

東京大学 大学院新領域創成科学研究科
基盤科学研究系
先端エネルギー工学専攻

令和元年度

修士論文

CubeSat 用 10mN 級

6 自由度スラストスタンドの性能評価

Performance evaluation of 10mN and 6 degree-of-freedom
thrust stand for CubeSats

2020 年 1 月 28 日提出
指導教員 小泉 宏之 准教授

47186066 菊池 航世

目次

1. 序論	4
1.1. 現在の宇宙開発の動向	4
1.2. 小型衛星・宇宙機のミッションの多様・複雑化	4
1.3. スラストスタンド	6
1.3.1. 1自由度スラストスタンド	6
1.3.2. 6自由度スラストスタンド	8
1.4. 研究目的	10
2. 設計した6自由度スラストスタンド	12
2.1. 6自由度スラストスタンドの力学モデル	12
2.1.1. 運動エネルギーの算出	14
2.1.2. ポテンシャルエネルギーの算出	17
2.1.3. オイラーラグランジアンへの代入と運動方程式の導出	22
2.2. 6自由度スラストスタンド	25
2.2.1. 6自由度スラストスタンドの外観	25
2.2.2. ボイスコイルモーター (VCM)	26
2.2.3. 変位計	30
2.2.4. プレート裏側の外観	31
2.3. スタンドの較正方法	32
2.3.1. 変位計の値からスタンドの変位, 角度への変換	32
2.3.2. スタンドの重心の導出	36
2.3.3. スタンドの較正方法	39
3. 試験環境	41
4. 予備試験	45
4.1. VCM 較正試験	45
4.1.1. 試験目的	45
4.1.2. 試験セットアップ	45
4.1.3. 試験結果	46
4.2. インパルス応答試験	48
4.2.1. 試験目的	48
4.2.2. 試験セットアップ	48
4.2.3. 試験結果	48
5. 本実験の試験コンフィグと実験条件	54
5.1. 試験コンフィグ	54
5.2. 試験条件	54

6. 試験結果	56
6.1. 変位の時間履歴	56
6.2. 平均化時の各自由度における力またはトルクと変位計の関係	59
7. 性能評価と考察	63
7.1. 回帰分析の利用	63
7.2. Ridge 回帰による性能評価	64
7.3. 誤差評価	65
7.4. スタンドの分解能	69
8. 結論	71
参考文献	72
謝辞	75
関連研究発表	76

1. 序論

1.1. 現在の宇宙開発の動向

1957年にソ連が人類初の人工衛星スプートニク1号を打ち上げて60年余りが経過し、衛星、宇宙機に関する研究や開発は大きく進んできている。日本では、はやぶさ2が小惑星リュウグウへのタッチダウン成功[1]、アメリカのNASA開発の探査機”InSight”の火星着陸成功[2]、SpaceXによる60機の衛星打ち上げ成功[3]などがある。衛星や宇宙機の大きさや種類は多く存在するが、近年では100kg以下の小型衛星、宇宙機の需要が大きい[4]。以下に超小型衛星(Nanosatellite)の開発機関ごとの数と割合を示す[5]。グラフからわかる通り、企業や大学での開発が増えていることがわかる。この背景としては、大型と比べて開発コストやリスクが小さいこと、相乗りによる打ち上げコストの削減、短い開発期間により素早く結果を得られ、次の衛星開発に生かせるなどの利点がある。

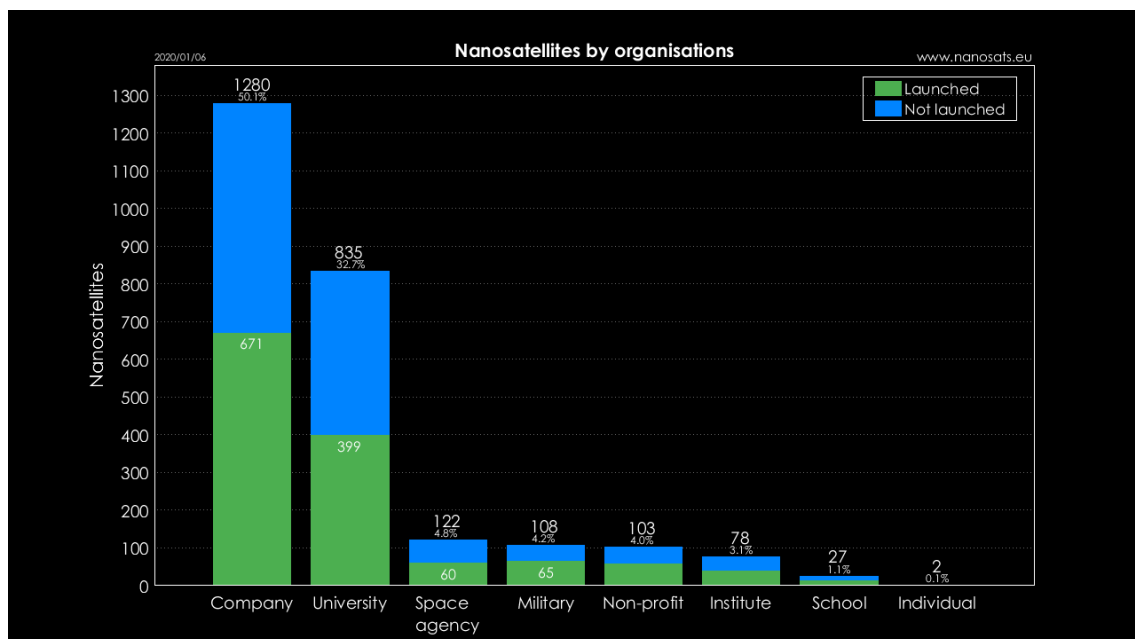


Fig 1-1 Nanosatellites by organisations [5]

1.2. 小型衛星・宇宙機のミッションの多様・複雑化

前節で小型衛星・宇宙機の需要が高まってきていることを述べた。小型衛星・宇宙機は大型に比べて失敗リスクが小さいため、より挑戦的なミッションを課すことが可能である。そうした小型衛星・宇宙機のミッションとして深宇宙探査やコンステレーションやフォーメーションフライト(FF)がある[6]。

深宇宙探査には衛星に推進器が不可欠であり、軌道上で作動が実証された機体が増えて

きている。JAXA と東京大学が開発した深宇宙探査機 PROCYON の図を載せる[7]。PROCYON は、2014 年にはやぶさ 2 の相乗り衛星として打ち上げられた。ミッションはバス機器の作動実証であったが、延長として、小惑星のフライバイも視野にいていた。推進器としてイオンスラスターとコールドガスジェットスラスターを搭載し、50kg 級の衛星としては世界発の軌道での作動実証がなされた[8]。

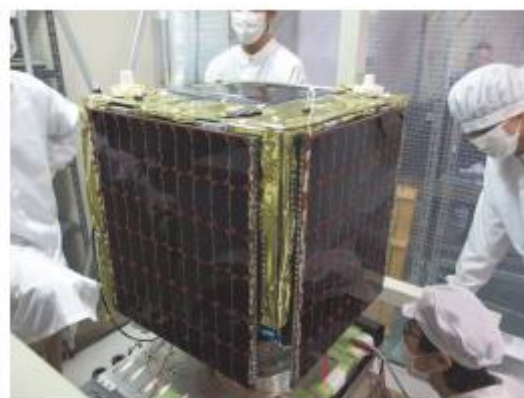


Fig 1-2 External view of PROCYON [7]

コンステレーションとは複数の衛星同士が協調動作することで、1 機では実現が難しいミッションを行うものである。衛星を地球上のある地点まで移動させて、災害監視や海洋監視、土地利用調査、防衛などに役立てるという試みがある[9-12]。例えば下記写真は光学衛星 RapidEye によるコンステレーションの模式図である[13]。衛星を森林や農地のある地点の上空まで移動させて、作物の生育状況のモニタリングなどを行う。複数機で観測エリアを分けることで、1 機では難しい地球全体の観測を可能にしようという試みである。



Fig 1-3 Images of RapidEye[13]

フォーメーションフライトは複数の衛星・宇宙機が艦隊飛行を行うことで 1 機での実現が困難なミッションを行うものである。”艦隊飛行”がポイントで、コンステレーションと比較すると、衛星間の相対距離、姿勢が重要になる [14-18]. 以下に Caltech 社が提案しているフォーメーションフライトによる ReST ミッションの模式図を示す[18]. 多数の超小型衛星をドッキングさせることで、大型の反射鏡を作成し、より広範囲の天体の観測を行おうという狙いである.



Fig 1-4 Images of AAReST satellite [18]

1.3. スラストスタンド

前節で挙げた 3 つの衛星利用に共通するのは、衛星の正確な制御が必要なことである。衛星の制御を正確に行うためには地上であらかじめ衛星搭載の推進機や衛星全体の特性・性能を把握しておく必要がある。そうした性能評価を行う手段の一つに、スラストスタンドがある。スラストスタンドには計測方法や較正方法によって多くの種類が存在する。

1.3.1. 1 自由度スラストスタンド

スラストスタンドのうち、多くはこの 1 自由度のスラストスタンドである。1 自由度とはここでは衛星の主推力方向を指す、1 自由度スタンドは多くは倒立振り子式 (Inverted pendulum), 吊り下げ振り子式 (Hanging pendulum), ねじれ振り子式 (Torsional pendulum), に分類される。

倒立振り子式のスタンドの模式図を以下に示す。ピヴォット、アーム、スラストつきプレートという構成であり、ピヴォットに対してスラストが重力方向と反対向きに置かれる。利点としては、生成された力に対して敏感であること、構造がとてもシンプルであるため、小さい真空チェンバでも計測が可能であることがあげられる。[19-23]欠点としては、スタン

ドの重心がピヴォットからずれている場合、ねじれが発生するため、実推力の精度が落ちてしまうことである[24-26]。対策として、ピヴォットに対して、スラストと逆の位置にカウンターウェイトを置くことによって重心の位置をピヴォットに合わせるといった設計が必要になる。重心合わせが重要になるスタンドである、

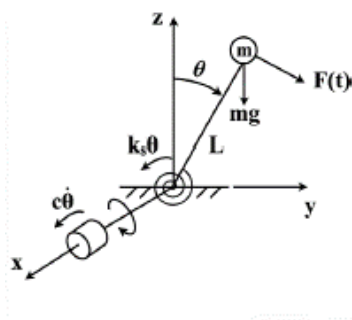


Fig 1-5 schematic of inverted pendulum

吊り下げ式のスタンドの模式図を以下に示す、ピヴォット、アーム、スラスト付きプレートという構成であり倒立式振り子と同じく構造がシンプルになる[27-31]。しかし倒立振り子と違いピヴォットに対してスラストが重力方向と同じ向きに置かれるため、重心が安定しやすいという特徴がある。しかし、重心が安定しやすいゆえに、スラストの推力に対して鈍感になるため、倒立振り子に比べて精度が落ちるという欠点がある。

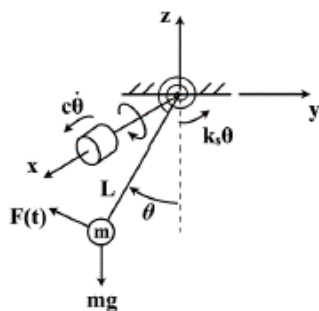


Fig 1-6 schematic of hanging pendulum

ねじれ振り子式のスタンドの模式図を以下に示す。上記 2 つと大きく構成は変わらないが、重力の影響を受けにくいという利点がある。ピヴォットのばね定数を調整することで幅広い推力レンジに対応が可能である[32-33]。欠点としては、理想的には重力の影響がないが、実際には重力の影響が出てしまう点、装置が大きくなってしまい、小さな真空チェンバ

で試験をすることが難しいなどといった点がある[33].

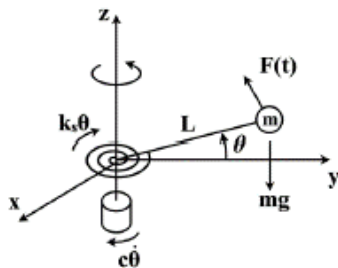


Fig 1-7 schematic diagram of torsional pendulum

上記3つの振り子式スタンドに加えて、ターゲット式スラスタスタンドも存在する。スラスタからプルームをスタンドについているプレートにぶつけて推力を図るという仕組みである。スラスタとスタンドを分離でさせることができるため、装置の制限が小さくなるといった特徴がある。しかし、プルームをぶつけての計測のため、得られた力が実推力と解離してしまうことが問題である。ほかにも、磁気浮上型スラスタスタンドも存在する[34].

1.3.2. 6 自由度スラスタスタンド

1 自由度のスタンドを利用して、多自由度計測する手法もある[35]. だが、ここでは多自由度を直接計測するスタンドの先行研究を紹介する。

以下にロードセルを6つ搭載したスラスタスタンドを以下に示す。A.Wright らによって設計されたもので、ロードセル1でz方向推力、ロードセル2,3でx方向推力とy軸周りのトルク、ロードセル4,5,6でy軸方向推力とx,z軸周りのトルクを計測する[36]. 試験前にあらかじめ較正として、ロードセルにかかった力と出力電圧の関係をj得る。ハイブリッドロケットを使用して実験が行われ、推力計測もされた。



Fig 1-8 6 DOF thrust stand for hybrid rockets [36]

さきほどのスタンドはハイブリッドロケット用で推力レンジが大きいものであった。推力レンジが小さいものとして、各務らによって作られた 1N 級スタンドを以下に示す[37]。三角形柱のプレートがあり、中央にスラスタが固定されている。スラスタは MPD thruster を想定している。プレートの脇と裏側にボイスコイルモーター (VCM) と呼ばれる装置がついている。後述するが、VCM は電磁力を生み出す装置で、スタンドの較正に利用される。電磁力が電流のみに依存すること、非接触で力をプレートに加えられるため、ヒステリシスをなくせるなどといった利点がある。プレート裏側についている VCM3 つでプレートを磁気浮上させている。3 つの VCM で約 1kg までのスラスタを浮上させることができる[37]。また、1 つの VCM につき 1 つの変位計が取り付けられている。このスタンドは零位法を採用している。零位法とは、スタンドに変位が生じた時その変位を打ち消すように VCM で力を発生させ、変位を抑えるために生成された力またはトルクをスラスタの推力またはトルクとみなす方法である。つまり、スタンドの較正を行うためには、別途既知の力を生成できるものが必要になる。較正時の模擬図を以下に示す。模擬スラスタ(Reference thruster)は、ロードセルに円筒形のネオジム磁石を組み込んだものを使用している[37]。ネオジム磁石の周りにソレノイドコイルを巻き、コイルに電流を流すことで、ネオジム磁石の磁場による電磁力でプレートに力を加える仕組みである。これにより、トルクと力が両方かかってしまうため、模擬スラスタの取り付け位置や角度を変えて較正を行っている。

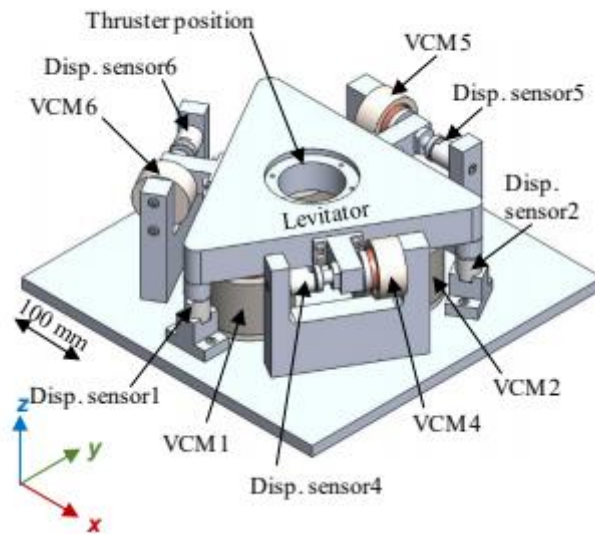


Fig 1-9 6 DOF thrust stand for MPD thruster [37]

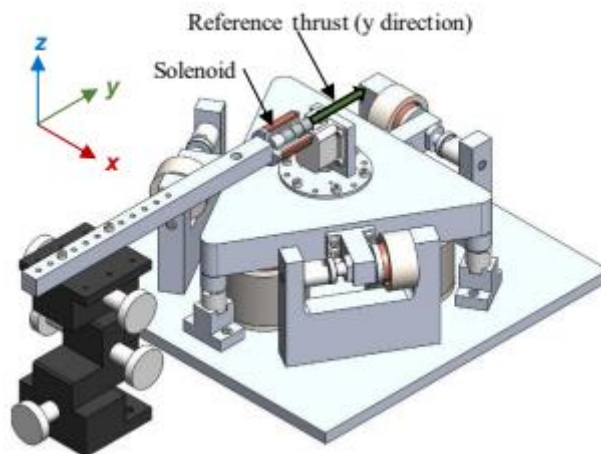


Fig 1-10 Calibration of 6 DOF thrust stand [37]

1.4. 研究目的

ミッションが多様・複雑化する中、衛星の正確な制御を行うには6自由度を計測できるスタンドが必要である。しかし、先行研究での6自由度スタンドの研究状況を踏まえると、現状の問題点は以下である。

まず、1自由度計測のスラストスタンドが多く、多自由度スタンドの研究が少ないという点がある。宇宙機は推力重量比が小さい。つまり、主推力以外の推力を正確に計測するこ

とは障壁が多く、なかなか研究が進まないという背景がある。次に、現在研究されている 6 自由度スタンドは推力レンジが高く、小型衛星・CubeSat 向きではない。、推力レンジは各務らのスタンドでも 1N と超小型衛星、CubeSat と比較すると大きい。超小型衛星、CubeSat のメイン推力である μN - mN の計測は現状のままでは計測は困難である。最後に、重量制限の観点から、スラスタ単体の搭載が限度であり、衛星全体を載せることができない。磁気浮上により物理的なヒステリシスを除けてはいるが、搭載できるスラスタが制限されているため、地上試験での使用は難しい。

よって、この論文では上記問題を踏まえて、以下の 3 点を満たすようなスタンドを設計し、性能評価することを目的とする。

- A. 6 自由度の計測が可能
- B. 計測可能な推力レンジが 10 mN
- C. 超小型衛星や CubeSat 全体を搭載可能である。(10kg 程度の質量まで搭載が可能)

2. 設計した 6 自由度スラストスタンド

2.1. 6 自由度スラストスタンドの力学モデル

Fig2-1 に 6 自由度スラストスタンドの力学モデルの図を示す．左が全体図，右が z 軸正側から見た図である．各種記号は Fig 2-1 と Table. 2-1 にあるように定義する．各務らのスタンドをベースに，プレートは 1 辺 a の正 3 角形の三角柱である．重量制限を緩和するため，本論文では，磁気浮上ではなく，物理的に浮遊させることにする．以下のように，プレートの各頂点にばね定数 k のばねによってつるす方式とした．重心及び原点をプレートの正三角形の重心と同じくするようにとる．

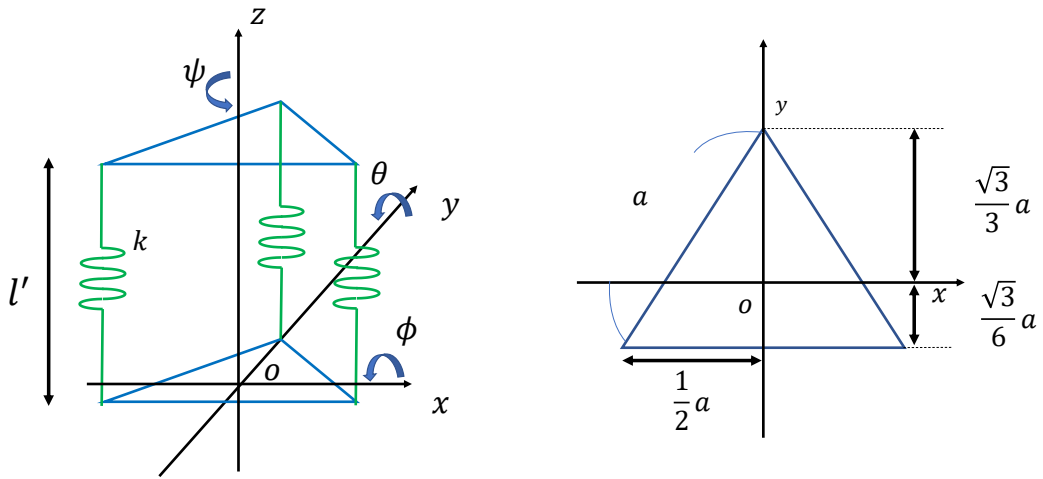


Fig 2-1 Schematic diagram of 6-dof thrust stand

Table. 2-1 Definition of letters and variables

Item	Symbol
Mass of triangle plate	m
Length of triangle	a
Spring constant	k
Natural length of springs	l
Spring length when balanced	l'
Displacement in x-axis	x

Displacement in y-axis	y
Displacement in z-axis	z
Euler angle (around x-axis)	ϕ
Euler angle (around y-axis)	θ
Euler angle (around z-axis)	ψ

6 自由度スラストスタンドの力学モデルを以下のようにして求めていく

- A) オイラー角を導入し, 3 角形のプレートの並進エネルギーと回転エネルギーを求める
- B) 3 角形のプレートポテンシャルエネルギーを求める.
- C) A), B)を使って, オイラー・ラグランジュ方程式を解く

2.1.1. 運動エネルギーの算出

3 角形のプレートの運動エネルギーは並進エネルギーと回転エネルギーに分けられる.
ここで, 運動エネルギーは下記のように表せる.

$$\frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \quad (1)$$

次に, 回転エネルギーについて, 以下のようにオイラー角を導入し, 座標軸を回転させる.

- A) $O - X_0Y_0Z_0 \{e_x^{(0)}, e_y^{(0)}, e_z^{(0)}\}$ を Z_0 軸回りに ψ 回転させる $\rightarrow O - X_1Y_1Z_1 \{e_x^{(1)}, e_y^{(1)}, e_z^{(1)}\}$
- B) $O - X_1Y_1Z_1 \{e_x^{(1)}, e_y^{(1)}, e_z^{(1)}\}$ の Y_1 軸回りに θ 回転させる $\rightarrow O - X_2Y_2Z_2 \{e_x^{(2)}, e_y^{(2)}, e_z^{(2)}\}$
- C) $O - X_2Y_2Z_2 \{e_x^{(2)}, e_y^{(2)}, e_z^{(2)}\}$ の X_2 軸回りに ϕ 回転させる $\rightarrow O - X_3Y_3Z_3 \{e_x^{(3)}, e_y^{(3)}, e_z^{(3)}\}$

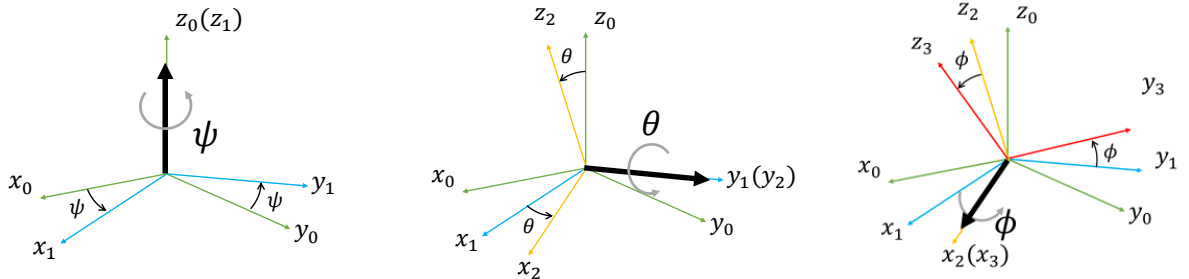


Fig 2-2 Euler angle

ここで, 以下のように回転行列をそれぞれ,

$$R_Z = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$R_Y = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \quad (4)$$

と定義する．式(2)-(4)より，E を以下のように定義する．

$$E = R_z R_y R_x = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\psi & \sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi & \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi \\ \cos\theta\sin\psi & \sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi \\ -\sin\theta & \sin\phi\cos\theta & \cos\phi\cos\theta \end{pmatrix} \quad (5)$$

ここで注意しなければならないのが，ここでは基底を回転させるため，ベクトルを回転させるときと回転行列が逆になることである． $O - X_0 Y_0 Z_0$ と $O - X_1 Y_1 Z_1$ の関係は以下のようになる．

$$\begin{pmatrix} e_x^{(1)} \\ e_y^{(1)} \\ e_z^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_x^{(0)} \\ e_y^{(0)} \\ e_z^{(0)} \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} e_x^{(0)} \\ e_y^{(0)} \\ e_z^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_x^{(1)} \\ e_y^{(1)} \\ e_z^{(1)} \end{pmatrix} \quad (7)$$

同様に， $O - X_1 Y_1 Z_1$ と $O - X_2 Y_2 Z_2$ ， $O - X_2 Y_2 Z_2$ と $O - X_3 Y_3 Z_3$ の関係は以下のようになる．

$$\begin{pmatrix} e_x^{(2)} \\ e_y^{(2)} \\ e_z^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_x^{(1)} \\ e_y^{(1)} \\ e_z^{(1)} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{pmatrix} e_x^{(1)} \\ e_y^{(1)} \\ e_z^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_x^{(2)} \\ e_y^{(2)} \\ e_z^{(2)} \end{pmatrix} \quad (9)$$

次に，剛体固定座標回りの回転運動エネルギーを出す．角速度ベクトル ω は以下の上記の 3 つの回転の合成なので，

$$\omega = \dot{\psi}e_z^{(0)} + \dot{\theta}e_y^{(1)} + \dot{\phi}e_x^{(2)} \quad (10)$$

とあらわせる． $e_z^{(0)}$ と $e_y^{(1)}$ を $\{e_x^{(3)}, e_y^{(3)}, e_z^{(3)}\}$ で表せばよいので，

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = R_x^{-1} \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = R_y^{-1} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = R_y^{-1} R_x^{-1} \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \therefore y_2 &= \cos\phi y_3 + \sin\phi z_3 \\ \therefore z_0 = z_1 &= \sin\theta x_3 - \sin\phi \cos\theta y_3 + \cos\phi \cos\theta z_3 \end{aligned} \quad (13)$$

よって，まとめると，

$$\omega = \dot{\psi}(\sin\theta x_3 - \sin\phi \cos\theta y_3 + \cos\phi \cos\theta z_3) + \dot{\theta}(\cos\phi y_3 + \sin\phi z_3) + \dot{\phi}x_3 \quad (14)$$

$$\therefore \omega = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi + \psi \sin\theta \\ \dot{\theta} \cos\phi - \dot{\psi} \sin\phi \cos\theta \\ \dot{\theta} \sin\phi + \dot{\psi} \cos\phi \cos\theta \end{pmatrix} \quad (15)$$

上記の式で，剛体固定座標系での角速度が求まったので，スタンドの回転運動エネルギーは，

$$\frac{1}{2}I_x\omega_x^2 + \frac{1}{2}I_y\omega_y^2 + \frac{1}{2}I_z\omega_z^2 \quad (16)$$

並進エネルギーと合わせると，運動エネルギーは，

$$T = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2}I_x\omega_x^2 + \frac{1}{2}I_y\omega_y^2 + \frac{1}{2}I_z\omega_z^2 \quad (17)$$

となる．ただし，

$$\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} + \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\theta} \cos \phi - \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta \\ \dot{\theta} \sin \phi + \dot{\psi} \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \quad (18)$$

2.1.2. ポテンシャルエネルギーの算出

ポテンシャルエネルギーは、スタンドの位置エネルギーとばねの弾性エネルギーの2つの和である。位置エネルギーは、ばねの自然長を基準として、

$$mg \left(z - \frac{mg}{3k} \right) \quad (19)$$

で表せる

次に、ばねの弾性エネルギーを以下のようにして求める。

- A) 剛体座標系から見たスタンドの各頂点の座標を出す
- B) A)でもとめた座標を静止座標系に変換する。
- C) はじめのつりあいのときのスタンドの頂点の座標と B)でもとめた座標から、ばねの伸びを算出する。

剛体座標系からみたスタンドの各頂点の座標は以下ようになる。

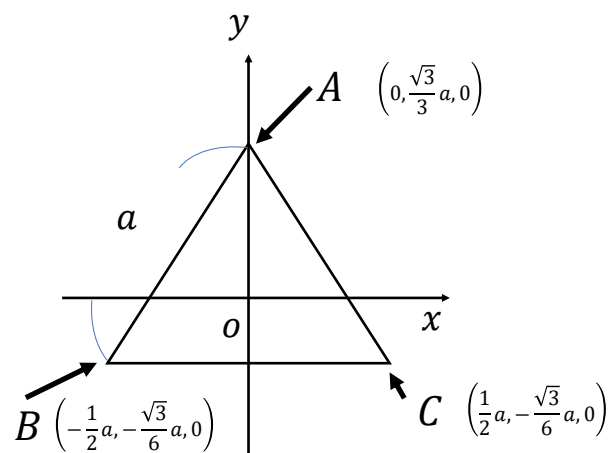


Fig 2-3 Coordinates of apexes of triangle plate

上記の座標を静止座標系変換する．上記の座標に E の逆行列をかければよい．スタンドの重心がつり合いの位置から静止系の各軸に対して， x, y, z ずれたと考えて，

$$E^{-1} = (R_z R_y R_x)^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\theta\sin\psi & -\sin\theta \\ \sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi & \sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \sin\phi\sin\theta \\ \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi & \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi & \cos\phi\cos\theta \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$A: E^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{3}a \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + \frac{\sqrt{3}}{3}a\cos\theta\sin\psi \\ y + \frac{\sqrt{3}a(\sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi)}{3} \\ z + \frac{\sqrt{3}a(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)}{3} \end{pmatrix} \quad (21)$$

$$B: E^{-1} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}a \\ -\frac{\sqrt{3}}{6}a \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - \frac{a\cos\theta\cos\psi}{2} - \frac{\sqrt{3}a\cos\theta\sin\psi}{6} \\ y - \frac{a(\sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi)}{2} - \frac{\sqrt{3}a(\sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi)}{6} \\ z - \frac{a(\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)}{2} - \frac{\sqrt{3}a(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)}{6} \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$C: E^{-1} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a \\ -\frac{\sqrt{3}}{6}a \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + \frac{a\cos\theta\cos\psi}{2} - \frac{\sqrt{3}a\cos\theta\sin\psi}{6} \\ y + \frac{a(\sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi)}{2} - \frac{\sqrt{3}a(\sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi)}{6} \\ z + \frac{a(\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)}{2} - \frac{\sqrt{3}a(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)}{6} \end{pmatrix} \quad (23)$$

座標の変換が終わったので，各ばねの伸びの計算に移る．以下に記号の定義と座標を載せる．

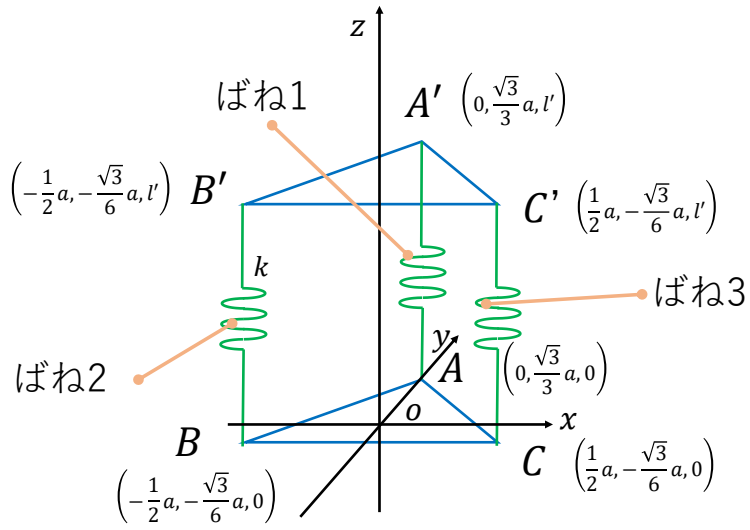


Fig 2-4 Definition of letters and variables

静止座標系における，つりあい時スタンドの頂点の座標は図と変わらないので，もとめるばね 1 の伸びは，

$$\begin{aligned}
 r_1 &\equiv \left| \begin{pmatrix} x + \frac{\sqrt{3}}{3} a \cos \theta \sin \psi \\ y + \frac{\sqrt{3}}{3} a (\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi) \\ z + \frac{\sqrt{3}}{3} a (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{3} a \\ l' \end{pmatrix} \right| \\
 &= \sqrt{\left(x + \frac{\sqrt{3}}{3} a \cos \theta \sin \psi \right)^2 + \left\{ y + \frac{\sqrt{3}}{3} a (\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi - 1) \right\}^2} \\
 &\quad + \left\{ z + \frac{\sqrt{3}}{3} a (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) - l' \right\}^2} \quad (24)
 \end{aligned}$$

同様に，ばね 2,3 に対しても，

$$\begin{aligned}
r_2 &\equiv \left| \begin{pmatrix} x - \frac{a \cos \theta \cos \psi}{2} - \frac{\sqrt{3} a \cos \theta \sin \psi}{6} \\ y - \frac{a(\sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi)}{2} - \frac{\sqrt{3} a(\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi)}{6} \\ z - \frac{a(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi)}{2} - \frac{\sqrt{3} a(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi)}{6} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}a \\ -\frac{\sqrt{3}}{6}a \\ l' \end{pmatrix} \right| \\
&= \sqrt{\left\{ x - \frac{a(\cos \theta \cos \psi - 1)}{2} - \frac{\sqrt{3} a \cos \theta \sin \psi}{6} \right\}^2 + \left\{ y - \frac{a(\sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi)}{2} - \frac{\sqrt{3} a(\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi - 1)}{6} \right\}^2 + \left\{ z - \frac{a(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi)}{2} - \frac{\sqrt{3} a(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi)}{6} - l' \right\}^2} \quad (25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_3 &\equiv \left| \begin{pmatrix} x - \frac{a \cos \theta \cos \psi}{2} - \frac{\sqrt{3} a \cos \theta \sin \psi}{6} \\ y + \frac{a(\sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi)}{2} - \frac{\sqrt{3} a(\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi)}{6} \\ z + \frac{a(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi)}{2} - \frac{\sqrt{3} a(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi)}{6} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a \\ -\frac{\sqrt{3}}{6}a \\ l' \end{pmatrix} \right| \\
&= \sqrt{\left\{ x + \frac{a(1 + \cos \theta \cos \psi)}{2} - \frac{\sqrt{3} a \cos \theta \sin \psi}{6} \right\}^2 + \left\{ y + \frac{a(\sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi)}{2} - \frac{\sqrt{3} a(\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi - 1)}{6} \right\}^2 + \left\{ z + \frac{a(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi)}{2} - \frac{\sqrt{3} a(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi)}{6} - l' \right\}^2} \quad (26)
\end{aligned}$$

よって、ばねの弾性エネルギーは以下のように表せる.

$$\frac{1}{2} k \{ (r_1 - l)^2 + (r_2 - l)^2 + (r_3 - l)^2 \} \quad (27)$$

ただし,

$$r_1 \equiv \sqrt{\left(x + \frac{\sqrt{3} a \cos \theta \sin \psi}{3} \right)^2 + \left\{ y + \frac{\sqrt{3} a(\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi - 1)}{3} \right\}^2 + \left\{ z + \frac{\sqrt{3} a(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi)}{3} - l' \right\}^2}$$

$$r_2 \equiv \sqrt{\left\{x - \frac{a(\cos\theta\cos\psi - 1)}{2} - \frac{\sqrt{3}a\cos\theta\sin\psi}{6}\right\}^2 + \left\{y - \frac{a(\sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi)}{2} - \frac{\sqrt{3}a(\sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi - 1)}{6}\right\}^2 + \left\{z - \frac{a(\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)}{2} - \frac{\sqrt{3}a(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)}{6} - l'\right\}^2}$$

$$r_3 \equiv \sqrt{\left\{x + \frac{a(1 + \cos\theta\cos\psi)}{2} - \frac{\sqrt{3}a\cos\theta\sin\psi}{6}\right\}^2 + \left\{y + \frac{a(\sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi)}{2} - \frac{\sqrt{3}a(\sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi - 1)}{6}\right\}^2 + \left\{z + \frac{a(\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)}{2} - \frac{\sqrt{3}a(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)}{6} - l'\right\}^2}$$

位置エネルギーと合わせると、ポテンシャルエネルギーは、

$$U = mg\left(z - \frac{mg}{3k}\right) + \frac{1}{2}k\{(r_1 - l)^2 + (r_2 - l)^2 + (r_3 - l)^2\} \quad (28)$$

となる。

2.1.3. オイラーラグランジアンへの代入と運動方程式の導出

得られた運動エネルギーとポテンシャルエネルギーをオイラー・ラグランジュ方程式に代入する．まず， x, y, z についてオイラー・ラグランジュ方程式に代入して計算すると，下記のようになる．

$$F_x = m\ddot{x} + 3kx - kl \left\{ \begin{aligned} & \frac{x + \frac{\sqrt{3}a\cos\theta\sin\psi}{3}}{r_1} \\ & + \frac{x - \frac{a(\cos\theta\cos\psi - 1)}{2} - \frac{\sqrt{3}a\cos\theta\sin\psi}{6}}{r_2} \\ & + \frac{x + \frac{a(1 + \cos\theta\cos\psi)}{2} - \frac{\sqrt{3}a\cos\theta\sin\psi}{6}}{r_3} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$F_y = m\ddot{y} + 3ky - kl \left\{ \begin{aligned} & \frac{y + \frac{\sqrt{3}a(\sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi - 1)}{3}}{r_1} \\ & + \frac{y - \frac{a(\sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi)}{2} - \frac{\sqrt{3}a(\sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi - 1)}{6}}{r_2} \\ & + \frac{y + \frac{a(\sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi)}{2} - \frac{\sqrt{3}a(\sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi - 1)}{6}}{r_3} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$$F_z = m\ddot{z} + 3k(z - l') - kl \left\{ \begin{aligned} & \frac{z + \frac{\sqrt{3}a(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)}{3} - l'}{r_1} \\ & + \frac{z - \frac{a(\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)}{2} - \frac{\sqrt{3}a(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)}{6} - l'}{r_2} \\ & + \frac{z + \frac{a(\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)}{2} - \frac{\sqrt{3}a(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)}{6} - l'}{r_3} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

ここで変位はばねの長さ l' に対して小さいとして，

$$r_1 \approx l' - z + \frac{a\phi}{\sqrt{3}} \quad (32)$$

$$r_2 \approx l' + \frac{a\theta}{2} - z - \frac{a\phi}{2\sqrt{3}} \quad (33)$$

$$r_3 \approx l' - \frac{a\theta}{2} - z - \frac{a\phi}{2\sqrt{3}} \quad (34)$$

とすると、以下のようになる.

$$m\ddot{x} + \frac{mg}{l + \frac{mg}{3k}}x = F_x \quad (35)$$

$l' = l + \frac{mg}{3k}$ であるが、 k が大きくなった時に単振り子になることを示すため、あえて l' を使っていない. 式(27),(28)に関しても同様に,

$$m\ddot{y} + \frac{mg}{l + \frac{mg}{3k}}y = F_y \quad (36)$$

$$m\ddot{z} + 3kz = F_z \quad (37)$$

となる.

次に、 ϕ, θ, ψ について、例えば ϕ で微分すると、

$$l'r_1 \frac{\partial r_1}{\partial \phi} \approx \frac{1}{\sqrt{3}} \left(l' + \frac{a\theta}{2} - z - \frac{a\phi}{\sqrt{3}} \right) \quad (38)$$

$$l'r_2 \frac{\partial r_2}{\partial \phi} \approx \frac{1}{2} al'\psi + \frac{a^2\phi}{12} + \frac{a}{4\sqrt{3}}(2z - a\theta - 2l') \quad (39)$$

$$l'r_3 \frac{\partial r_3}{\partial \phi} \approx -\frac{1}{2} al'\psi + \frac{a^2\phi}{12} + \frac{a}{4\sqrt{3}}(2z + a\theta - 2l') \quad (40)$$

となる. よって、

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial r_i}{\partial \phi} (r_i - l) = \frac{1}{l'} \left(\frac{mga^2}{6k} + \frac{a^2 l'}{2} \right) \phi \quad (41)$$

ゆえに、

$$\frac{\partial U}{\partial \phi} = \frac{k}{l'} \left(\frac{mga^2}{6k} + \frac{a^2 l'}{2} \right) \phi \quad (42)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} = (I_y - I_z)(\dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi)(\dot{\psi} \cos \theta \cos \psi + \dot{\theta} \cos \phi) \approx 0 \quad (43)$$

$$\therefore M_x = I_x \ddot{\phi} + \left(\frac{mga^2}{6l'} + \frac{a^2 k}{2} \right) \phi \quad (44)$$

同様に, θ, ψ についても,

$$\therefore M_y = I_y \ddot{\theta} + \left(\frac{mga^2}{6l'} + \frac{a^2 k}{2} \right) \theta \quad (45)$$

$$\therefore M_z = I_z \ddot{\psi} + \frac{mga^2}{3l'} \psi \quad (46)$$

となる. 行列でまとめると, 以下のようになる.

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix} \quad (47)$$

ただし,

$$K_x = K_y = \frac{mg}{l + \frac{mg}{3k}} \quad (48)$$

$$K_z = 3k \quad (49)$$

$$K_\phi = K_\theta = \frac{mga^2}{6k} + \frac{a^2 l'}{2} \quad (50)$$

$$K_\psi = \frac{mga^2}{3l'} \quad (51)$$

である．定常状態にのみ注目するのであれば，加速度成分は無視出来て，

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix} \quad (52)$$

となる．

2.2. 6 自由度スラストスタンド

2.2.1. 6 自由度スラストスタンドの外観

以下に 6 自由度スラストスタンドの写真を Fig 2-5 に示す．アルミの三角形のプレートが 3 本のばね (ばね定数:108N/m, 自然長 0.31m) によってつるされている．プレートの 1 辺の長さは 360mm で，質量は 700g ほどである．プレートの上にはおもりと水平器と載せて，初期のプレートの傾きが無いように調節する．プレートの傾き調整にはばねの端(プレートと反対側)についているステージを利用する．

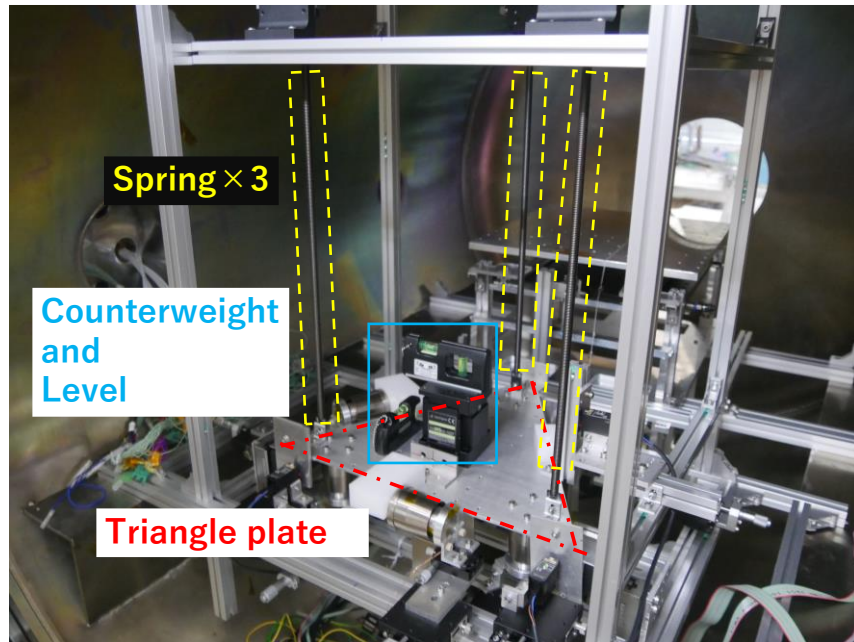


Fig 2-5 Appearance of 6-DOF thrust stand

2.2.2. ボイスコイルモーター (VCM)

次にスタンド較正用にプレートについているボイスコイルモーター (VCM)について、Fig 2-8, Fig 2-9 に図を示す。VCM はコイル、ヨークの 2つの部品から構成されている。コイル部はアルミ (A5052) で作られておりには円筒部にエナメル線が 50 周巻かれている。ヨークには SS400 を使用しており、外側の円筒の中心にネオジウム磁石を置き、その上から小さい円筒が磁力で接続されている。コイルに電流を流すと、ヨークの中の緑の線方向に磁場によって電磁力が青色の向きに発生する仕組みである。

VCM の利点は大きく 2 つある。1 つは生成する力が電流にのみ依存するので、制御が容易であることである。VCM の生成する電磁力を F 、コイルに流れる電流を I 、ヨークによって発生する磁場を B 、コイルのエナメル線 (巻かれている部分) の長さを L と置くと、以下の式が成り立つ。下の式からわかるとおり、 F は I にのみ比例することがわかる。

$$F = IBL \quad (53)$$

もう一つの利点は非接触でスタンドに力を加えられることである。今回は変位法で制御するため、ヒステリシスになる原因はなるべく避けたい。VCM は磁気力であるため、スタンドに触れることなくスタンドに力を加えられるため、接触による摩擦などのヒステリシスは存在しない。

今回は変位法を採用するため、VCM はヨークとコイルの軸方向の距離に寄らず力を一定に出す必要がある。そこで、VCM 製作前に FEM で磁場を計算して軸方向距離の依存性

を調べた。Fig 2-6 に VCM のヨーク内の磁場の計算結果を示す。計算では磁力線がヨーク内でループし、磁力線が飽和していないことが確認できる。Fig 2-7 に VCM の電磁力とヨークとコイルの軸方向距離の関係性を示す。0-7.5mm 程度までは距離に寄らず VCM の電磁力が一定保つことができることが分かった。mN レンジの推力、mN・m のトルクに対してスタンドの変位は 1mm 以下なので、初期位置調整で、VCM のヨークとコイルの距離が 0-5mm 程度に収まっていれば、VCM はヨークとコイルの距離に寄らず一定の電磁力を出せることが分かった。

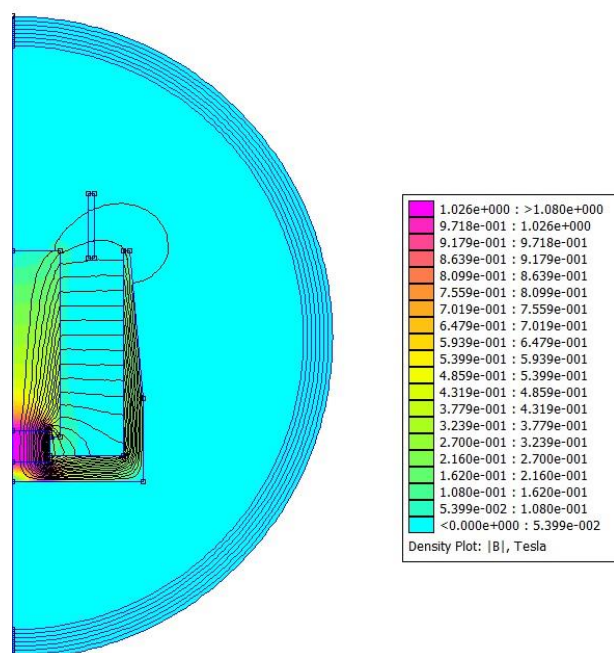


Fig 2-6 Results of magnetic field in yoke analyzed by FEM

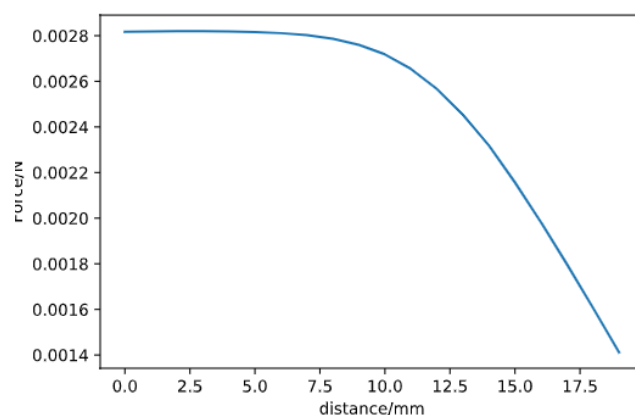


Fig 2-7 VCM force vs distance between yoke and coil

上記の結果を踏まえて設計した VCM をスタンドに乗せた図を Fig 2-9, Fig 2-10 示す。スタンドにつけるのはヨークで、コイル側にはステージがついており、ヨークの位置にコイルを合わせられるようになっている。VCM はプレートの脇に白い治具を介して 3 つ、プレートの下の方に 3 つ取り付けられている。

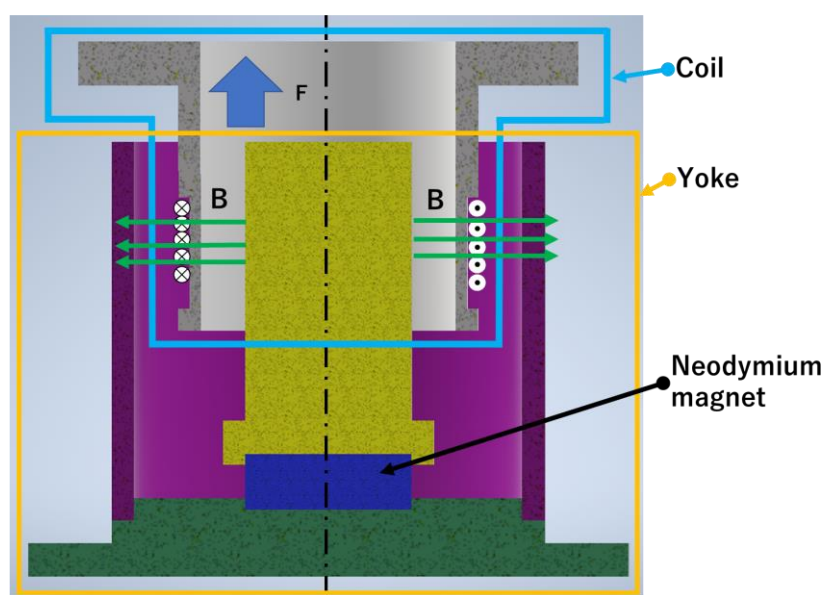


Fig 2-8 Schematic of VCM

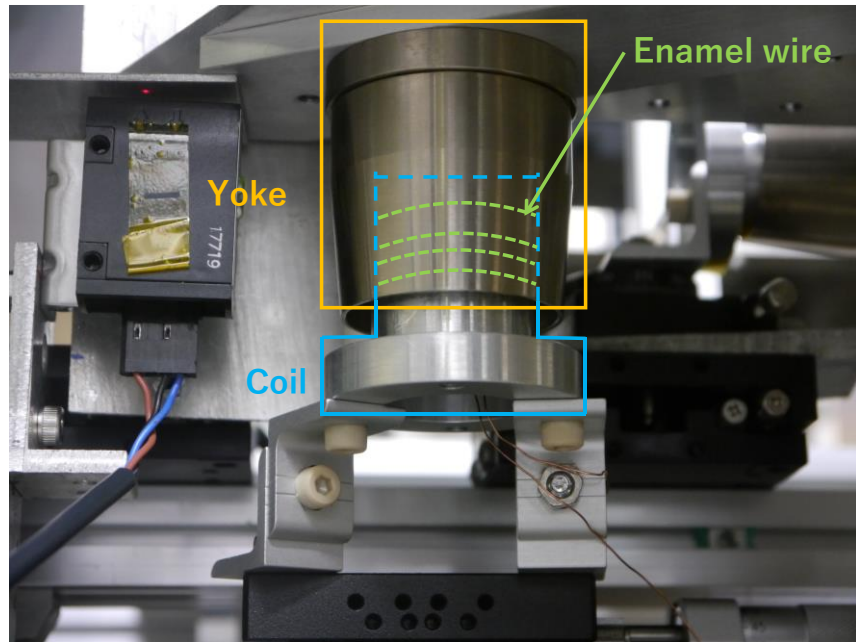


Fig 2-9 Appearance of VCM

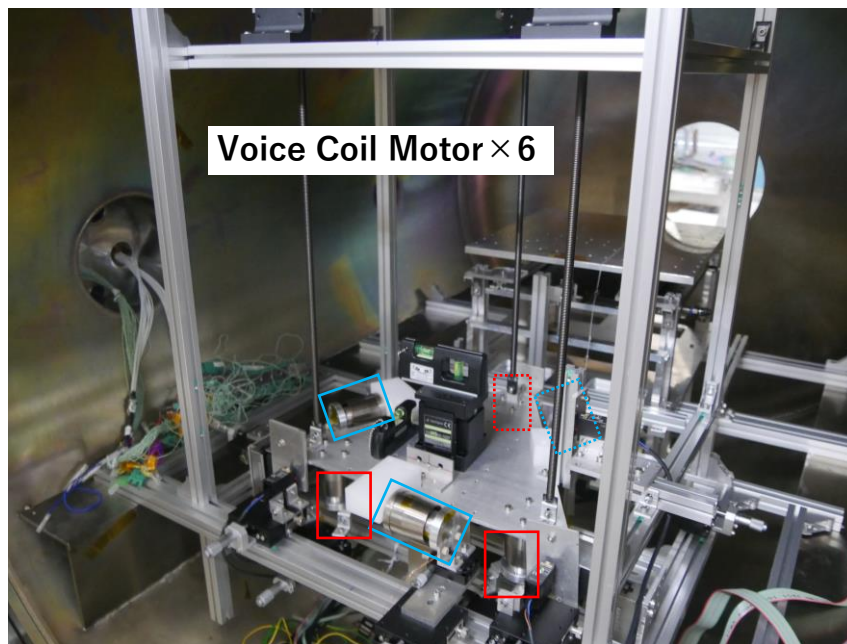


Fig 2-10 Arrangement of VCM

(Red: VCM behind the plate, Blue: VCM side of the plate)

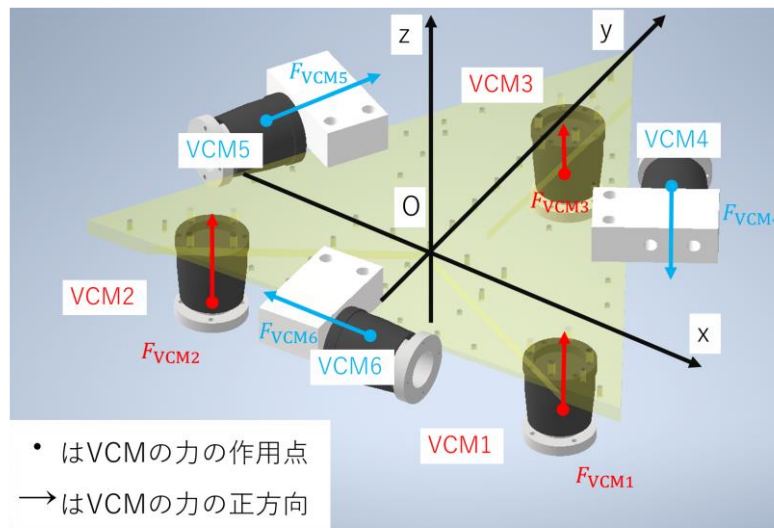


Fig 2-11 Schematic of VCM Arrangement

2.2.3. 変位計

スタンドの位置計測用に取り付けられている変位計について示す．変位計はオムロン製の LED 変位計を利用している．出力は電圧で，電圧から変位に換算する．対象物が変位計に近づくと出力電圧は小さく，離れると大きくなる．変位計は 6 つ取り付けられており，x 軸方向に 1 つ，y 軸方向に 2 つ，z 軸方向に 3 つ取り付けられている．配置は Fig 2-13 の通りである．

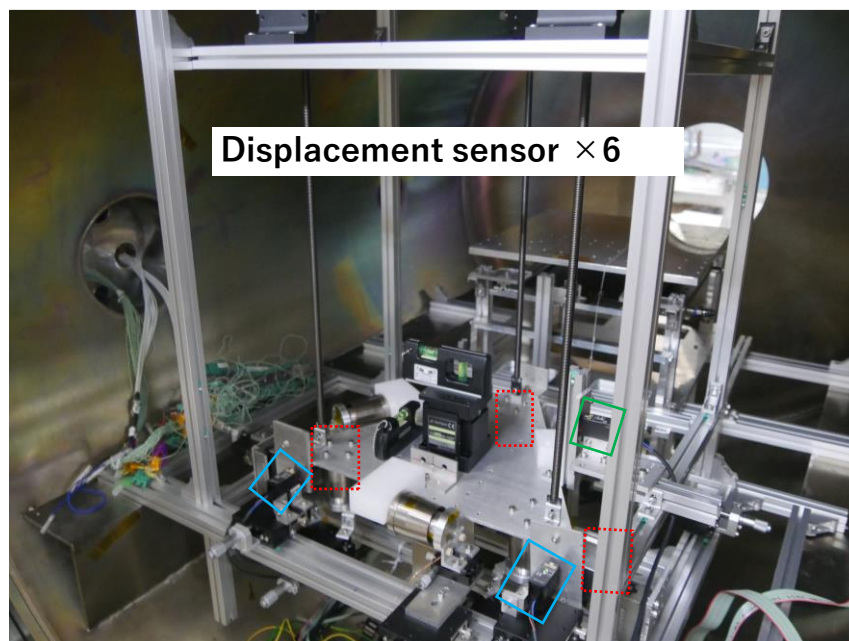


Fig 2-12 Appearance of displacement sensor arrangement

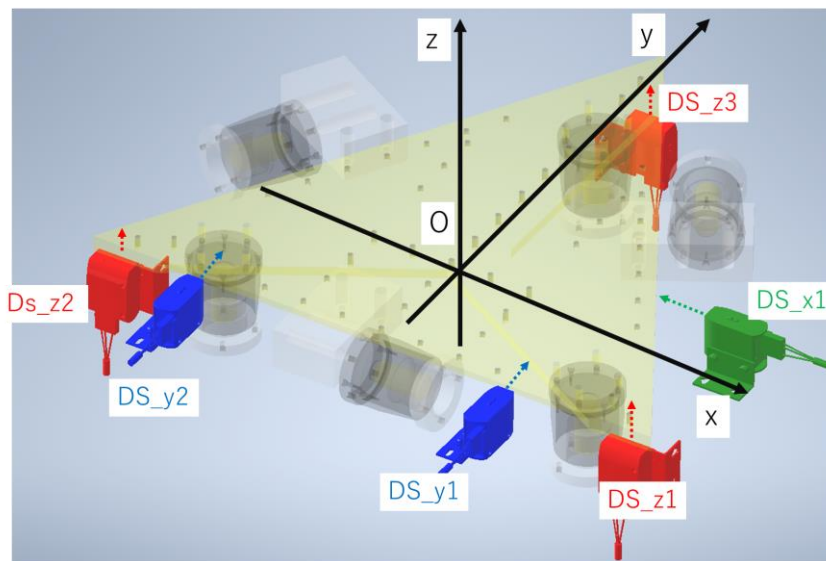


Fig 2-13 schematic of displacement sensor arrangement

2.2.4. プレート裏側の外観

プレートの裏側から見た写真を以下に示す. プレート軽量化のため, プレート重心から各頂点に引いた線から 15mm 以上離れた所が肉抜きされている. プレートの裏側にはダンパーとして 7cm×6cm のアルミ板が 2 枚, 取り付けられている. その板を挟むように磁気ダンパー取り付けられており, プレートの振動を抑える役割をしている.

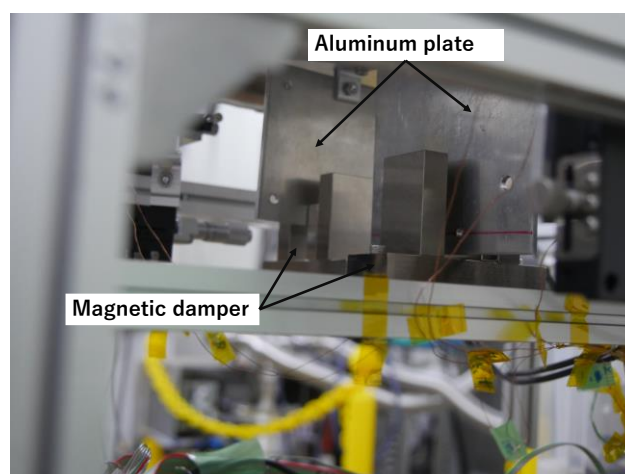


Fig 2-14 Behind the plate

2.3. スタンドの較正方法

ここで、スタンドの較正とは、以下の式の行列 A を求めることである。

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} D_{x1} \\ D_{y1} \\ D_{y2} \\ D_{z1} \\ D_{z2} \\ D_{z3} \end{pmatrix} \quad (54)$$

式(55)の左辺は変位計の値であり、初期位置から定常状態への差分を示す。この章では行列 A の導出を行う。

2.3.1. 変位計の値からスタンドの変位、角度への変換

式(56)で求めた式は力とトルク vs スタンドの変位と角度である。しかし較正から得られるのはスタンドの変位計の値なので、その変位計の値をスタンドの変位と角度に変換する必要がある。ここではその変換の式を求めていく。まず、以下のように記号を定義する。原点はプレート表面の正三角形の重心の位置である。 L_{y1} , L_{y2} , L_x はそれぞれ DS_y1 , DS_y2 , DS_x1 の変位計の xy 平面からの距離で、 xy 平面よりも z 正側にある時に正とする。

また、 $DS_z1, z2, z3, y1, y2, x1$ の初期位置からのずれをそれぞれ、 D_{z1} , D_{z2} , D_{z3} , D_{y1} , D_{y2} , D_{x1} とする。

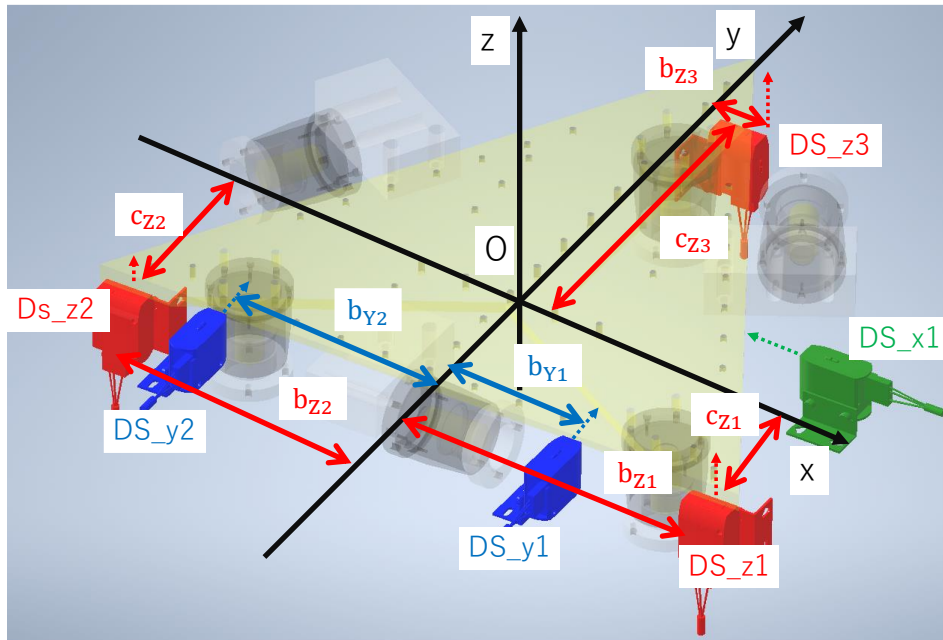


Fig 2-15 Definition of symbol (1)

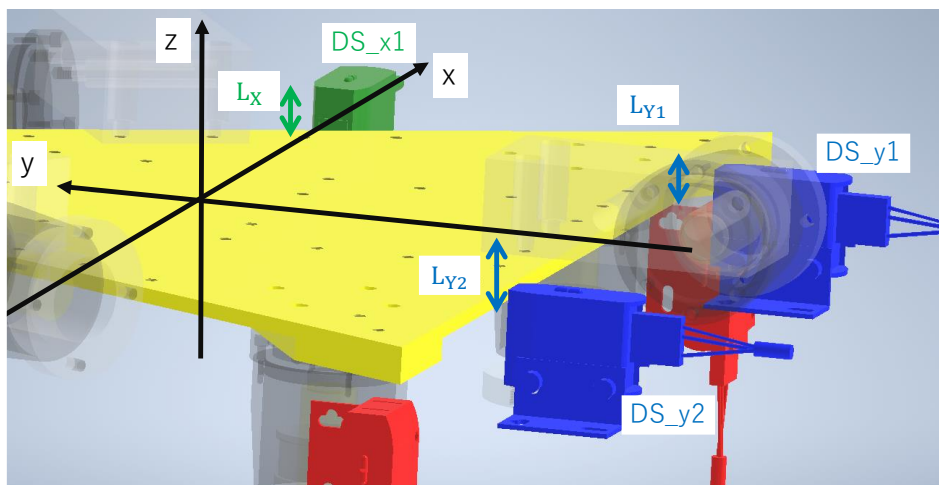


Fig 2-16 Definition of symbol (2)

次に，変位計に注目し，その変位計がどの変位または角度の変化に対応するかを見ていく．まず，DS_x1 についてである．Fig 2-17 に y 軸正方向からスタンドを見た簡易図を示す Fig 2-17 のように，DS_x1 に関係があるのは x と θ である．よって，以下の式を得る．

$$D_{x1} = x - L_x \theta \quad (57)$$

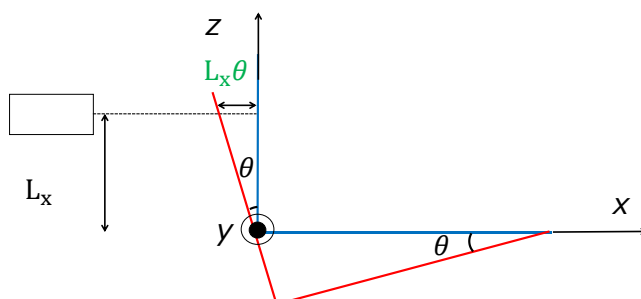


Fig 2-17 Displacement sensed by DS_x1

次に DS_y1,y2 について，Fig 2-18 に x 軸正方向からと z 軸正方向からスタンドを見た簡易図を示す．Fig 2-18 のように，DS_y1, y2 に関係があるのは y と ϕ と ψ である．よって，以下の式を得る．

$$D_{y1} = y - L_{Y1}\phi + b_{Y1}\psi \quad (58)$$

$$D_{y2} = y - L_{Y2}\phi - b_{Y2}\psi \quad (59)$$

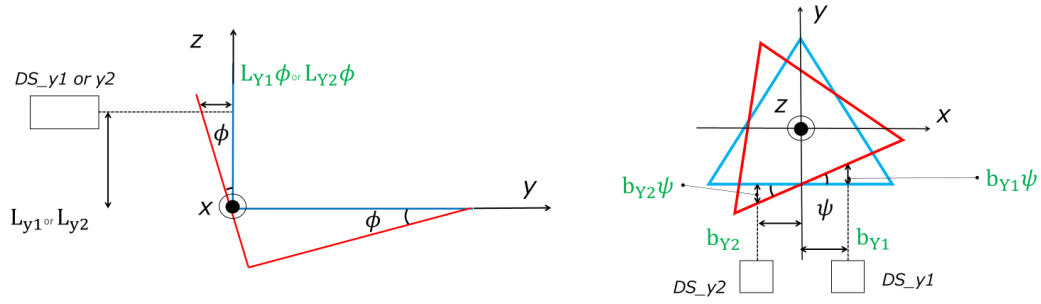


Fig 2-18 Displacement sensed by DS_y1, y2

最後に $DS_{z1,z2,z3}$ について, Fig 2-19 に x 軸正方向からと y 軸正方向からスタンドを見た簡易図を示す. Fig 2-19 のように, $DS_{z1, z2, z3}$ に関係があるのは z と ϕ と θ である. よって, 以下の式を得る.

$$D_{z1} = z - c_{Z1}\phi - b_{Z1}\theta \quad (60)61$$

$$D_{z2} = z - c_{Z2}\phi + b_{Z2}\theta \quad (62)63$$

$$D_{z3} = z + c_{Z3}\phi + b_{Z3}\theta \quad (64)65$$

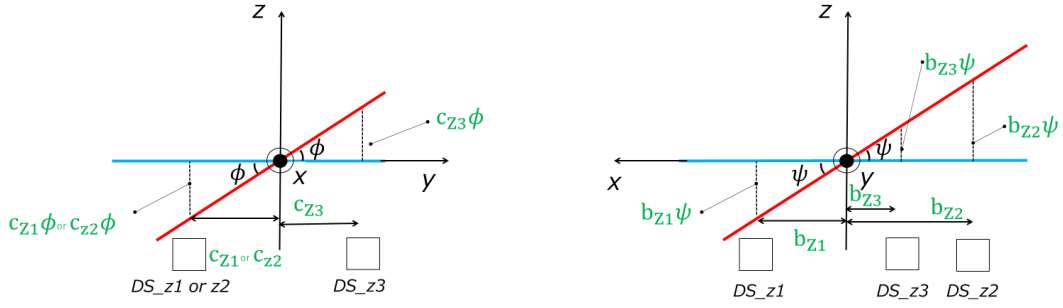


Fig 2-19 Displacement sensed by DS_z1, z2, z3

式(66)-式(67)を $x, y, z, \phi, \theta, \psi$ について解き，行列表示にすると，

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & sL_X(c_{Z2} + c_{Z3}) & -sL_X(c_{Z1} + c_{Z3}) & sL_Z(c_{Z1} - c_{Z2}) \\ 0 & \frac{b_{Y2}}{b_{Y1} + b_{Y2}} & \frac{b_{Y1}}{b_{Y1} + b_{Y2}} & st(b_{Z2} - b_{Z3}) & st(b_{Z1} + b_{Z3}) & -st(b_{Z1} + b_{Z2}) \\ 0 & 0 & 0 & -s(b_{Z2}c_{Z3} + b_{Z3}c_{Z2}) & -s(b_{Z1}c_{Z3} - b_{Z3}c_{Z1}) & -s(b_{Z1}c_{Z2} + b_{Z2}c_{Z1}) \\ 0 & 0 & 0 & s(b_{Z2} - b_{Z3}) & s(b_{Z1} + b_{Z3}) & -s(b_{Z1} + b_{Z3}) \\ 0 & 0 & 0 & s(c_{Z2} + c_{Z3}) & -s(c_{Z1} + c_{Z3}) & s(c_{Z1} - c_{Z3}) \\ 0 & \frac{1}{b_{Y1} + b_{Y2}} & \frac{-1}{b_{Y1} + b_{Y2}} & su(b_{Z2} - b_{Z3}) & su(b_{Z1} + b_{Z3}) & -su(b_{Z1} + b_{Z3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{x1} \\ D_{y1} \\ D_{y2} \\ D_{z1} \\ D_{z2} \\ D_{z3} \end{pmatrix} \quad (68)$$

ただし，

$$s = \frac{-1}{(b_{Z2} - b_{Z3})(c_{Z1} - c_{Z2}) + (b_{Z1} + b_{Z2})(c_{Z2} + c_{Z3})} \quad (69)$$

$$t = \frac{b_{Y1}L_{Y2} + b_{Y2}L_{Y1}}{b_{Y1} + b_{Y2}} \quad (70)$$

$$u = \frac{L_{Y2} - L_{Y1}}{b_{Y1} + b_{Y2}} \quad (71)$$

である． よって， 以下の式を得る．

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & sK_X L_X(c_{Z2} + c_{Z3}) & -sK_X L_X(c_{Z1} + c_{Z3}) & sK_X L_Z(c_{Z1} - c_{Z2}) \\ 0 & \frac{b_{Y2}K_Y}{b_{Y1} + b_{Y2}} & \frac{b_{Y1}K_Y}{b_{Y1} + b_{Y2}} & stK_Y(b_{Z2} - b_{Z3}) & stK_Y(b_{Z1} + b_{Z3}) & -stK_Y(b_{Z1} + b_{Z2}) \\ 0 & 0 & 0 & -sK_Z(b_{Z2}c_{Z3} + b_{Z3}c_{Z2}) & -sK_Z(b_{Z1}c_{Z3} - b_{Z3}c_{Z1}) & -sK_Z(b_{Z1}c_{Z2} + b_{Z2}c_{Z1}) \\ 0 & 0 & 0 & sK_\phi(b_{Z2} - b_{Z3}) & sK_\phi(b_{Z1} + b_{Z3}) & -sK_\phi(b_{Z1} + b_{Z3}) \\ 0 & 0 & 0 & sK_\theta(c_{Z2} + c_{Z3}) & -sK_\theta(c_{Z1} + c_{Z3}) & sK_\theta(c_{Z1} - c_{Z3}) \\ 0 & \frac{K_\psi}{b_{Y1} + b_{Y2}} & \frac{-K_\psi}{b_{Y1} + b_{Y2}} & suK_\psi(b_{Z2} - b_{Z3}) & suK_\psi(b_{Z1} + b_{Z3}) & -suK_\psi(b_{Z1} + b_{Z3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{x1} \\ D_{y1} \\ D_{y2} \\ D_{z1} \\ D_{z2} \\ D_{z3} \end{pmatrix} \quad (72)$$

2.3.2. スタンドの重心の導出

式(73)の左辺の力とトルクの項はスタンドにかかる力とトルクを意味する．較正でスタンドにかかる力またはトルクは VCM のなす力によるものである．よって，VCM の電磁力をスタンドにかかる力とトルクに変換する必要がある．スタンドにかかる力に関しては VCM の電磁力のベクトル合成から算出できるが，トルクに関してはスタンドの重心位置を求める必要がある．ここではその重心位置の導出を行う．以下のように記号を定義する． r_i はそれぞれのばねのプレート表面上での位置ベクトル (つまり成分は 0), r_g は重心ベクトル, l_i は各ばねの自然長からの伸びである．

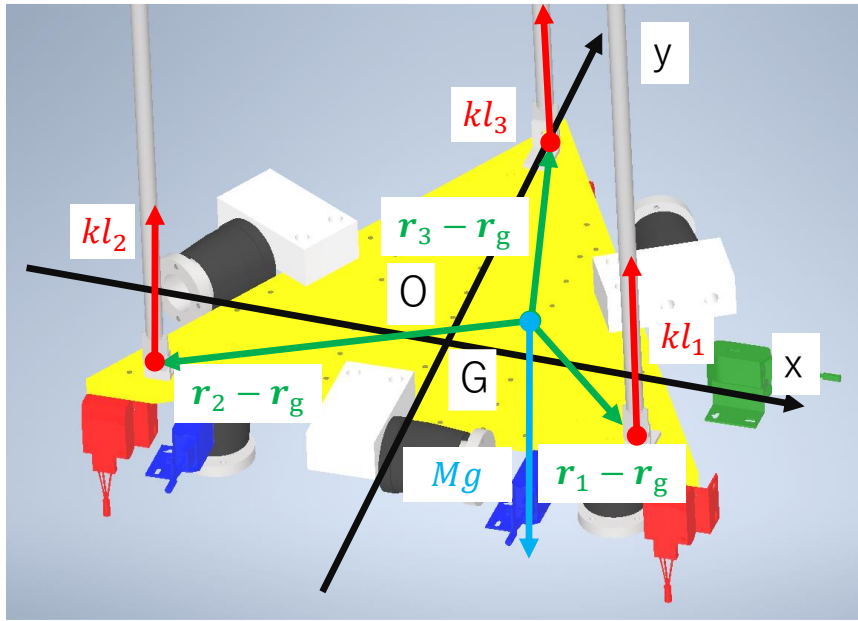


Fig 2-20 Definition of symbol

スタンドにかかる力のつり合いより，

$$Mg = \sum_{i=1}^3 kl_i \quad (74)$$

重心周りのモーメントのつり合いより，

$$\sum_{i=1}^3 (r_i - r_g) \times kl_i e_z = 0 \quad (75)$$

上記 2 式から，

$$r_g = \sum_{i=1}^3 \frac{k}{Mg} l_i r_i \quad (76)$$

を得る．よって，各ばねの初期位置からのばねの伸びがわかれば，重心位置が定まることがわかる．しかし，各種ばねの伸びを図ることは厳しい．そこで，ばね 1 に対するばね 2,3 の長さの差をそれぞれ Δl_{21} , Δl_{31} とすると

$$\Delta l_{21} = l_2 - l_1 \quad (77)$$

$$\Delta l_{31} = l_3 - l_1 \quad (78)$$

となる． Δl_{21} , Δl_{31} g は以下のように，ばねに接続されているステージの目盛りから読み取ることができる．よって，ステージから読み取った情報と，ばねの力のつり合いの式から l_1 を求めることができる．そして上記 2 式から l_2 , l_3 も算出できる．

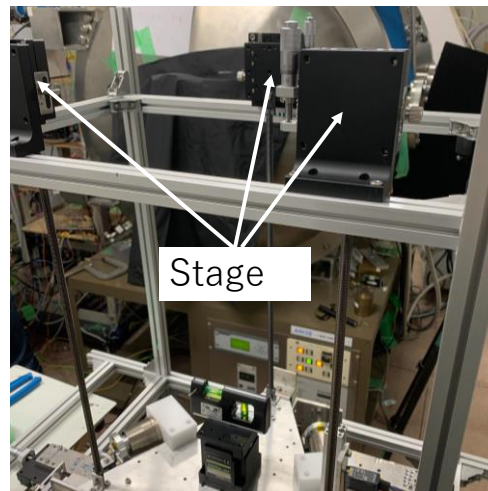


Fig 2-21 Stages connected to springs

上記手法で重心位置を求めようとする時，重心の x,y 成分は求まるが，重心の z 成分を求めることはできない．それはかかっている力が z 成分しかないため，z 方向については，任意の z で重心の位置の式が成り立ってしまうためである．よって，z 成分は違う手法で求める必要がある．重心の z 成分は以下のように重心の公式に従ってもとめる．プレート及びカウンターウェイト，水平器などの質量，プレート表面からの距離は既知なので，以下の重心公式から z 成分の重心位置を算出することが可能である．

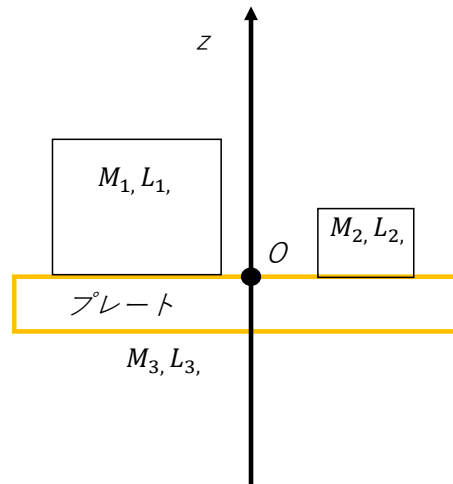


Fig 2-22 Calculation of center of gravity (z axis)

$$r_{gz} = \frac{\sum M_i L_i}{\sum M_i} \quad (79)$$

これで重心の位置が求まった．よって，VCM の力から，スタンドにかかる力とトルクに変換する行列は下記のようになる．ただし，記号はのように定義する．

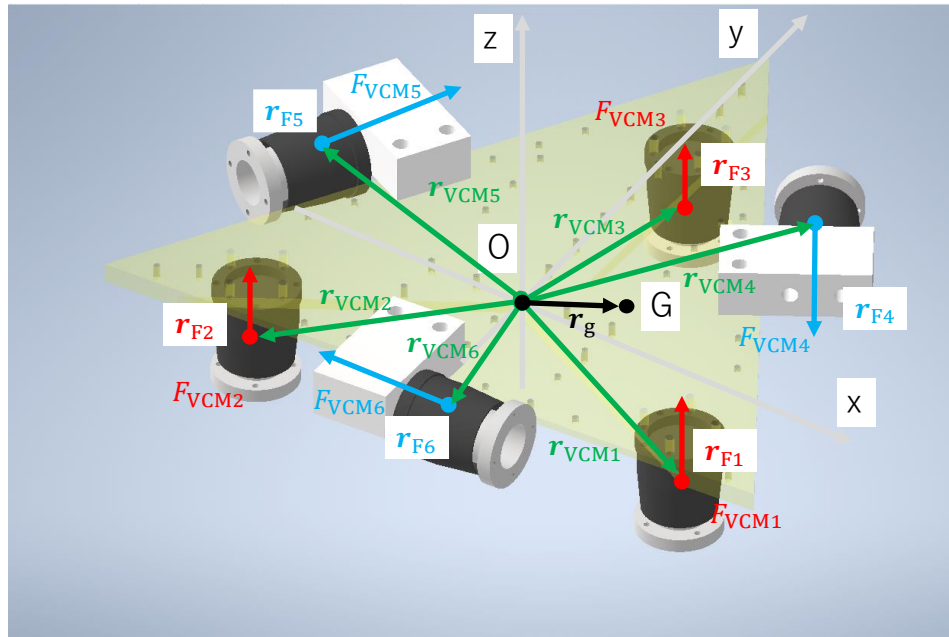


Fig 2-23 Definition of symbols

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{1,y,z} & \alpha_{2,y,z} & \alpha_{3,y,z} & \alpha_{4,y,z} & \alpha_{5,y,z} & \alpha_{6,y,z} \\ \alpha_{1,z,x} & \alpha_{2,z,x} & \alpha_{3,z,x} & \alpha_{4,z,x} & \alpha_{5,z,x} & \alpha_{6,z,x} \\ \alpha_{1,x,y} & \alpha_{2,x,y} & \alpha_{3,x,y} & \alpha_{4,x,y} & \alpha_{5,x,y} & \alpha_{6,x,y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{VCM1} \\ F_{VCM2} \\ F_{VCM3} \\ F_{VCM4} \\ F_{VCM5} \\ F_{VCM6} \end{pmatrix} \quad (80)$$

ただし、 α は下記のように定義するものとする． α の第一引数はVCMの番号，第二，三引数はそれぞれ該当するベクトルの成分で，例えば $\alpha_{1,y,z}$ は

$$\alpha_{1,y,z} = (r_{VCM1,y} - r_{g,y})r_{F1,z} - (r_{VCM1,z} - r_{g,z})r_{F1,y} \quad (81)$$

である．

2.3.3. スタンドの較正方法

ここでスタンドの較正方法について述べる．ここでいう較正とは，ある力 or トルクに対する変位計の値の関係を得ることである．スタンドの較正には6つのVCMを使用する．各VCMに流す電流を調整することで，特定の自由度に力またはトルクをかける．ここでVCMの力の向きの定義をFig 2-24に示す．各VCMのヨークとコイルが離れる方向をVCMの正の向きの力とする．またに各自由度別のVCMに流す力の比をTable. 2-2に示す．電流はVCMの正の向きの力を出すときの電流の向きを正とする．電流掃引は各値に対して1minほどで，往復掃引をする．

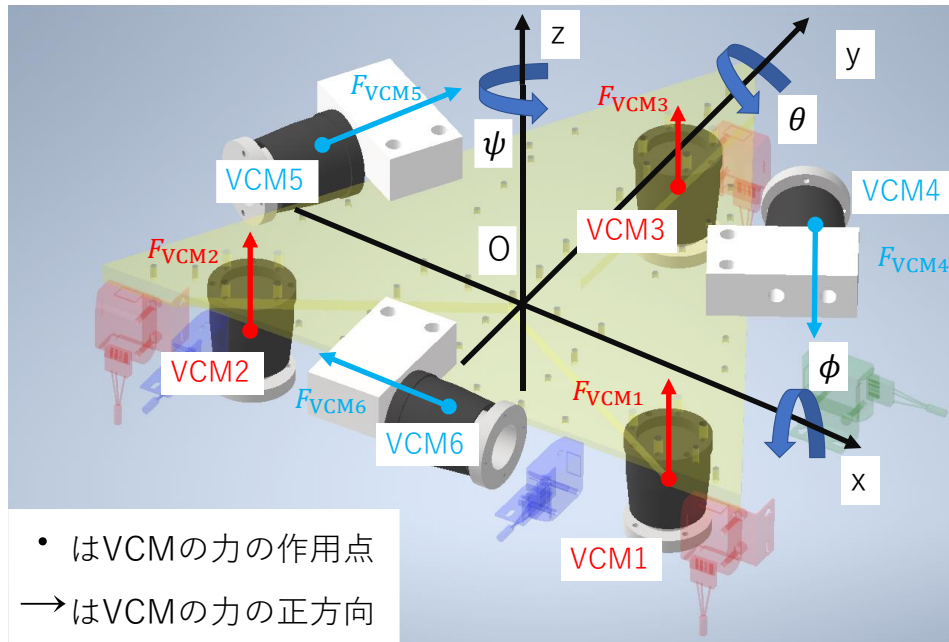


Fig 2-24 Definition of thrust vector of VCM

Table. 2-2 Force of each VCM for calibration

	VCM1	VCM2	VCM3	VCM4	VCM5	VCM6
Fx	0	0	0	F	F	-2F
Fy	0	0	0	-F	F	0
Fz	F	F	F	0	0	0
Mx	-F	-F	2F	0	0	0
My	-F	F	0	0	0	0
Mz	0	0	0	-F	-F	-F

3. 試験環境

本実験での試験環境に関して示す。今回の試験はスラストスタンドを真空チェンバに入れて行った。真空チェンバは $\phi 1\text{m}$ 、長さは 1.5m である。真空チェンバには真空ポンプと真空計が接続されている。真空ポンプとして、アルバック製の油拡散ポンプ (ロータリーポンプ) と大阪真空社製のターボ分子ポンプがあり、二つが直列に接続されている。また、真空計にはファイファー社製のピラニ真空計、電離真空計と使用した。また、スタンドに使用した変位計はオムロン社製の LED 変位計である。以下の表に仕様を示す。

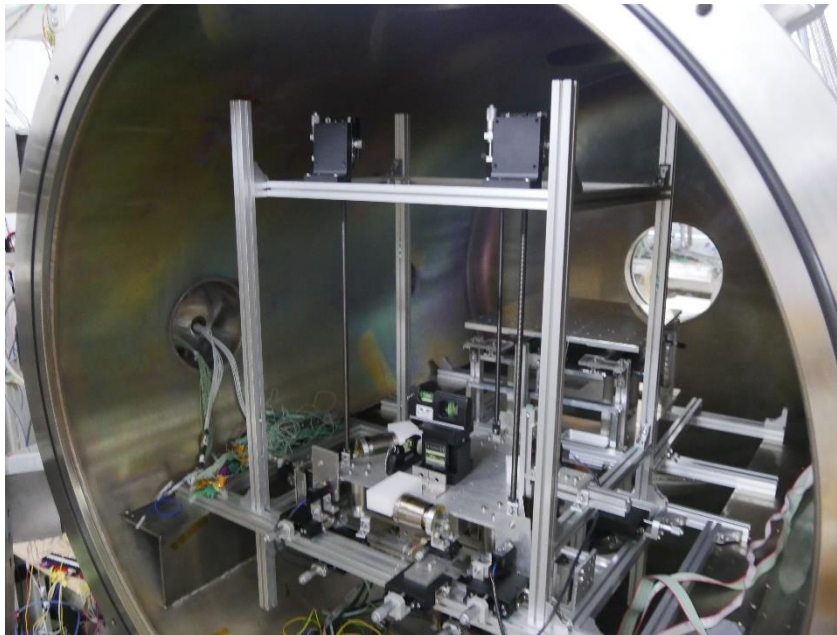


Fig 3-1 appearance of vacuum chamber



Fig 3-2 appearance of rotary pump

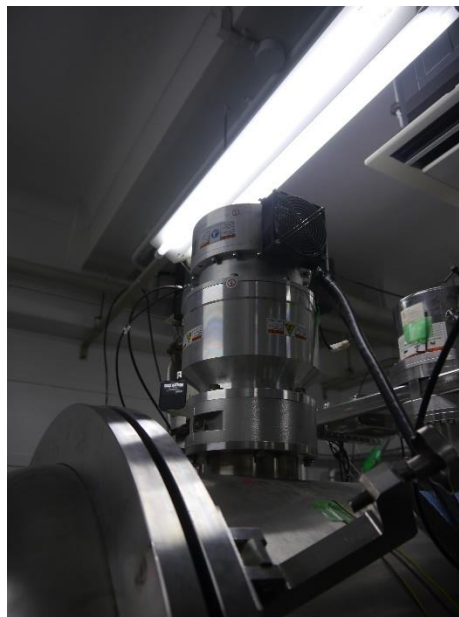


Fig 3-3 appearance of turbo molecular pump



Fig 3-4 appearance of PIRANI vacuum gage



Fig 3-5 appearance of LED displacement sensor

Table. 3-1 Specification of rotary pump

Maker	ULVAC COMPANY
Model	VD401
Exhaust rate	670L/min
Reached pressure	0.67Pa
System of motor	three phase motor protected from droplet
Power of motor	1.5kW, 200V

Table. 3-2 Specification of turbo molecular pump

Maker	OSAKA VACUUM
-------	--------------

Model	TG900MVAB
Exhaust rate	900L/s
Reached pressure	$1.0 \times 10^{-6}\text{Pa}$

Table. 3-3 Specification of PiRANI vacuum gage

Maker	PFEIFFER
Model	PKR251
Range of measurement	$5.0 \times 10^{-9}\text{Pa}$
Accuracy	<30%
Reproducibility	<5%
Output Voltage	0-10.5V

Table. 3-4 Specification of LED displacement sensor

Maker	OMLON
Model	Z4D-F04A
Resolution	$4 \pm 0.25 \mu\text{m}$
Response time	5 ms
Resolution	<5 μm
Output voltage	1-5V

4. 予備試験

4.1. VCM 較正試験

4.1.1. 試験目的

スタンドの較正をするにあたって、各 VCM に流れる電流に対してその VCM が作る電磁力を知っておく必要がある。また、スタンドの較正は変位法を用いるため、ヨークとコイルの位置関係に寄らず、VCM は一定の電磁力を出す必要がある。そこで、各 VCM に対して電流を流し、VCM の力を計測した。

4.1.2. 試験セットアップ

Fig 4-1 に試験系の外観、Fig 4-2 に試験系の概略図試験系を示す。VCM のヨークを天秤の上にのせ、その位置にあうようにコイルを合わせる。コイルは治具を介してステージに接続されており、重力方向に位置を変えることができる。コイルは 100Ω の抵抗を介して電源に接続されている。電源から電流を流すことでヨークが力を受け、その時の天秤の表示の変化から VCM の電磁力を計算する仕組みである。この試験を VCM1-6 に対して行った。

にこの VCM 較正試験の実験条件を示す、電流は 0-100mA で 10mA ごとに往復で掃引している。また、VCM のヨークとコイルの距離も 1mm ずつ、0-5mm の範囲で変化させている。ここでの VCM のヨークとコイルの距離は Fig 4-3 に示す通り、コイルのつばの下端とヨークの上側の端面との距離とする。

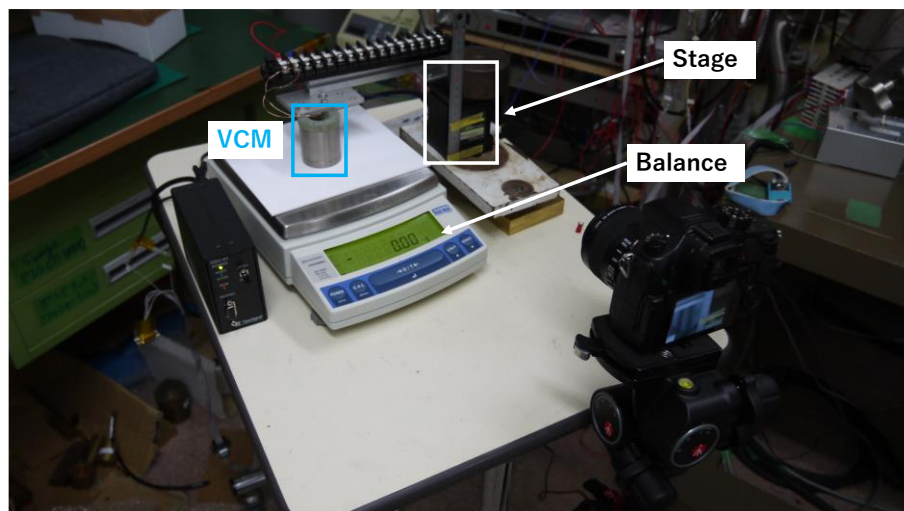


Fig 4-1 Appearance of experiment apparatus (VCM Calibration)

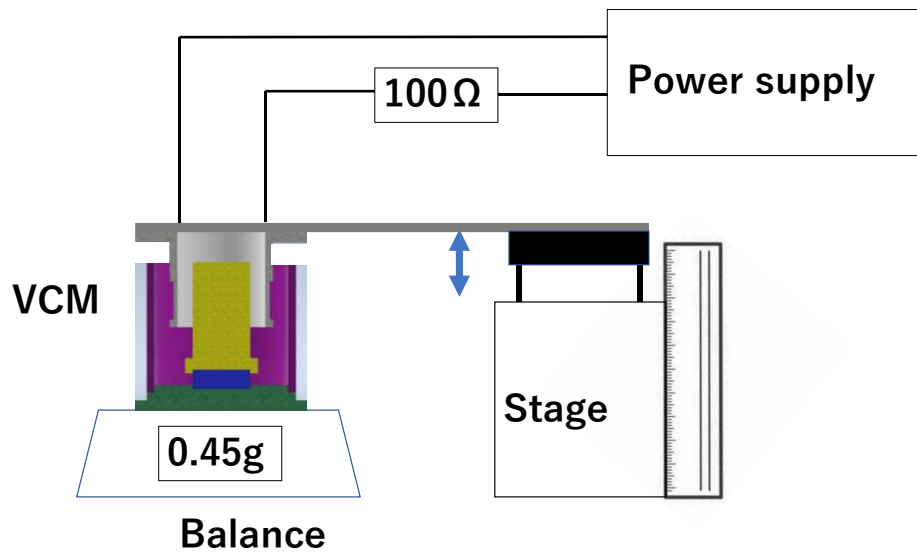


Fig 4-2 schematic of experiment apparatus (VCM calibration)



Fig 4-3 Definition of the distance between yoke and coil

Table. 4-1 The condition of Experiment (VCM calibration)

Item	Value
Current through VCM	0-100mA, 10mA each
Distance between yoke and coil	0-5mm 1mm each

4.1.3. 試験結果

に試験結果を示す。どの VCM に対しても電流に対して電磁力が線形的に増加することが分かった。VCM 間で傾きが違う原因として考えられるのはコイルのエナメル線を手で巻いていることによる個体差であると考えられる。また、VCM1-6 の電磁力と電流の変化の割合を以下にまとめる。これらの値をこの論文では各 VCM の推力係数と表記することにする。

Fig 4-5 に VCM1 について、ヨークとコイルの距離を変更したときの試験結果を示す。

グラフから距離が変わっても傾きの最大と最小との差をとると最小値に対して2%ずれるという結果となった。本試験では1-5%程度の精度は求めているため、これでスタンドの較正は問題ないと判断した。

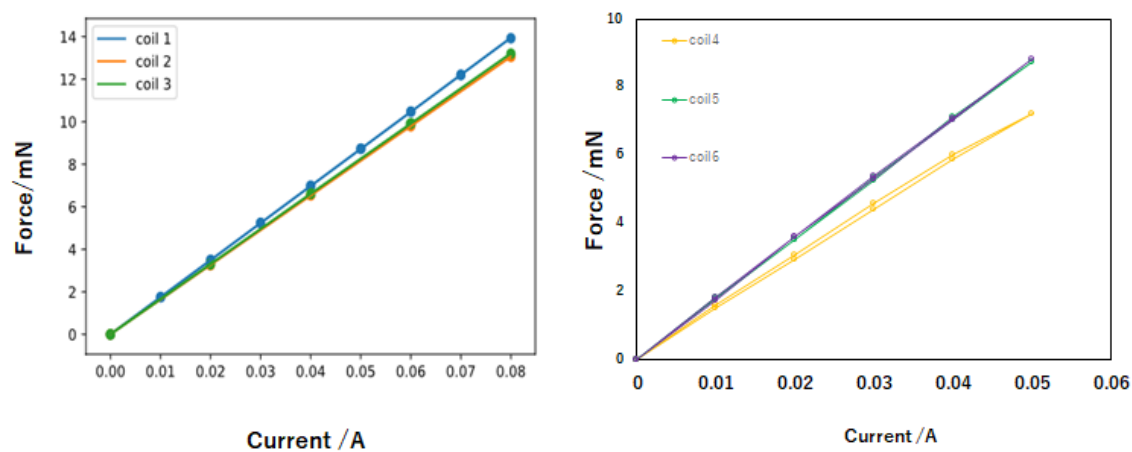


Fig 4-4 Relation between VCM force and current

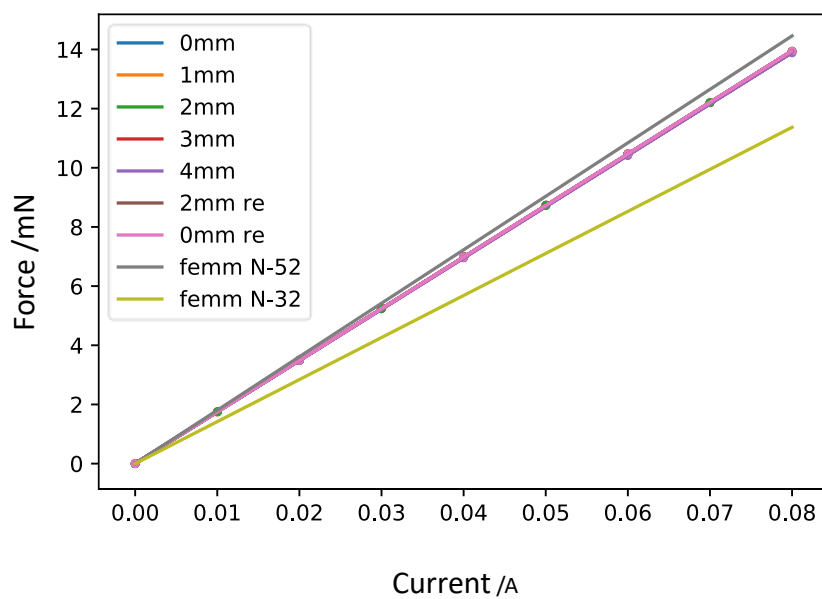


Fig 4-5 Relation of VCM force and current changing the distance between yoke and coil

4.2. インパルス応答試験

4.2.1. 試験目的

本試験に入る前に，スラストスタンドが 0 での設計から大幅にずれていないかを確認する必要がある．そこで，スタンドに搭載された VCM を使ってスタンドにインパルスを加えた．加えたインパルス応答によって変位計の波形が得られる．そこから FFT をかけることでスタンドの各自由度における固有振動数がわかる．得られた結果を設計値と比較することでスタンドの健全性を確認する．

4.2.2. 試験セットアップ

Fig 4-6 に試験セットアップ図を示す．スタンドの VCM それぞれに対して 100Ω の抵抗を介して電源が接続されている．その電源を素早く ON/OFF することでスタンドにインパルスを加える．各自由度に対して VCM に加える力は Table. 2-1 と同じである．また，変位計には 5Hz のローパスフィルターを介し，高周波の振動をカットしている

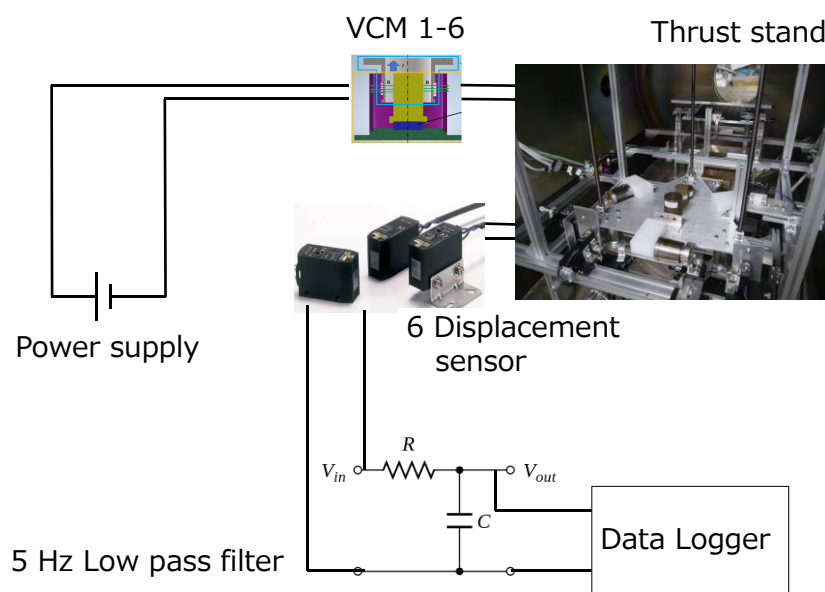


Fig 4-6 Experiment apparatus (Impulse response)

4.2.3. 試験結果

以下に各自由度ごとにインパルスを加えた結果を示す． M_x , M_y でのインパルスを見てみるとお互いで混振していることがわかる．これは 3 つのばねの長さが若干異なることによる重心のずれ，そしてうなりが影響していると考えられる． M_y に関して，力の発生個所がどちらも y 軸に対して負側にあるので，振動が不安定になり， M_x も振動が混じっている

と考えられる。

また、波形を FFT にかけた時のスペクトルを以下に示す。また、以下に各自由度における設計値と実際の固有振動数を示す。理論計算で、慣性モーメントはプレート単体質量と VCM 質量を考慮した値としている。M_x, M_y において値が理論計算と異なっているが、これはプレートがリム構造になっていることや、ねじ穴が大量に開いていることによって、完全に 3 角柱でないことが原因と考えられる。これらの結果から固有振動数が大幅にずれているわけではないことから、スタンドの健全性を確認できた。

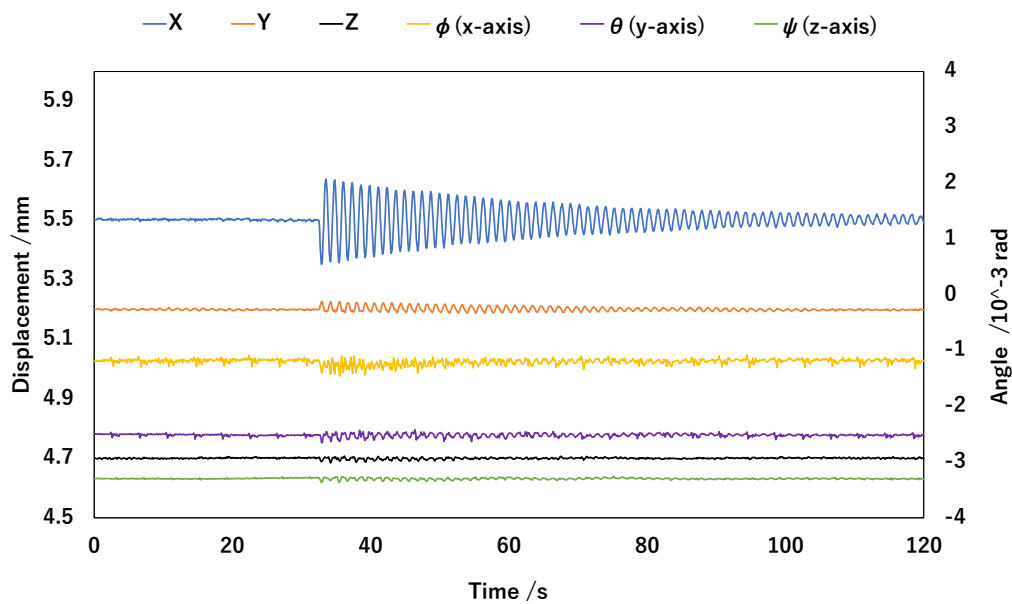


Fig 4-7 Impulse response Fx

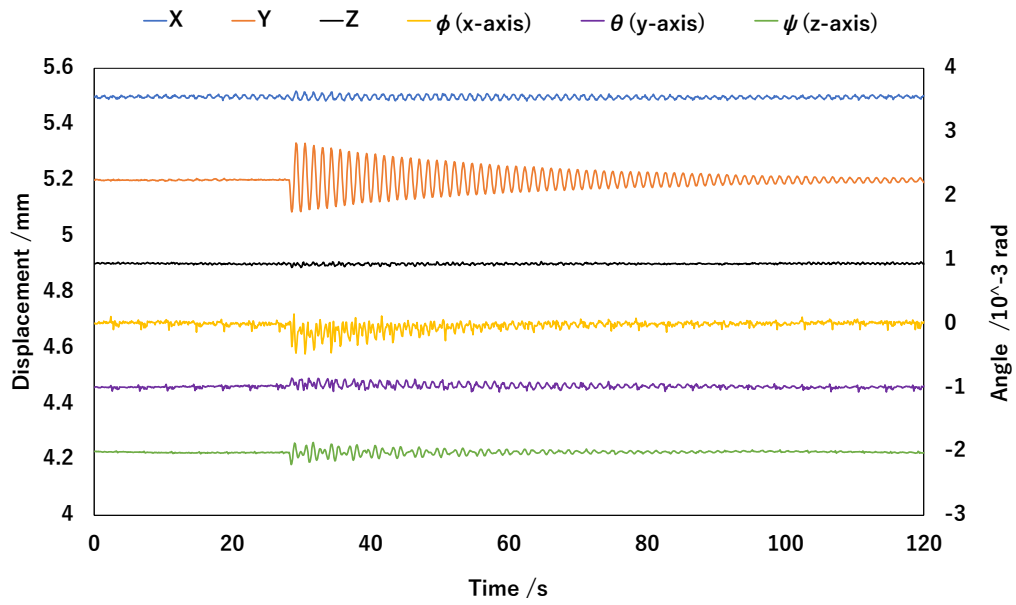


Fig 4-8 Impulse response F_y

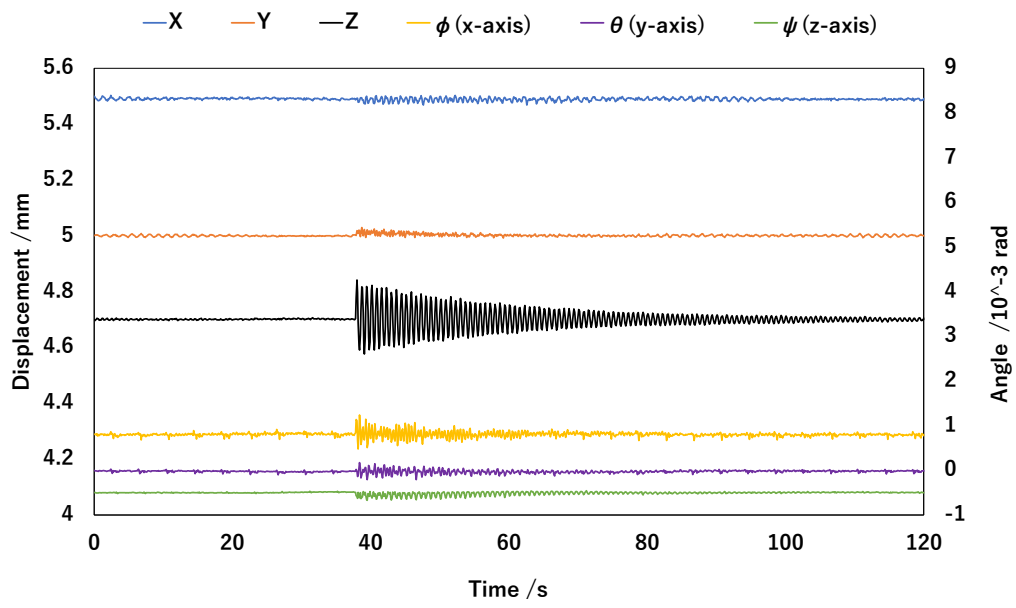


Fig 4-9 Impulse response F_z

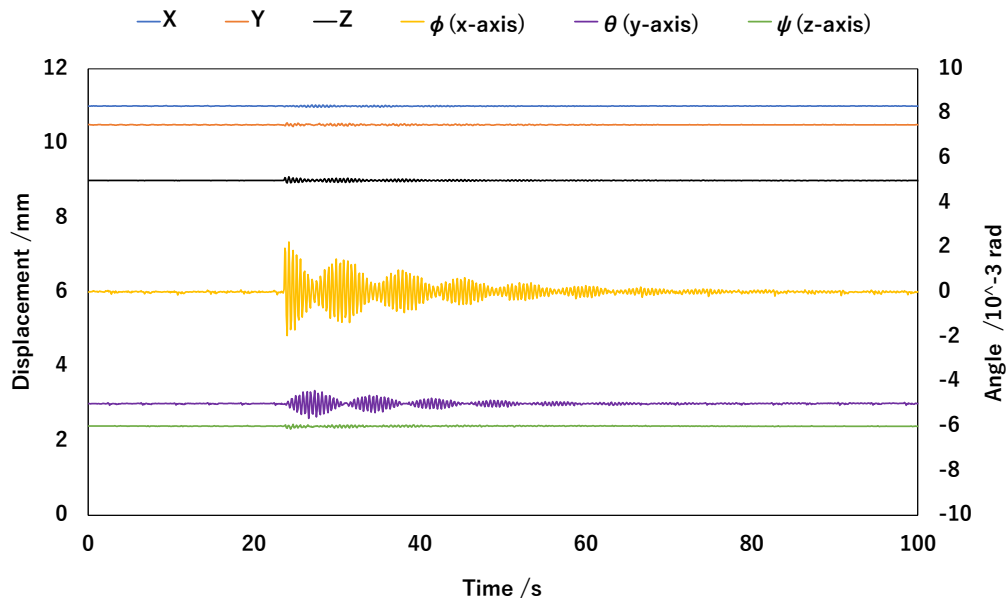


Fig 4-10 Impulse response Mx

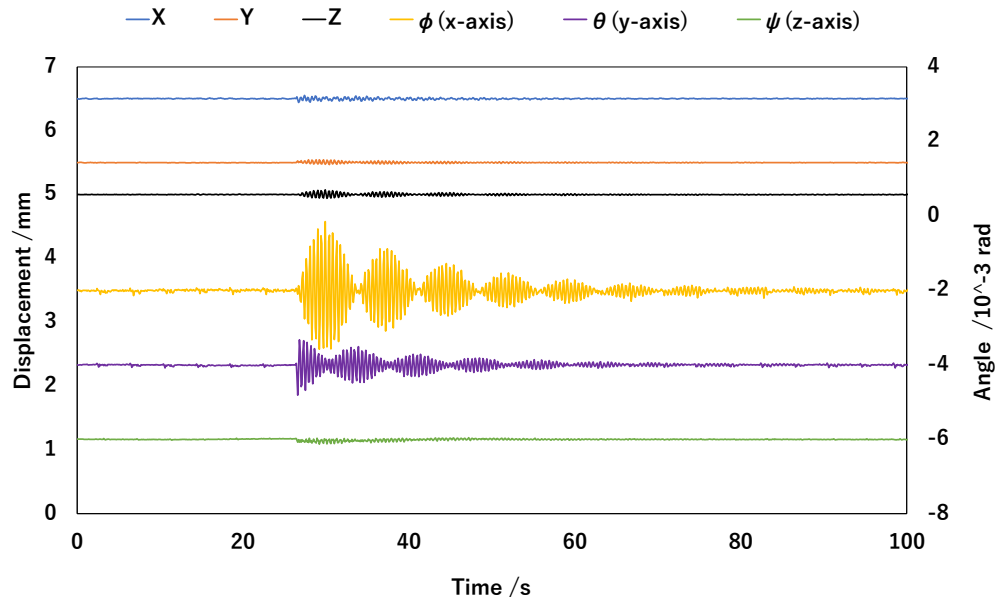


Fig 4-11 Impulse response My

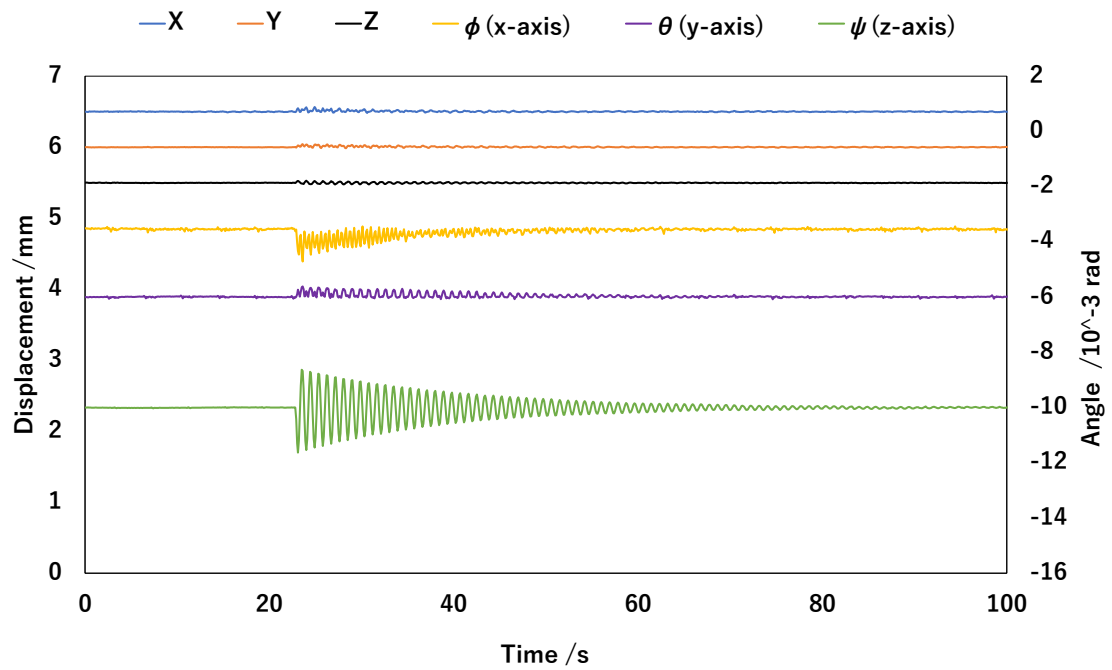


Fig 4-12 Impulse response M_z

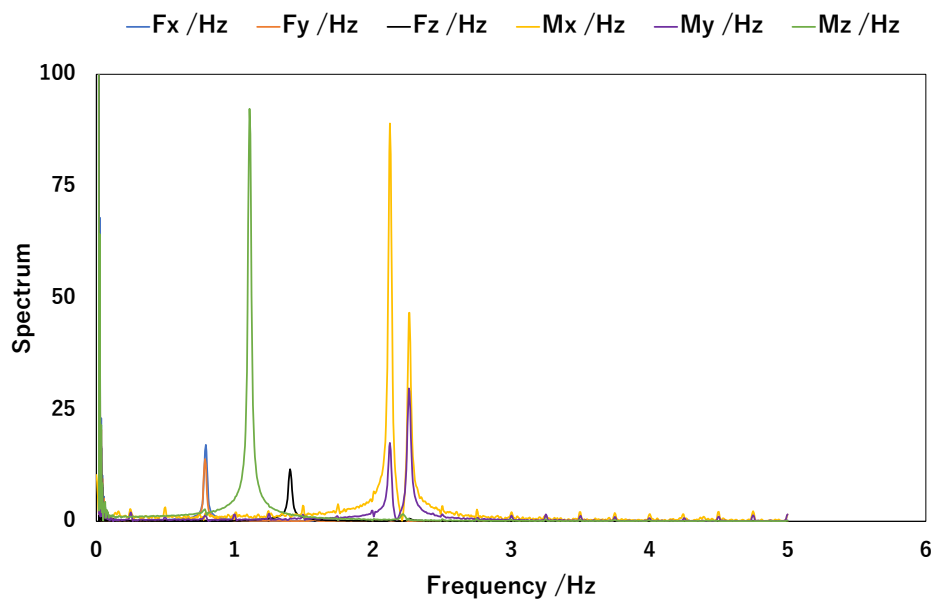


Fig 4-13 Spectrum vs Natural frequency

Table. 4-2 Comparison of Natural frequency between results and designed value

	Results /Hz	Designed /Hz
Fx	0.796	0.81
Fy	0.796	0.81
Fz	1.41	1.89
Mx	2.12	2.96
My	2.26	3.07
Mz	1.08	1.49

5. 本実験の試験コンフィグと実験条件

5.1. 試験コンフィグ

Fig 5-1 に本試験のコンフィグを示す. PC に接続された LabVIEW によって VCM に電流を送る. ただし, LabVIEW の出力電圧には限りがあるため, LabVIEW と VCM の間に電圧増幅回路を挟んである. この回路は LabVIEW からの出力電圧を 2.2 倍にするものである. 変位計には出力に対して 5Hz のローパスフィルターを介してロガーに接続されている. ローパスフィルターを介しているのは, 4.2 で求めた周波数以上の振動をカットして変位計の値を安定させるためである.

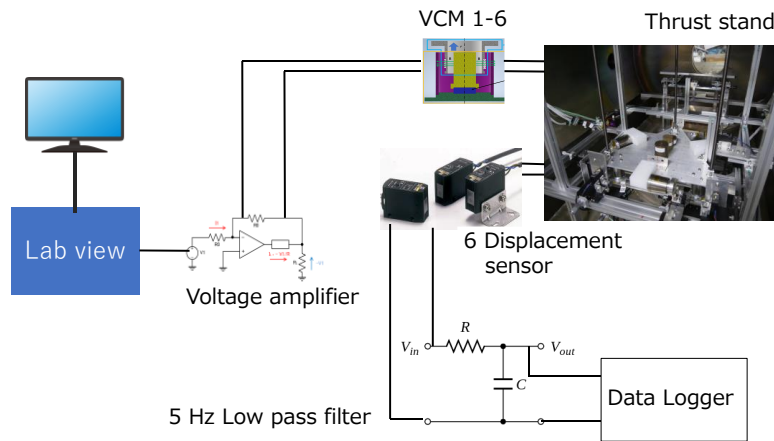


Fig 5-1 schematic of experiment apparatus

5.2. 試験条件

以下に本試験の試験条件を示す. **Mass of thrust stand** とは, プレートの質量だけでなく, プレートについている VCM やカウンターウエイト, 水平器などの質量すべてを指す. バネは 3 つすべて同じものを使用するため, バネ定数及び自然長はすべて同じものとする. 較正は 4.1 の VCM 単体較正試験のように, 電流を往復掃引する. 掃引は 0-33mA で, 5.5mA ずつで行った. 一つの較正は 60s である. 電流の向きは, Fig 2-11 で定義した方向に VCM が力を出す向きを正とする. 試験は各自由度毎に 5 回行っている

Table. 5-1 Experiment condition

Item	Symbol	Value
Mass of thrust stand	m	2.9 kg
Length of triangle plate	a	360 mm
Spring constant	k	108 N/m

equilibrium length of spring	l	108 mm
1 period for each calibration	T	60 s
Experiment time	-	5

Table. 5-2 current for force or torque

	VCM1	VCM2	VCM3	VCM4	VCM5	VCM6	Current
Fx	0	0	0	I	I	-2I	0-33 mA, 5.5 mA each
Fy	0	0	0	-I	I	0	0-33 mA, 5.5 mA each
Fz	I	I	I	0	0	0	0-33 mA, 5.5 mA each
Mx	-I	-I	2I	0	0	0	0-33 mA, 5.5 mA each
My	-I	I	0	0	0	0	0-33 mA, 5.5 mA each
Mz	0	0	0	-I	-I	-I	0-33 mA, 5.5 mA each

6. 試験結果

6.1. 変位の時間履歴

Fig 6-1 から Fig 6-6 に各自由度ごとの時間履歴を示す。左は変位計の生値を載せたもの、右はプレート重心の変位と角度に換算したものである。較正は 5 回ほど行っているが、どれも同じような履歴であるため、各自由度の 1 回目のものを載せることにする。

VCM に流れる電流の変化があると、プレートが振動し、ダンパーによって振動が抑えられていることがわかる。振動は自由度ごとに 10s-20s ほどで収まっているので、各電流値間の 60s は変位の振動が収まるまでに十分な時間であったと考えられる。

Fig 6-1 を見てみると、DS_x1 が他の自由度と比べて下がっているが、これは変位計がプレートに対して x 正側に配置されているため、x 正方向に変位すると変位計にプレートが近づくためである。また、DS_z1 が他の変位に比べて DS_x1 程度に大きく変位していることがわかる。

Fx を除くと

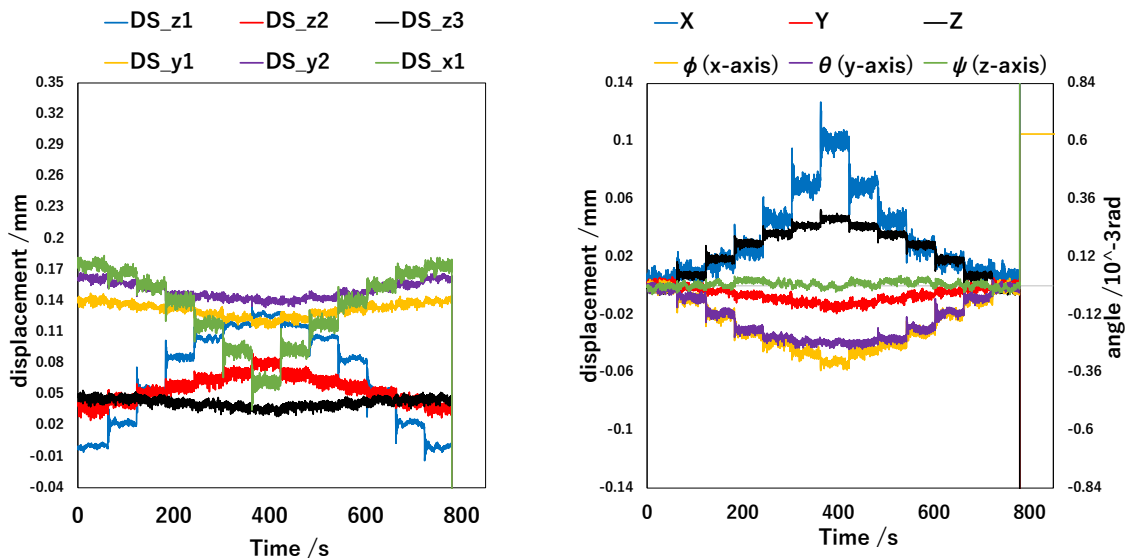


Fig 6-1 Time history Fx (Left : each DS vs time Right : displacement and angle vs time)

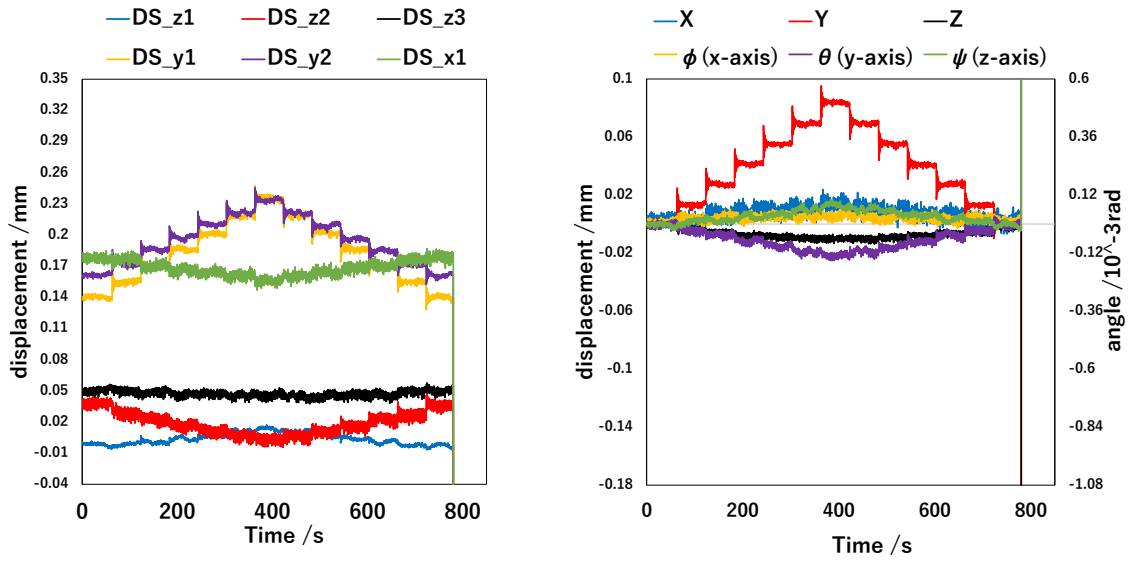


Fig 6-2 Time history Fy (Left : each DS vs time Right : displacement and angle vs time)

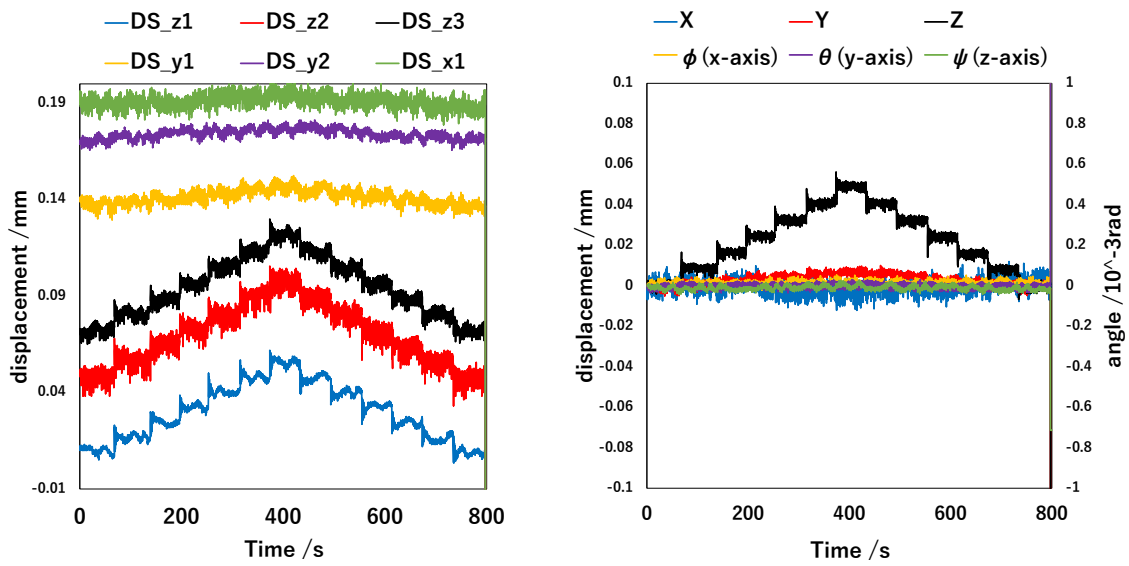


Fig 6-3 Time history Fz (Left : each DS vs time Right : displacement and angle vs time)

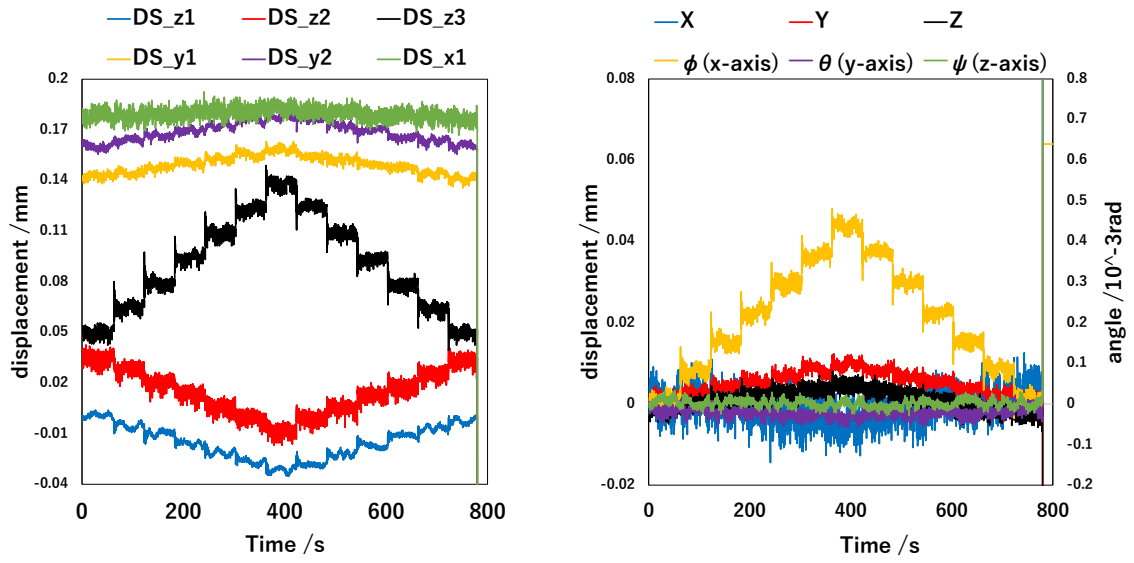


Fig 6-4 Time history Mx (Left : each DS vs time Right : displacement and angle vs time)

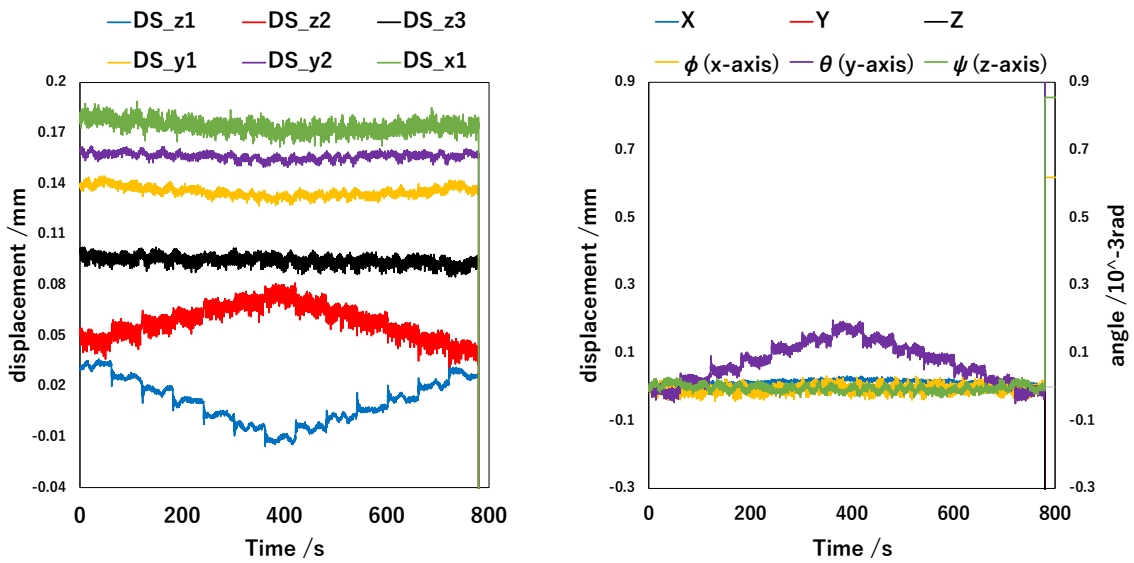


Fig 6-5 Time history My (Left : each DS vs time Right : displacement and angle vs time)

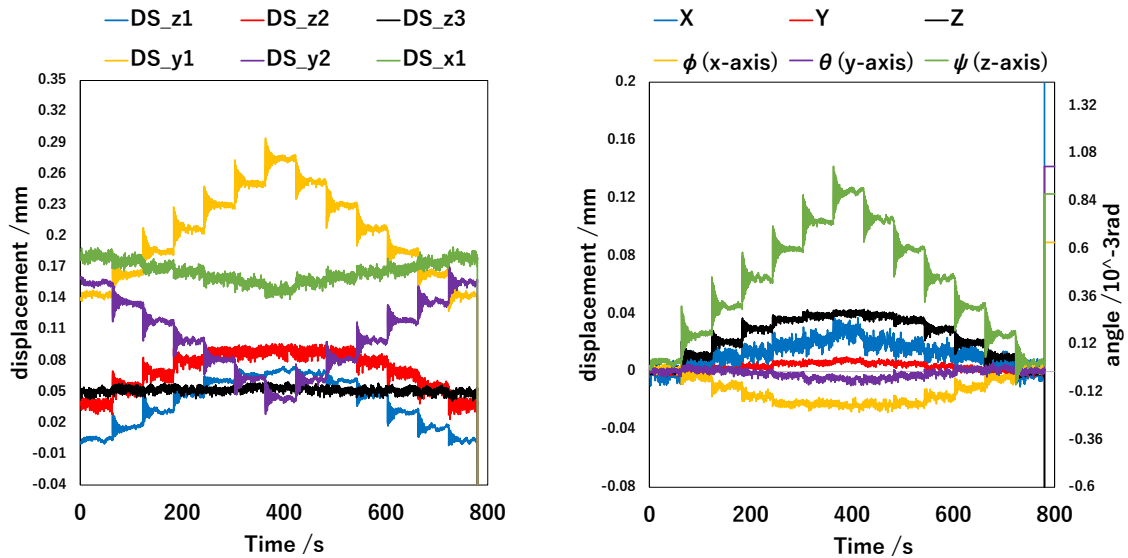


Fig 6-6 Time history Mz (Left : each DS vs time Right : displacement and angle vs time)

6.2. 平均化時の各自由度における力またはトルクと変位計の関係

Fig 6-1 から Fig 6-6 で得られたグラフを電流区間ごとに平均したときの変位と力またはトルクとの関係を以下に示す。エラーバーは 5 回の標準偏差を示している。どの力またはトルクに関しても関係のない変位も変化していることがわかる。これは VCM が作る力またはトルクに対してプレートがずれていることが考えられる。プレートの上には水平器が 2 つ設置されており、それぞれ x 軸, y 軸周りのプレートの傾きは検知できるが, z 軸周りのずれは目視でしか確認できない。ばねの固定位置などはばねごとに統一されているが, ばねのねじりなども影響している。また, メインではない変位の影響も各自由度毎に同じような影響を及ぼしているわけではない。例えば, Fig 6-7 を見ると, DS_Z1 の変位の傾きに対して, DS_Z2,Z3 はその 3 割ほどである。重心はプレートから数 mm 離れた程度であるため, 単純にプレートの初期の傾きだけでは説明がつかない。

エラーバーについて, Mx, My, Fz の 3 つがそれ以外に比べて大きいということがわかる。Fz では, 標準偏差が最大で変位にたいして 15%ほど出ている。この原因として力に対する変位の大きさが考えられる。Mx, My, Fz はそれ以外に比べてメインの変位計の変位の大きさが小さい。モデル式を見ても, Fx, Fy に対して Fz は力に対して変位が 1/4 以下

であるので、精度が小さくなることがわかる.

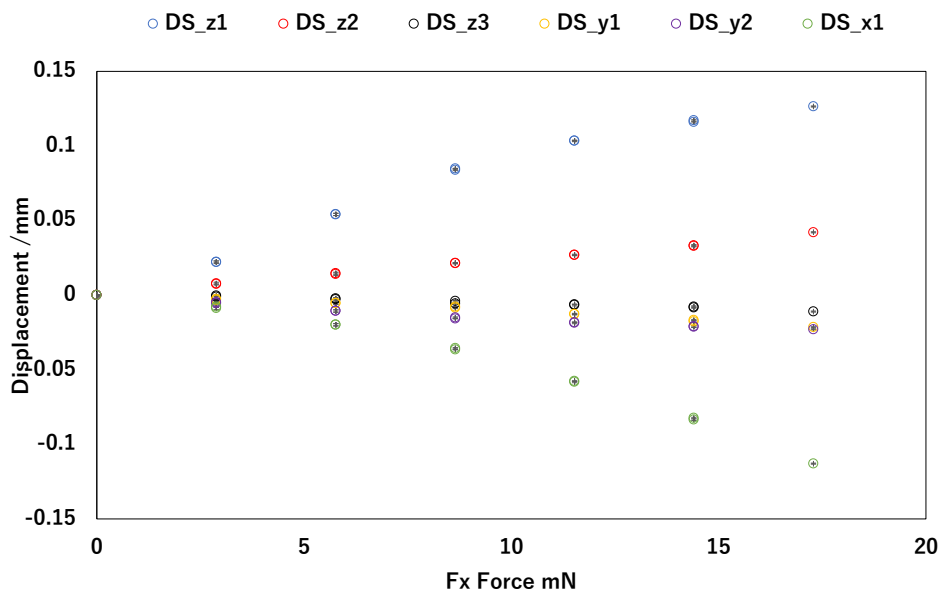


Fig 6-7 Fx force vs averaged displacement

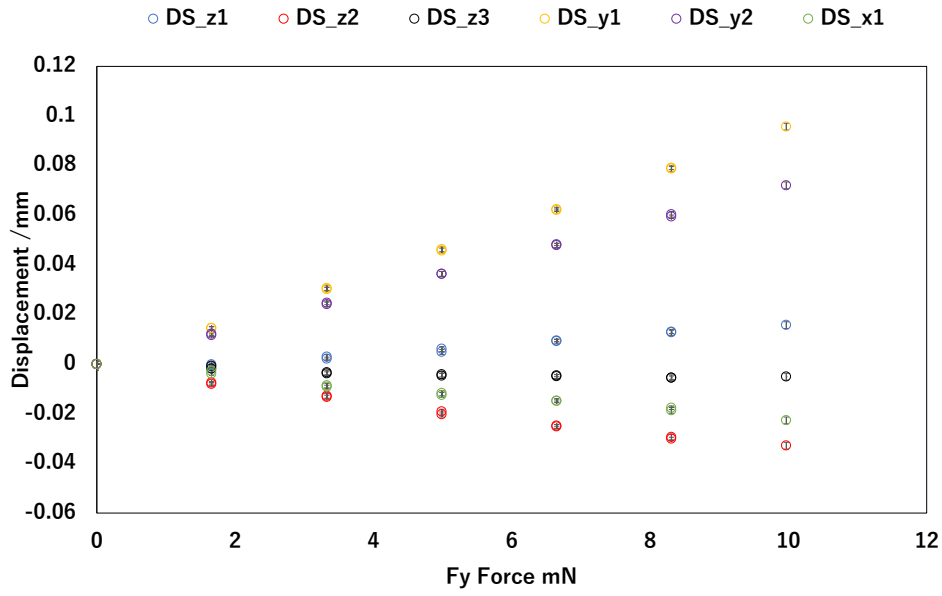


Fig 6-8 Fy force vs averaged displacement

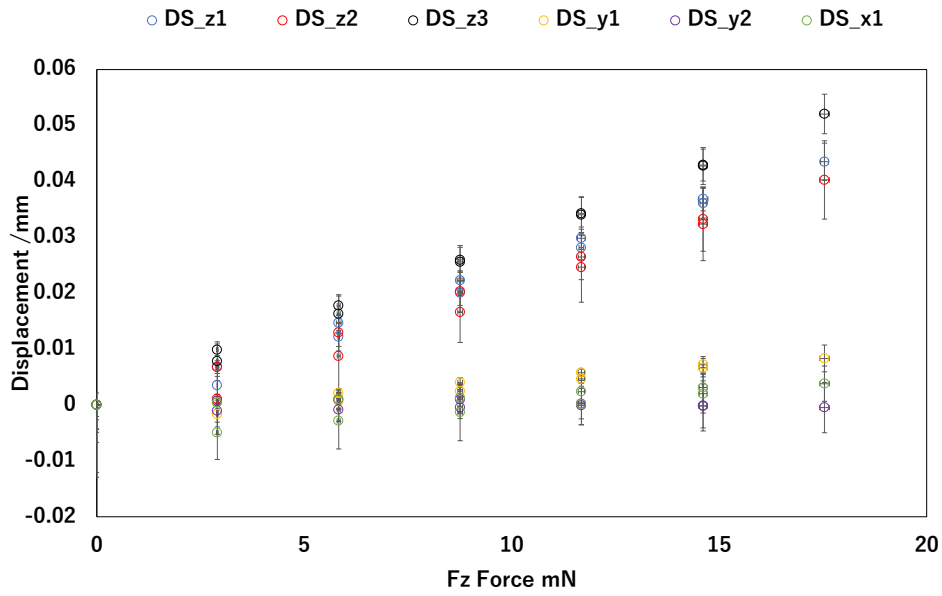


Fig 6-9 Fz force vs averaged displacement

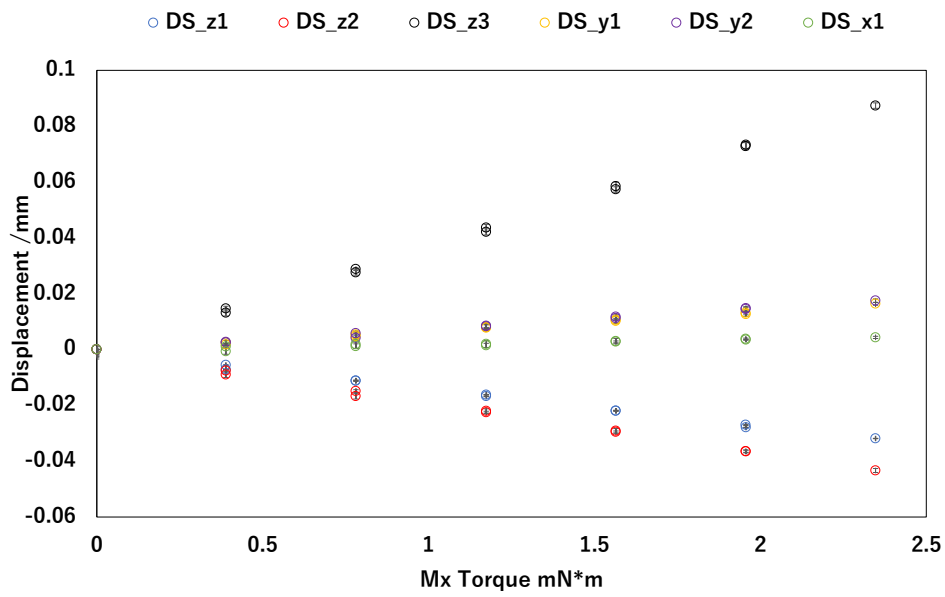


Fig 6-10 Mx torque vs averaged displacement

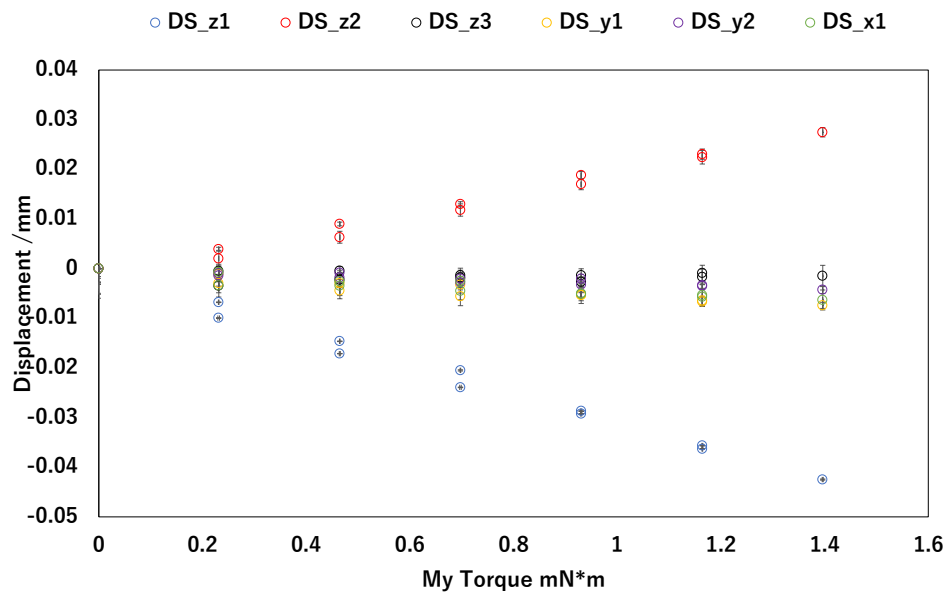


Fig 6-11 My torque vs averaged displacement

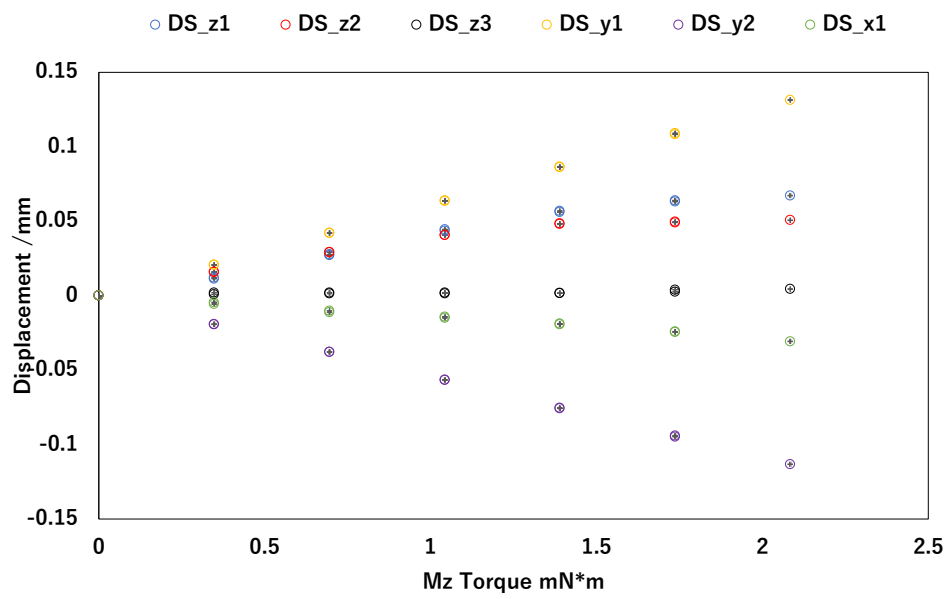


Fig 6-12 Mz torque vs averaged displacement

7. 性能評価と考察

7.1. 回帰分析の利用

式(69)を得ることが目的であるが、変数が 36 個あるので、較正したデータから解析的に解くことはできない。各務らの研究では行列を求める際に重回帰分析を用いている。重回帰分析とは、複数の入力について、モデルを立てて、出力を予測するものである。今回は力やトルクに対して、変位計の値が線形であるので、線形のモデルを立てる。つまり、入力 x_{ij} 出力 y_i として、

$$y_i = a_0 + \sum_j a_j x_{ij} \quad (82)$$

と表すことを目標とする。ここで、線形重回帰分析は、以下の式が最小になるように係数 a が決定される。

$$\delta = (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (83)$$

しかし、今回のようにある方向の力またはトルクに対して、変位計ごとの変位が大きく異なったり、メインでない変位計に小さな変位が生じたりしている場合に重回帰分析を行うと、過学習を起こしてしまう。過学習とは、誤差を小さくしようとする際、入力データ(今回は変位計の値)をすべて同じ重みとして扱っているために、変位の小さい変位計に対応する係数が他に比べて巨大になってしまうことである。つまり、教師データと同じ入力を与えられれば精度よく出力を得られるが、同じ入力出なかった場合は物理的にあり得ない出力をしてしまうということである。例えば、 F_x に対して、重回帰分析を行うと下記のようなになる。

$$F_x = (-17.0 \quad -216 \quad -187 \quad 14.2 \quad 115 \quad 17.0) \begin{pmatrix} D_{x1} \\ D_{y1} \\ D_{y2} \\ D_{z1} \\ D_{z2} \\ D_{z3} \end{pmatrix} \quad (84)$$

左辺の単位は mN, 右辺の変位計の単位は mm である。上記式を見ると、 D_{x1} に対応する係数が-17 に対し、 D_{y1} の係数が-216、 D_{y2} の係数が-187、 D_{z2} の係数が 115 と絶対値が 5 倍以上になっている。この状態での、 F_y の較正における変位計のデータ、($F_y = 3.32$ mN の時)を上記式に代入すると、

$$F_x = (-17.0 \quad -216 \quad -187 \quad 14.2 \quad 115 \quad 17.0) \begin{pmatrix} 0.00711 \\ 0.0293 \\ 0.0250 \\ 0.000785 \\ -0.0153 \\ -0.00013 \end{pmatrix} \\ = -12.7$$

となる．この時の VCM の軸方向の力を合計した力よりも大きいため，上記の値-12.7 mN は物理的にあり得ない数値となっている．

よって，変位計のデータに重みづけを加えていく必要がある．そこで，Ridge 解析を導入することを考える．Ridge 回帰は工学分野でも応用されているケースが多い[38-40]．Ridge 回帰は下の値を最小にするように係数が決定される手法である．

$$\delta = (y_i - \hat{y}_i)^2 + \alpha \sum_j a_j^2 \quad (85)$$

α はハイパーパラメータといい，こちら側で決定する必要がある．上記式をみると，変動が小さいデータ x_{ij} の変数に対して係数 a_j が高くなろうとすると， αa_j^2 によって δ が大きくなる．つまり，小さな変動の変数の係数が小さくなる．

7.2. Ridge 回帰による性能評価

0 で得られた試験結果に対して Ridge 回帰を用いると，下記の行列を得た．行列の値は複数回試験した結果の平均値である．

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -59.6 & -12.1 & -12.4 & 64.7 & 22.6 & -4.63 \\ -12.6 & 55.8 & 42.2 & 9.86 & -20.0 & -3.08 \\ 14.7 & 22.1 & 7.11 & 107 & 109 & 123 \\ 0.972 & 3.39 & 3.45 & -6.04 & -8.40 & 17.3 \\ -1.79 & -2.45 & -1.64 & -16.7 & 12.3 & 0.282 \\ -1.7 & 7.28 & -6.16 & 3.14 & 1.84 & 0.334 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{x1} \\ D_{y1} \\ D_{y2} \\ D_{z1} \\ D_{z2} \\ D_{z3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0434 \\ 0.0246 \\ 0.887 \\ 0.0753 \\ 0.137 \\ 0.000933 \end{pmatrix}$$

6×6 行列と定数ベクトルだけ取り出し，標準誤差を載せると以下のようなになる.**6×6 行列のメインとなる係数を赤くした**

$$\begin{pmatrix} -59.6 \pm 0.866 & -12.1 \pm 0.537 & -12.4 \pm 0.607 & 64.7 \pm 0.739 & 22.6 \pm 0.460 & -4.63 \pm 0.277 \\ -12.6 \pm 0.354 & 55.8 \pm 0.403 & 42.2 \pm 0.652 & 9.86 \pm 0.795 & -20.0 \pm 0.387 & -3.08 \pm 0.587 \\ 14.7 \pm 5.47 & 22.1 \pm 1.85 & 7.11 \pm 9.80 & 107 \pm 2.5 & 109 \pm 5.00 & 123 \pm 8.00 \\ 0.972 \pm 0.169 & 3.39 \pm 0.0700 & 3.45 \pm 0.162 & -6.04 \pm 0.118 & -8.40 \pm 0.117 & 17.3 \pm 0.112 \\ -1.79 \pm 0.276 & -2.45 \pm 0.262 & -1.64 \pm 0.391 & -16.7 \pm 0.233 & 12.3 \pm 0.471 & 0.282 \pm 0.343 \\ -1.7 \pm 0.0882 & 7.28 \pm 0.0841 & -6.16 \pm 0.0589 & 3.14 \pm 0.117 & 1.84 \pm 0.135 & 0.334 \pm 0.0821 \end{pmatrix} \quad (86)$$

$$\begin{pmatrix} 0.449 \pm 0.043 \\ 0.0246 \pm 0.028 \\ 0.887 \pm 0.0605 \\ 0.0753 \pm 0.017 \\ 0.137 \pm 0.008 \\ 0.000933 \pm 0.0087 \end{pmatrix} \quad (87)$$

求めた 6×6 行列を見てみると、係数に対する標準誤差の大きさが Fz の項が大きいことがわかる。Fig 6-9 からわかる通り、平均化した時点回数によるばらつきも大きい。変位そのものが x,y 方向に比べて小さいため、分解能も悪くなる。

参考までに、理論式から求めた 6×6 行列は以下である。

$$\begin{pmatrix} 69.6 & 0 & 0 & -14.6 & 14.2 & 0.492 \\ 0 & 33.3 & 36.3 & 2.12 & 2.63 & -4.75 \\ 0 & 0 & 0 & 94.2 & 117 & 112 \\ 0 & 0 & 0 & -12.9 & -16.1 & 29.0 \\ 0 & 0 & 0 & -22.7 & 21.9 & 0.761 \\ 0 & 10.7 & 10.7 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (88)$$

理論式と比較すると、最大で 43%ずれているが、理論式はスタンドの重心がプレート重心と完全に一致、自由度がすべて独立と仮定したときのものであり、理論式との完全な一致はないと考えられる。特に、理論式からの解離が大きいのは Mz の係数である。6.2 でも述べたが、装置の都合上、z 軸周りには水平器を置けないため、初期位置調整は目視での確認となるため、初期状態ですでに x,y 軸周りに比べてずれていた可能性がある。

7.3. 誤差評価

Ridge 回帰を用いた理由はある自由度に対しメインでない変位に対応する係数が大きくなるのを防ぐためであった。そこで、Ridge 解析によって得られた行列で計算を行った。以下にその結果を示す。横軸は VCM の出力から得られた力またはトルク、縦軸に行列から得られた力またはトルクである。理想的なのは、横軸と同じ力またはトルクのみが傾き 1 で伸びて、それ以外が 0 付近で横ばいになることである。グラフ全体から、VCM 出力から得られた力またはトルクが増大すると、予測値の力またはトルクが線形的に増加または減少し

ていることがわかる．各力とトルクについて，VCM の出力から算出したものと行列からの予測値の残差を以下に示す，

Table. 7-1 accuracy of prediction	
	Value %
Fx	6.02
Fy	7.08
Fz	12.8
Mx	3.8
My	4.9
Mz	3.7

以下， 6.1 の結果と見比べながら考察を行う． Fig 7-1 をみると，Fx のみの較正に対し，Fz が等しく出てしまっている． Fig 6-1 を見ると，x の変位に対して z1 の変位計が同じ程度変化していることがわかる．これによって z の係数が増大していることが行列式からもわかる．しかし z2,z3 に比べて z1 の変位が大きいことから，z1 変位計周りに原因があると考えられる．その一つに変位計に LED を当てている当て板が考えられる．z1 に対応する当て板は変位計のセットアップ上，プレートからはみ出た状態で固定されている．つまり，そこで板にたわみやゆがみがあった場合，変位は容易に発生しうる．

Fig 7-6 も Fig 7-1 と同様に Mz 以外の予測値が現れてきてしまっている．得られた行列の Mz の成分に注目すると，メインの変位計 y1,y2 対して他の係数も相対的に大きい．それによって Mz 以外にも力やトルクが出てしまっている．その中でも Fz が相対的に大きく，Fx と同じ挙動である．

得られたグラフから，xy 平面内での VCM の力に対し，z 方向に変位が発生していることがわかる．考えられる原因の一つにばねのねじりがあると考えられる．モデル式では，ばねのねじりによる復元力(ばね定数の変化)は考慮されていない．ばねは xz 平面で固定されているため，y 方向への動きはねじり変形が小さいが，x 方向へのねじり変形は大きくなる．そこで，Fig 7-1, Fig 7-2, Fig 7-6 を見ると，z 変位の合計が Fy, Mz, Fx の順で大きくなっている．これは x 変位の大きさの順でもある．よってねじりの影響が出ていると考えられる．

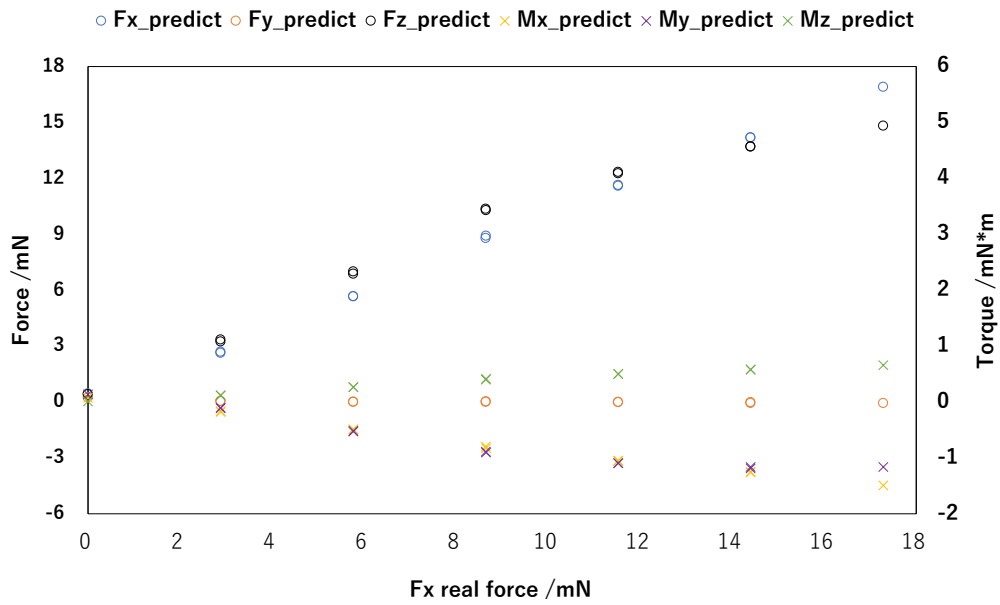


Fig 7-1 Predicted force and torque vs Fx real force

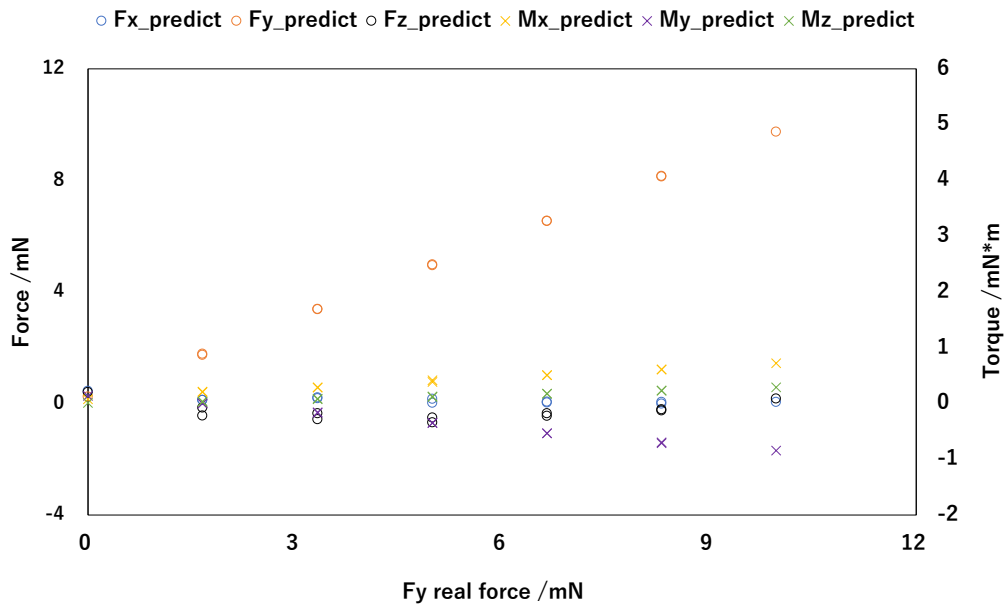


Fig 7-2 Predicted force and torque vs Fy real force

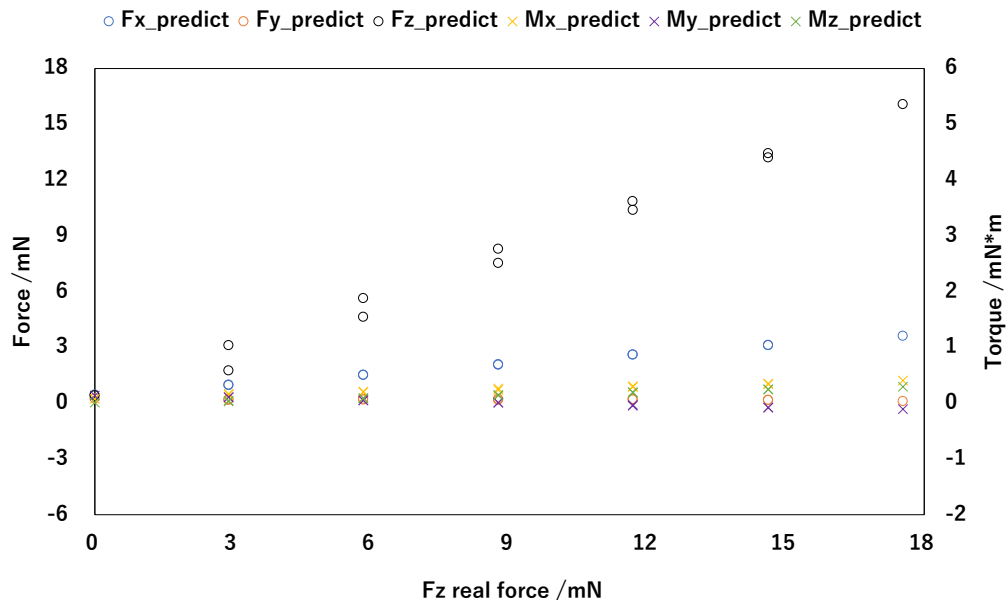


Fig 7-3 Predicted force and torque vs F_z real force

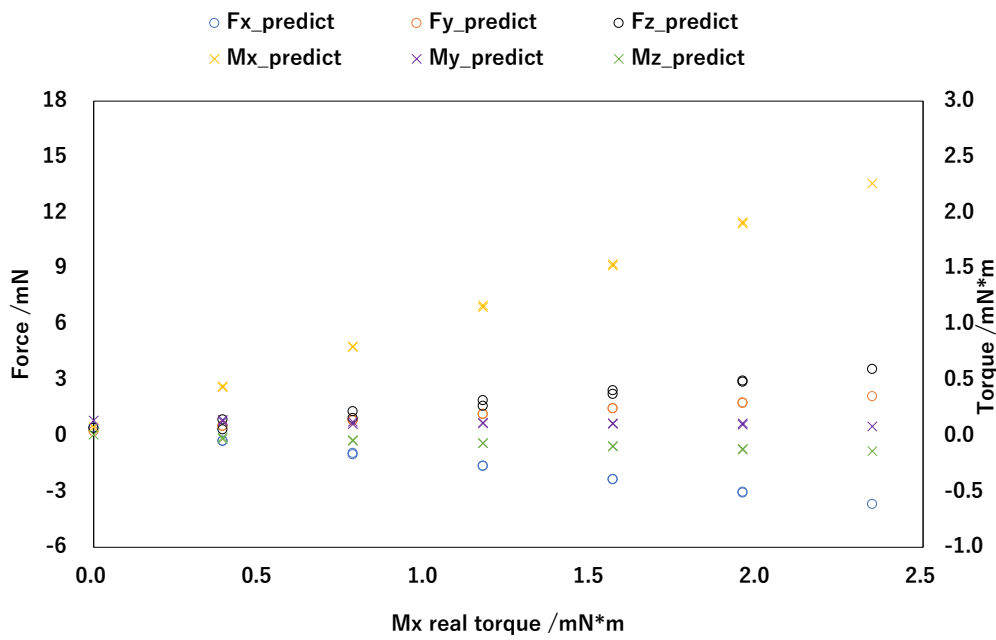


Fig 7-4 Predicted force and torque vs M_x real torque

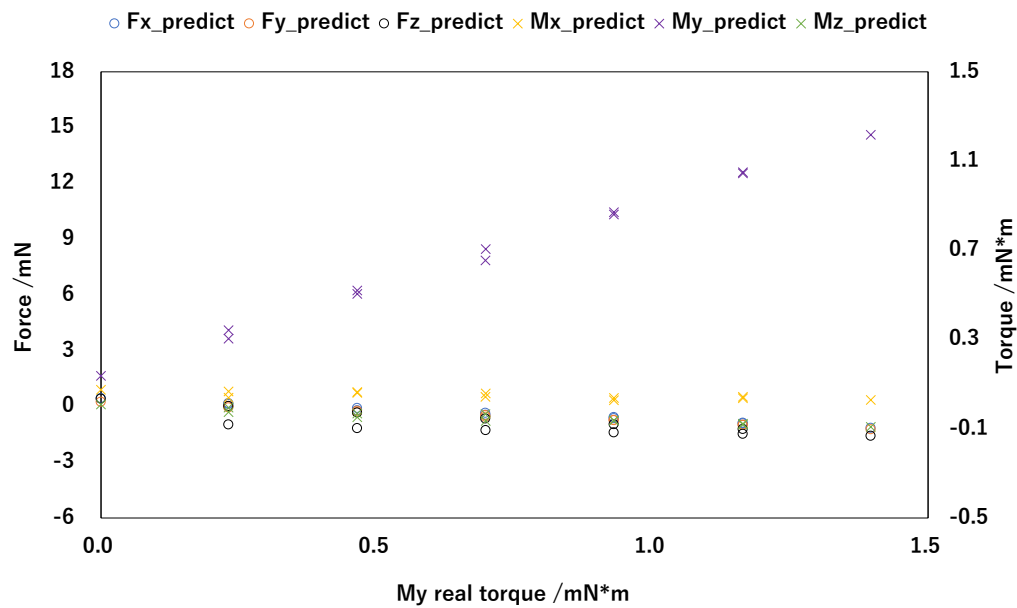


Fig 7-5 Predicted force and torque vs My real torque

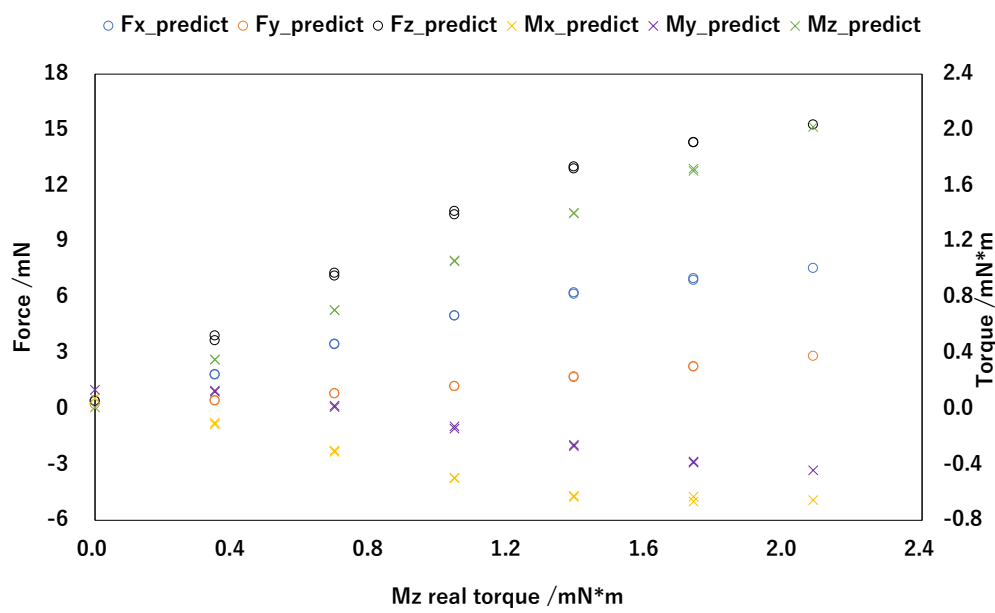
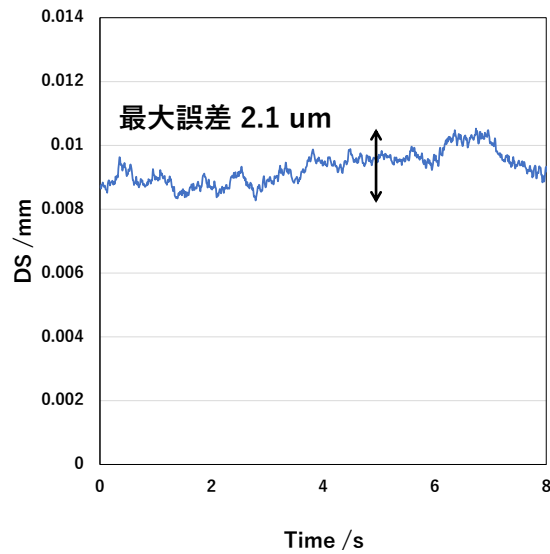


Fig 7-6 Predicted force and torque vs Mz real torque

7.4. スタンドの分解能

ここではスタンドの分解能について求めていく．まず，変位計の分解能を見ていく．

Table. 3-4 を見ると、変位計の分解能は $5\text{ }\mu\text{m}$ 以下とあるが、使用状況での分解能がわからない。そこで、動かない物体に変位計を当てて、出力のブレを計測した。その結果を以下に示す。スタンドは 1 s オーダーでの変位の挙動がみればよいので、 0.01 s のサンプリングレートに対し、 1 s の移動平均をとっている。グラフから、最大 $2.1\text{ }\mu\text{m}$ であったので、 $2.1\text{ }\mu\text{m}$ を変位計の分解能として考える。



この分解能と、較正結果から得られた行列式からスタンドの分解能を求めると、下記のようになる。

Table. 7-2 Resolution of thrust stand for each force and torque

Resolution	Value %
Fx	0.370 mN
Fy	0.301 mN
Fz	0.803 mN
Mx	0.0830 mN*m
My	0.0737 mN*m
Mz	0.0430 mN*m

8. 結論

以下にこの論文での結論をまとめる.

- ・超小型衛星や CubeSat が搭載できる, 10mN 級 6 自由度スタンドの設計, 性能評価を行った
- ・予備試験として, VCM 単体較正試験や, インパルス応答試験を実施し, 設計から大幅にずれていないことを確認した.
- ・変位計の値から力やトルクへの換算式を導出する際, 通常重回帰分析では物理的にあり得ない係数となったため, Ridge 回帰を導入した
- ・予測値と実推力またはトルクとの誤差は最大で 12.8% となった
- ・変換式に別の較正のデータを代入すると, 誤差が生じる自由度があった(F_x , F_y , M_z)
- ・原因の一つに, モデル式ではばねのねじりを考慮していないことがあげられる
- ・スタンドの分解能を変位計の時間平均での分解能を利用して求めた

参考文献

1. 津田 雄一, ”はやぶさ 2 による小惑星着陸の達成, ”日本航空宇宙学会誌, 67 巻, 9 号, 2019.
2. Folkner, W.M., Dehant, V., Le Maistre, S. et al. “The Rotation and Interior Structure Experiment on the InSight Mission to Mars.” *Space Sci Rev* 214, 100 (2018).
3. IEEE, “SpaceX's space-Internet woes: Despite technical glitches, the company plans to launch the first of nearly 12,000 satellites in 2019, ” *IEEE Spectrum*, vol. 56, 2019, pp. 50-51
4. Wekerle, T., Filho, J. B. P., da Costa, L. E. V. L., and Trabasso, L. G., “Status and trends of smallsats and their launch vehicles - An up-to-date review,” *Journal of Aerospace Technology and Management*, vol. 9, 2017, pp. 269–286.
5. Nanosats Database, “World's largest database of nanosatellites, over 2500 nanosats and CubeSats, ”
6. 船瀬 龍, 五十里 哲, 川端洋輔, ”超小型宇宙科学・探査ミッションにおける推進系利用の現状と今後への期待, ”日本航空宇宙学会論文集, 67 巻, 7 号, 2019
7. Funase, R., Inamori, T., Ikari, S., Ozaki, N., Nakajima, S., Ariu, K., Koizumi, H., Kameda, S., Tomiki, A., Kobayashi, Y., Ito, T. and Kawakatsu, Y. : One-year Deep Space Flight Result of the World's First Full-scale 50 kg-class Deep Space Probe PROCYON and Its Future Perspective, 30th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellite, Utah, USA, 2016, SSC16-III-05
8. Koizumi, H., Kawahara, H., Yaginuma, K., Asakawa, J., Nakagawa, Y., Nakamura, Y., Kojima, S., Matsuguma, T., Funase, R., Nakatsuka, J. and Komurasaki, K. : Initial Flight Operations of the Miniature Propulsion System Installed on Small Space Probe : PROCYON, *Trans. JSASS Aerospace Technology Japan*, 14, ists30(2016), pp. Pb_13-Pb_22.
9. Reiland, N. et al, “Assessing and Minimizing Collisions in Satellite Mega-Constellations, ” *Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference (AMOS)*, 2019
10. Alp Sayin, Mikhail Cherniakov, Michail Antoniou, “Passive radar using Starlink transmissions: A theoretical study, ” *The International Radar Symposium*, 2019, Germany
11. Theodore J. Muehlhaupt, Marlon E. Sorge, Jamie Morin, Robert S. Wilson, “Space traffic management in the new space era, ” *The Journal of Space Engineering* 6, 2019, 80-87
12. 五百木 誠, ”世界の観測衛星コンステレーションの概要, ”内閣府宇宙政策委員会, 2013
13. リモート・センシング技術センター, 衛星一覧
14. G. Di Mauro, M. Lawn, and R. Bevilacqua, “Survey on Guidance Navigation and Control Requirements for Spacecraft Formation-Flying Missions, ” *Journal of Guidance, Control, and Navigation*, vol. 41, No.3, 2018
15. Soon-Jo Chung, Saptarshi Bandyopadhyay, Rebecca Foust, and Giri P. Subramania, “Review

- of Formation Flying and Constellation Missions Using Nanosatellites,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 53, No.3, 2016
16. A. Aarnio, et al, “A Realistic Roadmap to Formation Flying Space Interferometry, ” Astro2020, APC White papers, 2019
 17. James E. Polk et al. “Recommended Practice for Thrust Measurement in Electric Propulsion Testing, ” *Journal of Propulsion and Power*, vol. 33, No.3, 2017
 18. Underwood, C., Pellegrino, S., Lappas, V., Bridges, C., Taylor, B., Chhaniyara, S., Theodorou, T., Shaw, P., Arya, M., Breckinridge, J., Hogstrom, K., Patterson, K. D., Steeves, J., Wilson, L. and Horri, N. : Autonomous Assembly of a Reconfigurable Space Telescope (AAReST)—A CubeSat Microsatellite Based Technology Demonstrator, 27th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites, Logan, Utah, 2013, SSC13-VI-5
 19. Xu, K., and Walker, M., “High-Power, Null-Type, Inverted Pendulum Thrust Stand,” *Review of Scientific Instruments*, Vol. 80, No. 5, 2009, Paper 055103
 20. Manzella, D., Oleson, S., Sankovic, J., Haag, T., Semenko, A., and Kim, V., “Evaluation of Low Power Hall Thruster Propulsion,” 32nd Joint Propulsion Conference, AIAA Paper 1996-2736, 1996.
 21. Tartler, B., “Construction and Performance of an Inverted Pendulum Thrust Balance,” M.S. Thesis, Massachusetts Inst. of Technology, Cambridge, MA, 2010, Secs. 3.2–3.5.
 22. Manzella, D., and Jankovsky, R., “Laboratory Model 50 kW Hall Thruster,” 38th Joint Propulsion Conference, AIAA Paper 2002-3676, 2002.
 23. Garner, C., Brophy, J., Polk, J., and Pless, L., “Cyclic Endurance Test of a SPT-100 Stationary Plasma Thruster,” 30th Joint Propulsion Conference, AIAA Paper 1994-2856, 1994
 24. Shabshelowitz, A., Gallimore, A., and Peterson, P., “Performance of a Helicon Hall Thruster Operating with Xenon, Argon, and Nitrogen,” *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 30, No. 3, 2014, pp. 664–671.
 25. Pote, B., and Hruby, V., “Performance of a Multi-Kilowatt Non-Circular Discharge Hall Thruster,” 36th Joint Propulsion Conference, AIAA Paper 2000-3249, 2000.
 26. Moeller, T., and Polzin, K., “Thrust Stand for Vertically Oriented Electric Propulsion Performance Evaluation,” *Review of Scientific Instruments*, Vol. 81, No. 11, 2010, Paper 115108.
 27. Nicolini, D., Frigot, P., Musso, F., Cesare, S., Castorina, G., Ceruti, L., Bartola, F., Zanella, P., Ceccanti, F., Priami, L., and Paita, L., “Direct Thrust and Thrust Noise Measurements on the LISA Pathfinder Field Emission Thruster IEPC-2009-183,” 31st International Electric Propulsion Conference, AIAA Paper 2009-0183, 2009.
 28. Cesare, S., Musso, F., D’Angelo, F., Castorina, G., Bisi, M., Cordiale, P., Canuto, E., Nicolini, D., Balaguer, E., and Frigot, P.-E., “Nanobalance: The European Balance for Micro-

- Propulsion,” 31st International Electric Propulsion Conference, AIAA Paper 2009-0182, 2009.
29. Haag, T., “Thrust Stand for Pulsed Plasma Thrusters,” *Review of Scientific Instruments*, Vol. 68, No. 5, 1997, pp. 2060–2067.
 30. Koizumi, H., Komurasaki, K., and Arakawa, Y., “Development of Thrust Stand for Low Impulse Measurement from Microthrusters,” *Review of Scientific Instruments*, Vol. 75, No. 10, 2004, pp. 3185–3190.
 31. Cubbin, E., Ziemer, J., Choueiri, E., and Jahn, R., “Pulsed Thrust Measurements Using Laser Interferometry,” *Review of Scientific Instruments*, Vol. 68, No. 6, 1997, pp. 2339–2346.
 32. Ziemer, J., “Performance Measurements Using a Sub-Micronewton Resolution Thrust Stand,” 27th International Electric Propulsion Conference, AIAA Paper 2001-0238, 2001.
 33. Gamero-Castaño, M., and Hruby, V., “A Torsional Balance for the Characterization of MicroNewton Thrusters,” *Review of Scientific Instruments*, Vol. 74, No. 10, 2003, pp. 4509–4514.
 34. Wenjiang Yang, Yu Ji , Mao Ye and Haibin Tang, “A micro-force measurement system based on high-temperature superconducting magnetic levitation, ”*Measurement Science and Technology*, vol. 30, 2019
 35. 柳沼 和也, 船瀬 龍, 小紫 公也, 小泉 宏之, 河原 大樹, 浅川 純, 中川悠一, 稲垣匡志, 笠木友介, 五十里 哲, 尾崎 直哉, ”小型衛星用電気推進の推力ベクトル管理方法の提案と実証,”*日本航空宇宙学会論文集*, 64(2), 131-138, 2016
 36. Ann M Wright, AndrewBWright, Traig Born and Ryan Strickland, “A six degree-of freedom thrust sensor for a labscale hybrid rocket, ”*Measurement Science and Technology*, vol. 24, 2013
 37. 各務 聡, ”磁気浮上を利用した 6 方向の推力ベクトル装置,”平成 30 年度 宇宙輸送シンポジウム 講演集録, 2019.
 38. 川野 秀一, 廣瀬 慧, 立石 正平, 小西貞則, ”回帰モデリングと L1 型正則化法の最近の展開, ”*日本統計学会誌*, 2010
 39. 後藤昌司, ”回帰係数の推定と調整, ”*日本統計学会誌*, 1976
 40. 西山 伸夫, 中川 宣雄, 山内 貴之, 中谷 拓真, 中川修一, 吉田準史, ”正則化法による温室評価モデルの汎化能力向上, ”*自動車技術会論文集*, 50 巻, 4 号, p.1062-1066, 2019

謝辞

本論文の作成において、多くの方々のご指導・ご支援をいただきました、深く感謝いたします。

指導教員の小泉宏之准教授には多くのアドバイスをいただきました。ご多忙の中、毎週MTGを開いてくださり、研究へのフィードバックを得られる環境を作ってくださいました。先生の、研究に対する情熱と、現象を丁寧に分析する冷静さを私は目の当たりにし、研究者のあるべき姿を見たと感じています。また、PIとしてプロジェクトに参加する機会を作っていただいたことに感謝いたします。プロジェクトを通して、研究とは違った別の考え方、組織で動くことの大事さと難しさを学ぶことができました。

この研究を進めていく中で、宮崎大学の各務聡准教授には、共同研究という形を快く受け入れてくださったこと、設計したスタンドに多くの助言をいただきましたことに感謝いたします。先生からの的確なアドバイスがあったからこそスタンドの較正までたどり着くことができました。

また、小紫公也教授、川嶋嶺助教には、輪講などで、大変お世話になりました。長年の経験に基づいた貴重なアドバイスをいただくことができ、自分の気づいていない視点からのアプローチは大変参考になりました。

浅川特認助教、齋藤助教、西井さん、服部さんには、水班グループとして、研究をご一緒させていただき、大変お世話になりました。研究室に入りたてで右も左もわからない私に実験装置の使い方を丁寧に教えてくださいました。また、プロジェクトとの両立に悩んでいた時でも快く相談に乗っていただきました。

研究班は違えど、柳沼特認助教、中川さん、関根さん、小紫研の濱田さんにも多くのアドバイスをいただきました。研究で行き詰っているときにふと本郷の居室や実験室を立ち寄って下さり、試験系などのアドバイスを多数いただきました。

また、秋山さん、王君、室原君、龍野君、内藤君、安宅君、ピエール、小紫研の竹内君、山田君、神田君、バス、ハンクにも大変お世話になりました。研究の合間に居室で息抜きをした時間、夜遅くまでみんなで修論を書いていたきつい時間（竹内君、この時期に泊めてくれて本当にありがとう）、みんなで行った京都、北海道旅行は学生生活でいい思い出となりました。

後輩の井澤君、万浪君、西君には研究、プロジェクトいろんなところを助けていただきました。三人の丁寧な作業と早いタスク消化に支えられていたからこそ、僕は研究やプロジェクトを続けていくことができたと思っています。

最後に、ここまで育ててくれた両親には、感謝の気持ちでいっぱいです。なにかとここまでのいろいろ迷惑をかけてきた自分でしたが、陰からの手厚いサポートがあったからこそ、ここまでたどり着くことができました。社会人としてまた一步成長し、世界に貢献して、すこしでも恩返しができたらと思います。

関連研究発表

国際会議における発表

・ Kikuchi, K., Nishii, K., Akiyama, M., Qihang, Wang., Murohara, M., Ataka, Y., Hattori, A., Asakawa, J., Koizumi, H., Kakihara, K., Yanagida, K., Suzumoto, R., Funase, R., Komurasaki, K., “ Comparison of Performance by different operation of a Water resisto-jet Propulsion System: AQUARIUS Installed on 6U CubeSat: EQUULEUS,” Propulsion and Energy Forum, 58-SATS-2, (August, 2019)

国内学会・シンポジウム等における発表

・ 菊池航世, 西井啓太, 服部旭大, 浅川純, 齋藤勇士, 秋山茉莉子, 王啓航, 安宅泰穂, 室原昌弥, 小泉宏之, 柿原浩太, 柳田幹太, 鈴木遼, 飯山敬大, 船瀬龍, 小紫公也, “6UCubeSat: EQUULEUS 推進システム AQUARIUS のフライトモデルの単体性能測定結果”, 平成 30 年度宇宙輸送シンポジウム. STEP-2018-065. (January 2019)

・ 菊池航世, 鳥居航, 富木淳史, 小林雄太, 伊藤大智, 川端洋輔, 西井啓太, 服部旭大, 浅川純, 齋藤勇士, 秋山茉莉子, 王啓航, 安宅泰穂, 室原昌弥, 小泉宏之, 鈴木遼, 小島要, 新家隆広, 羽賀俊行, 神田泰明, 石川雅澄, 大森義智, 船瀬龍, 橋本樹明, 小紫公也, SLS プロジェクトチーム, “6U CubeSat EQUULEUS フライトモデルの推進・通信システム開発状況”. 第 19 回宇宙科学シンポジウム. P-124. (January 2019)

