

東京大学大学院新領域創成科学研究科

複雑理工学専攻

令和元年度

修士論文

交換型不安定性に対する高エネルギー粒子と
拡張電磁流体力学モデルの効果

2020年3月3日 提出

指導教員 藤堂 泰 教授

47-186129 大石輝希

概要

本研究では高エネルギー粒子と電磁流体力学 (MHD) 方程式を連結したハイブリッドシミュレーションを用いて、大型ヘリカル装置プラズマの交換型不安定性に対する高エネルギー粒子と拡張 MHD モデルの効果を調査した。高エネルギー粒子を含まない標準 MHD シミュレーションにおいて大きな成長率を有する $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性と $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性に着目して解析を行った。ここで、 m 、 n はそれぞれポロイダルモード数とトロイダルモード数である。高エネルギー粒子の効果に関する調査では、高エネルギー粒子の最高速度が異なる場合と高エネルギー粒子のラーマー半径で規格化した装置サイズが異なる場合について交換型不安定性の成長率を比較した。拡張 MHD モデルに関しては、MHD 運動方程式においてイオン反磁性ドリフトを考慮した場合とオーム則において電子圧力項を考慮した場合についてそれぞれ調査を行った。

高エネルギー粒子とバルクプラズマの合計圧力分布が一定の条件下で、高エネルギー粒子の最高速度が $v_\alpha = 0.958$ の場合には、高エネルギー粒子が存在すると $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性の成長率が減少した。ここで v_α はアルフベン速度で規格化した値である。高エネルギー粒子は交換型不安定性とエネルギーを交換しておらず、この不安定性に対して中立であることがわかった。高エネルギー粒子が存在するとバルクプラズマの圧力が減少することにより、交換型不安定性の成長率が低下すると結論できる。高エネルギー粒子の最高速度 v_α をイオンの熱速度と同程度の 0.120 に下げた場合と高エネルギー粒子のラーマー半径で規格化した装置サイズを大きくした場合には安定化効果が弱まった。これらの結果は、安定化効果が高エネルギー粒子の歳差ドリフトに起因していることを示唆している。イオン反磁性ドリフトの拡張を施したシミュレーションと標準 MHD シミュレーションの比較では、 $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性の成長率には変化が見られなかったが、 $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性の時間発展に変化が見られた。オーム則における電子圧力項の拡張を施したシミュレーションでは、 $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型

不安定性が線形過程において完全に安定化した。

目次

概要	i
第 1 章 序論	1
1.1 核融合	1
1.2 プラズマ	1
1.3 プラズマの閉じ込め	3
1.3.1 大型ヘリカル装置 (LHD)	5
1.4 回轉變換と磁気面	6
1.5 電磁流体力学 (MHD)	7
1.5.1 MHD 方程式	8
1.5.2 拡張 MHD	9
1.5.3 MHD 平衡	10
1.6 交換型不安定性	10
1.6.1 理想交換型不安定性	11
1.6.2 共鳴有理面	13
1.6.3 抵抗性交換型不安定性	14
1.7 高エネルギー粒子の減速	14
1.7.1 電子とイオンの衝突	14
1.7.2 高エネルギー粒子の減速分布	16
1.8 反磁性ドリフト流	18
1.9 本研究の目的	19
第 2 章 シミュレーションモデル	21
2.1 MEGA コード	21

2.1.1	平衡と高速イオンの圧力分布	24
2.2	拡張 MHD モデル	25
2.2.1	反磁性ドリフト流の拡張	26
2.2.2	オーム則における電子圧力項の拡張	26
第 3 章	シミュレーション結果と考察	27
3.1	標準 MHD のシミュレーション	27
3.2	高エネルギー粒子との相互作用	30
3.2.1	高エネルギー粒子の最高速度が異なる場合のシミュレーション結果	30
3.2.2	高エネルギー粒子の最高速度が減少したときに安定化効果が低下 した理由の考察	32
3.2.3	装置サイズが異なる場合のシミュレーション結果	34
3.3	イオン反磁性ドリフト流を考慮した拡張	35
3.4	オーム則における電子圧力項の拡張	35
3.4.1	拡張 MHD と標準 MHD の結果の比較	35
3.4.2	オーム則における電子圧力項の効果を弱めた場合の拡張 MHD シ ミュレーション	39
第 4 章	まとめ	42
	謝辞	i
	参考文献	ii

表 目 次

1.1 LHD の主なパラメタ [3]	6
-------------------------------	---

目 次

1.1	核融合反応断面積 σ の衝突粒子運動エネルギー E への依存性. 1barn = 10^{-24}cm^2 . [1]	2
1.2	プラズマ閉じ込め装置の概念図 [2].	4
1.3	単純トーラス型の装置での荷電分離と $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフト.	4
1.4	磁力線と磁気面の模式図 [4].	7
1.5	回転変換 [5].	8
1.6	良い曲率.	11
1.7	悪い曲率.	12
1.8	交換型不安定性. 有理面を境にして外側と内側のプラズマが交換されるように不安定性が成長する.	12
1.9	直線磁場装置での交換型不安定性	13
1.10	非共鳴有理面における荷電分離.	14
1.11	共鳴有理面における荷電分離.	15
1.12	静止した電荷 Ze のイオンとクーロン衝突時の電子の軌道 [6]	15
1.13	高エネルギー粒子の減速分布関数の例 [6]	18
1.14	密度勾配があるプラズマ中のイオンのラーマー軌道. [6]	19
2.1	左軸はシミュレーションにおける半径方向のバルク圧力初期分布. 右軸は平衡磁場の回転変換分布.	24
3.1	高速イオンを含まないシミュレーションの $t = 1.3\text{ms}$ における, トロイダルモード数 $n = 1$ の半径方向の MHD 速度の分布. 右軸は回転変換 ι を表している.	28

3.2	高速イオンを含まないシミュレーションの $t = 2.35\text{ms}$ における、トロイダルモード数 $n = 2$ の半径方向の MHD 速度の分布. 右軸は回転変換 ι を表している.	29
3.3	高速イオンを含まないシミュレーションにおける $m/n = 2/1$ モードと $m/n = 3/2$ モードの半径方向の MHD 速度の時間発展.	29
3.4	$\beta_{EP} = 0.1\%$ における $m/n = 2/1$ 理想交換型不安定性の時間発展に関する異なる高エネルギー粒子最高速度間での比較. ただし黒色の線は $\beta_{EP} = 0\%$ の高エネルギー粒子が存在しない場合のシミュレーション結果である.	31
3.5	$\beta_{EP} = 0.2\%$ における $m/n = 2/1$ 理想交換型不安定性の時間発展に関する異なる高エネルギー粒子最高速度間での比較. ただし黒色の線は $\beta_{EP} = 0\%$ の高エネルギー粒子が存在しない場合のシミュレーション結果である.	31
3.6	$\beta_{EP} = 0.1\%$, $v_\alpha = 0.958$ のシミュレーションにおける MHD 運動エネルギー, 熱エネルギーと磁場のエネルギーの時間発展. MHD 流体から高エネルギー粒子へ伝達されるエネルギーは図中紫の線によって示されている.	32
3.7	$\beta_{EP} = 0.1\%$, $v_\alpha = 0.120$ のシミュレーションにおける MHD 運動エネルギー, 熱エネルギーと磁場のエネルギーの時間発展. MHD 流体から高エネルギー粒子へ伝達されるエネルギーは図中紫の線によって示されている.	33
3.8	装置サイズが異なる場合の $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性の時間発展. ただし $\beta_{EP} = 0.1\%$, $v_\alpha = 0.958$ としている. 凡例の Normal size は LHD の現実のサイズでのシミュレーション結果である. また *4, *6, *8, *10 は, それぞれ, LHD のサイズを 4 倍, 6 倍, 8 倍, 10 倍としたときのシミュレーション結果を意味している.	34
3.9	標準 MHD とイオン反磁性ドリフトを考慮した拡張 MHD における $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性の時間発展の比較.	36

3.10	標準 MHD とイオン反磁性ドリフトを考慮した拡張 MHD における $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性の時間発展の比較.	36
3.11	イオン反磁性ドリフト流を考慮した拡張 MHD シミュレーションでの圧力分布の変化.	37
3.12	標準 MHD とオーム則の電子圧力項を考慮した拡張 MHD における $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性の時間発展の比較.	38
3.13	標準 MHD とオーム則の電子圧力項を考慮した拡張 MHD における $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性の時間発展の比較.	38
3.14	オーム則における電子圧力項を拡張した場合の $n = 1$ モードの MHD 速度分布. 時刻は $t = 0.84\text{ms}$ である.	39
3.15	オーム則における電子圧力項を拡張した場合の $n = 2$ モードの MHD 速度分布. 時刻は $t = 1.50\text{ms}$ である.	40
3.16	オーム則における電子圧力項を拡張した場合の支配的な MHD 速度揺動成分の時間発展. ただし $m/n = 3/2$ の時間発展は $r/a = 0.65$ のものとしている. 図中の “growth” は成長率を表している.	40
3.17	オーム則における電子圧力項の効果を弱めた場合の拡張 MHD シミュレーションと, 図 3.13 のシミュレーション結果の比較.	41

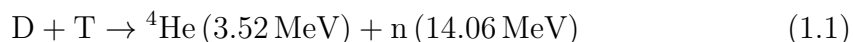
第1章 序論

1.1 核融合

核融合反応とは、質量数の小さい核種同士が高速で衝突し、融合することで、質量数の大きい原子核が生成される反応である。その際に生じる質量欠損により莫大なエネルギーが放出される。近年のエネルギー需要の高まりから、この核融合反応を利用する発電方法が研究されている。他の発電方法に対する核融合発電の利点として、

- ・ CO₂ を放出しない
- ・ 燃料となる 1g の水素同位体から石油 8t 分のエネルギーが得られる
- ・ 燃料の枯渇が心配されない

などが挙げられる。核融合発電の実現に向けては、反応断面積 (図 1.1) が大きく、比較的低いエネルギーで反応が起りやすい D-T 反応を利用することが有力視されている。



ここで D, T, ⁴He, そして n は、それぞれ重水素, 三重水素, ヘリウム原子核 (アルファ粒子), 中性子を表している。

1.2 プラズマ

核融合反応を引き起こすには、原子核同士がクーロンポテンシャルの障壁を乗り越えて、核力が働くほどに十分接近する必要がある。そのためには原子核に十分エネルギーを与えなければならない。D-T 反応には 10keV 以上の温度が必要とされている (図 1.1)。

物質の温度を上げていくと、固体、液体、気体へと相変化が起こるが、そこからさらに高温にするとプラズマと呼ばれる電離ガス状態になる。このとき、その構成粒子であるイオンと電子はそれぞれ動き回っているが、荷電粒子間にはクーロン力が発生し、また電流

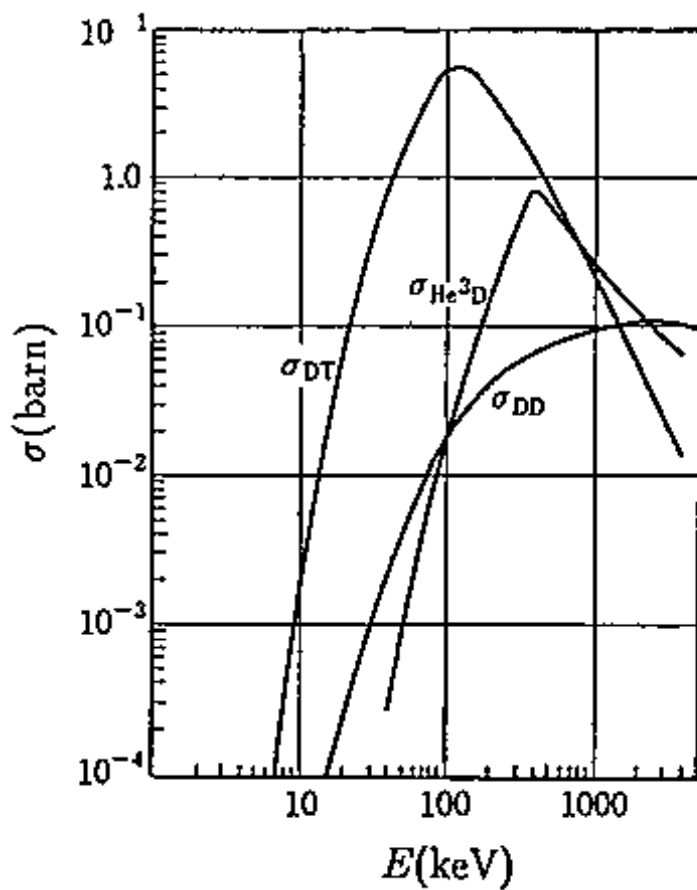


図 1.1: 核融合反応断面積 σ の衝突粒子運動エネルギー E への依存性. $1\text{barn} = 10^{-24}\text{cm}^2$.

[1]

が流れることから、ローレンツ力が荷電粒子間で働く。そのためプラズマ中では、粒子が長距離相互作用を及ぼし合って不安定性や波動現象などの多様な集団運動を起こす。プラズマの集団現象は粒子やエネルギーの閉じ込めを劣化させるので、集団現象の理解と制御は核融合の重要な課題である。

プラズマの閉じ込め方式には大別すると2つの方式がある。1つ目は、磁場を用いることで高温のプラズマを容器の壁に接触させないようにする磁場閉じ込め方式。2つ目は、短時間のうちにレーザーでプラズマを圧縮して核融合反応を起こす慣性閉じ込め方式である。本論文では磁場閉じ込め方式を取り扱う。

1.3 プラズマの閉じ込め

プラズマ中の荷電粒子はそれぞれ電荷を帯びているため、磁力線に巻き付くように運動する。そのため、荷電粒子の回旋半径がプラズマサイズよりも十分に小さい場合には、粒子間での衝突がない限り、荷電粒子は1本の磁力線に沿って運動することとなる。この性質を利用してプラズマを閉じ込めるためには、開放端のないトーラス形状の装置を用いることがまず考えられる。

トーラス型のプラズマ閉じ込め装置としては、主にトカマク型とヘリカル型の2種類の方式が考えられている。この2つの方式に共通するところは、螺旋状の磁力線を作り出しているという点である。トカマク型では、プラズマ外部にあるトロイダルコイルでトロイダル方向の磁場を作り出す一方で、プラズマ中に電流を流すことによってポロイダル方向に磁場を発生させることで、螺旋状の磁力線を作り出している。しかしプラズマ電流を定常的に維持するためには、外部から波動を入射して電流を駆動する必要がある。一方、ヘリカル型は超伝導磁石でできたプラズマ外部のコイルをねじることによって螺旋状の磁力線を作り出す装置である。トカマク型とは異なり、プラズマ電流を流す必要がないことから定常運転に向いているという利点がある。本論文では、ヘリカル型の装置である、核融合科学研究所の大型ヘリカル装置 (LHD) で生成されるプラズマを解析対象とする。

トーラス型のプラズマ閉じ込め装置で閉じ込め性能を向上させるためには、このような螺旋状の磁場が必要とされる。その理由を説明するために、トロイダル磁場のみを持つような単純トーラス型装置でのプラズマの振る舞いを説明する。

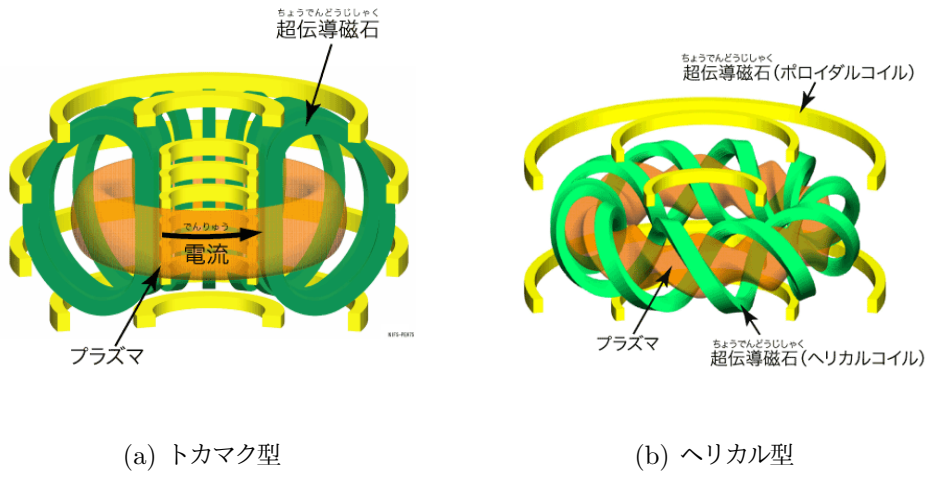


図 1.2: プラズマ閉じ込め装置の概念図 [2].

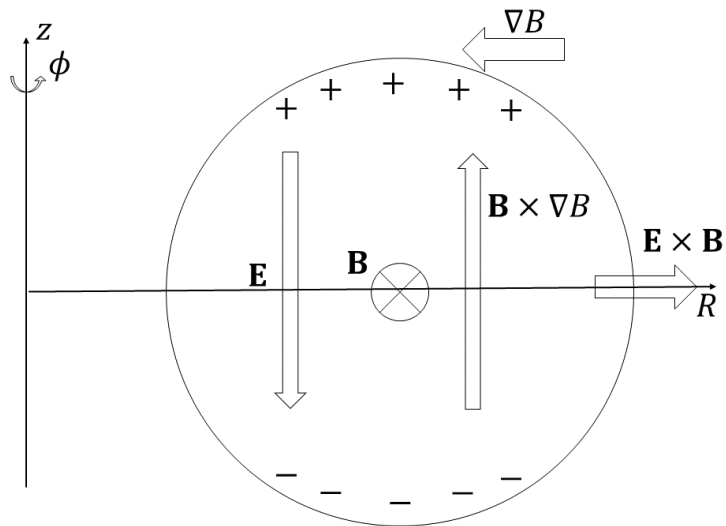


図 1.3: 単純トーラス型の装置での荷電分離と $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフト.

図 1.3 内で、トーラスの中心軸 (z 軸) からの距離である大半径 R が大きくなるにつれて、すなわち外側へ向かうにつれて、トロイダル方向の磁場強度は $B \propto \frac{1}{R}$ となり、 ∇B ベクトルはトーラス内側を向く。荷電粒子は磁力線に巻き付くように運動するが、磁場強度がトーラス内側へ向かうにつれて強くなるために、内側と外側で荷電粒子の回転半径の大きさに差が生じ、荷電粒子のドリフトが引き起こされる。これを ∇B ドリフトと呼ぶ。 ∇B ドリフトは電荷の正負によるため、電子とイオンはそれぞれ逆方向にドリフトする。ここで引き起こされた荷電分離によって、プラズマ中に電場 E が発生する。

さらに電場 E と磁場 B があることにより、再び荷電粒子の回転半径に変化が生じることによって、最終的に粒子はトーラス外側へと移動していく。これを $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトと呼ぶ。 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトは ∇B ドリフトと違って運動の方向が電荷の正負によらないために、イオンと電子は同時に、トーラス外側へと移動していくこととなる。このためトーラス磁場のみが存在する単純トーラス型装置ではプラズマを閉じ込めることはできない。

荷電分離から $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトでプラズマが流出していくことを防ぐために、トカマク型やヘリカル型のプラズマ閉じ込め装置では、この荷電分離を打ち消すために、トロイダル磁場に加えてポロイダル磁場を用いている。これによってトーラス上部と下部に溜まった電荷が磁力線に沿って移動でき、分離した電荷を短絡させることができる。

1.3.1 大型ヘリカル装置 (LHD)

大型ヘリカル装置 (LHD) は核融合科学研究所にある世界最大規模のヘリカル型プラズマ閉じ込め装置の一つである [3]。ヘリオトロン装置とは 2 本 1 対のヘリカルコイルで螺旋状の磁力線と磁気面を形成する装置であるが、LHD ではそれに加えて、螺旋状の磁力線を作る上下 3 対のポロイダルコイルによってプラズマを閉じ込める。LHD の主なパラメタは表 1.1 のようになっている。

LHD で用いる加熱装置として、電子サイクロトロン加熱装置 (ECH: Electron Cyclotron Heating), イオンサイクロトロン加熱装置 (ICH: Ion Cyclotron Heating), 中性粒子ビーム入射加熱装置がある (NBI: Neutral Beam Injection)。サイクロトロン加熱とは、プラズマ中の荷電粒子のサイクロトロン周波数に近い帯域の波を入射することによって、共鳴させて、エネルギーを与えることで加熱することである。ECH と ICH で

表 1.1: LHD の主なパラメタ [3]

大半径 R	3.9 m
小半径 a	0.65 m
プラズマ体積 V_p	30 m ³
コイル小半径 a_c	0.975 m
磁場強度 B	3 T

は、それぞれ電子とイオンのサイクロトロン周波数に合わせた波を入射することで加熱を行っている。

対して NBI はプラズマ中と同じ水素粒子を高エネルギーに加速して、中性水素ビームとしてプラズマ中に入射する装置である。LHD には NBI が 5 機設置されており、そのうちの 3 機は負イオン源を用いた装置で、プラズマの接線方向からビームの入射をする。残りの 2 機は正イオン源を用いた装置で、トロイダル方向に対して垂直にビームを入射している。

1.4 回轉變換と磁気面

前述の通り、トーラス型装置では磁力線は螺旋状になっており、トロイダル方向とポロイダル方向に何周もすることで、図 1.4 のような 1 つの面を形成する。理想的な閉じ込め装置では、これら磁気面は互いに交差せず長ネギのような入れ子状になっており、電子やイオンは磁力線に巻き付いて運動することから、同一磁気面上では温度や密度は一定と考えることができる。

図 1.5 にあるように磁気面の中心を磁気軸と呼ぶ。磁気面を構成する磁力線は磁気軸を中心にねじったような螺旋状を描くが、このときの磁力線のねじれ具合を表す指標として、回轉變換を用いる。トーラスに沿って n 周する間に磁力線が磁気軸の周りを角度 α_n 回転したとすると、回轉變換は、

$$\iota \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\alpha_n}{2\pi n} \quad (1.2)$$

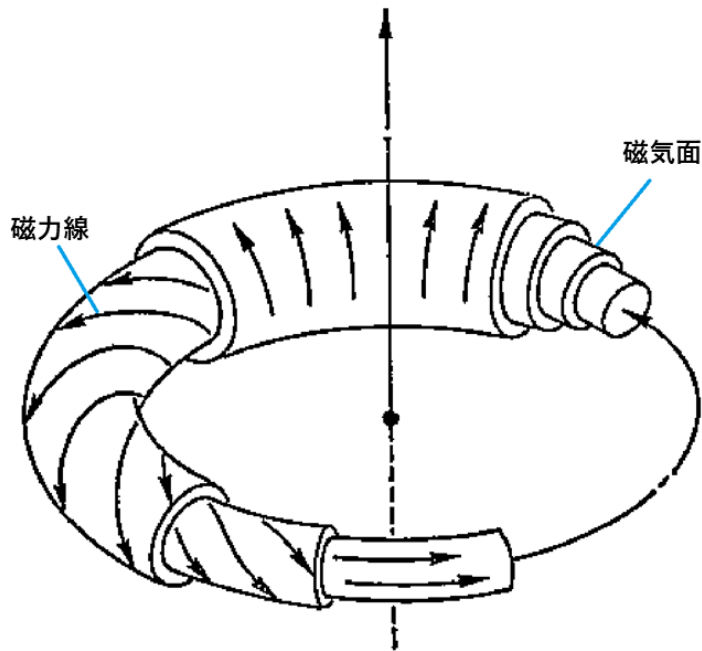


図 1.4: 磁力線と磁気面の模式図 [4].

と定義できる.

また回転変換が

$$\iota = \frac{n}{m} \quad (m, n \text{ は整数}) \quad (1.3)$$

のように有理数で表される磁気面のことを有理面という. すなわち有理面は, トロイダル方向に n 周したときにポロイダル方向に m 周して閉じる磁力線群で構成される磁気面である.

1.5 電磁流体力学 (MHD)

プラズマのような多数の粒子で構成された系を考えると, すべての粒子に対して運動方程式を解くことは解析的に困難である. そこで流体力学では, 密度, 速度, 圧力といったいくつかの平均量を用いることで現象を記述することを考える. ただし, 通常の流体力学は中性粒子を対象としているのに対して, プラズマ中の粒子は荷電粒子である. そのため, プラズマのような電磁流体に対して流体力学を適用するためには, 流体力学を拡張す

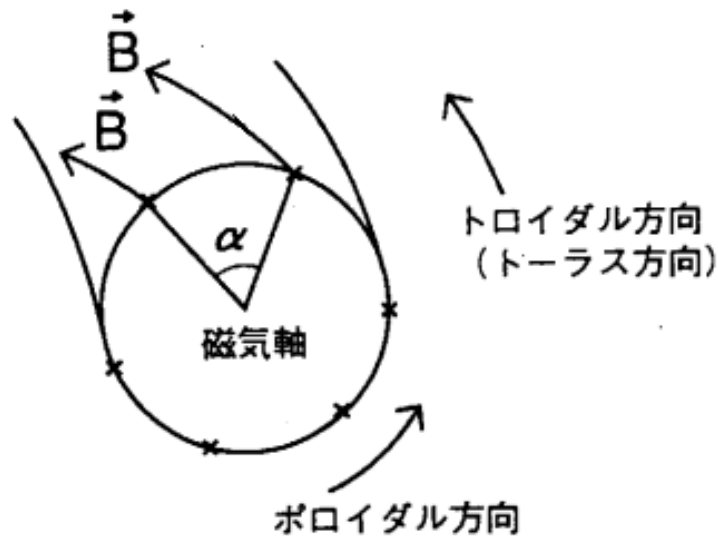


図 1.5: 回転変換 [5].

ることが必要である。電磁流体を対象にした拡張を加えた流体力学のことを、電磁流体力学 (magnetohydrodynamics, MHD) と呼ぶ。

1.5.1 MHD 方程式

プラズマは通常、イオンと電子の 2 流体で構成されている。ただしイオンと電子の質量比は $m_i/m_e = 1836A$ (A は原子量) であるため、プラズマの質量密度はイオンからの寄与が主となる。そのため近似的に 2 流体運動方程式を 1 流体運動方程式に再編成し、流体のスケール長に対してラーマー半径が十分に小さい場合を仮定すると、次のように書き

表すことが可能である.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} (\nabla p - \mathbf{j} \times \mathbf{B}) \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p = -\gamma p \nabla \cdot \mathbf{v} + (\gamma - 1) \eta j^2 \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (1.7)$$

$$\mu_0 \mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B} \quad (1.8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.9)$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{j} \quad (1.10)$$

ρ , \mathbf{v} , p , \mathbf{B} , \mathbf{j} , \mathbf{E} はそれぞれ質量密度, 速度, プラズマ圧力, 磁場, 電流密度, 電場を表している. また γ , η , μ_0 は比熱比, 電気抵抗, 真空での透磁率を表している. 式 (1.4) は流体力学における連続の式を表し, 式 (1.5) は電磁気学的拡張を施したナビエ・ストークス方程式となっている. 式 (1.6) は圧力の式を表し, 式 (1.7) - (1.9) はマクスウェル方程式による式である. また, 式 (1.10) は一般化されたオームの法則である. 本論文では, 上記の MHD 方程式系を標準 MHD と呼ぶ.

1.5.2 拡張 MHD

MHD モデルは, 速度空間の情報を平均化し, プラズマを連続流体として記述することから, 巨視的な時空間現象をよく記述することができる. しかしその際には巨視的不安定性と微視的効果のスケール分離が仮定されて, 近似がなされている. その一方で, MHD に対して微視的な拡張を加えることで, 巨視的な不安定性に対して影響が出ることが先行研究において明らかになっている. MHD の拡張の種類や条件は多岐にわたるため, ここにはいくつかの例を上げる [16][17].

また, MHD モデルでは対象とする粒子の速度分布をマクスウェル分布であると仮定している. しかし, 実際の核融合プラズマにおいては, プラズマ加熱のために NBI を用いたり, 核融合反応からアルファ粒子が生成することから, 背景プラズマとは異なる速度分布関数を持つ高速イオンが存在することとなる. そのため, より実際に近い状況を再現するためには, 高速イオンのような高エネルギー粒子と背景プラズマの相互作用を MHD モ

デルに対して取り入れる必要がある。

標準 MHD モデルに対して拡張がなされた MHD モデルを拡張 MHD モデルという。上記したような理由から、拡張 MHD が巨視的な MHD 不安定性に与える効果を調べることは重要である。

1.5.3 MHD 平衡

高温のプラズマを保持するためには、トーラス磁気面を用いて、装置の壁から離すようにしてプラズマを閉じ込めなければならない。そのためにはプラズマの平衡状態を維持することが必要である。平衡の式は、MHD の運動方程式 (1.5) において $d\mathbf{v}/dt = 0, \mathbf{v} = 0$ として得られる。

$$\nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (1.11)$$

また定常状態であることから、

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (1.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.13)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (1.14)$$

という方程式が得られる。ただし、これらの式の解析解を得ることは難しい。そのためヘリカルプラズマにおける平衡計算では、上記の式を満たす平衡解を数値的に求める手法が用いられる。

1.6 交換型不安定性

プラズマ内には常に様々な揺動が発生しており、揺動が減衰するような場合を安定であるといい、逆に増大するような場合を不安定であるという。本論文で研究対象とする交換型不安定性は、圧力勾配によって駆動される不安定性である。

圧力駆動形不安定性が起こる条件は磁力線の曲率に依存する。図 1.6 や図 1.7 のように曲がった磁力線は曲率ベクトルを持つ。その曲率ベクトルの向きと圧力勾配の向きが逆向きを向いている場合にはそれを良い曲率 (図 1.6) と呼び、曲率ベクトルと圧力勾配ベク

トルが同じ方向を向いている場合には悪い曲率 (図 1.7) と呼ぶ。磁気面上で平均して良い曲率を持つような領域は磁気井戸といい、反対に平均して悪い曲率を持つ領域は磁気丘という。交換型不安定性は、磁場の曲率が悪いような場合に発生する。

交換型不安定性は図 1.8 のように、有理面を境にして内側と外側のプラズマが交換され

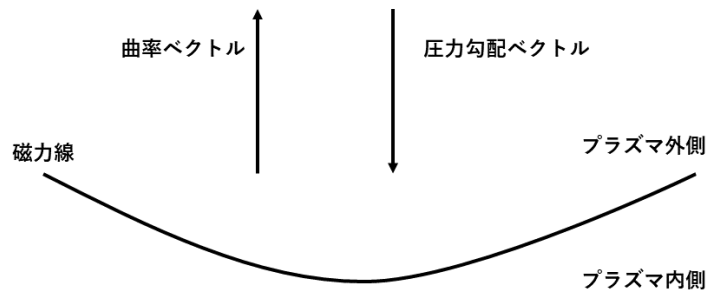


図 1.6: 良い曲率。

るように不安定性が成長することを名前の由来としている。この不安定性は流体力学ではレイリー・テイラー型不安定性と呼ばれている。本論文では、交換型不安定性のうち、理想交換型不安定性と抵抗性交換型不安定性を調査対象とする。

1.6.1 理想交換型不安定性

理想交換型不安定性は、プラズマの抵抗率が低い場合でも起きる不安定性である。不安定性の起こる条件は磁場強度が強まる方向にプラズマ圧力が大きくなることであり、これは悪い曲率の場合と相当する。

図 1.9 は直線磁場装置に発生する交換型不安定性を模式的に表したものである。プラズマ中に磁場勾配があるとき、 ∇B ドリフトが発生し、電子とイオンが逆方向にドリフトする。そのときにプラズマ中に僅かな揺動が発生すると、 ∇B ドリフトと密度勾配により荷

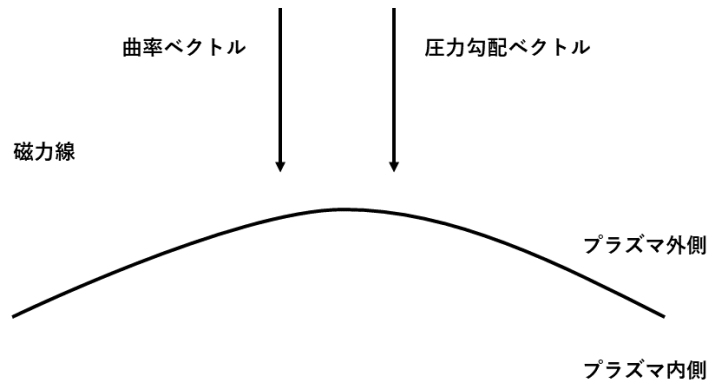


図 1.7: 悪い曲率.

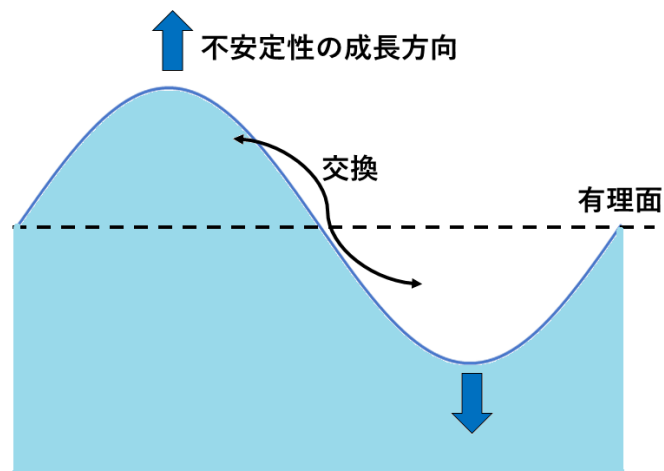


図 1.8: 交換型不安定性. 有理面を境にして外側と内側のプラズマが交換されるように不安定性が成長する.

電分離が起き電場 E が生じる。この電場 E と B によって $E \times B$ ドリフトが起こることによって、揺動がさらに成長することとなる。これが交換型不安定性の発生原理である。

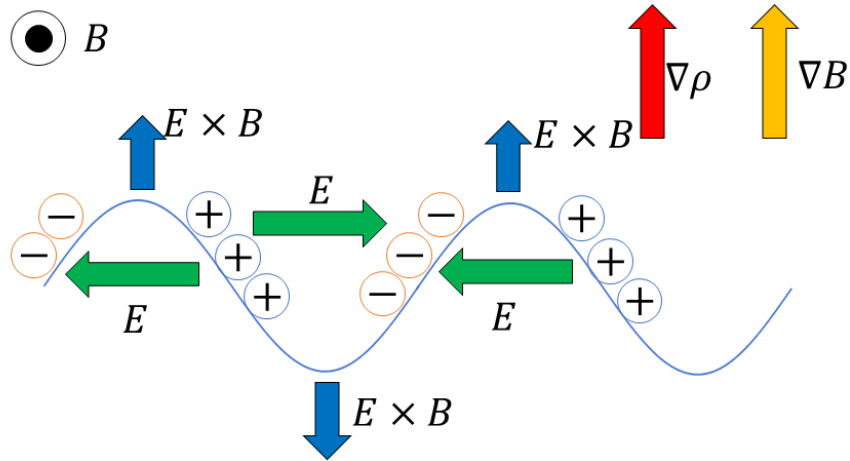


図 1.9: 直線磁場装置での交換型不安定性

1.6.2 共鳴有理面

摂動の波数ベクトル \mathbf{k} と有理面の磁場 \mathbf{B} の内積がゼロ ($\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0$) となる磁気面のことを共鳴有理面と呼ぶ。共鳴が起きていない非共鳴有理面では、図 1.10 のように揺動によって荷電分離が生じて磁気線に沿って異符号の電荷がたまるため、異符号の電荷が磁気線に沿って移動し、打ち消し合うことで、揺動の成長が止まる。一方で共鳴有理面では、図 1.11 のように荷電分離が生じた場合、磁気線に沿って同符号の電荷がたまることとなる。そのため、電荷が磁気線に沿って移動しても異符号の電荷と打ち消し合うことはなく、電場が維持されることから、揺動は成長を続ける。

故に交換型不安定性を始めとする揺動は、共鳴有理面上で成長しやすい性質を持っている。すなわち、トロイダルモード数 n 、ポロイダルモード数 m の交換型不安定性は $l = n/m$ の有理面で成長しやすい。

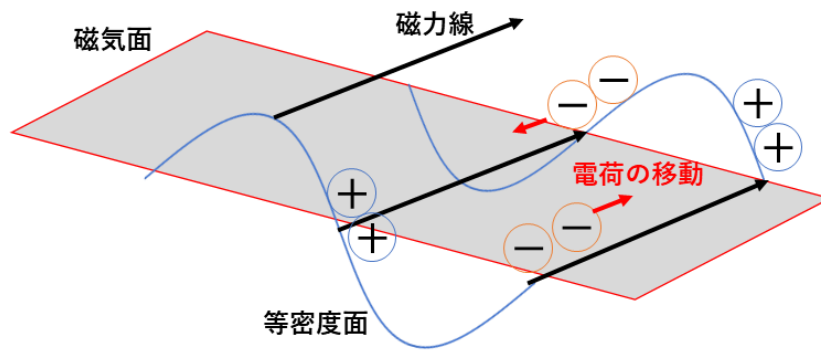


図 1.10: 非共鳴有理面における荷電分離.

1.6.3 抵抗性交換型不安定性

抵抗率を持つプラズマでは、抵抗率により図 1.10 で示した磁力線方向の荷電粒子の動きが妨げられることから、揺動を成長させる磁場が維持されてしまう。このように生じる交換型不安定性のことを抵抗性交換型不安定性と呼ぶ。

1.7 高エネルギー粒子の減速

1.7.1 電子とイオンの衝突

電子とイオンが衝突する場合、電子はイオンのクーロン場によって徐々に方向を変えることとなる。その際の軌道は図 1.12 のようになる。ただし電子の質量、電荷、速さをそれぞれ m , $-e$, v とし、イオンの質量と電荷を M , Ze とする。またイオンは近似的に静止していると考え、図中にある b はインパクトパラメタという。インパクトパラメタはクーロン力がない場合のイオンと電子の最接近距離を表している。散乱角 θ と b の関係は

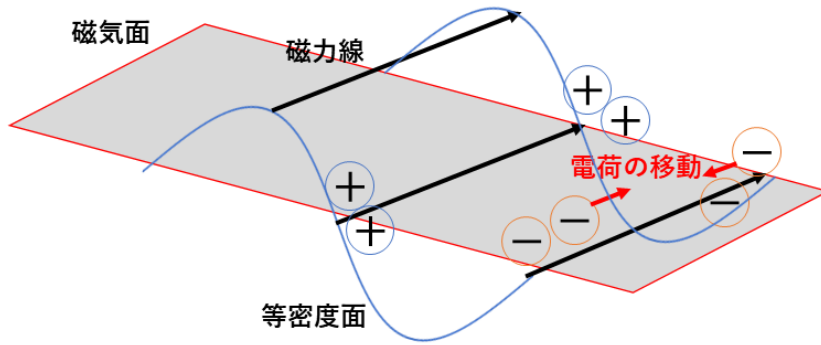


図 1.11: 共鳴有理面における荷電分離.

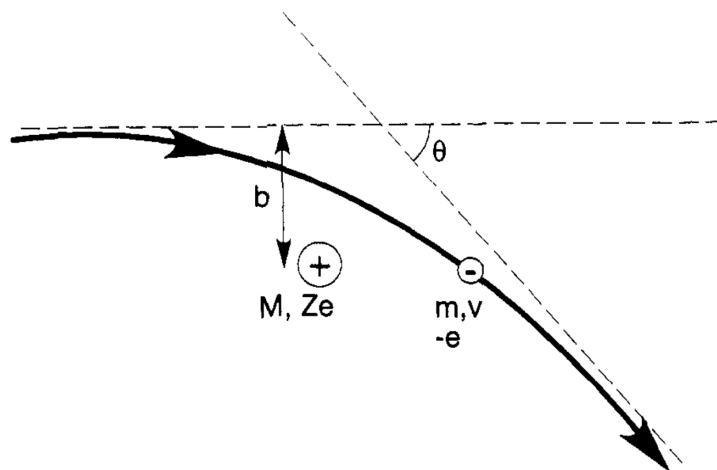


図 1.12: 静止した電荷 Ze のイオンとクーロン衝突時の電子の軌道 [6]

次の式を満たす。

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2 b} \quad (1.15)$$

散乱角度 θ が 90° のとき ($\theta/2 = 45^\circ$, $\tan(\frac{\theta}{2}) = 1$) のインパクトパラメタ b を b_0 とすると, b_0 は,

$$b_0 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2} \quad (1.16)$$

プラズマ中では電子, イオンが多数存在していることから, 衝突は繰り返し周期的に起こり続ける. そのことから電子とイオンの衝突周波数 ν_{ei} を定めると,

$$\nu_{ei} = 4\pi n v b_0^2 \ln \Lambda = \frac{n_i Z^2 e^4 \ln \Lambda}{4\pi\epsilon_0^2 m^2 v^3} \quad (1.17)$$

となる. ただし $\Lambda \equiv b_{max}/b_0 \gg 1$ と定義している. また b_{max} は便宜的に定めたインパクトパラメタの最大値である. プラズマ中において, 荷電粒子が動いて電場を遮蔽するデバイ遮蔽という現象が起こることから, デバイ長 $\lambda_D = \sqrt{(\epsilon_0 T_e / n e^2)}$ よりも遠い場所ではクーロン力が働かなくなるため, $b_{max} \sim \lambda_D$ として取り扱うことができる.

1.7.2 高エネルギー粒子の減速分布

プラズマ中にビームとして入射された高エネルギー粒子は, 前節で考えた衝突周波数に従って背景電子やイオンと衝突を繰り返すことによって減速する.

背景電子とイオンの分布関数がマクスウェル分布であるとき, つまり,

$$f_e(v_e) = n_e \left(\frac{m}{2\pi T_e} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m v_e^2}{2T_e} \right) \quad (1.18)$$

$$f_i(v_i) = n_i \left(\frac{M}{2\pi T_i} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{M v_i^2}{2T_i} \right) \quad (1.19)$$

と記述できる場合について考える. ただし n_e, T_e, m, v_e はそれぞれ背景電子の数密度, 温度, 質量, 速さ. また, n_i, T_i, M, v_i はそれぞれ背景イオンの数密度, 温度, 質量, 速さであるとする. 高エネルギー粒子の質量, 速さ, エネルギーをそれぞれ M_b, V, W_b であるとしたとき, 背景電子とイオンとの衝突によって変化する高エネルギー粒子のエネル

ギーは次のようになる。

$$\frac{dW_{be}}{dt} = -\frac{2^{1/2}n_e Z_b^2 e^4 m^{1/2} \ln \Lambda}{6\pi^{3/2}\epsilon_0^2 M_b T_e^{3/2}} W_b \quad (1.20)$$

$$\frac{dW_{bi}}{dt} = -\frac{2^{1/2}n_i Z^2 Z_b^2 e^4 M_b^{1/2} \ln \Lambda}{8\pi\epsilon_0^2 M W_b^{1/2}} \quad (1.21)$$

ただし Z, Z_b はそれぞれ背景イオンと高エネルギー粒子の原子番号を表している。プラズマ中で減速する高エネルギー粒子のエネルギー変化は、上記の2式を足し合わせて、電子による衝突とイオンによる衝突両方の場合について考えれば良いので、

$$\frac{dW_b}{dt} = -\frac{2^{1/2}n_e Z_b^2 m^{1/2} \ln \Lambda}{6\pi^{3/2}\epsilon^2 M_b} \left(\frac{W_b}{T_e^{3/2}} + \frac{C}{W_b^{1/2}} \right) \quad (1.22)$$

ここで、

$$C = \frac{3\pi^{1/2} Z M_b^{3/2}}{4m^{1/2} M} \quad (1.23)$$

としている。

このとき、式(1.22)内の $(W_b/T_e + C/W_b^{1/2})$ の箇所に着目して、臨界エネルギー $W_{b,crit}$ というものを次のように定義する。

$$\frac{W_{b,crit}}{T_e^{3/2}} = \frac{C}{W_{b,crit}^{1/2}} \quad (1.24)$$

$$\therefore W_{b,crit} = T_e C^{2/3} \quad (1.25)$$

高エネルギー粒子が持つエネルギー W_b が臨界エネルギー $W_{b,crit}$ よりも大きい場合には、背景電子との衝突による減速が支配的となり、反対に $W_b < W_{b,crit}$ である場合には、背景イオンとの衝突による減速が支配的となる。また $W_b = W_{b,crit}$ である場合には、減速に対する寄与は背景電子とイオンとで等しい。

ここからフォッカープランクの式、

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{V}} \cdot \left(\frac{d\langle \Delta \mathbf{V} \rangle}{dt} f \right) \quad (1.26)$$

を用いることで、ビームの減速分布関数 $f_b(V)$ を求めると、次のようになる。

$$f_b(V) = \frac{S\epsilon_0^2 M M_b}{n_e Z Z_b^2 e^4 \ln \Lambda} \left(\frac{1}{1 + V^3/V_{crit}^3} \right) \quad V < V_{max} \quad (1.27)$$

ここで V_{max} は高エネルギー粒子の最高速度を表していて、 $V > V_{max}$ のときには $f_b(V) = 0$ となる。ただし S は高エネルギー粒子の生成率を表している。 $V_{crit} \equiv (2W_{b,crit}/M_b)^{1/2}$

は臨界速度であり，高エネルギー粒子の速度 V が臨界エネルギー $V_{b,crit}$ よりも大きい場合には，背景電子との衝突による減速が支配的となり，反対に $V_b < V_{b,crit}$ である場合には，背景イオンとの衝突による減速が支配的となる．また $V_b = V_{b,crit}$ である場合には，減速に対する寄与は背景電子とイオンとで等しい．

電子温度 $T_e = 20\text{keV}$ のときの D-T 反応時の高エネルギーアルファ粒子の減速分布関数は，図 1.13 のようになる．

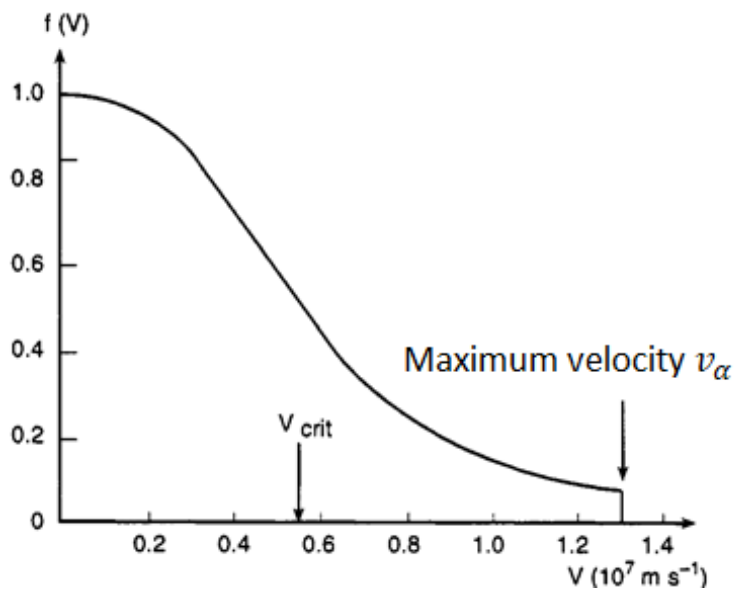


図 1.13: 高エネルギー粒子の減速分布関数の例 [6]

1.8 反磁性ドリフト流

プラズマ中のイオンは電荷を帯びているために，磁力線に巻き付くように運動する．図 1.14 はプラズマに密度勾配がある場合のイオンのラーマー運動を模式的に表している．反磁性ドリフトとはこのようにプラズマ中に勾配がある場合に起こる現象である．反磁性ドリフトは個々の粒子がドリフト運動をしているわけではないものの，巨視的にプラズマ中に流れが生まれ，塊としてドリフトをしているように見えることから慣習的にそう呼ばれている．

図 1.14 において，紙面下向きに密度勾配があることから，下側へ向かうにつれて回転している粒子が多くなる．そのため図中で影がついている箇所では，右側へ向かうイオン

よりも左側へ移動するイオンの量が多くなることから、紙面左側への正味の電流が生じる。この電流は反磁性ドリフト電流と呼ばれる。電子とイオンとでドリフトの方向が異なることから反磁性ドリフト電流 \mathbf{j}_d は次のように記述することができる。

$$\mathbf{j}_d = \frac{\mathbf{B} \times \nabla p}{B^2} \quad (1.28)$$

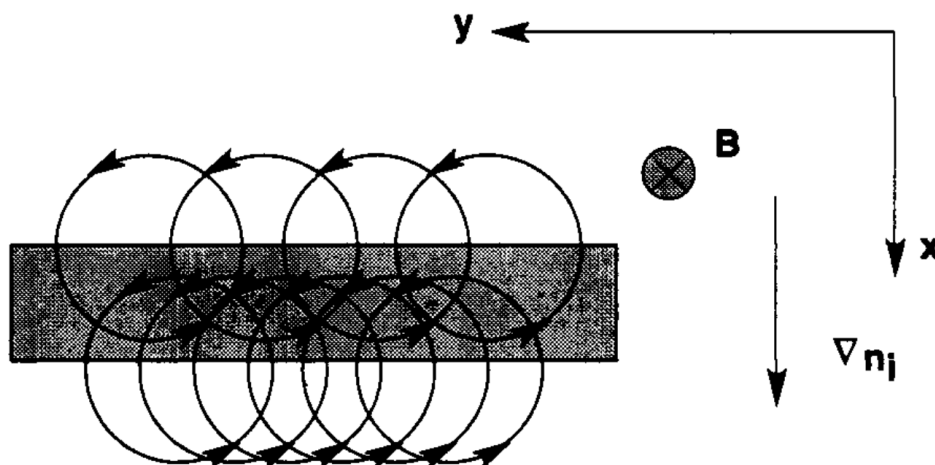


図 1.14: 密度勾配があるプラズマ中のイオンのラーマー軌道. [6]

1.9 本研究の目的

本研究は、LHD の交換型不安定性に対して拡張 MHD が与える効果を調査することを目的としている。これまでに述べたように、交換型不安定性は圧力勾配によって駆動される不安定性であるため、磁場閉じ込め核融合プラズマにおいて基本的な不安定性である。そのため交換型不安定性に対する調査を進め、その理解を深めることは重要である。

LHD において、磁気軸を内側にシフトさせた磁場配位をとると、粒子軌道が改善されて捕捉粒子の閉じ込め性能を向上させることができる。しかしながらそのような磁場配位をとった場合磁気井戸配位をとることができず、線形理論による予測ではプラズマが MHD 的に不安定になるだろうと考えられていた。しかし実際の実験において、磁気軸を内側にシフトさせた場合でもプラズマは安定で閉じ込め性能が良いことが判明している [7]。理論結果と実験結果の不一致を理解するために、流体モデルに基づいて、境界変調効果 [8] や

非線形効果 [9][10] や2流体モデルの効果 [11] や平衡流効果 [12] などが調査がされてきたが、実験結果の説明には成功していなかった。

最近、熱イオンの運動論的效果を取り入れたシミュレーションにより、捕捉イオンの歳差ドリフトによって MHD 不安定性が抑制されることが明らかになってきた [13]。この研究ではトロイダルモード数 $n = 10$ の不安定性に対して熱イオンの運動論的效果が重要であることが示されているが、高速イオンの歳差ドリフトは熱イオンよりも速いので、 $n = 1$ などの長波長不安定性に対しても高速イオンは安定化効果を有するのではないかと予想される。実際に、先行研究ではこの予想を支持する結果が得られており [14]、LHD の実験からも高速イオンは MHD 不安定性に寄与しないことが示唆されている [15]。それでは、粒子として取り扱っている高速イオンの速度が熱イオンと同程度に低い場合に、高速イオンによる安定化効果はなくなってしまうのであろうか。この間に答えることが本研究の第一の目的である。さらに本論文では、標準 MHD モデルに対してイオン反磁性ドリフト流の拡張と、オーム則における電子圧力項の拡張をそれぞれ施し、シミュレーションを行った。その結果を標準 MHD のシミュレーション結果と比較することで、これまで近似的に落とされてきた微視的な効果が交換型不安定性に対してどのような影響を与えるかを調査することが本研究の第二の目的である。

第2章 シミュレーションモデル

プラズマのコンピュータシミュレーションには、粒子の動きを運動論的に解く方法と、流体として解く方法の、2つの方法がある。流体シミュレーションではプラズマの MHD 方程式を数値的に解く一方で、運動論シミュレーションでは電磁場との粒子相互作用を含むプラズマのより詳細なモデルが考慮される。そのため一般的には、流体シミュレーションは比較的少ない計算リソースで済むが結果は近似的であり、運動論シミュレーションは詳細な計算ができるもののより大きな計算リソースが求められる。

この2つの手法の利点を活かすために、しばしばこれらの混合機能を備えた連結シミュレーションが行われる。特に高エネルギー粒子に起因する不安定性の研究を行う際には、バルクプラズマを流体として扱い、高エネルギー粒子を運動論的に記述することで、バルクプラズマの速度分布から離れた速度を持っている高エネルギー粒子を取り扱うことができる。

2.1 MEGA コード

MEGA コードは、高エネルギー粒子と結合した非線形の MHD 方程式を解くシミュレーションコードである [18]-[20]。本研究ではこの MEGA コードを用いて交換型不安定性に対する高エネルギー粒子と拡張 MHD の効果を調査した。MEGA コードでは、バルクプラズマと高エネルギー粒子は、それぞれ理想 MHD 方程式とドリフト運動論方程式で解かれている。バルクプラズマと高エネルギー粒子は MHD 運動方程式において高エネルギー粒子電流密度を考慮することにより結合されている。

MEGA コードでは以下の MHD 方程式が解かれる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial t} &= -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) + \nu_n \Delta (\rho - \rho_{eq}) \\
\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} &= -\rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} - \nabla p \\
&\quad + (\mathbf{j} - \mathbf{j}'_h) \times \mathbf{B} + \frac{4}{3} \nabla (\nu \rho \nabla \cdot \mathbf{v}) - \nabla \times (\nu \rho \boldsymbol{\omega}) \\
\frac{\partial p}{\partial t} &= -\nabla \cdot (p \mathbf{v}) - (\gamma - 1) p \nabla \cdot \mathbf{v} \\
&\quad + (\gamma - 1) \left[\nu \rho \omega^2 + \frac{4}{3} \nu \rho (\nabla \cdot \mathbf{v})^2 + \eta \mathbf{j} \cdot (\mathbf{j} - \mathbf{j}_{eq}) \right] \\
&\quad + \chi \Delta (p - p_{eq}) \\
\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= -\nabla \times \mathbf{E} \\
\mathbf{j} &= \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} \\
\mathbf{E} &= -\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \eta (\mathbf{j} - \mathbf{j}_{eq}) \\
\boldsymbol{\omega} &= \nabla \times \mathbf{v}
\end{aligned} \tag{2.1}$$

ここで ν , ν_n そして χ は数値計算を安定させるような数値を選んだ散逸係数である。本研究では、 ν , ν_n , χ , η/μ_0 の値はそれぞれ互いに等しい値、 5×10^{-7} としている。ただしこの値は、プラズマ中心のアルヴェン速度の v_A と LHD の大半径 R_0 で規格化している。MHD の運動方程式の中で \mathbf{j}'_h が高エネルギー粒子の電流密度を表していて、これにより高エネルギー粒子の効果が取り入れられている。これらの式により、電磁場は標準 MHD によって与えられている。このモデルは、高エネルギー粒子の密度がバルクプラズマの密度よりも十分に小さい場合に適用できる。MHD 方程式は、空間積分を 4 次精度の有限差分法で計算し、時間積分を 4 次の Runge-Kutta 法で計算することにより解かれている。この MHD 方程式群を解く MEGA コードを、本論文では標準 MEGA コードと呼ぶ。

高エネルギー粒子はドリフト運動論方程式によって記述されている。案内中心の速度 \mathbf{u}

は次のように与えられている.

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}_{\parallel}^* + \mathbf{v}_{\mathbf{E}} + \mathbf{v}_{\mathbf{B}} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{v}_{\parallel}^* = \frac{v_{\parallel}}{B^*}(\mathbf{B} + \rho_{\parallel} B \nabla \times \mathbf{b}) \quad (2.3)$$

$$\mathbf{v}_{\mathbf{E}} = \frac{1}{B^*}(\mathbf{E} \times \mathbf{B}) \quad (2.4)$$

$$\mathbf{v}_{\mathbf{B}} = \frac{1}{Z_h e B^*}(-\mu \nabla B \times \mathbf{b}) \quad (2.5)$$

$$\rho_{\parallel} = \frac{m_h v_{\parallel}}{Z_h e B} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{B}/B \quad (2.7)$$

$$B^* = B(1 + \rho_{\parallel} \mathbf{b} \cdot \nabla \times \mathbf{b}) \quad (2.8)$$

$$m_h v_{\parallel} \frac{dv_{\parallel}}{dt} = \mathbf{v}_{\parallel}^* \cdot (Z_h e \mathbf{E} - \mu \nabla B) \quad (2.9)$$

ここで v_{\parallel} は磁場と平衡方向の速度, μ は磁気モーメント, m_h は高エネルギー粒子の質量, そして $Z_h e$ は高エネルギー粒子の電荷を表している.

高エネルギー粒子の電流密度 \mathbf{j}'_h は,

$$\mathbf{j}'_h = \int (\mathbf{v}_{\parallel}^* + \mathbf{v}_{\mathbf{B}}) Z_h e f d^3 v - \nabla \times \int \mu \mathbf{b} f d^3 v \quad (2.10)$$

となり, 準中性条件のために $\mathbf{v}_{\mathbf{E}}$ は式の中に現れない.

高エネルギー粒子に対しては δf -PIC (particl-in-cell)[21][22] 法が用いられている. j 番目の粒子の重みの時間発展は次のように記述される.

$$\frac{d}{dt} w_j = -(1 - w_j) \left[(\mathbf{v}_{\mathbf{E}} + v_{\parallel} \delta \mathbf{b}) \cdot \nabla + \left(\frac{dv_{\parallel}}{dt} \right)_1 \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \right] \ln f_0, \quad (2.11)$$

$$\left(\frac{dv_{\parallel}}{dt} \right)_1 = [\mathbf{b} + \rho_{\parallel} \nabla \times \mathbf{b}] \cdot \left[\frac{Z_h e}{m_h} \mathbf{E} \right] + \delta \mathbf{b} \cdot \left[-\frac{\mu}{m_h} \nabla B \right], \quad (2.12)$$

$$\delta \mathbf{b} = \mathbf{b} - \mathbf{b}_0, \quad (2.13)$$

ここで f_0 は初期の分布関数である. また重みの初期条件は $w_i = 0$ としている. 重み w_i を用いて高エネルギー粒子の電流密度を書き換えると, 式 (2.10) は次のようになる.

$$\mathbf{j}'_h = \mathbf{j}_{h0} + \sum_{j=1}^N w_j Z_h e (\mathbf{v}_{\parallel j}^* + \mathbf{v}_{\mathbf{B}j}) S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) - \nabla \times \left[\mathbf{b} \sum_{j=1}^N w_j \mu_j S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \right] \quad (2.14)$$

ここで $S(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j)$ は計算粒子の形状因子であり, \mathbf{j}_{h0} は高エネルギー粒子の平衡時の電流密度を表している.

2.1.1 平衡と高速イオンの圧力分布

本研究において調査対象とするプラズマは LHD 実験#47645 の $t = 0.58\text{ s}$ である。MHD 平衡は HINT コード [23][24] を用いて構成している。プラズマ中心での磁場は $B_0 = 0.62\text{ T}$ 、大半径は $R_{axis} = 3.75\text{ m}$ である。初期の圧力分布と平衡磁場の回転変換の分布を図 2.1 に示す。HINT コードによる平衡では円筒座標系 (R, φ, z) が用いられている。格子点の数は、 (R, φ, z) 座標系に対してそれぞれ $(128, 640, 128)$ である。解析には Boozer 座標系 [25] (r, ζ, ϑ) を用いている。ここで r は半径の座標を表していて、 $r = 0$ はプラズマ中心であり、 $r = a$ がプラズマの端である。また ζ と ϑ はそれぞれトロイダル角度とポロイダル角度を表している。

高エネルギー粒子の初期の分布関数は速度空間において等方的な減速分布であると仮定

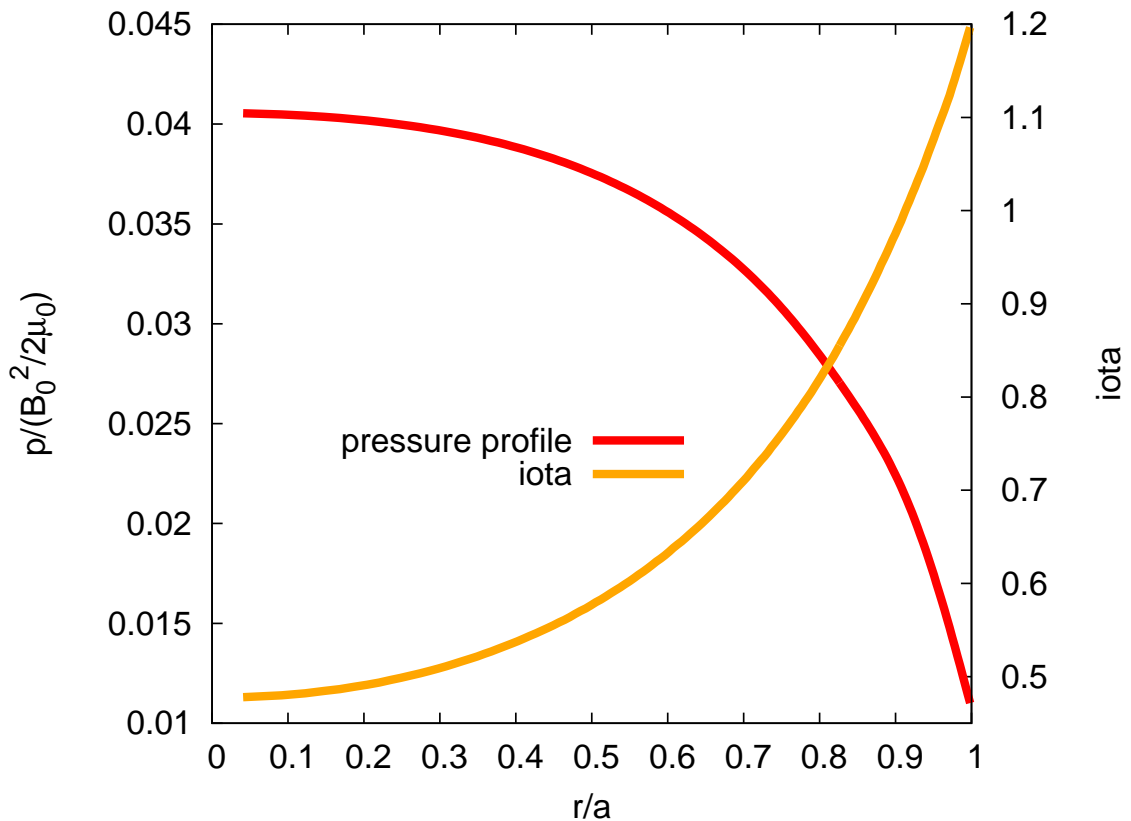


図 2.1: 左軸はシミュレーションにおける半径方向のバルク圧力初期分布。右軸は平衡磁場の回転変換分布。

している。計算粒子の数は 2.1×10^7 である。高エネルギー粒子の圧力分布を次のように

仮定している.

$$p_{EP} = \beta_{EP} \frac{B_0^2}{2\mu_0} \exp \left[- \left(\frac{r}{0.4a} \right)^2 \right] \quad (2.15)$$

シミュレーションのデータ解析では、すべての値（バルク密度、MHD 速度、バルク圧力、磁場、高速イオン圧力）は Boozer 座標系のフーリエ級数で展開されている。例を上げると、半径方向の MHD 速度は次のように表すことができる。

$$v_r \left(\frac{r}{a}, \zeta, \vartheta, t \right) = \sum_{m=0}^{m=30} \sum_{n=-10}^{n=10} A_{m,n} \left(\frac{r}{a}, t \right) \cos(m\vartheta + n\zeta) + B_{m,n} \left(\frac{r}{a}, t \right) \sin(m\vartheta + n\zeta) \quad (2.16)$$

ただし r/a は規格化半径であり、ポロイダル数とトロイダル数はそれぞれ m と n で表されている。

本論文中において、 m/n モードの MHD 速度の大きさといった場合には、 $v_{m,n} = \sqrt{A_{m,n}^2 \left(\frac{r}{a}, t \right) + B_{m,n}^2 \left(\frac{r}{a}, t \right)}$ を表している。また変化率といった場合には時刻 t での値とシミュレーション開始時の値の差を意味している。すなわち例を上げると、圧力の変化率といった場合には、 $p(t) - p(0)$ を意味している。

2.2 拡張 MHD モデル

本研究は拡張 MHD モデルでのシミュレーションと標準 MHD モデルとのシミュレーションを両方行い、比較することで、拡張 MHD の効果が交換型不安定性に与える影響を調査することを目的としている。前述した MEGA コードには高エネルギー粒子と MHD 方程式を結合して解いているので、すでに高エネルギー粒子に関しての拡張はなされている。本節では、本研究で用いた反磁性ドリフト流の拡張をした MHD モデルと、オーム則における電子圧力項を拡張した MHD モデルのそれぞれを書き記す。

2.2.1 反磁性ドリフト流の拡張

反磁性ドリフトの拡張では、MEGA コードの連続の式と運動方程式を次のように拡張した [26][27].

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} &= \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}_H) + \nu_n \Delta (\rho - \rho_{eq}) \\ \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} &= -\rho \mathbf{v}_H \cdot \nabla \mathbf{v} + \rho \mathbf{v}_{pi} \cdot \nabla (v_{\parallel} \mathbf{b}) - \nabla p \\ &\quad + (\mathbf{j} - \mathbf{j}'_h) \times \mathbf{B} + \frac{4}{3} \nabla (\nu \rho \nabla \cdot \mathbf{v}) - \nabla \times (\nu \rho \boldsymbol{\omega})\end{aligned}\quad (2.17)$$

$$\mathbf{v}_H = \mathbf{v} + \mathbf{v}_{pi}$$

$$\mathbf{v}_{pi} = -\frac{m_i}{2e_i \rho} \nabla \times \left(\frac{p \mathbf{b}}{B} \right)$$

このとき \mathbf{v}_{pi} は反磁性ドリフト速度を表している.

2.2.2 オーム則における電子圧力項の拡張

標準 MHD におけるオーム則は、その導出過程において近似がなされ、いくつかの項が除去されている. 本研究では近似された項のうち、電子圧力項をシミュレーションに加えることで、この電子圧力項が交換型不安定性に与える効果を調べている. 電子圧力項を加えたオーム則は MEGA コードにおいて次のようになっている.

$$\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} + \frac{\nabla_{\parallel} p_e}{(-e)n_e} + \eta(\mathbf{j} - \mathbf{j}_{eq})\quad (2.18)$$

式 (2.18) の第 2 項が電子圧力項に相当している. ただし $p_e = p/2$ として算出している.

第3章 シミュレーション結果と考察

本章では標準 MHD に対して拡張を加えたシミュレーション結果を報告する。本研究において試みた MHD の拡張は次の 3 種類である。

- ・ 高エネルギー粒子との相互作用の拡張
- ・ イオン反磁性ドリフト流の拡張
- ・ オーム則における電子圧力項の拡張

本章ではこれら 3 つの拡張を施した結果を、それぞれ節ごとに分けて載せている。また、拡張 MHD の効果を調査するためには標準 MHD との比較を行うことが不可欠であるため、本章の最初に標準 MHD シミュレーションの結果を記載している。

3.1 標準 MHD のシミュレーション

本研究では、拡張 MHD でのシミュレーションと標準 MHD でのシミュレーションの結果を比較することによって拡張 MHD シミュレーションの効果を調査することを目的としている。そのため本節では、まず標準 MHD のシミュレーションを行いその結果を述べる。

高エネルギー粒子の圧力分布は式 (2.15) で定義している。

$$p_{EP} = \beta_{EP} \frac{B_0^2}{2\mu_0} \exp \left[- \left(\frac{r}{0.4a} \right)^2 \right]$$

高エネルギー粒子の圧力 $\beta_{EP} = 0\%$ として標準 MEGA コードのシミュレーションを行うことによって、標準 MHD モデルのシミュレーションを行った。その結果として、 $n = 1$ のモードと $n = 2$ のモードの半径方向の MHD 速度の分布を示す (図 3.1, 図 3.2)。

このシミュレーション結果から、 $m/n = 2/1$ のモードと $m/n = 3/2$ のモードが特に支配的なモードであることが分かった。 $m/n = 2/1$ のモードのピークは $r/a = 0.29$ にあり、その場所における回転変換が $\iota = 0.51 \simeq 1/2$ であることから、この不安定性は

共鳴有理面上で起こっている。また $m/n = 3/2$ のモードのピークの位置, $r/a = 0.65$ における回転変換が $\iota = 0.67 \simeq 2/3$ であることから, $m/n = 3/2$ モードも共鳴有理面上で発生している。また図 3.3 はこのシミュレーションにおける $m/n = 2/1$ モードと $m/n = 3/2$ モードの時間発展を表している。

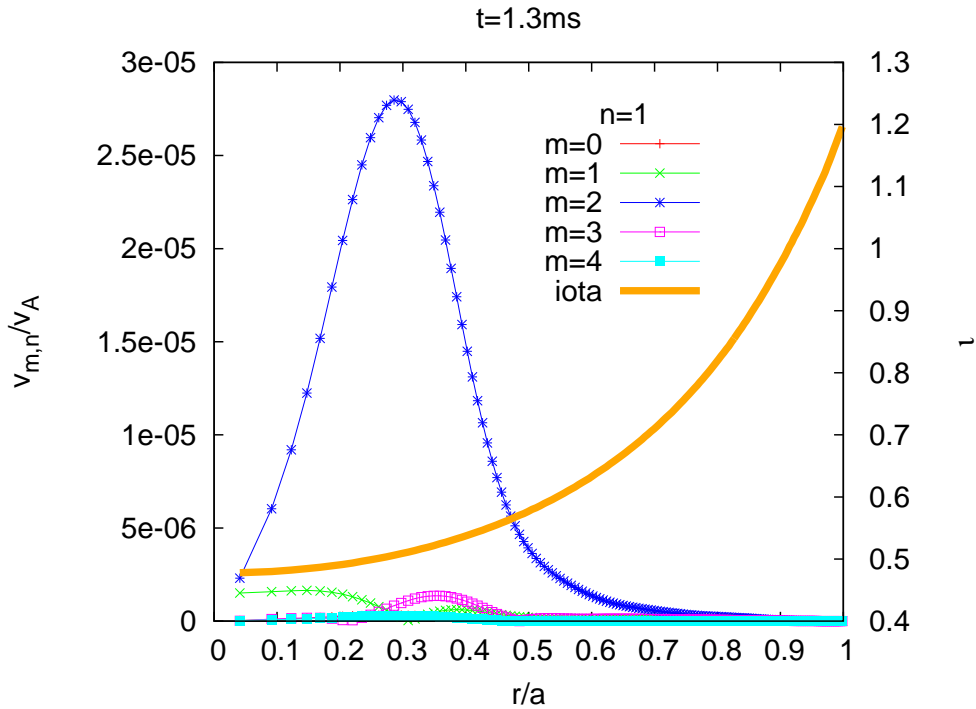


図 3.1: 高速イオンを含まないシミュレーションの $t = 1.3\text{ms}$ における, トロイダルモード数 $n = 1$ の半径方向の MHD 速度の分布. 右軸は回転変換 ι を表している.

MEGA コードを用いて同じプラズマを調査した先行研究 [14] において, 散逸係数 (ν, ν_n, χ, η) を 0 とした場合には, $m/n = 2/1$ のモードは依然として不安定化であり, $m/n = 3/2$ のモードは安定化したことから, $m/n = 2/1$ のモードは理想交換型不安定性であり, $m/n = 3/2$ のモードは抵抗性交換型不安定性であることが分かっている。この結果を基に, 本研究では調査対象とする交換型不安定性を, $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性と $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性として, 議論をすすめる。

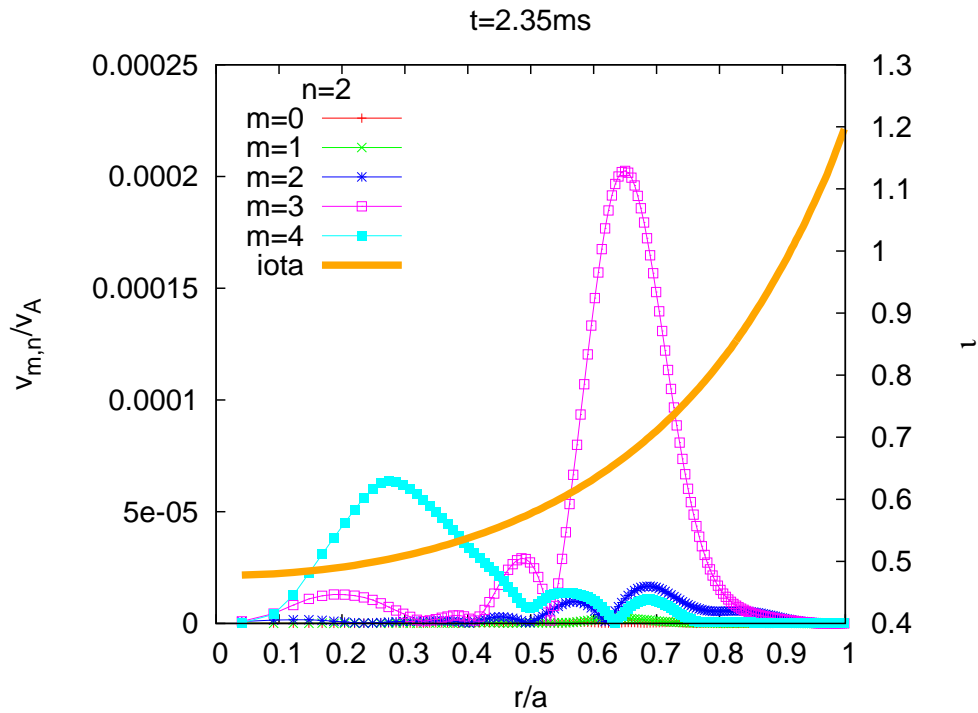


図 3.2: 高速イオンを含まないシミュレーションの $t = 2.35\text{ms}$ における、トロイダルモード数 $n = 2$ の半径方向の MHD 速度の分布. 右軸は回転変換 ι を表している.

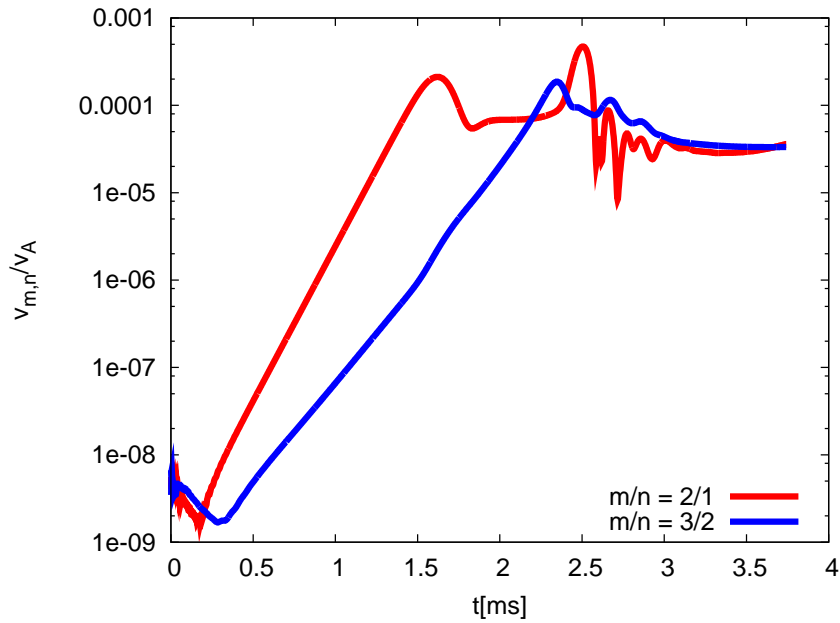


図 3.3: 高速イオンを含まないシミュレーションにおける $m/n = 2/1$ モードと $m/n = 3/2$ モードの半径方向の MHD 速度の時間発展.

3.2 高エネルギー粒子との相互作用

本節では標準 MHD に対して高エネルギー粒子との相互作用を加えたシミュレーション結果を示している。先行研究 [14] において、バルクの圧力と高エネルギー粒子の圧力の和が一定の条件下では、高エネルギー粒子が $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性を安定化させるという効果が得られている。本研究ではその結果を踏まえ、高エネルギー粒子の減速分布関数の最高速度を変えてシミュレーションを行うことで、高エネルギー粒子の速度が交換型不安定性に与える影響を調査した。

シミュレーションは、高エネルギー粒子の圧力である β_{EP} が 0.1% のときと 0.2% の二通りの場合について調査している。それぞれの β_{EP} の設定に対して、高エネルギー粒子の減速分布の最高速度である v_α を 0.958, 0.478, 0.236, 0.120 と設定した 4 種類のシミュレーションを行っている。 $v_\alpha = 0.120$ はイオンの熱速度とおおよそ等しい。ただし、 v_α の値はアルフベン速度 v_A によって規格化されている。 v_α の変更に合わせて、臨界速度 v_c の値を v_α との比が一定になるように変更している。

3.2.1 高エネルギー粒子の最高速度が異なる場合のシミュレーション結果

本項では高エネルギー粒子の減速分布の最高速度が異なる場合のシミュレーション結果を報告する。図 3.4 は $\beta_{EP} = 0.1\%$ でのシミュレーション結果であり、図 3.5 は $\beta_{EP} = 0.2\%$ でのシミュレーション結果である。

$\beta_{EP} = 0.1\%$ のシミュレーション結果から、 $v_\alpha = 0.958$ から高エネルギー粒子の最高速度が下がっていくと、不安定性の成長率が上昇していくことがわかる。すなわち、高エネルギー粒子の最高速度が減少するにつれて、高エネルギー粒子による理想交換型不安定性の安定化効果が低下したことを意味している。 $\beta_{EP} = 0.2\%$ のシミュレーションにおいても、 $v_\alpha = 0.958, 0.478, 0.236$ のときには安定化していた理想交換型不安定性が、 $v_\alpha = 0.120$ としたシミュレーションでは不安定化している。

図 3.6 は、 $\beta_{EP} = 0.1\%$ で $v_\alpha = 0.958$ のシミュレーションにおけるエネルギーの時間発展である。この結果から、 $v_\alpha = 0.958$ のときには高エネルギー粒子と MHD 流体との間に

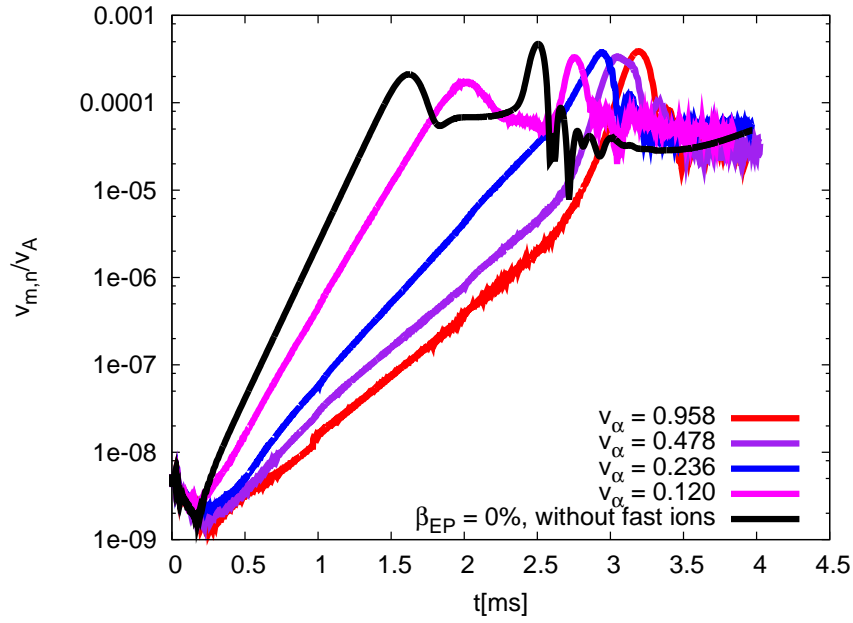


図 3.4: $\beta_{EP} = 0.1\%$ における $m/n = 2/1$ 理想交換型不安定性の時間発展に関する異なる高エネルギー粒子最高速度間での比較。ただし黒色の線は $\beta_{EP} = 0\%$ の高エネルギー粒子が存在しない場合のシミュレーション結果である。

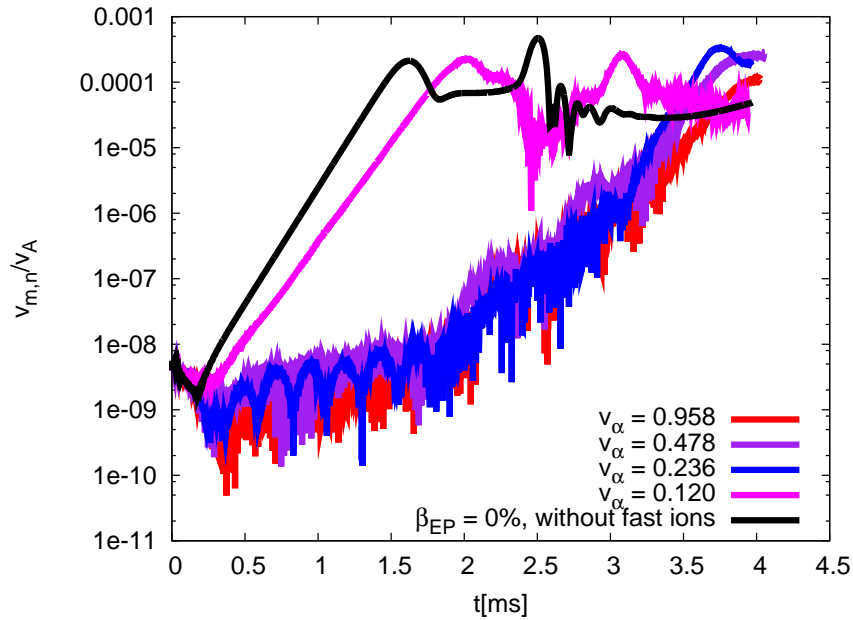


図 3.5: $\beta_{EP} = 0.2\%$ における $m/n = 2/1$ 理想交換型不安定性の時間発展に関する異なる高エネルギー粒子最高速度間での比較。ただし黒色の線は $\beta_{EP} = 0\%$ の高エネルギー粒子が存在しない場合のシミュレーション結果である。

はエネルギーのやり取りが殆どなされていないことがわかる。一方で図 3.7 は $v_\alpha = 0.120$ のシミュレーションにおけるエネルギーの時間発展である。この図から、 $v_\alpha = 0.120$ のシミュレーションでは、高エネルギー粒子から MHD 流体へとエネルギーが伝達されていることが分かる。すなわちこれは、 $v_\alpha = 0.120$ のときには、高エネルギー粒子が不安定性を駆動していることを意味している。ただし、 $v_\alpha = 0.120$ という値はイオンの熱速度と同じ程度であることから、状況としては高エネルギー粒子が MHD 流体として近似した他のイオンと共に不安定性を駆動させていることとなる。

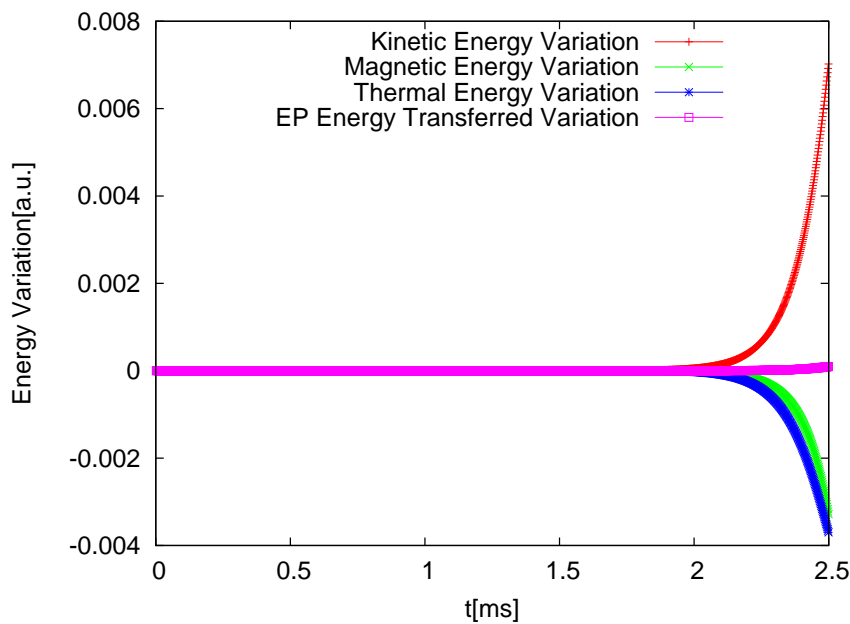


図 3.6: $\beta_{EP} = 0.1\%$, $v_\alpha = 0.958$ のシミュレーションにおける MHD 運動エネルギー、熱エネルギーと磁場のエネルギーの時間発展。MHD 流体から高エネルギー粒子へ伝達されるエネルギーは図中紫の線によって示されている。

3.2.2 高エネルギー粒子の最高速度が減少したときに安定化効果が低下した理由の考察

前項の図 3.4 と 3.5 の結果から、高エネルギー粒子の最高速度が低い場合には、高エネルギー粒子が持つ安定化効果が低下することが分かった。その理由を次のように考えている。

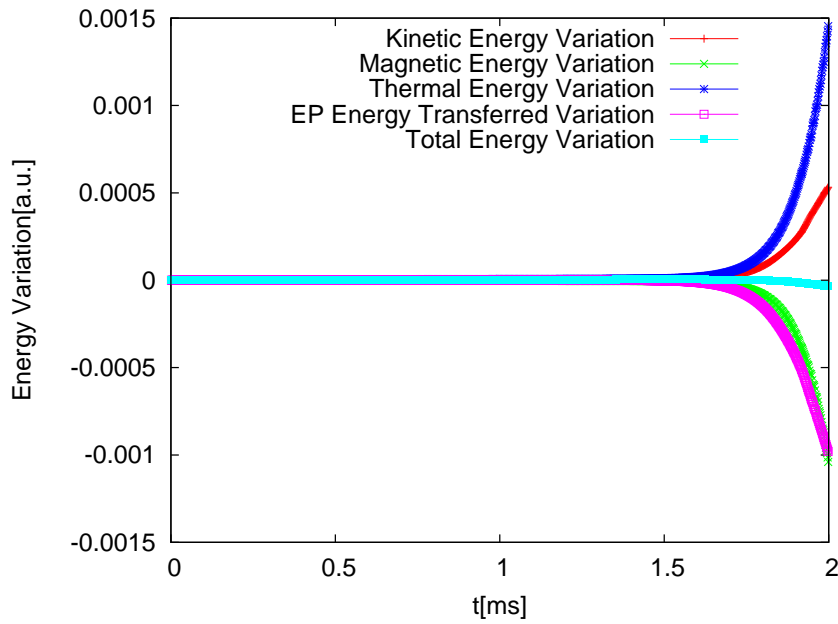


図 3.7: $\beta_{EP} = 0.1\%$, $v_\alpha = 0.120$ のシミュレーションにおける MHD 運動エネルギー、熱エネルギーと磁場のエネルギーの時間発展. MHD 流体から高エネルギー粒子へ伝達されるエネルギーは図中紫の線によって示されている.

先行研究 [13] において、本研究と類似した結果が得られている。この先行研究ではバルーニングモードと捕捉熱イオンとの相互作用についての研究がなされている。調査の結果、捕捉熱イオンが歳差ドリフトによってバルーニングモードの揺動の正の部分と負の部分とを行き来するような場合、磁場に対するイオンの垂直圧力の揺動が抑制されて、バルーニングモードの成長率が低下する結果が得られている。これと類似した現象が、今回の交換型不安定性と高エネルギー粒子との間にも起きたのではないかと考えられる。

先行研究において取り扱っていたバルーニングモードは、トロイダルモード数は $n = 10$ 、ポロイダルモード数は $m = 12 - 14$ 程度と、本研究の交換型不安定性に比べて波長が短い。そのためバルーニングモードは熱イオンの速度でも安定化していた。しかしながら本研究で取り扱っている交換型不安定性はそれよりも波長が長い ($m/n = 2/1, 3/2$) ため、高エネルギー粒子が熱イオンの熱速度程度のときには不安定性が安定化しなかったのだと考えている。

3.2.3 装置サイズが異なる場合のシミュレーション結果

前項のシミュレーションの結果、高エネルギー粒子の最高速度が低い場合には、交換型不安定性を安定化させる効果が低下することが分かった。本項ではそれを踏まえて、装置サイズが異なるシミュレーションをいくつか行い、高エネルギー粒子が交換型不安定性の成長率に対してどのような影響を与えるかを調査した。本項のシミュレーションの目的は、装置サイズを変えることによって、歳差運動する高エネルギー粒子の軌道の幅が交換型不安定性に対してどのような影響を与えるかを調査することである。

図 3.8 は装置サイズが異なる場合のシミュレーション結果を表している。このシミュレーション結果から、装置サイズが 4 倍、6 倍、8 倍、10 倍となるにつれて、 $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性の成長率が増加している。

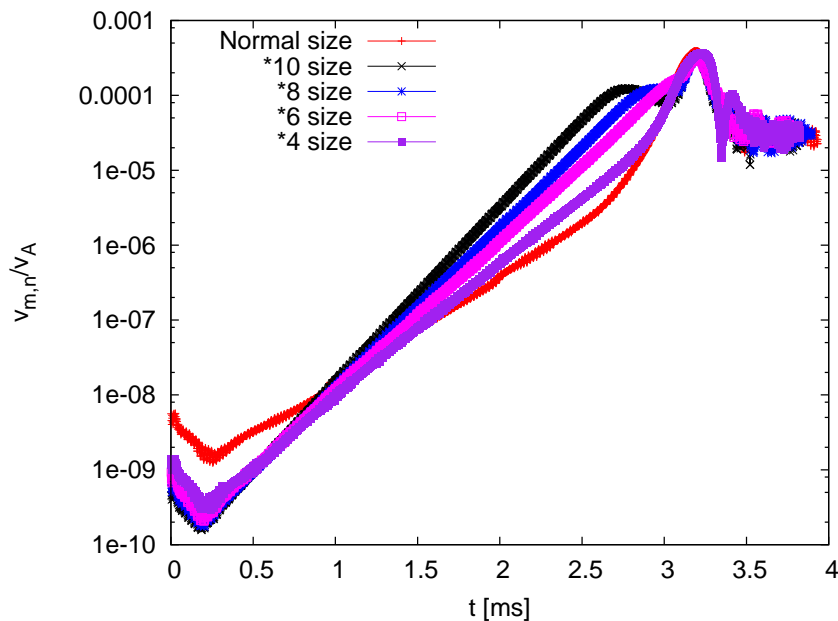


図 3.8: 装置サイズが異なる場合の $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性の時間発展。ただし $\beta_{EP} = 0.1\%$, $v_\alpha = 0.958$ としている。凡例の Normal size は LHD の現実のサイズでのシミュレーション結果である。また *4, *6, *8, *10 は、それぞれ、LHD のサイズを 4 倍、6 倍、8 倍、10 倍としたときのシミュレーション結果を意味している。

3.3 イオン反磁性ドリフト流を考慮した拡張

本節では、反磁性ドリフト流を考慮して拡張した MEGA コードでシミュレーションを行い、標準 MHD シミュレーションとの比較を行っている。 $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性に対する結果を図 3.9, $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性に対する結果を図 3.10 にそれぞれ示す。

標準 MHD と反磁性ドリフト流の拡張を施した MHD のシミュレーション結果を比較すると、 $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性の成長率には変化が生じなかった一方で、 $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性では、 $t = 1.5\text{ms}$ 付近で一時的に成長率が生じている。

交換型不安定性は圧力勾配を駆動源とする不安定性であるため、モードが成長するにつれて圧力分布に変化を生じさせる。 $m/n = 3/2$ の成長に変化が生じた $t = 1.5\text{ms}$ 付近で、 $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性の振幅は最大となっていることから、 $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性によって生じた圧力分布の変化によって $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性にイオン反磁性ドリフト流の効果が出た可能性を考え、圧力分布の変化を調査した。図 3.11 は $t = 0\text{ms}$ のときと $t = 1.7\text{ms}$ のときの圧力分布をそれぞれ表している。 $t = 1.7\text{ms}$ と $t = 0\text{ms}$ を比較すると、規格化半径 $r/a = 0.3$ 付近を中心として、内側の圧力は低下し、外側の圧力は増加している。 $m/n = 2/1$ のモードのピークの位置 $r/a = 0.29$ と圧力分布の変化の中心点は概ね一致している。このような圧力分布の変化は交換型不安定性に特徴的なものである。しかし $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型理想交換型不安定性のピークの位置 $r/a = 0.65$ においては、大きな圧力分布の変化は見られない。そのため、 $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性の成長に変化が生じた理由は、圧力分布の変化以外に別の原因があると考えられる。

3.4 オーム則における電子圧力項の拡張

3.4.1 拡張 MHD と標準 MHD の結果の比較

本項では、オーム則における電子圧力項の拡張を施した MEGA コードでシミュレーションを行い、標準 MHD シミュレーションとの比較を行っている。 $m/n = 2/1$ の理

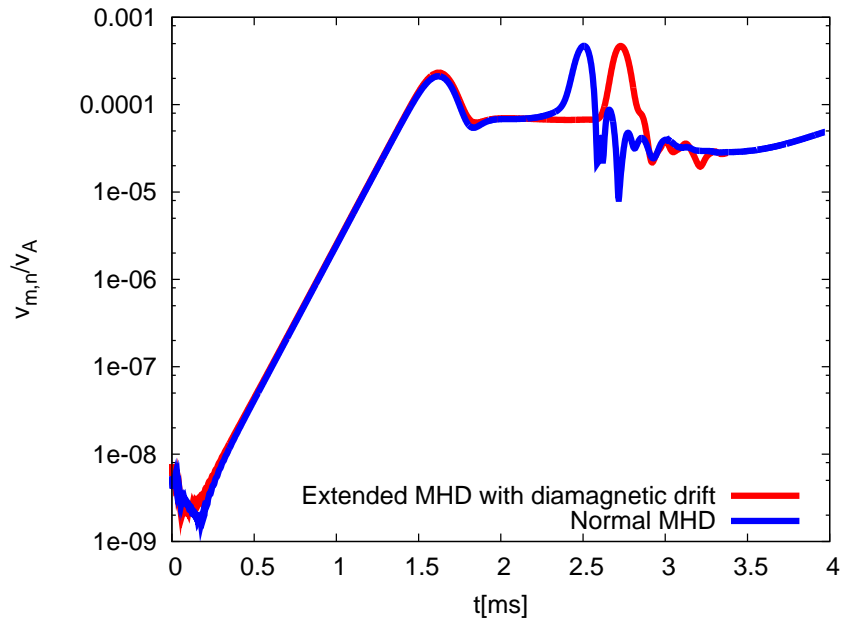


図 3.9: 標準 MHD とイオン反磁性ドリフトを考慮した拡張 MHD における $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性の時間発展の比較.

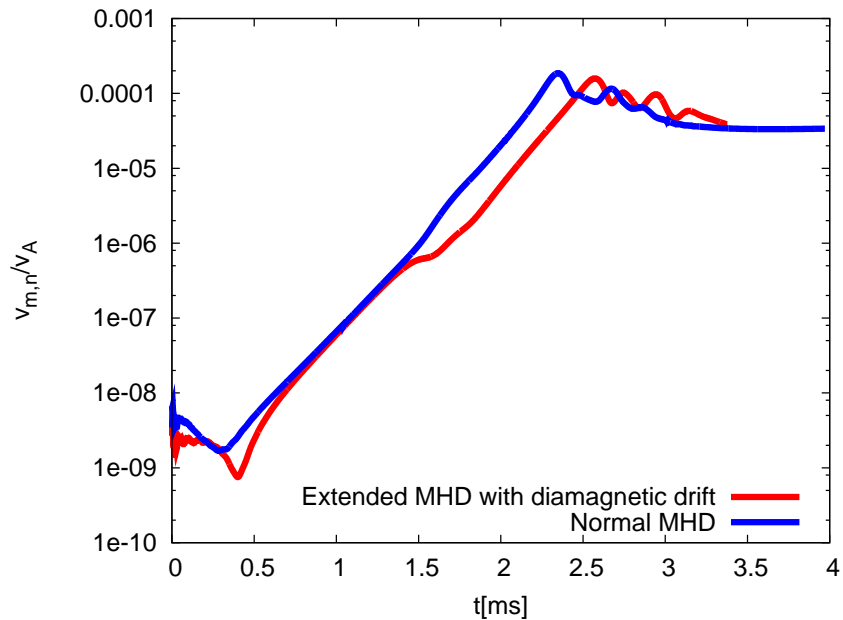


図 3.10: 標準 MHD とイオン反磁性ドリフトを考慮した拡張 MHD における $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性の時間発展の比較.

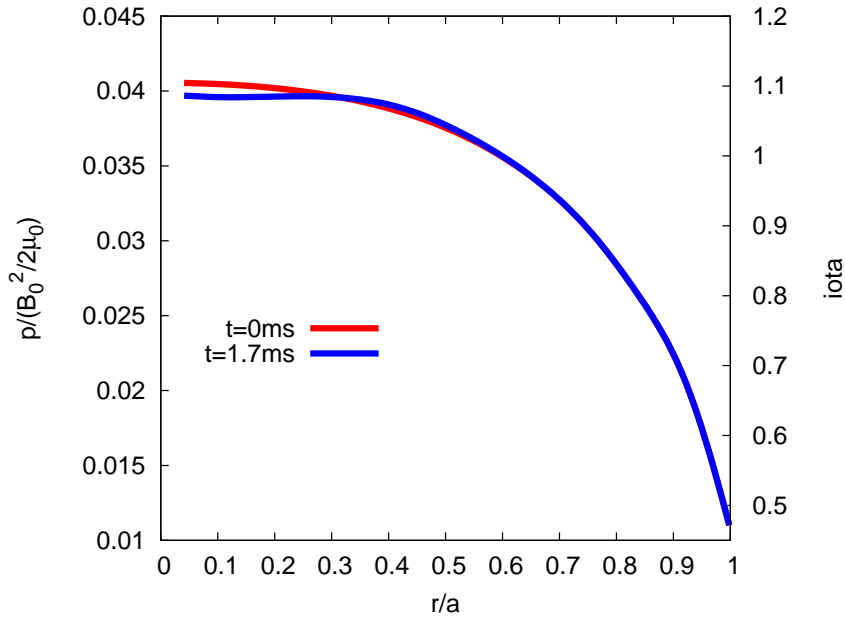


図 3.11: イオン反磁性ドリフト流を考慮した拡張 MHD シミュレーションでの圧力分布の変化.

想交換型不安定性に対する結果を図 3.12, $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性に対する結果を図 3.13 にそれぞれ示す.

標準 MHD とオーム則における電子圧力項の拡張を施した MHD のシミュレーション結果を比較すると, $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性の成長率は拡張を加えた場合わずかに減少した. また $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性は拡張を加えると線形過程において完全に安定化した.

図 3.13 において, $t = 1\text{ms}$ 以降にモードが成長しているのは, 非線形効果が現れたためである. 図 3.14 と図 3.15 はそれぞれ, $n = 1$ と $n = 2$ のモードの MHD 速度分布を表している. このときに支配的なモードの MHD 速度の時間発展は図 3.16 のようになっている. ただし, この図 3.16 における $m/n = 3/2$ のモードの時間発展は, MHD 速度分布のピークの時間発展ではなく $r/a = 0.65$ のものとしている. 図中には各モードの成長率が記されている. まず $m/n = 4/2$ のモードの成長率は $m/n = 2/1$ のモードのおよそ 2 倍であることが分かる. このことから, $m/n = 4/2$ のモードは $m/n = 2/1$ のモードの非線形結合によって発生していると理解できる. また $m/n = 4/2$ のモードと $m/n = 3/2$ のモードの成長率がおおよそ等しい. このことから, $m/n = 3/2$ のモードと

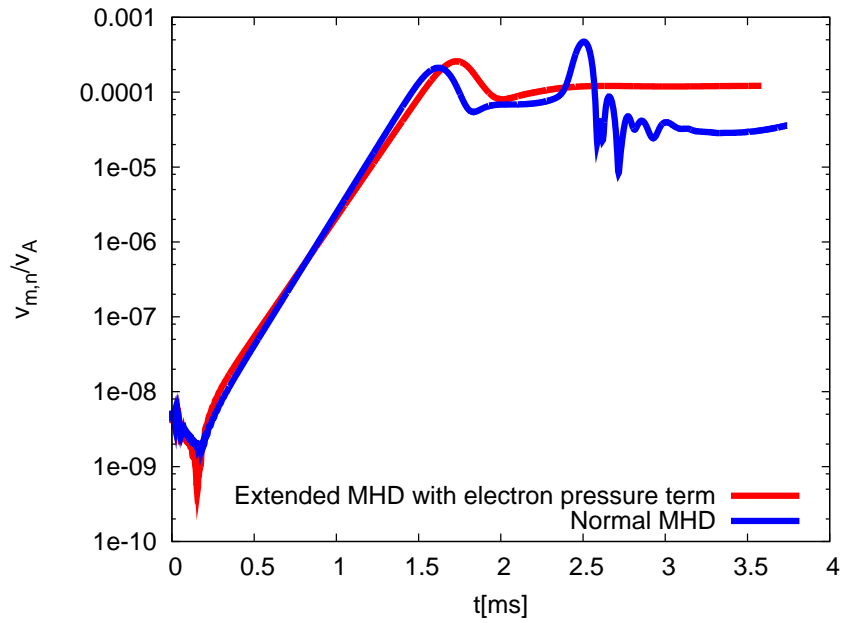


図 3.12: 標準 MHD とオーム則の電子圧力項を考慮した拡張 MHD における $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性の時間発展の比較.

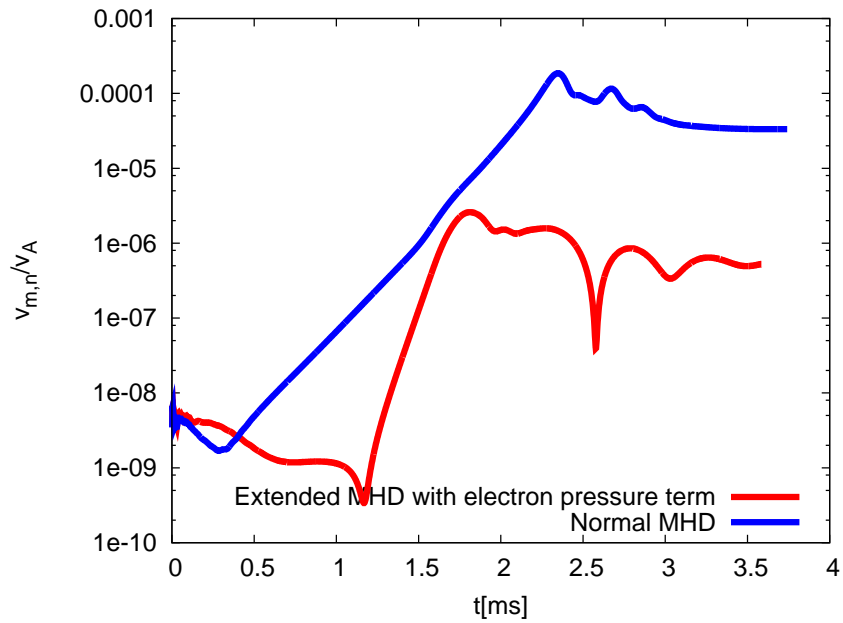


図 3.13: 標準 MHD とオーム則の電子圧力項を考慮した拡張 MHD における $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性の時間発展の比較.

$m/n = 4/2$ のモードは同一の固有モードを形成していると言える。

標準 MHD のシミュレーションと比較して、今回のシミュレーションにおいて $m/n = 3/2$ に対して非線形効果が強く出た理由は、式を拡張する際に磁場の揺動を参照したためであると考えている。すなわち、式 (2.18) の第二項において、勾配 ∇_{\parallel} は磁場の平行方向に限定している。平行方向を定義する際に磁場の揺動も含めたことが、非線形効果が強く出た原因であると考えられる。

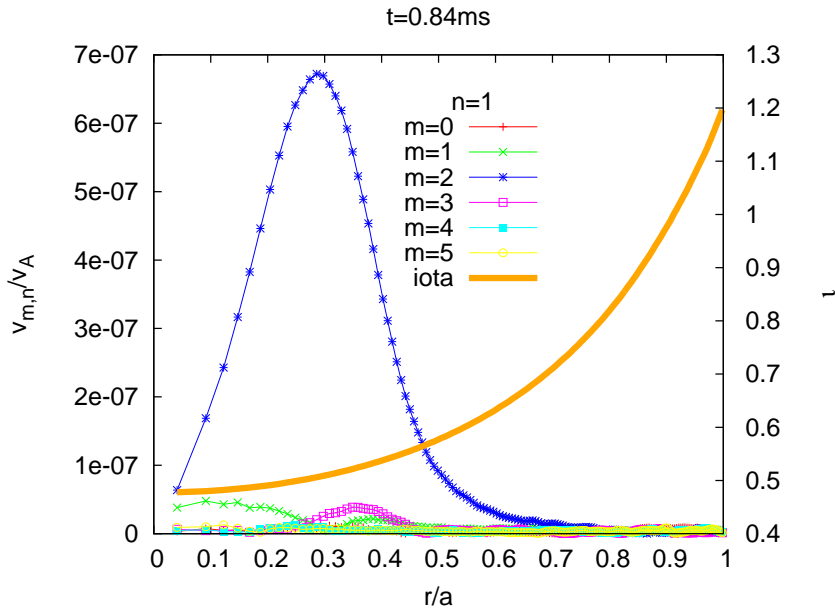


図 3.14: オーム則における電子圧力項を拡張した場合の $n = 1$ モードの MHD 速度分布。時刻は $t = 0.84\text{ms}$ である。

3.4.2 オーム則における電子圧力項の効果を弱めた場合の拡張 MHD シミュレーション

前項において、オーム則における電子圧力項の拡張を施した拡張 MHD のシミュレーションでは $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性が線形過程において完全に安定化する結果が得られた。しかし、完全に安定化したモードを解析し、安定化した原因を追求することは難しい。それを踏まえて本項では、前項で行ったシミュレーションよりも拡張の効果を弱めたシミュレーションを行い、 $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性の成長率を比

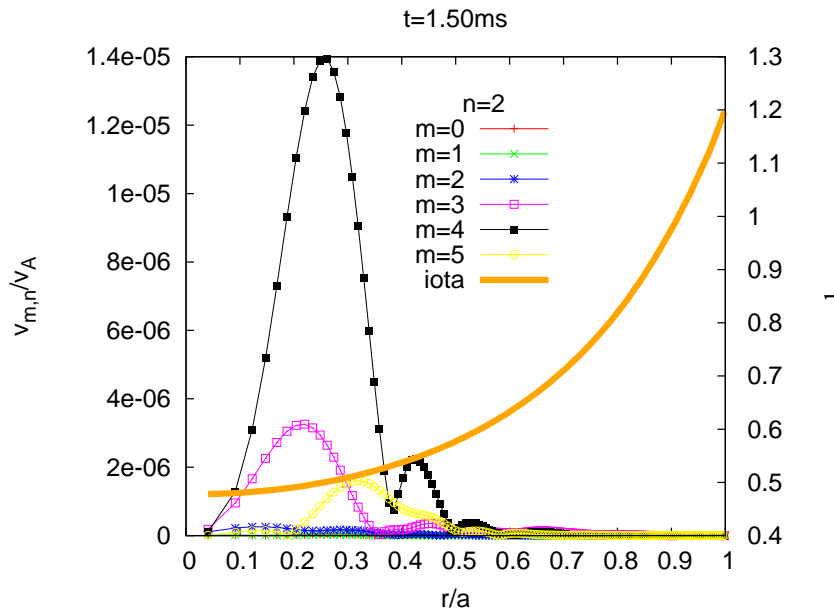


図 3.15: オーム則における電子圧力項を拡張した場合の $n = 2$ モードの MHD 速度分布. 時刻は $t = 1.50\text{ms}$ である.

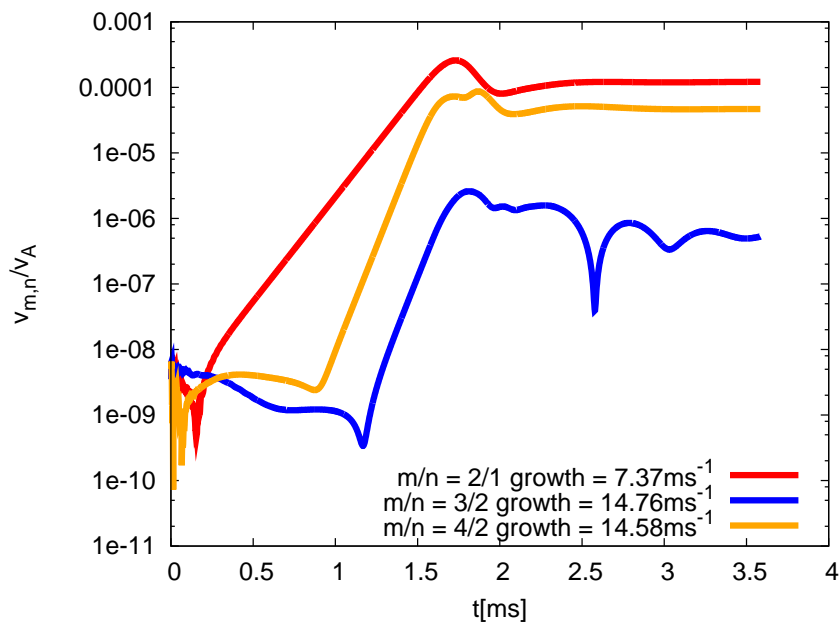


図 3.16: オーム則における電子圧力項を拡張した場合の支配的な MHD 速度揺動成分の時間発展. ただし $m/n = 3/2$ の時間発展は $r/a = 0.65$ のものとしている. 図中の “growth” は成長率を表している.

較した。拡張の効果を弱めるために、本シミュレーションではオーム則における電子圧力項に対して係数 0.5 を掛けて、その大きさを半分になっている。式にして表すと次のようになる。

$$\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} + 0.5 \times \frac{\nabla_{\parallel} p_e}{(-e)n_e} + \eta(\mathbf{j} - \mathbf{j}_{\text{eq}}) \quad (3.1)$$

図 3.17 には、効果を弱めた拡張 MHD のシミュレーションの結果のほか、前項で示した拡張 MHD の結果と標準 MHD シミュレーションの結果 (図 3.13) を記載している。ただし、図中の (weak effect) は効果を弱めた拡張 MHD シミュレーションの結果を意味している。この結果から、電子圧力項の大きさを半分にした場合、 $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性は線形過程において成長することが分かる。この結果を解析し、電子圧力項が抵抗性交換型不安定性を安定化させる理由を調査することを今後の課題とする。

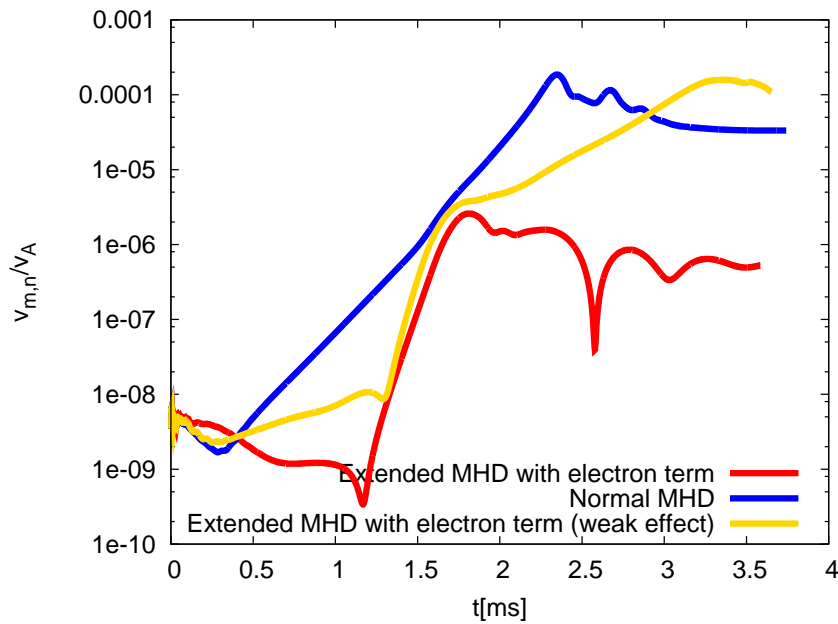


図 3.17: オーム則における電子圧力項の効果を弱めた場合の拡張 MHD シミュレーションと、図 3.13 のシミュレーション結果の比較。

第4章 まとめ

本研究では高エネルギー粒子と電磁流体力学 (MHD) 方程式を連結したハイブリッドシミュレーションを用いて、大型ヘリカル装置プラズマの交換型不安定性に対する高エネルギー粒子と拡張 MHD モデルの効果を調査した。高エネルギー粒子を含まない標準 MHD シミュレーションを最初に実行し、 $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性と $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性が大きな成長率を有する支配的な不安定性であることを確認した。ここで、 m 、 n はそれぞれポロイダルモード数とトロイダルモード数である。これらの不安定性に対する高エネルギー粒子の効果を解明するために、高エネルギー粒子の最高速度が異なる場合と高エネルギー粒子のラーマー半径で規格化した装置サイズが異なる場合について交換型不安定性の成長率を比較した。拡張 MHD モデルに関しては、MHD 運動方程式においてイオン反磁性ドリフトを考慮した場合とオーム則において電子圧力項を考慮した場合についてそれぞれ調査を行った。

高エネルギー粒子とバルクプラズマの合計圧力分布が一定の条件下で、高エネルギー粒子の最高速度が $v_\alpha = 0.958$ の場合には、高エネルギー粒子が存在すると $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性の成長率が減少した。ここで v_α はアルフベン速度で規格化した値である。高エネルギー粒子は交換型不安定性とエネルギーを交換しておらず、この不安定性に対して中立であることがわかった。高エネルギー粒子が存在するとバルクプラズマの圧力が減少することにより、交換型不安定性の成長率が低下すると結論できる。高エネルギー粒子最高速度 v_α をイオンの熱速度と同程度の 0.120 に下げた場合には、高エネルギー粒子による安定化効果は弱まった。また、高エネルギー粒子のラーマー半径で規格化した装置サイズが大きい場合にも安定化効果は弱まることがわかった。

先行研究 [13] において、本研究と類似した結果が得られている。この先行研究ではバルーニングモードと捕捉熱イオンとの相互作用についての研究がなされている。調査の結果、捕捉熱イオンが歳差ドリフトによってバルーニングモードの揺動の正の部分と負の部

分とを行き来するような場合、磁場に対するイオンの垂直圧力の揺動が抑制されて、バルーニングモードの成長率が低下する結果が得られている。これと類似した現象が、今回の交換型不安定性と高エネルギー粒子との間にも起きたのではないかと考えられる。

先行研究において取り扱っていたバルーニングモードは、トロイダルモード数 $n = 10$ 、ポロイダルモード数 $m = 12 - 14$ であり、本研究の交換型不安定性に比べて波長が短い。そのためバルーニングモードは熱イオンの歳差ドリフトでも安定化していた。しかしながら本研究で取り扱っている交換型不安定性はそれよりも波長が長い ($m/n = 2/1, 3/2$) ため、高エネルギー粒子の速度が熱イオンと同程度のときには歳差ドリフト速度が不十分となり、不安定性が安定化しなかったと考えられる。高エネルギー粒子のラーマー半径に対する装置サイズが大きい場合にも、アルフベン速度で規格化した高エネルギー粒子の歳差ドリフト速度が低下することにより安定化効果が弱まったと理解できる。

イオン反磁性ドリフトの拡張を施したシミュレーションと標準 MHD シミュレーションの比較では、 $m/n = 2/1$ の理想交換型不安定性の成長率には変化が見られなかったが、 $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性の時間発展に変化が見られた。オーム則における電子圧力項の拡張を施したシミュレーションでは、 $m/n = 3/2$ の抵抗性交換型不安定性が線形過程において完全に安定化した。

本研究により、高エネルギー粒子が交換型不安定性とエネルギーを交換せず、高エネルギー粒子とバルクプラズマの合計圧力分布が一定の条件下では高エネルギー粒子が存在するとバルク圧力が減少するため、高エネルギー粒子が交換型モードの安定化に寄与することが明らかになった。高エネルギー粒子の最高速度が低い場合と高エネルギー粒子のラーマー半径で規格化した装置サイズが大きい場合には安定化効果が弱まるので、この安定化効果は高エネルギー粒子の歳差ドリフトに起因すると考えられる。大型ヘリカル装置の実験結果に基づいて将来の核融合炉を設計する場合には、圧力駆動型不安定性に対する高エネルギー粒子の効果を慎重に解析することが必要である。また、オーム則において電子圧力項を考慮すると抵抗性交換型不安定性が強く安定化することが明らかになった。これは重要な結果であり、その物理機構を解明することが今後の課題である。

謝辞

本論文を執筆するにあたり多くの方々にお世話になりました。この場をお借りして、改めて謝辞を述べさせていただきます。指導教官の藤堂泰先生には、本論文をまとめるにあたり、様々なご助言を頂きました。また研究以外にも、大学院における生活において、多くのご指導をいただきました。心よりお礼申し上げます。核融合科学研究所の WANG Hao 先生には、グループミーティングにおいて数多くの有益なコメントを頂きました。深く感謝いたします。また、高瀬雄一先生、江尻晶先生、辻井直人先生には、私が柏キャンパスにいたときに、公私にわたって広く面倒を見ていただきました。心より感謝いたします。最後となりますが、柏キャンパス、核融合科学研究所で出会った数々の方々、友人たち、先輩方に、感謝の意を表します。

参考文献

- [1] 宮本健郎 プラズマ物理・核融合 東京大学出版会 (2004)
- [2] 核融合科学研究所 <http://www.nifs.ac.jp>
- [3] A. Iiyoshi *et al.*, *Nucl. Fusion* **39** 1245 (1999)
- [4] Francis F. Chen *Introduction to plasma physics* Plenum Press (1974)
- [5] 岡本正雄 核融合プラズマ物理の基礎-II NIFS-PROC-31 (1997)
- [6] R. J. Goldston, *et al.*, *Introduction to plasma physics*, Institute of Physics Publishing (1995)
- [7] H. Yamada *et al.*, *Nucl. Fusion* **51** 094021 (2011)
- [8] N. Nakajima *et al.*, *Nucl. Fusion* **46** 177 (2006)
- [9] H. Miura and N. Nakajima *Nucl. Fusion* **50** 054006 (2010)
- [10] M. Sato *et al.*, *Nucl. Fusion* **57** 126023 (2017)
- [11] H. Miura, F. Hamada and A. Ito *Nucl. Fusion* **57** 076034 (2017)
- [12] K. Ichiguchi *et al.*, *Plasma Fusion Res.* **11** 2403035 (2016)
- [13] M. Sato and Y. Todo *Nucl. Fusion* **59** 094003 (5pp) (2019)
- [14] J. Pinon *et al.*, *Plasma Phys. Control. Fusion* **60** 075007 (12pp) (2018)
- [15] K.Y. Watanabe *et al.*, *Nucl. Fusion* **45** 1247 (2005)
- [16] P. Zhu, A. Bhattacharjee, K. Germaschewski *Phys. Rev. Lett.* **96** 065001 (2006)

-
- [17] P. W. Xi *et al.*, *Nucl. Fusion* **53** 113020 (2013)
- [18] Y. Todo and T. Sato *Phys. Plasmas* **5** 1321-7 (1998)
- [19] Y. Todo, K. Shinohara, M. Takechi, and M. Ishikawa *Phys. Plasmas* **12** 012503 (2005)
- [20] Y. Todo *Phys. Plasmas* **13** 082503 (2006)
- [21] A. M. Dimits and W. W. Lee *J. Comput. Phys* **107** 309 (1993)
- [22] S. E. Parker and W. W. Lee *Phys. Fluids B* **5** 77 (1993)
- [23] K. Harafuji, T. Hayashi, and T. Sato *Comput. Phys.* **81** 169 (1989)
- [24] Y. Suzuki, N. Nakajima, K. Watanabe, Y. Nakamura and T. Hayashi *Nucl. Fusion* **46** L19 (2006)
- [25] A. H. Boozer *Phys. Fluids* **26** 1288-91 (1983)
- [26] R. D. Hazeltine and Meiss J. K. *Plasma Confinement* Reading, MA: Addison-Wesley (1992)
- [27] Y. Todo *et al.*, *Nucl. Fusion* **55** 073020 (2015)