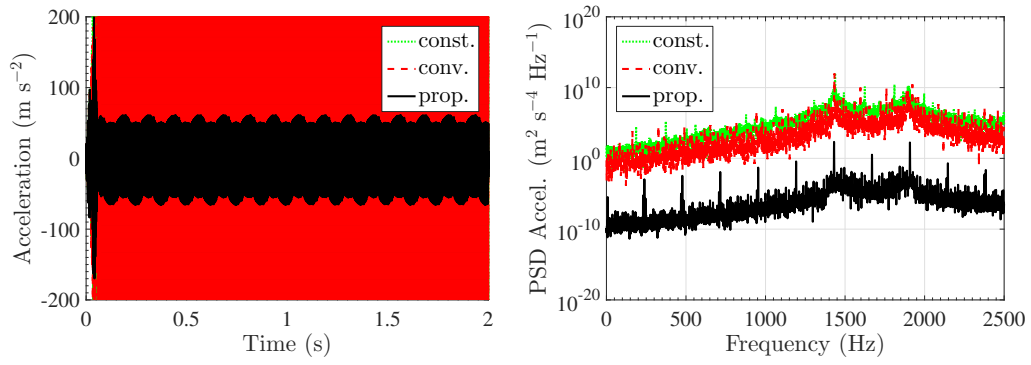


(a) 自励びびり振動の特異値マップ (dB) ( $\tau$  は 10 ms に規格化)



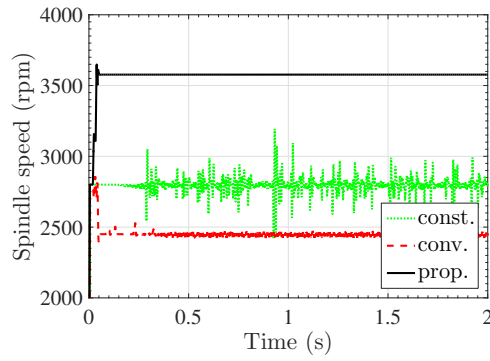
(b) 元の単共振工具の安定ローブ線図

図 38: 安定ローブ線図と最大特異値マップ (dB)(赤線は安定ローブを表す)

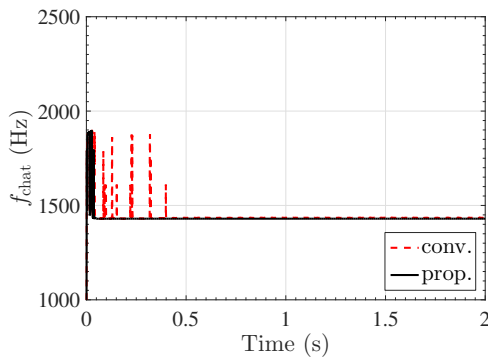


(a) 加速度

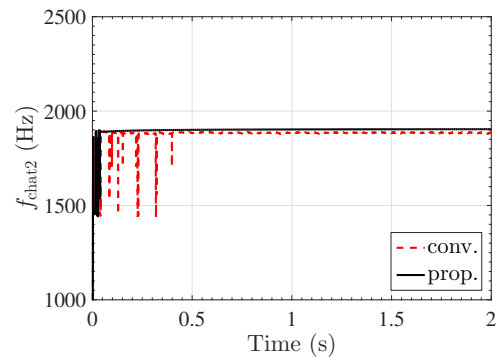
(b) 加速度のパワースペクトル密度



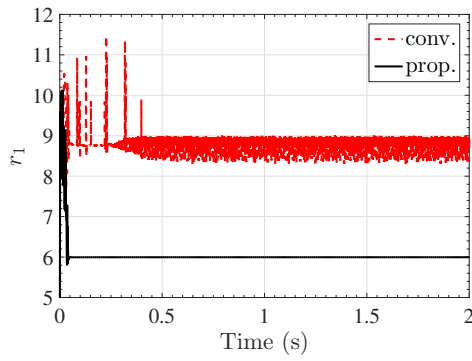
(c) 主軸速度



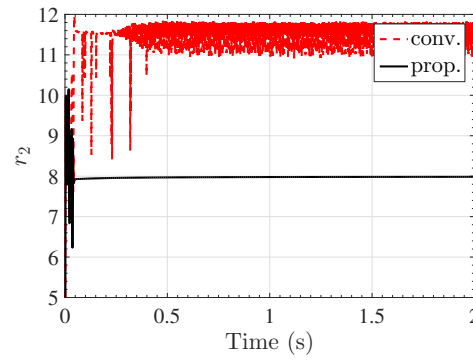
(d) 支配的びびり振動の周波数  $f_{\text{chat1}}$



(e) 2つ目の推定びびり周波数  $f_{\text{chat2}}$



(f)  $r_1$



(g)  $r_2$

図 39: 複数共振を持つ工具に対するびびり振動の適応回避法のシミュレーション結果 (軸方向切削深さ: 2.0 mm)

# 第 6 章

## 主軸速度の極値探索制御によるびびり振動の 適応回避法

### 6.1 研究概要

1.4 で述べた様に，従来のびびり予測，抑制，回避では，モデルが必要なこと，追加の外部センサやアクチュエータ，また高い計算コストが問題であった。本章では 6.3 で，モデルフリー，容易な実装，追加のアクチュエータや高い計算コスト不要，また DOB を用いる場合には外部センサレスな主軸速度の極値探索制御 (*Extremum Seeking Control*, ESC) によるびびり振動の適応を提案する。そして 6.4, 6.5 でそれぞれシミュレーションと実験による提案法の検証を行う。

### 6.2 極値探索制御 (ESC)

ESC は入力ダイナミクス  $F_i$  と出力ダイナミクス  $F_o$  を持つ任意の非線形関数  $f(\theta)$  を，極値  $f^* = f(\theta^*)$  を満たす  $\theta^*$  を見つけることで，リアルタイムに局所的に最小化する制御である [83–89]。Fig. 40 に一般的な ESC システムを示す。ESC は通常モデルフリーでも動作するので，それはリアルタイム非線形最小化問題でしばしば用いられている [83]。

#### 6.2.1 数学的準備

ESC のダイナミクスの解析のために必要な数学について以下に述べる。

簡単のため，フィルタ  $G(s)$  に入力  $u(t)$  を与えた時の出力  $y(t)$  を以下のように定義する。 $\mathcal{L}$  はラプラス演算子である。

$$y(t) \equiv G(s)[u(t)], \tag{6-1}$$

$$\equiv \mathcal{L}^{-1}[G(s)\mathcal{L}[u(t)]]. \tag{6-2}$$

また以下の命題が成立する [84]。ただし  $\epsilon^{-t}$  は指数関数的に減衰する項を表現している。

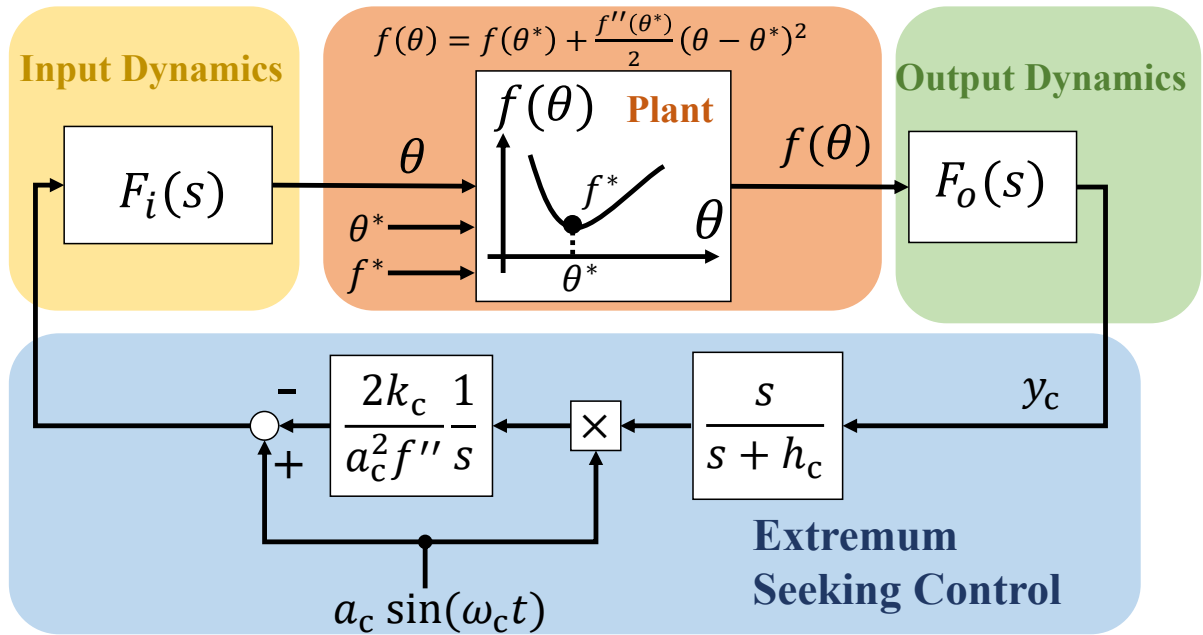


図 40: ESC システム

**Lemma 1** 伝達関数  $H(s)$  の極が全て実負であるならば, 任意の実数  $\psi$  に対して以下が成立する。

$$H(s) [\sin(\omega t - \psi)] = \Im \{ H(j\omega) e^{j(\omega t - \psi)} \} + \epsilon^{-t}. \quad (6-3)$$

**Lemma 2** 伝達関数  $G(s), H(s)$  の極が全て実負であるならば, 任意の実数  $\psi$  と任意の一樣に有界な実関数  $z(t)$  に対して以下が成立する。

$$G(s) [(H(s) [\sin(\omega t - \psi)]) z(t)] = \Im \{ e^{j(\omega t - \psi)} H(j\omega) G(s + j\omega) [z(t)] \} + \epsilon^{-t}. \quad (6-4)$$

**Lemma 3** 任意の有理関数  $A(\cdot), B(\cdot, \cdot)$  と任意の一樣に有界な実関数  $z(t)$  に対して以下が成立する。

$$\Im \{ e^{j(\omega t - \psi)} A(j\omega) \} \Im \{ e^{j(\omega t - \phi)} B(s, j\omega) [z(t)] \} = \frac{1}{2} \Re \{ e^{j(\psi - \phi)} A(-j\omega) B(s, j\omega) [z(t)] \} - \frac{1}{2} \Re \{ e^{j(2\omega t - \psi - \phi)} A(j\omega) B(s, j\omega) [z(t)] \}. \quad (6-5)$$

## 6.2.2 平均化モデル

本小節では ESC の平均化モデルのダイナミクスについて議論する。

$\theta - \theta^* \sim 0$  と仮定すると,  $f(\theta)$  は

$$f(\theta) = f^* + f''(\theta^*) \frac{(\theta - \theta^*)^2}{2}, \quad (6-6)$$

となる。

$F_i(s), F_o(s)$  が漸近安定と仮定する。Fig. 40 から以下の式が求まる。

$$y_c = F_o(s) \left[ f^* + f''(\theta^*) \frac{(\theta - \theta^*)^2}{2} \right], \quad (6-7)$$

$$\theta = F_i(s) \left[ a_c \sin(\omega_c t) - \frac{k_c}{s} [\xi] \right], \quad (6-8)$$

$$\xi = a \sin(\omega_c t) \frac{s}{s + h_c} [y_c]. \quad (6-9)$$

ただし (6-8) は Lemma 1 で  $H(s) = 1$  かつ  $\psi = 0$  とした場合から求まる。

以下のように変数を定義する。

$$\theta_0(t) = F_i(s) [a_c \sin(\omega_c t)], \quad (6-10)$$

$$\tilde{\theta} = \theta^*(s) - \theta(s) + \theta_0(t), \quad (6-11)$$

$$\tilde{y}_c = F_o(s) [f^*]. \quad (6-12)$$

Lemma 1-3 により, 以上から以下の関係が導くことが出来る。

$$\tilde{\theta} + k_c a_c^2 F_i(s) \frac{1}{s} \left[ \Re \left\{ e^{j\phi} F_i(j\omega_c) C(j\omega_c) \frac{s + j\omega_c}{s + j\omega_c + h_c} F_o(s + j\omega_c) [\tilde{\theta}] \right\} \right] = \theta^* + \epsilon, \quad (6-13)$$

where

$$\begin{aligned} \epsilon = & k_c a_c F_i(s) \frac{1}{s} \left[ \sin(\omega t - \phi) \frac{s}{s + h_c} \left[ F_o(s) [f^*] + a_c^2 (F_i(s) [\sin(\omega t)])^2 + \tilde{\theta}^2 \right] \right] \\ & - k_c a_c^2 \frac{1}{s} \left[ \Re \left\{ e^{j(2\omega t - \phi)} F_i(j\omega_c) \frac{s + j\omega_c}{s + j\omega_c + h_c} F_o(s + j\omega_c) [\tilde{\theta}] \right\} \right]. \end{aligned} \quad (6-14)$$

そして  $1/\omega_c \sim 0$  と仮定することで  $\epsilon$  の平均が無視できるため,  $\theta$  から  $f$  までの平均化モデルは以下の式で与えられる [84]。

$$\frac{\tilde{\theta}(s)}{\theta^*(s)} = \frac{1}{1 + L(s)}, \quad (6-15)$$

$$\frac{\tilde{y}_c(s)}{F_o(s) f^*(s)} = \frac{M(s)}{1 + M(s)}, \quad (6-16)$$

where

$$L(s) = \frac{k_c}{2s} F_i(s) (X(s) + \overline{X(s)}), \quad (6-17)$$

$$M(s) = \frac{k_c}{2} \frac{s}{s + h_c} F_o(s) (Y(s) + \overline{Y(s)}), \quad (6-18)$$

$$X(s) = \frac{s + j\omega_c}{s + j\omega_c + h_c} F_o(s + j\omega_c) F_i(j\omega_c), \quad (6-19)$$

$$Y(s) = F_i(-j\omega_c) \frac{F_i(s + j\omega_c)}{s + j\omega_c}. \quad (6-20)$$

ここで  $h_c, k_c, \omega_c$  と  $a_c$  はそれぞれ HPF カットオフ周波数, 積分器ゲイン, 摂動周波数, 摂動振幅である。

$F_i(s) = F_o(s) = 1$  の場合では, (6-15) と (6-16) は次の式で与えられる。

$$\frac{\tilde{\theta}(s)}{\theta^*(s)} = \frac{s(s^2 + 2h_c s + h_c^2 + \omega_c^2)}{s^3 + (2h_c + k_c)s^2 + (\omega_c^2 + h_c^2 + k_c h_c)s + \omega_c^2 k_c}, \quad (6-21)$$

$$\frac{\tilde{f}(s)}{f^*(s)} = \frac{k_c s^2}{s^3 + (h_c + k_c)s^2 + \omega_c^2 s + \omega_c^2 h_c}, \quad (6-22)$$

where

$$\tilde{f}(s) = f^*(s) - f(s). \quad (6-23)$$

### 6.3 主軸速度の極値探索制御によるびびり振動の適応回避の提案

提案する加速度センサや DOB を用いた ESC システムをそれぞれ Fig. 41(a) と 41(b) に示す。提案した ESC システムは  $f(\omega_{sp}) = a_y^2$  (Fig. 41(a)) ないし  $f(\omega_{sp}) = \hat{F}_x^2$  (Fig. 41(b)) を最小化することでびびり振動を回避するものである。ただし  $a_y$  は  $y$  軸方向の加速度で、 $\hat{F}_x$  は DOB により推定された切削力である。加速度センサと DOB は両方とも  $\omega_c$  よりも十分に速いダイナミクスを持っていると想定されている。主軸速度  $\omega_{sp}$  は初期速度  $\omega_0$  と ESC の出力  $\Delta\omega_{sp}$  の和である。HPF と積分器のみから構成されているので、提案 ESC システムを実装するのは簡単である。

主軸速度制御機と切削のダイナミクスが無視できるとして、収束率は (6-22) で表現される。収束率を任意の値に設計するために、パラメタ  $(h_c, k_c, \omega_p)$  は次のように決められる。

$$(h_c, k_c, \omega_p) = \left( \frac{p_c}{3}, \frac{8p_c}{3}, \sqrt{3}p_c \right). \quad (6-24)$$

ここで  $p_c$  は望ましい極である。(6-24) によって収束率 (6-22) は次の式になる。

$$\frac{\tilde{f}(s)}{f^*(s)} = \frac{8p_c}{3} \frac{s^2}{(s + p_c)^3}. \quad (6-25)$$

(6-25) は  $p_c$  に三重極を持っていて、そしてそれゆえに ESC システムの使用者は (6-24) によって収束率を任意に設計できる。しかし  $f''(\theta^*)$  が未知の場合、使用者は  $k_c$  を調整する必要があるということには注意しなくてはならない。

2章の Fig. 20 で示したようなボールねじステージに対して、リニアエンコーダを用いて、Fig. (16) に示した DOB を構成する。自励びびり振動は 1000 Hz から 2500 Hz までの間に存在すると仮定する。ここで Fig. (16) においてフィルタ  $G_F$  を 1000 Hz 以上の信号を通過させるハイパスフィルタ (HPF)  $G_{HPF}$  とし、DOB のローパスフィルタのカットオフを 2500 Hz とする。こうして切削力から自励びびり振動成分を含んだ推定外乱  $\hat{F}_x$  を得ることが出来る。

### 6.4 主軸速度の極値探索制御によるびびり振動の適応回避のシミュレーションによる検証

Table1, Table 6 にシミュレーションで用いられるパラメタを示した。シミュレーションにおける制御器は 2章のものを用いた。 $h, k, \omega_p$  は (6-24) によって計算された。切削は 0 s ( $t_{const.}$ ) でダウンミリング 1700 rpm から始まり、制御は 5 s ( $t_{prop.}$ ) で開始される。軸方向切削深さは 2.5 mm で、径方向切削深さは 9 mm である。 $f''$  は  $10^5$  である。シミュレーションではびびり振動を  $y$  軸方向加速度で評価する。

提案法のシミュレーション結果を Fig. 42 と Fig. 43 に示した。提案した ESC システムが主軸速度を変化させることでびびり振動を回避しているのは明らかである。

表 6: 制御系パラメタ

Symbol	
$t_s$	200 ( $\mu\text{s}$ )
$p_c$	$8 \cdot 2\pi$ ( $\text{rads}^{-1}$ )
$t_{\text{const.}}$	0 (s)
$t_{\text{prop.}}$	5 (s)

## 6.5 主軸速度の極値探索制御によるびびり振動の適応回避の実験による検証

実験には2章の実験機を用いた。また制御器のパラメタはシミュレーションと同じ値を用いた。実験でも同様にびびり振動を  $y$  軸方向加速度で評価する。工具は2章と同じ4 毎刃エンドミル (4MCD1200, Mitsubishi Materials) だが, その伝達関数は Fig. 44(a) のようになっている。Fig. 44(b) は Fig. 44(a) のデータに基いた安定ローブ線図である。ウェブエクストラ <https://youtu.be/qeBugY7NRm0> は実験結果のビデオである。

### 6.5.1 提案する加速度を用いた ESC システム

$a_c = 1, 2, 4$  の場合の提案する加速度を用いた ESC システムの実験結果をそれぞれ Fig. 45, Fig. 46, Fig. 47 に示す。軸方向切削深さは 2 mm で, 径方向切削深さは 12 mm とした。 $f''$  は 4 とした。

### 6.5.2 提案する外乱オブザーバを用いた ESC システム

$a_c = 1, 4$  の場合の提案する DOB を用いた ESC システムの実験結果を Fig. 48 and Fig. 49 にそれぞれ示す。軸方向切削深さは 2.5 mm で, 径方向切削深さは 9 mm とした。 $f''$  は  $4 \cdot 10^4$  とした。実験では加速度計は制御には用いられず, びびり振動の評価のみに用いられた。

### 6.5.3 従来法と提案 ESC システムの比較

本小節では従来法と提案した ESC システムの比較を行う。1.3 で述べた, 主軸速度一定によるびびり振動の抑制を従来法 A, びびり振動の適応回避を従来法 B とする。従来法 A の実験結果を Fig. 51 に, 従来法 B を Fig. 52 に, 提案した DOB を用いた ESC システム ( $a_c = 8$ ) を Fig. 53 に示す。条件を揃えるため, 従来法 A と提案法では主軸速度振幅を 8 rad, 主軸速度変動周波数を  $8\sqrt{3}$  Hz に揃えた。また従来法 B では高速フーリエ変換 (FFT) を用いており, 変換サンプルは 4096 点すなわち 409.6 ms 分のものを用いた。



## 6.5.4 議論

### 主軸速度一定時との比較

実験では、主軸速度一定の場合と比較して、提案 ESC システムは加速度 RMS 値で 60 % - 80 % 改善した。それゆえに提案 ESC システムがびびり振動の適応回避を達成したことは明らかである。

Fig. 50 に相対加速度 RMS を示す。摂動振幅  $a_c$  がより小さいほど、主軸速度の平均的な変化がより大きくなるのがわかる。これは主軸速度一定変動 (CSSV) 効果がびびり振動を抑制するからである [42]。一方  $a_c$  が小さくゆえに CSSV 安定化効果も小さい時、提案 ESC システムはよりグローバルに安定な主軸速度を探索している。この傾向は Fig. 42(b) や Fig. 43(b) のシミュレーション結果においても確認できる。言い換えると、 $a_c$  が小さいときには、提案 ESC システムは主により大きく平均主軸速度を変動させることで、びびり振動を回避 (*avoid*) しようとし、逆に  $a_c$  が大きいときには主に CSSV 効果でびびり振動を抑制 (*suppress*) しようとしている。以上の議論から、摂動振幅  $a_c$  はシステムの極には影響しないが、びびり振動の回避 (*avoid*) と抑制 (*suppress*) の間の重みとして作用することが分かる。

### 従来法との比較

従来法 A では Fig. 51 より主軸速度一定時との比で、時間領域では最大振幅が 10% ほど悪化するが、周波数領域では逆に 10 % ほど最大値が改善している。従来法 B では Fig. 52 より主軸速度一定時との比で、周波数領域で最大値が 50 % ほど改善している。主軸速度の平均的な変動は 10 rpm であった。提案法では Fig. 53 より主軸速度一定時との比で、周波数領域での最大値は 90% ほど改善している。しかし主軸速度の平均的な変動は 1000 rpm ほどであった。

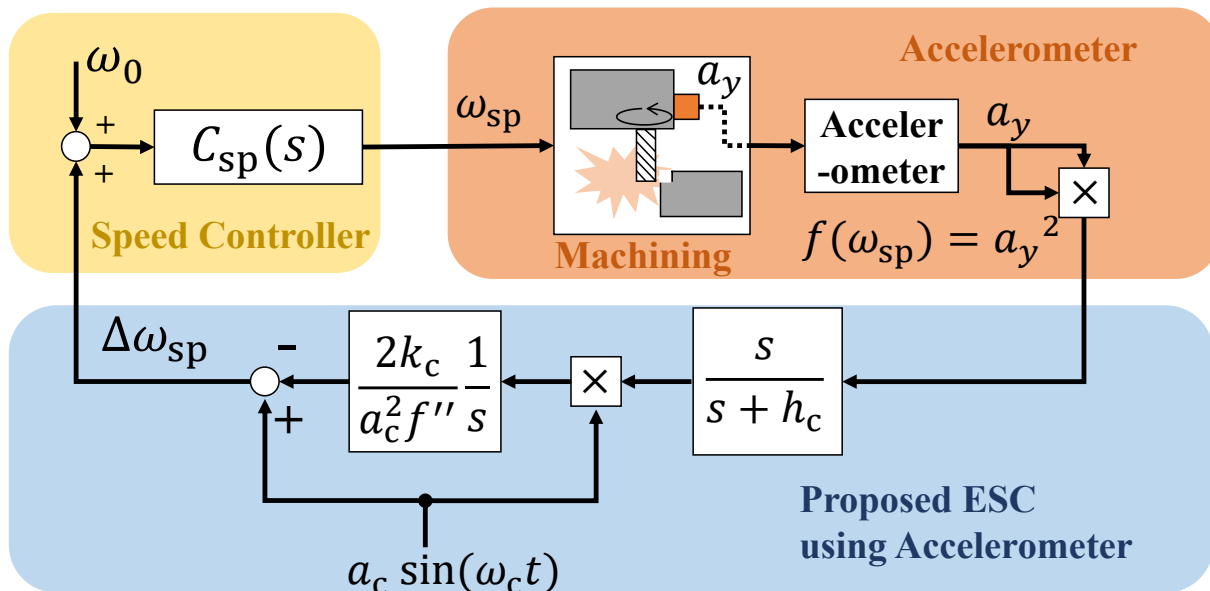
以上より提案法はびびり振動の抑制は従来法 A, B と比較してそれぞれ 9 倍, 1.8 倍の改善を達成しているが、平均的な主軸速度変動は従来法とくらべて大きくなっている。

特に提案法では主軸速度が 1700 rpm から 700 rpm ほどまでに落ちているが、これは場合によっては幾何学的粗さを増幅してしまう。Fig. 54 に主軸速度が高速の場合と低速の場合の比較を示すが、幾何学的粗さは主軸速度の自乗に反比例するので、主軸速度には予め定められた表面粗さの限界を超えないような制限をかけるべきである。しかし、自励びびり振動は静的な粗さである幾何学的粗さよりも十倍以上の粗さになるので、前者を避けられるならば、ある程度幾何学的粗さの悪化は許容されるべきだと考えられる。

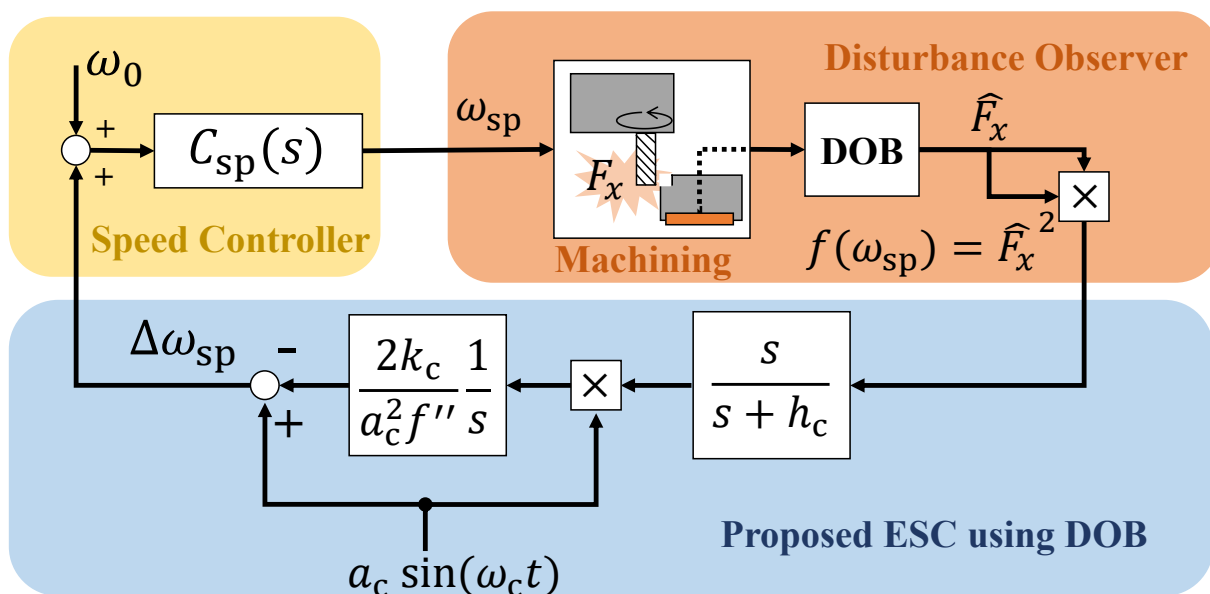
## 6.6 まとめ

本章では加速度センサや外乱オブザーバを用いたびびり回避のための主軸速度の極値探索制御が提案された。提案 ESC システムは適応的に主軸速度を変更することで、不安定な切削の安定化とびびり振動の最小化を達成した。さらに、提案 ESC システムは実装が容易く、モデルフリーで、追加のアクチュエータや高い計算コストが不要で、DOB を用いる場合はセンサレスである。シミュレーションと実験結果は提案 ESC システムの有効性を示した。一方、結果をさらに改善するためには、 $f''(\theta^*)$  のモデルやシステムのダイナミクスを考慮する必要があると考えられる。

提案した ESC システムはびびり振動の無い安定な加工を保証し、そしてそれゆえに切削加工の生産性向上に寄与することが期待される。



(a) 提案する加速度センサを用いた ESC システム



(b) 提案する DOB を用いた ESC システム

図 41: びびり回避のための提案する ESC システム

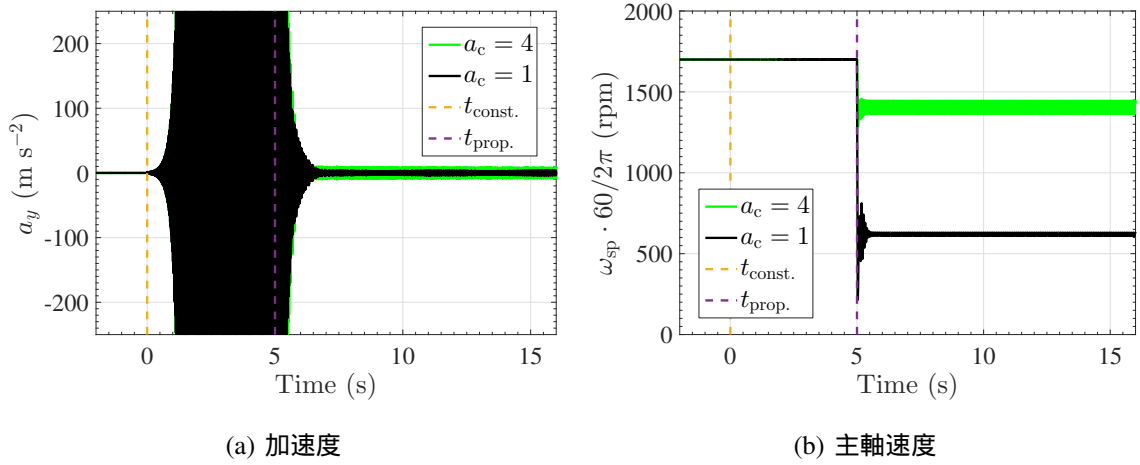


図 42: 提案する加速度を用いた ESC システムのシミュレーション結果 ( $a_c = 1, 4$ )

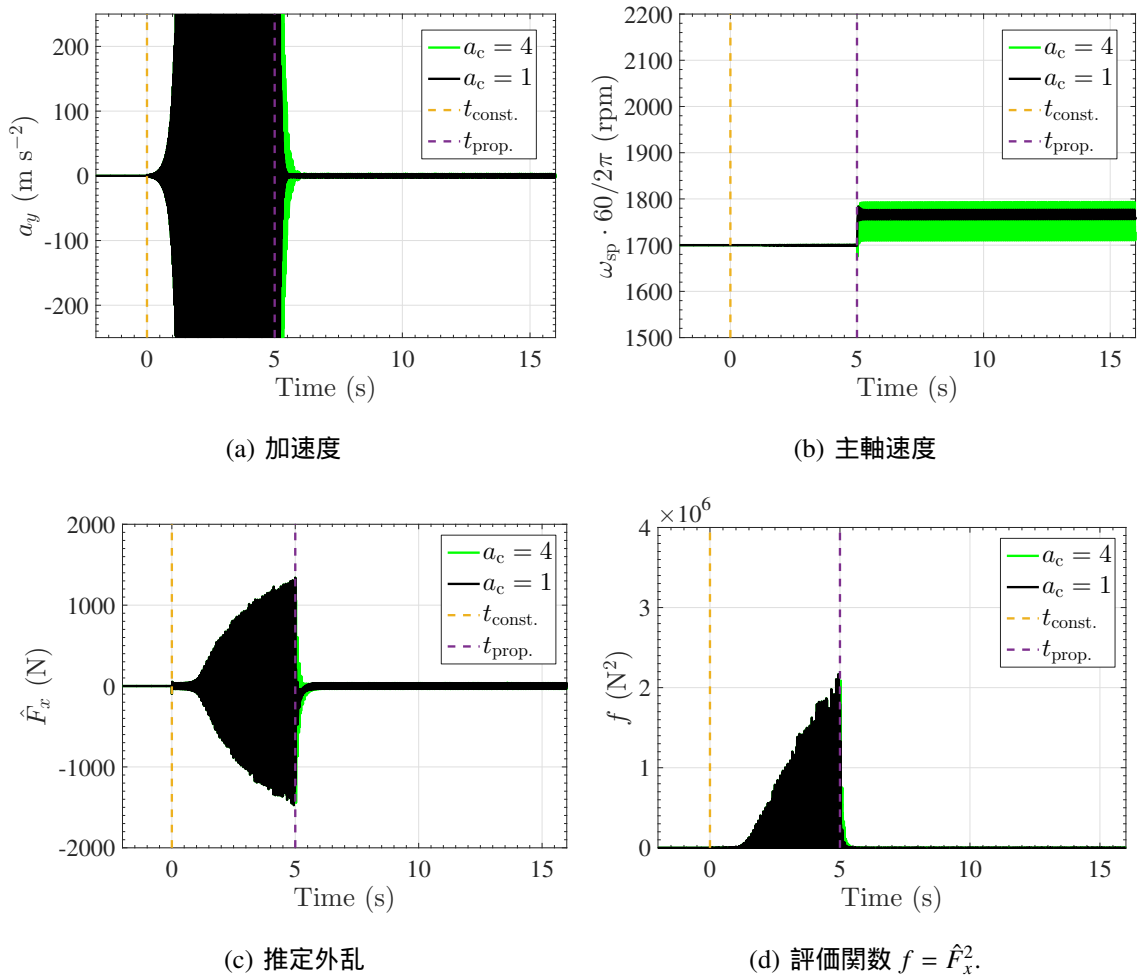
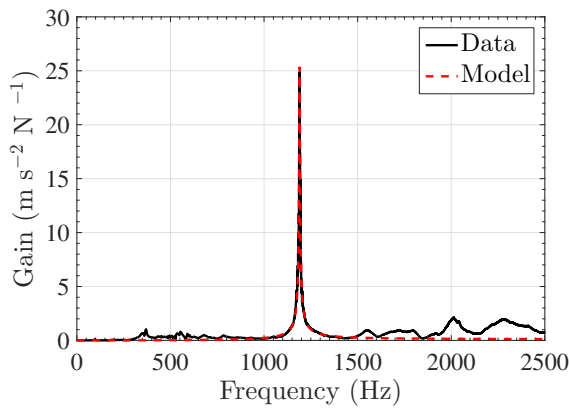
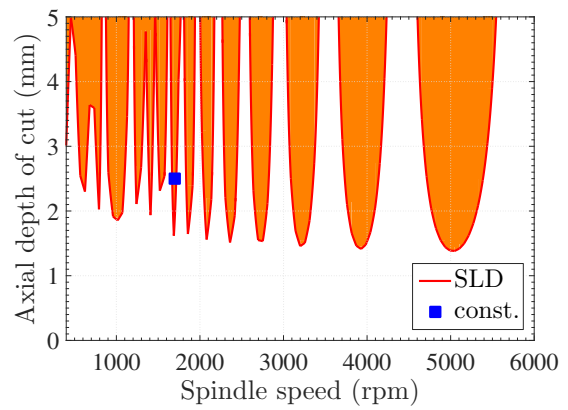


図 43: 提案する DOB を用いた ESC システムのシミュレーション結果 ( $a_c = 1, 4$ )

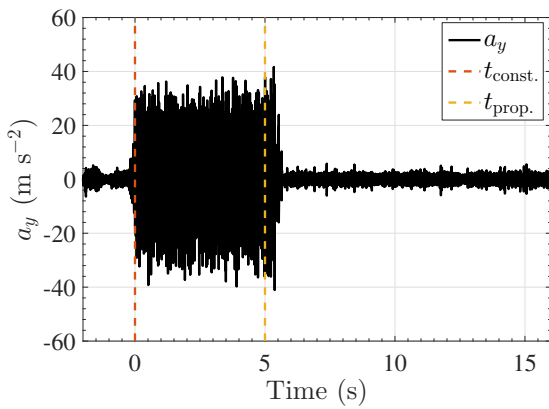


(a) 工具モデル  $s^2(s^2M + sC + K)^{-1}$

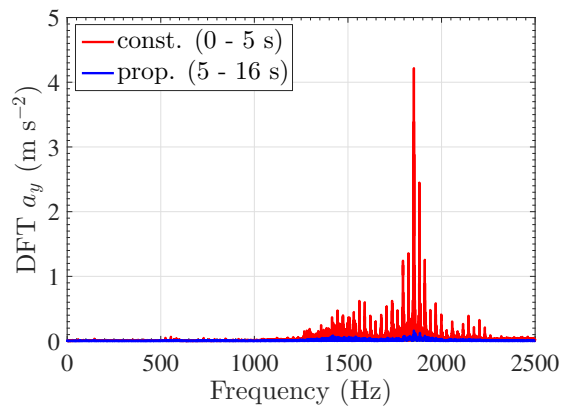


(b) 安定ローブ線図 (径方向切削深さ: 9 mm)

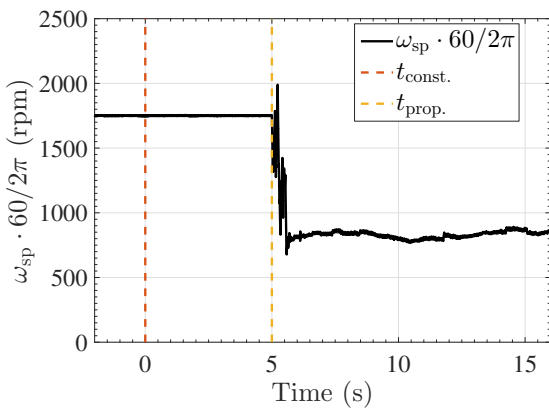
図 44: 工具の FRF とその安定ローブ線図



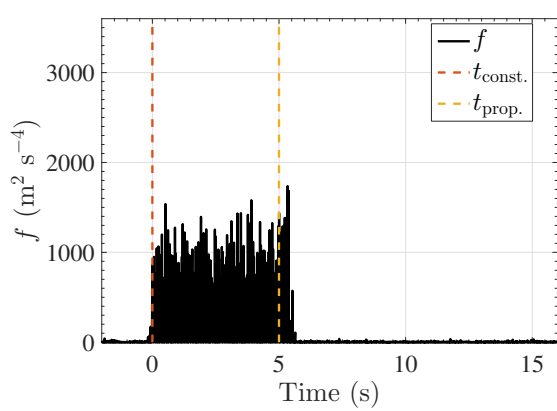
(a) 加速度



(b)  $a_y$  の離散フーリエ変換

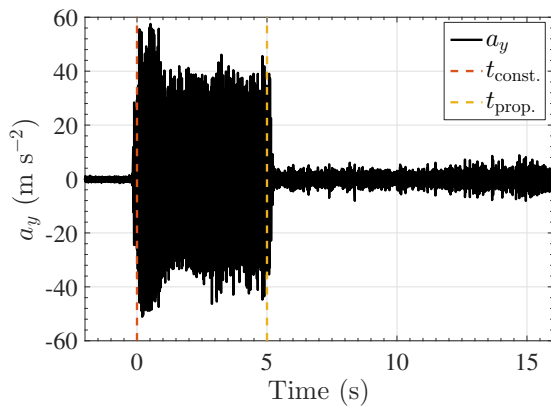


(c) 主軸速度

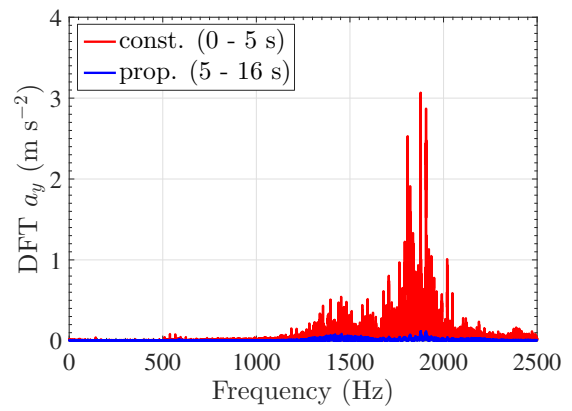


(d) 評価関数  $f = a_y^2$

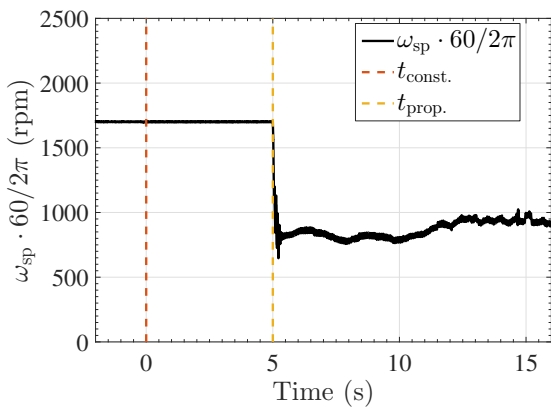
図 45: 提案する加速度を用いた ESC システムの実験結果 ( $a_c = 1$ )



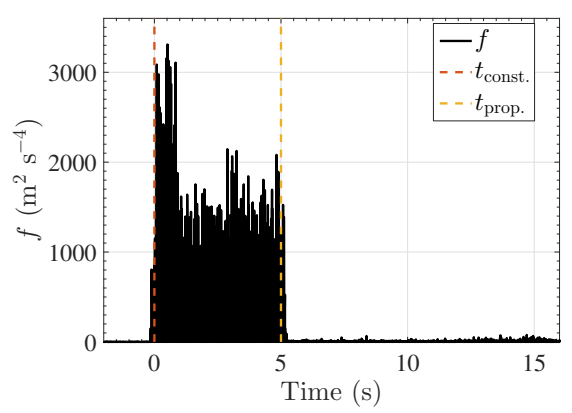
(a) 加速度



(b)  $a_y$  の離散フーリエ変換

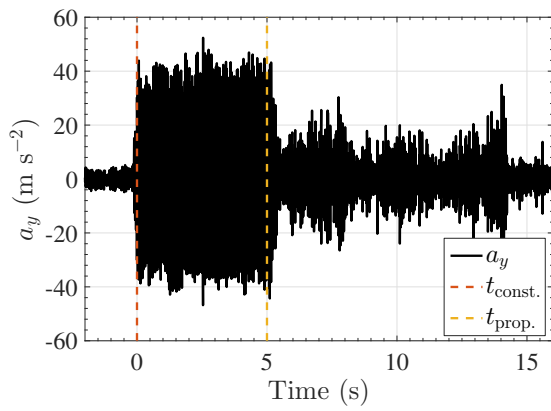


(c) 主軸速度

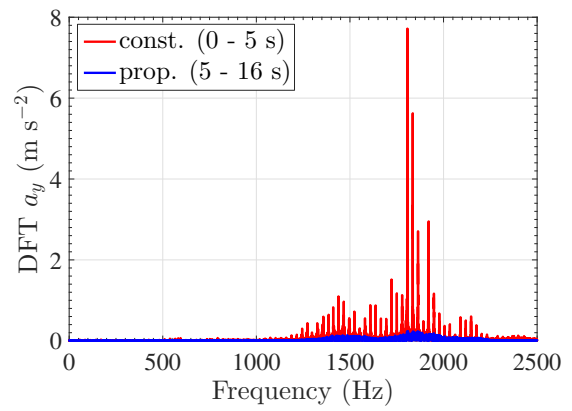


(d) 評価関数  $f = a_y^2$ .

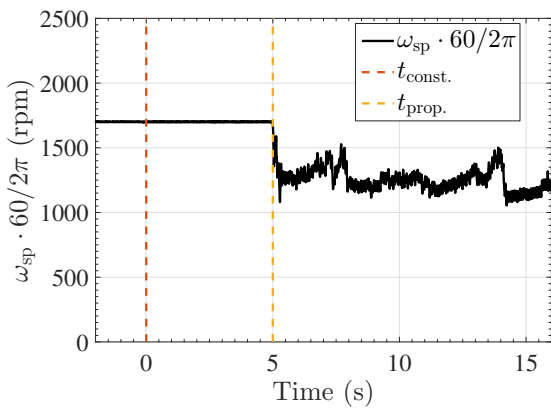
図 46: 提案する加速度を用いた ESC システムの実験結果 ( $a_c = 2$ )



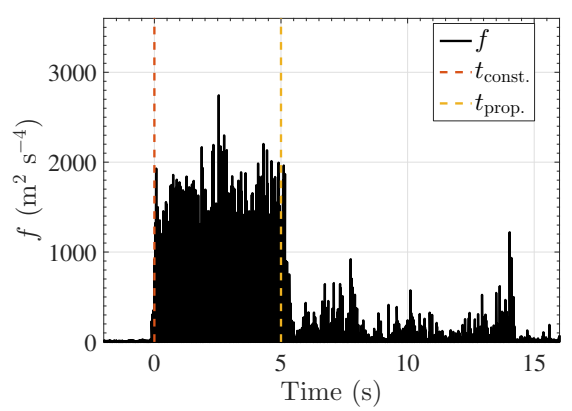
(a) 加速度



(b)  $a_y$  の離散フーリエ変換

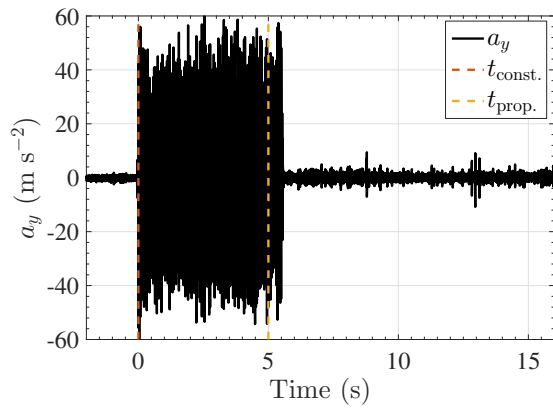


(c) 主軸速度

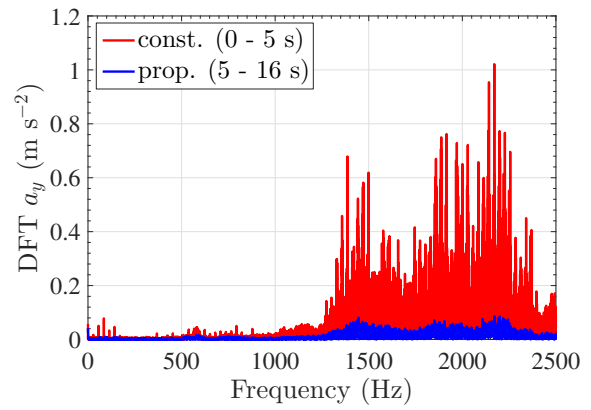


(d) 評価関数  $f = a_y^2$ .

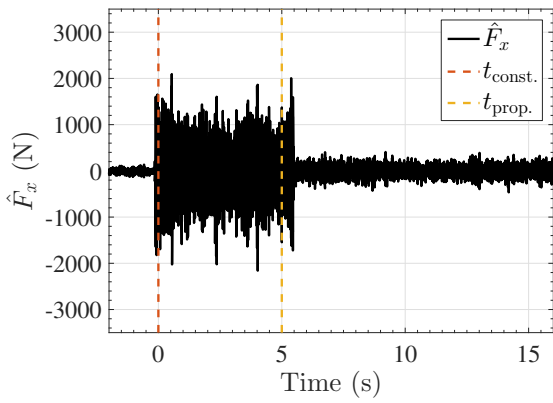
図 47: 提案する加速度を用いた ESC システムの実験結果 ( $a_c = 4$ )



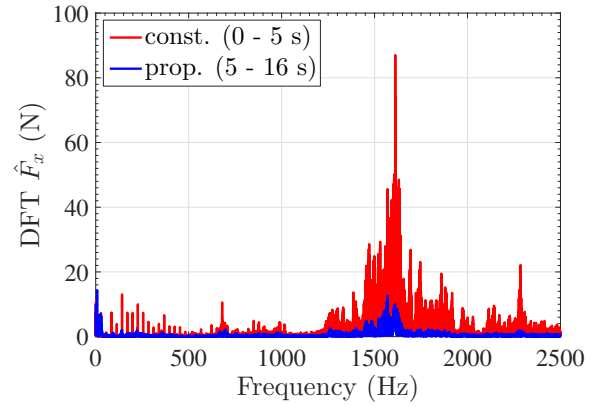
(a) 加速度



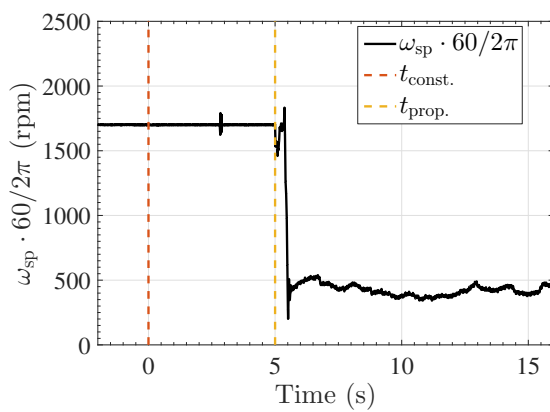
(b)  $a_y$  の離散フーリエ変換



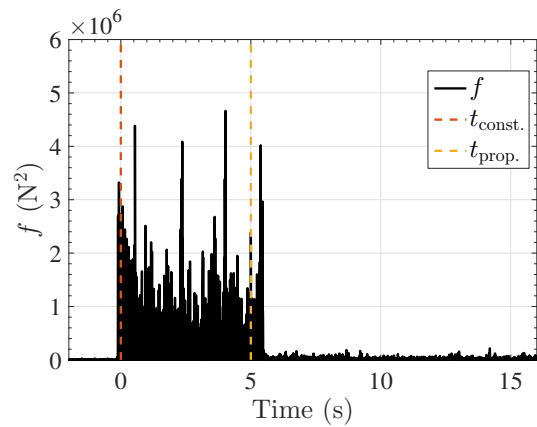
(c) 推定外乱



(d)  $\hat{F}_x$  の離散フーリエ変換

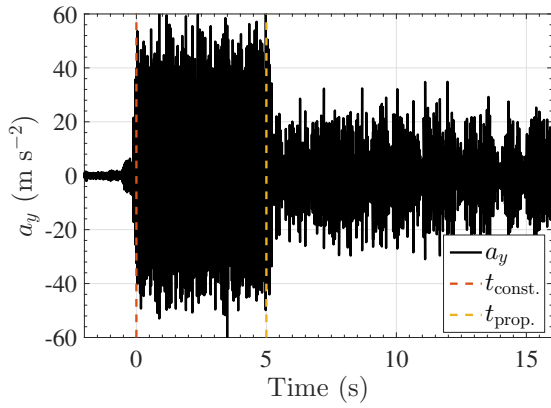


(e) 主軸速度

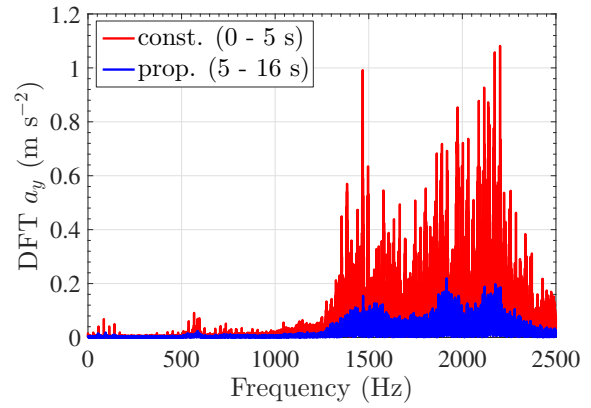


(f) 評価関数  $f = \hat{F}_x^2$ .

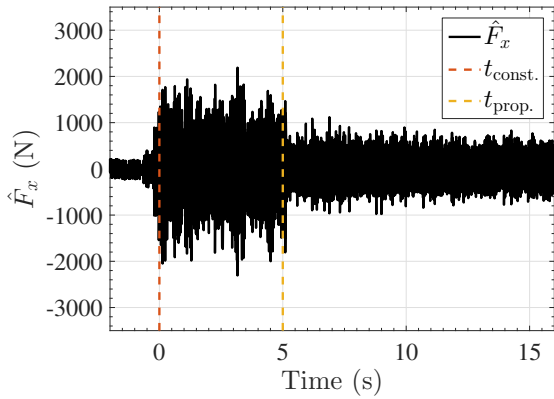
図 48: 提案する DOB を用いた ESC システムの実験結果 ( $a_c = 1$ )



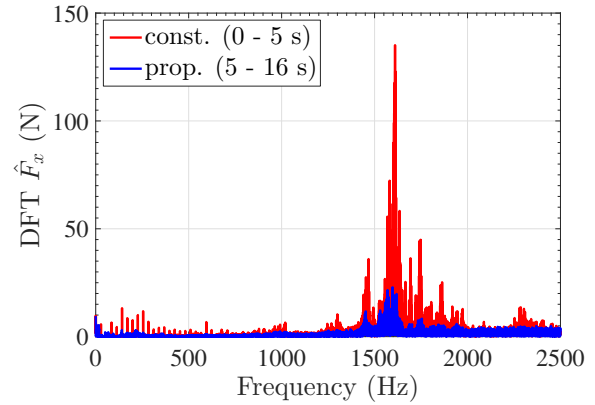
(a) 加速度



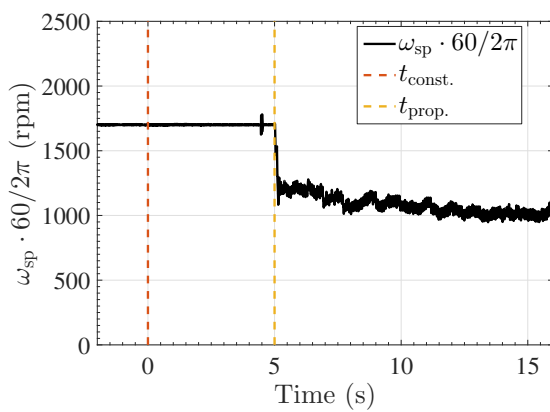
(b)  $a_y$  の離散フーリエ変換



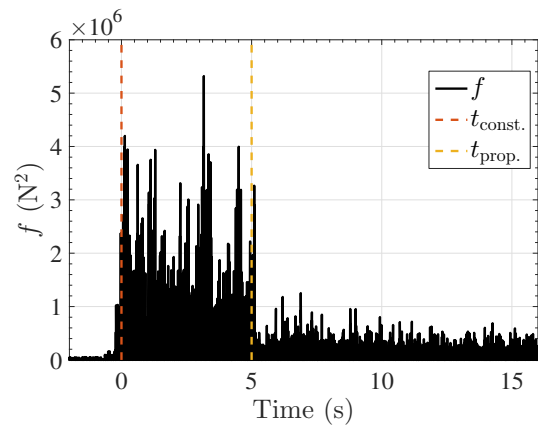
(c) 推定外乱



(d)  $\hat{F}_x$  の離散フーリエ変換



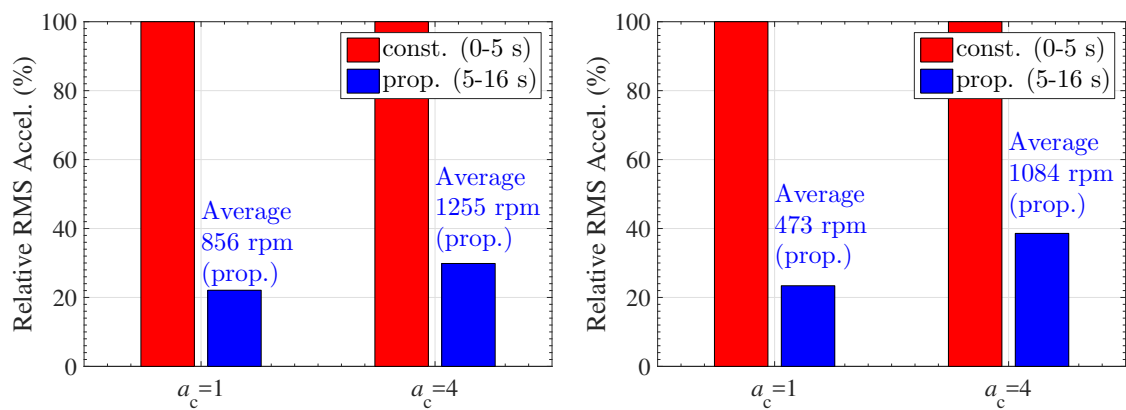
(e) 主軸速度



(f) 評価関数  $f = \hat{F}_x^2$ .

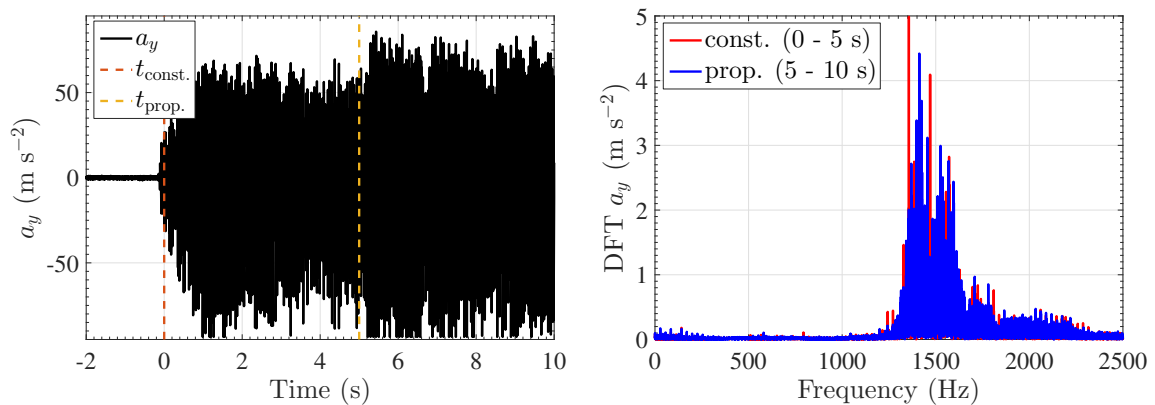
図 49: 提案する DOB を用いた ESC システムの実験結果 ( $a_c = 4$ )





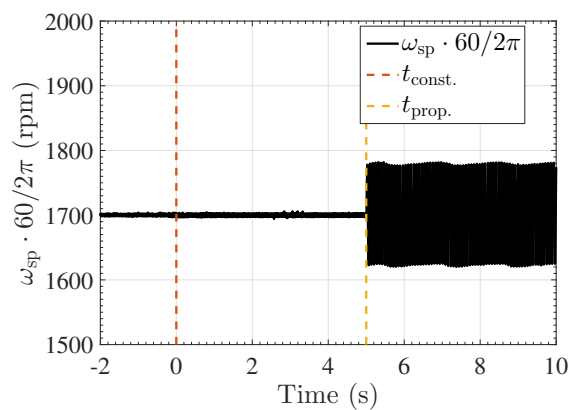
(a) 加速度センサを用いた ESC システム (Fig. 45), (b) DOB を用いた ESC システム (Fig. 48, Fig. 49) Fig. 47)

図 50: 相対加速度 RMS



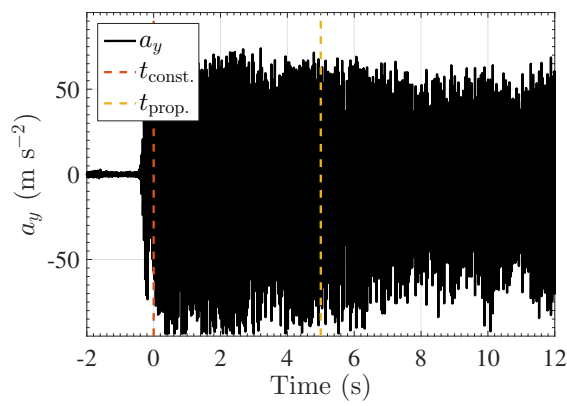
(a) Acceleration.

(b) Power spectrum density of acceleration.

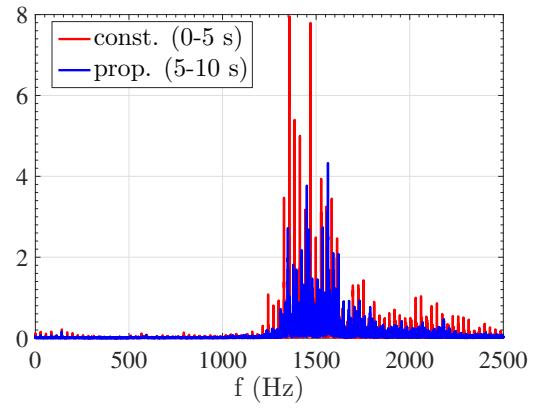


(c) Spindle speed.

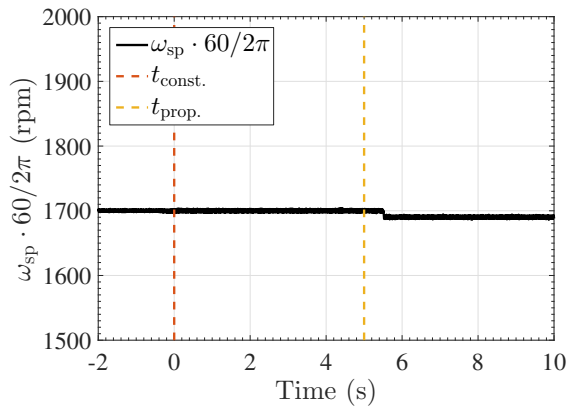
図 51: 主軸速度一定変動 (従来法 A) 時の実験結果



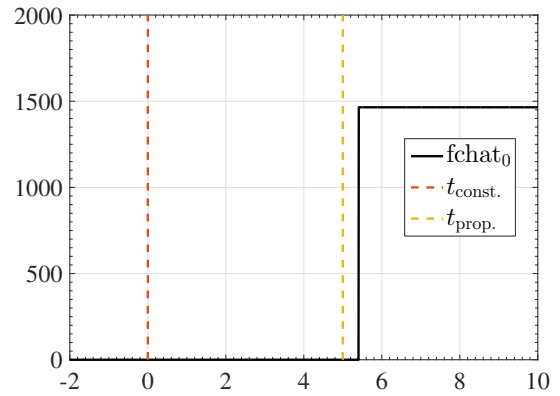
(a) Acceleration.



(b) Power spectrum density of acceleration.

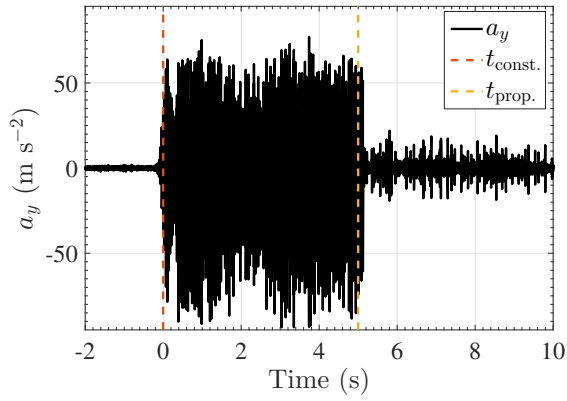


(c) Spindle speed.

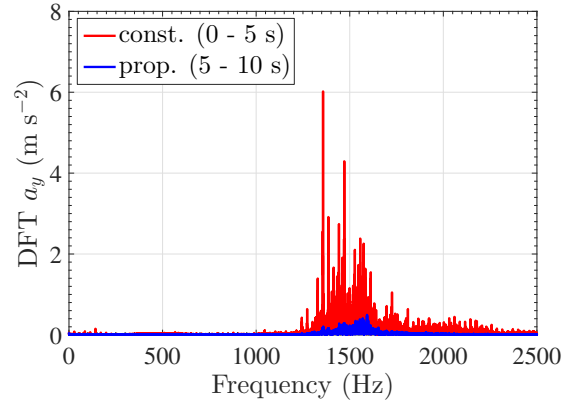


(d) Estimated chatter frequency.

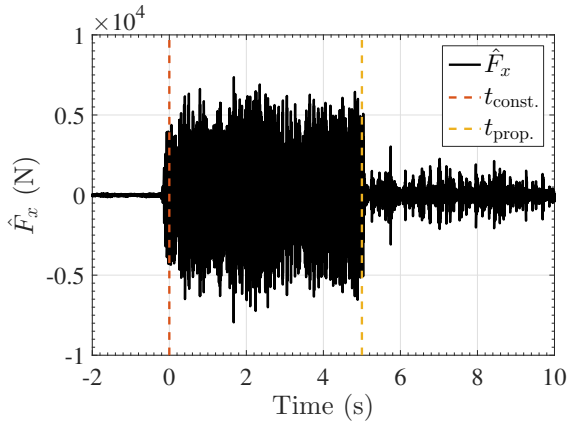
図 52: びびり振動の適応回避 (従来法 B) の実験結果



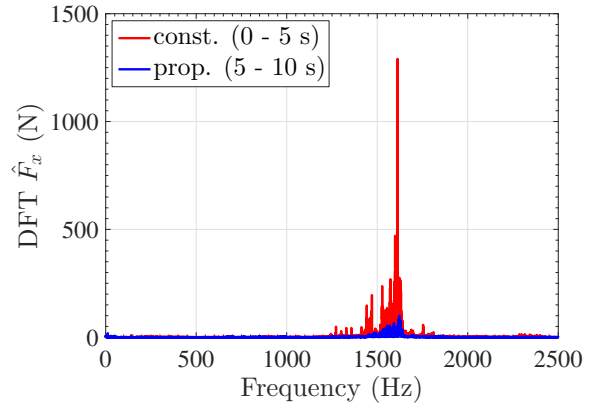
(a) 加速度



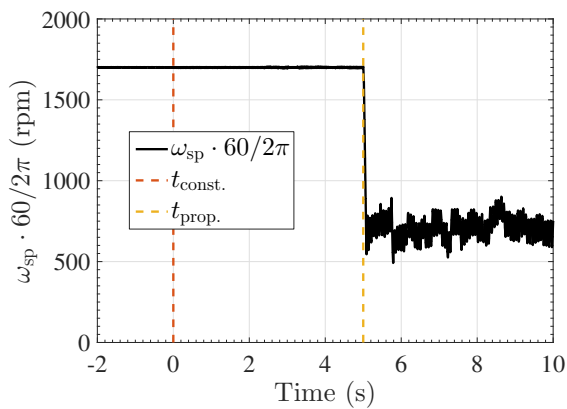
(b)  $a_y$  の離散フーリエ変換



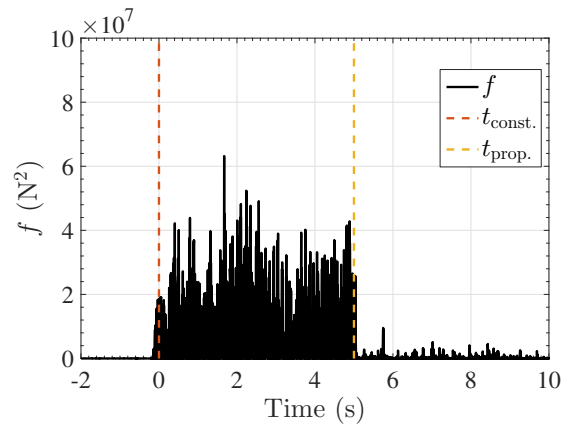
(c) 推定外乱



(d)  $\hat{F}_x$  の離散フーリエ変換



(e) 主軸速度



(f) 評価関数  $f = \hat{F}_x^2$ .

図 53: 提案する DOB を用いた ESC システムの実験結果 ( $a_c = 8$ )

Spindle Speed	Tool Lifetime	Chatter Stability	Theoretical Surface Roughness	Hard-Metal	Energy Consumption	Metal Removal Rate (m <sup>3</sup> /s)
High-Speed	☹ Bad	😊 Very Good	😊 Good	☹ No	☹ Bad	Constant
Low-Speed		😊 Maybe Good (Process Damping)	☹ Bad	😊 OK		Constant
NOTE	$\propto \omega_{sp}^{-1 \sim -4}$		$\propto \omega_{sp}^{-2}$		$\propto \omega_{sp}$	$= v_f a_p a_f$

図 54: 主軸速度が低速と高速の場合の切削加工の比較

# 第7章

## 結論

### 7.1 本論文で得られた成果

本論文では、NC 工作機械を用いた切削加工における生産性向上のため、以下の主軸制御によるびびり振動の適応回避法を提案した。

提案法 1 半離散化法に基いたびびり振動の適応回避法

提案法 2 外乱オブザーバを用いた外部センサレスでのびびり振動の適応回避法

提案法 3 複数共振を持つ工具に対するびびり振動の適応回避法

提案法 4 主軸速度の極値探索制御によるびびり振動の適応回避法

第 3 章で述べた提案法 1 はびびり解析とびびり回避を組合せた手法である。第 3 章では、半離散化法に基いて、強制びびり振動と自励びびり振動を統一的かつ定量的に評価可能なマルチレートびびり解析を提案した。そしてその解析に基いて予め従来法に対して最適な速度比を求めておくことで、プロセス変化に対してロバストで、かつ最適なびびり振動回避を達成する手法を提案した。提案法 1 により、従来のびびり振動の適応回避法よりもよりびびり振動の抑制が可能になった。シミュレーションと実験により実際の切削加工での提案手法の有効性を検証した。

第 4 章で述べた提案法 2 は外乱オブザーバを用いたびびり振動の適応回避法である。第 4 章では外乱オブザーバとバンドパスフィルタを用いた提案法により、加速度センサや力センサ無しで、自励びびり振動の信号を抽出することに成功した。そしてその信号を用いて周波数推定カルマンフィルタでびびり振動の周波数を推定し、それを用いることで外部センサレスでのびびり振動の適応回避を達成した。提案法 2 により、従来コスト増加や剛性低下の観点から問題になっていた外部センサを用いることなくびびり振動の適応回避が可能になった。シミュレーションと実験により実際の切削加工での提案手法の有効性を検証した。

第 5 章で述べた提案法 3 は複数のびびり信号を評価して、最大限全てのびびり振動を回避する手法である。第 5 章では影響の大きい順から重み付きで複数のびびり振動を評価する関数を提案し、これを最

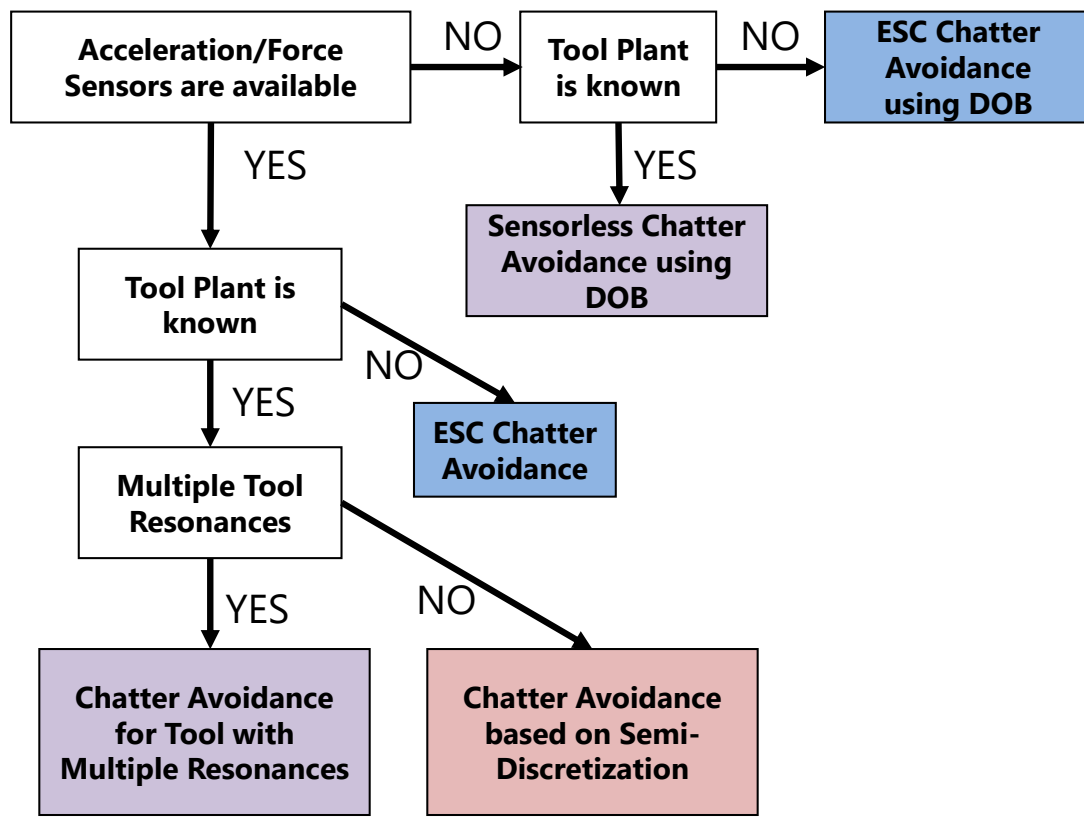


図 55: 提案手法の使い分け

小化する主軸速度を計算することで、従来法では考慮していなかった工具が複数の共振を保つ場合でも、びびり振動の適応回避が可能になった。シミュレーション提案手法の有効性を検証した。

第 6 章で述べた提案法 4 は主軸速度の極値探索制御 (ESC) を用いたびびり振動の適応回避法である。第 6 章では従来リアルタイム非線形最適化で用いられてきた ESC を、びびり振動の回避に用いることにより、モデルフリーかつ簡単な計算での、加えて外乱オブザーバを用いた場合にはセンサレスでのびびり回避を可能にした。シミュレーションと実験により実際の切削加工での提案手法の有効性を検証した。

4 つの提案手法の使い分け (Fig. 55) について述べる。まず初めに加速度センサが使えない場合を考える。加速度線この時工具のプラントがある程度既知であれば提案手法 2 を用いるべきであり、一方そのプラントが未知であれば DOB を用いた場合の提案手法 4 を用いるべきである。加速度センサ等が使用可能な時、かつ工具プラントが既知な時は工具に共振が複数ある場合は提案手法 3、共振が単一の場合は提案手法 1 を用いるべきである。一方センサが使用可能で工具プラントが未知の場合は提案手法 4 を用いるべきである。

すべての提案法において、追加のアクチュエータは不要であるため、実際の製品への適用は比較的容

易である。また切削加工プロセスの厳密なモデリングは難しく、かつ時変であるが、それに対してすべての提案法では想定した範囲内でのプロセス変化に対するロバスト性は保証されている。以上により、提案手法は実際の切削加工に適用可能で、びびり振動の生じない安定な加工を約束し、それゆえに切削加工の加工能率、加工精度、工具寿命の改善に貢献することが期待される。

## 7.2 今後の展望

今後の展望として、以下のような課題が考えられる。

### 7.2.1 フィードバック制御器最適化によるびびり振動抑制

現在フィードバック制御器の設計は単純な位置制御のためのPI制御だが、凸最適化 [90] 等の技術を用いて制御器を最適化して、それによってよりびびり振動を抑制することが考えられる。ただしびびり振動の周波数は位置制御系の帯域の外なので、直接びびり振動を抑制することが出来ないゆえに、間接的にびびり振動を抑制する必要がある。

### 7.2.2 マルチレートびびり解析による軌道計画

第三章で述べたマルチレートびびり解析を用いれば、主軸速度やフィードレートの軌道がびびり振動に与える影響を定量的に解析可能である。そこで、びびり振動が最小化になるような主軸速度やフィードレートの軌道を設計することが考えられる。軌道設計には数理計画法 [90] の応用も考えられる。

### 7.2.3 センサフュージョンにより高精度、広帯域なびびり振動の推定

第四章で述べた外部センサレスびびり回避では、外乱オブザーバのみを用いていたので、帯域はせいぜい 2500 Hz 程度であった。外乱オブザーバと加速度センサ等のセンサフュージョン [91] によって単一のセンサを用いる場合よりも高い帯域ないし高精度に外乱を推定出来ることが知られている。このような高精度、広帯域なびびり振動の推定へのセンサフュージョンの応用が考えられる。

### 7.2.4 極値探索制御の状態変数の制限

第五章で述べた極値探索制御において、主軸速度が大きく変動しすぎる問題があった。そこで何らかの方法で状態変数の制限を与えるようなことが出来れば、より実用的なものになる。

# 謝辞

本研究は東京大学新領域創成科学研究科先端エネルギー工学専攻，藤本博志准教授のご指導のもとに行われました。本研究を進めるにあたり，ご多忙の中，毎週の研究相談会及び研究発表会の場においても，食事の途中でも，また電子メールのやりとりでも，終始心のこもったご指導と適切な助言をくださった藤本博志准教授にこの上なく感謝申し上げます。修士課程二年間での成果は全て，並々ならぬご指導ご鞭撻抜きでは成し遂げられなかったものです。直接の指導教員でないにも関わらず，一対一での研究相談のお時間を作っていただいたり，研究発表会の場において丁寧な指導をくださった堀洋一教授に心の底から深謝申し上げます。さらにそれに加えて，堀洋一教授には私の就職活動までもをご推薦をくださることでご支援いただき，大変なご恩を感じております。また研究発表会の場でご指導くださった居村岳広助教授に心から感謝いたします。内田さん，広盛さん，上野さん，今泉さんには出張や各種経費の件で生活を支えて頂き，大変お世話になりました。ありがとうございました。

本研究において共同研究先として，実験機や資金の提供，また研究について毎月ご指導いただいたDMG 森精機熊谷典大様，寺田祐貴様，河合謙吾様，伊佐岡慶浩様に深く感謝いたします。また実験装置の準備等において多大な尽力を頂いた当研究室の山田様，トーマス様，深川様に御礼申し上げます。

ナノチームの博士課程の兼松様，大西様，山田様，矢崎様，李様，延命様を始めとする先輩方には論文の校正や研究の相談を始め，修士課程の学生としての生活まで何から何まで面倒を見てくださり深く感謝しています。特に大西様には席が近いのをいいことに，何度も研究についてのご相談をして，大変ご迷惑をおかけしました。質問する度，問題の核心に迫る大变的を得た解答が帰ってきて，大西様の鋭い洞察に毎回驚かされました。山田様には海外出張の度に偶然一緒になって，不慣れな海外での学会発表を助けていただいたこと，誠に感謝しております。矢崎様，李様，延命様にはよく趣味の話や遊戯の相手になっていただき，精神的に支えてくださったことに大変感謝しています。博士課程の畑様，ロビン様，季様には研究の他にも研究室運営に関連して大変お世話になりました。ありがとうございました。また，同チームの長谷川君，前君を始めとして，研究員のヒョンゲン様，同期の泉君，福田君，神谷君，新實君，後輩の大塚君，小川君，鈴木誠人君，鈴木健太君，高橋君，花尻君，布施君，宮原君，それに加えて修士一年生の時に当時修士二年生だった方々には，学業の面はもちろん，一緒に食事やスポーツを楽しむことを通じて，精神的に支えてくれたことに大変感謝しています。

最後になりましたが，東京大学に進学できた事を誰よりも祝福し，6年間の間，大学，大学院で勉学に励むことが出来るように応援していただいた両親には深く感謝しております。両親には私が生まれる前から大学に入るまでもずっと私を支えてもらっていました。東京大学で学部と大学院で研究に集中できたのは家族の協力のおかげでした。私一人だけの力で成し遂げられた事は何一つありませんでした。私がこれまでに達成したことは全てこれまでにお世話になった方々のおかげでした。最後に皆様へ御礼申し上げます。誠にありがとうございました。



## 参考文献

- [1] “DMG MORI,” [Available at <https://en.dmgmori.com/> ; accessed 24-January-2018].
- [2] Y. Altintas, P. Kersting, D. Biermann, E. Budak, B. Denkena, and I. Lazoglu, “Virtual process systems for part machining operations,” *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, vol. 63, no. 2, pp. 585–605, 2014.
- [3] E. Shamoto and A. Saito, “A novel deep groove machining method utilizing variable-pitch end mill with feed-directional thin support,” *Precision Engineering*, vol. 43, pp. 277–284, 2016.
- [4] D. Yang and Z. Liu, “Surface plastic deformation and surface topography prediction in peripheral milling with variable pitch end mill,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 91, pp. 43–53, 2015.
- [5] F. Chen, M. Hanifzadegan, Y. Altintas, and X. Lu, “Active damping of boring bar vibration with a magnetic actuator,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 20, no. 6, pp. 2783–2794, 2015.
- [6] J. Monnin, F. Kuster, and K. Wegener, “Optimal control for chatter mitigation in milling - part 1: Modeling and control design,” *Control Engineering Practice*, vol. 24, pp. 156–166, 2014.
- [7] A. Bhattacharyya, *Metal cutting: theory and practice*. Jamini Kanta Sen of Central Book Publishers, 1984.
- [8] Y. Altintas, *Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*. Cambridge university press, 2012.
- [9] T. Insperger and G. Stépán, *Semi-discretization for time-delay systems: stability and engineering applications*, vol. 178. Springer Science & Business Media, 2011.
- [10] T. Hayasaka, A. Ito, and E. Shamoto, “Generalized design method of highly-varied-helix end mills for suppression of regenerative chatter in peripheral milling,” *Precision Engineering*, vol. 48, pp. 45–59, 2017.
- [11] M. Hashish, “Characteristics of surfaces machined with abrasive-waterjets,” *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 113, no. 3, pp. 354–362, 1991.

- [12] N. Van Dijk, E. Doppenberg, R. Faassen, N. Van de Wouw, J. Oosterling, and H. Nijmeijer, "Automatic in-process chatter avoidance in the high-speed milling process," *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, vol. 132, no. 3, pp. 1–14, 2010.
- [13] B. Sencer, Y. Altintas, and E. Croft, "Feed optimization for five-axis cnc machine tools with drive constraints," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 48, no. 7, pp. 733–745, 2008.
- [14] R. L. Hecker and S. Y. Liang, "Predictive modeling of surface roughness in grinding," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 43, no. 8, pp. 755–761, 2003.
- [15] J. Briers, "Surface roughness evaluation," *Optical Engineering-New York-Marcel Dekker Incorporated*, vol. 38, pp. 373–373, 1993.
- [16] W. Grzesik and S. Brol, "Hybrid approach to surface roughness evaluation in multistage machining processes," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 134, no. 2, pp. 265–272, 2003.
- [17] M. Alauddin, M. El Baradie, and M. Hashmi, "Computer-aided analysis of a surface-roughness model for end milling," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 55, no. 2, pp. 123–127, 1995.
- [18] X. Wang and C. Feng, "Development of empirical models for surface roughness prediction in finish turning," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 20, no. 5, pp. 348–356, 2002.
- [19] M. A. Yallese, K. Chaoui, N. Zeghib, L. Boulanouar, and J.-F. Rigal, "Hard machining of hardened bearing steel using cubic boron nitride tool," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 209, no. 2, pp. 1092–1104, 2009.
- [20] F. W. Taylor, *On the art of cutting metals*. New York, The American Society of Mechanical Engineers, 1907.
- [21] Y. Altintas and M. Weck, "Chatter stability of metal cutting and grinding," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 53, no. 2, pp. 619 – 642, 2004.
- [22] J. Munoa, X. Beudaert, Z. Dombovari, Y. Altintas, E. Budak, C. Brecher, and G. Stepan, "Chatter suppression techniques in metal cutting," *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, vol. 65, no. 2, pp. 785 – 808, 2016.
- [23] T. Insperger, D. Lehotzky, and G. Stepan, "Regenerative delay, parametric forcing and machine tool chatter: A review," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 48, no. 12, pp. 322–327, 2015.
- [24] K. Ahmadi and Y. Altintas, "Identification of machining process damping using output-only modal analysis," *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 136, no. 5, p. 051017, 2014.

- [25] T. Insperger and G. Stépán, “Updated semi-discretization method for periodic delay-differential equations with discrete delay,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 61, no. 1, pp. 117–141, 2004.
- [26] T. Insperger, J. Gradišek, M. Kalveram, G. Stépán, K. Winert, and E. Govekar, “Machine tool chatter and surface location error in milling processes,” *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 128, no. 4, pp. 913 – 920, 2006.
- [27] S. Seguy, T. Insperger, L. Arnaud, G. Dessein, and G. Peigné, “Suppression of period doubling chatter in high-speed milling by spindle speed variation,” *Machining Science and Technology*, vol. 15, no. 2, pp. 153–171, 2011.
- [28] E. Shamoto, S. Fujimaki, B. Sencer, N. Suzuki, T. Kato, and R. Hino, “A novel tool path/posture optimization concept to avoid chatter vibration in machining—proposed concept and its verification in turning,” *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, vol. 61, no. 1, pp. 331–334, 2012.
- [29] Z. Pan, H. Zhang, Z. Zhu, and J. Wang, “Chatter analysis of robotic machining process,” *Journal of materials processing technology*, vol. 173, no. 3, pp. 301–309, 2006.
- [30] N. Suzuki, T. Ikeda, R. Hino, and E. Shamoto, “Comprehensive study on milling conditions to avoid forced / self-excited chatter vibrations,” *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, vol. 75, no. 7, pp. 908–914, 2009.
- [31] J. Gurney and S. Tobias, “A graphical analysis of regenerative machine tool instability,” *Journal of Engineering for Industry*, vol. 84, no. 1, pp. 103–111, 1962.
- [32] N. Hanna and S. Tobias, “A theory of nonlinear regenerative chatter,” *ASME Journal of Engineering for Industry*, vol. 96, no. 1974, pp. 247–255, 1974.
- [33] A. Comak and E. Budak, “Modeling dynamics and stability of variable pitch and helix milling tools for development of a design method to maximize chatter stability,” *Precision Engineering*, vol. 47, pp. 459–468, 2017.
- [34] J. Gradišek, M. Kalveram, T. Insperger, K. Weinert, G. Stépán, E. Govekar, and I. Grabec, “On stability prediction for milling,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 45, no. 7, pp. 769–781, 2005.
- [35] Y. Altıntaş and E. Budak, “Analytical prediction of stability lobes in milling,” *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, vol. 44, no. 1, pp. 357–362, 1995.
- [36] Y. Altintas and M. Weck, “Chatter stability of metal cutting and grinding,” *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, vol. 53, no. 2, pp. 619–642, 2004.
- [37] A. Comak, O. Ozsahin, and Y. Altintas, “Stability of milling operations with asymmetric cutter dynamics in rotating coordinates,” *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 138, no. 8, p. 081004, 2016.

- [38] Y. Ding, L. Zhu, X. Zhang, and H. Ding, "Stability analysis of milling via the differential quadrature method," *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 135, no. 4, p. 044502, 2013.
- [39] Y. Kakinuma, Y. Sudo, and T. Aoyama, "Detection of chatter vibration in end milling applying disturbance observer," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 60, no. 1, pp. 109–112, 2011.
- [40] N. Van de Wouw, N. Van Dijk, and H. Nijmeijer, "Pyragas-type feedback control for chatter mitigation in high-speed milling," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 48, no. 12, pp. 334–339, 2015.
- [41] Y. Liu, T. Li, K. Liu, and Y. Zhang, "Chatter reliability prediction of turning process system with uncertainties," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 66-67, pp. 232 – 247, 2016.
- [42] T. Ishibashi, H. Fujimoto, S. Ishii, K. Yamamoto, and Y. Terada, "High-frequency-variation speed control of spindle motor for chatter vibration suppression in nc machine tools," in *2014 American Control Conference*, pp. 2172–2177, IEEE, 2014.
- [43] H. Fujimoto, S. Fukagawa, S. Ishii, and Y. Terada, "Machine tool and workpiece machining method," Mar. 3 2016. US Patent App. 15/059,597.
- [44] A. Otto and G. Radons, "Application of spindle speed variation for chatter suppression in turning," *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, vol. 6, no. 2, pp. 102–109, 2013.
- [45] Q. Xie and Q. Zhang, "Stability predictions of milling with variable spindle speed using an improved semi-discretization method," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 85, pp. 78–89, 2012.
- [46] S. Seguy, T. Insperger, L. Arnaud, G. Desein, and G. Peigné, "Suppression of period doubling chatter in high-speed milling by spindle speed variation," *Machining Science and Technology*, vol. 15, no. 2, pp. 153–171, 2011.
- [47] D. Wu and K. Chen, "Chatter suppression in fast tool servo-assisted turning by spindle speed variation," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 50, no. 12, pp. 1038–1047, 2010.
- [48] H.-Y. Feng and N. Su, "Integrated tool path and feed rate optimization for the finishing machining of 3d plane surfaces," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 40, no. 11, pp. 1557–1572, 2000.
- [49] S. D. Merdol and Y. Altintas, "Virtual cutting and optimization of three-axis milling processes," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 48, no. 10, pp. 1063–1071, 2008.
- [50] N. Suzuki, R. Ishiguro, and T. Kojima, "Design of irregular pitch end mills to attain robust suppression of regenerative chatter," *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, vol. 65, no. 1, pp. 129–132, 2016.
- [51] A. Comak and E. Budak, "Modeling dynamics and stability of variable pitch and helix milling tools for development of a design method to maximize chatter stability," *Precision Engineering*, vol. 47, pp. 459–468, 2017.

- [52] J. Burtscher and J. Fleischer, “Adaptive tuned mass damper with variable mass for chatter avoidance,” *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 2017.
- [53] I. Bediaga, J. Munoa, J. Hernández, and L. L. De Lacalle, “An automatic spindle speed selection strategy to obtain stability in high-speed milling,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 49, no. 5, pp. 384–394, 2009.
- [54] Y. Tarng and T. Li, “The change of spindle speed for the avoidance of chatter in end milling,” *Journal of materials processing technology*, vol. 41, no. 2, pp. 227–236, 1994.
- [55] S. Sakata, T. Kadota, Y. Yamada, K. Nakanishi, H. Yoshioka, N. Suzuki, and Y. Kakinuma, “Chatter suppression in parallel turning with unequal pitch using observer based cutting force estimation,” in *ASME 2017 12th International Manufacturing Science and Engineering Conference collocated with the JSME/ASME 2017 6th International Conference on Materials and Processing*, pp. V003T04A056–V003T04A056, American Society of Mechanical Engineers, 2017.
- [56] C. M. G. Bort, M. Leonesio, and P. Bosetti, “A model-based adaptive controller for chatter mitigation and productivity enhancement in cnc milling machines,” *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 40, pp. 34–43, 2016.
- [57] N. van de Wouw, N. van Dijk, A. Schiffler, H. Nijmeijer, and E. Abele, “Experimental validation of robust chatter control for high-speed milling processes,” in *Time Delay Systems*, pp. 315–331, Springer, 2017.
- [58] A. H. Pesch, A. Smirnov, O. Pyrhönen, and J. T. Sawicki, “Magnetic bearing spindle tool tracking through  $\mu$ -synthesis robust control,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 20, no. 3, pp. 1448–1457, 2015.
- [59] U. Yigit, E. Cigeroglu, and E. Budak, “Chatter reduction in boring process by using piezoelectric shunt damping with experimental verification,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 94, pp. 312–321, 2017.
- [60] X. Liu, C. Y. Su, and F. Yang, “Fnn approximation-based active dynamic surface control for suppressing chatter in micro-milling with piezo-actuators,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2016.
- [61] J. Monnin, F. Kuster, and K. Wegener, “Optimal control for chatter mitigation in milling - part 2: Experimental validation,” *Control Engineering Practice*, vol. 24, pp. 167–175, 2014.
- [62] X. Liu, C.-Y. Su, Z. Li, and F. Yang, “Adaptive neural-network-based active control of regenerative chatter in micromilling,” *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2017.
- [63] Y. Kakinuma, K. Enomoto, T. Hirano, and K. Ohnishi, “Active chatter suppression in turning by band-limited force control,” *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, vol. 63, no. 1, pp. 365–368, 2014.

- [64] T. Yoneoka, Y. Kakinuma, K. Ohnishi, and T. Aoyama, "Disturbance observer-based in-process detection and suppression of chatter vibration," *Procedia CIRP*, vol. 1, pp. 44–49, 2012.
- [65] S. Yamato, T. Hirano, Y. Yamada, R. Koike, and Y. Kakinuma, "Sensor-less on-line chatter detection in turning process based on phase monitoring using power factor theory," *Precision Engineering*, 2017.
- [66] R. Koike, Y. Kakinuma, T. Aoyama, and K. Ohnishi, "Enhancement of in-process identification for stable spindle rotation against chatter vibration with a time-domain milling simulator," *Proceedings of International Conference on Leading Edge Manufacturing in 21st century : LEM21*, vol. 2015, no. 8, pp. "1705–1"–"1705–6", 2015.
- [67] R. Koike, Y. Kakinuma, T. Aoyama, and K. Ohnishi, "Development of chatter vibration detection utilizing disturbance observer (2nd report)-an assorted chatter detection combining moving variance and moving fourier transform algorithms," *Seimitsu Kogaku Kaishi/Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, vol. 81, no. 7, pp. 692–698, 2015.
- [68] T. Hirano, Y. Yamada, and Y. Kakinuma, "Sensor-less chatter vibration monitoring by mechanical power factor," in *8th International Conference on Leading Edge Manufacturing in 21st Century, LEM 2015*, Japan Society of Mechanical Engineers, 2015.
- [69] S. Yamato, T. Hirano, Y. Yamada, R. Koike, and Y. Kakinuma, "Sensor-less on-line chatter detection in turning process based on phase monitoring using power factor theory," *Precision Engineering*, vol. 51, pp. 103–116, 2018.
- [70] Y. Yamada, T. Kadota, S. Sakata, J. Tachibana, K. Nakanishi, M. Sawada, and Y. Kakinuma, "Integrated chatter monitoring based on sensorless cutting force/torque estimation in parallel turning," *International Journal of Automation Technology*, vol. 11, no. 2, pp. 215–225, 2017.
- [71] Z. Yao, D. Mei, and Z. Chen, "On-line chatter detection and identification based on wavelet and support vector machine," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 210, no. 5, pp. 713–719, 2010.
- [72] G. Chen and Q. Zheng, "Online chatter detection of the end milling based on wavelet packet transform and support vector machine recursive feature elimination," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, pp. 1–10, 2017.
- [73] Y. Sun and Z. Xiong, "An optimal weighted wavelet packet entropy method with application to real-time chatter detection," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 21, no. 4, pp. 2004–2014, 2016.
- [74] E. Kuljanic, G. Totis, and M. Sortino, "Development of an intelligent multisensor chatter detection system in milling," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 23, no. 5, pp. 1704–1718, 2009.
- [75] Y. Fu, Y. Zhang, H. Gao, T. Mao, H. Zhou, R. Sun, and D. Li, "Automatic feature constructing from vibration signals for machining state monitoring," *Journal of Intelligent Manufacturing*, pp. 1–14, 2017.

- [76] J. Friedrich, C. Hinze, A. Renner, A. Verl, and A. Lechler, “Estimation of stability lobe diagrams in milling with continuous learning algorithms,” *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 43, pp. 124–134, 2017.
- [77] J. Friedrich, C. Hinze, A. Lechler, and A. Verl, “On-line learning artificial neural networks for stability classification of milling processes,” in *Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2016 IEEE International Conference on*, pp. 357–364, IEEE, 2016.
- [78] Y. Y. Chen, P. Y. Huang, and J. Y. Yen, “Frequency-domain identification algorithms for servo systems with friction,” *IEEE transactions on control systems technology*, vol. 10, no. 5, pp. 654–665, 2002.
- [79] G. C. Goodwin, S. F. Graebe, and M. E. Salgado, “Control system design,” *Upper Saddle River*, 2001.
- [80] P. Misra, “Time-invariant representation of discrete periodic systems,” *Automatica*, vol. 32, no. 2, pp. 267 – 272, 1996.
- [81] W.-H. Chen, J. Yang, L. Guo, and S. Li, “Disturbance-observer-based control and related methods - an overview,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, no. 2, pp. 1083–1095, 2016.
- [82] O. Özşahin and Y. Altintas, “Prediction of frequency response function (frf) of asymmetric tools from the analytical coupling of spindle and beam models of holder and tool,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 92, pp. 31–40, 2015.
- [83] K. B. Ariyur and M. Krstić, *Real-time optimization by extremum-seeking control*. John Wiley & Sons, 2003.
- [84] M. Krstić, “Performance improvement and limitations in extremum seeking control,” *Systems & Control Letters*, vol. 39, no. 5, pp. 313–326, 2000.
- [85] A. M. Bazzi and P. T. Krein, “Ripple correlation control: An extremum seeking control perspective for real-time optimization,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, no. 2, pp. 988–995, 2014.
- [86] D. Nešić, “Extremum seeking control: Convergence analysis,” in *Control Conference (ECC), 2009 European*, pp. 1702–1715, IEEE, 2009.
- [87] F. E. Azar, M. Perrier, and B. Srinivasan, “A global optimization method based on multi-unit extremum-seeking for scalar nonlinear systems,” *Computers & chemical engineering*, vol. 35, no. 3, pp. 456–463, 2011.
- [88] Y. Tan, D. Nešić, I. M. Mareels, and A. Astolfi, “On global extremum seeking in the presence of local extrema,” *Automatica*, vol. 45, no. 1, pp. 245–251, 2009.
- [89] J.-Y. Choi, M. Krstic, K. B. Ariyur, and J. S. Lee, “Extremum seeking control for discrete-time systems,” *IEEE Transactions on automatic control*, vol. 47, no. 2, pp. 318–323, 2002.
- [90] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex optimization*. Cambridge university press, 2004.

- [91] S. Katsura, K. Irie, and K. Ohishi, “Wideband force control by position-acceleration integrated disturbance observer,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 4, pp. 1699–1706, 2008.
- [92] Y. Wu and Q. Zou, “Robust inversion-based 2-dof control design for output tracking: piezoelectric-actuator example,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 17, no. 5, pp. 1069–1082, 2009.
- [93] G. Zames, “Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses,” *IEEE Transactions on automatic control*, vol. 26, no. 2, pp. 301–320, 1981.
- [94] J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar, and B. A. Francis, “State-space solutions to standard  $h_2$  and  $h_\infty$  control problems,” *IEEE Transactions on Automatic control*, vol. 34, no. 8, pp. 831–847, 1989.
- [95] P. Gahinet and P. Apkarian, “A linear matrix inequality approach to  $h_\infty$  control,” *International journal of robust and nonlinear control*, vol. 4, no. 4, pp. 421–448, 1994.
- [96] P. Apkarian and D. Noll, “Nonsmooth  $h_\infty$  synthesis,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 51, no. 1, pp. 71–86, 2006.
- [97] L. El Ghaoui and V. Balakrishnan, “Synthesis of fixed-structure controllers via numerical optimization,” in *Decision and Control, 1994., Proceedings of the 33rd IEEE Conference on*, vol. 3, pp. 2678–2683, IEEE, 1994.
- [98] T. Iwasaki and M. A. Rotea, “Fixed-order scaled  $h_\infty$  synthesis,” *Optimal Control Applications and Methods*, vol. 18, no. 6, pp. 381–398, 1997.
- [99] P. J. Goddard and K. Glover, “Controller approximation: approaches for preserving  $h_2$  performance,” *IEEE transactions on Automatic Control*, vol. 43, no. 7, pp. 858–871, 1998.
- [100] S. Ibaraki and M. Tomizuka, “ $H_\infty$  optimization of fixed structure controllers,” in *Proc. of the 2000 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 2000.
- [101] H. Anai and S. Hara, “Fixed-structure robust controller synthesis based on sign definite condition by a special quantifier elimination,” in *American Control Conference, 2000. Proceedings of the 2000*, vol. 2, pp. 1312–1316, IEEE, 2000.
- [102] T. M. T. Do and T. Artières, “Regularized bundle methods for convex and non-convex risks,” *Journal of Machine Learning Research*, vol. 13, no. Dec, pp. 3539–3583, 2012.
- [103] J. V. Burke, D. Henrion, A. S. Lewis, and M. L. Overton, “Hifoo-a matlab package for fixed-order controller design and  $h_\infty$  optimization,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 39, no. 9, pp. 339–344, 2006.
- [104] P. Apkarian and D. Noll, “The  $h_\infty$  control problem is solved,” *AerospaceLab Journal*, no. 13, pp. pages–1, 2017.



- [105] P. Apkarian and D. Noll, “Nonsmooth optimization for multiband frequency domain control design,” *Automatica*, vol. 43, no. 4, pp. 724–731, 2007.
- [106] V. Bompart, P. Apkarian, and D. Noll, “Control design in the time and frequency domain using nonsmooth techniques,” *Systems & Control Letters*, vol. 57, no. 3, pp. 271–282, 2008.
- [107] S. Gumussoy and M. L. Overton, “Fixed-order  $H_\infty$  controller design via hifoo, a specialized nonsmooth optimization package,” in *American Control Conference, 2008*, pp. 2750–2754, IEEE, 2008.
- [108] A. Simoes, P. Apkarian, and D. Noll, “Nonsmooth multi-objective synthesis with applications,” *Control Engineering Practice*, vol. 17, no. 11, pp. 1338–1348, 2009.
- [109] P. Gahinet and P. Apkarian, “Structured  $H_\infty$  synthesis using matlab,” in *18th IFAC world congress. Milano, Italy, 2011*.
- [110] P. Gahinet and P. Apkarian, “Decentralized and fixed-structure  $H_\infty$  control in matlab,” in *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on*, pp. 8205–8210, IEEE, 2011.
- [111] P. Apkarian and D. Noll, “Optimization-based control design techniques and tools,” *Encyclopedia of Systems and Control*, pp. 1001–1011, 2015.
- [112] M. Řezáč and Z. Hurák, “Structured mimo  $H_\infty$  design for dual-stage inertial stabilization: Case study for hifoo and hinfstruct solvers,” *Mechatronics*, vol. 23, no. 8, pp. 1084–1093, 2013.
- [113] P. Apkarian, M. N. Dao, and D. Noll, “Parametric robust structured control design,” *IEEE Transactions on automatic Control*, vol. 60, no. 7, pp. 1857–1869, 2015.
- [114] P. Nataraj and D. Makwana, “Automated synthesis of fixed structure qft prefilter using piecewise linear approximation based linear programming optimization techniques,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 49, no. 1, pp. 349–354, 2016.
- [115] P. Apkarian, D. Noll, and A. Simoes, “Time domain control design, a non-differentiable approach,” *IET Control Theory Appl.*, vol. 2, no. 4, pp. 323–336, 2008.
- [116] A. Karimi, G. Galdos, and R. Longchamp, “Robust fixed-order  $H_\infty$  controller design for spectral models by convex optimization,” in *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on*, pp. 921–926, IEEE, 2008.
- [117] A. Karimi and G. Galdos, “Fixed-order  $H_\infty$  controller design for nonparametric models by convex optimization,” *Automatica*, vol. 46, no. 8, pp. 1388–1394, 2010.
- [118] G. Galdos, A. Karimi, and R. Longchamp, “ $H_\infty$  controller design for spectral mimo models by convex optimization,” *Journal of Process Control*, vol. 20, no. 10, pp. 1175–1182, 2010.
- [119] M. Hast, K. Astrom, B. Bernhardsson, and S. Boyd, “Pid design by convex-concave optimization,” in *Control Conference (ECC), 2013 European*, pp. 4460–4465, IEEE, 2013.

- [120] N. Iwamoto, K. Yubai, D. Yashiro, and S. Komada, “A direct tuning of disturbance observer from experimental data evaluating noise rejection,” in *Automatic Control Conference (CACs), 2016 International*, pp. 41–46, IEEE, 2016.
- [121] K. Nakamura, K. Yubai, D. Yashiro, and S. Komada, “Controller design method achieving maximization of control bandwidth by using nyquist diagram,” in *Automatic Control Conference (CACs), 2016 International*, pp. 35–40, IEEE, 2016.
- [122] S. Boyd, M. Hast, and K. J. Åström, “Mimo pid tuning via iterated lmi restriction,” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 26, no. 8, pp. 1718–1731, 2016.
- [123] S. Shinoda, K. Yubai, D. Yashiro, and J. Hirai, “Multivariable controller design achieving diagonal dominance using frequency response data,” *Electronics and Communications in Japan*, vol. 100, no. 10, pp. 12–23, 2017.
- [124] T. Hori, K. Yubai, D. Yashiro, and S. Komada, “Data-driven controller tuning for sensitivity minimization,” in *Advanced Mechatronic Systems (ICAMechS), 2016 International Conference on*, pp. 132–137, IEEE, 2016.
- [125] A. L. Yuille and A. Rangarajan, “The concave-convex procedure,” *Neural computation*, vol. 15, no. 4, pp. 915–936, 2003.
- [126] J. C. Lagarias, J. A. Reeds, M. H. Wright, and P. E. Wright, “Convergence properties of the nelder–mead simplex method in low dimensions,” *SIAM Journal on optimization*, vol. 9, no. 1, pp. 112–147, 1998.

# 発表文献

## 投稿準備中の論文誌

- [1] 著 者 下田 隆貴, 藤本 博志, 熊谷 典大, 寺田 祐貴  
題 名 主軸速度の極値探索制御によるびびり振動の回避  
論文誌名 精密工学会誌

## 査読のある国際会議論文

- [2] 著 者 T. Shimoda, H. Fujimoto, K. Norihiro, T. Yuki  
題 名 External sensorless adaptive chatter avoidance in NC machining  
by applying disturbance observer using high resolution linear encoder  
会 議 名 IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM2017)  
場 所 Munich, Germany  
発 表 日 5th, July, 2017  
開催期間 3th–7th, July, 2017
- [3] 著 者 T. Shimoda, H. Fujimoto  
題 名 Adaptive spindle speed selection for chatter avoidance  
to achieve high precision NC machining based on semi-discretization method  
会 議 名 The 43rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON2017)  
場 所 Beijing, China  
発 表 日 31th, October, 2017  
開催期間 29th–2th, October–November, 2017

- [4] 著 者 T. Shimoda, H. Fujimoto, K. Norihiro, T. Yuki  
題 名 Experimental Verification of Extremum Seeking Control of Spindle Speed  
in NC machining for Chatter Avoidance and Suppression (to be presented)  
会 議 名 IEEJ International Workshop on Sensing, Actuation, and Motion CONTROL  
(SAMCON2018)  
場 所 Tokyo, Japan  
発 表 日 6th, March, 2018  
開催期間 6th–8th, March, 2018

## 国内会議論文

- [5] 著 者 下田 隆貴, 藤本 博志  
題 名 半離散化法モデルに基づいたリアルタイム適応びびり回避による  
切削加工におけるびびり振動抑制の基礎検討  
会 議 名 平成 28 年電気学会メカトロニクス制御研究会,  
MEC-16-020, pp.13-18, 2016  
場 所 電気学会会議室, 東京  
発 表 日 2016 年 9 月 29 日  
開催期間 2016 年 9 月 29 日
- [6] 著 者 下田 隆貴, 藤本 博志, 熊谷 典大, 寺田 祐貴  
題 名 高分解能リニアエンコーダによる外乱オブザーバを用いた  
NC マシニング加工における加速度センサレス適応びびり振動回避の実験的検証  
会 議 名 平成 28 年度電気学会メカトロニクス制御研究会  
MEC-16-036, pp.53-58, 2016  
場 所 芝浦工業大学芝浦キャンパス, 東京  
発 表 日 2016 年 12 月 11 日  
開催期間 2016 年 12 月 11 日

## その他の国内会議論文

- [7] 著 者 下田 隆貴, 古関 隆章  
題 名 ポイントアブソーバ式波力発電装置の二浮体ヒープ動揺条件下での  
安定な電気出力最大化制御  
会 議 名 平成 28 年電気学会リニアドライブ研究会,  
LD-16-016, pp.91-96, 2016  
場 所 関西大学 100 周年記念会館, 大阪  
発 表 日 2016 年 1 月 26 日  
開催期間 2016 年 1 月 26 日

# 付録 A

## マルチレートびびり振動解析の補足

### A.1 ソースコードについて

3章で提案したマルチレートびびり振動解析は GNU General Public License v3.0 の許諾の下で <https://github.com/shimodatakaki/MultirateChatterAnalysis> から利用可能である。

### A.2 主軸速度が周期時変の場合の解析

一般の場合を考えるため、主軸速度  $\omega_{sp}(t)$  を (A-1) ように  $T_{sp}$  周期で変動させるとする。ただし  $\omega_0$  は主軸平均速度、 $\tau_0$  は (A-7) で表現される平均遅れ、 $S(t)$  は (A-3), (A-4), (A-5) を満たす変調関数である。また (A-1) に現れる RVA は変調振幅比、(A-6) に現れる RVF は変調周波数比を表す。主軸速度一定の場合を解析したければ  $RVA = 0, RVF = q$  とすればよい。

$$\omega_{sp}(t) = \omega_{sp}(t + T_{sp}) \quad (\text{A-1})$$

$$= \omega_0(1 + RVA \cdot S(t)), \quad (\text{A-2})$$

where

$$\int_t^{t+T_{sp}} S(t)dt = 0, \quad (\text{A-3})$$

$$S(t) = S(t + T_{sp}), \quad (\text{A-4})$$

$$|S(t)| \leq 1 \quad (0 \leq \forall t \in \mathbb{R}), \quad (\text{A-5})$$

$$T_{sp} = \frac{q\tau_0}{RVF}, \quad (\text{A-6})$$

$$\tau_0 = \frac{2\pi}{q\omega_0}. \quad (\text{A-7})$$

ただし系が周期性を持つように、ここでは (A-8) の仮定を置く。

$$RVF = 1/n \quad (n \in \mathbb{N}). \quad (\text{A-8})$$

遅延も周期時変になるので、半離散化法における  $x_{\tau_i}$  は以下の式で定義し直される。

$$x_{\tau_i} = \beta_i x[i - m_i] + \alpha_i x[i - m_i + 1], \quad (\text{A-9})$$

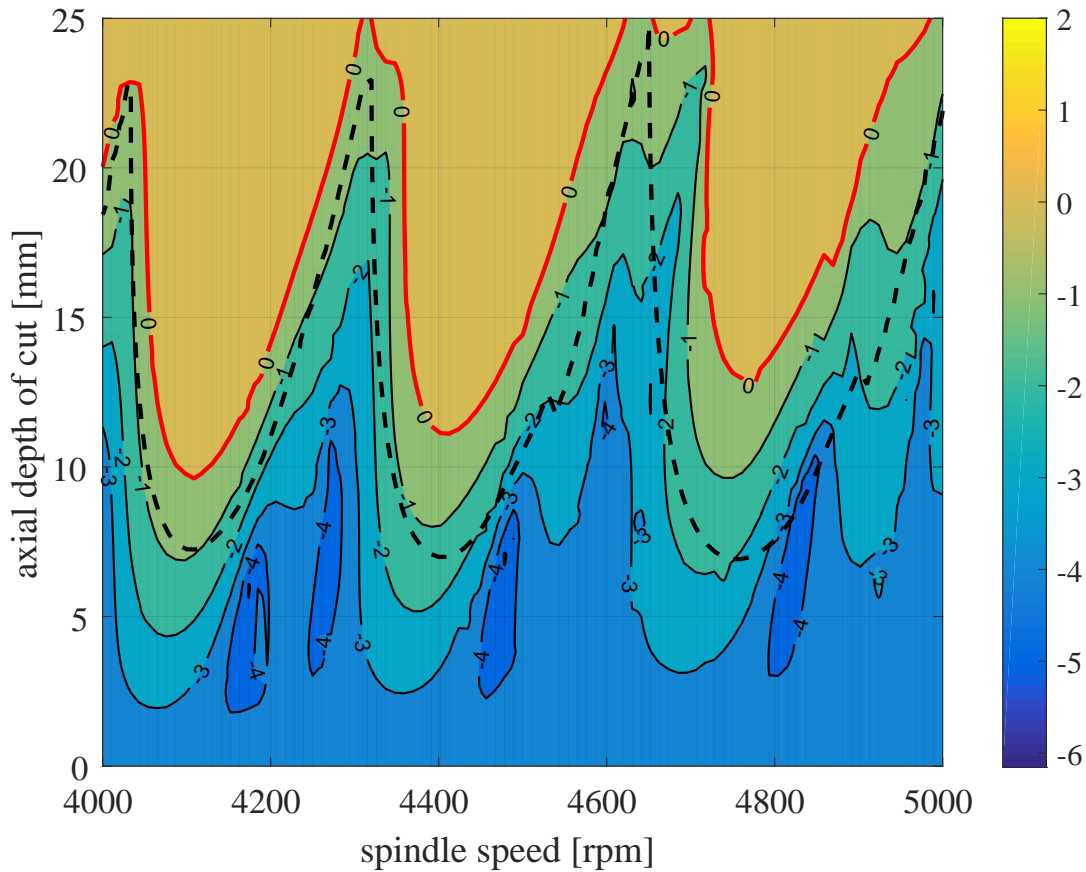


図 56: 主軸速度が周期時変の場合の自励びびりの最大特異値マップ (dB)

where

$$m_i = \text{floor}\left(\frac{\tau_i + \Delta t/2}{\Delta t}\right), \quad (\text{A-10})$$

$$\tau_i = \frac{1}{\Delta t} \int_{i\Delta t}^{(i+1)\Delta t} \tau(t) dt, \quad (\text{A-11})$$

$$\alpha_i = \frac{m_i \Delta t + \Delta t/2 - \tau_i}{\Delta t}, \quad (\text{A-12})$$

$$\beta_i = \frac{-m_i \Delta t + \Delta t/2 + \tau_i}{\Delta t}. \quad (\text{A-13})$$

ただし floor(·) は床関数である。

こうして主軸速度一定時と同様な解析が可能である。その結果を Fig. 56 に示す。ただしこの図では刃通過周期 5 ms 換算,  $RVA=0.05$ ,  $RVF=0.5$  で, 黒点線は主軸速度一定時の安定ローブ線図で, 赤線は主軸速度周期変動時の安定ローブ線図である。また  $S(t) = \cos(\frac{2\pi}{T_{sp}}t)$  とした。

以上のように主軸速度周期変動時にもマルチレートびびり振動解析は適用可能である。

# 付録 B

## FRF データ駆動固定構造 $H_\infty$ ループ整形

本章では周波数応答 (frequency response function, FRF) データを基に固定構造制御器を用いて,  $H_\infty$  ループ整形する手法について議論する。なお本手法のプログラムは <https://github.com/shimodatakaki/mypy> で公開されている。

### B.1 二自由度制御

本節では二自由度制御 [92] について議論する。Fig. 57 に二自由度制御系を示す。プラント  $P$  に対して, 指令値, 外乱, ノイズ  $r, d, n$  から出力  $y$  までの伝達特性は以下の通りである。

$$y = (T + SC_{FF}P)Mr + SPd + Tn, \quad (\text{B-1})$$

where

$$S = \frac{1}{1 + PC_{FB}}, \quad (\text{B-2})$$

$$T = \frac{PC_{FF}}{1 + PC_{FB}}. \quad (\text{B-3})$$

ただし  $S, T$  はそれぞれ感度, 相補感度関数である。Fig. 57 は指令値追従特性と外乱抑圧特性はそれぞれ  $C_{FF}, M$  と  $C_{FB}$  により独立に設計可能なので, 二自由度制御と呼ばれる。

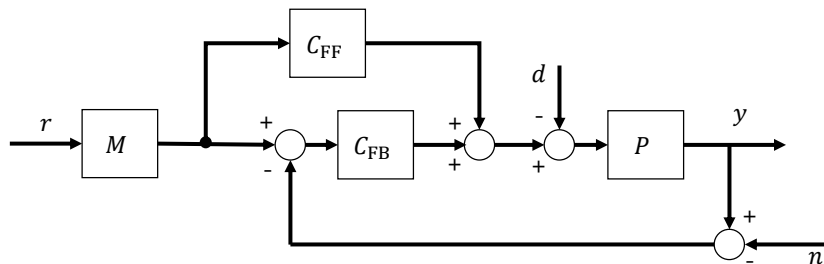


図 57: 二自由度制御

## B.2 モデル駆動固定構造 $H_\infty$ ループ整形

### B.2.1 定式化

$H_\infty$  制御は Zames らによって 1980 年代前後に初めて定式化された制御問題 [93] で、一般に以下の形を取る。

$$\min_C \gamma \tag{B-4}$$

*s.t.*

$$|\alpha_j S + \beta_j T|_\infty < \gamma \quad (\omega \in \Omega_j \text{ for } j = 1, \dots), \tag{B-5}$$

$$|\alpha_i S + \beta_i T|_\infty < 1 \quad (\omega \in \Omega_i \text{ for } i = 1, \dots), \tag{B-6}$$

$$C \in \mathbb{K}. \tag{B-7}$$

ただし  $\alpha_i, \alpha_j, \beta_i, \beta_j \in \mathbb{C}$  である。 $\Omega_i, \Omega_j$  はそれぞれ任意の周波数点集合である。また  $\mathbb{K}$  はある制御器の集合である。(B-5), (B-6) はそれぞれソフト, ハードな制約と呼ばれる。

### B.2.2 凸最適化による $H_\infty$ 制御の解

最も初期の  $H_\infty$  制御の解は two algebraic Riccati equations (AREs) を用いた凸最適化によって 1989 年に Doyle, Glover, Khargonekar そして Francis らによって導かれた [94]。以降線形行列不等式 (Linear Matrix Inequalities, LMI) による解法なども研究されている [95]。しかし凸最適化による解で得られた制御器には以下の問題があり、産業界にまで復旧することはなかった [96]。

- 制御器の次数が高次になりやすい点。
- 制御器の構造が指定出来ない点 (PID 制御器などの構造はほとんど望めない)。
- 制御器が集中している点 (産業界では PID とノッチ, P-PI など制御器は分散している)。
- 凸最適問題定式化において制約の十分条件を考慮するため、保守的になる点。

しかし 2006 年に Apkarian, Noll らによってこれらの問題は全て解決された [96]。

### B.2.3 微分不可能非凸最適化による $H_\infty$ 制御の解

1989 年以降、固定構造などの非凸制約を扱った  $H_\infty$  制御問題に様々な関心が集まった [97–101]。そして 2006 年に [96] によって微分不可能 (Nonsmooth) かつ非凸な  $H_\infty$  制御問題の解法が提案された。この手法は従来の凸最適化手法ではなく、Bundle 法 [102] と呼ばれる非凸最適化手法を用いる。微分不可能で非凸な問題を扱えるようになったことで、保守性の無い固定構造  $H_\infty$  制御が解けるようになった。

[96] 以降、様々なモデル駆動固定構造  $H_\infty$  ループ整形手法が提案されている [103–115]。



## B.3 FRF データ駆動固定構造 $H_\infty$ ループ整形

本設では FRF データ駆動の固定構造  $H_\infty$  ループ整形 [116–124] を議論する。

なお本章ではデータ点  $k = 1, \dots, N$  に対して周波数点列  $\omega_k$ , プラント FRF データ点列  $g_k$  が与えられているものとする。この時それぞれの周波数点に対応するフィードバック制御器の FRF を  $C_k$  とし, 開ループ FRF を  $L_k$ , 感度関数と相補感度関数をそれぞれ  $S_k, T_k$  とする。また制御器  $C_k$  はパラメータ  $x$  によってパラメトライズされているとする。

### B.3.1 制約の定式化

FRF データ駆動  $H_\infty$  ループ整形は以下の最適化問題として表現される。

$$\text{find } x, \tag{B-8}$$

*s.t.*

$$|\alpha_k S_k + \beta_k T_k|_2 < 1 \ (\forall k), \tag{B-9}$$

$$|W_{1k} S_k|_2 < 1 \ (k \in \mathbb{F}_1), \tag{B-10}$$

$$|W_{2k} T_k|_2 < 1 \ (k \in \mathbb{F}_2), \tag{B-11}$$

$$x \in \mathbb{X}. \tag{B-12}$$

$\infty$  ノルム制約が 2 ノルム制約を通して表現されていることに注意されたい。

#### 制御器探索

制約を満たす制御器が存在する時,  $x$  は feasible と呼び, 以下の問題を feasibility problem と呼ぶ。

$$\text{find } x. \tag{B-13}$$

#### ディスク条件による安定余有制約

ゲイン余有  $g_m$  と第一, 第二位相余有  $\theta_1, \theta_2$  を満たす十分条件は次の制約で与えられる。これは Fig. 58 のような条件となる。

$$r_m - |L_k - \sigma|_2 < 0 \ (\forall k) \tag{B-14}$$

$$\Leftrightarrow |\alpha S_k + \beta T_k|_2 < 1 \ (\forall k), \tag{B-15}$$

where

$$\alpha = \frac{\sigma^2 + \sigma - r_m^2}{r_m}, \tag{B-16}$$

$$\beta = \frac{-\sigma - 1}{r_m}. \tag{B-17}$$

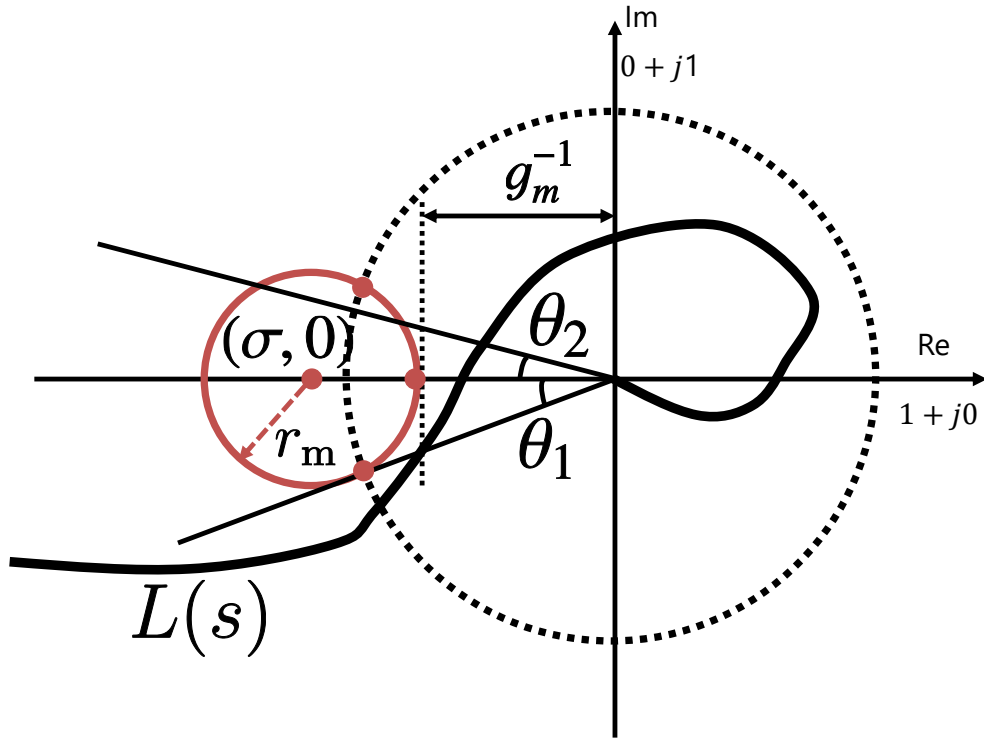


図 58: 安定余有とディスク条件

#### 感度制約

低域外乱抑制のための感度制約は以下で与えられる。

$$|W_{1k}|_2 - |L_k + 1|_2 < 0 \quad (k \in \mathbb{F}_1) \quad (\text{B-18})$$

$$\Leftrightarrow |W_{1k}S_k|_2 < 1 \quad (k \in \mathbb{F}_1). \quad (\text{B-19})$$

ただし  $\mathbb{F}_1$  は任意の周波数領域に対応する点集合である。これは Fig. 59 のような制約となる。 $|W_{1k}|$  は感度 0 dB クロスオーバー周波数  $\omega_{ns}$  に対して

$$W_{1k} = \left( \frac{j\omega_{ns}}{j\omega_k} \right)^m. \quad (\text{B-20})$$

とすれば良い。ただし  $m$  はノミナル感度特性を決める係数である。

#### 相補感度制約

感度制約と同様に相補感度にも制約を与えることができる。

$$|W_{2k}T_k|_2 < 1 \quad (k \in \mathbb{F}_2). \quad (\text{B-21})$$

ただし  $\mathbb{F}_2$  は任意の周波数領域に対応する点集合である。

#### 制御器制約

制御器構造，ゲインの制約は以下で与えられる。

$$\mathbf{x} \in \mathbb{X}. \quad (\text{B-22})$$

ただし  $\mathbb{X}$  は任意の制御器ゲインの集合である。

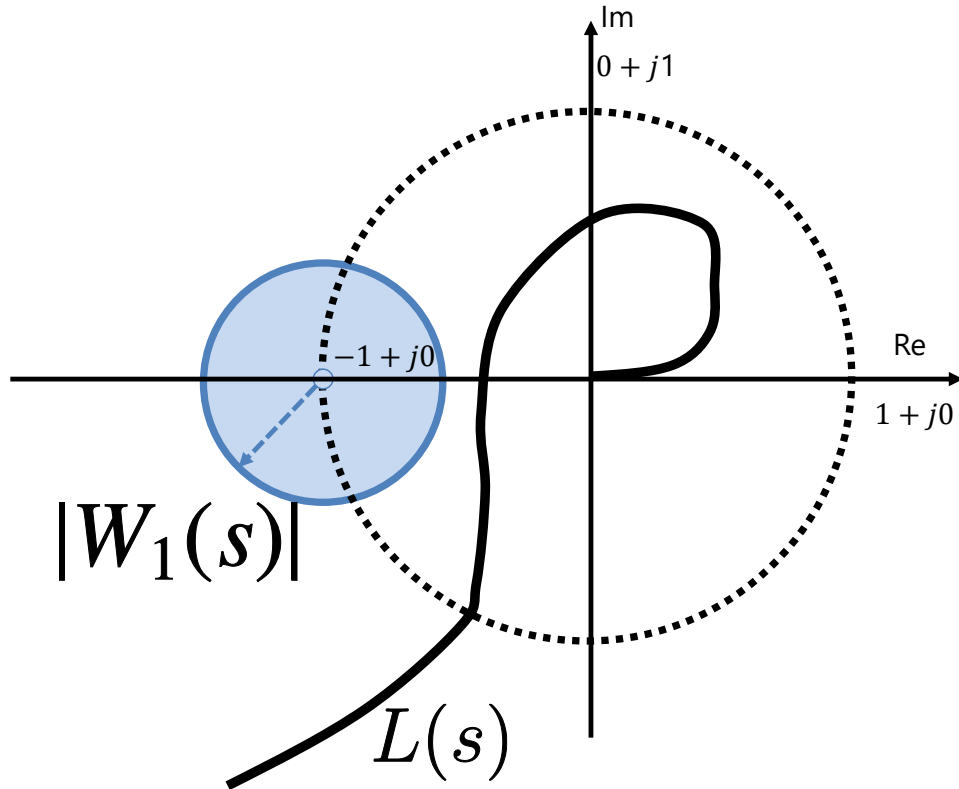


図 59: ノミナル感度条件

### B.3.2 逐次線形計画法による解法

逐次凸最適化を用いれば、任意の非線形計画問題を、 $t$  回目の繰り返し回  $x_t$  近傍で凸化できる。特に線形化を行う場合は逐次線形計画法と呼ばれ [90]，一回微分可能な非線形制約  $h(x) \geq 0$  の元での一回微分可能な非線形関数  $f(x)$  の最小化は次で表される。

$$\min f(x_t) + \nabla f(x_t)^T (x - x_t) \tag{B-23}$$

s.t.

$$h(x_t) + \nabla h(x_t)^T (x - x_t) \geq 0. \tag{B-24}$$

線形コントローラを用いる場合

制御器が線形にパラメトライズされているならば、以下の式で表現出来る。

$$C_k = \phi_k^T x. \tag{B-25}$$

ただし  $\phi_k$  は基底関数である。制御器の構造が PID ならば以下の式になる。ただし  $k_p, k_i, k_d$  はそれぞれ P, I, D ゲインで、 $\tau_d$  はカットオフである。

$$\phi_k^T = \left[ 1 \quad 1/s_k \quad s_k/(1 + \tau_d s_k) \right], \tag{B-26}$$

$$x^T = \left[ k_p \quad k_i \quad k_d \right], \tag{B-27}$$

where

$$s_k = \frac{2}{t_s} \frac{1 - z_k^{-1}}{1 + z_k^{-1}}, \quad (\text{B-28})$$

$$z_k = \exp(j\omega_k t_s). \quad (\text{B-29})$$

ただし  $t_s$  はサンプリング周期で、制御器は Tustin 変換により離散化されている。

(B-14) の制約は凸関数と凸関数の差で表現されているため、非凸制約になっている。このクラスは非凸制約の中でも difference of convex (DC) function と呼ばれ、線形化した場合に信頼区間 (trust region) を与えずとも、局所解ないし鞍点に収束することが知られている [125]。その手続を convex-concave procedure (CCCP) と呼ぶ。さて安定余有制約 (B-14) を CCCP により線形化すると  $t+1$  回目の繰り返しにおいて以下の線形不等式になる。またノミナル制約 (B-18) も同様の式で線形化出来る。

$$r_m - \Re \left[ \frac{(L_{kt} - \sigma)^*}{|L_{kt} - \sigma|} (L_k - \sigma) \right] < 0. \quad (\text{B-30})$$

ただし  $L_{kt}$  は  $t$  回目の繰り返しにおける  $L_k$  である。

線形分数積コントローラを用いる場合

制御器が線形分数積でパラメトライズされている場合は制御器は以下になる。

$$C_k = \prod_{i=1}^M \frac{\mathbf{a}_{ki}^T \mathbf{x}_i + b_{ki}}{\mathbf{c}_{ki}^T \mathbf{x}_i + d_{ki}}. \quad (\text{B-31})$$

where

$$\mathbf{x}^T = [x_1, x_2, \dots, x_M]. \quad (\text{B-32})$$

ただし  $M$  は分散制御器の数である。

この場合も線形コントローラと同様に逐次線形計画で解を得ることが出来る。ただしもし制約が difference of convex function にならない場合は収束を保証するために適切な  $x$  の信頼区間を与える必要がある。

### B.3.3 Nelder-Mead 法による解法

非凸最適化はヒューリスティックによって解くことも可能であり、有名な手法として Nelder-Mead 法などが知られる [126]。

### B.3.4 FRF データ駆動 $H_\infty$ ループ整形のシミュレーション

摂動なしの場合

Fig. 60 にハードディスクドライブ (Hard Disk Drive, HDD) の FRF データを示す。

極配置 (Pole Assignment, PA) と逐次線形計画 (SLP) による制御器設計を Fig. B.3.4 に示す。安定余有は 5 dB、位相余裕は 30 度とした。制御構造は (B-25) の線形 PID とした。また感度制約は (B-20) かつ  $m = 3$  とした。ただしどちらにおいても制御帯域 (感度関数 0 dB クロスオーバー周波数) を二分法により最大化した。

結果的に SLP は PA よりも低域の感度を 3 dB ほど下げること成功している。このため低域での外乱抑圧性能が向上している。

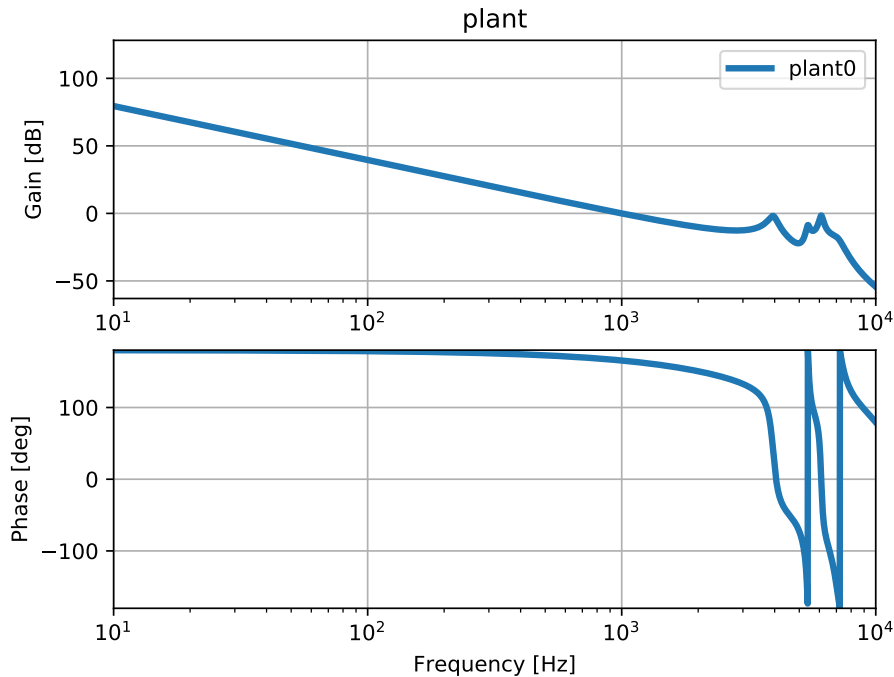


図 60: HDD プラントの FRF データ

#### 摂動ありの場合

Fig. 62 に摂動がある場合の HDD の FRF データを示す。ただし摂動は全部で 9 通りとした。

SLP による制御器設計を Fig. B.3.4 に示す。安定余有は 5 dB, 位相余裕は 30 度とした。制御器の構造は (B-31) の形を取る, PID, 3 notch filters, 1 lead filter とした。また感度制約は (B-20) かつ  $m = 3$  とした。制御帯域 (感度関数 0 dB クロスオーバー周波数) を二分法により最大化した。

この様に摂動があっても全てに対してロバスト安定な制御器を設計することが出来る。

### B.3.5 FRF データ駆動 $H_\infty$ ループ整形の実験

Fig. 64 にある工作機械の FRF データを示す。このプラントに対して二自由度制御系を設計する。

#### 感度整形

PA と SLP による制御器設計と外乱応答を Fig. B.3.5 に示す。安定余有は PA では 10 dB, SLP では 12 dB, 位相余裕は 40 度とした。制御器の構造は (B-31) の形を取る PID とした。また感度制約は (B-20) かつ  $m = 3$  とした。制御帯域 (感度関数 0 dB クロスオーバー周波数) は二分法により最大化した。

SLP では低域に感度制約を設けているので, 低域の外乱除去特性が PA よりも時間領域ピーク比で 3 倍ほど優れていることが分かる。

#### 二自由度制御系による指令値応答整形

FB 制御器によって感度整形した後に, FF 制御器を用いることで独立に指令値応答の整形が可能である。ここでは  $C_{FF} = 0$  とし, prefilter  $M$  を用いて相補感度整形を行う。実験結果を Fig. B.3.5 に示す。

Fig. 66(a), Fig. 66(b) ではそれぞれ相補感度関数の  $H_\infty$  ノルムと二次系のオーバーシュートが 5%までは一対一対応である事実を利用してオーバーシュート制約をそれぞれ 15%, 5%としている。このとき prefilter  $M$  は二次の butterworth フィルタとなっている。

$H_2$  モデルマッチを用いた Fig. 66(c) では規範モデル  $T_d$  を以下の様に決めた。

$$T_d(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (\text{B-33})$$

where

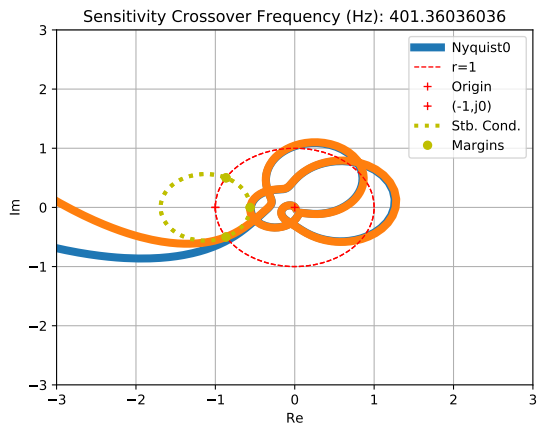
$$\zeta = 1, \quad (\text{B-34})$$

$$\omega_n = 14.5 \cdot 2\pi. \quad (\text{B-35})$$

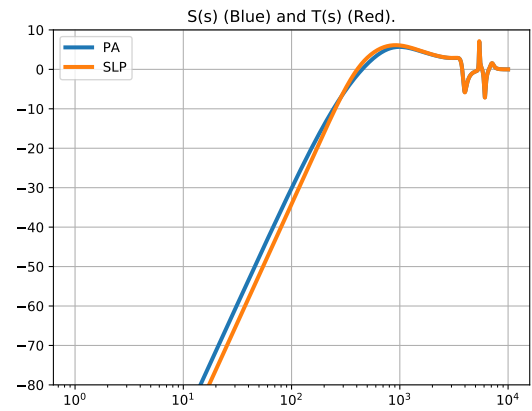
このとき prefilter は  $M \sim T_d$  となった。

Fig. 66(d) に指令値ステップ応答を示す。厳密では無いが、数%の範囲で制約を満たしている事が分かる。

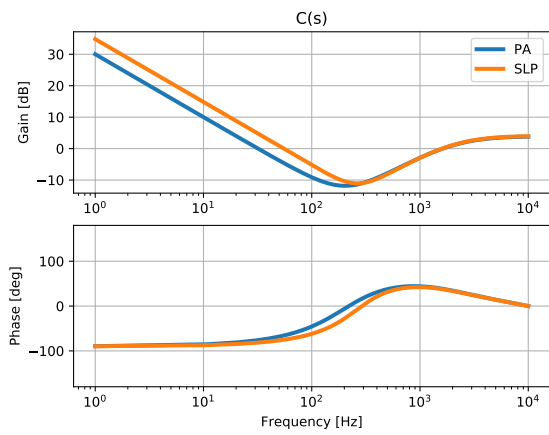
以上により二自由度制御器によって外乱応答と指令値応答を独立に設計できることを示した。



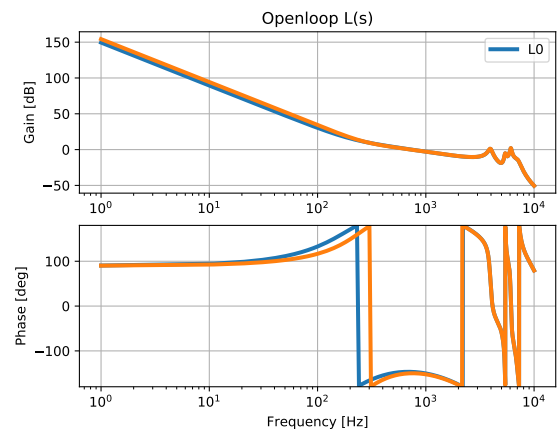
(a) ナイキスト線図



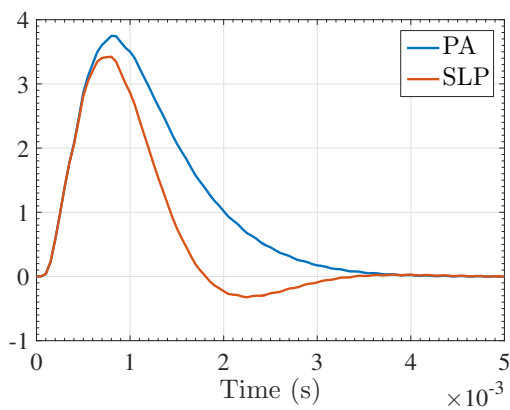
(b) 感度関数



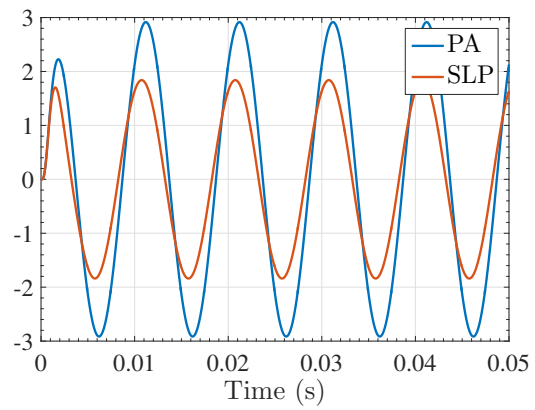
(c) 制御器周波数応答



(d) 開ループ周波数応答



(e) 単位ステップ外乱応答



(f) 100 Hz 外乱応答

図 61: 摂動なし HDDFRF データに対するシミュレーション結果

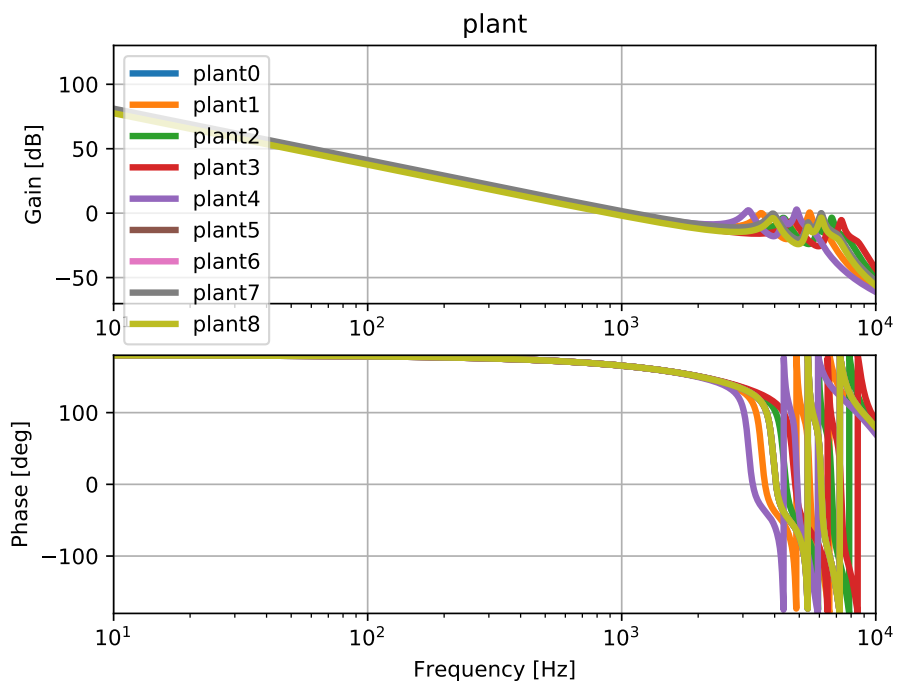
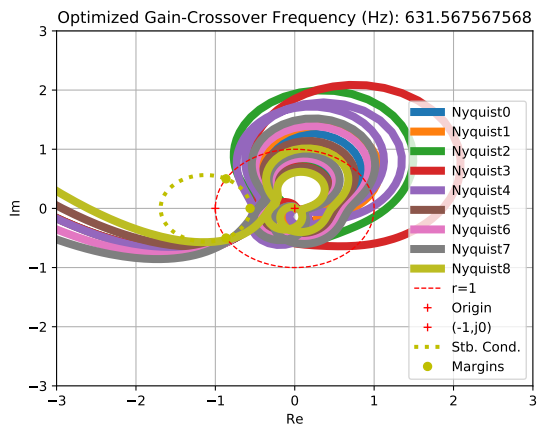
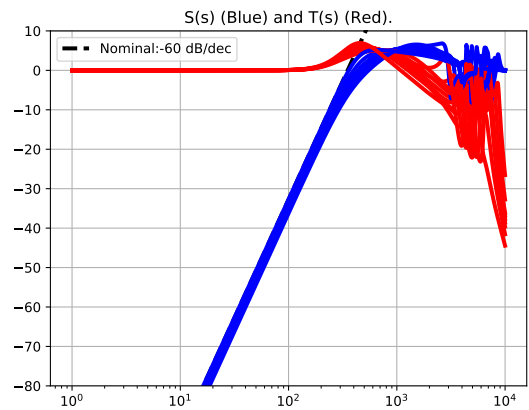


図 62: 摂動がある場合の HDD プラントの FRF データ

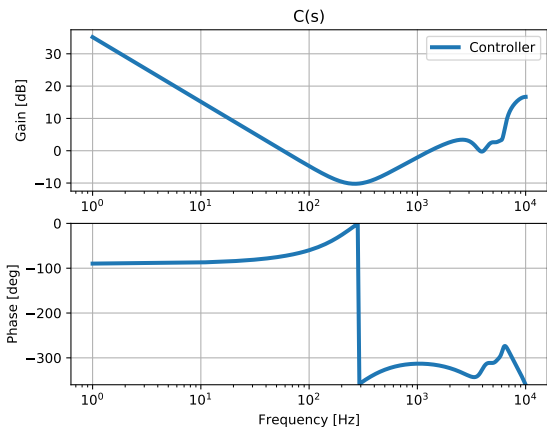




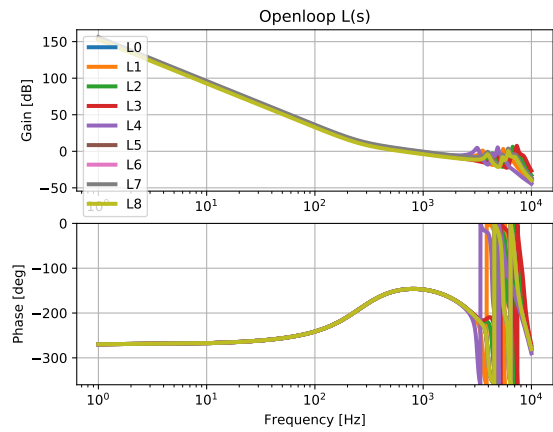
(a) ナイキスト線図



(b) 感度, 相補感度関数



(c) 制御器周波数応答



(d) 開ループ周波数応答

図 63: 摂動がある場合の HDDFRF データに対するシミュレーション結果

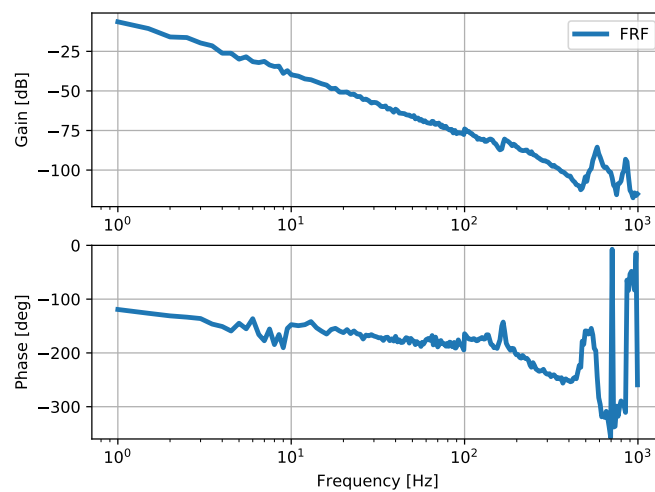
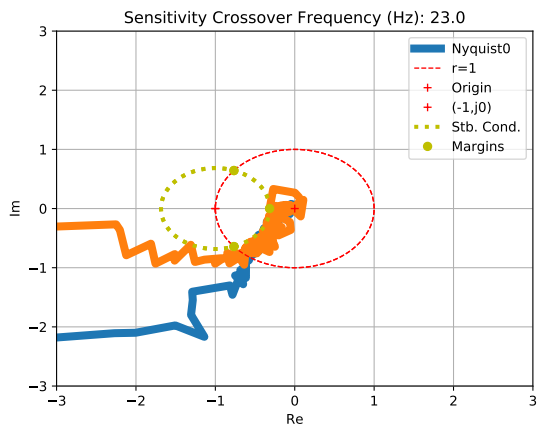
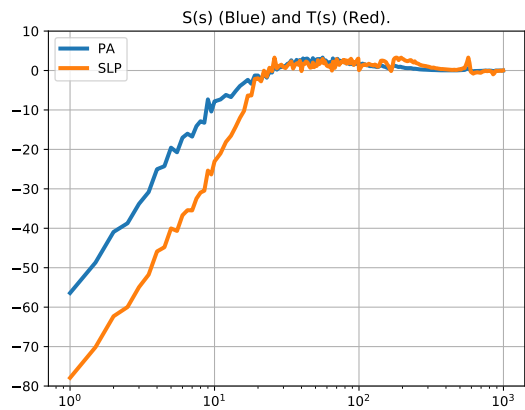


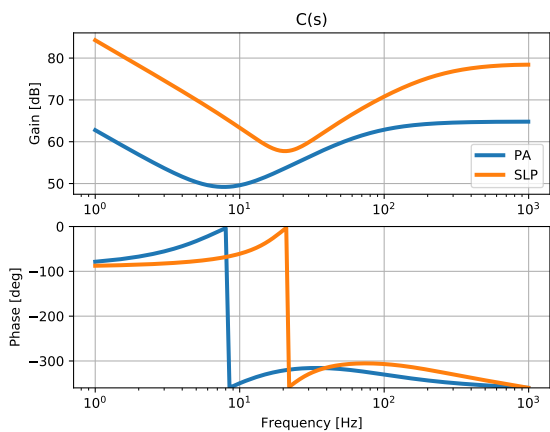
図 64: 工作機械の  $q$  軸電流指令値からモータ角までの FRF データ



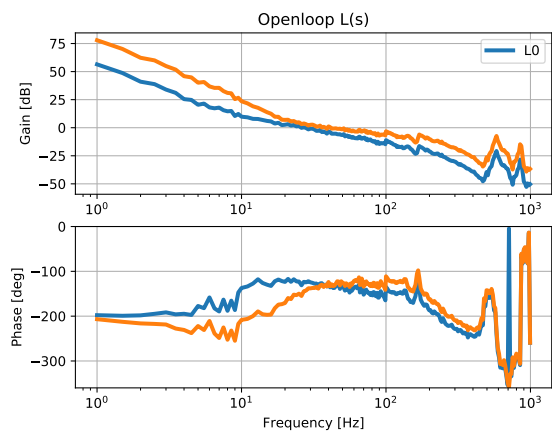
(a) ナイキスト線図



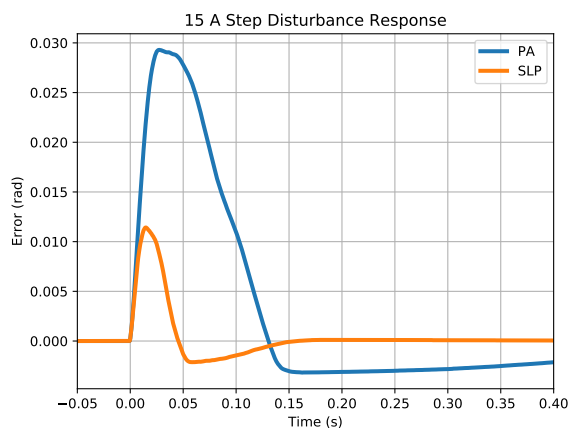
(b) 感度関数



(c) 制御器周波数応答

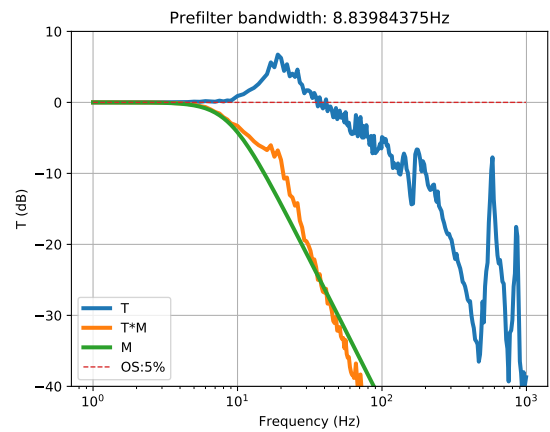
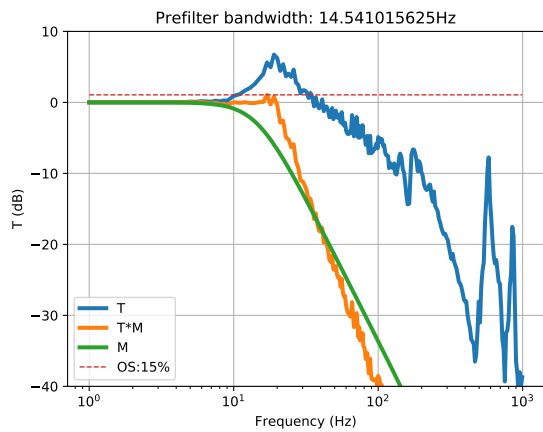


(d) 開ループ周波数応答

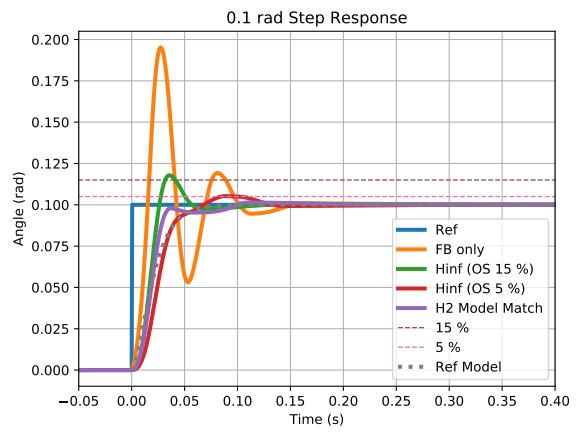
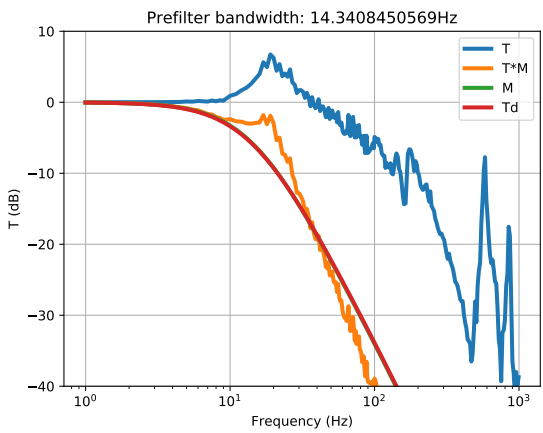


(e) 15 A  $q$  軸電流ステップ外乱応答

図 65: 工作機械の  $q$  軸電流指令値からモータ角までの FRF データに対する感度整形実験結果



(a)  $H_\infty$  オーバーシュート 15%制約による指令値応答整形 (b)  $H_\infty$  オーバーシュート 5%制約による指令値応答整形



(c)  $H_2$  モデルマッチによる指令値応答整形

(d) 指令値 0.1 mrad ステップ応答

図 66: 工作機械の  $q$  軸電流指令値からモータ角までの FRF データに対する指令値応答実験結果