

東京大学大学院 新領域創成科学研究科
社会文化環境学専攻

2019年度 修士論文

残響室における音響透過損失計測の
数値予測に関する研究

Numerical analysis on the transmission loss measurement
in reverberation rooms

2020年1月20日提出
指導教員 佐久間 哲哉 准教授

山崎 泰知
Yamasaki, Yasutomo

(余白)

目次

第 1 章	序論	5
1.1	研究の背景	5
1.1.1	透過損失計測に関する JIS・ISO 規格についての背景	6
1.1.2	室間レベル差・音響透過損失に関する既往研究	6
1.2	研究の目的	8
1.3	論文の構成	8
1.4	使用計算機・プログラミング言語・ライブラリ	9
第 2 章	有限要素法による音響振動連成解析	11
2.1	緒言	11
2.1.1	音場・振動場の数値解析法の概説	11
2.1.2	積分方程式導出のための基礎事項	12
2.2	音場解析	13
2.2.1	音場の基礎方程式	13
2.2.2	音場の境界条件	13
2.2.3	弱形式化	14
2.3	膜振動場の有限要素解析理論	17
2.3.1	膜振動場の基礎方程式	17
2.3.2	弱形式化	17
2.4	音響振動連成系の取り扱い	20
2.5	要素積分の評価	23
2.5.1	内挿関数とその微分形	23
2.5.2	Gauss-Legendre 積分による面積分・体積分の評価	27
2.6	有限要素解析におけるポストプロセスでの処理について	29
2.6.1	任意点の自然座標の算出法	29
2.6.2	節点の粒子速度・音響インテンシティの算出法	30
2.6.3	面を通過する音響パワーの算出法	32
第 3 章	直方体残響室における透過損失計測に関する検討	33
3.1	緒言	33

3.2	理論解析に基づく室間音圧レベル差に関する現象把握	33
3.2.1	圧力場における理論	33
3.2.2	1次元モード場における理論	36
3.2.3	3次元モード場における理論	48
3.2.4	室寸法が室間レベル差に与える影響	52
3.3	数値解析での計測の模擬方法	55
3.3.1	等価吸音面積の算出方法	55
3.3.2	透過損失の算出方法	57
3.4	試料面積および開口位置が透過損失に及ぼす影響	59
3.4.1	解析条件	59
3.4.2	有限要素法における平均二乗音圧の算出	64
3.4.3	結果と考察	65
3.5	まとめ	74
第4章	不整形残響室における透過損失計測に関する検討	75
4.1	緒言	75
4.2	基本解析条件について	75
4.2.1	解析条件	75
4.2.2	結果と考察	81
4.3	ニッシュ効果に関する検討	89
4.3.1	解析条件	89
4.3.2	結果と考察	90
4.4	音源・受音室の対称性に関する検討	92
4.4.1	解析条件	92
4.4.2	結果と考察	93
4.5	室の吸音性の影響に関する検討	97
4.5.1	解析条件	97
4.5.2	結果と考察	99
4.6	まとめ	108
第5章	統括	109
5.1	研究の成果	109
5.2	今後の課題	110
図目次		113
表目次		115
参考文献		117

第1章

序論

1.1 研究の背景

近年、種々の産業において個々人の生活の質の向上が目指されている。また本来の製品の性能とは別に、そうした質の向上が付加価値として認識され、人々の購買行動に影響を与えやすくなっていると考えられる。例えば、自動車産業においては、燃費などの自動車の主たる性能以外にも、走行音やサイン音など音のデザインも人々の関心を集めており、設計者が考慮する必要性が高まっている [1]。このような流れは建築学の分野でも例外ではなく、特に空気、熱、光、音などの環境の向上はより重要になっており、社会的要求も高まっているといえる。例えば日本では 1999 年に住宅の品質確保の促進等に関する法律が制定され、住宅性能表示制度が開始された。この中には任意ではあるものの、音環境に関する項目として隣戸間遮音性能などの項目が設定されている。本制度を適用しない場合においても、遮音性能に関する現場品質の管理のため、設計目標値を定めた上で、各現場の竣工段階で性能確認を行うケースが増えている。また材料開発においてもこうした要求に応えるため、音響材料の軽量化、薄型化、高性能化、低コスト化が必要不可欠になっており、コンピューターを用いたシミュレーションも活用しつつ新規開発が進められている。

このように遮音性能を数値化し、比較検討を行うことはますます重要になってくると考えられる。ところで音響材料性能は、材料が実際に空間に設置された際に呈する空間性能と、理想条件で呈する部材固有の性能である部材性能に大別することができる。現場測定では前者、実験室測定では主に後者の測定を想定しており、どちらも JIS, ISO において規格化されており、既に多く用いられている。特に様々な利用状況を想定した材料開発では、部材性能の設計及び測定が重要であると考えられる。しかしながら、実験室測定において規格に沿った測定を行なっても、試験室内及び試験室間再現性に課題があることが知られている。長年に渡り、多くの変動要因について検討がなされているが、未だこれらは材料開発・運用における大きな障害となっている。また、性能評価を必要とする建築部材も、界壁などの大面積の部材からドアや窓、さらには換気口などの部材と空間スケールが大きく、JIS, ISO でもそれぞれ測定法が規格化されてはいるものの、試料面積が小さい場合に測定される透過損失の挙動については明らかになっていない点も多い。このような変動要因に関する知見が不足していることは材料開発の性能試験の精度や信頼性の低下に繋がりがねず問題である。

1.1.1 透過損失計測に関する JIS・ISO 規格についての背景

遮音性能の測定法の規格としては、1960年に ISO/R 140 として、床衝撃音、空気音遮断性能の現場、実験室での測定方法が規定されたのが始まりである。このときは R (Recommendation) の通り、推奨規定でしかなかったが、1978年に ISO140 として正式規格となった。このうち実験室測定法に関しては、最初に ISO/R として規格化された際から、室容積を 50 m^3 以上とするように定められている。これは、住宅の隣戸間界壁を想定しており、また実験室の容積としても住宅の居室等の室容積程度、形状が適当であるというところから決められている。また、子安はこれについて「この考え方を更に推し進めていくと、2つの残響室の間の壁面全体が試験体になるのが望ましく、このためにはむしろ 50 m^3 程度の室が適当であるということになる」と述べている [2]。これらの考えより、通常 ISO 規格に準拠した空気音遮断性能の測定では、内部を適度に吸音した直方体の残響室を用いることがほとんどである。なお、2010年にこの規格は再構成され、空気音遮断性能の実験室測定法に関する規格は ISO 14140 シリーズとなっている。

一方、日本では 1968 年以降、1960 年に規定された ISO/R を発展させ、JIS 規格とすることとして検討が進められ [3]、1975 年に最初に JIS A1416 (実験室における建築部材の空気音遮断性能の測定方法) が規定された。この時、室容積は、音場の拡散性を重視して 100 m^3 以上と定められ、2000 年に 50 m^3 以上の試験室を ISO と整合した Type II 試験室として分離するまで、ISO との整合は取られないことになった。なお、現在においても材料などの一般的な遮音性能を表す指標として音響透過損失を測定する場合には、原則として Type I 試験室を用いることとなっている。Type I 試験室を用いた空気音遮断性能を測定する際は、不整形残響室で行われることが多く、また両室の容積が 10% 以上異なっていることが推奨されている。

しかしながら、これらの Type I 試験室と Type II 試験室との結果を直接比較した例はあまり多くない。例えば工藤が石膏ボード二重壁について実測で比較研究を行った例がある [4]。また、これらの試験室内及び試験室間再現性に関する検討も多くないが、試験機関が試験室内再現性について実験的に測定した例がある [5]。

1.1.2 室間レベル差・音響透過損失に関する既往研究

音響性能の一つである遮音性能の測定方法についての研究は古く、音響研究の黎明期から続けられている。1910 年代には W. C. Sabine が既に拡散音場での残響、吸音理論を用いて透過損失測定の基礎的な研究を Riverbank Laboratories にて行っていたことを、P. E. Sabine が明らかにしており、これらの実験結果を後に公開している [6, 7]。詳細な理論的な裏付けを行ったのは E. Buckingham で、彼は現在 JIS, ISO で規定されている実験室での透過損失の算出式を導いた [8]。V. L. Chrysler らが行っていた実験は、 50 m^3 程度の直方体室で行われていたが、拡散音場実現のため音源であるスピーカーを 1.5 m 程度の半径で回転させ、平均音圧レベルは時間平均をとるなどの処置がなされていた [9]。透過損失計測の黎明期においては、居室の隔壁の透過損失の測定に重点をおいており、現代の準透過損失の計測に近かったと考えられる。これが上記の ISO の基準の基底にある考えとして取り入れられている可能性がある。また、A. London による実験で壁面近傍では一様な音圧レベルにならない事が明らかになっており、彼は受音室側を試料表面の音圧レベルを計測することによってこれを解決しようとした [10]。後の 1955 年に

Waterhouse が拡散音場においても壁面近傍では音響エネルギー密度は高くなるとする Waterhouse 効果を理論的に導いている [11]。このように拡散音場仮定における透過損失計測では、壁面近傍は評価点にしないが、室内の平均音圧レベルを求めたい場合は、壁面近傍も含めた評価が必要となる。

また、測定法に伴ってその予測法についての研究もなされており、古くは A. London が無限大単層壁のランダム入射透過損失に関する理論を示した [12]。その後、E. C. Sewell が無限大バフルに取り付けられた有限大板の透過損失について理論を示した [13]。これらは、試料のモードのみを考慮している。一方、室のモードをも考慮する理論としては、A. J. Pretlove や R. W. Guy らが部屋の一面に板が取り付けられた際の連成理論を示しており [14, 15]、その後、L. Gagliardini らや T. Bravo らが2つの部屋とその間に取り付けられた板材についての理論を示している [16, 17]。Kropp らは、低音域の空間遮音性能についてモード場理論を用いて考察し、室のモード密度が小さい低音域において室のモードマッチングや音源位置によりモードの励起条件が変わることで遮音性能が変わることを示している [18]。また、薄膜に区切られたモード音場の固有周波数については、Sakuma らが固有値解析を行い求めた例がある [19]。

一方、拡散性を重視した不整形残響室での透過損失測定は、1960 年初頭には既にいくつか行われている [20, 21]。日本でも 1957 年に小林理学研究所に残響室法吸音率測定用の不整形残響室が建設されたのに続き、1960 年に空気音遮断性能測定用の連結残響室が完成した。これらの建設にあたり佐藤らが室容積や形状に関する検討を行っている [22, 23]。これらをはじめとして特に残響室吸音率に与える残響室の影響については、様々な手法を用いて研究が行われている。例えば、E. Toyoda らは室形状や拡散板配置が残響室吸音率に与える影響について幾何音響シミュレーションによって解析を行っている [24]。さらに、残響室吸音率の測定での試験室間再現性について、Hasan らが有限要素法によって数値解析的に検討している [25]。また直方体残響室の例ではあるが、D. T. Bradley らは、吊し型と境界型の拡散板の残響室吸音率での比較を模型実験によって行っている [26]。これらの吸音率測定に関する研究がある一方で、透過損失計測の数値解析では、會田らがコンクリート壁を対象に有限要素解析による測定の模擬を行った例 [27] や、朝倉らが時間領域有限差分法による単複層壁の解析を行った例 [28] などがある。しかしながら、これらの研究は実測結果との比較に重きをおいており、室形状や拡散板の位置が透過損失に与える影響について研究した例は多くない。

1.2 研究の目的

上述の通り、これまでの研究では実測結果と数値計算との対応、比較を重視していることが多いため、試料を板材を中心とした音響振動連成を行っている研究が多く見られるが、残響室-残響室法から得られる測定値がどのような挙動を示しうるのかについての理論的、数値解析的な考察はこれまで十分でないのが現状である。特に、実測値と計算値が対応したとしてもそれを現場で用いて予測可能な状況とは未だ言えず、また実験室測定法の値についてはも低周波数帯域では理論的な裏付けがなされていない。また、空気音遮断性能の実験室測定法については、特に試験室間再現性に関する検討が少なく、試験室の形状や容積が測定値に与える影響については十分な知見が得られていない。こうした背景から、本研究の目的を大きく二つ設定する。

- 直方体室における理論解析を行うことで、室間音圧レベル差がどのような挙動を示すのか、またそれに影響する要因についての知見を得ること
- 直方体室及び不整形残響室において、数値解析によるケーススタディを実施することで、試験室間再現性に影響を与える要因について、その程度と原因に関する知見を得ること

これらの目的を達成することによって、試験室間及び試験室内再現性の観点から残響室-残響室法による透過損失の測定法の改善や試験室間の補正方法開発へ寄与することができ、ひいては実験室測定値から実現場での性能予測の精度向上に繋がると考えている。

1.3 論文の構成

以下に論文の構成を示す。

第一章では、研究の背景、既往関連研究及び既存の数値解析手法の概観を行った上で、本研究の目的について述べる。また、本論文の構成について示す。

第二章では、本研究の基礎となる音場・膜振動場解析の有限要素解析理論について述べる。第一節では音場の有限要素解析理論について、第二節では膜振動場の理論について述べる。第三節では音響振動連成系の取り扱いについて述べる。また、第四節では有限要素解析におけるポストプロセスで本研究に必要な処理の手法について述べる。

第三章では、直方体残響室における透過損失計測に関する検討を行う。第一節で概説を行い、第二節では圧力場及びモード張理論に基づき薄膜を挟む室間の音圧レベル差の現象を把握し、室寸法の影響について考察する。第三節では、数値解析での音響透過損失の模擬方法について述べ、第四節では第三節の手法に基づいて、試料面積及び開口位置が透過損失に及ぼす影響について考察を行う。

第四章では、不整形残響室における透過損失計測に関する検討を行う。第一節で概説を行い、第二節では不整形残響室におけるニッシュ効果に関する検討を行う。第三節では、音源及び受音室の対称性が、また第四節では、室の吸音性が透過損失計測に与える影響について考察を行う。

第五章で得られた知見を整理し、今後の展望について述べる。

1.4 使用計算機・プログラミング言語・ライブラリ

計算機については特に断りのない限り、Table 1.1 のものを使用している。使用言語は Fortran 2003, intel 社製のコンパイラ (ifort) 及びライブラリ (MKL Library) を用いている。また、比較的演算負荷の高い行列-行列積や行列方程式の求解は OpenMP 並列化されたものを用いている。

ただし、透過損失の算出などの計算負荷が小さい処理については、汎用ノート PC を使用した。仕様を Table 1.2 に示す。この時の使用言語は、Fortran 2003 もしくは MATLAB で、Fortran 2003 を使用する場合は intel 社製のコンパイラ (ifort) 及びライブラリ (MKL Library) を用いている。

また、有限要素モデルの作成では、メッシュ作成ソフトウェア Gmsh[29] を使用している。

Table 1.1: CPU and RAM specification of the machine used in this thesis for high cost computation

CPU:	Intel Xeon E5-4610 (6 core / 2.4 GHz / 15 MB / QPI7.2GT / 95 W)	Equipped 4 CPUs Total 24 cores, 48 threads
Memory:	16GB (DDR3-1333 ECC Registered 2 Rank)	8 slot / 1CPU Total 512GB

Table 1.2: CPU and RAM specification of the machine used in this thesis for low cost computation

CPU:	Intel Core i5-4288U (2 core / 2.6 GHz / 3 MB / 28 W)	Equipped 1 CPU Total 2 cores, 4 threads
Memory:	8GB (DDR3L)	1 slot / 1CPU Total 8GB

第2章

有限要素法による音響振動連成解析

2.1 緒言

2.1.1 音場・振動場の数値解析法の概説

音場，振動場の予測手法はこれまでに数多くの研究が行われており，一般に既往の音場解析手法は音の波動性を無視した幾何音響的手法と音場，振動場の偏微分方程式に基づく波動音響学的手法に大別される。

幾何音響学的手法は，鏡像法，音線法に代表される。前述の通り，音波が持つ散乱，回折などの波動的性質を無視し，幾何学的反射のみで音波のエネルギーが伝搬されると仮定し，エネルギーの次元で過渡応答を算出するものである。後述する波動音響学的手法と比べ計算コストが圧倒的に少なく商用利用例も多いが，計算結果の妥当性や信頼性については十分に吟味する必要がある。その一方，波動音響学的手法は，近年の急速な計算機資源の増加に伴って用いられるようになった手法で，音響分野では有限差分法，有限要素法，境界要素法の3手法が主な手法として広く用いられている。主に有限差分法は時間領域における過渡応答を算出する方法である時間領域有限差分法（Finite Differential Time Domain Method: FDTD法）として用いられる。他の2つの手法は時間領域及び周波数領域どちらも用いられるが，境界要素法では周波数領域解析が主流である。

本論文では，波動音響学的な数値解析手法として主に有限要素法での周波数領域解析を用いているが，その理由として以下の項目が挙げられる。

- 低音域の解析も行うため，波動的性質の影響が大きく幾何音響学的手法は適切でないと考えられること
- FDTD法に比べ，曲面など任意の領域でも解析が容易であること
- 比較的大規模な音場解析を想定するため，密行列となる境界要素法は計算機資源の観点から不利であること
- 時間領域の解析に対して，境界などの周波数依存性の導入が容易であること
- 音響・振動を含め多くの問題に適用可能であり，それらの連成が比較的容易であること

ただし，本研究では比較的大空間の単一の場合からなる領域部分を解析する必要があるため，高速多重極境界要素法 [30] と有限要素法の結合解法が計算効率の観点からは最も有効であることが期待されるが，現状

は研究開発段階である。また、以上で挙げたような手法上の欠点を補う研究も盛んに行われていることに留意しなければならない。

本章では、本研究で用いた有限要素法についてその理論について2.5節までで述べ、2.6節では有限要素法におけるポストプロセス（後処理）について本研究で用いた手法について述べる。

2.1.2 積分方程式導出のための基礎事項

ここでは、有限要素法の導出に必要な定理や前提などについて述べる。

■時間因子と空間微分に関する演算子 本論文では定常状態における音場・振動場の解析を行う。この時、時間因子は一貫して $\exp(j\omega t)$ を採用することとした。

スカラー場 B に対する勾配及びベクトル場 $\mathbf{A}(A_x, A_y, A_z)$ の発散をあらわす演算をそれぞれ以下のように書く

$$\text{grad}B = \nabla B = \frac{\partial B}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial B}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial B}{\partial z} \mathbf{e}_z \quad (2.1)$$

$$\text{div}\mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (2.2)$$

ただし、 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ はそれぞれ x, y, z 軸方向の単位ベクトルである。

■発散定理 境界 ∂D で区切られる領域 D におけるベクトル場 \mathbf{A} において、以下の発散定理が成り立つ。

$$\int_D \text{div}\mathbf{A} dV = \oint_{\partial D} \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.3)$$

ただし、 \mathbf{n} は境界における外向き法線方向ベクトルである。発散定理の意味するところは、領域内における湧き出しの総和は境界における流出の和に等しい、ということである。

発散定理において $\mathbf{A} = \phi \nabla \psi$ とおくと、Green の第一恒等式は次式のようにかける。

$$\int_D (\text{grad}\phi \cdot \text{grad}\psi + \phi \nabla^2 \psi) dV = \oint_{\partial D} \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} dS \quad (2.4)$$

ここで $\frac{\partial}{\partial n}$ は境界における法線方向微分を表す。また、同様に発散定理において $\mathbf{A} = \phi \nabla \psi - \psi \nabla \phi$ とおくと、Green の第二恒等式は次式のようにかける。

$$\int_D (\phi \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \phi) dV = \oint_{\partial D} \left(\phi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) dS \quad (2.5)$$

2.2 音場解析

2.2.1 音場の基礎方程式

均質かつ粘性の無い空気中を音波が伝搬する時、以下の連続の式及び運動方程式が成り立つ。

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\kappa \operatorname{div} \mathbf{v} \quad (2.6)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\operatorname{grad} p \quad (2.7)$$

ただし、 p :音圧、 \mathbf{v} :粒子速度ベクトル、 κ :体積弾性率、 ρ :空気密度である。これより、音圧に関して以下の波動方程式が成り立つ。

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.8)$$

空気中の音速 c は $c = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}}$ で表される。

ここで、調和振動を仮定すると、流体中の Helmholtz 方程式が以下のように書ける。

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (2.9)$$

2.2.2 音場の境界条件

空気中の定常音場において粒子速度 \mathbf{v} は運動方程式, Eq. (2.7) より以下のようにかける。

$$\mathbf{v} = -\frac{1}{j\omega\rho} (\operatorname{grad} p) \quad (2.10)$$

この時、単位ベクトル \mathbf{r} 方向への粒子速度は次のように表される。

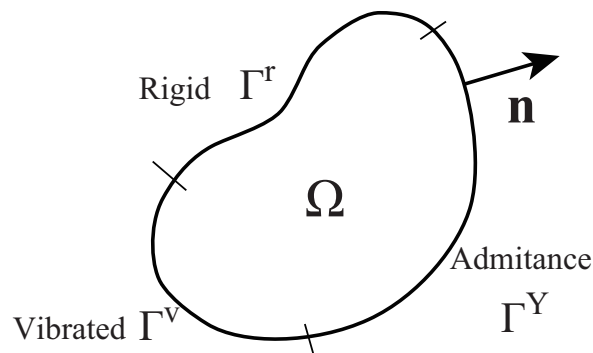


Fig. 2.1: Analytical model for acoustic field.

$$\begin{aligned}
v_r &= \mathbf{v} \cdot \mathbf{r} \\
&= -\frac{1}{j\omega\rho}(\text{grad}p) \cdot \mathbf{r} \\
&= -\frac{1}{j\omega\rho} \frac{\partial p}{\partial r}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

音場の境界では局所作用が成り立つものとし、実際の音場との対応から境界 Γ について剛壁境界 Γ^r 、アドミタンス境界 Γ^Y 、振動境界 Γ^v の3種類を考慮する。各々の境界では境界面外向き法線方向の粒子速度 v_n が以下の式を満たすものとする。

$$v_n = \begin{cases} -v^f & (\text{on } \Gamma^v) \\ \beta p & (\text{on } \Gamma^Y) \\ 0 & (\text{on } \Gamma^r) \end{cases}$$

ただし、 v^f : 内向き法線方向振動速度、 β : 法線方向音響アドミタンスである。これより、境界面における音圧の法線方向傾度について各々の境界条件は以下のようにかける。

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \begin{cases} j\omega\rho v^f & (\text{on } \Gamma^v) \\ -jk\beta_n p & (\text{on } \Gamma^Y) \\ 0 & (\text{on } \Gamma^r) \end{cases} \tag{2.12}$$

β_n は法線方向比音響アドミタンス比である。

2.2.3 弱形式化

■弱形式化 ここでは重み付き残差法に基づき、支配方程式を弱形式に変形する。Eq. (2.9) に重み関数 δp を乗じ、領域内部全体で積分する。

$$\int_{\Omega} \delta p (\nabla^2 p + k^2 p) dV = 0 \tag{2.13}$$

上式第一項は、Green の第一恒等式を適用し下式のように変形できる。

$$\int_{\Omega} \delta p \nabla^2 p dV = - \int_{\Omega} (\text{grad} \delta p \cdot \text{grad} p) dV + \int_{\Gamma} \delta p \frac{\partial p}{\partial n} dS \tag{2.14}$$

Eq. (2.14) を Eq. (2.13) に代入すると以下のように弱形式の積分方程式が得られる。

$$\int_{\Omega} (\text{grad} \delta p \cdot \text{grad} p) dV - k^2 \int_{\Omega} \delta p p dV - \int_{\Gamma} \delta p \frac{\partial p}{\partial n} dS = 0 \tag{2.15}$$

さらに上式第三項に境界条件 Eq. (2.12) を適用すると、非連成音場について以下の積分方程式が成り立つ。

$$\int_{\Omega} (\text{grad} \delta p \cdot \text{grad} p) dV - k^2 \int_{\Omega} \delta p p dV + jk\beta_n \int_{\Gamma^Y} \delta p p dS - j\omega\rho_0 \int_{\Gamma^v} \delta p v^f dS = 0 \tag{2.16}$$

■積分方程式の離散化 ここでは Eq.(2.16) にガラーキン法を適用し、数値的に解くことができる形式に変形する過程を示す。積分領域を N 個の要素に分割し、各要素内について Eq. (2.16) を評価し、領域全体でその影響を重ね合わせることを考える。ここで、ある要素内の任意点で音圧 p は要素節点における値 p_i と内挿関数 N_i を用いて次式で近似する。

$$p = \sum_i N_i p_i \quad (2.17)$$

ここで $\{\mathbf{N}\}$, $\{\mathbf{p}_e\}$ なるベクトルを次式のように定義する。

$$\{\mathbf{N}\} = \{N_1, N_2, N_3, \dots, N_I\} \quad (2.18)$$

$$\{\mathbf{p}_e\} = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_I\}^T \quad (2.19)$$

これらを用いると、Eq. (2.17) は次式のようにベクトルの内積として表すことができる。

$$p = \{\mathbf{N}\} \cdot \{\mathbf{p}_e\} \quad (2.20)$$

さらに、ガラーキン法では重み関数 δp の内挿を試験関数と同一にとる。

$$\delta p = \{\mathbf{N}\} \cdot \{\delta \mathbf{p}_e\} \quad (2.21)$$

以上の関係を用い、Eq. (2.16) を各要素内におけるマトリックス形式として表す過程を以下に示す。

■要素マトリックスの導出 まず、ある要素 e について Eq. (2.16) の第一項は

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \nabla \delta p \cdot \nabla p dV &= \int_{\Omega_e} \nabla \left(\sum_i N_i \delta p_i \right) \cdot \nabla \left(\sum_j N_j p_j \right) dV \\ &= \int_{\Omega_e} \left(\sum_i \frac{\partial N_i}{\partial x} \delta p_i \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial x} p_j + \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial y} \delta p_i \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial y} p_j + \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial z} \delta p_i \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial z} p_j \right) dV \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}^a]^T [\mathbf{B}^a] dV \{\mathbf{p}_e\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{K}_e^a] \{\mathbf{p}_e\} \end{aligned} \quad (2.22)$$

となる。ここで、 $[\mathbf{B}^a]$ 及び $[\mathbf{K}_e^a]$ はそれぞれ歪みマトリックス、剛性マトリックスと呼ばれ、以下のよう定義される。

$$[\mathbf{B}^a] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial N_I}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \cdots & \frac{\partial N_I}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \cdots & \frac{\partial N_I}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$[\mathbf{K}_e^a] = \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}^a]^T [\mathbf{B}^a] dV \quad (2.24)$$

続いて、Eq. (2.16) 第二項における積分項は

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega_e} \delta p p dV &= \int_{\Omega_e} \left(\sum_i N_i \delta p_i \right) \cdot \left(\sum_j N_j p_j \right) dV \\
&= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Omega_e} \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dV \{\mathbf{p}_e\} \\
&= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{M}_e^a] \{\mathbf{p}_e\}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

となる。ここで、 $[\mathbf{M}_e^a]$ は慣性マトリックスと呼ばれ、以下のように定義される。

$$[\mathbf{M}_e^a] = \int_{\Omega_e} \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dV \tag{2.26}$$

次に、Eq. (2.16) 第三項はインピーダンス境界に関する項であり、

$$\begin{aligned}
\beta_0 \int_{\Gamma_e} \delta p p dS &= \int_{\Gamma_e} \left(\sum_i N_i \delta p_i \right) \cdot \left(\sum_j N_j p_j \right) dS \\
&= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \beta_0 \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dS \{\mathbf{p}_e\} \\
&= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{C}_e^a] \{\mathbf{p}_e\}
\end{aligned} \tag{2.27}$$

と表せる。ここで、 $[\mathbf{C}_e^a]$ は一般に減衰マトリックスと呼ばれ、以下のように定義される。

$$[\mathbf{C}_e^a] = \beta_0 \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dS \tag{2.28}$$

最後に第四項は振動境界に対する項であり、外力条件や弾性体、板などの変位や速度により記述される振動場との連成条件を表す項である。ここでは一定速度 $v(\Gamma_e)$ で駆動される境界を考える。この時、第四項における積分項は

$$\begin{aligned}
\int_{\Gamma_e} \delta p v^f dS &= \int_{\Gamma_e} \left(\sum_i N_i \delta p_i \right) dS v(\Gamma_e) \\
&= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T v(\Gamma_e) dS \\
&= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \{\mathbf{Q}_e^a\} v(\Gamma_e)
\end{aligned} \tag{2.29}$$

となる。ここで、ベクトル $\{\mathbf{Q}_e^a\}$ は以下のように定義される。

$$\{\mathbf{Q}_e^a\} = \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T dS \tag{2.30}$$

振動場との連成問題における第四項は適合マトリックス $[\mathbf{Q}]$ として表される。各種媒質境界面における適合マトリックスは2.4節においてまとめて示すこととする。

本論文では Eq. (2.24),(2.26),(2.28),(2.30) は数値積分により評価する。数値積分の評価には Gauss-Legendre 積分を用いた。

2.3 膜振動場の有限要素解析理論

2.3.1 膜振動場の基礎方程式

均質かつ等方的で、しなやかな膜中を振動が伝搬する時、膜の微小部分で張力による復元力と慣性力の膜の面外方向に関する釣り合いから以下の膜振動方程式が得られる。

$$T\nabla_m^2 u_m - \rho_m \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2} + f_z = 0 \quad (2.31)$$

ただし、 T, ρ_m, f_z, u_m はそれぞれ膜に働く張力及び膜の面密度、単位面積当りに加わる力、面外変位である。また、 ∇_m は膜面内のナブラであり、膜が xy 平面内で定義される場合 ∇_m^2 は以下のように表される。

$$\nabla_m = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (2.32)$$

ここで調和振動を仮定すると、定常状態における膜振動場の基礎方程式は以下のように書ける。

$$T\nabla_m^2 u_m + \rho_m \omega^2 u_m + f_z = 0 \quad (2.33)$$

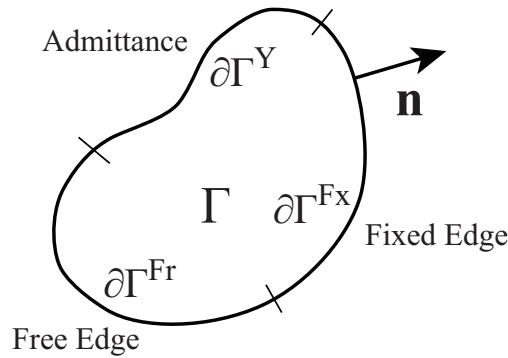


Fig. 2.2: Boundary conditions and domain notation for membrane vibration field.

2.3.2 弱形式化

Eq. (2.33) は二次元空間における Helmholtz 方程式と等価である。従って、有限要素解析に関する定式化についても音場における定式化と共通する部分が多い。従って、以下では重複を避けるため、注意を要する部分を除き式変形の詳細は省略する。

■偏微分方程式の弱形式化 Eq.(2.33) の両辺に仮想面外変位 δu^m を掛け、定義領域中で積分した以下の方程式を考える。

$$\int_{\Gamma} (T\delta u^m \nabla_m^2 u_m + \rho_m \omega^2 \delta u^m u_m + \delta u^m f_z) dS = 0 \quad (2.34)$$

上式第一項に二次元面内での Green の第一恒等式を適用し、整理すると以下の弱形式方程式が導かれる。

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} T \nabla_{\mathbf{m}} \delta u^{\mathbf{m}} \cdot \nabla_{\mathbf{m}} u^{\mathbf{m}} dS - \int_{\Gamma} \rho_{\mathbf{m}} \omega^2 \delta u^{\mathbf{m}} u^{\mathbf{m}} dS \\ - \int_{\Gamma} \delta u^{\mathbf{m}} f_z dS - T \int_{\partial\Gamma} \delta u^{\mathbf{m}} \frac{\partial u^{\mathbf{m}}}{\partial n} dL = 0 \end{aligned} \quad (2.35)$$

■積分方程式の離散化 ここでは Eq. (2.35) にガラーキン法を適用し、数値的に解く事が出来る形式に変形する過程を示す。領域を N 個の要素に分割し、各要素について Eq. (2.35) を評価し、領域全体でその影響を重ね合わせる事を考える。ここで、ある要素内の任意点で面外変位 $u_{\mathbf{m}}$ を要素節点における値 $u_{\mathbf{m}}^i$ と内挿関数 N_i を用いて次式で近似する。

$$\begin{aligned} u^{\mathbf{m}} &= \sum_i N_i u^{\mathbf{m}i} \\ &= [\mathbf{N}^{\mathbf{m}}] \{ \mathbf{u}^{\mathbf{m}} \} \end{aligned} \quad (2.36)$$

ただし、 $[\mathbf{N}^{\mathbf{m}}] = [N_1, N_2, N_3, \dots, N_I]$, $\{ \mathbf{u}^{\mathbf{m}} \} = \{ u^{\mathbf{m}1}, u^{\mathbf{m}2}, u^{\mathbf{m}3}, \dots, u^{\mathbf{m}I} \}$ と定義する。さらに、ガラーキン法では仮想変位面外 $\delta u^{\mathbf{m}}$ を試行関数と同一にとり以下のように与える。

$$\delta u^{\mathbf{m}} = [\mathbf{N}^{\mathbf{m}}] \{ \delta \mathbf{u}^{\mathbf{m}} \} \quad (2.37)$$

以上の関係を用い、Eq. (2.35) を各要素内におけるマトリックス形式として表す過程を以下に示す。

■要素マトリックスの算出 はじめに、ある要素 e について Eq. (2.35) の第一項、第二項は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_e} \nabla_{\mathbf{m}} \delta u^{\mathbf{m}} \cdot \nabla_{\mathbf{m}} u^{\mathbf{m}} dS &= \int_{\Gamma_e} \nabla_{\mathbf{m}} \left(\sum_i N_i \delta u^{\mathbf{m}i} \right) \cdot \nabla_{\mathbf{m}} \left(\sum_i N_i u^{\mathbf{m}i} \right) dS \\ &= \{ \delta \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}} \}^T \int_{\Gamma_e} [\mathbf{B}^{\mathbf{m}}]^T [\mathbf{B}^{\mathbf{m}}] dS \{ \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}} \} \\ &= \{ \delta \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}} \}^T [\mathbf{K}^{\mathbf{m}}] \{ \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}} \} \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_e} \delta u^{\mathbf{m}} u^{\mathbf{m}} dS &= \int_{\Gamma_e} \left(\sum_i N_i \delta u^{\mathbf{m}i} \right) \left(\sum_i N_i u^{\mathbf{m}i} \right) dS \\ &= \{ \delta \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}} \}^T \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}^{\mathbf{m}}]^T [\mathbf{N}^{\mathbf{m}}] dS \{ \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}} \} \\ &= \{ \delta \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}} \}^T [\mathbf{M}^{\mathbf{m}}] \{ \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}} \} \end{aligned} \quad (2.39)$$

ここで、歪みマトリックス $[\mathbf{B}^{\mathbf{m}}]$ 、要素剛性マトリックス $[\mathbf{K}_e^{\mathbf{m}}]$ 、要素慣性マトリックス $[\mathbf{M}_e^{\mathbf{m}}]$ をそれぞれ以下のように定義した。

$$[\mathbf{B}^{\mathbf{m}}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} [\mathbf{N}^{\mathbf{m}}], \quad [\mathbf{K}_e^{\mathbf{m}}] = \int_{\Gamma_e} [\mathbf{B}^{\mathbf{m}}]^T [\mathbf{B}^{\mathbf{m}}] dS, \quad [\mathbf{M}_e^{\mathbf{m}}] = \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}^{\mathbf{m}}]^T [\mathbf{N}^{\mathbf{m}}] dS \quad (2.40)$$

続いて、ある要素について Eq. (2.35) の第三項を考える。ここではある要素内で一定の加振力 f_z^e が規定される条件を考える。この時、Eq. (2.35) 第三項は

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_e} \delta u^m f_z dS &= \{\delta \mathbf{u}_e^m\}^T \int_{\Gamma} [\mathbf{N}^m]^T dS \{f_z^e\} \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e^m\}^T [\mathbf{Q}_e^m] \{f_z^e\} \end{aligned} \quad (2.41)$$

ここで、要素適合マトリックス $[\mathbf{Q}_e^m]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{Q}_e^m] = \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}^m]^T dS \quad (2.42)$$

最後に、ある境界要素について Eq. (2.35) の第四項を考える。膜振動場において最も単純な境界条件は固定端、及び自由端でありそれぞれ膜境界上において $u^m = 0$ (on $\partial\Gamma^{Fx}$), 及び $\partial u^m / \partial n = 0$ (on $\partial\Gamma^{Fr}$) により表される。これらの境界条件では Eq. (2.35) の第四項が 0 となることは明らかである。

また、音場と同様に、膜振動場境界において面外変位の法線方向傾度と面外変位に対して下式の局所作用を仮定する事で、インピーダンス境界条件を考慮することができる。

$$\frac{\partial u^m}{\partial n} = -jk^m \beta_n^m u^m \quad (2.43)$$

ここで、 β_n^m は膜振動場の固有アドミッタンス $\beta_c^m = 1/\sqrt{\rho_m T}$ で正規化した法線方向アドミッタンス、 k^m は膜振動場の波数である。この時、Eq. (2.35) 第四項は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \int_{\partial\Gamma} \delta u^m \frac{\partial u^m}{\partial n} dL &= -jk^m \beta_n^m \int_{\partial\Gamma} \delta u^m u^m dL \\ &= -jk^m \{\delta u_e^m\}^T \left(\beta_n^m \int_{\partial\Gamma} [\mathbf{N}^m]^T [\mathbf{N}^m] dL \right) \{u_e^m\} \\ &= -jk^m \{\delta u_e^m\}^T [\mathbf{C}_e^m] \{u_e^m\} \end{aligned} \quad (2.44)$$

ここで、要素減衰マトリックス $[\mathbf{C}_e^m]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{C}_e^m] = \beta_n^m \int_{\partial\Gamma} [\mathbf{N}^m]^T [\mathbf{N}^m] dL \quad (2.45)$$

2.4 音響振動連成系の取り扱い

連成問題においては最終的な全体マトリックスを対称にするために係数の調整を行う。本節では、本研究で用いる音響-膜振動場連成を行うために、それぞれの場の弱形式積分方程式を示す。式中下括弧は連成に関する項を示している。

■音場

$$\frac{1}{\rho\omega^2} \left(\int_{\Omega} (\nabla\delta p \cdot \nabla p) dV - k^2 \int_{\Omega} \delta p p dV \right) - \underbrace{\frac{1}{\rho\omega^2} \int_{\Gamma} \delta p \frac{\partial p}{\partial n} dS}_{=I_a} = 0 \quad (2.15')$$

■膜振動場

$$T \int_{\Gamma} \nabla_m \delta u^m \cdot \nabla_m u^m dS - \rho_m \omega^2 \int_{\Gamma} \delta u^m u^m dS - \underbrace{\int_{\Gamma} \delta u^m f_z dS}_{=I_m} - T \int_{\partial\Gamma} \delta u^m \frac{\partial u^m}{\partial n} dL = 0 \quad (2.35')$$

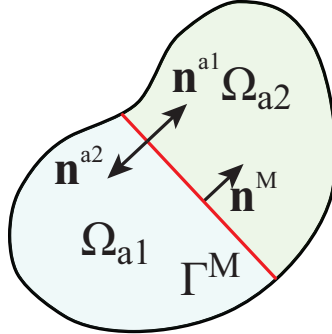


Fig. 2.3: The notation on the acoustic membrane coupling problem.

音場と膜振動場の境界面では以下のような音圧-外力及び法線方向音圧傾度-振動変位の連続条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} f_z = \pm p & (2.46) \\ \frac{1}{\rho\omega^2} \frac{\partial p}{\partial n} = \pm u^m & (2.47) \end{cases}$$

この時、膜面は法線方向側を表面と定義し、上式においては裏面の音場-膜振動場連成では正符号、表面の音場-膜振動場連成では負符号を採用する。ここでは音場に対する法線方向は領域外向きに統一し、音場の境界積分項と振動場の外力項を評価することを考える。はじめに、Eq. (2.15') 第三項に Eq. (2.47)

を代入し、全要素について総和をとると以下のように表す事が出来る。

$$\begin{aligned}
I_a &= \frac{1}{\rho\omega^2} \sum_{e \in \Gamma^P} \int_{\Gamma_e^P} \delta p \frac{\partial p}{\partial n} dS \\
&= \pm \sum_{e \in \Gamma^P} \int_{\Gamma_e^P} \delta p w dS \\
&= \pm \sum_{e \in \Gamma^P} \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Gamma_e^P} \{\mathbf{N}\}^T [\mathbf{N}^m] dS \{\mathbf{w}_e\} \\
&= \pm \sum_{e \in \Gamma^P} \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{Q}_e^{\text{am}}] \{\mathbf{w}_e\} \\
&= \pm \{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{Q}^{\text{am}}] \{\mathbf{w}\}
\end{aligned} \tag{2.48}$$

である。ここで要素適合マトリックス $[\mathbf{Q}_e^{\text{am}}]$, 全体適合マトリックス $[\mathbf{Q}^{\text{am}}]$ は下式で定義される。

$$[\mathbf{Q}_e^{\text{am}}] = \int_{\Gamma_e^P} \{\mathbf{N}\}^T [\mathbf{N}^m] dS \tag{2.49}$$

$$[\mathbf{Q}^{\text{am}}] = \sum_{e \in \Gamma^M} [\mathbf{Q}_e^{\text{am}}] \tag{2.50}$$

Eq. (2.46) を Eq. (2.35') 第三項に代入し全要素について総和をとると以下のように表される。

$$\begin{aligned}
I_m &= \sum_{e \in \Gamma^M} \int_{\Gamma_e^P} \delta w f_z dS \\
&= \pm \sum_{e \in \Gamma^M} \int_{\Gamma_e^P} \delta w p dS \\
&= \pm \sum_{e \in \Gamma^M} \{\delta \mathbf{w}_e\}^T \int_{\Gamma_e^P} \{\mathbf{N}^m\}^T \{\mathbf{N}\} dS \{\mathbf{p}_e\} \\
&= \pm \sum_{e \in \Gamma^M} \{\delta \mathbf{w}_e\}^T [\mathbf{Q}_e^{\text{ma}}] \{\mathbf{p}_e\} \\
&= \pm \{\delta \mathbf{w}\}^T [\mathbf{Q}^{\text{ma}}] \{\mathbf{p}\}
\end{aligned} \tag{2.51}$$

要素適合マトリックス $[\mathbf{Q}_e^{\text{ma}}]$, 全体適合マトリックス $[\mathbf{Q}^{\text{ma}}]$ は下式で定義される。

$$[\mathbf{Q}_e^{\text{ma}}] = \int_{\Gamma_e^M} [\mathbf{N}^m]^T \{\mathbf{N}\} dS \tag{2.52}$$

$$[\mathbf{Q}^{\text{ma}}] = \sum_{e \in \Gamma^M} [\mathbf{Q}_e^{\text{ma}}] \tag{2.53}$$

Fig.2.3 に示すような音場 1-膜振動場-音場 2 の連成系のマトリックス方程式は以下のように書ける。

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}^{\text{a1}}] & -[\mathbf{Q}^{\text{a1m}}] & [0] \\ -[\mathbf{Q}^{\text{ma1}}] & [\mathbf{A}^{\text{m}}] & [\mathbf{Q}^{\text{ma2}}] \\ [0] & [\mathbf{Q}^{\text{a2m}}] & [\mathbf{A}^{\text{a2}}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{p}^1\} \\ \{\mathbf{u}^m\} \\ \{\mathbf{p}^2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{j\omega} [\mathbf{Q}^{\text{a1}}] \{\mathbf{v}^{\text{f1}}\} \\ [\mathbf{Q}^{\text{m}}] \{\mathbf{f}^m\} \\ -\frac{1}{j\omega} [\mathbf{Q}^{\text{a2}}] \{\mathbf{v}^{\text{f2}}\} \end{Bmatrix} \tag{2.54}$$

ただし, $[\mathbf{A}^{\text{a}}] = \frac{1}{\rho\omega^2} ([\mathbf{K}^{\text{a}}] - \omega^2 [\mathbf{M}^{\text{a}}] + jk [\mathbf{C}^{\text{a}}])$, $[\mathbf{A}^{\text{m}}] = [\mathbf{K}^{\text{m}}] - \omega^2 [\mathbf{M}^{\text{m}}]$, または $[\mathbf{A}^{\text{m}}] = -\omega^2 [\mathbf{M}^{\text{m}}]$ である。また, $[\mathbf{Q}^{\text{am}}]$, $[\mathbf{Q}^{\text{ma}}]$ は以下のように与えられる。

$$[\mathbf{Q}_e^{\text{am}}] = \int_{\Gamma_e^M} \{\mathbf{N}\}^T [\mathbf{N}^m] dS, \quad [\mathbf{Q}^{\text{am}}] = \sum_{e \in \Gamma^M} [\mathbf{Q}_e^{\text{am}}] \tag{2.55}$$

$$[\mathbf{Q}_e^{\text{ma}}] = \int_{\Gamma_e^{\text{M}}} [\mathbf{N}^{\text{m}}]^T \{\mathbf{N}\} dS, \quad [\mathbf{Q}^{\text{ma}}] = \sum_{e \in \Gamma^{\text{M}}} [\mathbf{Q}_e^{\text{ma}}] \quad (2.56)$$

2.5 要素積分の評価

ここでは第二章にて扱った内挿関数 N_i について述べ、それを用いた数値積分法を示す。有限要素法、境界要素法においては要素形状は任意であるが、数値積分を用いて場合にはいかなる要素であってもその理論は同様に展開されるため、ここでは、四角形、六面体一次要素についてのみ具体的に定式化する。

2.5.1 内挿関数とその微分形

四辺形要素

■内挿関数 Fig.2.4 に示すように、3次元空間上の四辺形を局所空間に射影すること考える。この時、任意の四辺形面内の実空間座標 (x, y, z) は局所空間の座標 (ξ, η) を用いて次式のように表す事ができる。

$$x = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) x_i, \quad y = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) y_i, \quad z = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) z_i \quad (2.57)$$

ただし、 (x_i, y_i, z_i) は i 番目の節点の座標、 $N_i(\xi, \eta)$ は i 番目の節点の内挿関数であり以下のように表される。

$$\begin{aligned} N_1(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \\ N_2(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \\ N_3(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \\ N_4(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \end{aligned} \quad (2.58)$$

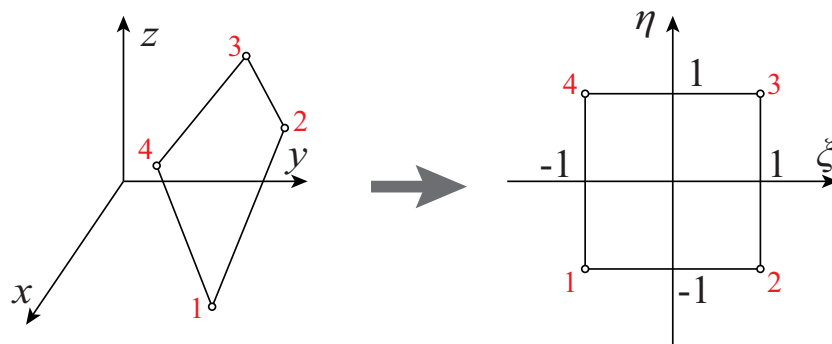


Fig. 2.4: Schematic of quadrangle interpolation function.

■内挿関数の微分形 以上の内挿関数は局所座標を用いて表されている。前節までに示した要素剛性マトリックスの計算には、内挿関数の全体座標系での空間偏微分値 $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$ を算出する必要がある。しかし、この値は陽な形で表示することは大変な労力であり、有限要素法のプログラムを構築する際に必ずしも効率的であるとは限らない。ここでは内挿関数の全体座標系での空間偏微分値と局所座標系での空間偏微分値を対応づける方法を説明する。

合成関数の偏微分に関するチェインルールより以下の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned}\frac{\partial N_i}{\partial \xi} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}\end{aligned}$$

上式をマトリックス形式で表すと、以下のように書く事ができる。

$$\begin{aligned}\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} \\ &= [\mathbf{J}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix}\end{aligned}\quad (2.59)$$

従って、内挿関数の全体座標系での空間偏微分は以下のように表す事ができる。

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [\mathbf{J}]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix}\quad (2.60)$$

ここで、 $[\mathbf{J}]$ は座標変換に関するヤコビ行列であり以下のように定義される。

$$\begin{aligned}[\mathbf{J}] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.61)$$

以上の関係から、内挿関数の局所座標系での偏微分値及び節点の座標より、内挿関数の全体座標系での偏微分値を算出する事が可能である。

$$\begin{aligned}\frac{\partial N_1(\xi, \eta)}{\partial \xi} &= -\frac{1}{4}(1 - \eta) & \frac{\partial N_1(\xi, \eta)}{\partial \eta} &= -\frac{1}{4}(1 - \xi) \\ \frac{\partial N_2(\xi, \eta)}{\partial \xi} &= \frac{1}{4}(1 - \eta) & \frac{\partial N_2(\xi, \eta)}{\partial \eta} &= -\frac{1}{4}(1 + \xi) \\ \frac{\partial N_3(\xi, \eta)}{\partial \xi} &= \frac{1}{4}(1 + \eta) & \frac{\partial N_3(\xi, \eta)}{\partial \eta} &= \frac{1}{4}(1 + \xi) \\ \frac{\partial N_4(\xi, \eta)}{\partial \xi} &= -\frac{1}{4}(1 + \eta) & \frac{\partial N_4(\xi, \eta)}{\partial \eta} &= \frac{1}{4}(1 - \xi)\end{aligned}\quad (2.62)$$

六面体要素

■内挿関数 Fig.2.5 に示すように、3次元空間上の六面体を局所空間に射影すること考える。この時、任意の六面体内部の実空間座標 (x, y, z) は局所空間の座標 (ξ, η, ζ) を用いて次式のように表す事ができる。

$$x = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) x_i, \quad y = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) y_i, \quad z = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) z_i \quad (2.63)$$

ただし、 (x_i, y_i, z_i) は i 番目の節点の座標、 $N_i(\xi, \eta, \zeta)$ は i 番目の節点の内挿関数であり以下のように表される。

$$\begin{aligned} N_1(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta) \\ N_2(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta) \\ N_3(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 + \eta)(1 - \zeta) \\ N_4(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 + \eta)(1 - \zeta) \\ N_5(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 - \eta)(1 + \zeta) \\ N_6(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 - \eta)(1 + \zeta) \\ N_7(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 + \eta)(1 + \zeta) \\ N_8(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 + \eta)(1 + \zeta) \end{aligned} \quad (2.64)$$

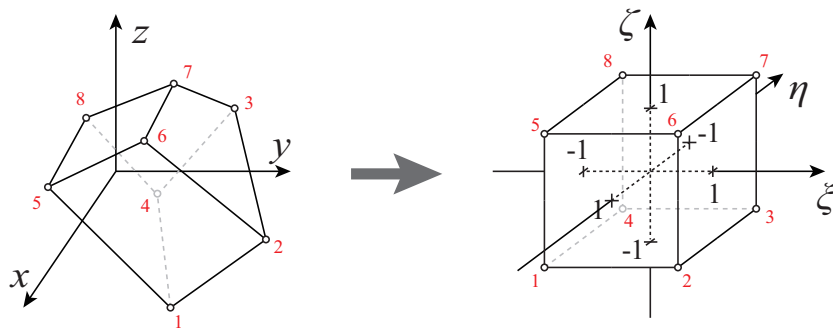


Fig. 2.5: Schematic of hexahedron interpolation function.

■内挿関数の微分形 ここでは内挿関数の全体座標系での空間偏微分値と局所座標系での空間偏微分値を対応づける方法を説明する。合成関数の偏微分に関するチェインルールより以下の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned}\frac{\partial N_i}{\partial \xi} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \zeta}\end{aligned}$$

上式をマトリックス形式で表すと、以下のように書く事ができる。

$$\begin{aligned}\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} \\ &= [\mathbf{J}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (2.65)\end{aligned}$$

従って、内挿関数の全体座標系での空間偏微分は以下のように表す事ができる。

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} = [\mathbf{J}]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} \quad (2.66)$$

ここで、 $[\mathbf{J}]$ は座標変換に関するヤコビ行列であり以下のように定義される。

$$\begin{aligned}
[\mathbf{J}] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \\ \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \\ \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \cdots & \frac{\partial N_8}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \cdots & \frac{\partial N_8}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \zeta} & \frac{\partial N_2}{\partial \zeta} & \cdots & \frac{\partial N_8}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_8 & y_8 & z_8 \end{bmatrix} \tag{2.67}
\end{aligned}$$

以上の関係から、内挿関数の局所座標系での偏微分値及び節点の座標より、内挿関数の全体座標系での偏微分値を算出する事が可能である。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_1(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= -\frac{1}{8}(1-\eta)(1-\zeta) & \frac{\partial N_1(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= -\frac{1}{8}(1-\xi)(1-\zeta) & \frac{\partial N_1(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= -\frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta) \\
\frac{\partial N_2(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= \frac{1}{8}(1-\eta)(1-\zeta) & \frac{\partial N_2(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= -\frac{1}{8}(1+\xi)(1-\zeta) & \frac{\partial N_2(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= -\frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta) \\
\frac{\partial N_3(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= \frac{1}{8}(1+\eta)(1-\zeta) & \frac{\partial N_3(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\zeta) & \frac{\partial N_3(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= -\frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta) \\
\frac{\partial N_4(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= -\frac{1}{8}(1+\eta)(1-\zeta) & \frac{\partial N_4(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\zeta) & \frac{\partial N_4(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= -\frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta) \\
\frac{\partial N_5(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= -\frac{1}{8}(1-\eta)(1+\zeta) & \frac{\partial N_5(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= -\frac{1}{8}(1-\xi)(1+\zeta) & \frac{\partial N_5(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta) \\
\frac{\partial N_6(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= \frac{1}{8}(1-\eta)(1+\zeta) & \frac{\partial N_6(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= -\frac{1}{8}(1+\xi)(1+\zeta) & \frac{\partial N_6(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta) \\
\frac{\partial N_7(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= \frac{1}{8}(1+\eta)(1+\zeta) & \frac{\partial N_7(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\zeta) & \frac{\partial N_7(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta) \\
\frac{\partial N_8(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= -\frac{1}{8}(1+\eta)(1+\zeta) & \frac{\partial N_8(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\zeta) & \frac{\partial N_8(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)
\end{aligned} \tag{2.68}$$

2.5.2 Gauss-Legendre 積分による面積分・体積分の評価

Gauss-Legendre 積分について

Gauss-Legendre 積分は数値積分法の一つであり、積分値を総和の形式で得る手法である。Gauss-Legendre 積分では $\xi \in [-1, 1]$ に正規化された区間における積分に対し、積分区間内における評価点 ξ_i 及びその点における重み w_i が与えられ、任意の関数 $f(x)$ の積分を以下のような総和で表すことができる。

$$\int_{-1}^1 f(\xi) d\xi = \sum_i f(\xi_i) w_i \quad (2.69)$$

また、任意の積分区間については座標変換を行い、積分区間を $x \in [-1, 1]$ に正規化することで表す事ができる。

$$\begin{aligned} \int_b^a f(x) dx &= \frac{a-b}{2} \int_{-1}^1 f(x(\xi)) d\xi \\ &= \frac{a-b}{2} \sum_i f(x(\xi_i)) w_i \end{aligned} \quad (2.70)$$

さらに、多次元化することも可能であり、任意の四辺形領域に対する面積分、及び任意の六面体領域に対する体積分について以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \iint_S f(x, y) dx dy &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)) |\mathbf{J}| d\xi d\eta \\ &= \sum_i \sum_j f(x(\xi_i, \eta_j), y(\xi_i, \eta_j)) |\mathbf{J}| w_i w_j \end{aligned} \quad (2.71)$$

$$\begin{aligned} \iiint_V f(x, y, z) dx dy dz &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(x(\xi, \eta, \zeta), y(\xi, \eta, \zeta), z(\xi, \eta, \zeta)) |\mathbf{J}| d\xi d\eta d\zeta \\ &= \sum_i \sum_j \sum_k f(x(\xi_i, \eta_j, \zeta_k), y(\xi_i, \eta_j, \zeta_k), z(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)) |\mathbf{J}| w_i w_j w_k \end{aligned} \quad (2.72)$$

ただし、 $|\mathbf{J}|$ は座標変換によるヤコビ行列の行列式の値である。

2.6 有限要素解析におけるポストプロセスでの処理について

前節までの理論に従って行列方程式を解くことで、要素節点における未知数が求まる。即ち、音響要素では節点音圧、膜振動要素では節点面外変位が求まる。しかしながら、吸音率や透過率などの算出においては要素節点における音響インテンシティを算出し、さらにある面で積分することで対象面を通過する音響パワーをポストプロセスとして算出する必要がある。本節では、本論文で必要なポストプロセス処理についてその理論を述べる。なお、本節では2次元全体座標系 (x, y) 及び局所座標系 (ξ, η) を用いて述べるが、全体座標系が1次元及び3次元であっても同様の処理が行える。

2.6.1 任意点の自然座標の算出法

上述の通り有限要素法における主処理では節点における物理量が求まるだけであるため、任意点の評価にあたってはその点を含む要素の節点の物理量から内挿を行う必要がある。例えば音響要素では以下のように内挿を定めた。

$$p_r = \sum_i N_i(\xi_r, \eta_r) p_i \quad (2.17')$$

$$= \{\mathbf{N}\} \cdot \{\mathbf{p}_e\} \quad (2.20')$$

即ち任意点の音圧評価にあたっては i) 節点音圧（評価点を含む要素）と ii) 形状関数の値（その評価点の自然座標）を決定することが必要になる。評価点を含む要素の探索は、ポリゴンに対する点の内外判定アルゴリズムは比較的良く知られているので詳細は割愛する。形状関数の値を決定するには評価点を含む要素の探索後、評価点 (x_r, y_r) に対するその要素内の局所座標系での座標値 (ξ_r, η_r) を決定する必要がある。ここで、アイソパラメトリック要素の場合は形状関数と内挿関数は同じであるので、以下の方程式から (ξ_r, η_r) を求めることが出来る。

$$\begin{cases} x_r = \sum_i N_i(\xi_r, \eta_r) x_i \\ y_r = \sum_i N_i(\xi_r, \eta_r) y_i \end{cases} \quad (2.73)$$

四面体一次要素などの線型な形状関数 N では、Eq. (2.73) から解析的に (ξ_r, η_r) を求めることは容易であるが、双一次や高次要素では解析的な処理が必ずしも効率的な実装とはならない。このような場合には、

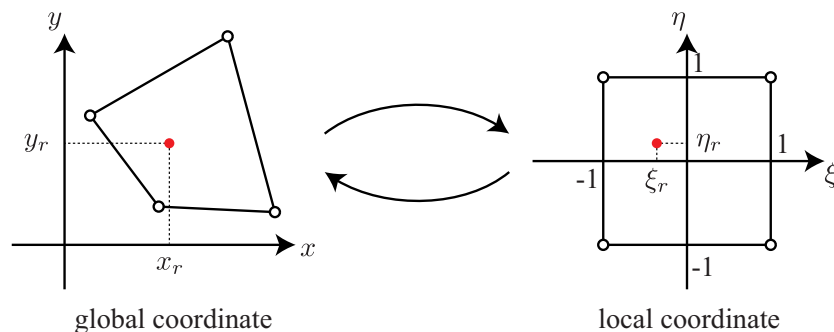


Fig. 2.6: Schematic of conversion between a global coordinate and a local coordinate

以下に述べるように Newton 法により数値的に算出する方がより効率的かつ汎用的である。Eq. (2.73) を満たす (ξ_r, η_r) を求めることは、

$$\begin{cases} f_1(\xi, \eta) = \sum_i N_i(\xi, \eta)x_i - x_r \\ f_2(\xi, \eta) = \sum_i N_i(\xi, \eta)y_i - y_r \end{cases} \quad (2.74)$$

について、 $f_1(\xi, \eta), f_2(\xi, \eta)$ が共に 0 となるような (ξ, η) を求めることと同値である。Newton 法を用いると、適当な初期値 (ξ_0, η_0) を設定し、以下の方程式を反復的に解いて (ξ_r, η_r) を求めることになる。

$$\begin{Bmatrix} \xi_{n+1} \\ \eta_{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_n \\ \eta_n \end{Bmatrix} - [\mathbf{J}]^{-1} \begin{Bmatrix} f_1(\xi_n, \eta_n) \\ f_2(\xi_n, \eta_n) \end{Bmatrix}, \quad [\mathbf{J}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \xi} & \frac{\partial f_1}{\partial \eta} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \xi} & \frac{\partial f_2}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

$$[\mathbf{J}]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & y_n \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

2.6.2 節点の粒子速度・音響インテンシティの算出法

前項の手順により、節点位置での物理量が求めれば、要素内任意の位置での物理量を内挿して求める事ができる。よって、本項では節点音圧および内挿関数から節点での粒子速度及び音響インテンシティを算出する手順を具体的に述べる。

■粒子速度について まず、粒子速度は以下のように求められる。

$$\mathbf{v} = -\frac{1}{j\omega\rho_0} \text{grad } p \quad (2.77)$$

よって、節点位置での粒子速度を求めるためには、節点位置での音圧傾度 $\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}$ を求めれば良いことになる。最も単純な方法は

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial \eta} \end{bmatrix} [p_1 \ p_2 \ \cdots \ p_n]^T \quad (2.78)$$

をそれぞれの節点位置 r_j において評価して、最終的な節点値としては各要素での算出された値を平均するなどすればよい。しかしながら、一般に有限要素法は要素積分の積分点で最も解の精度がよくなる事が知られている。よって以下の手順で節点値の音圧傾度を積分点の値から外挿する方法が精度が良いことが知られている。

1. 積分点での音圧傾度を算出
2. 積分点の音圧傾度から節点の音圧傾度を外挿

3. その節点を共有する全要素で音圧傾度を求めそれを平均し最終的な音圧傾度とする

この手順に従った節点の音圧傾度の算出手順は以下に述べるとおりである。まず、Eq.(2.78)により積分点 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M$ で音圧傾度を算出し、それらを $\frac{\partial p(\xi_1)}{\partial x}, \frac{\partial p(\xi_2)}{\partial x}, \dots, \frac{\partial p(\xi_M)}{\partial x}$ などと表す。さらに、要素内の音圧傾度は、節点 r_1, r_2, \dots, r_N での音圧傾度 $\frac{\partial p(r_1)}{\partial x}, \frac{\partial p(r_2)}{\partial x}, \dots, \frac{\partial p(r_N)}{\partial x}$ から内挿されると仮定すると、積分点 ξ_j での音圧傾度と以下の関係で表される。

$$\frac{\partial p(\xi_j)}{\partial x} = \sum_i^N N_i(\xi_j) \frac{\partial p(r_i)}{\partial x} \quad (2.79)$$

各積分点での Eq. (2.79) を行列式で表すと、

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial p(\xi_1)}{\partial x} \\ \frac{\partial p(\xi_2)}{\partial x} \\ \vdots \\ \frac{\partial p(\xi_M)}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1(\xi_1) & N_2(\xi_1) & \cdots & N_N(\xi_1) \\ N_1(\xi_2) & N_2(\xi_2) & \cdots & N_N(\xi_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_1(\xi_M) & N_2(\xi_M) & \cdots & N_N(\xi_M) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial p(r_1)}{\partial x} \\ \frac{\partial p(r_2)}{\partial x} \\ \vdots \\ \frac{\partial p(r_N)}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (2.80)$$

これより、節点値での音圧傾度は上式を解いて以下のように求められる。

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial p(r_1)}{\partial x} \\ \frac{\partial p(r_2)}{\partial x} \\ \vdots \\ \frac{\partial p(r_N)}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1(\xi_1) & N_2(\xi_1) & \cdots & N_N(\xi_1) \\ N_1(\xi_2) & N_2(\xi_2) & \cdots & N_N(\xi_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_1(\xi_M) & N_2(\xi_M) & \cdots & N_N(\xi_M) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial p(\xi_1)}{\partial x} \\ \frac{\partial p(\xi_2)}{\partial x} \\ \vdots \\ \frac{\partial p(\xi_M)}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (2.81)$$

ただし、要素節点数 N と積分点数 M は必ずしも同数ではない。同数でない場合、擬似逆行列を導出することにより節点値での値を求めるが、物理的に妥当な値を求めるためには $N < M$ (最小自乗解) である必要がある。また、このようにして求めたある節点値は、節点を共有する別の要素から算出した値と等しくなるとは限らない。そのため、最終的にある節点値は、全要素から算出された値を平均することによって算出した。なお、同様に $\frac{\partial p}{\partial y}$ についても同様に求める事ができる。

■音響インテンシティについて 音響インテンシティ I は音圧 p , 粒子速度 v を用いて以下のように定義される。

$$I = \frac{1}{2} p^* v = \frac{1}{2} p v^* \quad (2.82)$$

ただし、 $(\cdot)^*$ は複素共役を意味する。また音響インテンシティは、その実部をアクティブ音響インテンシティ、虚部をリアクティブ音響インテンシティと呼ぶが、本論文では特に断りのない限り単に音響インテンシティ I と書く際はアクティブ音響インテンシティを指すことにする。つまり、

$$I = \frac{1}{2} \text{Re}[p^* v] = \frac{1}{2} \text{Re}[p v^*] \quad (2.83)$$

を指すこととする。以上の議論から、節点での音響インテンシティは、節点での音圧及び粒子速度より算出できることは明らかである。

2.6.3 面を通過する音響パワーの算出法

ある面 S を通過する、音響パワーは以下のように定義される。

$$W = \int_S \mathbf{I} \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.84)$$

$$= \int_S \mathbf{I}_n dS \quad (2.85)$$

前節の通り有限要素法では、積分領域を N 個の要素に分割し、定義領域全体での積分を描く要素に対して領域区分した積分の総和として評価する。

$$W = \sum_i^N W_i \quad (2.86)$$

各要素を通過する音響パワー W_i は Eq. (2.85) から

$$W_i = \left(\int_{\Gamma_i} \{\mathbf{N}\} dS \right) \{\mathbf{I}_{n,i}\} \quad (2.87)$$

と計算される。ただし、 $\{\mathbf{I}_{n,i}\}$ はある要素 i の積分点での音響インテンシティを並べたベクトルである。

第3章

直方体残響室における透過損失計測に関する検討

3.1 緒言

1.1.2 項で述べたように、遮音性能の予測に関する研究は古くから行われており、最初期の研究は単純な無限大質量の膜材の透過損失から始まった [32] が、材料のモードの影響を考慮するために板材に関する研究が行われ [33]、さらに室のモードをも考慮した研究も行われている [14, 16, 34, 35]。例えば、A. Osipov らは、これらの理論同士の低音域での挙動についてケーススタディを通して比較検討している [35]。しかしながら、理論が複雑になるにつれ単純な膜材の透過損失と比較して、室間レベル差の算出などは数値計算に頼っており、室のモードを考慮した理論では材料の物性や部屋の寸法などを陽に含めた式として表すことができていない。

そこで本節では、膜材を挟んだ直方体室における室間音圧レベル差を理論的に算出する。材料の物性や部屋の寸法などの影響を考察するため、理論的なモデルの連成条件などを緩和することで、より簡易な式で表すことを試みる。またこれらの適用性について考察する。その後室寸法や試料面積に関する室間音圧レベル差の挙動について理論的及び数値解析的にケーススタディを行う。

3.2 理論解析に基づく室間音圧レベル差に関する現象把握

3.2.1 圧力場における理論

薄膜を挟んだ2つの室の音圧レベル差を考える時、室の固有周波数より低い帯域では、各部屋は一樣の圧力になり、薄膜も一樣に振動すると考えられる。本項では、室の最低固有モード周波数以下の超低周波数帯域での室間レベル差を圧力場理論を元に定式化し、その妥当性を検証する。

■定式化 Fig. 3.1 のように2つの室とその間に無張力膜が挿入されているとする。調和振動を仮定し、角振動数を ω 、各部屋の圧力変化振幅を $\Delta p_1, \Delta p_2$ 、質量膜の変位振幅を x 、面積及び面密度をそれぞれ S, m とする。また、膜と同面積の円盤が無限大バフルに取り付けられた際の音響負荷、及び無限大面積

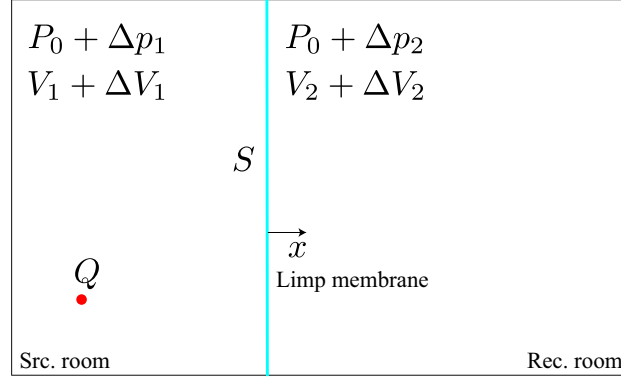


Fig. 3.1: Plan view of limp membrane between two rooms

の膜に対する音響負荷を考慮した膜の面密度 m' を以下のように求める。

$$m' = \begin{cases} m + \frac{16\pi^{\frac{3}{2}}}{3S}\rho & (\text{attached in infinite baffle}) \\ m + 2\rho & (\text{infinite specimen}) \end{cases} \quad (3.1)$$

まず、質量膜の運動方程式より、

$$-m'\omega^2 x = \Delta p_1 - \Delta p_2 \quad (3.2)$$

また気体は断熱変化することを仮定すると、

$$P_0 V_1^\gamma = (P_0 + \Delta p_1)(V_1 + Q(\omega) + Sx)^\gamma \quad (3.3)$$

$$P_0 V_2^\gamma = (P_0 + \Delta p_2)(V_2 - Sx)^\gamma \quad (3.4)$$

ここで、 $Q(\omega)$ は音源項である。まず、音圧レベル差 $D = 10 \log_{10} |\Delta p_1 / \Delta p_2|^2$ を計算する。 $\Delta p_1, \Delta p_2$ の比を計算するためには式 (3.2) 及び (3.4) を用いればよく、

$$\begin{aligned} P_0 V_2^\gamma &= (P_0 + \Delta p_2) \left(V_2 + S \frac{\Delta p_1 - \Delta p_2}{m\omega^2} \right)^\gamma \\ &\simeq (P_0 + \Delta p_2) \left(V_2^\gamma + \gamma S V_2^{(\gamma-1)} \frac{\Delta p_1 - \Delta p_2}{m\omega^2} \right) \\ &\simeq P_0 V_2^\gamma + \Delta p_2 V_2^\gamma + \gamma S P_0 V_2^{(\gamma-1)} \frac{\Delta p_1 - \Delta p_2}{m\omega^2} \end{aligned} \quad (3.5)$$

ただし Eq. (3.5) の第一式から第二式は元の部屋の体積 V_2 に比べ質量膜が運動することによる体積変化は微小であること、第二式から第三式は微小量の 2 次オーダーを無視する近似を行った。この式を整理すると最終的に、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} &= \frac{P_0 V_2^{(\gamma-1)} \gamma S - m'\omega^2 V_2^\gamma}{P_0 V_2^{(\gamma-1)} \gamma S} \\ &= 1 - \frac{m'\omega^2 V_2}{\gamma P_0 S} \end{aligned} \quad (3.6)$$

が得られる。よって圧力場近似での両室の音圧レベル差 D_{PS} は

$$D_{\text{PS}} = 10 \log_{10} \left| \frac{\Delta p_1}{\Delta p_2} \right|^2 = 10 \log_{10} \left| 1 - \frac{m'\omega^2 V_2}{\gamma P_0 S} \right|^2 \quad (3.7)$$

となる。この式より、レベル差 D_{PS} は音源側の部屋の容積、形状及び受信室側の形状には依らないことがわかり、また

$$f_{PS} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma P_0 S}{m' V_2}} \quad (3.8)$$

となる周波数 f_{pre} で D_{PS} は負の無限大に発散し、一方 $f = 0, \sqrt{2}f_{PS}$ で $D = 0$ となる。さらに $f_{PS} \ll f$ であれば、圧力場においてはレベル差 D_{PS} は周波数と面密度の対数に比例するが、その周波数による傾きは質量則のそれよりも2倍大きく、1オクターブ毎に12 dB増加する (Fig. 3.2 参照)。

■近似法の妥当性検証 Table 3.1 と $m = 4 \text{ kg/m}^2$ の条件でのレベル差 D_{PS} を Fig. 3.2 に示す。ただし、外力項 $Q = 1/(j\omega)^2$ である。Newton法による値は Eqs. (3.2) ~ (3.4) を $\Delta p_1, \Delta p_2$ 及び x を変数とした3元方程式とみなして数値的に直接方程式を解いたものである。近似手法と、Newton法による差はほとんどないことから、Table 3.1 の条件では近似手法は妥当であると言える。

Table 3.1: Physical properties for numerical and theoretical analysis

Property Name		Value
Atmospheric pressure	P_0 [Pa]	1.0133×10^5
Src. room volume	V_1 [m ³]	222.20
Rec. room volume	V_2 [m ³]	198.77
Area of non-tensile membrane	S [m ²]	10.046
Heat capacity ratio	γ	1.4023

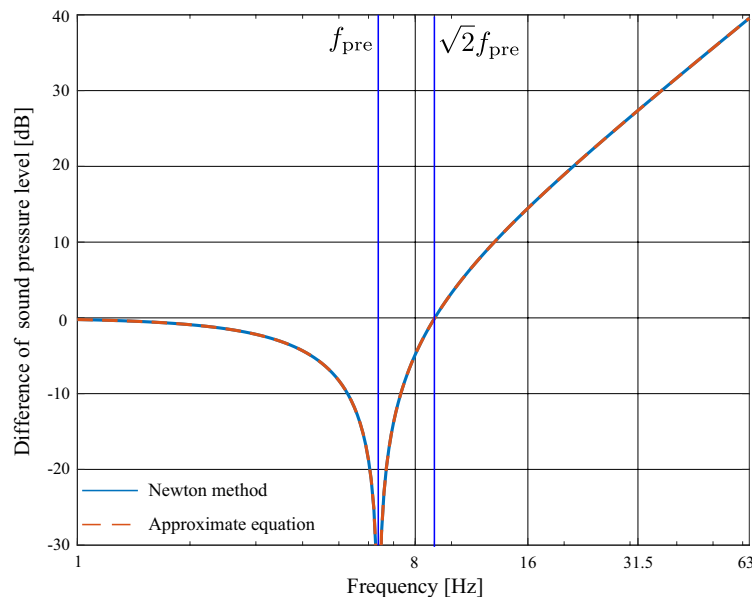


Fig. 3.2: Difference of SPL calculated by Newton method and approximate equation

3.2.2 1次元モード場における理論

ここでは、3次元モード場への拡張を前提として、その適用可能性を検証するために薄膜に区切られた1次元音響管での室間音圧レベル差に関する理論的検討を行った。なお本項の定式化では時間項 $e^{j\omega t}$ は一部の例外を除き省略する。また、無限級数 S_∞ は一様収束するとみなし、無限和と積分を可換とする。

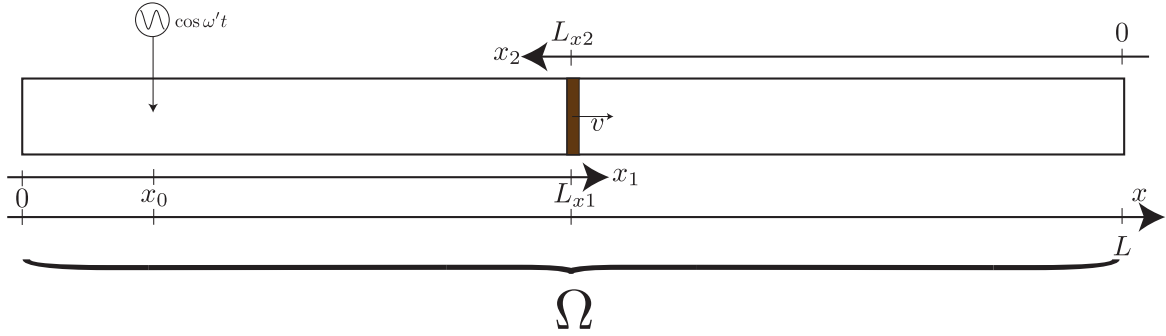


Fig. 3.3: Modal rooms partitioned by a limp membrane

■定式化 Figure 3.3 のように長さ L_{x1}, L_{x2} の2つの1次元音響管の間に面密度 m の薄膜があり、この音響管対を $x = x_0$ ($0 \geq x_0 \geq L_{x1}$) の位置で角振動数 ω' で強制振動させることを考える。壁の左側の音圧を $p_1(x_1)$ ($0 \leq x_1 \leq L_{x1}$) のように局所座標系 x_1 で、右側の音圧を $p_2(x_2)$ ($0 \leq x_2 \leq L_{x2}$) のように x_2 軸で表し、 x_1 軸と x_2 軸の向きを反対にとる。また、全体座標系 x を導入し、全体領域を Ω 、その音圧を $P(x)$ とする。

まず、自由振動解を求める。この時、 $x_1 = 0, x_2 = 0$ の境界条件より、 p_1, p_2 はそれぞれ

$$p_1 = A \cos kx_1, \quad p_2 = B \cos kx_2 \quad (3.9)$$

となる。これらを用いると、質量壁の運動方程式より

$$\begin{aligned} j\omega m v &= p_1(L_{x1}) - p_2(L_{x2}) \\ &= A \cos kL_{x1} - B \cos kL_{x2} \end{aligned} \quad (3.10)$$

及び、粒子速度と薄膜の運動速度の正の方向に注意して連続の式より

$$j\omega \rho_0 v = kA \sin kL_{x1} \quad (3.11)$$

$$-j\omega \rho_0 v = kB \sin kL_{x2} \quad (3.12)$$

が得られる。これらより v を消去して、

$$\begin{cases} A \cos kL_{x1} - B \cos kL_{x2} = \frac{m}{\rho_0} kA \sin kL_{x1} \\ A \cos kL_{x1} - B \cos kL_{x2} = -\frac{m}{\rho_0} kB \sin kL_{x2} \\ (\cos kL_{x1} - \frac{m}{\rho_0} k \sin kL_{x1})A - (\cos kL_{x2})B = 0 \\ (\cos kL_{x1})A - (\cos kL_{x2} - \frac{m}{\rho_0} k \sin kL_{x2})B = 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

となる。

さらに A, B を消去すれば,

$$\begin{aligned} & \left(\cos kL_{x1} - \frac{m}{\rho_0} k \sin kL_{x1} \right) \left(\cos kL_{x2} - \frac{m}{\rho_0} k \sin kL_{x2} \right) = \cos kL_{x1} \cos kL_{x2} \\ & - \cos kL_{x1} \sin kL_{x2} - \sin kL_{x1} \cos kL_{x2} + \left(\frac{mk}{\rho_0} \right) \sin kL_{x1} \sin kL_{x2} = 0 \\ & \sin k(L_{x1} + L_{x2}) = \left(\frac{mk}{\rho_0} \right) \sin kL_{x1} \sin kL_{x2} \\ & \cot kL_{x1} + \cot kL_{x2} = \frac{mk}{\rho_0} \quad (\sin kL_{x1} \neq 0 \wedge \sin kL_{x2} \neq 0) \end{aligned} \quad (3.14)$$

となる。

また, A, B の関係性については,

$$\begin{aligned} B &= \begin{cases} \frac{\cos kL_{x1} - mk/\rho_0 \sin kL_{x1}}{\cos kL_{x2}} A & (\cos kL_{x2} \neq 0) \\ \frac{\cos kL_{x1}}{\cos kL_{x2} - mk/\rho_0 \sin kL_{x2}} A & (\cos kL_{x2} - mk/\rho_0 \sin kL_{x2} \neq 0) \end{cases} \\ &= TA \end{aligned} \quad (3.15)$$

が成り立つ。なお, 式 (3.14) より, $\cos kL_{x2} \neq 0$ かつ $\cos kL_{x2} - mk/\rho_0 \sin kL_{x2} \neq 0$ の時は, 第一式と第二式は同値となる。式 (3.14) を満たす k を小さいものから順に k_n とすれば, それを Eq. (3.15) に代入すれば, $B_n = T_n A_n$ とおけることから, 自由振動解は

$$\begin{cases} p_1(x_1) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos k_n x_1 \\ p_2(x_2) = \sum_{n=0}^{\infty} T_n A_n \cos k_n x_2 \end{cases}$$

これらを全体座標系に変換して,

$$\begin{cases} p_1(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos k_n x \\ p_2(x) = \sum_{n=0}^{\infty} T_n A_n \cos k_n (x - L) \end{cases} \quad (3.16)$$

となる。

次に強制振動解を求める。ここでは, 簡単のため外力項が $\delta(x - x_0)$ で表されるものについてのみ考える。支配方程式に以下の固有モード関数 $v_m(x)$ をかけて領域全体で積分する。

$$v_m(x) = \begin{cases} \cos k_m x & (0 \leq x \leq L_{x1}) \\ T_m \cos k_m (x - L) & (L_{x1} \leq x \leq L) \end{cases} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega} \left(\frac{\partial^2 P(x)}{\partial x^2} + k^2 P(x) \right) v_m(x) dx = \int_{\Omega} \delta(x - x_0) v_m(x) dx \\
& \int_0^{L_{x1}} \left(\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} + k^2 p_1 \right) \cos k_m x dx + \int_{L_{x1}}^L \left(\frac{\partial^2 p_2}{\partial x^2} + k^2 p_2 \right) T_m \cos k_m (x - L) dx = \int_0^L \delta(x - x_0) v_m(x) dx \\
& \int_0^{L_{x1}} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k^2 \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos k_n x \right) \cos k_m x dx \\
& + \int_{L_{x1}}^L \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k^2 \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} T_n A_n \cos k_n (x - L) \right) T_m \cos k_m (x - L) dx = \int_0^L \delta(x - x_0) v_m(x) dx \\
& \int_0^{L_{x1}} \sum_{n=0}^{\infty} (-k_n^2 + k^2) A_n \cos k_n x \cos k_m x dx \\
& + \int_{L_{x1}}^L \sum_{n=0}^{\infty} (-k_n^2 + k^2) T_n T_m A_n \cos k_n (x - L) \cos k_m (x - L) dx = v_m(x_0)
\end{aligned}$$

$0 \leq x_0 \leq L_{x1}$ であるため, $v_m(x_0) = \cos k_m x_0$ である。

$$\sum_{n=0}^{\infty} (k^2 - k_n^2) A_n \left(\int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx + T_n T_m \int_0^{L_{x2}} \cos k_n (x - L) \cos k_m (x - L) dx \right) = \cos k_m x_0 \quad (3.18)$$

ここで, 関数列 $v_m(x)$ は 0 から L の範囲で積分すれば直交するため, $n = m$ の時のみ値が残り,

$$\begin{aligned}
& (k^2 - k_m^2) A_m \left(\int_0^{L_{x1}} \cos^2 k_m x dx + T_m^2 \int_0^{L_{x2}} \cos^2 k_m (x - L) dx \right) = \cos k_m x_0 \\
& (k^2 - k_m^2) A_m \left(\frac{1}{4k_m} \sin 2k_m L_{x1} + \frac{L_{x1}}{2} + T_m^2 \left(\frac{1}{4k_m} \sin 2k_m L_{x2} + \frac{L_{x1}}{2} \right) \right) = \cos k_m x_0 \\
& A_m = \frac{1}{(k^2 - k_m^2) I_m} \cos k_m x_0 \quad (3.19)
\end{aligned}$$

となる。ただし,

$$I_m = \left(\frac{1}{4k_m} \sin 2k_m L_{x1} + \frac{L_{x1}}{2} + T_m^2 \left(\frac{1}{4k_m} \sin 2k_m L_{x2} + \frac{L_{x1}}{2} \right) \right) \quad (3.20)$$

である。このように A_n が求められれば, 強制振動の定常解として, 音圧 p_1, p_2 を

$$\begin{cases} p_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2) I_n} \cos k_n x_0 \cos k_n x \\ p_2 = \sum_{n=0}^{\infty} T_n \frac{1}{(k^2 - k_n^2) I_n} \cos k_n x_0 \cos k_n (x - L) \end{cases} \quad (3.21)$$

と求めることができる。

■ k_n の漸近挙動 まず, $k = 0$ の時式 (3.14) を満たすので $k_0 = 0$ である。さらに $m = 0$ のとき式 (3.14) は

$$\begin{aligned} \sin k(L_{x1} + L_{x2}) &= 0 \\ k_n &= \frac{n\pi}{L_{x1} + L_{x2}} \end{aligned} \quad (3.22)$$

となり, 薄膜がない時の固有モードと同じになる。

逆に $0 \ll m$ もしくは $0 \ll \omega$ のとき,

$$\begin{aligned} \sin kL_{x1} \sin kL_{x2} &\simeq 0 \\ k_{p,q} &\simeq \frac{p\pi}{L_{x1}}, \frac{q\pi}{L_{x2}} \end{aligned} \quad (3.23)$$

となり, 薄膜によって隔てられた 2 つの独立した音響管の固有モードに漸近すると予想される。

■ k_n の数値解法 Eq. (3.14) を改めて書き下す。

$$\begin{aligned} \sin k(L_{x1} + L_{x2}) - \frac{mk}{\rho_0} \sin kL_{x1} \sin kL_{x2} &= 0 \\ \sin kL_{x1} \cos kL_{x2} + \cos kL_{x1} \sin kL_{x2} &= \frac{mk}{\rho_0} \sin kL_{x1} \sin kL_{x2} \\ \cot kL_{x1} + \cot kL_{x2} &= \frac{mk}{\rho_0} \quad (\sin kL_{x1} \neq 0 \wedge \sin kL_{x2} \neq 0) \end{aligned} \quad (3.24)$$

なお, $\sin kL_{x1}, \sin kL_{x2}$ のどちらか一方が 0 のときは, 上式を満たす k は存在しないが, $\sin kL_{x1} = \sin kL_{x2} = 0$ の時は, Eq. (3.24) を満たすので, これを満たす k_n は解の 1 つである。

$\sin kL_{x1} \neq 0 \wedge \sin kL_{x2} \neq 0$ の時 Eq. (3.24) を満たす k は

$$\begin{cases} y_1 = \cot kL_{x1} + \cot kL_{x2} \\ y_2 = \frac{mk}{\rho_0} \end{cases} \quad (3.25)$$

の交点である。

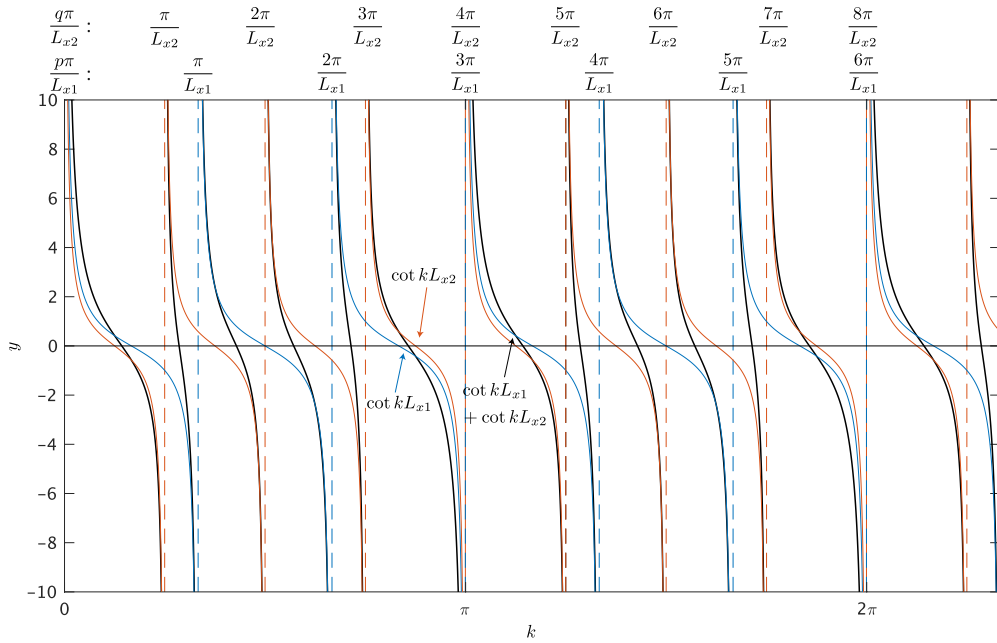
この交点の挙動を把握するため, ケーススタディを行う。 $L_{x1} = 3 \text{ m}, L_{x2} = 4 \text{ m}$ の時の $\cot kL_{x1}, \cot kL_{x2}$ 及びその和を Fig. 3.4(a) に示す。 $\cot kL_{x1} + \cot kL_{x2}$ は, 各項が正負の無限大に発散する時に, 発散することがわかる。また, どちらも発散する $k = 3\pi/L_{x1} = 4\pi/L_{x2}$ などでは $\sin kL_{x1} = \sin kL_{x2} = 0$ となるので, そのような k_n も Eq. (3.14) を満たす。

また Eq. (3.25) をプロットしたものを, Fig. 3.4(b) に示す。 k もしくは m が大きいほど, Eq. (3.25) を満たす k_n は各音響管が独立であるとみなした $k_{p,q} = p\pi/L_{x1}, q\pi/L_{x2}$ に近づくことがわかり, これは前述の近似と矛盾しない。また, k_n はこれらの $k_{p,q}$ の間にあることがわかり, 数値求解手法を用いることができる。

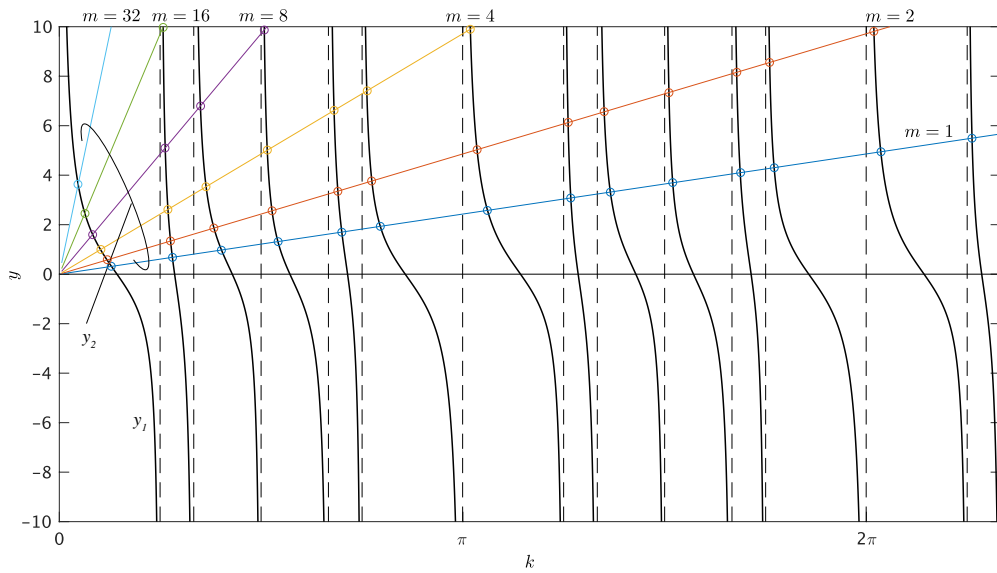
本論文では, k_n の求解に挟み撃ち法を用いた。挟み撃ち法は方程式 $f(x) = 0$ に対して $[a, b]$ の範囲に解があることがわかっている場合, 領域の端点 2 点を通る直線と軸との交点を新たな端点とし, これを繰り返して解に近づける手法である。例えば初期の端点 $[a, b]$ に対して新たな端点 c を次式で求める。

$$c = a + (a - b) \frac{f(a)}{f(b) - f(a)} \quad (3.26)$$

ただし、 $f(a)f(c) > 0$ であれば c を新たな端点 a とし、そうでないならば c を新たな端点 b とし繰り返し計算する。



(a) $\cot kL_{x1}$, $\cot kL_{x2}$, and $\cot kL_{x1} + \cot kL_{x2}$



(b) y_1 and y_2 of Eq. (3.25)

Fig. 3.4: k_n which satisfy Eq. (3.24)

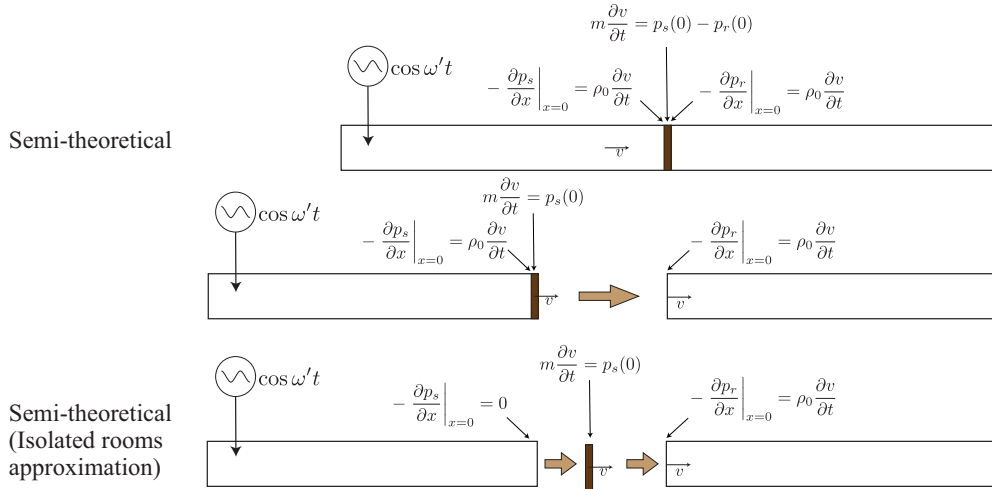


Fig. 3.5: Schematic of the approximated model of modal rooms partitioned by a limp membrane

■音圧の近似解法 以上の理論で、薄膜及び両室のモードを連成した解を算出する事が可能であるが、解が複雑になる。そのため連成を一部及び全て無視して近似解を求めることを考える。Fig. 3.5で、その図式を示す。連成条件を無視する段階にはこの図のようにいくつか考えられるが本論文では、Fig. 3.5最下段に示す全ての連成を無視したモデルについて述べる。

Figure 3.5最下段のように入射側のみを考えた入射側音圧により、薄膜が駆動し、透過側は薄膜の振動を加振力とするモデルを考える。この時の境界条件は、

$$\begin{cases} \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p_1}{\partial x} \Big|_{x=L_{x1}} \\ m \frac{\partial v}{\partial t} = p_1(L_{x1}) - p_2(L_{x1}) \\ \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p_2}{\partial x} \Big|_{x=L_{x1}} \end{cases} \quad (3.27)$$

から

$$\begin{cases} 0 = - \frac{\partial p_1}{\partial x} \Big|_{x=L_{x1}} \\ m \frac{\partial v}{\partial t} = p_1(L_{x1}) \\ \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p_2}{\partial x} \Big|_{x=L_{x1}} \end{cases} \quad (3.28)$$

へ近似される。

この時の入射側の音圧は両端が剛の音響管を考えたときの音圧

$$p_1 \simeq \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{k^2 - k_p^2} \frac{\epsilon_p}{L_{x1}} \cos k_p x_0 \cos k_p x \quad (3.29)$$

と近似することになる。一方、透過側の音圧を $x = L$ での境界条件より、

$$p_2(x) = B \cos k(x - L) \quad (3.30)$$

とおく。 $x = L_{x1}$ の境界条件は

$$\frac{\rho}{m} p_1(L_{x1}) = \frac{\partial p_2}{\partial x} \Big|_{x=L_{x1}} \quad (3.31)$$

となる。まず、左辺は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_1}{\partial x} \Big|_{x=L_{x1}} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{k^2 - k_p^2} \frac{\epsilon_p}{L_{x1}} \cos k_p x_0 \cos k_p x \right) \Big|_{x=L_{x1}} \\ &= - \sum_{p=0}^{\infty} \frac{k_p}{k^2 - k_p^2} \frac{\epsilon_p}{L_{x1}} \cos k_p x_0 \cos k_p L_{x1} \end{aligned} \quad (3.32)$$

となる。一方右辺は、

$$\frac{\partial p_2}{\partial x} \Big|_{x=L_{x1}} = kB \sin kL_{x2} \quad (3.33)$$

となる。係数 B はこれらの条件より

$$B = - \frac{\rho_0}{m} \frac{1}{k \sin kL_{x2}} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{k_p}{k^2 - k_p^2} \frac{\epsilon_p}{L_{x1}} \cos k_p x_0 \cos k_p L_{x1} \quad (3.34)$$

とおけ、最終的に p_2 は

$$p_2 \simeq - \frac{\rho_0}{m} \frac{1}{k \sin kL_{x2}} \left(\sum_{p=0}^{\infty} \frac{k_p}{k^2 - k_p^2} \frac{\epsilon_p}{L_{x1}} \cos k_p x_0 \cos k_p L_{x1} \right) \cos k(x - L) \quad (3.35)$$

と近似することになる。

■平均二乗音圧 入射側音響管のあらゆる点に点音源を配置した際の入射側のあらゆる点で平均した二乗音圧 $\langle p_1^2 \rangle$ を求める。これは以下のように計算できる。

$$\langle p_1^2 \rangle = \frac{1}{L_{x1}} \int_0^{L_{x1}} \frac{1}{L_{x1}} \int_0^{L_{x1}} p_1(x; x_0) \cdot p_1^*(x; x_0) dx_0 dx \quad (3.36)$$

Eq. (3.21) で求めた p_1 を Eq. (3.36) に代入して計算すると、

$$\begin{aligned} \langle p_1^2 \rangle &= \frac{1}{L_{x1}^2} \int_0^{L_{x1}} \int_0^{L_{x1}} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2)} \frac{1}{I_n} \cos k_n x_0 \cos k_n x \right)^2 dx_0 dx \\ &= \frac{1}{L_{x1}^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2)} \frac{1}{(k^2 - k_m^2)} \frac{1}{I_n I_m} \int_0^{L_{x1}} \cos k_n x_0 \cos k_m x_0 dx_0 \int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx \\ &= \frac{1}{L_{x1}^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2)} \frac{1}{(k^2 - k_m^2)} \frac{1}{I_n I_m} \left(\int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx \right)^2 \end{aligned} \quad (3.37)$$

となる。ここでの被積分項である関数列 $\cos k_n x$ は 0 から L_{x1} の積分では直交しないため、 n, m の全ての組に対する積を計算しなければならない。ここで $\langle p_1^2 \rangle$ を前述の近似手法を用いて、算出する。この時

$$\begin{aligned} \langle p_1^2 \rangle &\simeq \frac{1}{L_{x1}^2} \int_0^{L_{x1}} \int_0^{L_{x1}} \left(\sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_p^2)} \frac{\epsilon_p}{L_{x1}} \cos k_p x_0 \cos k_p x \right)^2 dx_0 dx \\ &= \frac{1}{L_{x1}^2} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{\rho=0}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_p^2)} \frac{1}{(k^2 - k_\rho^2)} \frac{\epsilon_p \epsilon_\rho}{L_{x1}^2} \int_0^{L_{x1}} \cos k_p x_0 \cos k_\rho x_0 dx_0 \int_0^{L_{x1}} \cos k_p x \cos k_\rho x dx \end{aligned} \quad (3.38)$$

ここで、近似した関数列 $\cos k_p x$ は直交するので、 $p = \rho$ の項のみが残り

$$\begin{aligned} \langle p_1^2 \rangle &\simeq \frac{1}{L_{x1}^2} \sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{1}{k^2 - k_p^2} \right)^2 \frac{\epsilon_p^2}{L_{x1}^2} \frac{L_{x1}^2}{\epsilon_p^2} \\ &= \frac{1}{L_{x1}^2} \sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{1}{k^2 - k_p^2} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.39)$$

と計算される。

入射側音響管のあらゆる点に点音源を配置した際の透過側のあらゆる点で平均した二乗音圧 $\langle p_2^2 \rangle$ を求める。これは以下のように計算できる。

$$\langle p_2^2 \rangle = \frac{1}{L_{x2}} \int_0^{L_{x2}} \frac{1}{L_{x1}} \int_0^{L_{x1}} p_2(x; x_0) \cdot p_2^*(x; x_0) dx_0 dx \quad (3.40)$$

Eq. (3.21) で求めた p_2 を Eq. (3.40) に代入して計算すると、

$$\begin{aligned} \langle p_2^2 \rangle &= \frac{1}{L_{x1} L_{x2}} \int_0^{L_{x2}} \int_0^{L_{x1}} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2)} \frac{T_n}{I_n} \cos k_n x_0 \cos k_n x \right)^2 dx_0 dx \\ &= \frac{1}{L_{x1} L_{x2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2)} \frac{1}{(k^2 - k_m^2)} \frac{T_n T_m}{I_n I_m} \int_0^{L_{x1}} \cos k_n x_0 \cos k_m x_0 dx_0 \int_0^{L_{x2}} \cos k_n x \cos k_m x dx \end{aligned} \quad (3.41)$$

$n = m$ の項と, $n \neq m$ の項に分ける。

$$\begin{aligned} \langle p_2^2 \rangle &= \frac{1}{L_{x1}L_{x2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=0 \\ n \neq m}}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2)} \frac{1}{(k^2 - k_m^2)} \frac{T_n T_m}{I_n I_m} \int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx \int_0^{L_{x2}} \cos k_n x \cos k_m x dx \\ &+ \frac{1}{L_{x1}L_{x2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=0 \\ n=m}}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2)} \frac{1}{(k^2 - k_m^2)} \frac{T_n T_m}{I_n I_m} \int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx \int_0^{L_{x2}} \cos k_n x \cos k_m x dx \end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned} \int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx + T_n T_m \int_0^{L_{x2}} \cos k_n x \cos k_m x dx &= \begin{cases} 0 & (n \neq m) \\ I_n & (n = m) \end{cases} \\ T_n T_m \int_0^{L_{x2}} \cos k_n x \cos k_m x dx &= \begin{cases} - \int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx & (n \neq m) \\ I_n - \int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx & (n = m) \end{cases} \end{aligned}$$

であることを利用して上式を変形すると,

$$\begin{aligned} \langle p_2^2 \rangle &= - \frac{1}{L_{x1}L_{x2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=0 \\ n \neq m}}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2)} \frac{1}{(k^2 - k_m^2)} \frac{1}{I_n I_m} \left(\int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx \right)^2 \\ &+ \frac{1}{L_{x1}L_{x2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=0 \\ n=m}}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2)} \frac{1}{(k^2 - k_m^2)} \frac{1}{I_n I_m} \int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx \left(I_n - \int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx \right) \\ &= - \frac{1}{L_{x1}L_{x2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=0 \\ n \neq m}}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2)} \frac{1}{(k^2 - k_m^2)} \frac{1}{I_n I_m} \left(\int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx \right)^2 \\ &+ \frac{1}{L_{x1}L_{x2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=0 \\ n=m}}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2)} \frac{1}{(k^2 - k_m^2)} \frac{1}{I_n} \int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx \\ &\quad - \frac{1}{L_{x1}L_{x2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{m=0 \\ n=m}}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2)} \frac{1}{(k^2 - k_m^2)} \frac{1}{I_n I_m} \left(\int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx \right)^2 \\ &= - \frac{1}{L_{x1}L_{x2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2)} \frac{1}{(k^2 - k_m^2)} \frac{1}{I_n I_m} \left(\int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx \right)^2 \\ &+ \frac{1}{L_{x1}L_{x2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{k^2 - k_n^2} \right)^2 \frac{1}{I_n} \int_0^{L_{x1}} \cos^2 k_n x dx \\ &= \frac{1}{L_{x1}L_{x2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{k^2 - k_n^2} \right)^2 \frac{1}{I_n} \int_0^{L_{x1}} \cos^2 k_n x dx - \frac{L_{x1}}{L_{x2}} \langle p_1^2 \rangle \end{aligned} \tag{3.42}$$

となる。

同様に $\langle p_2^2 \rangle$ を近似することを考える。Eq. (3.35) の近似した p_2 を Eq. (3.40) に代入することにより、

$$\begin{aligned} \langle p_2^2 \rangle &\simeq \frac{1}{L_{x1}L_{x2}} \int_0^{L_{x2}} \int_{L_{x1}}^L \left(\frac{\rho_0}{m} \frac{1}{k \sin kL_{x2}} \right)^2 \left(\sum_{p=0}^{\infty} \frac{k_p}{k^2 - k_p^2} \frac{\epsilon_p}{L_{x1}} \cos k_p x_0 \cos k_p L_{x1} \right) \\ &\quad \left(\sum_{\rho=0}^{\infty} \frac{k_\rho}{k^2 - k_\rho^2} \frac{\epsilon_\rho}{L_{x1}} \cos k_\rho x_0 \cos k_\rho L_{x1} \right) dx dx_0 \end{aligned} \quad (3.43)$$

ここで、関数列 $\cos k_p x$ は直交するので、最終的に

$$\langle p_2^2 \rangle \simeq \frac{1}{L_{x1}L_{x2}} \left(\frac{\rho_0}{m} \frac{1}{k \sin kL_{x2}} \right)^2 \left(\frac{1}{4k} \sin 2kL_{x2} + \frac{L_{x2}}{2} \right) \left(\sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{k_p}{k^2 - k_p^2} \right)^2 \frac{\epsilon_p}{L_{x1}} \right) \quad (3.44)$$

となる。

■室間の平均音圧レベル差について 室間の平均音圧レベル差 D は以下のように求めることができる。

$$\begin{aligned} D &= 10 \log_{10} \left(\frac{\langle p_1^2 \rangle}{\langle p_2^2 \rangle} \right) \\ &= 10 \log_{10} \left(\frac{1}{L_{x1}^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2)} \frac{1}{(k^2 - k_m^2)} \frac{1}{I_n I_m} \left(\int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx \right)^2 \right) \\ &\quad - 10 \log_{10} \left(\frac{1}{L_{x1}L_{x2}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(k^2 - k_n^2)} \frac{1}{(k^2 - k_m^2)} \frac{T_n T_m}{I_n I_m} \right. \\ &\quad \left. \int_0^{L_{x1}} \cos k_n x \cos k_m x dx \int_0^{L_{x2}} \cos k_n x \cos k_m x dx \right) \end{aligned} \quad (3.45)$$

これは理論的には厳密であるが、無限和の積を含む。なお、前項までの平均二乗音圧に関する考察より、これを近似的に求めることができる。

$$\begin{aligned} D &= 10 \log_{10} \left(\frac{\langle p_1^2 \rangle}{\langle p_2^2 \rangle} \right) \\ &\simeq 10 \log_{10} \frac{1}{L_{x1}^2} \sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{1}{k^2 - k_p^2} \right)^2 \\ &\quad - 10 \log_{10} \frac{1}{L_{x1}L_{x2}} \left(\frac{\rho_0}{m} \frac{1}{k \sin kL_{x2}} \right)^2 \left(\frac{1}{4k} \sin 2kL_{x2} + \frac{L_{x2}}{2} \right) \left(\sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{k_p}{k^2 - k_p^2} \right)^2 \frac{\epsilon_p}{L_{x1}} \right) \end{aligned} \quad (3.46)$$

さらに k が十分に大きいときは、

$$D \simeq 10 \log_{10} \frac{1}{L_{x1}^2} \sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{1}{k^2 - k_p^2} \right)^2 - 10 \log_{10} \frac{1}{L_{x1}L_{x2}} \left(\frac{\rho_0}{m} \frac{1}{k \sin kL_{x2}} \right)^2 \frac{L_{x2}}{2} \left(\sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{k_p}{k^2 - k_p^2} \right)^2 \frac{2}{L_{x1}} \right) \quad (3.47)$$

$$= 10 \log_{10} \left(\frac{m\omega}{\rho_0 c} \right)^2 \sin^2 kL_{x2} \quad (3.48)$$

と近似される。

■妥当性の検証 ここで、本近似手法の妥当性を検証する。Table 3.2 において、質量壁の密度 $m = 4, 32 \text{ kg/m}^2$ の条件でのレベル差 D を Eqs. (3.45),(3.46) のそれぞれから求めたものと、FEM による数値解析によって計算した。FEM による平均二乗音圧の算出方法は、3.4.2 項で述べる。なお、解析周波数は $1 \sim 1000 \text{ Hz}$ までとし、解析周波数幅 55 Hz までは 0.2 Hz 刻み、それ以降は $1/192$ オクターブの中心周波数毎とした。結果を Fig. 3.6 に示す。結果には以下のように表される圧力場理論による低周波におけるレベル差近似の式 D_{PS} 、垂直入射の質量則 ML を重ねて表示している。

$$D_{\text{PS}} = 10 \log_{10} \left(\frac{(m + 2\rho_0)\omega^2 V_2}{\gamma P_0 S} - 1 \right)^2 \quad (3.49)$$

$$\text{ML} = 10 \log_{10} \left(1 + \frac{m\omega}{2\rho_0 c} \right)^2 \quad (3.50)$$

ただし、 P_0 は静止大気圧、 γ は空気の比熱比を表す。1次元解析であるから、 $S = 1, V_2 = L_{x2}$ とする。 $m = 4, 32 \text{ kg/m}^2$ のどちらの条件でも、理論と近似式は高周波数域ではよく対応している。レベル差が極小となるのは、圧力場近似の共鳴周波数、及び透過側の音響管の固有モードの周波数のときである。また、 $m = 32 \text{ kg/m}^2$ の条件では、比較的低い1次の透過側の音響管の固有モードの周波数付近でも FEM もしくは厳密な理論値と対応していることがわかる。また、レベル差の上端の包絡線は、垂直入射の質量則よりもおよそ 6 dB ほど高い。これは Eq. (3.48) の振動項を無視した式と Eq. (3.50) の高周波数近似での式が

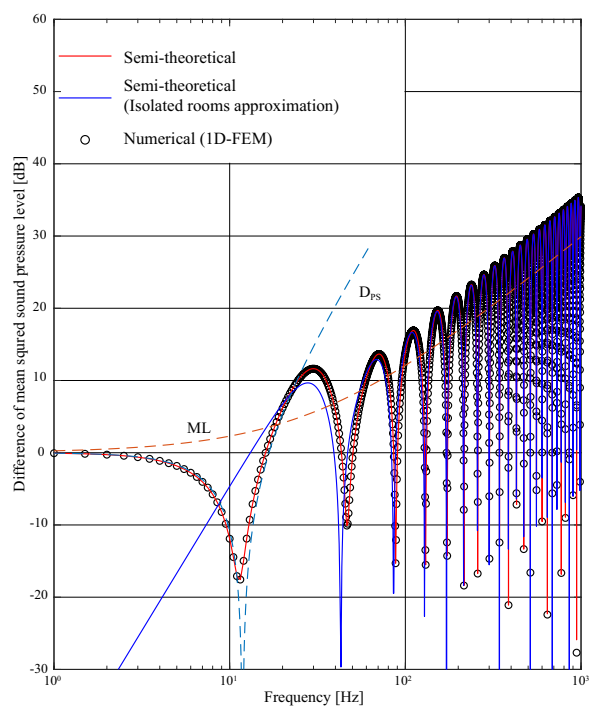
$$D \simeq 10 \log_{10} \left(\frac{m\omega}{\rho_0 c} \right)^2 = 10 \log_{10} \left(\frac{m\omega}{2\rho_0 c} \right)^2 + 6 \simeq \text{ML} + 6 \quad (3.51)$$

となることと対応している。

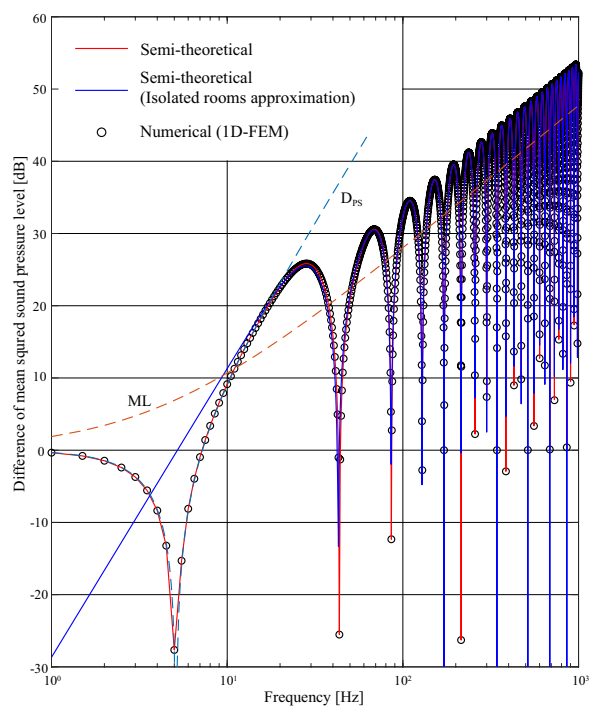
なおこれらの結果は、室間のレベル差を評価するという点ではある程度周波数が高ければ数値計算においても連成解析を行うことなく片方向の連成のみで十分な精度を確保できることを示唆している。以上の検討より、本論文で検討した1次元音場での薄膜を挟んだ室間音圧レベル差の理論の妥当性が確認された。

Table 3.2: Analysis condition for validation of 1D modal theory

Property Name	Values
Inc. tube length L_{x1} [m]	3
Trans. tube length L_{x2} [m]	4
Speed of sound c [m/s]	343
Air density ρ_0 [kg/m ³]	1.21



(a) $m = 4$ [kg/m²]



(b) $m = 32$ [kg/m²]

Fig. 3.6: Difference of the mean squared sound pressure level

3.2.3 3次元モード場における理論

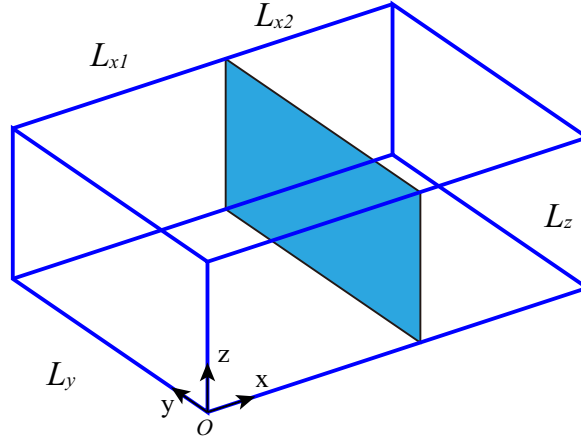


Fig. 3.7: 3-dimensional modal rooms partitioned by a limp membrane

3次元モード場においても、1次元の理論を拡張することができる。ここでは重複を避けるため式変形については省略し、結果のみを記す。ただし、Fig. 3.7のように直方体室において y 軸の長さを L_y 、 z 軸の長さを L_z とし、両室において同じ値とする。 y, z 軸に垂直な壁面は全て剛とするため境界条件は次式で表される。

$$\left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_{y=L_y} = 0 \quad (3.52)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=L_z} = 0 \quad (3.53)$$

まず、3次元での室間音圧レベル差 D は次式のように表される。

$$\begin{aligned} D &= 10 \log_{10} \left(\frac{\langle p_1^2 \rangle}{\langle p_2^2 \rangle} \right) \\ &= 10 \log_{10} \frac{1}{V_1^2} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l'=0}^{\infty} \left(\frac{\left(\int_0^{L_{x1}} \cos k_l x \cos k'_l x dx \right)^2}{\left\{ k^2 - (k_{x,l}^2 + k_{y,m}^2 + k_{z,n}^2) \right\} \left\{ k^2 - (k_{x,l'}^2 + k_{y,m}^2 + k_{z,n}^2) \right\}} \frac{1}{I_l I_{l'}} \right) \\ &\quad - 10 \log_{10} \frac{1}{V_1 V_2} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l'=0}^{\infty} \left(\frac{\left(\int_0^{L_{x1}} \cos k_l x \cos k'_l x dx \right) \left(\int_0^{L_{x2}} \cos k_l x \cos k'_l x dx \right)}{\left\{ k^2 - (k_{x,l}^2 + k_{y,m}^2 + k_{z,n}^2) \right\} \left\{ k^2 - (k_{x,l'}^2 + k_{y,m}^2 + k_{z,n}^2) \right\}} \frac{T_l T_{l'}}{I_l I_{l'}} \right) \end{aligned} \quad (3.54)$$

ただし,

$$k = \frac{\omega'}{c} \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} \sin k_{x,l}(L_{x1} + L_{x2}) - \frac{mk_{x,l}}{\rho_0} \sin k_l L_{x1} \sin k L_{x2} &= 0, \\ \sin k_{x,l'}(L_{x1} + L_{x2}) - \frac{mk_{x,l'}}{\rho_0} \sin k_{l'} L_{x1} \sin k L_{x2} &= 0, \\ k_{y,m} &= \frac{m\pi}{L_y}, \quad k_{z,n} = \frac{n\pi}{L_z} \end{aligned} \quad (3.56)$$

である。Eq. (3.54) は四重無限和を含み、また積分項が存在し煩雑である。さらに $k_l, k_{l'}$ は陽に算出することが困難である。一方、連成を無視した手法であればレベル差 D は次式のように近似される。

$$\begin{aligned} D &= 10 \log_{10} \left(\frac{\langle p_1^2 \rangle}{\langle p_2^2 \rangle} \right) \\ &\simeq 10 \log_{10} \frac{1}{V_1^2} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{k^2 - (k_{x,l}^2 + k_{y,m}^2 + k_{z,n}^2)} \right)^2 \\ &\quad - 10 \log_{10} \frac{1}{V_1 V_2} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\rho_0}{m} \frac{1}{k_{x,mn} \sin k_{x,mn} L_{x2}} \right)^2 \\ &\quad \left(\frac{1}{4k_{x,mn}} \sin 2k_{x,mn} L_{x2} + \frac{L_{x2}}{2} \right) \left(\frac{1}{k^2 - (k_{x,l}^2 + k_{y,m}^2 + k_{z,n}^2)} \right)^2 \frac{\epsilon_l}{L_{x1}} \end{aligned} \quad (3.57)$$

ただし,

$$k = \frac{\omega'}{c} \quad (3.58)$$

$$k_{x,l} = \frac{l\pi}{L_{x1}}, \quad k_{y,m} = \frac{m\pi}{L_y}, \quad k_{z,n} = \frac{n\pi}{L_z} \quad (3.59)$$

$$k_{x,mn} = \sqrt{k^2 - (k_{y,m}^2 + k_{z,n}^2)} \quad (3.60)$$

である。なお、 $k_{x,l}$ は音源室由来の x 軸の波数、 $k_{x,mn}$ は受音室由来の x 軸の波数である。Eq. (3.60) より $k_{x,mn}$ にはエバネッセントな波数が計算に入ることになる。3次元音場においては、Eq. (3.57) 以上の近似はできないものの、 $k_{x,l}$ が陽に算出でき、三重無限和で済むというメリットがある。

■妥当性の検証 ここで、本理論の妥当性を検証する。Table 3.3 の解析条件において、1次元での検討と同様に質量壁の密度 $m = 4,32 \text{ kg/m}^2$ の条件でのレベル差 D を Eqs. (3.54),(3.57) のそれぞれから求めたものと、FEMによる数値解析によって計算したものを比較した。なお、解析周波数は1～1000 Hz までとし、解析周波数幅 55 Hz までは 0.2 Hz 刻み、それ以降は 1/192 オクターブの中心周波数毎とした。ただし FEM による解析周波数は計算負荷の都合で 125 Hz 中心周波数 1/3 オクターブバンド上限周波数までとした。結果を Fig. 3.8 に示す。結果には以下のように表される圧力場理論による低周波におけるレベル差近似の式 D_{PS} 、ランダム入射の無限大質量則 ML_{∞} (3.4.1 項に詳述) を重ねて表示している。

$m = 4,32 \text{ kg/m}^2$ のどちらの条件でも、理論と近似式は $m = 32 \text{ kg/m}^2$ では 10 Hz 以上で対応しているが、 $m = 4 \text{ kg/m}^2$ では 125 Hz までに対応している様子が見られずやや小さい値となる。これは、面密度が小さい方が両室間の連成の程度が大きくなり、近似が成り立たないことが原因と考えられる。な

お FEM と理論式によるレベル差は一致しており、3次元音場においても理論式の妥当性が示された。なお1次元音場では周波数あたりのモード数は周波数 f に依存しない定数となるが、3次元音場では f^3 でモード数が増えていくため、1次元音場と比べ特に高音域になるにつれて室のモードによって室間レベル差が激しく上下している様子が確認できる。

Table 3.3: Analysis condition for validation of 3D modal theory

Property Name	Values
Inc. room depth L_{x1} [m]	5.12
Trans. room depth L_{x2} [m]	4.6
Room width L_y [m]	4.12
Room height L_z [m]	3.0
Speed of sound c [m/s]	343
Air density ρ_0 [kg/m ³]	1.21

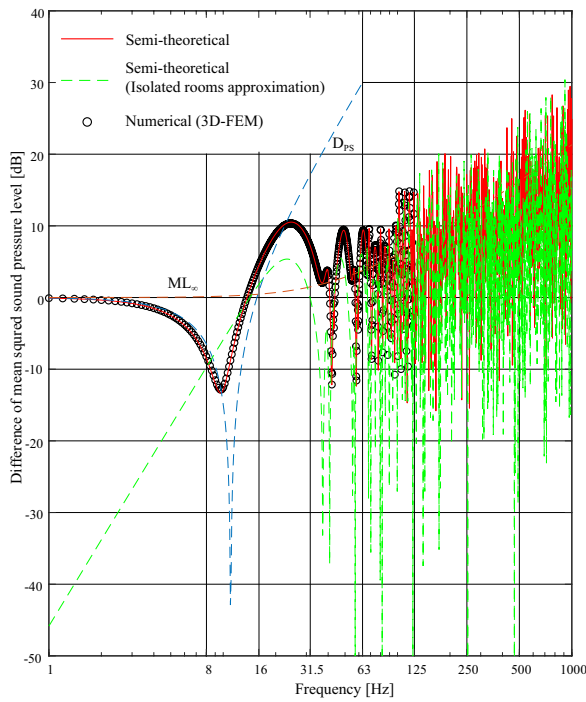
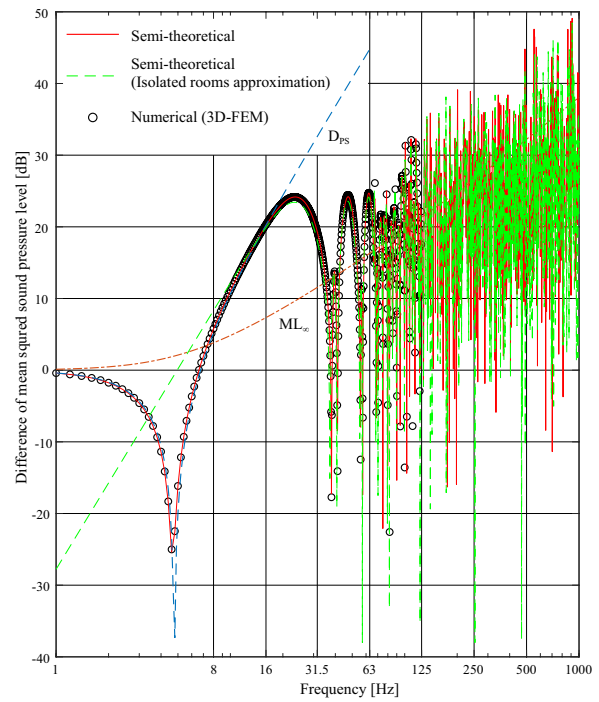
(a) $m = 4[\text{kg/m}^2]$ (b) $m = 32[\text{kg/m}^2]$

Fig. 3.8: Difference of the mean squared sound pressure level on 3D modal rooms

また、これらを1/3オクターブ毎に平均した結果を Fig. 3.9 に示す。理論式、近似理論式、FEM による結果も 63 Hz 帯域までの比較的モード密度が小さいところでは室内レベル差の評価も上下する傾向が見られるが、125 Hz 以上の帯域では概ね安定した結果が見られる。また $m = 32\text{kg/m}^2$ では理論値と近似式の差は最大 1 dB 未満であり、よく対応していることが示された。これらの理論式は 300 Hz 帯域以上では ML_∞ に近づく傾向にあるがそれ以下の周波数帯域では、 ML_∞ よりも高い値で推移する。

一方、 $m = 4\text{kg/m}^2$ では 300 Hz 程度まで理論値と近似値が対応しておらず、近似の方が低い値となる傾向が見られた。これは 1次元理論よりも対応が悪い。また理論値による評価を比較しても、 $m = 32\text{kg/m}^2$ の条件とは ML_∞ に対する挙動は異なり、 ML_∞ に対しより低い値に漸近する傾向が見られた。

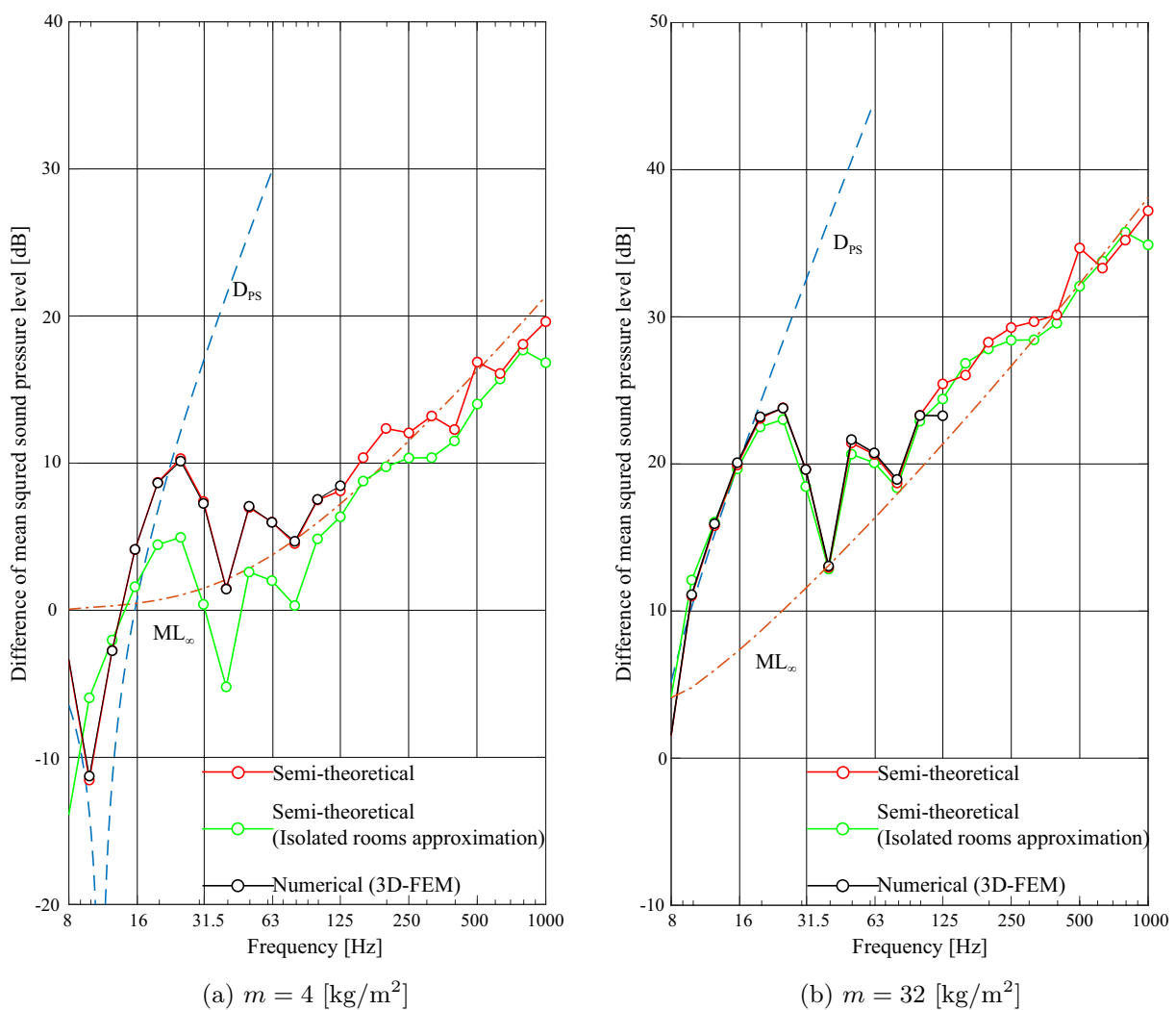


Fig. 3.9: Band synthesis of the difference of the mean squared sound pressure level on 3D modal rooms

3.2.4 室寸法が室間レベル差に与える影響

前節までの理論を用いて直方形室において室寸法が室間レベル差に与える影響について考察する。前項の検討より、少なくとも薄膜の面密度が 32 kg/m^2 以上、室寸法が Table 3.3 で示す長さ以上であれば、 31.5 Hz 以上の帯域でも十分連成を無視する手法が成り立つと言える。本検討では、薄膜の面密度が 32 kg/m^2 の場合に、室寸法が室間平均音圧レベル差に与える影響について、Eq. (3.57) より室間レベル差を計算し、ケーススタディを行い考察した。

■解析条件 室寸法の変化については、薄膜の面積を一定にし、音源室もしくは受音室の奥行きを変化させたもの（パターン1,2）、薄膜の面積を変化させ、音源室と受音室の奥行きを一定としたもの（パターン3）、相似的に室寸法を変化させたもの（パターン4）の4パターンを解析した。Table 3.4 にそれぞれの変化パターンでの変化対象の寸法を、Fig. 3.10 に各パターンでの変化の模式図を示す。またその変化率は、Table 3.3 に対して、辺の長さを 1.0, 1.25, 1.5, 2.0 倍とした。パターン3,4 では体積の変化率はそれ以上となる。

Table 3.4: Patterns of the case study

	L_{x1}	L_{x2}	L_y	L_z
pattern 1	○	—	—	—
pattern 2	—	○	—	—
pattern 3	—	—	○	○
pattern 4	○	○	○	○

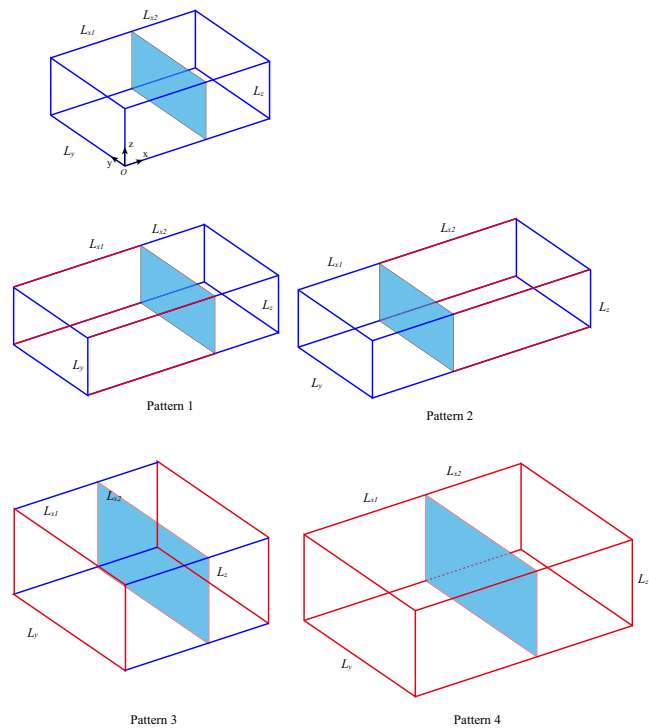


Fig. 3.10: Schematic of pattern of the case study

■解析結果 解析結果を Fig. 3.11 に示す。まず、Fig. 3.11(a) の音源室の奥行きを変化させたパターン 1 の変化ではそれぞれのレベル差においてピークディップの周波数帯域が一致し、周波数に対する挙動が概ね同様であることが示唆された。またそれぞれの変化毎の差も 4 dB 未満と比較的小さい。これは 3.2.2 項で述べたように室間レベル差のディップの周波数は受音室の固有モード周波数に一致するため、ピークの周波数は音源室には依らず、そのため音源室の寸法を変えても挙動が変化しなかったものと推察される。

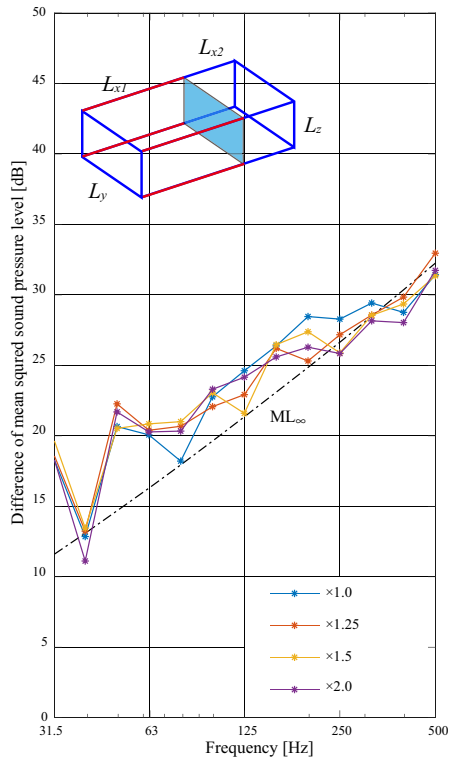
Fig. 3.11(b) の受音室の奥行きを変化させたパターン 2 では、125 Hz 以上の中音域においてはパターン 1 と同様、それぞれの差は比較的小さかった。一方それ以下の周波数では、受音室の固有周波数が異なるためディップの位置がずれ、特に 63 Hz 以下の低音域においては最大 8 dB 程度の差が生じることがわかる。

Fig. 3.11(c)(d) では、薄膜の面積が変化している。そのため薄膜の面積が大きい方が室間レベル差が小さくなる傾向が見られた。ただし、透過損失の算出式である

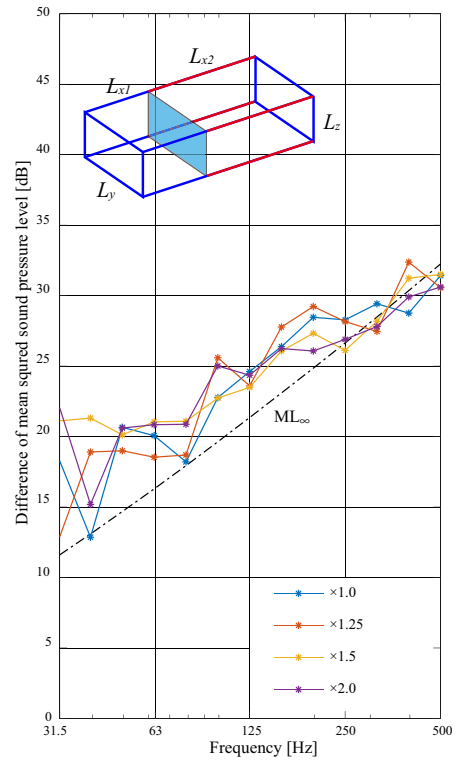
$$\begin{aligned} R &= L_1 - L_2 + 10 \log_{10} S/A \\ L_1 - L_2 &= R - 10 \log_{10} S/A \end{aligned} \quad (3.61)$$

より、室間レベル差は試料面積の比の dB 換算分小さくなるはずである。一方本解析結果ではどちらの条件でも試料面積の差は最大 4 倍あるが、室間レベル差に与える影響は 6 dB より小さい。これはこの室がモードの影響を強く受けていることによると考えられる。また、(d) では室全体を相似的に変化させているため、各変化のレベル差が周波数軸に対して平行移動したグラフとなっている。

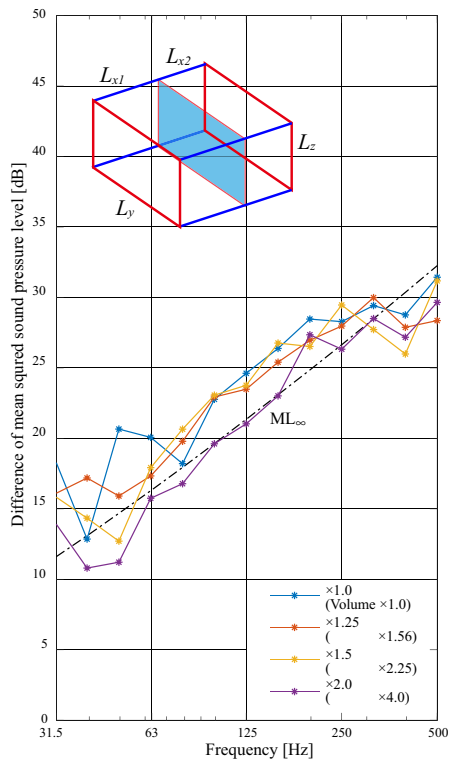
なお、本解析では計算機は Table 1.2 のものを、プログラミング言語は MATLAB を使用したが、解析時間は 15 秒程度と非常に短い。一方厳密解である Eq. 3.54 は同様の環境で 30 分程度、3.4.2 項で後述する有限要素法において平均二乗音圧を算出する方法では、Table 1.1 の計算機を用いても 250 Hz までの解析に 1 日半かかるため、本解析手法は計算コストの面では有効である。一方、面密度の低いものは近似できておらず、また有限要素法ほど解析可能なモデルに汎用性がないなどの欠点もある。



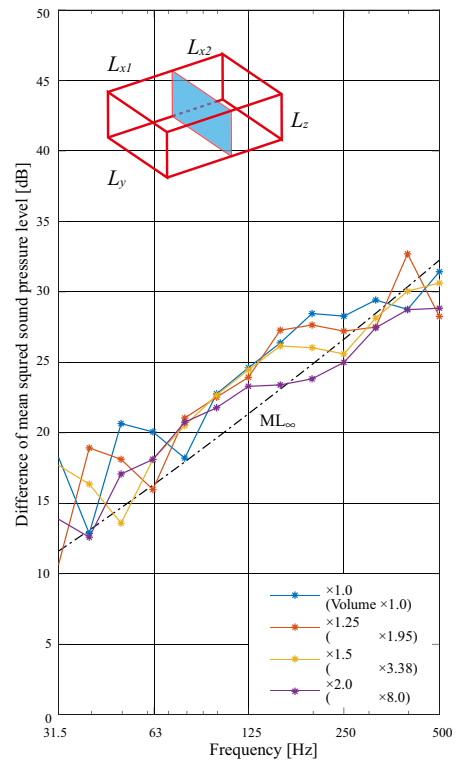
(a) Comparison among depth of source room (Pattern 1)



(b) Comparison among depth of receiving room (Pattern 2)



(c) Comparison among surface area (Pattern 3)



(d) Comparison among volume of room (Pattern 4)

Fig. 3.11: Comparison of mean sound pressure level among room shape and volume

3.3 数値解析での計測の模擬方法

3.3.1 等価吸音面積の算出方法

拡散音場理論から透過損失を算出する際は、受音室の等価吸音面積 A が必要である。実測においては、 A は受音室側の残響時間 T_{60} を用いて

$$T_{60} = \frac{KV_2}{A} \quad (3.62)$$

から算出する。なお、 K は定数、 V_2 は受音室の体積である。本論文では、数値解析は解析定常応答解析を利用しているため、直接 T_{60} を求めることは困難である。そのため、代替の算出法を述べる。

簡易的な手法として、数値解析において音響要素の境界壁面に与えている法線方向比音響アドミタンス比 β_n から求める手法を述べる。まず、法線方向比音響アドミタンス比と法線方向比音響インピーダンス Z_n との関係は

$$\frac{1}{\beta_n} = \frac{Z_n}{\rho_0 c} = r_n + jx_n \quad (3.63)$$

x_n, r_n は音響インピーダンスの実部と虚部である。

これらを用いてランダム入射吸音率を求めると、

$$\alpha_r = \int_0^{\pi/2} \frac{r_n \cos^2 \theta \sin \theta}{(r_n \cos \theta + 1)^2 + x_n^2 \cos^2 \theta} d\theta \quad (3.64)$$

となるが、本研究では、ランダム入射吸音率相当の比音響コンダクタンス比 r_n のみを与えるため、 x_n は 0 である。この時 α_r は

$$\alpha_r = \frac{8}{r_n} \left(\frac{r_n^2 + 2r_n - 2(r_n + 1) \log |r_n + 1|}{r_n(r_n + 1)} \right) \quad (3.65)$$

となる。これを用いれば、受音室の等価吸音面積 A は受音室の壁面面積 S_2 を用いて、 $A = S_2 \alpha_r$ と計算される。

実際に壁面にランダム入射している状況に近い音場の場合には、以上の計算は妥当であるが、実際にはランダム入射条件とは乖離すると考えられる。そのため、数値計算を用いて A を算出することを考える。まず実際に受音室に残響時間測定用のスピーカーを配置するのと同様に、受音室に点音源配置する解析を行うことを考える (Fig. 3.12 左図)。この時、受音室壁面で吸収される音響パワーと、受音室のエネルギー密度との関係は拡散音場理論より、

$$\begin{aligned} W_{\text{abs}} &= \frac{\langle E_2 \rangle c A}{4} \\ A &= \frac{4W_{\text{abs}}}{\langle E_2 \rangle c} \end{aligned} \quad (3.66)$$

と書ける。ただし、 $W_{\text{abs}}, \langle E_2 \rangle$ はそれぞれ受音室壁面で吸収される音響パワー、受音室の平均エネルギー密度である。なお、 $\langle E_2 \rangle$ の算出方法については次項で述べる。Eq. (3.62) の代替として、Eq. (3.66) を用いることで、受音室の等価吸音面積 A を求める事が可能である。しかしながら、本手法では $W_{\text{abs}}, \langle E_2 \rangle$ は音源の配置に大きく依存し、また平均音圧レベル差 D を算出する際の $W_{\text{abs}}, \langle E_2 \rangle$ が異なるという問題

がある。そのため、本論文では受信室に点音源配置する代わりに間平均音圧レベル差を計測する際と同じ位置に音源を配置した際の $W_{\text{abs}}, \langle E_2 \rangle$ から等価吸音面積 A を求める手法を用いた (Fig. 3.12 右図)。

なお、このような透過吸音面積の算出方法を用いた場合には受信室壁面で吸収される音響パワー W_{abs} と試料を透過する音響パワー W_{trans} が等しく、以下のような式変形が可能であるため、理論的には残響室-残響室法による透過損失 R_D とインテンシティ法による透過損失 R_I の算出方法と同一の手法をとっていることになる。

$$\begin{aligned}
 R_D &= L_1 - L_2 + 10 \log_{10} \frac{S}{A} \\
 &= 10 \log_{10} \frac{E_1 S}{E_2 A} \\
 &= 10 \log_{10} \frac{E_1 S}{E_2 \frac{4W_{\text{abs}}}{E_2 c}} \\
 &= 10 \log_{10} \left(\frac{W_{\text{trans}}}{E_1 c S / 4} \right)^{-1} \\
 &= R_I
 \end{aligned} \tag{3.67}$$

実際の計測においても、このような等価吸音面積の算出方法の差による透過損失の差異は生じうる。そのため、S/N 比の確保や材料ごとの測定の頻雑さ等の問題は生じるものの、室間平均音圧レベル差を計測する際と同じ位置に音源を配置した際の残響時間を測定する方がより精度の高い透過損失の算出に繋がる可能性がある。

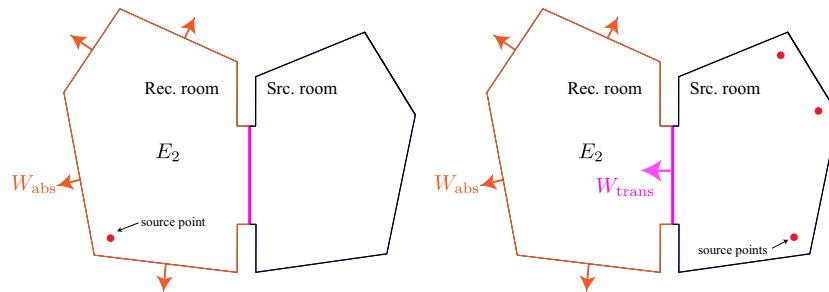


Fig. 3.12: Schematic for the calculation of A

3.3.2 透過損失の算出方法

■平均音響エネルギー密度差の算出 拡散音場理論での音響透過損失の算出は以下のように導出される。まず、両室でのエネルギー授受を考えると、エネルギーバランスの方程式は、

$$\begin{cases} V_1 \frac{dE_1}{dt} = -\frac{E_1 c A_1}{4} - \frac{E_1 c S \tau}{4} + \frac{E_2 c S \tau}{4} + W_1 \\ V_2 \frac{dE_2}{dt} = -\frac{E_2 c A_2}{4} - \frac{E_2 c S \tau}{4} + \frac{E_1 c S \tau}{4} \end{cases} \quad (3.68)$$

となる。ここでこれらの結合室の定常状態を考える。 $\frac{dE_1}{dt} = \frac{dE_2}{dt} = 0$ であるので、 τ を

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{E_2 A_2}{(E_1 - E_2) S} \\ &\simeq \frac{E_2 A_2}{E_1 S} \end{aligned} \quad (3.69)$$

と求める事ができる。なお $E_1 \gg E_2$ である事が多いため、これを利用した。音響透過損失 R をエネルギー透過率 τ を用いて以下のように定義する。

$$R = 10 \log_{10} \frac{1}{\tau} = 10 \log_{10} \langle E_1 \rangle - 10 \log_{10} \langle E_2 \rangle + 10 \log_{10} \frac{S}{A} \quad (3.70)$$

なお、室内の平均音響エネルギー密度は平面波や球面波においては、室内音圧のポテンシャルエネルギーに基づき下式により求められる。

$$\langle E \rangle = \frac{\langle p_{\text{rms}}^2 \rangle}{\rho_0 c^2} \quad (3.71)$$

ただし、 $(\cdot)_{\text{rms}}$ は実効値を表す。この式より JIS A 1416[36]、及び ISO 10140-2[37] では平均音圧レベル L_1, L_2 の差から透過損失を以下の式より求めることとしている。

$$R = L_1 - L_2 + 10 \log_{10} \frac{S}{A} \quad (3.72)$$

一方、任意の音場においては平均音響エネルギー密度は室内音圧のポテンシャルエネルギー及び粒子速度の運動エネルギーの和として

$$\langle E \rangle = \frac{\langle p_{\text{rms}}^2 \rangle}{2\rho_0 c^2} + \frac{\rho_0 \langle |\mathbf{u}_{\text{rms}}|^2 \rangle}{2} \quad (3.73)$$

と求める。実測においては、粒子速度を求める手法として音圧傾度から算出する方法や p - u センサーを用いる方法などが実用化されているが [38]、精度などには課題があるためこの手法により透過損失を算出した例は多くない [39]。しかしながら、このように音圧と粒子速度両方から平均エネルギー密度を算出した際に、得られる透過損失に差が生じうるかどうかなについては検討の余地がある。この検討結果は第四章において詳述する。

■透過損失のバンド値の合成 透過損失の1/3オクターブバンド値の合成に当たっては、広帯域ノイズを用いたISO準拠の実測を模擬することを主眼に置くと、以下のような手順で算出することになる。

1. 各受音点での音響エネルギー密度のバンド平均
2. 各室の受音点の音響エネルギー密度平均
3. 2から音源毎の平均音響エネルギー密度差, 及び透過損失を算出
4. 音源位置についてエネルギー透過率の平均を行い, 最終的な透過損失を算出

なお, JIS A 1416 においては, 上記の手順4の部分は, 音源毎の透過損失の算術平均となっている。

一方で, Inoueら[40]は剛バフル上の開口内部に設置した音響材料の音響透過損失解析を行うにあたり, バフル外部を開空間としたモデルを構築し, 以下のような手順で音響透過損失を算出している。

1. 等立体角毎に平面波を入射
2. 斜入射透過率を幾何学的入射パワー・ネット透過パワーより算出
3. Parisの式により統計入射透過率を算出
4. 単一周波数の統計入射透過率をバンド平均し, バンド平均統計入射透過損失を算出

この手法では, 単一周波数の透過率を求めた後に, バンド平均した透過損失を算出しており, これに基づき連結残響室における透過損失算出を考えると, 以下のような手順となる。

1. 各室の受音点の音響エネルギー密度平均
2. 1から音源毎の平均音響エネルギー密度差, 及び透過損失を算出
3. 音源位置についてエネルギー透過率の平均を行い, 単一周波数での透過損失を算出
4. 単一周波数でのエネルギー透過率の平均を行い, 最終的な透過損失を算出

本論文では残響室-残響室法の模擬に主眼をおいているため, 前者の手法による値から主に考察することにする。しかしながら, これらの差がどの程度生じるかについては検討の余地があると考えられるため, 各数値計算ではこれらの差についても触れる。また, 単一周波数での透過損失について検討を行う際は, 後者の手法から求めている。

3.4 試料面積および開口位置が透過損失に及ぼす影響

理論解析では、薄膜を挟むモード場の平均音圧レベル差について議論したが、実際の実験室測定においては、直方体残響室についても試料が嵌ったカセットを用いたり、また開口部を調整壁で小さくしてドアなどの比較的小面積の部材の性能測定を行ったり [31] などして、両室の境界全面が試料となっていることはない。しかしながら試料面積や試料設置位置が得られる透過損失に与える影響については理論解析が困難であるため、数値解析での検討が有効である。先行研究としては、Kropp ら [18] がモード場としての理解を試みている。本節では、矩形の連結残響室を対象として、無張力膜の音響透過損失計測の数値シミュレーションを行い、試料面積、開口位置の影響について計測値の基本的な挙動を把握した。

3.4.1 解析条件

■実験室モデル 数値解析モデルとした実験室は地方独立行政法人東京都立産業技術研究センターが保有する実在の施設であり、JIS A 1416 の Type II 試験室に準拠している。本実験室を対象に FEM による定常音場解析を行う。評価対象周波数は 1/3 オクターブバンド 31.5 ~ 500Hz 帯域とする。同周波数範囲内での解析周波数は、各 1/192 オクターブバンド中心周波数とする。ただし、本条件でモード密度が十分に小さい周波数帯域である 63 Hz 帯域の下限周波数である 56 Hz 以下では線形に 0.2 Hz 毎の分析とした。実験室及び試料の諸元を Table 3.5 に、幾何学的形状を Fig. 3.13 に示す。室間レベル差を測定する際に用いた音源位置の座標を Table 3.6 に示す。

Table 3.5: Specification of the laboratory

Source room	Volume [m ³]	64.0
Receiving room	Volume [m ³]	58.0
	Surface area[m ²]	78.84

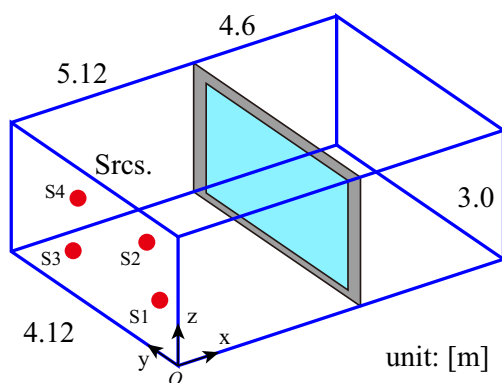


Fig. 3.13: Geometry of the laboratory

Table 3.6: Coordinate of source points

Source number	Coordinate
S1	(1.2, 0.7, 2.0)
S2	(1.7, 2.35, 1.3)
S3	(0.7, 2.7, 1.45)
S4	(1.4, 3.45, 1.9)

なお、実物の音源・受音室には拡散壁、及び吸音材が複数設置されているが、低音域においてはその幾何学形状が与える影響は小さいと考え、幾何学的形状については考慮していない。なお、試料面以外の境界には実験室の残響時間の実測値に基づき、1/1 オクターブバンド毎に Table 3.7 に示すランダム入射吸音率相当の比音響コンダクタンス比を Eq. (3.65) から与えることで吸音材の効果を与えた。また、試料取付部のニッシェについても考慮していない。

Table 3.7: Random-incidence absorption coefficient of the reflective boundary

Center freq. [Hz]	125 & below	250	500
Absorption coef. []	0.081	0.074	0.070

音場及び無張力膜は2次要素を用い、節点間隔が最長でも解析波長の1/8以下となるよう要素分割した。なお、計算の効率化のため、解析周波数を250 Hz以下とそれ以上の帯域に分割し、解析で使用するメッシュを変更した。解析モデルの自由度数を Table 3.8 に示す。

Table 3.8: Degree of freedom for the models

	Source room	Receiving room	limp membrane	total
~ 250[Hz]	16120	14134	781	31035
250[Hz] ~	109161	78248	3005	190414

■試料に関する条件 試料面密度は $4, 32 \text{ kg/m}^2$ の2条件で解析を行った。試料サイズ・設置位置に関する条件設定を Fig. 3.14 に示す。試料サイズについては、(a) 隔壁全面試料 (12.6 m^2)、(b) 隔壁の測定で用いられる大面積試料 (10.0 m^2)、及び (c) 窓等の建築部材を想定した小面積試料 (1.0 m^2) の3条件とした。さらに条件 (c) については境界面における試料の位置を (c-1)~(c-3) の3条件で解析を行った。

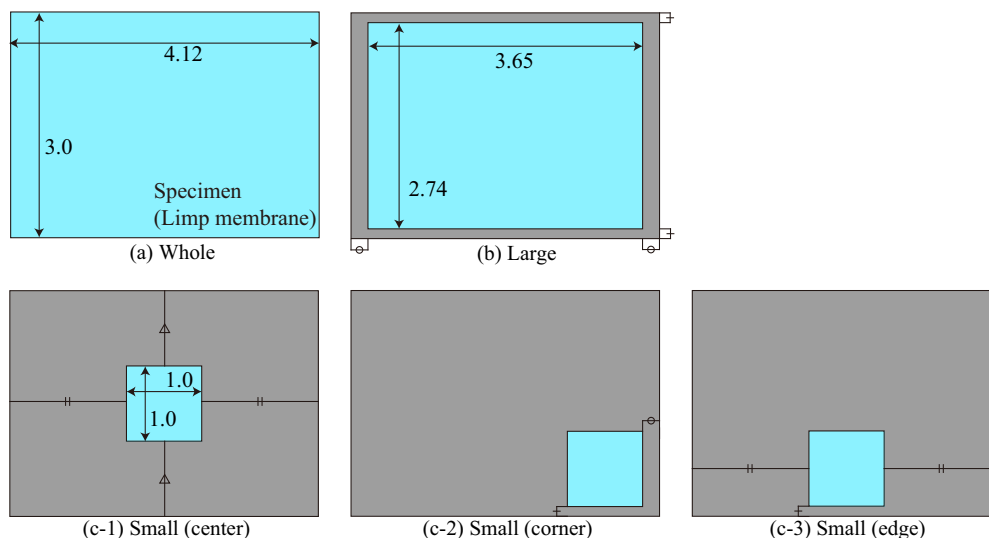


Fig. 3.14: Specification of the specimens

■評価点数に関する条件 本節の検討では、透過損失を求める際の室内平均エネルギー密度の算出では、Fig. 3.15 で示す JIS A 1416 における評価対象空間内の格子点の平均から求めた。評価対象空間内の格子点は各音源位置から 1.0 m、室境界から 0.7 m 以上離れた領域内において、0.7 m 間隔の直交格子点上に設定した。

また、室間レベル差についての検討では、上記の他に実際の計測で用いられる受音点計 10 点 (Table 3.9) と、格子点を室全体において、0.7 m 間隔で設定した条件 (Fig. 3.16) も合わせて比較を行った。

Table 3.9: Coordinate of practical receiving points for the source and the receiving room

Source room	Coordinate	Receiving room	Coordinate
R1	(3.87, 1.20, 1.0)	R1	(6.17, 1.20, 1.20)
R2	(3.17, 1.60, 1.38)	R2	(6.87, 1.55, 1.70)
R3	(3.22., 2.15, 1.80)	R3	(7.62, 0.90, 1.10)
R4	(4.17, 2.70, 1.20)	R4	(7.27, 2.6, 1.60)
R5	(2.97, 1, 3.30, 1.56)	R5	(6.52, 3.30, 1.37)

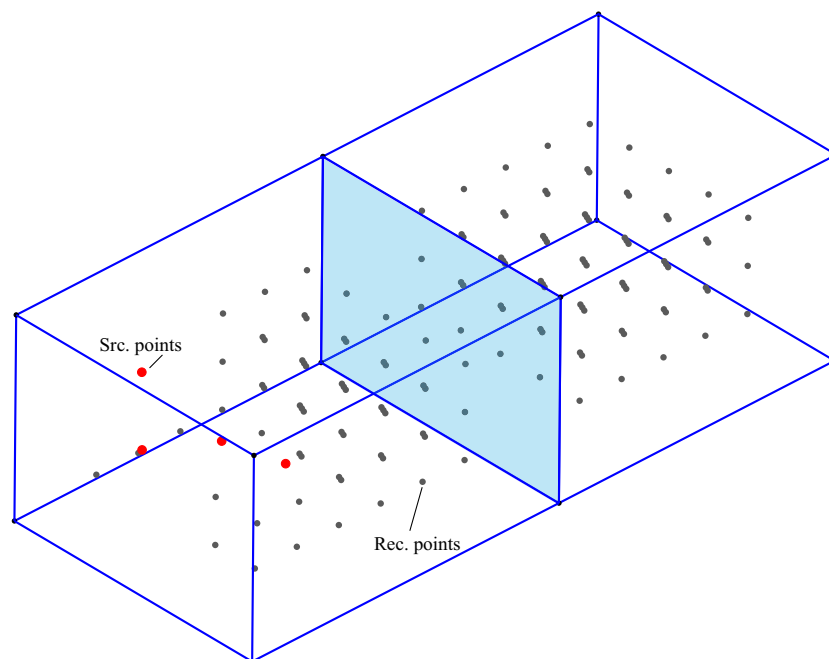


Fig. 3.15: Receiving points for the source and the receiving room (except for close to src. points or room surface)

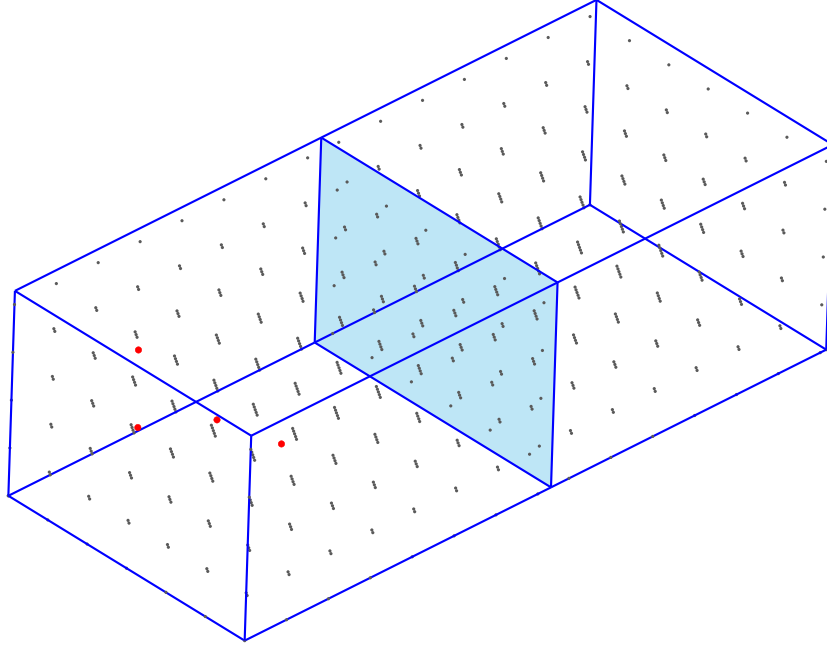


Fig. 3.16: Receiving points for the source and the receiving room (all of the rooms)

■参考値について 参考値として、無限大面積試料に対するランダム入射質量則 (ML_∞)、及び有限面積試料の幾何的放射効率による補正を施した質量則 (ML_F) を算出した。これらの模式図を Fig. 3.17 に示す。

まず、 ML_∞ は無限大面積の質量膜があったときの透過損失の理論値であり、斜入射質量則 τ_θ を Paris の式により平均したランダム入射透過率から求められる。

$$\tau_\theta = \left[1 + \frac{\omega m \cos \theta}{2\rho_0 c} \right]^{-1} \quad (3.74)$$

$$\tau_r = \frac{\int_0^{\pi/2} \tau_\theta \cos \theta \sin \theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta} \quad (3.75)$$

$$ML_\infty = 10 \log_{10} \frac{1}{\tau_r} \quad (3.76)$$

一方、有限面積の質量膜の場合は無限大面積のそれと比較し放射効率が低下し、低下の程度は入射方向によっても変化する。有限面積試料の幾何学的放射効率について考えるため、まず入射平面波を以下のようを与える。

$$p_i(\mathbf{r}) = \exp[-jk(\cos \phi \sin \theta x + \sin \phi \cos \theta y)] \quad (3.77)$$

放射面上の音圧は半自由空間における境界積分方程式から以下のように与えられる。

$$p(\mathbf{r}_p) = 2j\omega\rho_0 \int_{\Gamma} v^f(\mathbf{r}_q) \frac{\exp[-jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|]}{4\pi|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|} dS_q \quad (3.78)$$

ただし、 v^f は領域内向き法線方向粒子速度である。また、透過面上の音響インテンシティを積分すること

Fig. 3.17: Schematic for ML_∞ and ML_F

で放射パワー Π_t を算出する。

$$\begin{aligned}
 \Pi_t &= \frac{1}{2} \text{Re} [p(\mathbf{r}_p) v^{*f} dS_p] \\
 &= \frac{1}{2} \text{Re} \left[2j\omega\rho_0 \int_{\Gamma} \int_{\Gamma} v^f(\mathbf{r}_q) \frac{\exp[-jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|]}{4\pi|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|} v^{*f} dS_q dS_p \right] \\
 &= \frac{\cos^2 \theta}{2\rho_0 c} \text{Re} \left[2jk_0 \int_{\Gamma} \int_{\Gamma} p_t(\mathbf{r}_q) \frac{\exp[-jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|]}{4\pi|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|} p_t^* dS_q dS_p \right] \\
 &= \frac{\cos^2 \theta}{2\rho_0 c} \text{Re} \left[2jk_0 \int_{\Gamma} \int_{\Gamma} T_\infty p_i(\mathbf{r}_q) \frac{\exp[-jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|]}{4\pi|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|} T_\infty^* p_i^* dS_q dS_p \right] \\
 &= \tau_r \frac{\cos^2 \theta}{2\rho_0 c} \text{Re} \left[2jk_0 \int_{\Gamma} \int_{\Gamma} p_i(\mathbf{r}_q) \frac{\exp[-jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|]}{4\pi|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|} T_\infty^* p_i^* dS_q dS_p \right] \quad (3.79)
 \end{aligned}$$

ここでは、透過面からは θ 方向に平面波を放射していること及び透過音圧 p_t が無限大面積の複素音圧透過率 T_r より、 $p_t = T_r p_i$ と表されることを仮定している。振幅 1 Pa の平面波の入射パワー Π_r は次式で与えられる。

$$\Pi_i = \frac{S \cos \theta}{2\rho_0 c} \quad (3.80)$$

最終的に有限サイズ補正を行ったエネルギー透過率及び、 ML_F が次式で得られる。

$$\begin{aligned}
 \tau_f &= \frac{\Pi_t}{\Pi_i} \\
 &= \tau_r \cos \theta \text{Re} \left[2jk_0 \int_{\Gamma} \int_{\Gamma} p_i(\mathbf{r}_q) \frac{\exp[-jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|]}{4\pi|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|} T_\infty^* p_i^* dS_q dS_p \right] \\
 &= \tau_r \cos \theta \sigma_R \quad (3.81)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ML_F &= 10 \log_{10} \frac{1}{\tau_{fr}} \\
 &= 10 \log_{10} \left(\frac{\int_0^{\pi/2} \tau_f \cos \theta \sin \theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta} \right)^{-1} \quad (3.82)
 \end{aligned}$$

なお、積分項は幾何学的放射効率による補正項 σ_R であり、本研究では数値積分により算出している。

3.4.2 有限要素法における平均二乗音圧の算出

実測では、拡散音場理論に基づく透過損失計測を前提とし、また作業負荷の観点から、室間音圧レベル差は3点程度の音源点・5点程度の受音点で評価し、またそれらも壁面近傍を避ける事が規定されている。一方でモード理論においては、平均二乗音圧の理論に基づく評価が必要であり、実測値についてもこれらの値と比較した考察が必要になると考えられる。理論解析での平均二乗音圧については既に算出法を示したが、有限要素解析での数値解析的算出法について本項では述べる。

平均二乗音圧の定義を改めて書く。

$$\begin{aligned}\langle p^2 \rangle &= \frac{1}{V'} \int_{\Omega_s} \frac{1}{V} \int_{\Omega_r} p(\mathbf{r}; \mathbf{r}') \cdot p^*(\mathbf{r}; \mathbf{r}') dV dV' \\ &= \frac{1}{V'} \int_{\Omega_s} \frac{1}{V} \int_{\Omega_r} |p^2(\mathbf{r}; \mathbf{r}')| dV dV'\end{aligned}\quad (3.83)$$

上記の積分方程式を第二章で述べた離散化手法を用いて離散化する。要素内の任意点での音圧二乗値は、内挿関数を用いて以下のように近似されると仮定する。

$$p^2 = \{\mathbf{N}\} \{ |p_i^2| \} \quad (3.84)$$

実際には、音圧二乗値を直接内挿するのではなく、任意点での音圧を求めそれを二乗する手法が適切であるが、精度の差異が著しく出るのは、要素内で音圧二乗値が大きく変動する時であり、十分に小さく要素分割をしている場合は精度上問題ないものと考えられる。ある音源位置での受音領域での二乗音圧節点値ベクトルを

$$\{ |\mathbf{p}(\mathbf{r}')|^2 \} = \left\{ \begin{array}{c} |p(\mathbf{r}_{i_1}; \mathbf{r}')|^2 \\ |p(\mathbf{r}_{i_2}; \mathbf{r}')|^2 \\ \vdots \\ |p(\mathbf{r}_{i_N}; \mathbf{r}')|^2 \end{array} \right\} \quad (3.85)$$

とすると、受音領域での積分は以下のように表される。

$$\frac{1}{V} \int_{\Omega_r} |p(\mathbf{r}; \mathbf{r}')|^2 dV = \frac{1}{V} \left(\int_{\Omega_r} \{\mathbf{N}\} dV \right) \{ |\mathbf{p}(\mathbf{r}')|^2 \} \quad (3.86)$$

Eq. (3.85) の列ベクトルを受音点を毎に並べマトリックスとしたものを考える。

$$[|\mathbf{p}^2|] = [\{ |\mathbf{p}(\mathbf{r}'_{j_1})|^2 \} \{ |\mathbf{p}(\mathbf{r}'_{j_2})|^2 \} \cdots \{ |\mathbf{p}(\mathbf{r}'_{j_M})|^2 \}] \quad (3.87)$$

これを用いると、最終的に積分方程式は以下のように離散化できる。

$$\langle p^2 \rangle = \frac{1}{V'} \frac{1}{V} \left(\int_{\Omega_r} \{\mathbf{N}\} dV [|\mathbf{p}^2|] \right) \cdot \left(\int_{\Omega_s} \{\mathbf{N}\} dV' \right)^T \quad (3.88)$$

実際の計算では、Eq. (3.87) のようなマトリックス領域を計算機上で確保することは、メモリ容量の観点から適切ではないため、離散受音点毎に受音領域の積分を行列-ベクトル積で実行して各計算結果をベクトル化し、最終的に音源領域での積分をベクトル-行列積で計算することとした。

3.4.3 結果と考察

■解析周波数間隔に関する検討 本章で解析対象としている Type II 試験室では吸音が適度になされているため、解析周波数が粗い場合でも室内音圧のピークをある程度捉えられると考えられるが、本検討で設定した周波数間隔の妥当性を確認するため、試料の条件が (a)Whole である条件において、解析周波数を 1/24, 1/48, 1/96, 1/192 オクターブバンド中心周波数とした際の透過損失を Fig. 3.18 に示す。また、試料の面密度 $m = 32 \text{ kg/m}^2$ の条件での 1/192 オクターブバンドによる値を基準とした透過損失の差を Fig. 3.19 に示す。本結果では、周波数解像度を高くしていくと、ある値に収束する傾向があった。特に 1/96 オクターブバンドと 1/192 オクターブバンドの差は 1 dB 未満と非常に小さい。本章では 1/192 オクターブバンド中心周波数の解析を行っているが、1/96 オクターブバンドの解析でも十分に精度良く解析可能であると考えられる。

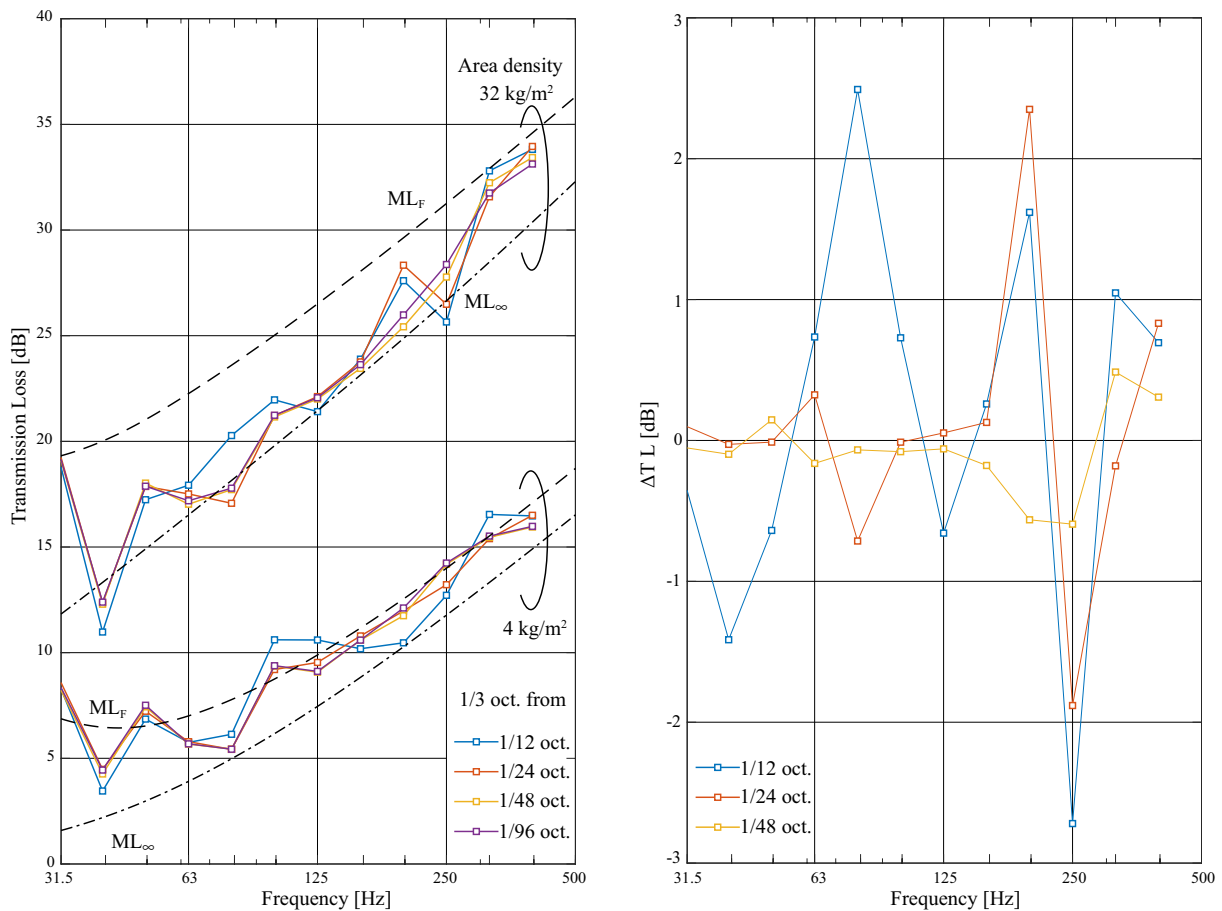


Fig. 3.18: Effects of frequency resolution when Fig. 3.19: Delta transmission loss for various in-averaging into 1/3 octave-band transmission loss tervals for analysis frequency based on 1/192 oct. interval value

■室間音圧レベル差に関する検討 直方体室での室間音圧レベル差について考察するため、試料条件の(a)Wholeを対象に、有限点の音源点・受音点から算出する残響室モデルでの音圧レベル差及び有限要素法による平均二乗音圧から求めた音圧レベル差を比較する。比較した手法は以下の通りであり、便宜的に()内の呼称を用いる。

- 3.4.2 項より平均二乗音圧を音源点・受音点を積分評価して平均音圧レベル差を算出 (積分評価)
- 音源点は Table 3.6 に示す 4 点, 受音点は Table 3.9 に示す各 5 点より評価 (4 点-5 点 評価)
- 音源点は Table 3.6 に示す 4 点, 受音点は Fig. 3.15 に示す壁面・音源近傍を除く多点グリッド評価 (4 点-グリッド評価 1)
- 音源点は Table 3.6 に示す 4 点, 受音点は Fig. 3.16 に示す室全体の多点グリッド評価 (4 点-グリッド評価 2)

単一周波数での平均音圧レベル差を Fig. 3.20, その 1/3 オクターブ合成値を Fig. 3.21 に示す。なお, 3.2.1 項で示した圧力場における音圧レベル差の理論式 D_{PS} を重ねて表示している。また, 積分評価の平均音圧レベル差は計算負荷の都合上, 1/3 オクターブバンドの 250 Hz 上限周波数までの解析とした。圧力場理論が成り立つ 30 Hz 以下の領域においては, どの評価手法においても D_{PS} にほぼ一致していることが確かめられた。それ以上の周波数では, 積分評価によるレベル差と有限点の音源点・受音点から算出する手法でレベル差の挙動の傾向は概ね同様であると考えられる。

1/3 オクターブバンドでの評価の結果は, それぞれの手法の差が 63 Hz 以上の帯域では最大でも 3 dB 程度と極端には大きくないと言える。その中では, 4 点-5 点評価が最もレベル差を大きく評価していることがわかる。4 点-グリッド評価については 2 つの方法でほとんど差がないことがわかる。一般に拡散音場においては壁面近傍の音圧レベルが上昇すること Waterhouse 効果が知られているが, 本解析条件ではその効果が音源室・受音室どちらもほぼ同様に入っているものと考えられる。一方, 積分評価による結果は, それ以外の手法に比べ, 63 Hz 帯域以上でレベル差が小さくなっていることがわかる。これは積分評価以外の手法では, 音源点が膜面から離れた限られた点にしか配置されていないことが原因と考えられる。

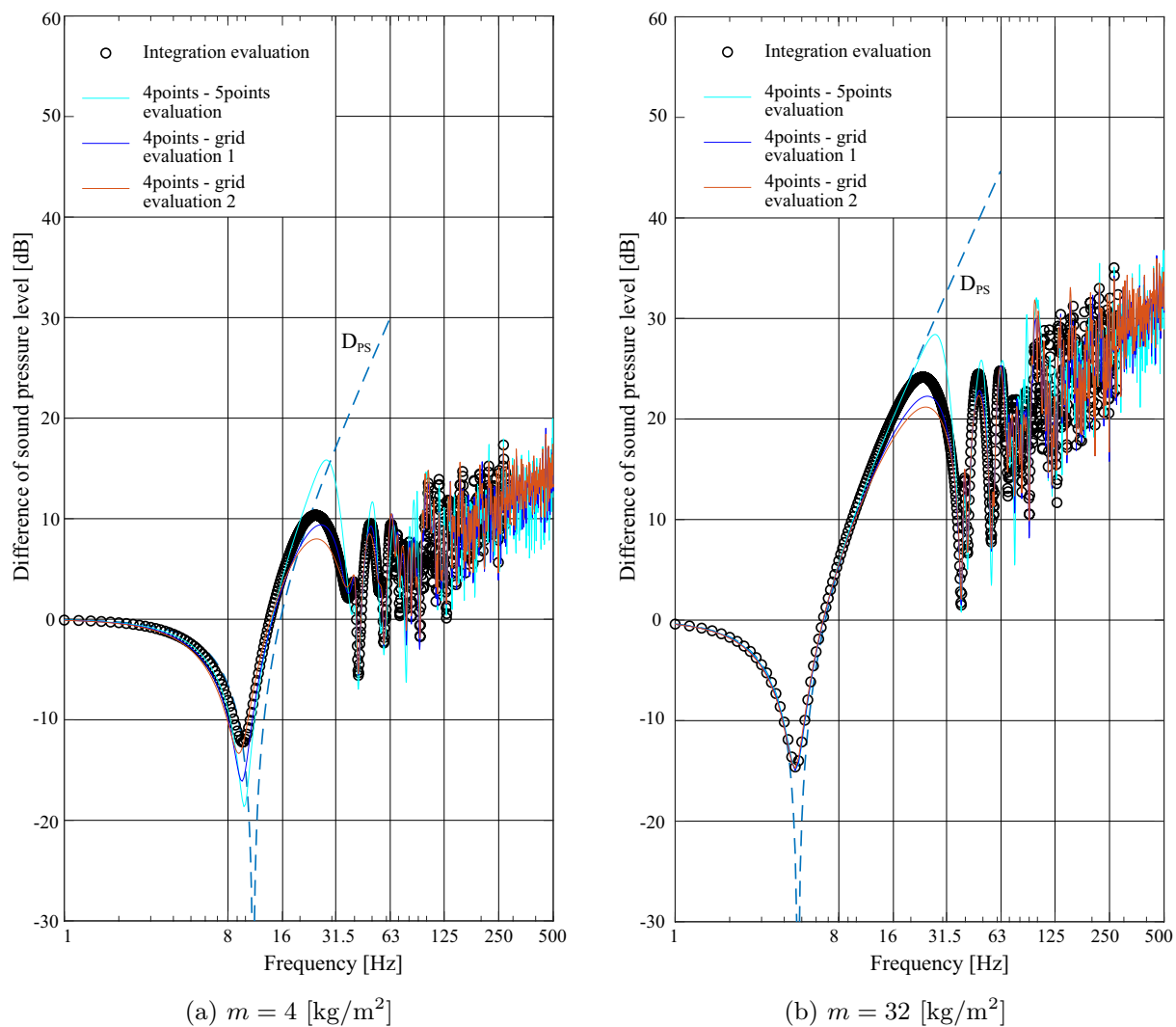


Fig. 3.20: Difference of the mean squared sound pressure level evaluated by various rec. and src. points position

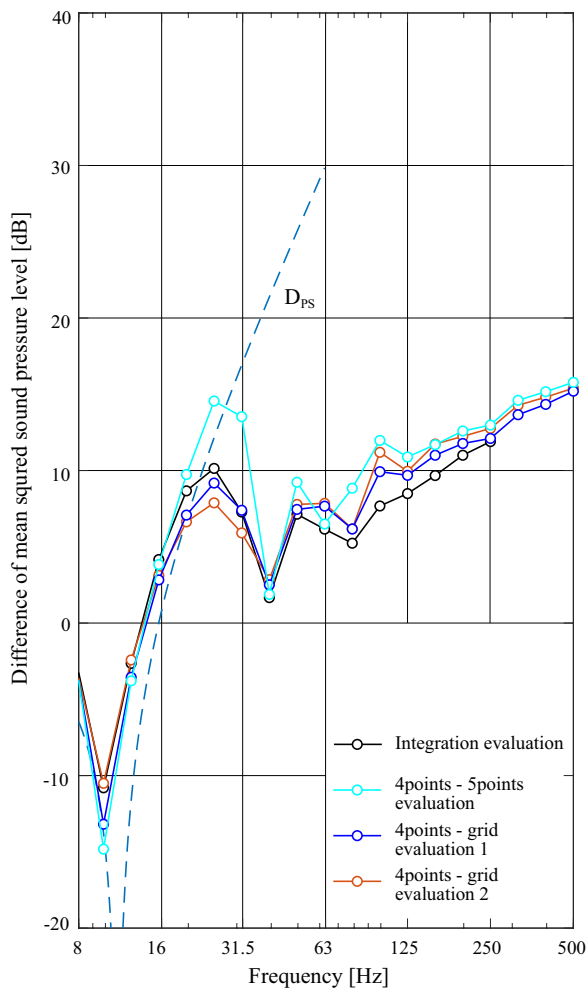
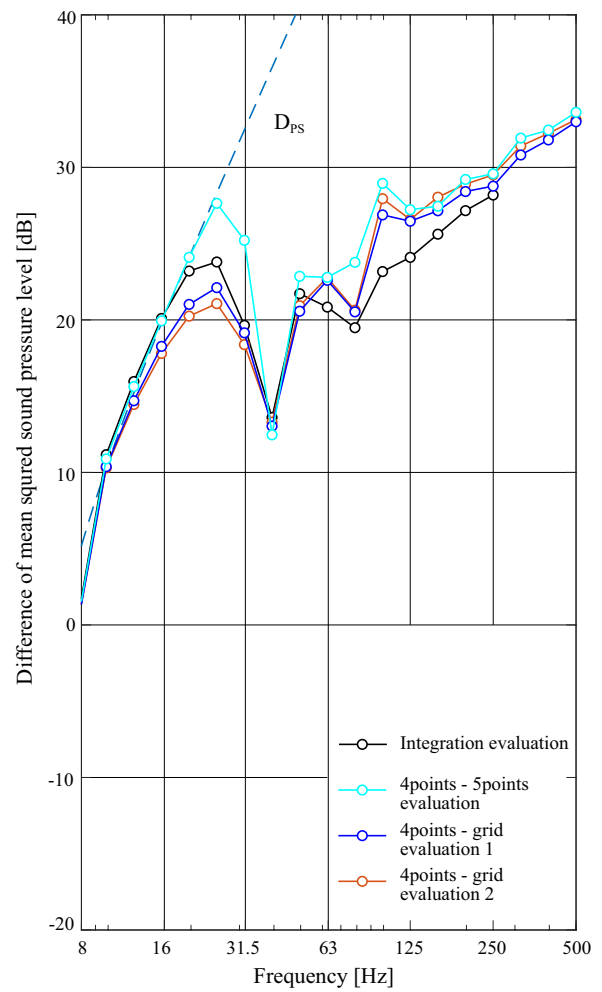
(a) $m = 4$ [kg/m²](b) $m = 32$ [kg/m²]

Fig. 3.21: Band synthesis of the difference of the mean squared sound pressure level evaluated by various rec. and src. points position

■試料面積について 試料面積による違いを観察するため、条件 (a),(b) 及び (c-1) の透過損失の算出結果を Fig. 3.22 にて比較する。試料面積が小さいほど、透過損失が大きくなる傾向が見られ、この関係は ML_F と対応することがわかる。ところで、反射性の壁面に対する鏡像を考えることで、注目する領域と等価な周期音場を考えることが出来る。矩形残響室をこのように見たとき、(a),(b) については透過面がほぼ試料で構成されることから、無限大面積試料の特性 (ML_∞) に近くなる可能性が考えられる。しかしながら、解析結果は ML_∞ よりも ML_F に漸近する傾向にあり、試料の有限性による放射効率の低下は依然として大きいものと推察される。

また、會田らは矩形室においては特に低音域において垂直入射成分が卓越することを指摘している [41]。この研究では、 $4.82 \times 3.49 \times 2.53$ m の室で解析を行っているが、100 Hz 付近まで入射角分布のピークディップが顕著に現れている。矩形室におけるこのような現象が透過損失がランダム入射値に対して上昇する一因と考えられる。

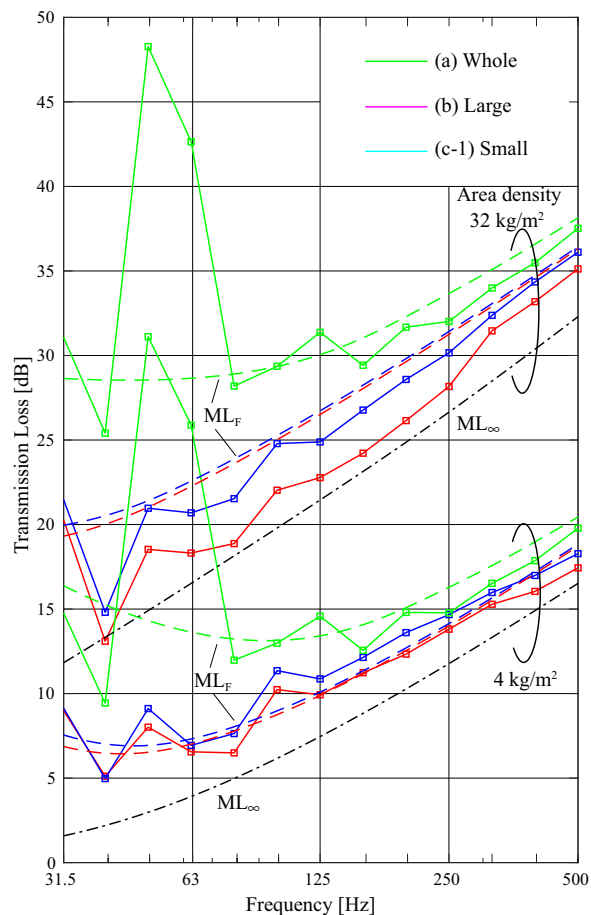


Fig. 3.22: Comparison among specimen sizes

■試料設置位置について 小面積試料の試料設置位置による違いを観察するため、条件 (c-1) から (c-3) の結果を Figs. 3.23, 3.24 にて比較する。Fig. 3.23 では 1/3 オクターブバンド平均の値を示す。概ね 200 Hz 以上の周波数域では、全ての条件で ML_F に漸近する傾向が見られたが、(c-1) の条件のみ他の条件に比べやや小さい値となった。一方、低周波域では概ね ML_F と同様の傾向を示すが、値の変動が大きく、(c-1),(c-3) では 50 Hz 帯域で、(c-1) ではさらに 63 Hz 帯域でも透過損失が大きく上昇する傾向が見られる。なお、(c-2) の条件では他の条件と比較して大きな透過損失の上昇は見られなかった。

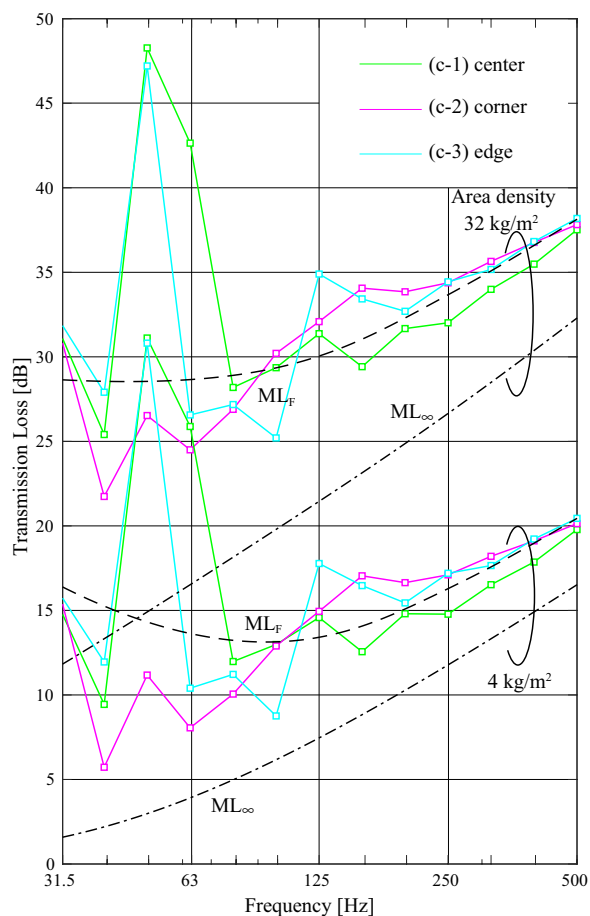


Fig. 3.23: Comparison among specimen position

一般に有限面積の試料では、音響放射効率は振動速度の位相分布に強く依存することが知られている。ここで、Figs. 3.24(a),(b) で単一周波数での透過損失について観察する。なお Fig. 3.24(a) は $m = 4 \text{ kg/m}^2$ での結果、(b) は $m = 32 \text{ kg/m}^2$ での結果を示しているが、どちらの条件であっても室間レベル差の絶対値は異なるものの周波数に対して同様の挙動を示している。特に (c-1),(c-3) の条件では 50 Hz, (c-1) の条件では 60.5 Hz において、透過損失にピークが見られる。またそのピークの鋭さは比較的緩やかである。一般に透過損失はバンド平均した際に帯域内で透過損失が小さな値に引き摺られる。しかしながら、これらの帯域ではピークが鋭くなく、帯域内の周波数全体で透過損失が高い値になっており、バンド平均でも高い透過損失が得られたと考えられる。このピークにおける音源 S1 の条件での音源室側の隔壁・試料面上音圧の位相分布を Figs. 3.25, 3.26 に示す。なお、それぞれの条件での試料面の位置を黒枠で重ねて示している。これらの周波数では、音源室内に奇数モードが励起されており、試料設置位置によっては膜が逆位相で駆動される。(c-1),(c-3) の条件では試料設置面に対して y 方向の 1 次モードが生じている 50 Hz 帯域では透過損失が大きく上昇し、さらに (c-1) では試料設置面に対して z 方向の奇数モードが生じている 63 Hz 帯域でも透過損失が上昇するものと考えられる。

同様の現象が低次の音源室の奇数モードが発生する周波数において発生しており、Figs. 3.24 の単一周波数の透過損失の結果より、特に 125 Hz 程度まではこれらの影響が顕著であることが示唆される。ただし、高音域になるほど同様の現象が起こる帯域は狭くなり、またその効果も小さくなるため、最終的にはバンド平均では ML_F に漸近する傾向が見られるものと考えられる。

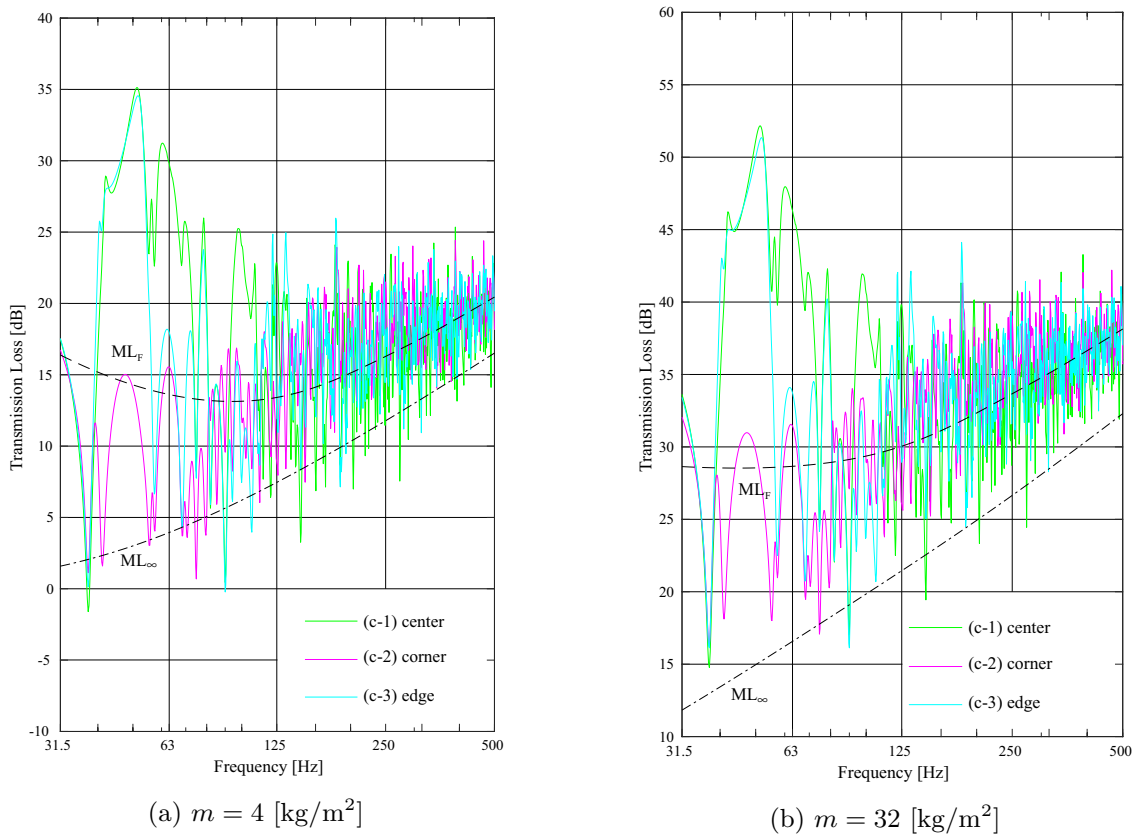


Fig. 3.24: Comparison among specimen sizes (single frequency)

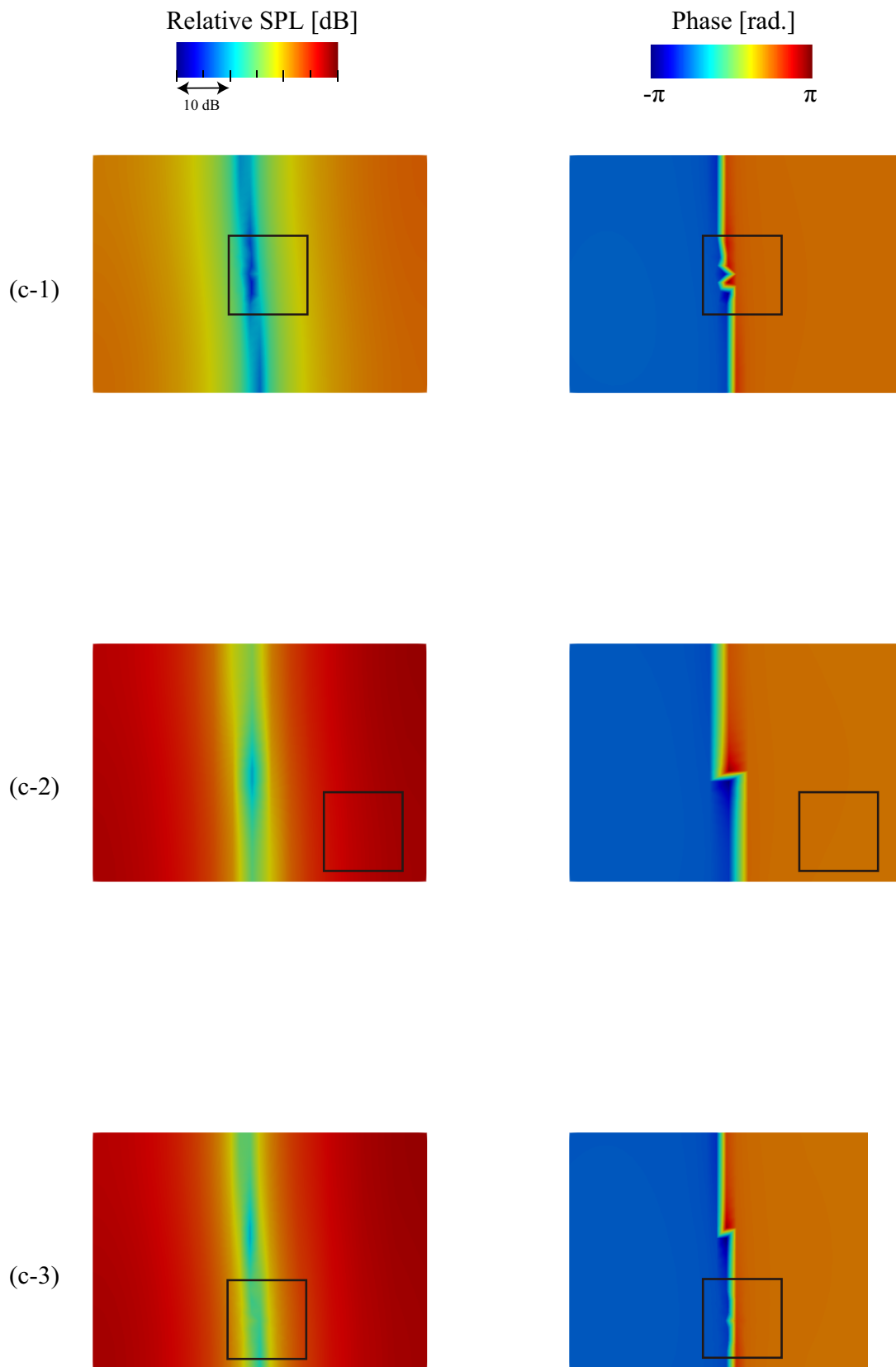


Fig. 3.25: Distribution of sound pressure level and phase in 50.0 [Hz]

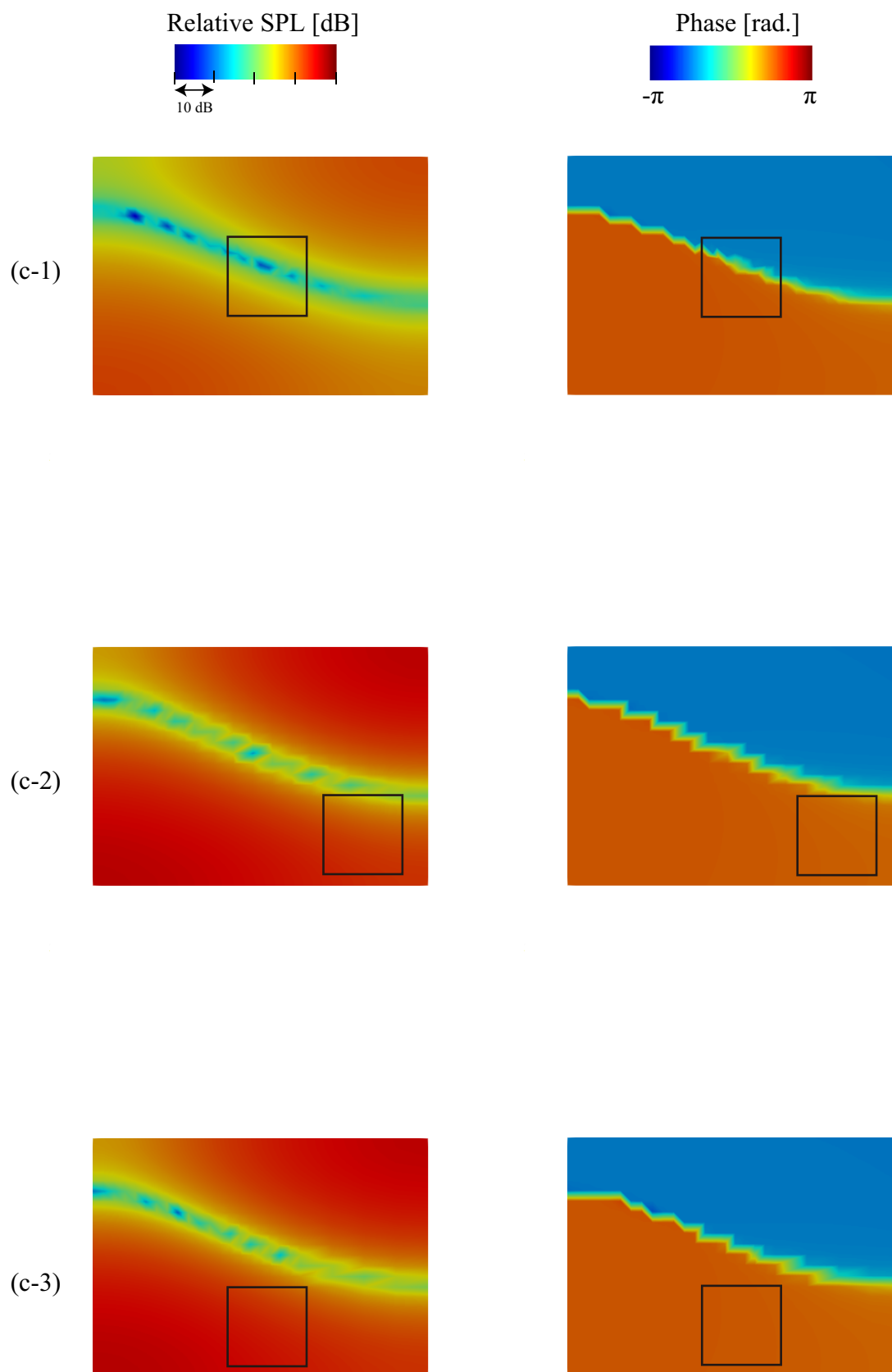


Fig. 3.26: Distribution of sound pressure level and phase in 60.5 [Hz]

3.5 まとめ

本章では、空気音遮断性能としての室間音圧レベル差の室のモードや室寸法による影響を考察するため直方体室を対象に理論解析を行った。さらに同室を対象として数値解析を行い、受音点数や試料面積、試料位置が透過損失計測に与える影響についてケーススタディを行い考察した。

理論解析による検討では、薄膜を挟んだ圧力場、モード場の室間音圧レベル差を算出した。連成を無視した手法であってもある程度の面密度と周波数以上であれば厳密な理論解法と一致することが確かめられた。なおこれらの具体的な下限などについては3次元モード場での詳細な検討が必要である。また理論値の近似手法に関しては斜入射質量則に対して室のモードによる重み付けを行うなど、より簡便な予測方法を確立する必要があると考えられる。室寸法に関する検討では、室境界面積と試料面積が同じ場合についてケーススタディを行い、試料面積が変わらなければ、室間レベル差は大きく変わらず、また試料面積が変わった場合その影響は拡散音場による補正值よりも小さいことを示唆した。ただし、室境界面積よりも試料面が小さい場合を含めた室寸法の影響については今後検討を行う必要があると考えられる。

数値解析によるケーススタディでは、特に低音域において小面積試料の試料設置位置における影響について振動速度の位相分布より考察を行った。また、評価点数による考察では有限点の受音点及び音源点での計測を行う際は、従来拡散音場仮定に基づき壁面近傍を受音点にしないなどの制約があったがモード場としての評価として、平均二乗音圧の考えを適用した室間音圧レベル差の測定を行う際は、これらに囚われず有限のサンプリング点で平均二乗音圧を測定する手法のあり方を示唆した。

第4章

不整形残響室における透過損失計測に関する検討

4.1 緒言

日本においては、現在音響部材の性能評価としては不整形残響室による測定が主に用いられている。前述のようにこれは拡散音場の実現に重点を置いたものであるが、その複雑な形状によって拡散音場仮定が成り立っていないと考えられる低音域での室間音圧レベル差や透過損失について理論的考察を行う事が困難となっている。第一章で述べたように近年では、計算機資源の増大に伴い、連結残響室のような比較的大きな空間においても波動音響学的数値解析が用いられるようになっており、実験室測定の代替手段としての数値解析計算を行う研究は数多く行われている。一方で実測値との比較ではなく、透過損失計測の低音域への拡張という面においては、特に低音域において得られる値がどのような理論的裏付けで出ているかについての検討も必要であると考えられるが、不整形残響室の波動理論での解析は非常に困難である。このような問題へのアプローチとしては、まずは数値解析によるケーススタディによる検討が有効であると考えられる。本章では、数値解析によるケーススタディを通して、残響室の室形状や室の吸音性が透過損失にどのような影響を及ぼすかについて知見を得る。

4.2 基本解析条件について

本章のケーススタディでは、以下に示す実験室の条件を基本条件とし、それに対して室形状や室の吸音性を変更した際の挙動を把握する。本節では基本条件の条件を示し、基本的な挙動について考察を行う。

4.2.1 解析条件

■解析モデル 数値解析モデルとした実験室は一般財団法人建材試験センターが保有する実在の施設であり、JIS A 1416 の Type I 試験室に準拠している。本実験室を対象に FEM による定常音場解析を行う。評価対象周波数は特に断りのない限りは 1/3 オクターブバンド 31.5 ~ 400Hz 帯域とするが、一部の解析においてはそれよりも低周波側の帯域についても計算を行った。解析周波数範囲内での解析周波数は、各 1/96 オクターブバンド中心周波数とする。実験室の諸元を Table 4.1 に、幾何学的形状を Fig. 4.1 に示

す。Figure 4.1 中の黄色で示した面は、地面に対して垂直でない面であることを示している。また、音源位置の座標を Table 4.2 に示す。

なお、実物の受音室には拡散板が複数配置されているが、低音域においてはその影響は小さいと考え数値解析においては拡散板については考慮していない。試料面以外の境界にはランダム入射吸音率 0.01 相当の比音響コンダクタンス比を Eq. (3.65) より与えた。試料は、無張力膜とし試料面密度を 4, 8, 16, 32 kg/m² の 4 条件で解析を行った。試料取付位置は、Fig. 4.1 右図に示す通り、開口部凹みのニッシェを音源室側と受音室側の深さ比が 1 : 2 となる位置とした。

Table 4.1: Specification of the laboratory

Source room	Volume [m ³]	197.94
Receiving room	Volume [m ³]	225.29
Aperture	Width [m]	3.68
	Height [m]	2.73
	Area [m ²]	10.05

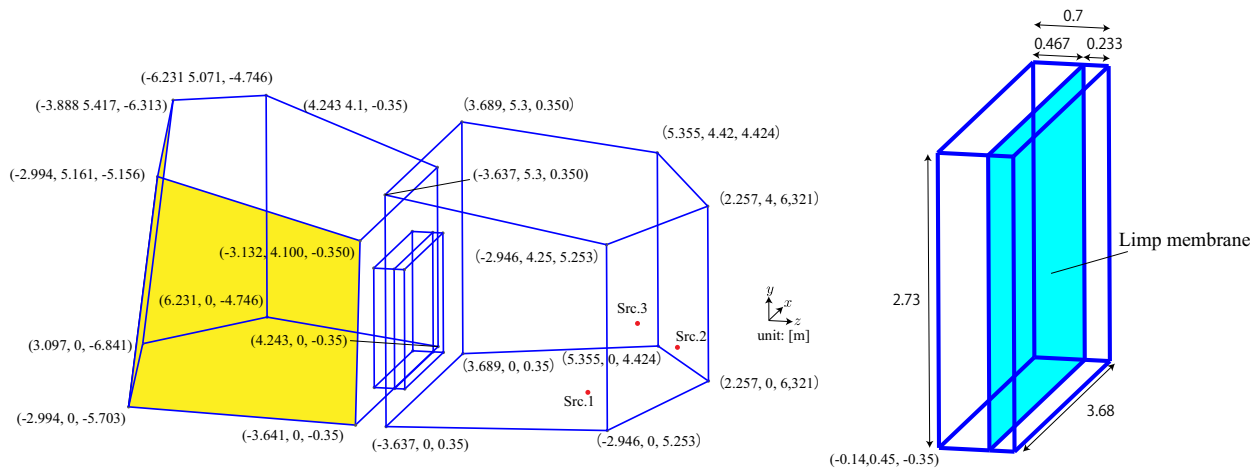


Fig. 4.1: Geometry of the laboratory and limp membrane

Table 4.2: Coordinate of source points

Source number	Coordinate
Src. 1	(-2.323, 0.7, 4.661)
Src. 2	(2.405, 0.7, 5.578)
Src. 3	(4.492, 0.7, 5.578)

また第三章の数値解析と同様，音場及び無張力膜は2次要素を用い，節点間隔が最長でも解析波長の1/8以下となるよう要素分割した。250 Hz以下で使用した有限要素モデルをFig. 4.2に示す。なお，計算の効率化のため，解析周波数を125 Hz以下，250 Hz以下とそれ以上の3つの帯域に分割し，解析で使用するメッシュを変更した。ただし，ニッシュの内部及び無張力膜に関しては全てのメッシュにおいて節点間隔を同一とした。解析モデルの自由度数をTable 4.3に示す。また，計算時間は，250 Hz以上の最も自由度数の多いメッシュで1周波数あたり最大20分程度であった。

Table 4.3: Degree of freedom for the models

	Source room	Receiving room	limp membrane	total
~ 125 [Hz]	63,076	65,636	999	129,711
~ 250 [Hz]	272,991	283,017	999	557,007
250 [Hz] ~	894,712	951,997	999	1,847,708

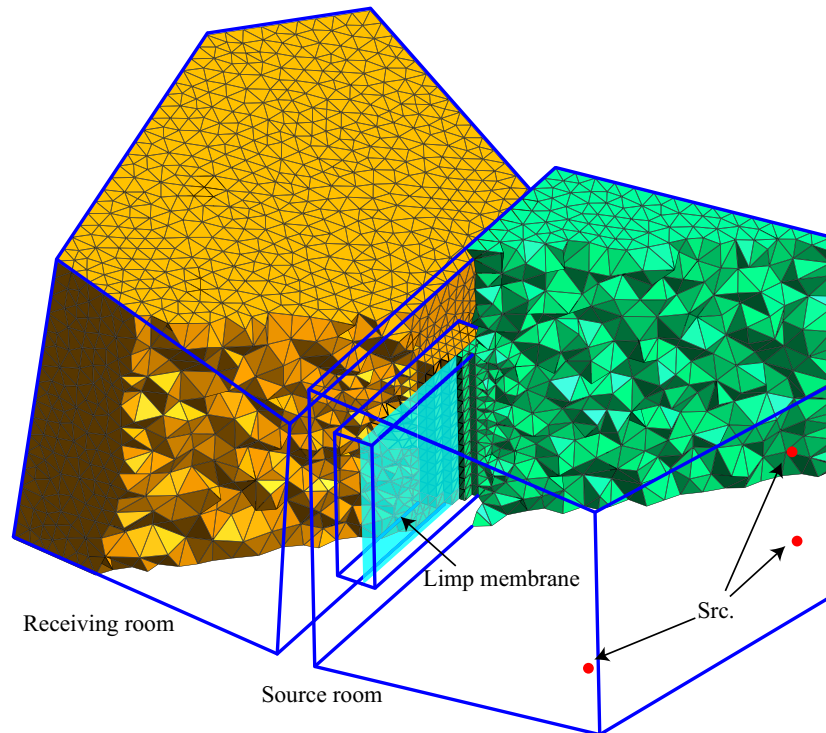


Fig. 4.2: The finite element model of the laboratory and specimen

■評価点数に関する条件 本節の検討では、透過損失を求める際の室内平均エネルギー密度の算出では、3.4節と同様 Fig. 4.3 で示す JIS A 1416 における評価対象空間内の格子点の平均から求める場合と、Table 4.4 の座標値の実際の実験室で評価位置として用いられている5点での平均の2通りの検討を行った。評価対象空間の格子点は各音源位置から 1.0 m、室境界から 0.7 m 以上離れた領域内において、0.7 m 間隔の直交格子上に設定した。

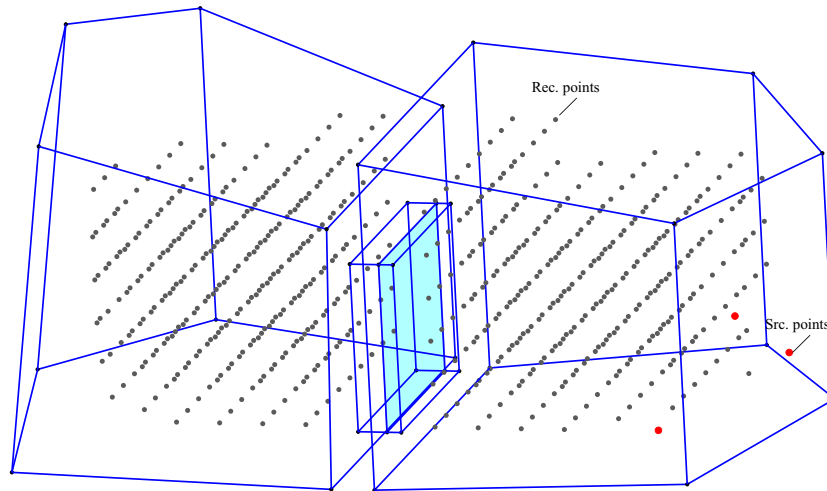


Fig. 4.3: Grid receiving points for the source and the receiving room

Table 4.4: Coordinate of practical receiving points for the source and the receiving room

Source room	Coordinate	Receiving room	Coordinate
R1	(-1.641, 1.500, 1.855)	R1	(-1.795, 1.000, -2.361)
R2	(-0.122, 1.500, 3.835)	R2	(0.267, 1.500, -4.351)
R3	(0.883, 1.000, 2.391)	R3	(0.216, 1.500, -2.556)
R4	(2.392, 1.500, 1.873)	R4	(3.257, 1.500, -2.317)
R5	(1.901, 1.500, 3.856)	R5	(2.368, 1.500, -3.787)

■参考値について 参考値として、3.4.1 項で述べた無限大面積試料に対するランダム入射質量則 (ML_{∞})、及び有限面積試料の幾何的放射効率による補正を施した質量則 (ML_F) の理論値に加え、さらにニッシェの影響を考慮するため以下のモデルを作成、計算し比較を行った。

3.3.2 項で触れたように、井上ら [40] は厚みのある無限大剛バフル中の開口に試料を設置するモデルによりニッシェに平面波がランダム入射した時の透過損失を算出している。残響室-残響室法では、試料へのランダム入射を実現することを目指していると考えられるが、このモデルは、実際にニッシェへランダム入射した際の統計入射透過損失が算出できるため、本モデルの計算値を比較値として用いた。以下このモデルを便宜上バフルモデル (Baffle model) と呼称し、本論文ではモデルの概要のみを説明する。

Figure. 4.4 にバフルモデルの概念図を示す。試料及びニッシェ内部の音場に FEM、ニッシェ外部音場に BEM を適用し、バフル表面の仮想境界上で結合している。また入射側の 2π 空間から 2345 方向の平面波入射を与え、各方向に対する斜入射透過率を算出し、Paris の式によりランダム入射透過率を算出し、透過損失を算出した。

まず、斜入射吸音率は入射パワー W_{inc} 及び透過パワー W_{trans} から求める。入射パワーは W_{inc} は面積 S の面への幾何学的入射パワーとして、次式で表される。

$$W_{inc}(\theta) = \frac{k_0^2 \rho_0 c}{2} S \cos \theta \quad (4.1)$$

一方、ネット透過パワーはバフル表面のアクティブインテンシティを積分することで算出される。

$$W_{trans}(\theta, \phi) = \int_{\Gamma} \mathbf{I}_n dS, \quad \mathbf{I}_n = -\frac{1}{2} \text{Re} [p v^{f*}] \quad (4.2)$$

これらを用いて斜入射透過率は次式で表される。

$$\tau(\theta, \phi) = \frac{W_{trans}}{W_{inc}} \quad (4.3)$$

なおこの時の試料面積及びニッシェ深さは前述の残響室モデルと同様とした。比較対象の残響室-残響室モデルでの透過損失のバンド値合成方法に関わらず、バフルモデルの透過損失のバンド値は単一周波数での透過損失を算出した後にバンド合成をする方法を取った。なお本モデルにおいてはニッシェの深さが 70 cm 程度であることから 400 Hz 程度の波長であればニッシェ内ではモードが生じず同一帯域内で周波数による激しいピークディップは生じないと考えられる。よって、どちらのバンド合成方法でも結果には差が生じないと考えられる。また、上記の理由より計算周波数間隔は 1/24 オクターブバンド毎とした。

ここで、バフルモデルの妥当性を確認するため、バフルモデルにおいて開口部の凹みをなくした条件と、有限サイズ補正の質量則 ML_F の比較を行う。解析周波数は 63 ~ 500 Hz とした。ただし、本解析で用いたプログラム上、膜振動場の FEM と音場 BEM を直接連成させることはできなかったため、開口部凹みがほとんどない条件として無張力膜の両面それぞれ 1 cm とした条件と比較する。本解析周波数範囲ではこの凹みによる影響は小さいと考えられる。膜材の面密度が 4, 8, 16, 32 kg/m² の条件での比較結果を Fig. 4.5 に示す。両者の差は、0.2 dB 未満とほぼ一致していることがわかり、バフルモデルでの解析の妥当性が示された。

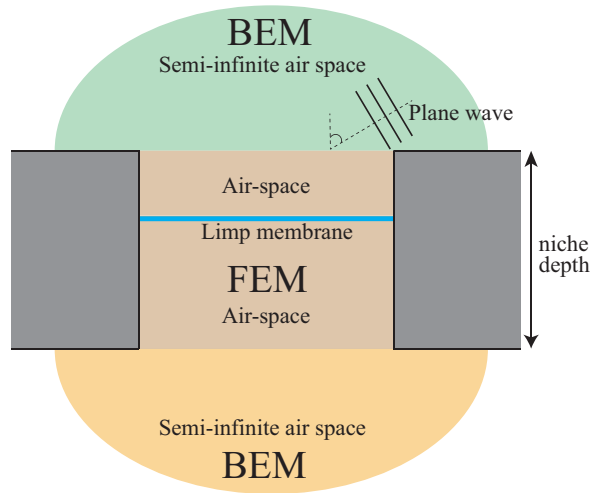
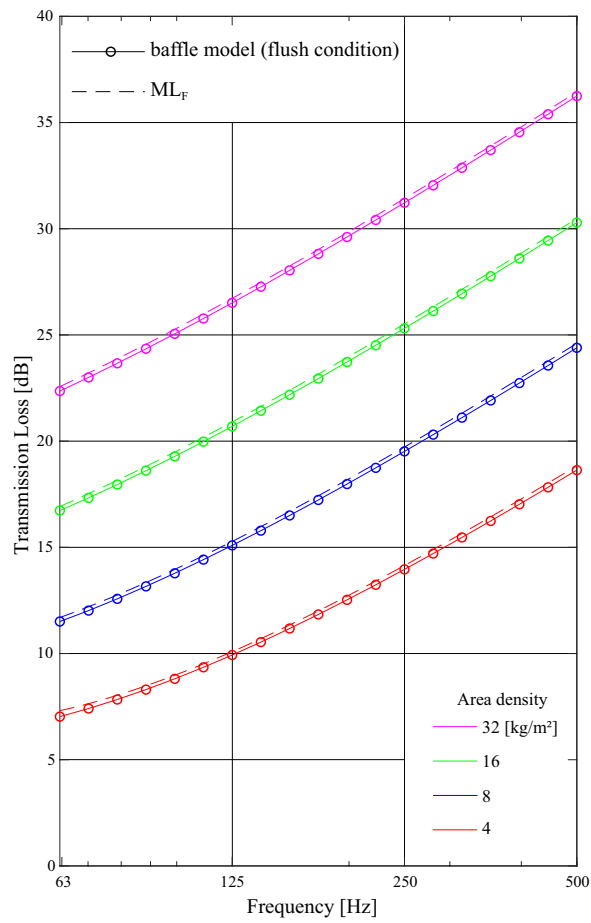


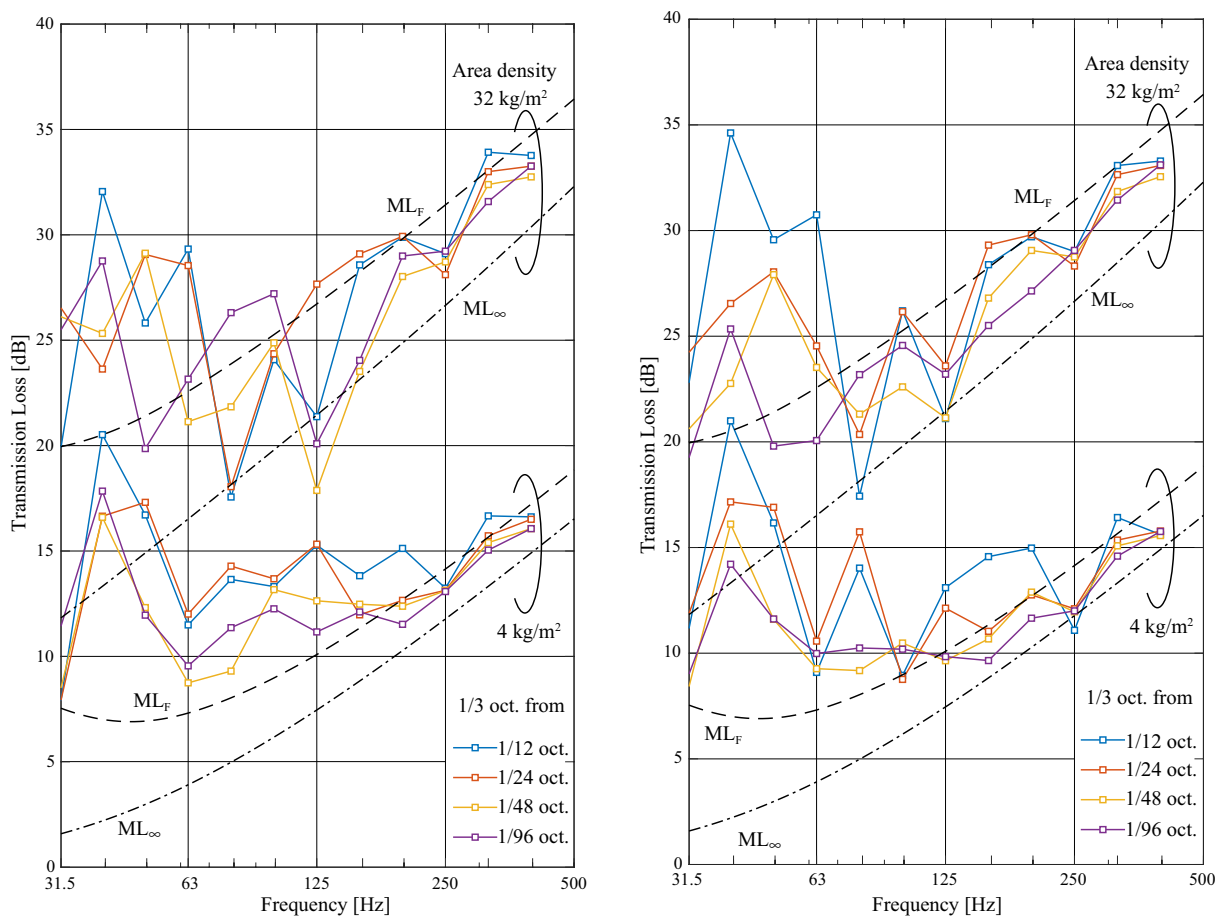
Fig. 4.4: Schematic of the baffle model

Fig. 4.5: Difference of transmission loss by baffle model of flush condition and ML_F

4.2.2 結果と考察

■解析周波数間隔による影響 解析対象の Type I 試験室は、室内吸音が小さく周波数領域でのピークディップが鋭く、解析周波数間隔が荒い場合には 1/3 オクターブバンド値を算出する際の解析周波数の分解能が結果に影響を及ぼすことが懸念される。そこで、試料面密度 $4, 32 \text{ kg/m}^2$ において、解析周波数を 1/12, 1/24, 1/48, 1/96 オクターブバンド中心周波数とした際の透過損失の解析結果を比較する。Figure. 4.6 では、3.3.2 項で述べた 2 種類の透過損失のバンド合成方法を図中 (a),(b) に示している。

周波数分解能の影響は、どちらの手法においても 125 Hz 以下の低周波数帯域において大きく、モード密度がある程度高くなれば寧ろ小さくなる傾向が見られる。分解能の上昇に伴う透過損失の変動傾向は概ね分解能が上昇すると透過損失の低下し収束する傾向が見えるが帯域によってはそのような傾向が見られず、複雑な挙動を示していることがわかる。また、面密度によっても周波数分解による傾向は異なることが示された。以降の検討では 1/96 オクターブバンド値から算出した 1/3 オクターブバンド値を採用することとしたが、125 Hz 以下の低音域については収束が十分でない可能性がある。



(a) Transmission loss calculation based on ISO (b) Transmission loss calculation by single frequency

Fig. 4.6: Effects of frequency resolution when averaging into 1/3 octave-band transmission loss for $4, 32 \text{ [kg/m}^2\text{]}$

■ 圧力場領域付近における室間音圧レベル差 不整形残響室においては、その形状の複雑さからモード理論を用いた理論解析は非常に困難であるが、3.2.1項で示した圧力場理論による音圧レベル差の理論は、室形状に依らず算出可能である。ここで圧力場領域での室間音圧レベル差について理論との対応を比較する。面密度がそれぞれ4, 8, 16, 32 kg/m²の条件での各音源位置での室間音圧レベル差を算出したものを Fig. 4.7 に示す。本条件においては、最低の固有周波数は20 Hz程度であり、それ以下の周波数帯域においては、室間レベル差は理論値とよく一致している。圧力場理論は不整形残響室のような室形状が比較的複雑なものであっても十分に成り立つことが確認された。

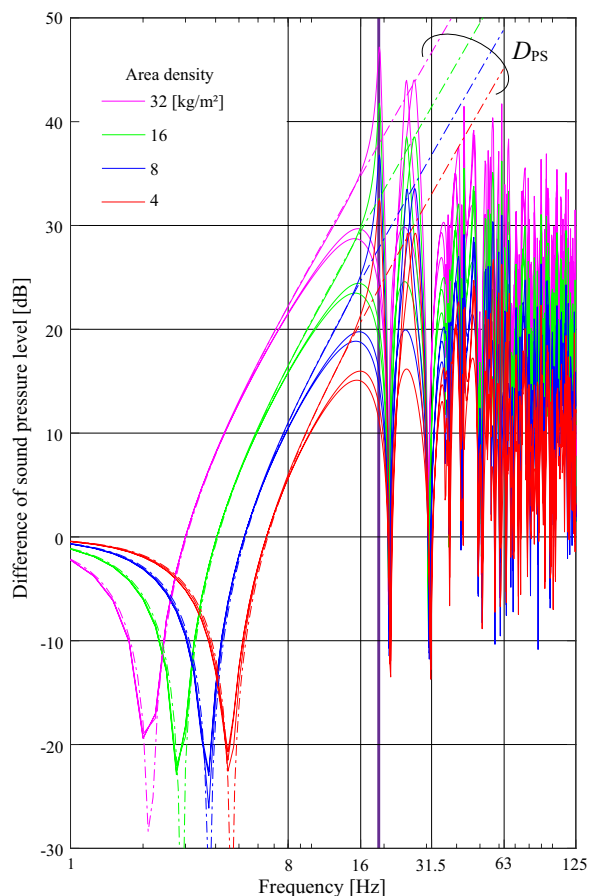


Fig. 4.7: Difference of sound pressure level

一方で、それ以上の周波数帯域では受音室の固有周波数において大きなディップが観測され、モード場の影響を強く受けていることが確認される。また、音源位置によっては20 Hz付近（図中紫線）及び25 Hz付近において大きく室間音圧レベル差が上昇していることが確認された。19.5 Hzについて試料面側からみた音源室の音圧及び位相分布を Fig. 4.8 に示す。Src.2,3については開口部の試料がほぼ同相で駆動されることが確認できるが、Src.1では、開口部の試料が逆位相で駆動されている。そのため、試料の受音室への放射効率が小さくなり、室間音圧レベル差が上昇しているものと推測される。実際に、音源と同じ高さである0.7 mでの音圧及び位相分布を Fig. 4.8 に示すが、Src.1では受音室の音圧レベルが小さくなっている。音源位置によって励起されているモードが異なると予想され、そのため試料面が逆位相で駆動されるような音圧分布になっているものと考えられる。

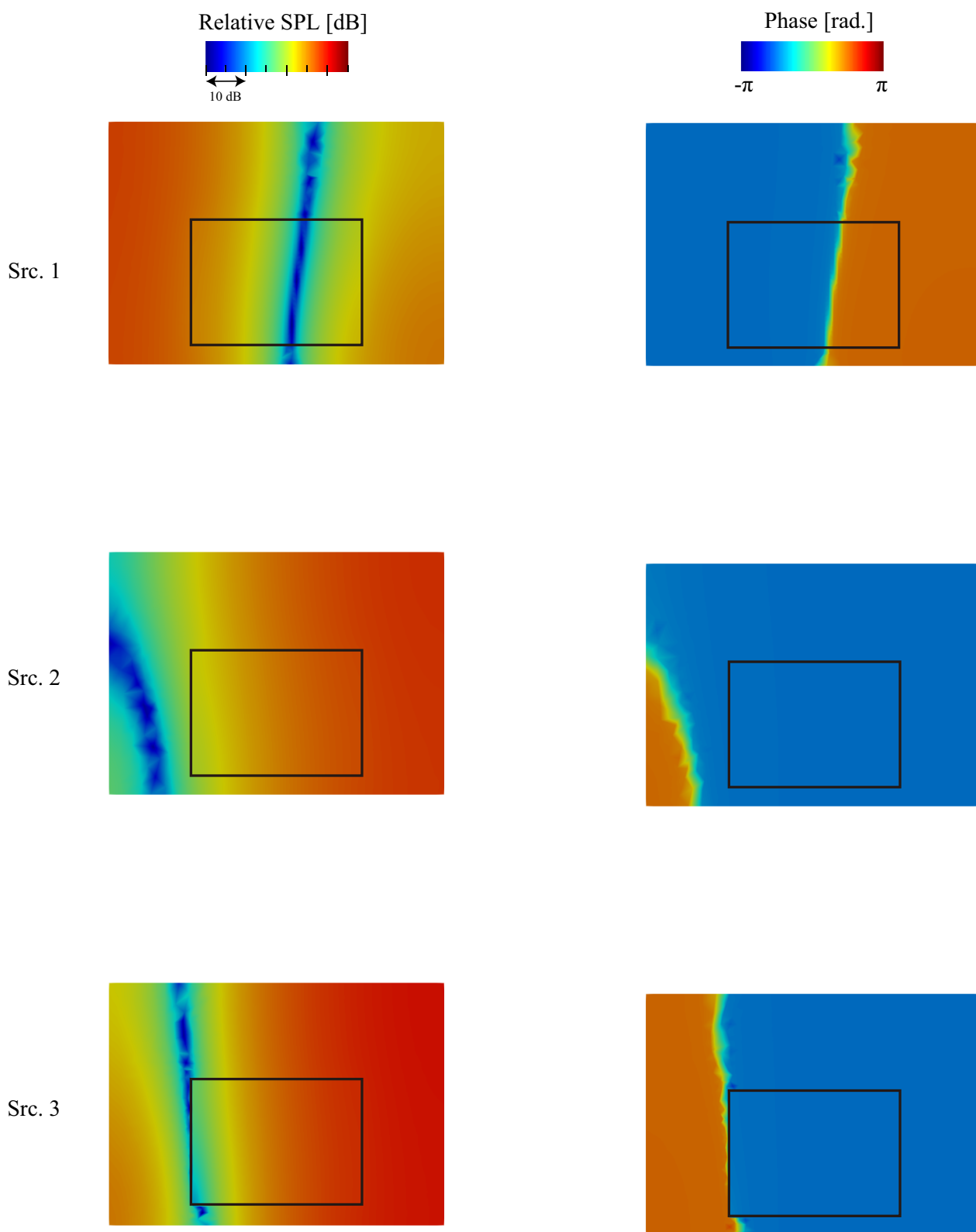


Fig. 4.8: Distribution of sound pressure level and phase in 19.1 [Hz]

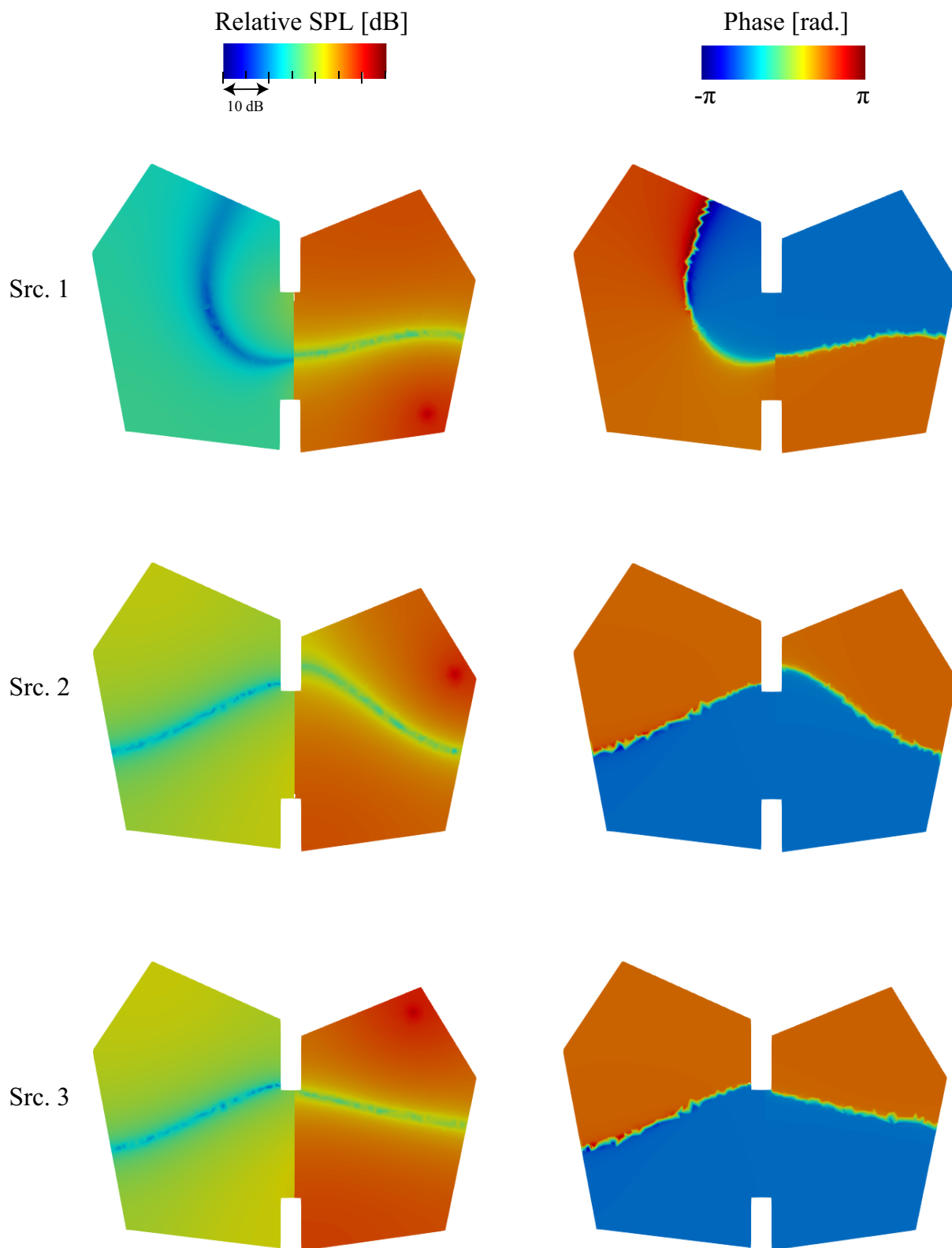
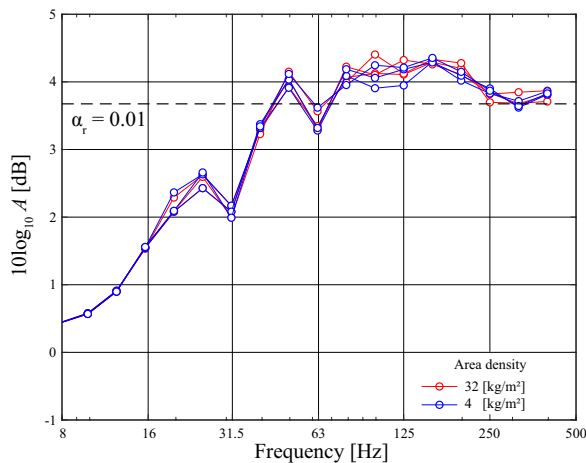


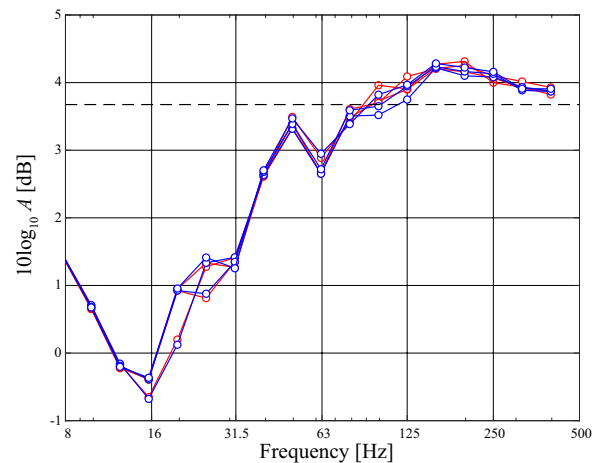
Fig. 4.9: Plan distribution of sound pressure level and phase in 19.1 [Hz]

■受音室の透過吸音面積 Figure. 4.10 に試料面密度 $4, 32 \text{ kg/m}^2$ における各音源点毎の受音室の等価吸音面積 A を Eq. (3.66) によって算出した結果を $1/3$ オクターブバンド値の dB 表示によって示す。なお Eq. (3.66) 中の $\langle E_2 \rangle$ を音圧のみから算出する方法, 及び音圧・粒子速度から算出する方法をそれぞれ Fig. 4.10(a),(b) として示している。なお, 基本条件では室境界インピーダンス条件をランダム入射吸音率 0.01 相当と与えているため, 同吸音率での A の相当値も同図に示している。

等価吸音面積は, 125 Hz 帯域において, 音源点及び試料面密度に対して最大 0.5 dB 程度の差が生じているものの, 概ねこれらによる差はないと言える。なお, ランダム入射吸音率 0.01 相当の等価吸音面積とは特に 63 Hz 帯域以下では算出結果と差異が生じているがこれは解析音場での入射条件がランダム入射とは異なることに起因すると考えられる。また, 31.5 Hz 帯域以下の周波数では, エネルギー密度の算出方法の差によって, 値がやや異なるがそれ以上の帯域では両者の差異は 1 dB 未満の差であることから両者によるエネルギー密度の差異は通常透過損失を算出する帯域においては影響が小さいことが示唆される。



(a) Calculated by mean square sound pressure



(b) Calculated by mean square sound pressure and particle velocity

Fig. 4.10: Equivalent absorption area A

■評価点数・室間平均エネルギー密度差の評価法による影響 残響室-残響室法においては、各5点以上の評価点をもって室の平均エネルギー密度を算出するよう JIS に定められており、一般に5点を用いることが多いが評価点数を増やすことでより精度のよい空間エネルギー密度の算出ができる可能性が考えられる。また、室間平均エネルギー密度差については、一般に平均音圧レベル差を用いることが多いが、3.3.2節で述べたようにエネルギー密度レベルを音圧及び粒子速度から算出する手法は、低音域でより精度の高い評価法になる可能性がある。そこでこれらについて検討するため、評価点数については、格子点の平均から求める場合と、実際の実験室で評価位置として用いられている5点での平均の2通り、また、室間エネルギー密度差の評価法は、音圧のみから算出する方法、及び音圧・粒子速度から算出する方法の2通りの組み合わせ4条件の結果を Fig. 4.11 に示す。なお前者の違いをそれぞれ $_m$, $_5$ で、後者の違いをそれぞれ $_p$, $_pu$ と表記し区別する。

4つの手法は、160 Hz 帯域以上ではバフルモデルへ漸近し、それぞれの差は 2 dB 未満でありほぼ同じ結果を示していると言える。よって、音圧のみによる算出でも十分な精度が得られていると考えられる。一方 125 Hz 以下の帯域においては、 $E_{p,r5}$ の値は、他の3つの手法と比べやや差異が大きい帯域が存在する。また $E_{pu,rm}$, $E_{pu,r5}$ の差に比べ、 $E_{p,rm}$, $E_{p,r5}$ の差の方が大きいことから、音圧・粒子速度からエネルギー密度を求める手法は、大きな音圧分布が生じる場合により少ない評価点数で安定した計測値が得られることが期待される。

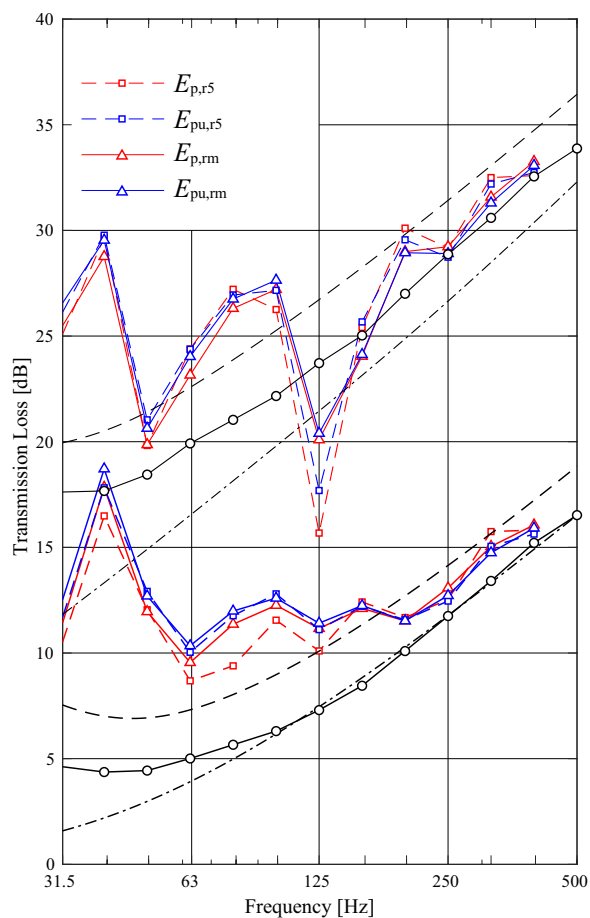


Fig. 4.11: Effects of evaluation procedures for determining the average acoustic energy density levels

■透過損失のバンド合成法及び面密度の影響 透過損失のバンド合成法，及び面密度の影響について考察するため，試料面密度を 4, 8, 16, 32 kg/m² として解析を行った結果を Fig. 4.12 に示す。

まず，バンド合成法の差については，160 Hz 以上の帯域においては，透過損失のバンド合成法の差は小さく，どちらもバフルモデルに漸近していることが確認された。一方 100 Hz 以下の帯域においては，単一周波数から求める手法の方が ISO 準拠の算出手法より透過損失がやや高くなる傾向が見られた。ただし，125 Hz 帯域においては面密度が大きい条件ではその傾向が逆転している。なお，125 Hz 以下の周波数では残響室-残響室モデルの透過損失には大きな上下が生じていることからモード場の影響を強く受けているものと考えられる。

面密度については，概ねどの面密度の条件においても中音域以上では質量則に応じて透過損失が高くなる傾向が見られた。面密度が小さい条件においては 10 dB よりも小さい透過損失を残響室モデルで計測することができておらず，バフルモデルとの乖離が見られた。これは非常に結合室の連成が強くなり，低面密度の試料においても大きなレベル差が生じており，透過損失が乖離するものと考えられる。

また，Fig. 4.13 に，バフルモデルと残響室モデルとの差を示す。この差に面密度に関して依存性はほぼなく，面密度に依らず同様の周波数特性を示した。また上部の包絡線はほぼ単調に減少し 250 Hz 以上の周波数においてはバフルモデルとの差がほぼ 0 dB に収束していることが示された。JIS においては，拡散音場が成り立つのは 400 Hz 以上，少なくとも 100 Hz 以上と規定されており，本結果のバフルモデルへの収束状況はそれと矛盾していないと考えられる。

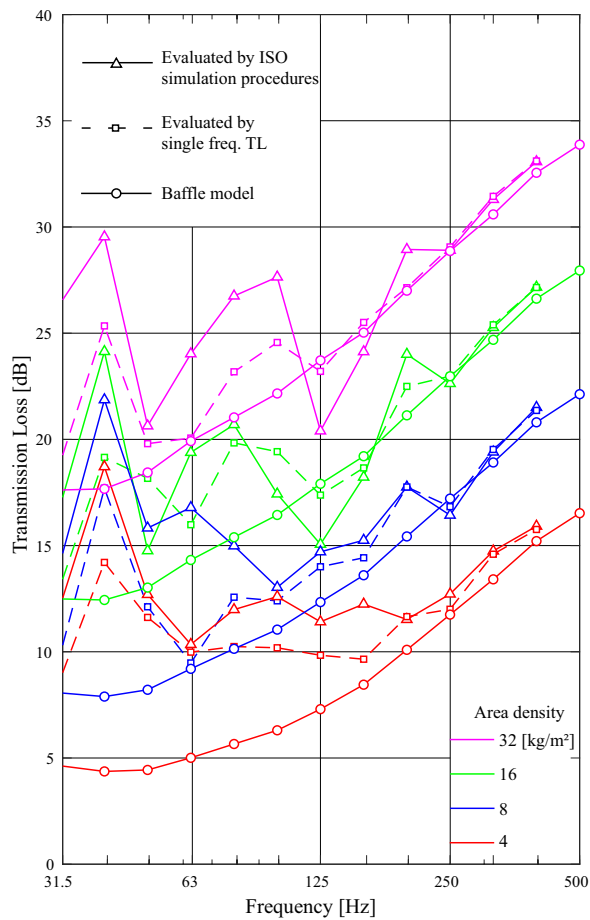


Fig. 4.12: Effects of evaluation procedures for determining the average acoustic energy density levels

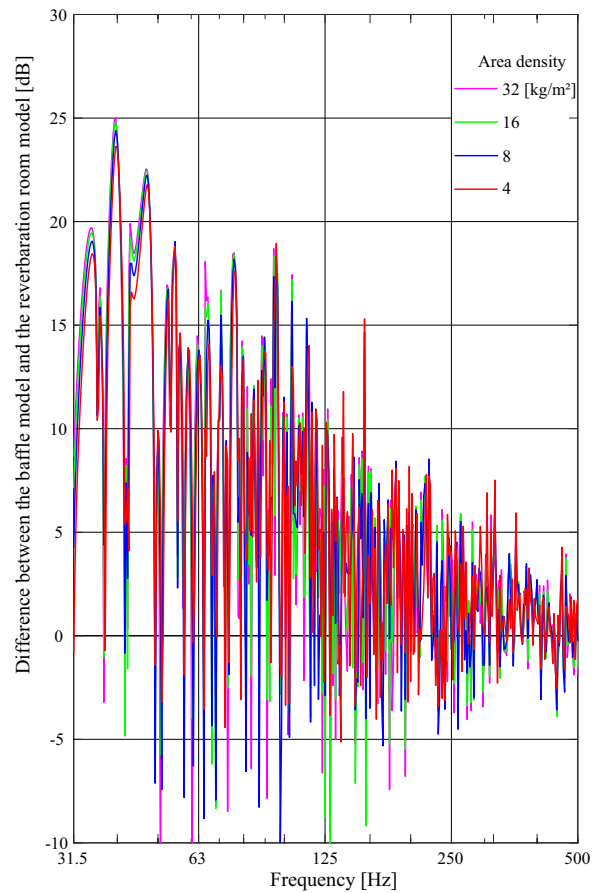


Fig. 4.13: Difference between the baffle model and the reverberation model

4.3 ニッシェ効果に関する検討

音響透過損失測定における試料設置条件に関する変動要因として、ニッシェ効果と呼ばれる現象が知られている。ニッシェとは、2つの実験室間の開口部に試料を設置した際に音源室・受音室の壁厚分だけ試料の両側にできる凹みのことを言う。このニッシェの深さや開口部の試料設置位置が音響透過損失の測定値に及ぼす変動がニッシェ効果と呼ばれている。このニッシェ効果に関する数値解析検討は、Sakumaらが張り出し型ニッシェに関して3次元の音響振動連成解析を行い詳細な検討を行っている [42]。また、清家らが凹み型ニッシェの数値解析として、バフルモデルを用いて解析した例がある [43]。これらは、ニッシェの外側を半自由空間として平面波をランダム入射させて検討を行なっている。ただし実際の残響室-残響室では、拡散音場を模擬してはいるもののランダム入射とはなっていない可能性が高い。本節では不整形残響室の入射条件を考慮したニッシェ効果について明らかにするため、不整形残響室のニッシェの有無の差異を比較することによって考察を行う。なお、透過損失測定においては主に凹み型ニッシェが用いられるため、本解析では凹み型ニッシェの有無を解析対象とした。

4.3.1 解析条件

Figure 4.14 に解析条件の概念図を示す。4.2 節で解析した基本条件に対し、開口部のニッシェ部分をなくし膜面が両面とも残響室の面と同一面上となるようにモデル化した。なお、音源位置や評価点は基本条件同様とした。面密度に関しては、 $4,32 \text{ kg/m}^2$ の2条件で解析を行った。解析周波数は各 $1/96$ オクターブバンド中心周波数とし、平均音響エネルギー密度レベル差の評価として音圧・粒子速度から求めたグリッド多点での平均値を用いる。

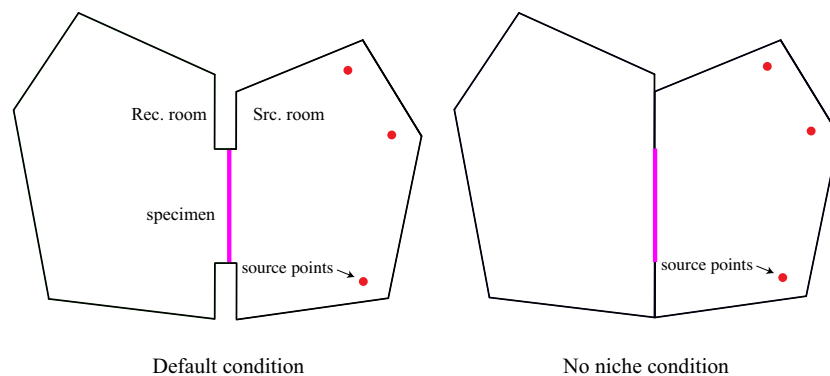


Fig. 4.14: Plan view of default and no niche conditions

4.3.2 結果と考察

連結残響室におけるニッシェ有無の影響を観察する。Figure 4.15 に基本条件であるニッシェ有りモデルと、ニッシェ無しモデルでの透過損失の測定値の結果を示す。基本条件であるニッシェ有りの場合はバフルモデルに中音域以上で、漸近する傾向が見られることは前節の通りである。一方ニッシェがない場合では、 ML_F と良く対応している。これは残響室においてもニッシェがない場合には無限大剛バフルに取り付けられた状態に漸近することを示唆している。一方で低音域では、基本条件とは異なる挙動を示しており、40 Hz 帯域及び 100 Hz 帯域において透過損失が上昇していることが確認される。ニッシェがない影響で、室形状や室容積も変わっているため、励起している室のモードも変化していると考えられる。また面密度が小さい場合は、残響室モデルでの計算値は ML_F やバフルモデルよりも透過損失がやや高い値に漸近する傾向が見られる。

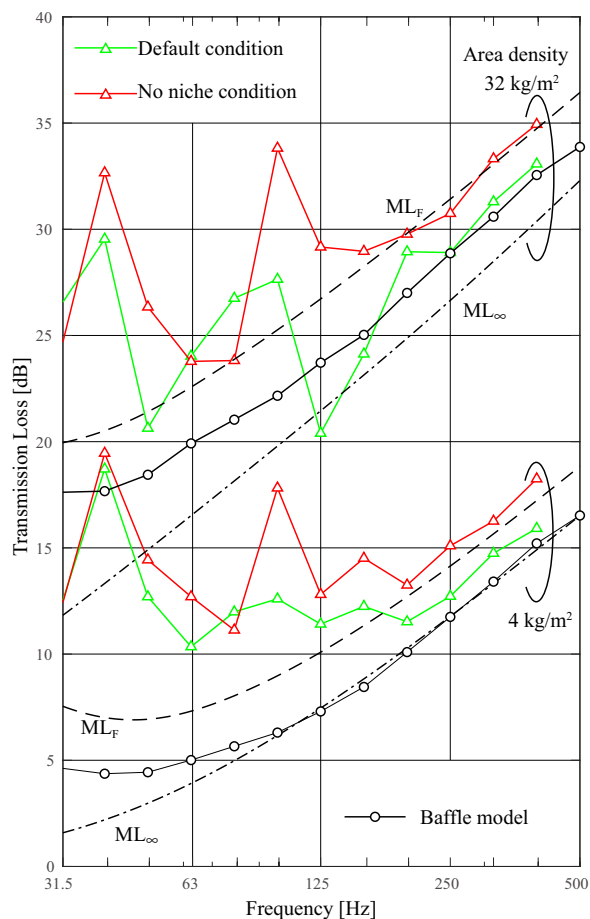


Fig. 4.15: Effect of niche on the transmission loss

ここで、残響室モデルとバフルモデルでのニッシェの効果と比較するために、ニッシェ有無による透過損失の差分としてのニッシェ効果を残響室モデル、バフルモデルで比較する。結果を Fig. 4.16 に示す。Fig. 4.16(a) は透過損失のバンド合成値の差分としてのニッシェ効果、(b) は単一周波数での透過損失の差分としてのニッシェ効果をプロットしたものである。まず、単一周波数で見ると、バフルモデルでのニッシェ効果に対し、残響室モデルでのニッシェ効果は室のモードの影響を受けて大きく変動している。ただし、その変動はバフルモデルでのニッシェ効果を中心に上下していることが示唆される。

バンド毎に見ても特に低周波数ではバフルモデルよりも残響室モデルの方が周波数によるニッシェ効果の変動が大きい。バフルモデルにおいては薄膜の面密度によるニッシェ効果の差は 1 dB 未満と小さいことがわかる。一方で残響室モデルにおいては面密度によってニッシェ効果の周波数特性は概ね同じ傾向を示しているが、特に 200 Hz 以下の帯域においては、5 dB 以上の差があることがわかる。

250 Hz 以上の帯域においては残響室モデルとバフルモデルのニッシェ効果はよく一致しており、両者は高音域ではほぼ等しくなることを示唆している。これは残響室モデルにおいても概ねランダム入射に近似できるからと推測される。

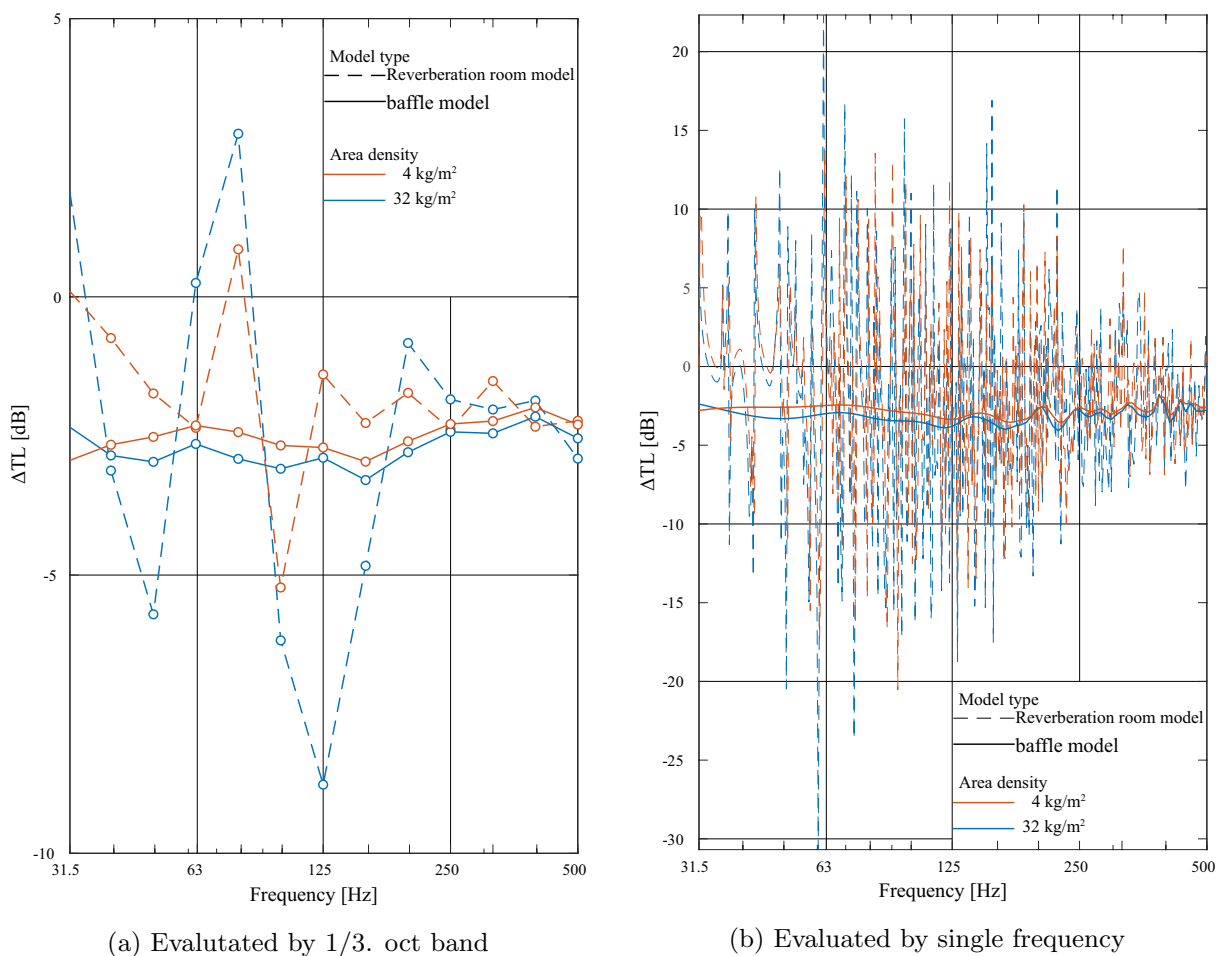


Fig. 4.16: Delta transmission loss by niche effect between baffle model and reverberation room model

4.4 音源・受音室の対称性に関する検討

JIS A 1416 では、連結残響室では両室の容積が10%以上異なることが望ましいとされている。これは、両室の固有周波数を一致させないためと考えられる。Kropp らは、両室の室内モードが一致する対称室形状において大きな性能低下の可能性があることを指摘している [18]。しかしながら、対称室となっている実験室も現在日本では用いられており、住宅品質確保法に基づく登録試験期間にも対称室である試験室とそうでない試験室が存在している [22, 44]。よって室の対称性が試験室間再現性に与える影響について確認するため、本節では受音室と音源室を同一形状、同一容積とした対称型の連結残響室のモデルを作成し解析を行った。

4.4.1 解析条件

Figure 4.17 に解析条件の概念図を示す。4.2 節で解析した基本条件に対し、音源室の室形状を利用して対称室を作成したモデル（対称条件 1）、及び受音室の室形状を利用して対称室を作成したモデル（対称条件 2）を作成した。なお、音源位置や評価点の仕様は基本条件同様とした。面密度に関しては、 $4,32 \text{ kg/m}^2$ の2条件で解析を行った。解析周波数は各 1/96 オクターブバンド中心周波数とし、平均音響エネルギー密度レベル差の評価として音圧・粒子速度から求めたグリッド多点での平均値を用いる。

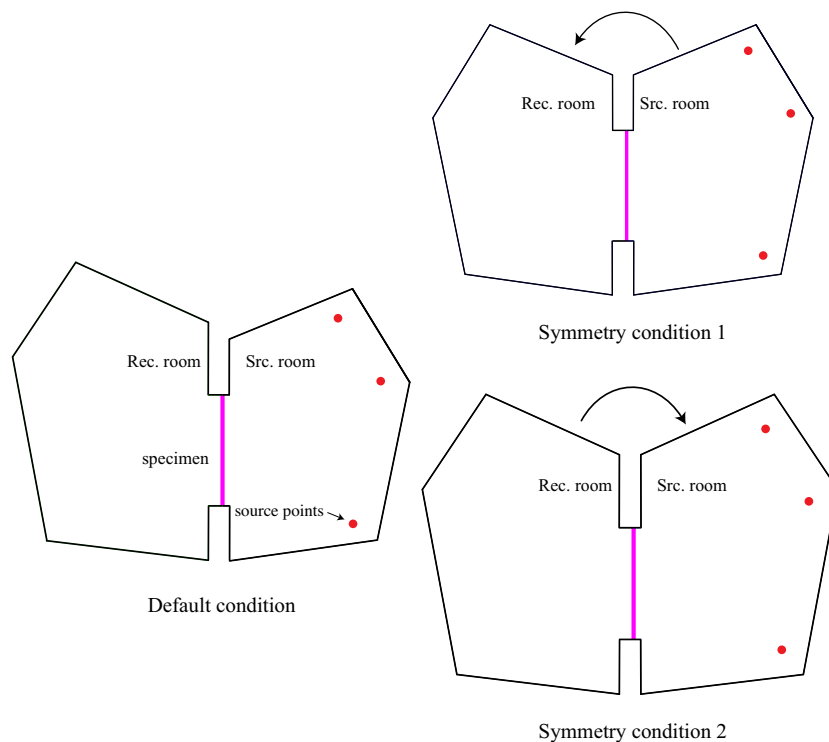


Fig. 4.17: Plan view of default and symmetry conditions

4.4.2 結果と考察

対称室条件と基本条件での透過損失結果を Fig. 4.18 に示す。対称な基本条件は基本条件である非対称条件に対して 100 Hz 以下の帯域で低く評価される傾向が見られた。これは Kropp の指摘と合致する。一方、125 Hz 以上の帯域では対称室での透過損失は大きく評価される傾向が見られた。また、どちらの対称条件についても基本条件に対して異なる挙動を示したが、両対称条件でその傾向は概ね同程度であった。このため、この現象は対称条件に共通なものである可能性がある。

この原因について考察するため、それぞれの条件でのエネルギー密度を Figs. 4.19, 4.20 に示す。なお、グラフには 3 点の音源位置毎の受音点平均したエネルギー密度レベルを別々に示している。音源毎の差異は、モード密度が比較的小さい 31.5 Hz などにおいてやや大きくなる傾向が見られた。これは少ない固有モードの励起状態のみで全体の音場が定まること、さらに 4.2 節で触れた膜材の位相分布が音源位置によって逆位相になることなどが原因と考えられる。また、音源室の室形状が同じである基本条件と対称条件 1 では、音源室のエネルギー密度は低面密度の低周波域以外では両者とも同様の挙動を示している。これは、両室の連成度合いと関係しており、連成が小さい条件では音源室のみで音源室の音場が決まると考えられる。

また、基本条件と比較して対称条件では、両室でのモード周波数が一致することにより、受音室のエネルギー密度が上昇しレベル差が小さくなる傾向が見える。これは数値解析結果において低音域の対称条件で基本条件より透過損失が低い原因であると考えられる。特に 63 Hz 帯域までの低音域ではその傾向が顕著に現れている。一方 125 Hz 以上の高音域では基本条件と顕著な傾向の差は見られなかった。音源室のエネルギー密度は両者ともにほとんど変わらず、受音室のエネルギー密度の差が基本条件に比べやや低い値を示しているため、これが透過損失の差につながっていると考えられるが、なぜ基本条件に対して低い値になるかについては今後検討していく必要がある。

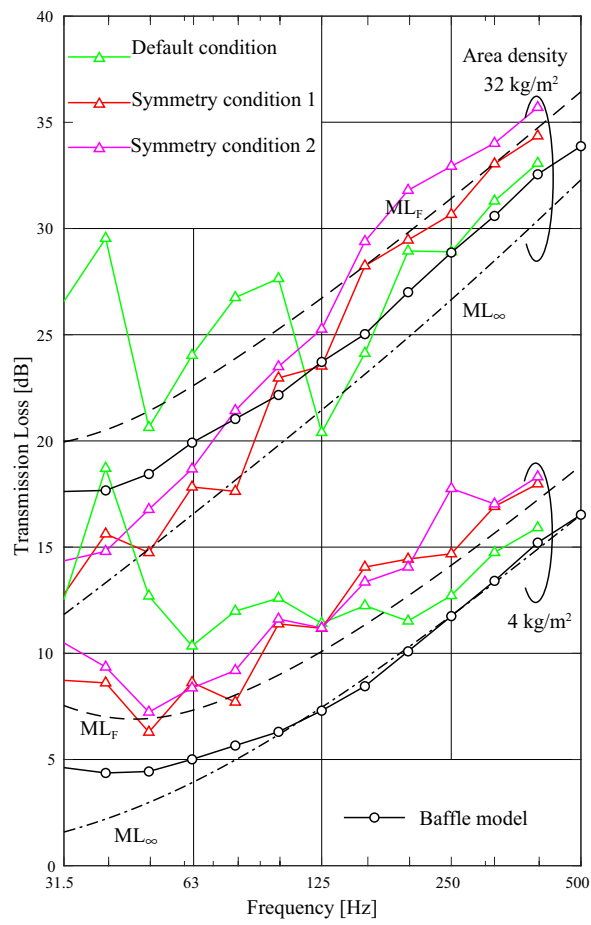
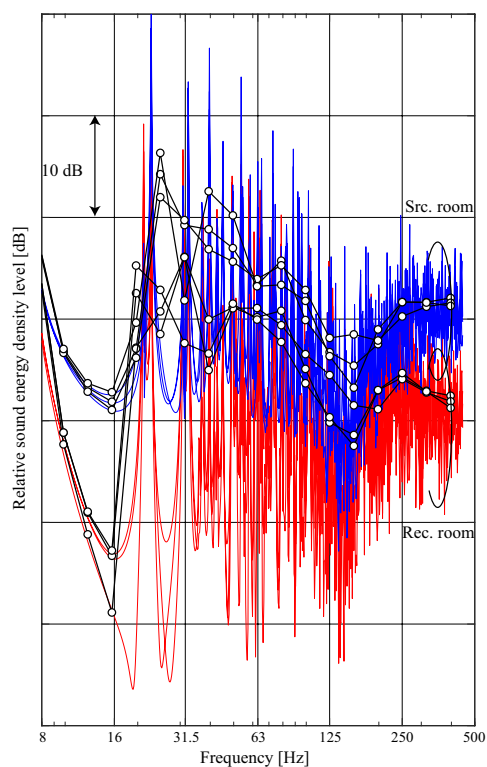
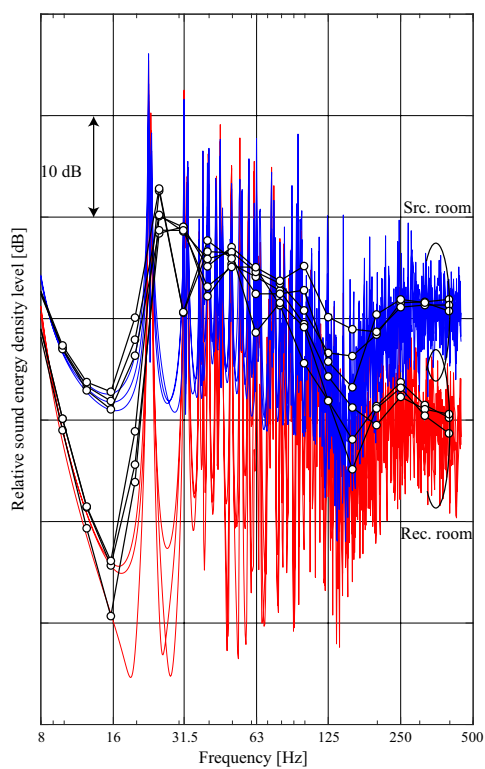


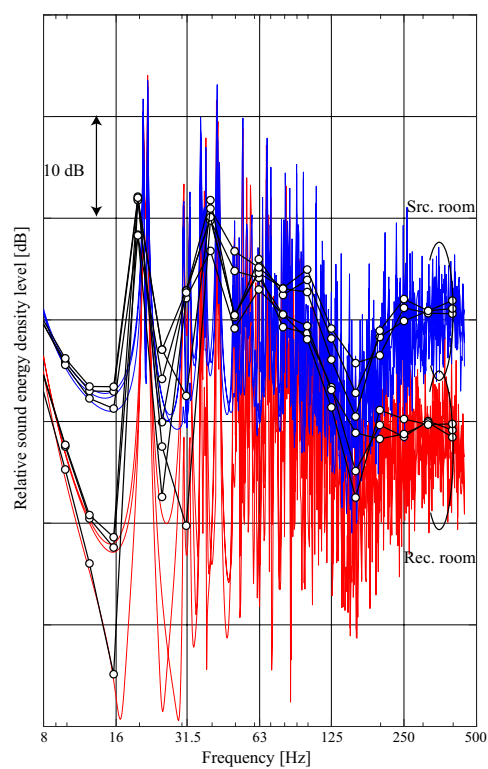
Fig. 4.18: Effect of room symmetry on the transmission loss



(a) Default condition

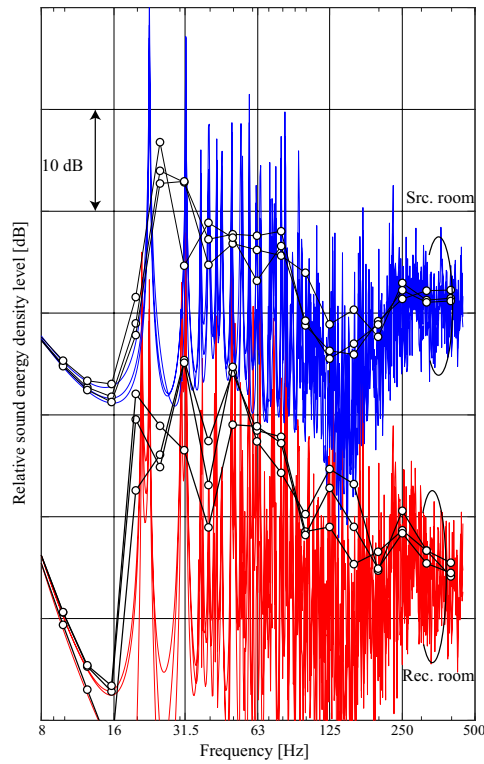


(b) Symmetry condition 1

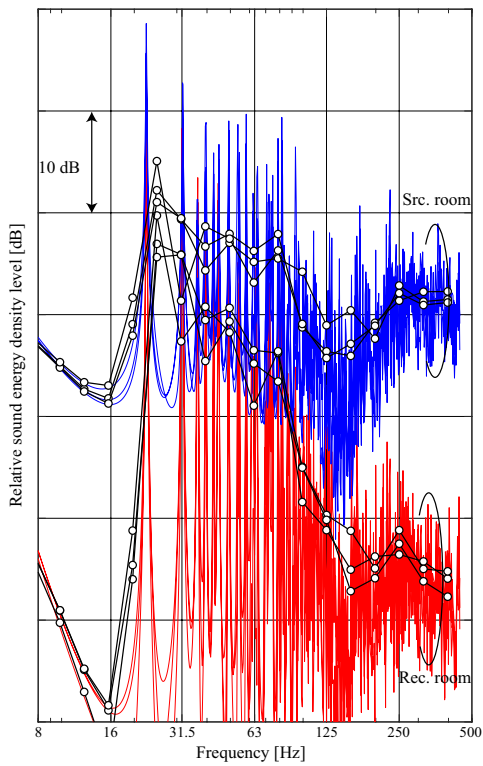


(c) Symmetry condition 2

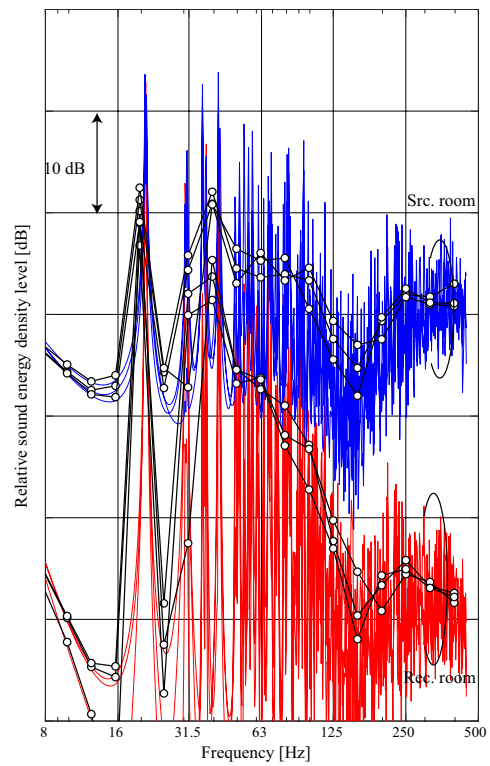
Fig. 4.19: Acoustic energy density level of default and symmetry conditions in $m = 4$ [kg/m²]



(a) Default condition



(b) Symmetry condition 1



(c) Symmetry condition 2

Fig. 4.20: Acoustic energy density level of default and symmetry conditions in $m = 32$ [kg/m²]

4.5 室の吸音性の影響に関する検討

一般に、不整形残響室では室の拡散性を重視するために、壁面は反射性とする。一方で受音室壁面が反射性の場合、低音域において空間内で大きな音圧レベル分布が生じる。これにより、平均音圧レベルの正確な計測が難しくなる。さらに受音室の固有周波数において入射パワーとは無関係に音圧レベルが上昇し、音響透過損失にも激しいピークディップが生じる。しかしながらこれを抑えるために Type I 試験室の壁面を吸音性にする検討例は実験的にも数値解析的にもほとんどない。そのためここでは、室の吸音条件を変化させた時に透過損失に与える影響を観察した。

4.5.1 解析条件

本検討では、基本条件の室形状、室容積をそのままにして、室の吸音性を変えた際に得られる透過損失について考察した。受音室の吸音の影響が大きいと考えられるため、受音室の吸音条件を2段階設定し、音源室の吸音条件については1条件のみ解析した。また受音室を完全に吸音した条件として、残響室-無響室モデルを作成した。これについては後述する。

各条件の試料面以外の境界に比音響コンダクタンス比を与えるためのランダム入射吸音率を Tab. 4.5 に示す。

Table 4.5: Random incidence absorption coefficient of the each conditions

	Src. room	Rec. room
Default condition	0.01	0.01
Rec. absorption condition 1	0.01	0.05
Rec. absorption condition 2	0.01	0.20
Reverberation-anechoic room model	0.01	—
Src. absorption condition	0.20	0.01

なお、音源位置や評価点の仕様は基本条件同様とした。面密度に関しては、 $4,32 \text{ kg/m}^2$ の2条件で解析を行った。解析周波数は各 $1/96$ オクターブバンド中心周波数とし、平均音響エネルギー密度レベル差の評価として音圧・粒子速度から求めたグリッド多点での平均値を用いる。

■残響室-無響室モデル 有限要素法では、一般に閉領域の解析を対象としているが、開領域の解析を可能にする研究が行われている。本解析では吸収境界条件 (Absorbing Boundary Condition: ABC) を用いる手法の代表的なものである人工吸音層 (Perfectly matched layer: PML) を用いる手法を用いた。これは吸収層と呼ばれる領域を数値解析領域を取り囲むようにして配置し、閉領域への擬似反射を軽減させる手法であり、PML による手法では特に音場領域と吸収領域の境界面においてインピーダンスがマッチングしており、音場-吸収層境界で音場領域の内側に誤った反射が生じない特徴がある。Bermudez らは PML (Perfectly matched layer) 領域音響領域から遠ざかるほど減衰が大きくなるような Helmholtz 方程式を与え、散乱問題の有限要素法による解析を行なっている [34]。本論文ではこのような PML を用いて無響室モデルを作成し、残響室-無響室でのインテンシティ法による透過損失測定を模擬し、比較検討を行った。

残響室-無響室モデルの概要を Fig. 4.21 に示す。残響室側の壁面吸音条件は、基本条件と同様であるが、無響室側のバフル面は完全剛とした。無響室のバフル面は試料面積の4倍の面積となるように設定し、奥行きはバフル面の長辺の値とした。残響室-無響室モデルは実測で行われるのと同様にインテンシティ法による方法で音響透過損失を算出したが、3.3.2 項で述べたように単一周波数から求めるバンド値を合成する手法をとった場合には残響室-残響室法による透過損失と完全に同一の値となる。

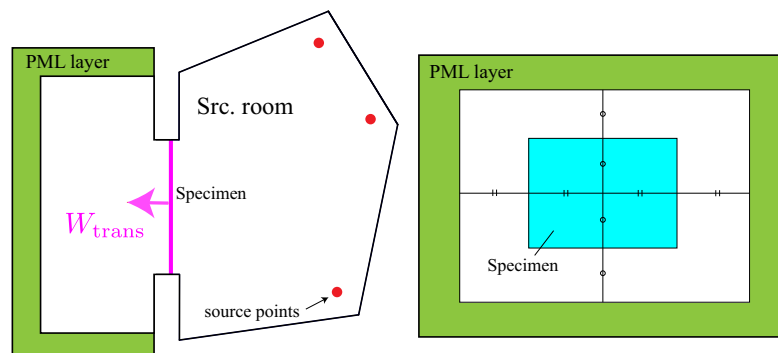


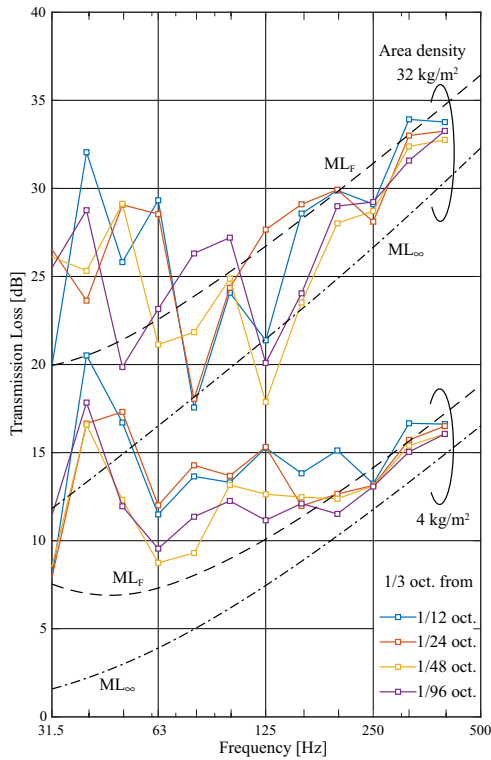
Fig. 4.21: Plan view of reverberation-anechoic room model

4.5.2 結果と考察

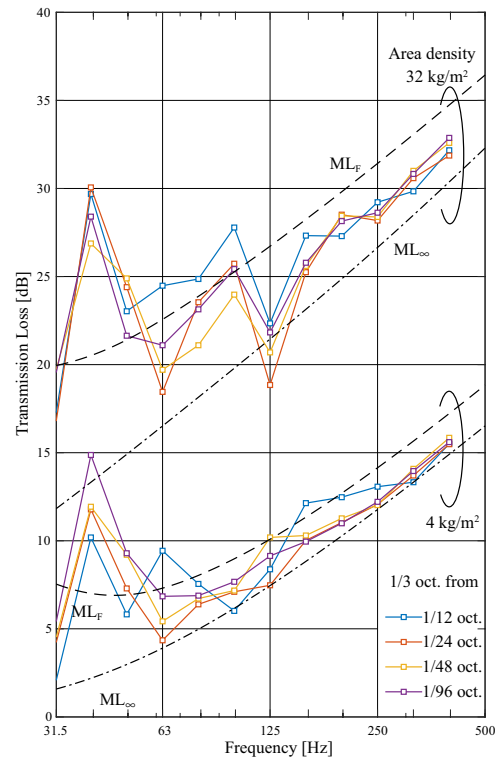
■解析周波数間隔による影響 4.2.2 項で、基本条件での解析周波数間隔による影響について述べたが、吸音条件が変わると、その影響は異なると考えられる。そこで、各条件毎に解析周波数間隔を 1/96 オクターブバンド中心周波数毎から 1/12 オクターブバンド中心周波数毎まで粗くしていった際の、得られる透過損失の 1/3 オクターブバンド合成値を Fig. 4.22(a)~(d) に示す。

(a)~(c) の結果より受音室壁面の吸音率を上げることによって、解析周波数幅によるばらつきが小さくなり、大きな周波数解析幅をとっても十分に収束する傾向にある。特に受音室のランダム吸音率を 0.2 相当にした受音室吸音条件 2 では 1/96 オクターブ毎と 1/48 オクターブ毎の解析結果は 31.5 Hz 以上の帯域で最大で 3 dB 程度、63 Hz 以上では 1 dB 未満と小さく、解析周波数間隔が大きくても十分収束することが確認できた。一方 (d) の音源室のランダム吸音率を 0.2 相当にした音源室吸音条件では 125 Hz 帯域以上では 1/12 オクターブバンド毎の解析結果から合成しても値がよく収束しているが、それ以下の帯域では収束性が悪いことが示唆された。これについての考察は後述する。

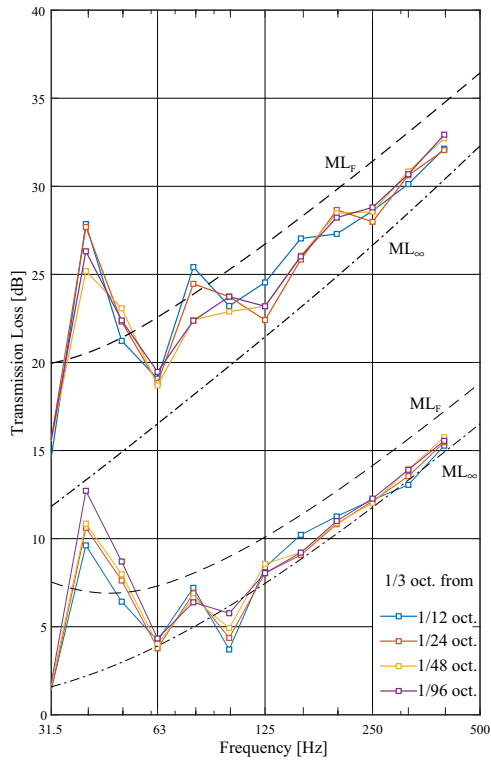
これらの結果から十分に収束するといえる解析周波数幅については、モード密度及び吸音条件の両面からの検討が必要であると考えられる。



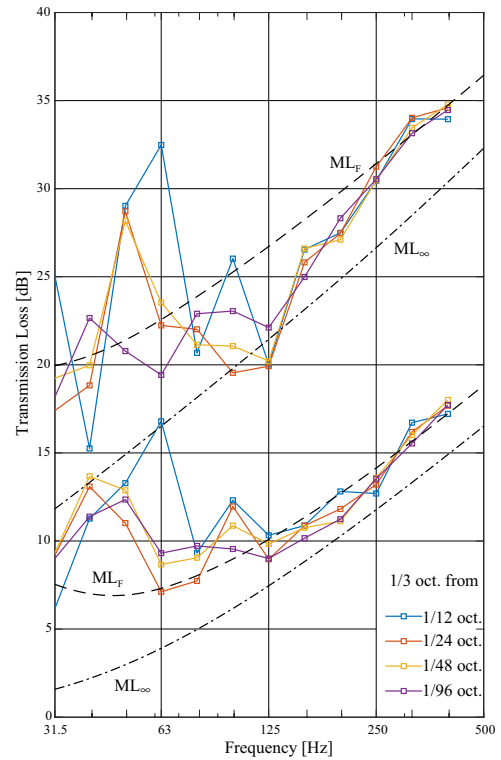
(a) Default condition (Same figure as Fig. 4.6(a))



(b) Rec. room absorption condition 1



(c) Rec. room absorption condition 2



(d) Src. room absorption condition

Fig. 4.22: Effects of frequency resolution when averaging into 1/3 octave-band transmission loss in room absorption conditions

■透過損失計測値における受音室の吸音性の影響 受音室の吸音条件を変更した基本条件，受音室吸音条件 1, 2, 残響室-無響室モデルでの，1/3 オクターブバンドでの解析結果を Fig. 4.23 に示す。吸音条件及び残響室-無響室モデルでは 125 Hz 帯域以上でバフルモデルとよく対応しており，63 Hz 程度の低い帯域においてもバフルモデルに近づく傾向が見られる。よって，受音室の吸音により低い周波数からバフルモデルの結果に漸近し，より安定した結果になることが示唆される。またこの傾向は，吸音の程度を上げた場合の方が強く見られる。吸音により受音室の Schroeder 周波数が下がり，音圧分布が等化されるためと解釈できる。なお，Schroeder 周波数はモード密度が十分に密であるとみなせる下限周波数で，次式で計算される [45]。

$$f_{\text{limit}} = 2000 \sqrt{\frac{T}{V}} \quad (4.4)$$

ここで，拡散音場を仮定すれば，Sabine の残響公式より以下のように変形できる。

$$f_{\text{limit}} \simeq \frac{800}{\sqrt{A}} \quad (4.5)$$

壁面へのランダム入射を仮定した場合本解析条件での Schroeder 周波数を Table 4.6 に示す。基本条件の Schroeder 周波数は，500 Hz 以上と非常に高い。一方吸音条件 2 では 120 Hz 程度まで落ちており，吸音条件の方が拡散音場として振る舞いやすい可能性が示唆された。ただし，どの条件においても Schroeder 周波数よりも低い周波数からバフルモデルに漸近する傾向があり，Schroeder 周波数は透過損失計測における拡散音場の下限周波数としては安全側過ぎる可能性がある。

また，面密度が低い場合について基本条件では透過損失 10 dB 程度が測定下限であるのに対して，吸音条件ではその下限が低下しており，5 dB 近くまでバフルモデルと一致していることが示唆される。これは受音室を吸音することによって両室の連成が弱まり，面密度が小さい室においてもある程度結合室としての性質を保持していることが一因と考えられる。

Table 4.6: Schroeder frequency in each conditions

	Src. room [Hz]	Rec. room [Hz]
Default condition	553	531
Rec. room absorption condition 1	553	237
Rec. room absorption condition 2	553	119
Reverberation-anechoic room model	553	—
Src. absorption condition	124	531

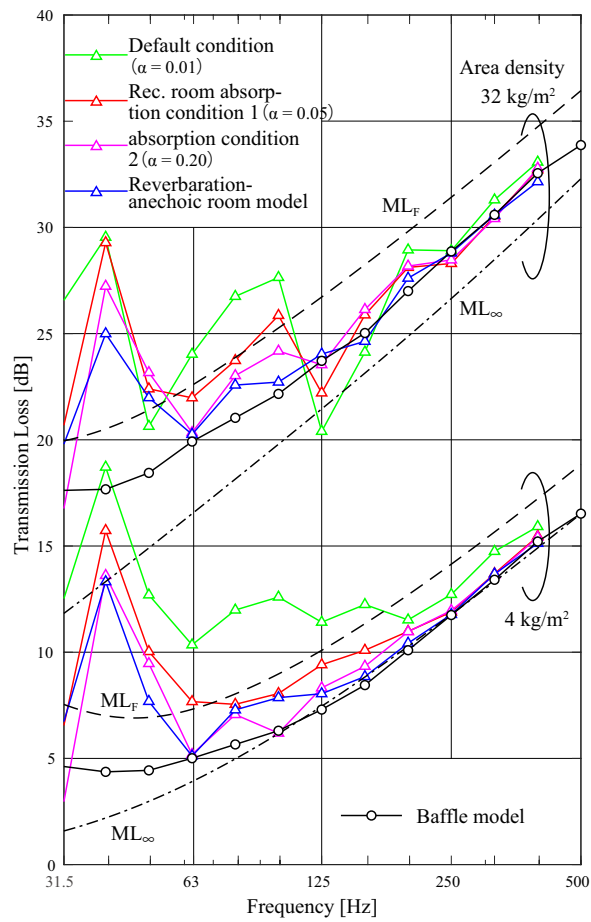


Fig. 4.23: Effect of absorption in receiving room on the transmission loss

■透過損失計測値における音源室の吸音性の影響 音源の吸音条件を変更した基本条件、音源吸音条件の、1/3 オクターブバンドでの解析結果を Fig. 4.24 に示す。音源室を吸音した際の透過損失の値は、低音域では基本条件と比べやや値が低下し、バフルモデルに近づく傾向はあるものの、受信室を吸音した場合と比較して、高音域においてバフルモデルに漸近せず、基本条件とも挙動が異なることがわかる。よって、音源室の吸音は、透過損失の安定化には影響しないばかりか中高音域において無限大バフルモデルとの乖離さえ見られることがわかった。この現象についての考察は次の段落にて述べる。

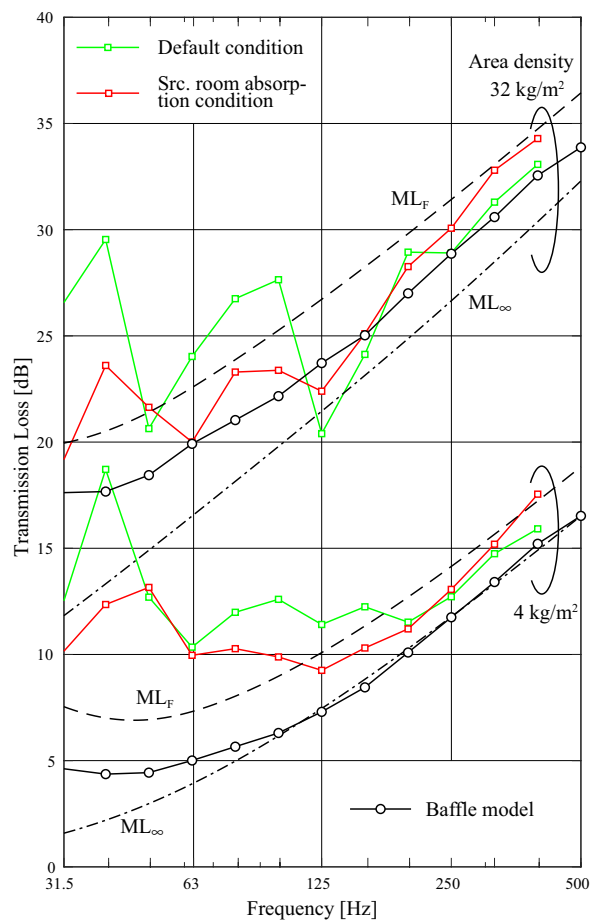


Fig. 4.24: Effect of absorption in source room on the transmission loss

■エネルギー密度レベルの空間・周波数分布について これまで室の吸音が透過損失に与える影響について観察したが、これらの現象の原因について考察するため、エネルギー密度レベルの空間分布、及び周波数特性の側面から考察を行う。

まず、空間分布について観察するため、試料面密度 $m = 32 \text{ kg/m}^2$ の 160.9 Hz における、基本条件、受音室吸音条件 2、音源室吸音条件でのエネルギー密度の空間分布を Fig. 4.25 に示す。基本条件と受音室吸音条件は、音源室の吸音条件が同一であるため、音源室の空間分布は両者ほぼ同様の結果となっている。また、基本条件と音源室吸音条件は、受音室の吸音条件が同一であり、空間中の定在波の腹と節の位置はほぼ同じ位置にあるが、そのレベルは両者で異なっている。また、受音室吸音条件での受音室エネルギー密度の空間分布は、基本条件に比べて空間中のディップ位置がやや曖昧になり、全体として空間分布が等化する傾向にあることが確認された。

エネルギー密度レベルの周波数特性を観察するため、基本条件、受音室吸音条件 2、音源室吸音条件でのエネルギー密度の周波数特性及びその 1/3 オクターブ合成値を Figs. 4.26, 4.27 に示す。なお各図の (d) は (a) から (c) の 16 から 363 Hz までのエネルギー密度周波数特性の拡大図となっており、受音室、音源室のモード周波数をそれぞれオレンジと緑で低域から順に 3 つ示している。受音室と音源室の固有周波数はそれぞれ異なるため、基本条件及び音源室吸音条件では受音室の固有周波数で受音室のエネルギー密度にピークが生じ、レベル差が負になる周波数が存在する。一方、受音室吸音条件では、低音域において受音室のエネルギー密度レベルは受音室の固有周波数でのピークがほぼ見られなくなっており、逆に音源室吸音条件では受音室のエネルギー密度レベルは音源室の固有周波数ではピークが現れない。これは、受音室の固有周波数において音源室とは無関係に音源室のエネルギー密度が上昇する現象が、受音室吸音条件では見られず、音源室吸音条件では顕著になっていることを意味する。つまりこれらの現象が受音室吸音条件で、低音域での安定した透過損失計測に繋がっている可能性がある。なお音源室吸音条件では、音源室の周波数特性はピークディップの差が小さくなっているが、受音室では吸音率が低いために大きなピークディップが生じ、音源室とは無関係に受音室の固有周波数で大きなピークが存在することがわかる。

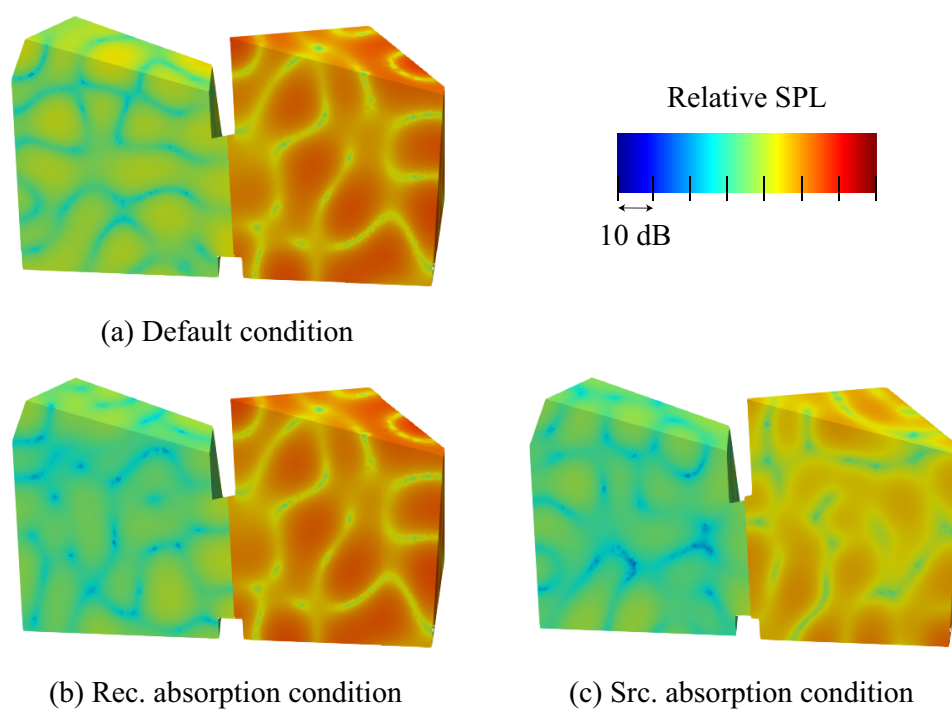
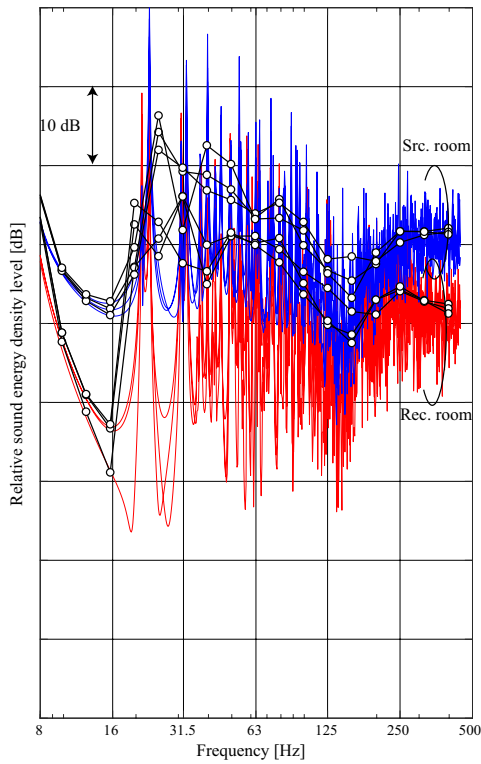
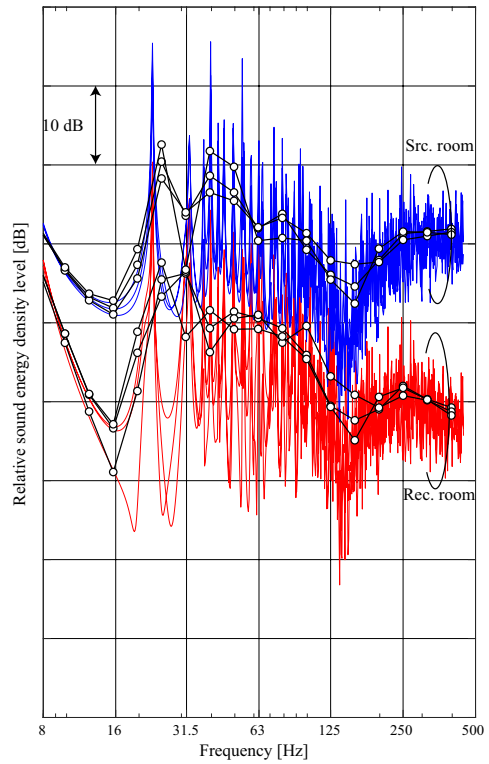


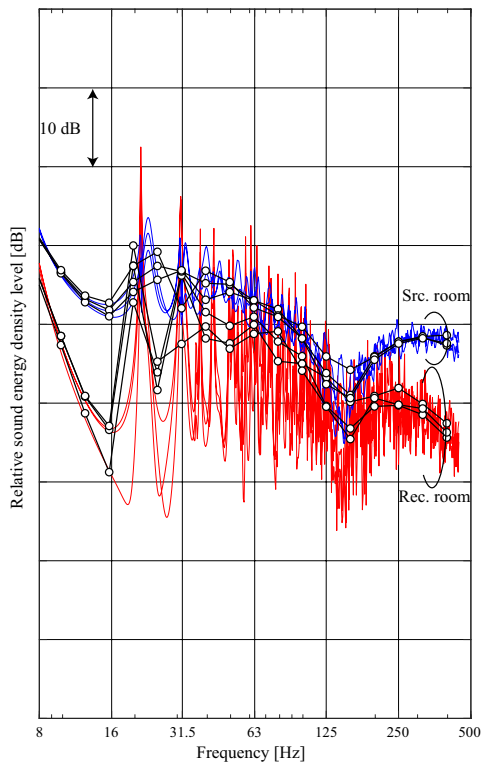
Fig. 4.25: Distribution of sound pressure level in 160.9 [Hz]



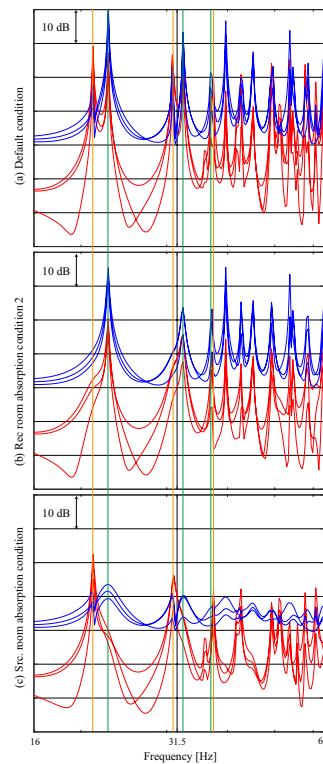
(a) Default condition (same figure as Fig. 4.19(a))



(b) Rec. room absorption condition 2

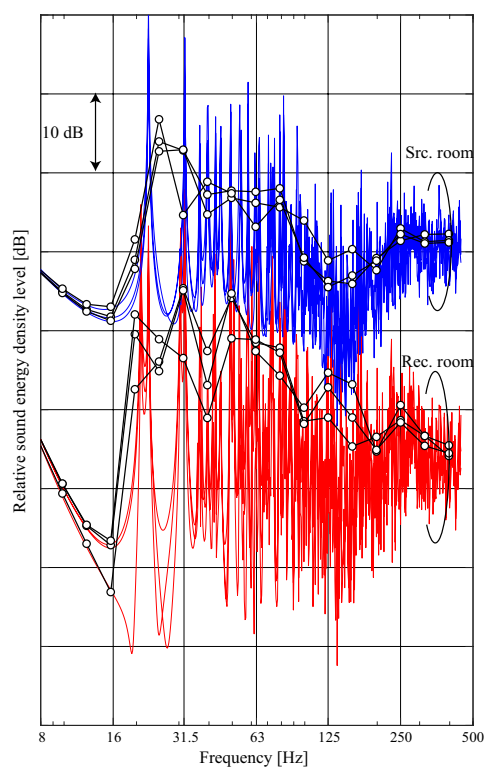


(c) Src. room absorption condition

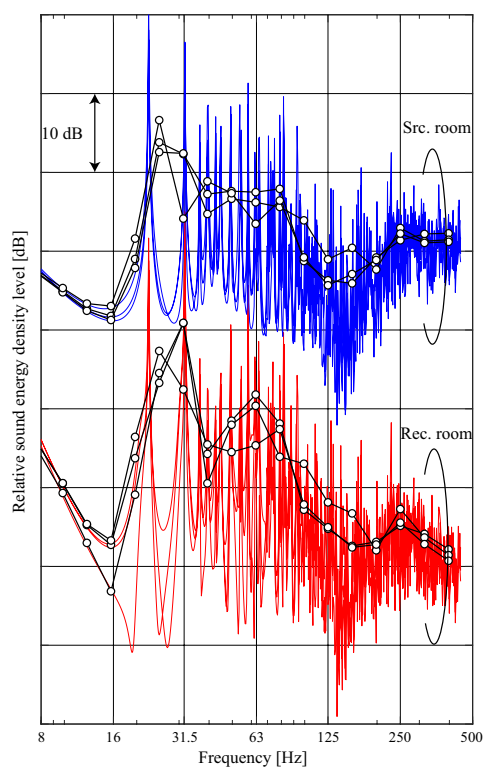


(d) Enlarged view of (a) ~ (c)

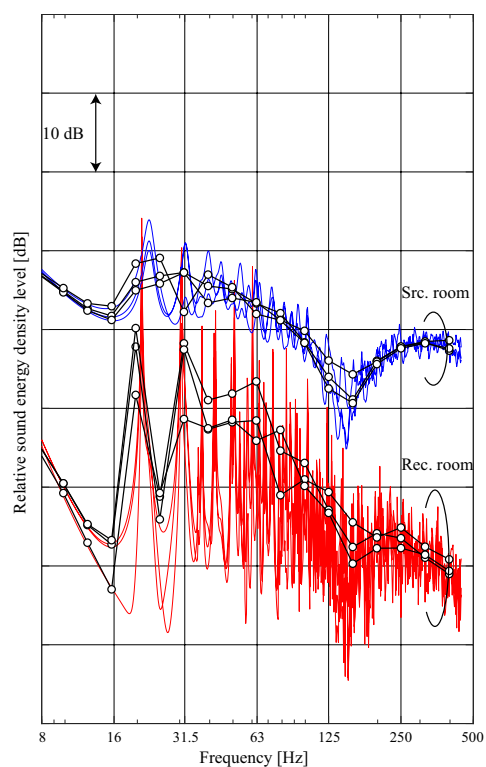
Fig. 4.26: Sound energy density level of default and some absorption conditions in $m = 4$ [kg/m²]



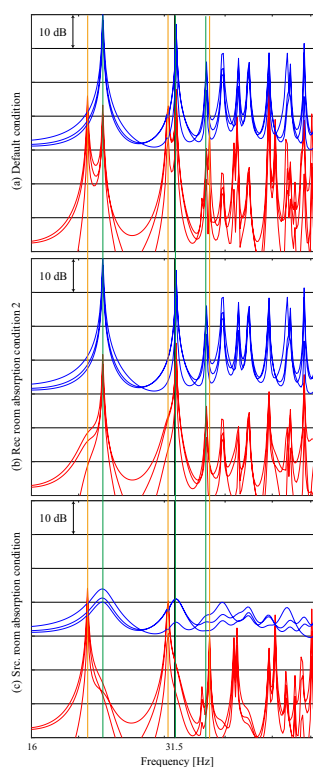
(a) Default condition (same figure as Fig. 4.20(a))



(b) Rec. room absorption condition 2



(c) Src. room absorption condition



(d) Enlarged view of (a) ~ (c)

Fig. 4.27: Sound energy density level of default and some absorption conditions in $m = 32$ [kg/m²]

4.6 まとめ

本章では、不整形残響室での音響透過損失計測を対象として、試験室内及び試験室間再現性についての知見を得るために影響を与えると考えられる各種パラメータについてケーススタディを行い考察した。

評価点数及び評価方法については、中高音域では本研究で試行したどの手法においても安定した結果が計測できるが、低音域ではこれらの手法には差異があり、慎重に検討する必要があることを示した。特に、音圧・粒子速度から求めるエネルギー密度の評価方法では少ない点数でも多点評価と同様の結果が得られる可能性を示した。ただし、評価点の選点方法に関する検討は今後の課題である。

それぞれのケーススタディにおいては、まず残響室-残響室法でのニッシュ効果はバフルモデルでのランダム入射でのそれに中高音域以上で概ね一致するものの、低音域では拡散音場仮定が崩れることよりランダム入射とはならず、ニッシュ効果もバフルモデルとは異なることがわかった。室の対称性に関する検討では、連結残響室を対称室としたモデルを比較検討したが、対称室では得られる透過損失が非対称室の条件と異なる値に漸近する可能性を示した。この原因については、室が対称であることによって両室のモード周波数が一致することが一因と考えられるが、より詳細な検討が必要である。室の吸音条件に関しては、受音室の吸音が周波数のピークディップ及び空間分布を抑え、安定した計測ができる可能性を示唆した。またこれらの結論は、低音域においても理論的に裏付けのある値を算出するためには、モード場としての理解が必要であることを裏付け、例えば入射音場の入射方向分布の算出などの検討が必要であると考える。

第5章

統括

本章では、本研究により得られた成果を総括し、今後の課題について述べる。

5.1 研究の成果

第一章では、研究の背景について概説し、建築部材の空気音遮断性能の実験室測定法のこれまでの動向及び研究について述べた。またこれらの背景より、残響室-残響室法による音響透過損失計測における試験室内及び試験室間再現性に関する知見を得るため、本研究の目的を大きく二つ設定した。

- 直方体室における理論解析を行うことで、室間音圧レベル差がどのような挙動を示すのか、またそれに影響する要因についての知見を得ること
- 直方体室及び不整形残響室において、数値解析によるケーススタディを実施することで、試験室間再現性に影響を与える要因について、その程度と原因に関する知見を得ること

第二章では、本論文で用いる有限要素法の基礎理論について述べた。定常状態の音場及び膜振動場の支配方程式を導出し、有限要素法による解析方法を述べた。さらに各物理場の連成手法及び有限要素法でのポストプロセス処理について示した。

第三章、第四章では、第一章にて設定した目的を達成するために理論解析及び数値解析を行った。まず第三章では、直方体室を対象に室間音圧レベル差及び音響透過損失に関する理論・数値解析を行った。第一節で本章の概要を記述し、第二節では圧力場及びモード場としての理論を構築した。また、理論解析を元に室寸法が室間音圧レベル差に与える影響について基本的な考察を行った。試料面積が変わらなければ、室寸法が平均音圧レベル差に与える影響は大きくないことを示した。一方試料面積の影響については、試料面積が大きいほど室間レベル差は小さくなる傾向を示したが、拡散音場を仮定した基準化よりも試料面積の影響は小さいことが示唆され、より詳細な検討が必要であることを示した。第三節では残響室-残響室法における透過損失測定の数値解析での模擬にあたり、模擬方法に関する選択肢について述べた。特に本章第四節及び第四章での数値解析によって、これらの模擬手法の違いによって得られる値が大きく異なる可能性を示し、今後の検討にあたり基礎的な知見を得ることができた。第四節では直方体残響室において、試料の面積及び試料の設置位置に関して数値解析を行いその影響について考察した。特に低音域において試料設置位置が得られる透過損失に大きな影響を及ぼすことを確認し、それが振動速度の位相分布による影響であることを示した。また、中高音域においてもランダム入射と挙動の差異があること

を確認し、改めてモード場としての理解の必要性を示した。また、モード場としての評価の場合には平均二乗音圧を算出するという観点から有限音源点、有限受音点を設定する必要性を示唆した。

第四章では、不整形残響室を対象に音響透過損失に関する数値解析を行った。第一節で本章の概要を記述し、第二節で試験室内再現性に関して基本的な解析を行った。レベル差の評価方法としては音圧・粒子速度から求めたエネルギー密度は少ない評価点数でも安定した計測ができる可能性を示した。また無限大バフルモデルとの比較を通して、不整形残響室における透過損失測定がニッシュェを考慮したランダム入射透過損失に漸近する挙動を確認した。第三節以降では、試験室間再現性に影響を与える要因として考えられるパラメータについて数値解析によってその影響を確認した。まず第三節でのニッシュェ効果に関する検討より、連結残響室でのニッシュェ効果は無限大バフルモデルでのそれに漸近する傾向を示した。第四節では対称室では低音域においてモード周波数の一致による透過損失の低下が確認された一方、中高音域でも透過損失の挙動が非対称室と異なる可能性が示唆され、今後の検討が必要であることを示した。第五節では、室の吸音性の影響に関する検討を通し、受音室の吸音が低周波域での精度及び安定性の向上に繋がる可能性を示唆した。これは、音源室との連成を弱めると共に、周波数でのピークディップや空間分布を抑えられることが一因と考えられ、実測での応用の可能性を示した。

5.2 今後の課題

ここでは、本論文において残された課題について述べる。

まず第三章の理論解析では、薄膜を挟んだモード場について室間音圧レベル差の簡便な近似式を構築したが実用には課題が残る。連成を無視したモデルでも十分に近似できる可能性を示したため、試料面積が室境界面積よりも小さい条件についても定式化を行うことができると考えられる。また、単純な斜入射質量則に対して Paris の式ではない各部屋固有の重み付けをするような空間性能の予測法が考えられる。このような評価ができれば、部材性能から空間性能を簡便に予測できる可能性がある。また同章の数値解析では、Type I 試験室の拡散体及び吸音体配置については無視したが、これらが室の音場及び得られる透過損失に与える影響がどの程度あるかについては、今後検討が必要であると考えられる。

第四章では解析しなかった影響因子と考えられるものとして、室容積の影響や試料取り付け位置が考えられる。また、各パラメータに対する感度解析などを行うことで影響の大きさの比較をすることができる。また、本研究では主にパラメトリックスタディによる現象把握を試みたのと同時に、計算負荷などの問題からその限界も露呈した。特にパラメトリックスタディに頼らない手法として、入射音場の指向特性の分析などを通して、得られる透過損失の値に関する検討が必要であると考えられる。また、直方体残響室及び不整形残響室どちらに関しても、試験室内再現性の観点からは、受音点及び音源点の配置点数・配置位置に関してはより詳細な検討が必要であると考えられる。

以上、本論文で残された課題を示した。これらが解決され、試験室間及び試験室内再現性の観点から残響室-残響室法による透過損失の測定法の改善や試験室間の補正方法開発へ寄与することができ、ひいては実験室測定値から実現場での性能予測の精度向上の一助になることを期待し、本論文を締めくくる。

目次

2.1	Analytical model for acoustic field.	13
2.2	Boundary conditions and domain notation for membrane vibration field.	17
2.3	The notation on the acoustic membrane coupling problem.	20
2.4	Schematic of quadrangle interpolation function.	23
2.5	Schematic of hexahedron interpolation function.	25
2.6	Schematic of conversion between a global coordinate and a local coordinate	29
3.1	Plan view of limp membrane between two rooms	34
3.2	Difference of SPL calculated by Newton method and approximate equation	35
3.3	Modal rooms partitioned by a limp membrane	36
3.4	k_n which satisfy Eq. (3.24)	40
3.5	Schematic of the approximated model of modal rooms partitioned by a limp membrane	41
3.6	Difference of the mean squared sound pressure level	47
3.7	3-dimensional modal rooms partitioned by a limp membrane	48
3.8	Difference of the mean squared sound pressure level on 3D modal rooms	50
3.9	Band synthesis of the difference of the mean squared sound pressure level on 3D modal rooms	51
3.10	Schematic of pattern of the case study	52
3.11	Comparison of mean sound pressure level among room shape and volume	54
3.12	Schematic for the calculation of A	56
3.13	Geometry of the laboratory	59
3.14	Specification of the specimens	60
3.15	Receiving points for the source and the receiving room (except for close to src. points or room surface)	61
3.16	Receiving points for the source and the receiving room (all of the rooms)	62
3.17	Schematic for ML_{∞} and ML_F	63
3.18	Effects of frequency resolution when averaging into 1/3 octave-band transmission loss	65
3.19	Delta transmission loss for various intervals for analysis frequency based on 1/192 oct. interval value	65

3.20	Difference of the mean squared sound pressure level evaluated by various rec. and src. points position	67
3.21	Band synthesis of the difference of the mean squared sound pressure level evaluated by various rec. and src. points position	68
3.22	Comparison among specimen sizes	69
3.23	Comparison among specimen position	70
3.24	Comparison among specimen sizes (single frequency)	71
3.25	Distribution of sound pressure level and phase in 50.0 [Hz]	72
3.26	Distribution of sound pressure level and phase in 60.5 [Hz]	73
4.1	Geometry of the laboratory and limp membrane	76
4.2	The finite element model of the laboratory and specimen	77
4.3	Grid receiving points for the source and the receiving room	78
4.4	Schematic of the baffle model	80
4.5	Difference of transmission loss by baffle model of flush condition and ML_F	80
4.6	Effects of frequency resolution when averaging into 1/3 octave-band transmission loss for 4, 32 [kg/m ²]	81
4.7	Difference of sound pressure level	82
4.8	Distribution of sound pressure level and phase in 19.1 [Hz]	83
4.9	Plan distribution of sound pressure level and phase in 19.1 [Hz]	84
4.10	Equivalent absorption area A	85
4.11	Effects of evaluation procedures for determining the average acoustic energy density levels	86
4.12	Effects of evaluation procedures for determining the average acoustic energy density levels	88
4.13	Difference between the baffle model and the reverberation model	88
4.14	Plan view of default and no niche conditions	89
4.15	Effect of niche on the transmission loss	90
4.16	Delta transmission loss by niche effect between baffle model and reverberation room model	91
4.17	Plan view of default and symmetry conditions	92
4.18	Effect of room symmetry on the transmission loss	94
4.19	Acoustic energy density level of default and symmetry conditions in $m = 4$ [kg/m ²]	95
4.20	Acoustic energy density level of default and symmetry conditions in $m = 32$ [kg/m ²]	96
4.21	Plan view of reverberation-anechoic room model	98
4.22	Effects of frequency resolution when averaging into 1/3 octave-band transmission loss in room absorption conditions	100
4.23	Effect of absorption in receiving room on the transmission loss	102
4.24	Effect of absorption in source room on the transmission loss	103

4.25 Distribution of sound pressure level in 160.9 [Hz] 105

4.26 Sound energy density level of default and some absorption conditions in $m = 4$ [kg/m²] 106

4.27 Sound energy density level of default and some absorption conditions in $m = 32$ [kg/m²] 107

表目次

1.1	CPU and RAM specification of the machine used in this thesis for high cost computation	9
1.2	CPU and RAM specification of the machine used in this thesis for low cost computation	9
3.1	Physical properties for numerical and theoretical analysis	35
3.2	Analysis condition for validation of 1D modal theory	46
3.3	Analysis condition for validation of 3D modal theory	50
3.4	Patterns of the case study	52
3.5	Specification of the laboratory	59
3.6	Coordinate of source points	59
3.7	Random-incidence absorption coefficient of the reflective boundary	60
3.8	Degree of freedom for the models	60
3.9	Coordinate of practical receiving points for the source and the receiving room	61
4.1	Specification of the laboratory	76
4.2	Coordinate of source points	76
4.3	Degree of freedom for the models	77
4.4	Coordinate of practical receiving points for the source and the receiving room	78
4.5	Random incidence absorption coefficient of the each conditions	97
4.6	Schroeder frequency in each conditions	102

参考文献

- [1] 山内勝也, 次世代自動車の静音性による新しい音デザイン課題の展望, 日本音響学会誌, Vol. 73, No.1 pp.21–24, 2017.
- [2] 子安 勝, 建築物の遮音測定方法についての ISO 規格の概要, 日本騒音制御工学会誌, Vol. 3, pp.17–22, 1979.
- [3] 子安 勝, 実験室および現場における遮音測定方法の標準化について, 日本音響学会誌, Vol. 27, pp. 588–593, 1971.
- [4] 工藤 和広, JIS 改正に伴う音響透過損失の比較評価, ニチアス技術時報, Vol. 324, 2001.
- [5] 財団法人 建材試験センター, 建築材料分野 (建築部材の空気音遮断性能試験) における不確かさに関する調査研究 成果報告書, 2003.
- [6] Paul E. Sabine, The Life Work of the Late Wallace C. Sabine —An Appreciation, The American Architect, Vol. 116, pp.1–3., 1919.
- [7] Paul E. Sabine, Transmission of sound by walls, The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 1, pp. 181–201, 1930.
- [8] Edgar Buckingham, Theory and interpretation of experiments on the transmission of sound through partition walls, Vol. 20, pp. 193–219, 1925.
- [9] Vivian L. Chrysler, Wilbert F. Snyder, Recent sound-transmission measurement at the national bureau of standards, Journal of research of the National bureau of standards, Vol.14, pp. 749–764, 1935.
- [10] Albert London, Transmission of reverberant sound through single walls, Journal Research of the National Bureau of Standards, Vol.42, pp. 605–615, 1949.
- [11] Richard V. Waterhouse, Interference patterns in reverberant sound fields, The journal of the Acoustical Society of America, Vol.27, pp. 271–188, 1955.
- [12] Albert London, Methods for determining sound transmission loss in the field, Journal of research of the National bureau of standards, Vol.26, pp. 419–453, 1941.
- [13] E. C. Sewell, Transmission of reverberant sound through a single leaf partition surrounded by an infinite rigid baffle, Journal of the Sound and Vibration, Vol.12, pp. 12–32, 1970.
- [14] A. J. Pretlove, Forced Vibrations of a rectangular panel backed by a closed rectangular cavity, Journal of Sound and Vibration, Vol.3, pp. 251–261, 1966.
- [15] R. W. Guy, M. C. Bhattachary, The transmission of sound through a cavity-backed finite plate, Journal of Sound and Vibration, Vol.27 No.2, pp.207–223, 1973.

- [16] L. Gagliardini *et al.*, The use of a functional basis to calculate acoustic transmission between rooms, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.145, pp.457–478, 1991.
- [17] Teresa Bravo and Stephen J. Elliott, Variability of low frequency sound transmission measurements, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 115, pp. 2986–2997, 2004.
- [18] W. Kropp *et al.*, On the meaning of the sound reduction index at low frequencies, *Acta Acustica*, Vol. 2, No. 5, pp. 379–392, 1994.
- [19] T. Sakuma *et al.*, An approach utilizing membrane materials to regulate modal characteristics of rooms, *Applied Acoustics*, Vol. 61, pp. 455–467, 2000.
- [20] R. L. Richards, New airborne sound transmission loss measuring facility at Riverbank, *Journal of Acoustical society of America*, Vol. 30, pp. 999–1004, 1958.
- [21] E. Brosio, Measurement of the sound insulation by random and by normal incidence of sound, *Acta Acustica united with Acustica*, Vol. 10, pp.173–175, 1960.
- [22] 佐藤 孝二, 子安 勝, 模型室による室内音場の基礎的研究 —残響室法による吸音率測定に関する実験的研究 I, *日本音響学会誌*, Vol. 13, pp. 231–239, 1957.
- [23] 佐藤 孝二 他, 透過損失測定用新残響室について —遮音構造の研究 I, *日本音響学会誌*, Vol.16, pp. 258–264, 1960.
- [24] E. Toyoda, *et al.*, Effects of room shape and diffusing treatment on the measurement of sound absorption coefficient in a reverberation room, *Acoustical science and technology*, Vol. 25, Issue 4, pp. 255–266, 2004.
- [25] Md. Nehadi. Hasan, M. Hodgson, Effectiveness of reverberation room design: Room size and shape and effect on measurement accuracy, *Proceedings of the 22nd International Congress on Acoustics*, 919, 2016.
- [26] D. T. Bradley, *et al.*, Comparison of Hanging Panels and Boundary Diffusers in a Reverberation Chamber, *Building Acoustics*, Vol. 21, No. 2, pp. 145–152, 2014.
- [27] 會田 祐 他, 残響室における界壁部材の音響透過損失測定に関する数値解析, *日本音響学会春季研究発表会講演論文集*, pp.645-648, 2019.
- [28] 朝倉 巧 他, 残響室法による壁体の音響透過損失の FDTD 解析, *日本音響学会秋季研究発表会講演論文集*, pp. 1233–1234, 2008.
- [29] C. Geuzaine, J. Remacle, Gmsh : A three-dimensional finite element mesh
- [30] T. Sakuma, Y. Yasuda, Fast multipole boundary element method for large-scale steady-state sound field analysis Part I: Setup and Validation, *Acta Acustica united with Acustica*, Vol.88, No.4, pp.513–525, 2002.
- [31] ISO 10140-5:2010, Acoustics — Laboratory measurement of sound insulation of building elements — Part5: Requirements for test facilities and equipment.
- [32] R. Berger, Dissertation TH München. Über die Schalldurchlässigkeit, 1911.
- [33] L. Cremer, Theorie der Luftschalldämmung dünner Wände bei schrägem Einfall, *Akustische Zeitschrift*, Vol.7, pp. 81–104, 1942.
- [34] A. Bermudez *et al.*, An optimal perfectly matched layer with unbounded absorbing function for

- time-harmonic acoustic scattering problems. *Journal of computational physics*, Vol. 223, Issue 2, pp. 469–488, 2007.
- [35] A. Osipov *et al.*, Low-frequency airborne sound transmission through single partitions in buildings, *Applied Acoustics*, Vol. 52, No. 3/4, pp.213–288, 1997.
- [36] JIS A 1416:2000, 「実験室における建築部材の空気音遮断性能の測定方法」
- [37] ISO 10140-2:2010, Acoustics — Laboratory measurement of sound insulation of building elements — Part2: Measurement of airborne sound insulation.
- [38] Jacobsen *et al.*, A comparison of two different sound intensity measurement principles. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 118, No. 3, pp.1510–1517, 2005.
- [39] 會田 祐 他, 音響エネルギー密度による界壁の空気音遮断性能評価に関する検討, 日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, pp.821–822, 2016.
- [40] N. Inoue, T. sakuma, Numerical models for predicting absorption/insulation performance of acoustic elements, *Proceedings of the 21st International Congress on Acoustics(Montreal)*, 4pAAa9[POMA Vol.19 , No.0515119], pp.8–pp.15, 2013.
- [41] 會田 祐 他, 伝搬モード展開を用いた入射音場の実験的解析手法の検討 – 界壁遮音性能測定時の入射音場に関する研究 その1 –, 日本建築学会環境系論文集 Vol.83 No.752, pp. 821–830, 2018.
- [42] T. Sakuma *el al.*, Numerical analysis of sound transmission loss of glass pane – On the treatment of edge damping, *Proceedings of Inter-Noise 2011(Osaka)*, No. 432239, 9p., 2011.
- [43] 清家 剛 他, 音響透過損失測定におけるニッシュ効果に関する数値解析 –解析モデルの比較–, 日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, pp.1047–pp.1048, 2013.
- [44] 米沢 房雄, 残響室における遮音試験のための試験体作成について, *建材試験情報*, Vol.18, No. 3, pp.31–36, 1982.
- [45] H. Kuttruff, *Room Acoustics 4th edition*, Spon Press, 2000.

謝辞

本論文は東京大学大学院新領域創成科学研究科社会文化環境学専攻修士課程において、同専攻の佐久間哲哉准教授の指導のものに行った研究をまとめたものであります。研究を行う上でのアイデアや研究に対する姿勢、研究発表でのアドバイスなどあらゆる面で丁寧にご指導していただきました。筆者の多くの至らない点に対して、一つ一つ指導を頂きましたことを感謝いたします。

副指導教員である同専攻の佐藤淳准教授には、大変忙しい中時間を作っていただき普段見落としがちな点についてご助言をいただきました。また同専攻の佐々木淳教授には本論文の副査を担当していただきました。ここに感謝申し上げます。

同専攻の井上尚久特任助教には、細かい研究指導はもちろんのこと研究の考え方や進め方など今後研究者・技術者になるために必要な能力についてご教授いただきました。特に筆者の作成した至らない日本語・英語の文章を隅々まで添削していただきました。また同氏には研究室の先輩として気軽な相談や雑談も多く付き合っていたいただき、充実した研究生生活を過ごすことができました。同専攻に進学するに至ったきっかけも同氏によるものが非常に大きかったと思っております。心から感謝いたします。

佐久間研究室 OG である独立行政法人東京都立産業技術研究センターの西沢啓子氏と OB である株式会社長谷工コーポレーション技術研究所の會田祐氏には、本研究に必要な資料やデータ、ノウハウをご提供いただき、また研究打ち合わせにおいても筆者の拙い説明にも耳を傾けてアドバイスしていただき、本研究を深めることができました。ここに感謝申し上げます。

同研究室の先輩である、劉金雨氏、孔敬受氏、坂本栞氏、谷野葵氏、堤遼氏、松井温子氏、兪凡氏、後輩である土屋洵さん、那須瑞早さんとは修士課程の短い間でしたが、楽しい時間を過ごさせていただきました。また、同期である中津成博さん、田主望さんはお互いに切磋琢磨しあえる存在であり、同期入学博士課程の榎本貴之氏には研究のみならず様々な形でお世話になりました。ここに感謝申し上げます。他にも、YKK AP 株式会社中央研究所の皆さんや自然環境学専攻齋藤馨研究室の皆さんを始め、修士論文以外の研究や作業などをするにあたり沢山の方にお世話になりました。ここにお礼申し上げます。

筆者の九州大学芸術工学部在学時の指導教員の鮫島俊哉准教授には、筆者の進路に対しご理解いただき、本学在学中も激励していただきました。また尾本章教授には筆者の学会発表にも足を運んで応援していただき、大きな力となりました。また、当時の研究室の同期である鈴木爽一郎さんは研究に対する姿勢などについて筆者の身近な模範でありました。ここに感謝申し上げます。

最後になりましたが、筆者の学生生活を暖かく見守り、経済面や精神面などにおいて支えてくださった家族に多大なる感謝の意を表します。

2020年1月20日

山崎泰知

発表論文一覧

修士論文梗概

本研究に関する発表論文

1. 山崎泰知, 會田祐, 井上尚久, 佐久間哲哉: 残響室における音響透過損失計測に関する有限要素解析—計算条件に関する基礎的検討—, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (環境工学1), pp.281–282, 2019.9.
2. 山崎泰知, 會田祐, 井上尚久, 佐久間哲哉: 音響透過損失計測における残響室の形状および吸音条件の影響に関する数値解析, 日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, pp.451–452, 2019.9.
3. 山崎泰知, 井上尚久, 佐久間哲哉: 矩形残響室における音響透過損失計測に関する有限要素解析—試料面積の影響, 日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, 2p., 2020.3.

本研究以外の発表論文

1. Y. Yamasaki, N. Inoue, T. Sakuma: Numerical investigation of the reverberation method for measuring the total loss factor of plate-like structures, Proc. 23rd Int'l Cong. Acoust. (Aachen), No.901, pp.226–233, 2019.9.

残響室における音響透過損失計測の数値予測に関する研究

Numerical analysis on the transmission loss measurement in reverberation rooms

学籍番号 47-186778
氏名 山崎 泰知 (Yamasaki, Yasutomo)
指導教員 佐久間 哲哉 准教授

1. はじめに

1.1 研究の背景

居住空間の音環境に対する社会的要求水準の高まりから、建築部材の音環境性能の数値化は重要になってきている。部材の空気音遮断性能の実験室測定は残響室-残響室法と呼ばれる手法がJIS A 1416やISO 10140-2として規格化されており、広く用いられている。しかしながらこの手法による結果は試験室内及び試験室間再現性に課題があることが知られており、特に試験室の形状や容積が測定値に与える影響については十分な知見が得られていない。このような変動要因に関する知見が不足していることは、性能試験の精度や信頼性の低下に繋がりがねず問題である。

1.2 研究の目的

以上のような背景を踏まえ、本研究では直方体及び不整形の残響室における透過損失計測について、理論解析及び数値解析によるケーススタディを実施することで、試験室内・及び試験室間再現性に影響を与える要因やその程度について知見を得ることを目的とする。これを明らかにすることによって、試験室間及び試験室内再現性の観点から残響室-残響室法による透過損失の測定法の改善や試験室間の補正方法開発へ貢献するものである。

2. 研究手法概要

2.1 解析手法

本研究では測定する試料として単純な無張力膜を用いることで受音室・音源室が透過損失に与える影響を検討する。数値解析では有限要素法を用いて解析を行った。論文では理論解析も行ったが、本報告では紙面の都合上省略する。

2.2 残響室-残響室法

建築部材の空気音遮断性能を評価する物理指標として音響透過損失 STL を用いる。残響室-残響室法では Fig.1 のような室容積や形状などの異なる試験室で行われるが、どちらにおいても STL は次式で計算される。

$$STL = L_1 - L_2 + 10 \log S/A$$

ただし、 L_1, L_2 はそれぞれ音源室・受音室の平均音響エネルギー密度、 S は試料面積、 A は受音室の等価吸音面積である。

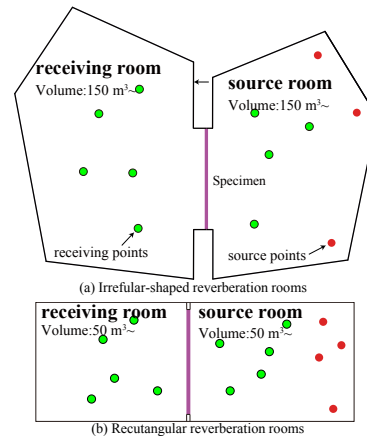


Fig.1 Schematic of reverberation room

2.3 比較した参考値

以上の解析の検討のため無限大面積質量則 ML_{∞} 及び有限面積試料の幾何的放射効率による補正を施した質量則 ML_F 、これまでに提案されている無限大剛バフルモデル [1] に対するランダム入射透過損失と比較を行った。

3. 直方体残響室での透過損失計測の検討

3.1 検討内容

本報告では Fig.1(b) に示す直方体残響室での検討のうち、試料面積及び試料設置位置についての解析結果について述べる。解析条件を Fig.2 に示す。試料面密度は 4, 32 kg/m² の 2 条件とした。

3.2 検討結果

試料面積について 試料面積による違いを観察するため、条件(a),(b)及び(c-1)の結果を Fig.2(a)にて比較する。試料面積が小さいほど、STL が大きくなる傾向が見られ、この関係は ML_F と対応することがわかる。ところで、反射性の壁面に対する鏡像を考える

ことで、注目する領域と等価な周期音場を考えることが出来る。矩形残響室をこのように見たとき、(a),(b)については透過面がほぼ試料で構成されることから、無限大面積試料の特性 (ML_{∞}) に近くなる可能性が考えられる。しかしながら、解析結果は ML_{∞} よりも ML_F に漸近する傾向にあり、試料の有限性による放射効率の低下は依然として大きいものと推察される。また、矩形室においては特に低音域において垂直入射成分が卓越することが指摘されており、これによっても STL がランダム入射値に対して上昇する一因と考えられる [2]。

試料設置位置について 透過損失の結果を Fig.3(b)にて比較する。概ね 200Hz 以上の周波数域では、全ての条件で ML_F に漸近する傾向が見られた。一方、低周波域では概ね ML_F と同様の傾向を示すが、STL の変動が大きく、(c-1),(c-3)では 50,63Hz 帯域で大きく上昇する傾向が見られる。一般に有限面積の試料では、音響放射効率は振動速度の

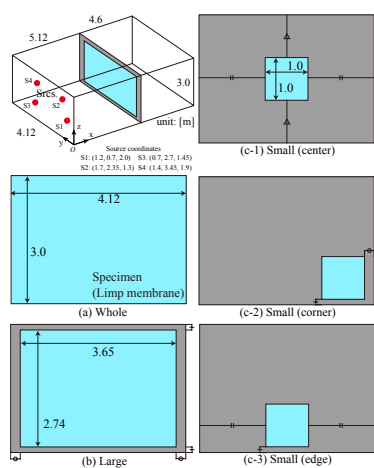


Fig.2: Specification of a reverberation room and specimens for the calculation

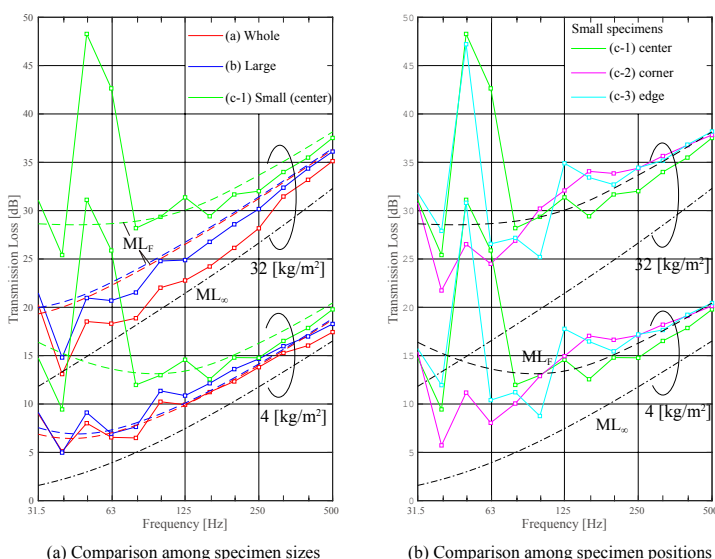


Fig.3: Phase distribution of the sound pressure on the specimen surface in the source room

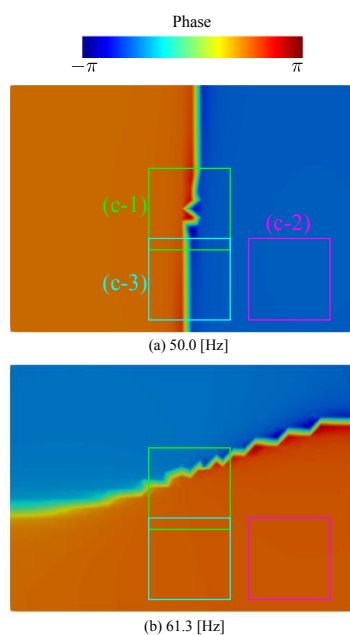


Fig. 4 Phase distribution of the sound pressure on the specimen surface in the source room

位相分布に強く依存することが知られている。ここで、50.0 及び 61.3Hz での音源室側の隔壁・試料面上音圧の位相分布を Fig.4 に示す。これらの周波数では、音源室内に奇数モードが励起されており、試料設置位置によっては膜が逆位相で駆動される。(c-1),(c-3)の条件では試料設置面に対して y 方向の 1 次モードが生じている 50Hz 帯域では STL が大きく上昇し、さらに(a)では試料設置面に対して z 方向の奇数モードが生じている 63Hz 帯域でも STL が上昇するものと考えられる。

4. 不整形残響室での透過損失計測の検討

4.1 検討内容

本報告では Fig.1(a)に示すような不整形残響室を対象とした検討のうち、STL 計測に影響を与えると考えられる以下に示す室条件のパラメータについてのケーススタディの結果について述べる。

ニッシェ（試料設置部の凹み）の有無

試料設置部の凹みによって STL に違いが生じることをニッシェ効果という。本研究では残響室モデルにおいてニッシェ効果の程度を検証した。

室形状の対称性 JIS の規定では試験室の室容積が 10%以上異なることを推奨している。Kropp らは室のモード周波数が一致するような室形状では性能が悪化することを指摘しており [3]、これを避けるためと考えられる。一方現在でも室形状が対称で容積が等しい試験室も測定に用いられている。そこでこの影響について確認するため、本節では受音室と音源室を同一形状、同一容積とした対称型の連結残響室のモデルを 2 つ作成し解析を行った。

室の吸音条件 受音室壁面が反射性の場合、低音域において空間内で大きな音圧レベル分布が生じる。さらに受音室の固有周波数において入射パワーとは無関係に音圧レベルが上昇し、STL にも激しいピークディップが生じる。そのためここでは、受音室の吸音条件をランダム入射吸音率 0.05, 0.2 相当の実インピーダンスを与えた解析及び残響室-無響室モデルによるインテンシティ法による測定による解析を行った。

4.2 検討結果

1/3 オクターブバンド平均した STL の結果を Fig. 5 に示す。

ニッシェの有無について 連結残響室におけるニッシェ有無の影響を観察する。基本条件であるニッシェ有りの場合はバフルモデルに中音域以上で漸近する傾向が見られたが、ニッシェがない場合では、ML_F と良く対応している。面密度が小さい場合は、残響室モデルでの計算値は ML_F やバフルモデル

ルよりも透過損失がやや高い値に漸近する傾向が見られる。

室形状の対称性について 対称条件に対して、非対称な基本条件では 100 Hz 以下の帯域で大きく評価される傾向が見られた。一方、125 Hz 以上の帯域では対称室での STL は大きく評価される傾向が見られた。対称室条件では、非対称条件とは異なる STL が算出される可能性を示した。

室の吸音条件の影響について 吸音条件では 125 Hz 帯域以上でバフルモデルとよく対応しており、基本条件よりも低い周波数からバフルモデルの結果に漸近することが示唆される。またこの傾向は吸音率が高いほど大きかった。この現象は吸音により受音室の Schroeder 周波数が下がり、音圧分布が等化されるためと解釈できる。一方音源室の吸音では同様の傾向は見られなかったことを確認している。以上より、受音室の吸音が低音域でもバフルモデルに近い STL を算出できる可能性があることを示した。

5. おわりに

本研究では、残響室-残響室法による音響透過損失計測において、試験室内及び試験室間再現性に影響を与えるパラメータに関してケーススタディを行うことで、これらの知見を得ることができた。なお、本報告で述べた検討以外にも薄膜を挟んだ矩形室における室間レベル差の室寸法に関する検討及び L_1, L_2 の算出方法やその評価点数に関する検討を行っている。これらの研究によってより精度の良い測定手法や試験室間の補正方法の開発に寄与する成果を得た。

今後の研究では、より簡便な理論近似手法の開発、試験室内再現性に関する詳細な検討や各パラメータの感度解析などの検討が必要であると考えられる。

参考文献 [1] N. Inoue et al., Proc. 21st Int'l Cong. Acoust. (Montreal), 4pAAa9 [POMA Vol.19, No.0515119], 2013. [2] 會田 他, 日本建築学会環境系論文集 Vol.83 No.752, pp. 821-830, 2018.[3] Kropp et al. Acta Acustica, Vol. 2, No. 5, pp. 379-392, 1994.

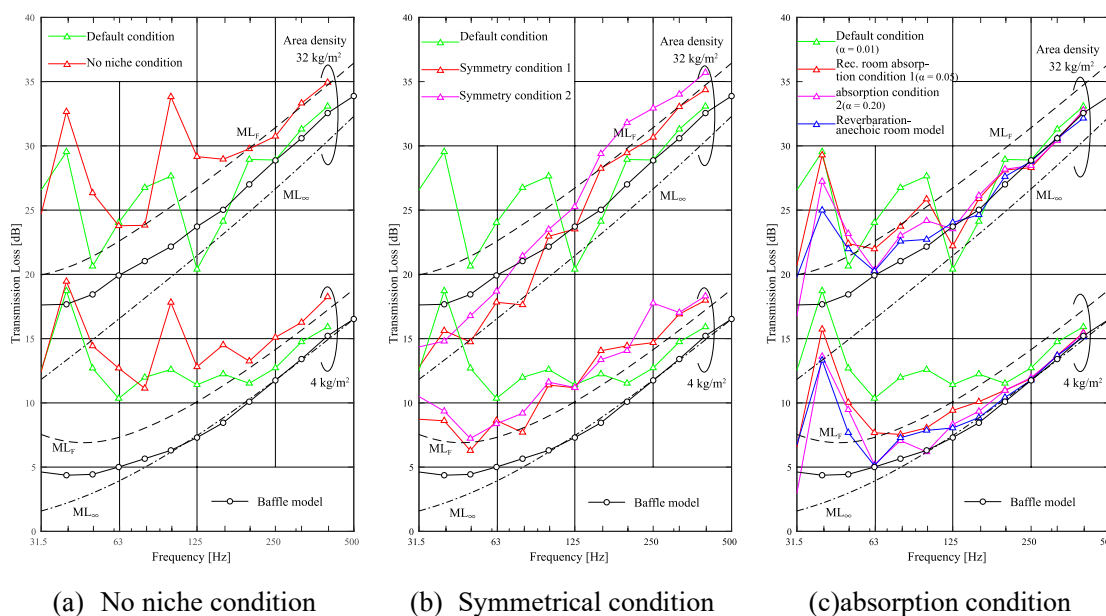


Fig. 5 Effects of absorption and shape conditions

残響室における音響透過損失計測に関する有限要素解析 –計算条件に関する基礎的検討–

正会員 ○山崎 泰知*1 同 井上 尚久*3
同 會田 祐*2 同 佐久間 哲哉*4

音響透過損失 残響室 有限要素法
質量則 膜 数値解析

1. はじめに

建築部材の空気音遮断性能の実験室測定法としては、連結残響室で行う方法（以下、残響室-残響室法）が JIS A 1416, ISO 10140-2 で規格化されている。これまで残響室-残響室法による音響透過損失測定を模擬した数値解析例はいくつか見られる[1, 2]。しかし、これらの検討では実測結果との比較を行うため、比較的複雑な音響振動連成系を解析対象としており、計算結果の解釈については十分に議論されていない点が多い。本報では、タイプ I 試験室での計測を模擬した有限要素解析を行い、質量効果のみを考慮した試料の透過損失の同定を行った。同定手順について基礎的な検討を行った後に、単純な理論値や、筆者らがこれまでに提案してきた無限大剛バフルモデル [3] に対するランダム入射透過損失と比較し、残響室-残響室法による計測値の基本的な挙動を把握した。

2. 解析条件

2.1. 残響室-残響室法の解析モデル (Model A)

Figure 1 に音源室・受音室および試料寸法の概要を示す。62.5 Hz から 449 Hz までの 1/96 オクターブバンド中心周波数における定常応答を解析した。音場及び無張力膜は 2 次要素を用い、節点間隔が解析波長の 1/8 以下となるよう分割した。室境界条件は、膜面を除く境界面にランダム入射吸音率 0.05 に相当する実インピーダンスに与え、体積加速度 $1 \text{ m}^3/\text{s}$ の点音源を音源室隅部付近の 3 点に設置した。試料は音源、受音室側のニッシェ深さが比が 1:2 となる位置に設置した。音響透過損失 R は室間の音響エネルギー密度レベル差 D 、試料面積 S 、受音室の等価吸音面積 A から以下のように算出した。

$$R = D + 10 \log_{10} \frac{S}{A} \quad (1)$$

ただし、 A は受音室側に点音源を設置した際の結果から以下の式により算出した。

$$A = \frac{8W_{\text{abs}}}{cE}, \quad W_{\text{abs}} = \int_{\Gamma} \text{Re} \left(\frac{1}{2} p u_n^* \right) dS \quad (2)$$

ただし c は音速、 W_{abs} は受音室の壁面全体で吸収される音響パワー、 Γ は試料を除く受音室の壁面、 p, u_n はそれぞれ音圧、外向き法線方向粒子速度で、 $*$ は共役複素数を表す。なお、音源位置条件について D は算術平均を行った。

2.2. 無限大剛バフルモデル (Model B)

比較対象として、厚みのある無限大剛バフル中の開口に試料を設置するモデルにより透過損失を算出した。試料及びニッシェ内部の音場に FEM, ニッシェ外部音場に BEM を適用し、バフル表面の仮想境界上で結合した。入射側の 2π 空間から 2345 方向の平面波入射を与え、各方向に対する斜入射透過率を算出し、Paris の式によりランダム入射値を算出した。試料面積及びニッシェ深さは Model A と同様である。

2.3. その他の参照値

無限大面積試料に対する質量則 (ML_{∞})、及び有限面積試料の幾何的な放射効率による面積補正を施した質量則 (ML_F) [4] を算出した。Model B と同様に各方向での斜入射透過率を Paris の式により統計平均し、ランダム入射値を算出した。なお、Model B においてニッシェ無しで解析したのランダム入射透過損失は ML_F との差が 0.3 dB 以内であり、ほぼ一致することを確認している。

3. 解析結果と考察

3.1. 解析周波数の影響

面密度 32 kg/m^2 の試料に対し、Model A による 1/96 オクターブバンド中心周波数での解析結果を Fig. 2 に示す。なお、音響エネルギー密度は 5 点の平均音圧から算出した。透過損失は凡そ ML_F に対応する傾向が見られるが、残響室の固有モードに起因した激しいピーク・ディップが見られる。そのため、1/3 オクターブバンド値を算出する際の解析周波数の分解能が結果に影響を及ぼすことが懸念される。そこで、1/12, 1/24, 1/48, 1/96 オクターブバンド中心周波数のランダム入射透過率の算術平均から 1/3 オクターブバンド値を算出した。周波数分解能の影響は、

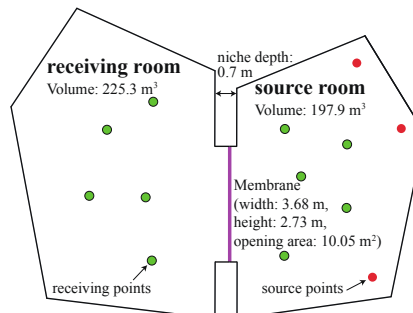


Fig. 1 Plan view of reverberation method (Model A)

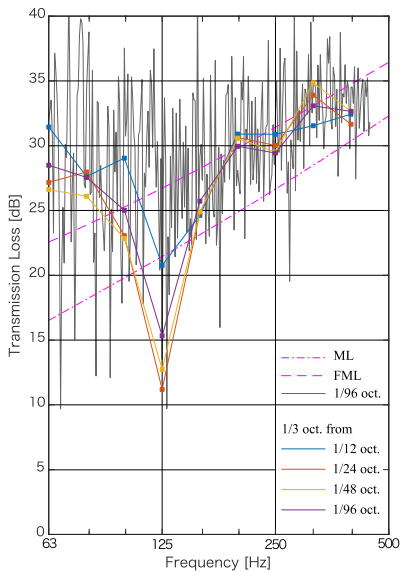


Fig. 2 Effects of frequency resolution when averaging into 1/3 octave-band transmission loss for 32 kg/m² material.

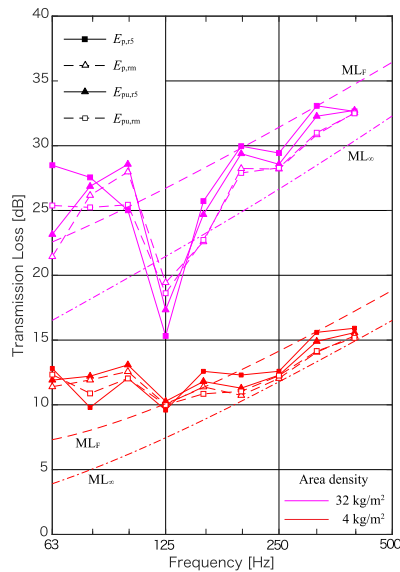


Fig. 3 Effects of evaluation procedures for determining the average acoustic energy density levels.

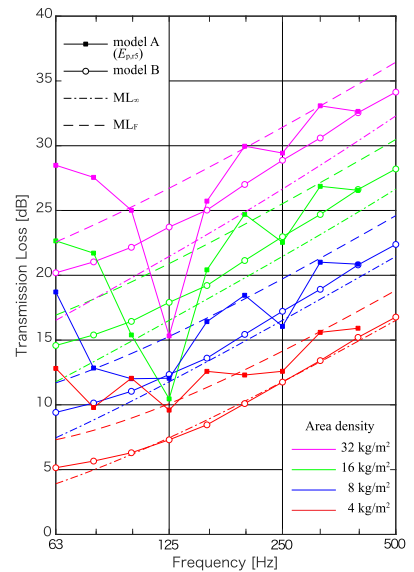


Fig. 4 Transmission losses calculated for materials with different area densities.

125 Hz 以下の低周波数帯域において大きく、モード密度がある程度高くなれば寧ろ小さくなる傾向が見られる。ただし、分解能の上昇に伴う透過損失の変動傾向は帯域ごとに異なり、複雑な挙動を示していることがわかる。以降では 1/96 オクターブバンド値から算出した 1/3 オクターブバンド値を採用することとした。

3.2. 平均音響エネルギー密度レベルの算出法の影響

Model A における室内の音響エネルギー密度の算出法として、音圧のみから算出する E_p 、及び音圧・粒子速度から算出する E_{pu} を比較する。

$$E = \frac{\langle p^2 \rangle}{\rho c^2} \quad (3) \quad E = \frac{\langle p^2 \rangle}{2\rho c^2} + \frac{\rho}{2} \langle |u|^2 \rangle \quad (4)$$

ここで、 $\langle \rangle$ は絶対振幅の二乗平均を表す。さらに、受音点配置として、Fig. 1 に示した各室 5 点 ($E_{p,r,s}$) の他、壁面近傍を除く 0.7 m グリッドで 338 点 ($E_{p,r,m}$) を設定し、それぞれエネルギー平均を算出した。上記の組合せ計 4 条件の結果を Fig. 3 に示す。

$E_{p,r,s}$ に対し、 $E_{p,r,m}$ 、 $E_{pu,r,s}$ は $E_{pu,r,m}$ に漸近、収束する傾向が見られる。125 Hz 以下では $E_{p,r,s}$ 、 $E_{pu,r,m}$ は良く対応しており、大きな音圧分布が生じる場合により安定した計測値が得られることが期待される。また、125 Hz 以降では $E_{p,r,m}$ 、 $E_{pu,r,m}$ による差異は少なく、音圧のみによる算出で安定した精度が得られていると考えられる。ただし、受音点数について、 $E_{p,r,s}$ 、 $E_{p,r,m}$ による評価値は最大 3 dB 程度

の差があり、その影響はやや大きいと言える。

3.3. 面密度の影響

面密度について、4, 8, 16, 32 kg/m² として解析を行った結果を Fig. 4 に示す。ニッシュ効果により Model B は ML_e より最大 3 dB 程度透過損失が下がっている。なおこの透過損失の低下量は面密度によらずほぼ同じであった。Model A の残響室法による透過損失は、125 Hz 帯域で大きな落ち込みが見られる。この傾向は面密度が大きい場合に顕著であることから、この帯域付近において、残響室対で膜面を節としたモードが非常に強く励起されているものと推察される。中音域では Model A, B の結果の差は小さくなる傾向が見られ、質量増加に対しては概ね質量則に応じた変化が見られる。

4. おわりに

今後、残響室-残響室法による計測値の把握には、残響室のモード密度や、入射エネルギーの方向分布などの考察が重要になるものと考えられる。室形状や試料面積を変更した解析を行いさらなる知見を取得する予定である。

参考文献 [1] 朝倉他, 音講論(秋), 1233-1234, 2008. [2] 會田他, 音講論(春), 645-648, 2019. [3] N. Inoue *et al.*, Proc. 21st Int'l Cong. Acoust. (Montreal), 4pAAa9 [POMA Vol.19, No.0515119], 2013. [4] D. Rhazi *et al.*, *J. Acoust. Soc. Am.* 127(2) EL30-36, 2010.

*1 東京大学 大学院新領域創成科学研究科 修士課程
 *2 長谷工コーポレーション
 *3 東京大学 大学院新領域創成科学研究科 特任助教 博士 (環境学)
 *4 同 准教授 博士 (工学)

*1 Grad. Student, Grad. Sch. of Frontier Sci., Univ. of Tokyo.
 *2 Haseko Corp.
 *3 Project Assistant Professor, Grad. Sch. of Frontier Sci., Univ. of Tokyo, Dr. Environ.
 *4 Assoc. Prof., ditto, Dr. Eng.

音響透過損失計測における残響室の形状 および吸音条件の影響に関する数値解析*

☆山崎泰知（東大・新領域），會田祐（長谷工），井上尚久，佐久間哲哉（東大・新領域）

1 はじめに

建築部材の空気音遮断性能の実験室測定法として、JIS A 1416, ISO 10140-2 に残響室-残響室法が規格化されている。しかしながら、この測定法では異なる試験室や試験条件で得られる測定値に差異が生じることが一般に知られており、建材の性能評価を行う上で問題となる。既報^[1]において、残響室-残響室法による無張力膜の音響透過損失計測の数値シミュレーションを行い、計測値の基本的な挙動を把握した。本報では、残響室の吸音条件および室形状が測定値に与える影響に関する検討結果を報告する。

2 解析条件

2.1 残響室-残響室法の解析モデル（残響室モデル）

Figure 1 に残響室-残響室法の解析条件の概要を示す。音場及び無張力膜は2次要素を用い、節点間隔が解析波長の1/8以下となるよう要素分割した。体積加速度 $1\text{ m}^3/\text{s}$ の点音源を音源室隅部付近の3点に設置し、試料は音源、受音室側のニッシュ深さが1:2となる位置に設置した。試料面以外の境界にはランダム入射吸音率0.01相当の実インピーダンスを与えた。透過損失は、残響室-残響室法で規定されている音響エネルギー密度レベル差による方法 $R_D = D + 10 \log_{10} \frac{S}{A}$ と、インテンシティ法による方法 $R_I = 10 \log_{10} \left(\frac{4W_{\text{trans}}}{cES} \right)$ の2つにより評価した。ここで、室間の音響エネルギー密度レベル差 D 、試料面積 S 、受音室の等価吸音面積 A と、音速 c 、試料を透過する音響パワー W_{trans} である。また、 A は受音室側に点音源を設置した際の結果から、 $A = 4W_{\text{abs}}/cE$ のように算出した。ここで、 W_{abs} は受音室の壁面全体で吸収される音響パワーである。 W_{abs} , W_{trans} はそれぞれ壁面、および試料面での音響インテンシティを数値積分することで算出した。なお室内の平均音響エネルギー密度 E は、壁面と音源近傍を除く0.7mグリッド点での音圧・粒子速度から算出した。63 Hz から 400 Hz までの1/3オクターブバンド内における1/96オクターブバンド中心周波数における透過率を算術平均してバンド値を求めた。

2.2 比較する条件について

吸音条件 受音室壁面が反射性の場合、低音域において空間内で大きな音圧レベル分布が生じる。これにより、平均音圧レベルの正確な計測が難しくなる。さらに受音室の固有周波数において入射パワーとは無関係に音圧レベルが上昇し、音響透過損失にも激しいピークディップが生じる。そのためここでは、受音室の吸音条件をランダム入射吸音率0.2相当の実インピーダンスを与えた解析を試みた。

ニッシュなし条件 既報ではニッシュがある場合の音響透過損失を算出したが、ここでは連結残響室におけるその効果を確認するため、連結残響室においてニッシュの無い室形状で解析し、傾向を観察した。

対称室条件 JIS A 1416 では、連結残響室では両室の容積が10%以上異なることが望ましいとされている。これは、両室の固有周波数が一致させないためと考えられるが、その影響を確認するため、受音室を音源室と同一形状、同一容積とした対称型の連結残響室のモデルを作成し解析を行った。

2.3 参考値について

比較として、厚みのある無限大剛バフル中の開口に試料を設置するモデル^[2]により透過損失を算出した（バフルモデル）。試料面積及びニッシュ深さは残響室モデルと同様である。また、無限大面積試料に対する質量則（ ML_{∞} ）、及び有限面積試料の幾何的な放射効率による面積補正を施した質量則（ ML_F ）を算出した。

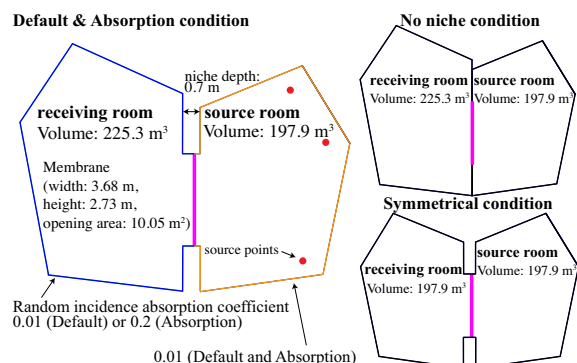


Fig. 1: Plan view of 残響室モデル

*Numerical analysis on effects of absorption and shape conditions of reverberation room on sound transmission loss measurement, by YAMASAKI Yasutomo (Univ. of Tokyo), AIDA Yu (Haseko Corp.), INOUE Naohisa and SAKUMA Tetsuya (Univ. of Tokyo).

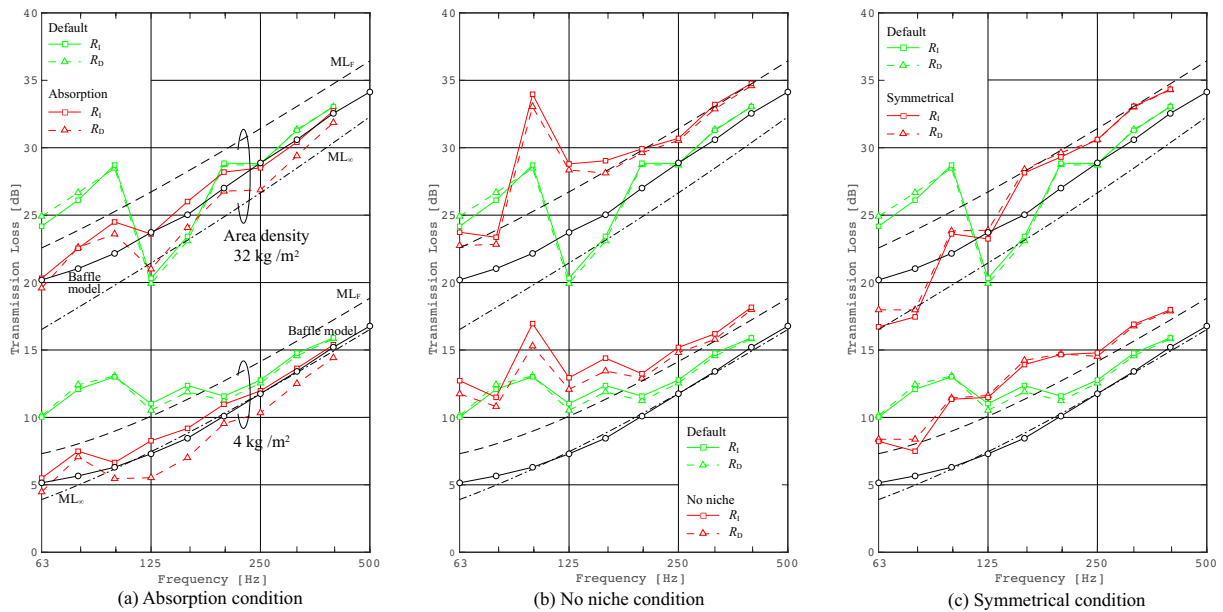


Fig. 2: Effects of absorption and shape conditions of the receiving room.

3 解析結果と考察

3.1 吸音条件

受音室の吸音条件を変更した際の、1/3オクターブバンドでの解析結果を Fig. 2(a) に示す。吸音条件では特に R_1 は 125 Hz 帯域以上でバフルモデルとよく対応しており、さらに基本条件よりも低い周波数からバフルモデルの結果に漸近することが示唆される。吸音により受音室の Schroeder 周波数が下がり、音圧分布が等化されるためと解釈できる。一方吸音条件では R_D は R_1 より透過損失が低く観測される。 R_D では受音室側に音源をおいた際の受音室の壁面で吸収されるパワーより等価吸音面積を算出しているが、これが音源室に音源を置いた場合の吸音面積と異なることが一因と考えられる。なお実測においても同様の設定で残響時間から等価吸音面積を求めるため、本報のような差異は生じうることに留意が必要である。

3.2 ニッシェ有無の影響

連結残響室におけるニッシェ有無の影響を観察する。Fig. 2(b) にニッシェ無しの残響室による透過損失の測定値の結果を示す。基本条件であるニッシェ有りの場合はバフルモデルに中音域以上で、漸近する傾向が見られたが、ニッシェがない場合では、 ML_F と良く対応している。面密度が小さい場合は、残響室モデルでの計算値は ML_F やバフルモデルよりも透過損失がやや高い値に漸近する傾向が見られる。ただし、ニッシェ有無による透過損失の差分としてのニッシェ効果は残響室モデル、バフルモデルはおおよそ同程度であると考えられる。

3.3 対称室条件

対称室での透過損失結果を Fig. 2(c) に示す。対称条件に対して、非対称な基本条件では 100 Hz 以下の帯域で大きく評価される傾向が見られた。この原因として、両室の平均音響エネルギー密度レベルに着目すると、 32 kg/m^2 の試料に対しては音源室の平均レベルは全帯域でほぼ受音室の形状によらないことを別途確認している。一方、受音室の平均レベルは室形状に強く依存しており、100 Hz 以下の帯域では、基本条件は大きな室間レベル差が生じることが確認された。2つの室でのモードシェイプの違いにより、受音室のモードが励起されにくい場合があるものと推察される。一方、125 Hz 以上の帯域では対称室での透過損失は大きく評価される傾向が見られた。この原因は今後の検討課題である。

4 おわりに

残響室対における現象把握についてはモード場としての理解が不可欠である。今後は、直方体残響室での透過損失測定と数値解析との比較を精査する予定である。

謝辞 本研究は、科研費 No. 18K13878 の助成を受けて行われた。

参考文献 [1] 山崎他, AIJ 大会梗概集, 2019. [2] N. Inoue *et al.*, Proc. 21st Int'l Cong. Acoust. (Montreal), 4pAAa9 [POMA Vol.19, No.0515119], 2013.

矩形残響室における音響透過損失計測に関する有限要素解析 -試料面積の影響*

☆山崎泰知, 井上尚久, 佐久間哲哉 (東大・新領域)

1 はじめに

建築部材の空気音遮断性能の実験室測定法として, JIS A 1416, ISO 10140-2 に残響室-残響室法が規格化されている。ドア, 窓, ガラス及び外周壁部材については調整壁を用いた小面積での測定が想定されているが, 試料面積や開口位置の違いが測定値に及ぼす影響については未解明な部分が多い [1]。本報では, 矩形の連結残響室を対象として, 無張力膜の音響透過損失計測の数値シミュレーションを行い, 試料面積, 開口位置の影響について計測値の基本的な挙動を把握した。

2 解析条件

2.1 連結残響室モデルについて

Figure 1 に解析条件の概要を示す。音場及び無張力膜は 2 次要素を用い, 節点間隔が解析波長の 1/8 以下となるよう要素分割した。体積加速度 $1 \text{ m}^3/\text{s}^2$ の点音源を音源室内 4 点に設置した。なお, 試料取付部のニッシュについては考慮していない。試料面以外の境界には JIS A 1416 の Type II 試験室の残響時間の実測値に基づき, 1/1 オクターブバンド毎に Table 1 に示すランダム入射吸収音率相当の比音響コンダクタンス比を与えた。

2.2 試料に関する条件

試料面密度は $4, 32 \text{ kg/m}^2$ の 2 条件で解析を行った。試料サイズは (a) 隔壁全面試料 (12.6 m^2), (b) 隔壁の測定で用いられる大面積試料 (10.0 m^2), 及び (c) 窓等の建築部材を想定した小面積試料 (1.0 m^2) の 3 条件とした。さらに条件 (c) については境界面における試料の位置を (c-1)~(c-3) の 3 条件で解析を行った。

2.3 音響透過損失の算出方法

音響透過損失 (STL) は JIS, ISO に規定される下式により評価した。

$$R = D + 10 \log_{10} S/A \quad (1)$$

ここで, 試料面積 S , 受音室の等価吸音面積 A である。 A の算出方法については, 既報 [2] と同様の手法を採用した。また, 本報では室間平均音響エネルギー密度レベル差を D として STL を算出した。以上の条

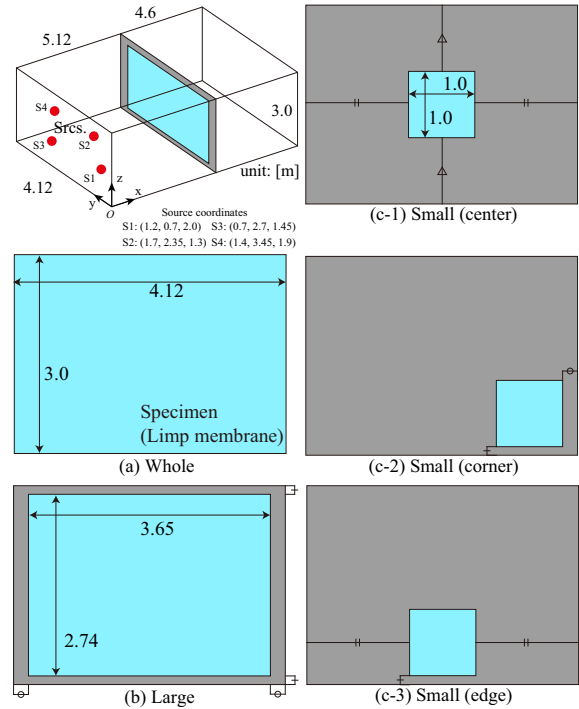


Fig. 1: Specification of a reverberation room and specimens for the calculation

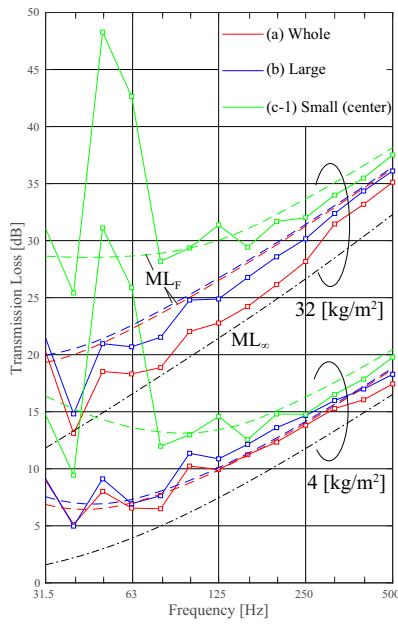
Table 1: Random-incidence absorption coefficient of the reflective boundary

Center freq. [Hz]	125 & below	250	500
Absorption coef. []	0.081	0.074	0.070

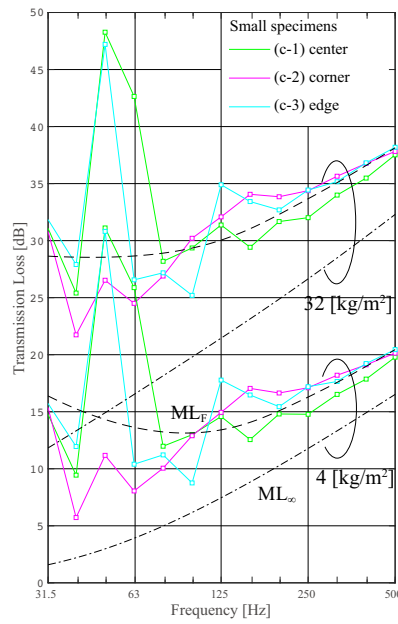
件より, 32.5 Hz から 500 Hz までの 1/3 オクターブバンド内における 1/192 オクターブバンド中心周波数において解析を行った。1/3 オクターブバンド値の合成に当たっては, 広帯域ノイズを用いた実測を模擬するため, i) 各受音点での音響エネルギー密度のバンド平均, ii) 各室の受音点の音響エネルギー密度平均の順で平均処理を行った後に D を算出し, 式 (1) によって各音源毎に R を求めた。その後, 音源位置についてエネルギー透過率の平均を行ない, STL を算出した。

参考値として, 無限大面積試料に対する質量則 (ML_{∞}), 及び有限面積試料の幾何的放射効率による補正を施した質量則 (ML_F) を算出した。

* Finite element analysis on the transmission loss measurement in rectangular reverberation rooms – Effect of specimen size, by YAMASAKI Yasutomo, INOUE Naohisa and SAKUMA Tetsuya (Univ. of Tokyo).



(a) Comparison among specimen sizes



(b) Comparison among specimen positions

Fig. 2: Effects of size and position of the specimen

3 解析結果と考察

3.1 試料面積について

試料面積による違いを観察するため、条件 (a),(b) 及び (c-1) の結果を Fig. 2(a) にて比較する。試料面積が小さいほど、STL が大きくなる傾向が見られ、この関係は ML_F と対応することがわかる。ところで、反射性の壁面に対する鏡像を考えることで、注目する領域と等価な周期音場を考えることが出来る。矩形残響室をこのように見たとき、(a),(b) については透過面がほぼ試料で構成されることから、無限大面積試料の特性 (ML_∞) に近くなる可能性が考えられる。しかしながら、解析結果は ML_∞ よりも ML_F に漸近する傾向にあり、試料の有限性による放射効率の低下は依然として大きいものと推察される。また、矩形室においては特に低音域において垂直入射成分が卓越することが指摘されており、これによっても STL がランダム入射値に対して上昇する一因と考えられる [3]。

3.2 試料設置位置について

小面積試料の試料設置位置による違いを観察するため、条件 (c-1) から (c-3) の結果を Fig. 2(b) にて比較する。概ね 200 Hz 以上の周波数域では、全ての条件で ML_F に漸近する傾向が見られたが、(c-1) の条件のみ他の条件に比べやや小さい値となった。一方、低周波域では概ね ML_F と同様の傾向を示すが、STL の変動が大きく、(c-1,3) では 50, 63 Hz 帯域で大きく

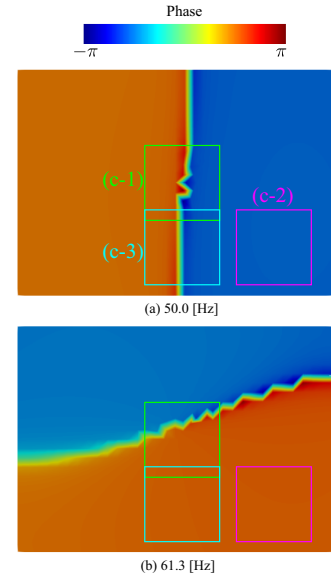


Fig. 3: Phase distribution of the sound pressure on the specimen surface in the source room

上昇する傾向が見られる。一般に有限面積の試料では、音響放射効率は振動速度の位相分布に強く依存することが知られている。ここで、50 及び 61.3 Hz での音源室側の隔壁・試料面上音圧の位相分布を Fig 3 に示す。なおここでは (c-1) での音源 S1 での結果を示しているが、音源位置、試料設置位置による大きな差はなく、また試料面にわたってほぼ一律の音圧レベルになっていることを確認している。これらの周波数では、音源室内に奇数モードが励起されており、試料設置位置によっては膜が逆位相で駆動される。(c-1),(c-3) の条件では試料設置面に対して y 方向の 1 次モードが生じている 50 Hz 帯域では STL が大きく上昇し、さらに (c-1) では試料設置面に対して z 方向の奇数モードが生じている 63 Hz 帯域でも STL が上昇するものと考えられる。

4 おわりに

室間平均音圧レベル差 D の挙動に関して、モード論に基づき入射角度分布や、各モードの放射効率などを観察し、現象の理解を理論的に深める必要がある。

謝辞 本研究は、科研費 No. 18K13878 の助成を受けて行われた。

参考文献 [1] W. Kropp *et al.*, Acta Acustica, Vol. 2, No. 5, pp.379–392, 1994. [2] 山崎他, 建築学会大会梗概集, pp.281–282, 2019. [3] 會田他, 日本建築学会環境系論文集, 83(752), pp.821–829, 2018.

Numerical investigation of the reverberation method for measuring the total loss factor of plate-like structures

Yasutomo YAMASAKI⁽¹⁾, Naohisa INOUE⁽²⁾, Tetsuya SAKUMA⁽³⁾

⁽¹⁾Graduate School of Frontier Sciences, The University of Tokyo, Japan, 2835299483@edu.k.u-tokyo.ac.jp

⁽²⁾ditto, Japan, n-inoue@edu.k.u-tokyo.ac.jp

⁽³⁾ditto, Japan, sakuma@e.u-tokyo.ac.jp

Abstract

The total loss factor measurement by the reverberation method is often performed to estimate the boundary conditions of vibration fields of plate-like structures. In order to clarify how measured values involve discrepancies from the true values, this paper presents a numerical model that simulates the reverberation method to determine the loss factor in a bending vibration system of a glass plate supported with an elastic material. As a reference, the total loss factor of a finite plate system is theoretically calculated based on the diffuse vibration field assumption, where the random-incidence vibration absorption coefficient on the support edge is given for the semi-infinite plate terminated by the mechanical and moment impedances. Subsequently, the finite element analysis is performed for a rectangular plate with the impedance boundary, and impulse responses are calculated with different arrangements of excitation and receiving points. Comparing the theoretical and numerical results, the validity of the measurement procedures is generally confirmed, however, it is demonstrated that the measured loss factors tend to become slightly higher than theoretical ones. Additionally, measured results on real window systems are discussed briefly.

Keywords: Thin plate, Finite element method, Loss factor

1 INTRODUCTION

Understanding vibro-acoustical behaviors of plate-like structures are of great interest in many fields of noise control engineering. Regarding the acoustic radiation from a rectangular plate, Berry *et al.* have made a significant remark that the radiation mechanism strongly depends on the boundary condition of the plate [1]. Another important aspect is that energy loss occurs in the reflection of bending waves at the elastic supported edges, which reduces the radiation from modal vibrations of the plate [2]. These are why modeling of the elastic boundary support is crucial for simulating accurate sound transmission loss of plate-like structures.

The elastic boundary support has been usually modeled with mechanical and moment impedances, but it is not yet well established how to determine the impedances. Several papers have dedicated to investigate the effect of translational and rotational restraint on natural frequencies of finite plates (e.g.[3]), where the analysis was performed with assuming lumped constants of stiffness, inertance and resistance for the impedance boundary condition. However, it is not clear to what extent this lumped model is applicable. Besides, input parameters of the boundary impedances are often experimentally determined by excitation tests. The total loss factor (TLF) measurement by reverberation method is one of the most common measurement [4]. However, the measured value has not been investigated in terms of the discrepancy from the theoretical value.

Focusing on a thin plate supported by an elastic material with a rectangular cross section, this paper is dedicated to improve the usability of the impedance boundary modeling. In Sect. 2, the random-incidence vibration absorption coefficient on the support edge is theoretically formed under the semi-infinite plate terminated by the equivalent mechanical and moment impedances. Subsequently, in Sect. 3, finite element analysis is performed on the impedance model and a precise support material model in order to clarify the reliable condition of the impedance boundary modeling. Finally, the numerical and experimental measurement of the total loss factor is conducted in Sect. 4 and Sect. 5.

2 THEORETICAL ANALYSIS

2.1 Governing Equation

A flat plate is assumed to lie on the $x-y$ plane of the Cartesian coordinate. $e^{j\omega t}$ is assumed as the time convention throughout this paper. The time-harmonic equation of the Kirchhoff-Love thin plate vibration theory is given as

$$B\nabla^2\nabla^2w - \rho_p\omega^2w = f_z + z\frac{\partial f_x}{\partial x} + z\frac{\partial f_y}{\partial y} \quad (1)$$

where ∇^2 is the Laplace operator, w is the out-of-plane displacement, B and ρ_p are the flexural rigidity and the area density of the plate. B is given by $B = E_p t_p^3 / [12(1 - \mu^2)]$, where E_p , μ and t_p are the Young's modulus, the Poisson's ratio and the thickness of the plate, respectively. f_x , f_y and f_z are the external stress acting on the plate surface in each direction. z is the signed distance from the mid-plane of the plate, which is $t_p/2$ on the upper face and $-t_p/2$ on the bottom face, respectively. The relation between the bending-torsional moments and the displacement is described as follows.

$$M_{\alpha\beta} = -B \left[(1 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} + \delta_{\alpha,\beta} \nu \nabla^2 w \right] \quad (2)$$

where α and β take x or y . $\delta_{\alpha,\beta}$ is the component of the unit tensor. Throughout this paper, the internal loss factor of the plate, η_p , is set as zero in order to focus on the effect of the edge damping.

2.2 Impedance boundary conditions

As Eq. (1) is the partial differential equation of fourth order, two conditions should be defined at a boundary: one is for translational motion and the other is for rotational motion. Assuming the local reactive boundary, these conditions can be generally described by using the mechanical and moment impedances, Z_Q and Z_M , as follows.

$$\tilde{Q} = \left(\frac{\partial M_n}{\partial n} + 2 \frac{\partial M_s}{\partial s} \right) = -j\omega Z_Q w, \quad M_n = j\omega Z_M \frac{\partial w}{\partial n}, \quad (3)$$

where \tilde{Q} , M_n , and M_s are the effective shear force, normal and torsional moments along the boundary, respectively. $\partial/\partial n$ and $\partial/\partial s$ are the normal and tangential directional derivative along the boundary, respectively.

2.3 Oblique-incidence reflection coefficient

As depicted in Fig. 1, let us consider a situation where the plane propagative bending wave impinges to the boundary of $x=0$ at an incidence angle of θ . In this semi-near field, general solution of the Eq. (1) is given

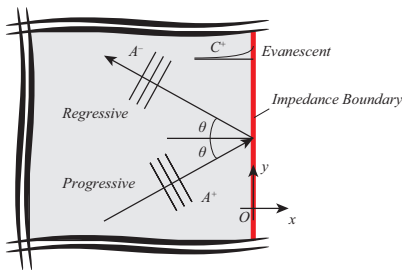


Figure 1. Problem setting for the analysis of the plate bending wave reflection from the impedance boundary

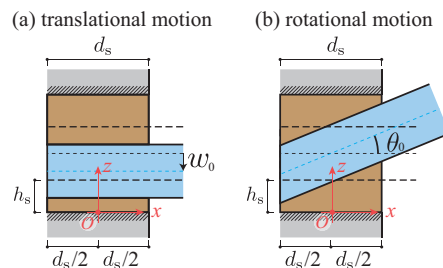


Figure 2. Assumed deformations of a rectangular support material for (a) translational and (b) rotational motions.

as [5]

$$w(x, y) = (A^+ e^{-j\omega k_{Bx}x} + A^- e^{j\omega k_{Bx}x} + C^+ e^{-\omega k_{Bx}x}) e^{-jk_{By}y}, \quad (4)$$

where $k_{Bx} = k_B \cos \theta$, $k_{By} = k_B \sin \theta$ and $k_{Ex} = k_B (1 + \sin 2\theta)^{1/2}$. k_B is the bending wave number on the plate defined as $k_B = \omega^{1/2} (B/\rho_p)^{1/4}$. Substituting Eqs. (2) and (4) into the former or latter equation of Eq. (3), the following relations are obtained.

$$(\gamma_- \beta_+ - z_q) A^+ - (\gamma_- \beta_+ + z_q) A^- - (j\gamma_+ \beta_- + z_q) C^+ = 0, \quad (5)$$

$$(\beta_- - z_m \gamma_-) A^+ + (\beta_- + z_m \gamma_-) A^- - (\beta_+ + jz_m \gamma_+) C^+ = 0, \quad (6)$$

where z_q, z_m are the normalized mechanical impedance and moment impedance defined as $z_q = \omega Z_Q / (k_B^3 B)$, $z_m = \omega Z_M / (k_B B)$, respectively. And the following values are introduced, $\beta_{\pm} = 1 \pm (1 - \nu) \sin 2\theta$ and $\gamma_{\pm} = (1 \pm \sin 2\theta)^{1/2}$. Combining Eqs.(5) and (6), the oblique-incidence reflection coefficient is obtained as

$$r(\theta) = \frac{A^-}{A^+} = \frac{\gamma_- \beta_+^2 - 2z_+ \gamma_- z_q z_m - j\gamma_+ (\beta_-^2 + z_q z_m - 2\gamma_- z_m)}{\gamma_- \beta_+^2 + 2z_q + \gamma_- z_q z_m + j\gamma_+ (\beta_-^2 + z_q z_m + 2\gamma_- z_m)}. \quad (7)$$

Furthermore, oblique-incidence vibration absorption coefficient is given as $\alpha(\theta) = 1 - |r(\theta)|^2$.

2.4 Equivalent impedances of a rectangular elastic support material

Let us consider deformations of a rectangular elastic support material as depicted in Fig. 2. The three-dimensional displacements of the support material are continuous to those of the plate on the joining face and fixed at the opposite face. Furthermore, the other faces are under the free support. In order to derive the impedances in the closed form, the following assumptions are introduced:

1. only the one-dimensional longitudinal vibration is excited in the thickness direction of the support material,
2. the translational out-of-plane displacement and the rotational slope of the plate are uniform over the supporting depth.

The validity of the first assumptions is numerically investigated in Sect. 3. The second assumption is considered to be valid when the bending wavelength is sufficiently larger than the supporting depth. Under the first assumption, the longitudinal modal stress in the support material of the lower side is expressed as

$$\sigma_z(x, z) = k_1 \tilde{E}_s w(x) \frac{\cos(k_1 z)}{\sin(k_1 h_s)} \quad (8)$$

where $w(x)$ is the displacement on the joining face. The second assumption states that the displacement is $w(x) = w_0 + \theta_0 x$ with the constant translational displacement w_0 and the constant rotational slope θ_0 . h_s is the thickness of the support material, k_1 is the wave number of the longitudinal wave in the support material, and \tilde{E}_s is the complex Young's modulus defined as $\tilde{E}_s = E_s (1 + j\eta_s)$ with the loss factor η_s . For the translational motion, the force on the joining face, $z = h_s$, is obtained by integrating $\sigma(x, h_s)$ over the supporting depth d_s , whereas for the rotational motion, the moment on the joining face is obtained by integrating $\sigma(x, h_s) \times x$ over the supporting depth. Considering the reaction forces of the support materials on both sides, the mechanical and moment impedance are obtained as follows.

$$Z_Q = \frac{2 \int_{-d_s/2}^{d_s/2} \sigma_z(x, h_s) dx}{j\omega w_0} = \frac{2\rho_s \tilde{c}_1 d_s}{j \tan(\omega h_s / \tilde{c}_1)}, \quad Z_M = \frac{2 \int_{-d_s/2}^{d_s/2} \sigma_z(x, h_s) x dx}{j\omega \theta_0} = \frac{\rho_s \tilde{c}_1 d_s^3}{6j \tan(\omega h_s / \tilde{c}_1)} \quad (9)$$

where \tilde{c}_1 is the speed of longitudinal wave defined as $\tilde{c}_1 = (\tilde{E}_s / \rho_s)^{1/2}$ and ρ_s is the material density of the support material. Under the preceding assumptions, Eq. (9) is equivalent mechanical and moment impedance of the rectangular elastic support material.

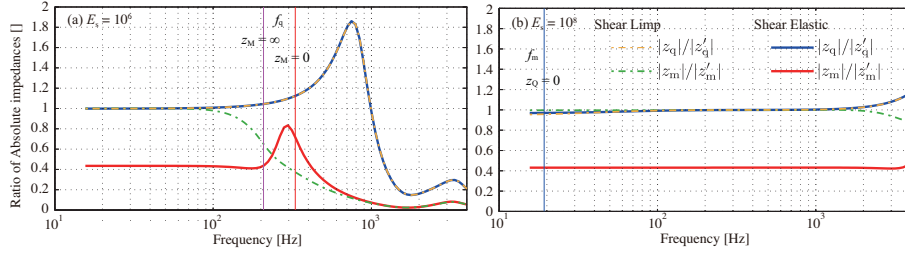


Figure 4. Ratio of the absolute mechanical (moment) impedance of the model (II) to that of the theoretical model. The Young's moduli of the support material are (a) 10^6 and (b) 10^8 .

4,000 Hz is 0.16 m, and enough larger than d_s . Then, the second assumption stated in Sect. 2.4 is acceptable in this point.

Figure 4 shows calculation results: ratio of the absolute impedance of the model (II) to that of the model (I). For the shear limp condition, the theoretical model presented in Sect. 2 well approximates the mechanical and moment impedances around and below f_q , the translational mass-spring resonance frequency. Above f_q , the support material can no longer be considered as a lumped constant system, which causes the pronounced discrepancy. Regarding the shear elastic model, the mechanical impedance is almost the same as those of the shear limp model. However, the moment impedance is underestimated in the entire frequency range by neglecting the shear stress of the support material. In particular, the ratio is constant below f_q . Note that these tendencies are also observed when changing plate thickness and the support material thickness and depth.

4 NUMERICAL MODELING OF A TOTAL LOSS FACTOR MEASUREMENT

The TLF measurement by the reverberation method is often performed to get or to estimate input values for theoretical or numerical calculations. However, it is not clear how measured values involve discrepancies from the theoretical values for the diffuse field, which increases the uncertainty of subsequent calculations. In this section, the TLF measurement is numerically modeled to understand the behavior of measured values. This practical information is valuable for experimental verification of the proposed impedance model in future work.

4.1 Theoretical foundation

When the 60 dB decay time, T_{60} , is measured, a total loss factor η_{tot} is obtained as

$$\eta_{tot} = \frac{6 \ln 10}{\omega T_{60}}, \quad (12)$$

because of the definition, $\gamma = \eta_{tot} \omega$, where γ is the exponential decay rate.

In the two-dimensional diffuse vibration field, the mean-free path is given as $\pi S / l_{tot}$ with the plate area S and the total perimeter length l_{tot} . Then the exponential decay rate, γ_{DF} , is defined by $\gamma_{DF} = c_g l_{tot} \alpha_r / \pi S$, where c_g is the group velocity of the bending wave defined as $c_g = d\omega / dk_B$, and α_r is the vibration absorption coefficient for 2-D random-incidence. Based on these equations, the total loss factor in the diffuse vibration field is theoretically given as

$$\eta_{tot} = \frac{c_g l_{tot} \alpha_r}{\pi \omega S}. \quad (13)$$

4.2 Numerical analysis conditions

Following the reference [6], calculation arrangement is set as illustrated in Fig. 5. In the FEA, all perimeters are set as impedance boundaries because this measurement is usually performed for specimens in normal service

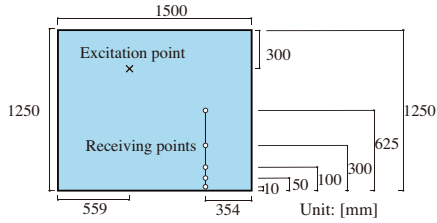


Figure 5. A default geometry for the calculation of the total loss factor.

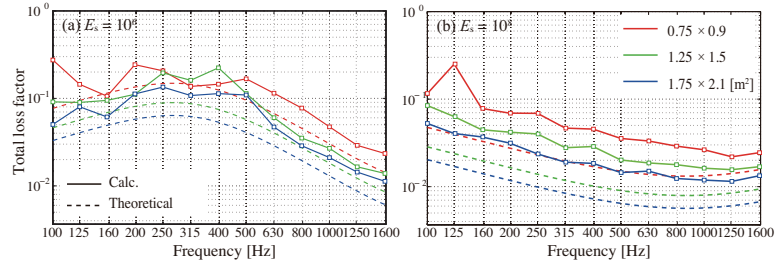


Figure 6. Loss factors calculated for the plate with different sizes and the same aspect ratio. The Young's moduli of the support material are (a) 10^6 and (b) 10^8 .

condition. The impedance values are given by Eq. (9). Calculation is executed in 0.5 Hz intervals from 0 to 2000 Hz. Subsequently, the transfer function of the acceleration response is converted to the transient response by the inverse Fourier transform. The reverberation time, T_{60} , is determined by the least square regression of the energy decay curve obtained by the backward integration of the filtered transient response. The total loss factor is determined by Eq. (12) and the 5-point-average of T_{60} . It is well known that the reverberation of the band-pass filter (BPF) itself affects the reverberation time (RT) of the filtered response. In order to approximately equalize the cut-off characteristics among the different bands, the order of the 1/3-octave band FIR filter of the center frequency f_c is set as $N \times 2^M$, where N is the order at 1 kHz and M is calculated by

$$M = \lfloor \log_2(1000/f_c) + 0.5 \rfloor,$$

and in this case, $N = 64$ is appropriate by a preliminary study.

4.3 Results and discussions

4.3.1 Effect of the plate size

It is obvious from Eq. (13) that TLF of a vibration system depends on the area and the total perimeter length. The TLF are calculated for three sizes of the plates: 40 % smaller and larger plates than the default size. Figure 6 compares calculated results with the theoretical values for the diffuse vibration field. The calculated results appear to capture the frequency trends of the theoretical values. Furthermore, TLFs for the smaller plate fluctuate more than those for larger plates do. However, the calculated values are two to four times larger than the theoretical values in the entire frequency range. In general, the measurement of the sound absorption coefficient by reverberation room method involves two main error factors that cause the discrepancy from the theoretical value under the diffuse field assumption. One is the lack of the diffusivity, which usually appears as the underestimation of the sound absorption coefficient. The other is the diffraction at the edge of the finite specimen, which usually appears as the overestimation of the sound absorption coefficient. Similarly, the TLF measurement on the rectangular plate involves the non-diffuseness and the diffraction effects, and the latter seems to be predominant. Although all perimeters are impedance boundaries in the present study, the diffraction effect is considered to occur at the plate's corners.

4.3.2 Effect of the support material's properties

Figure 7(a) shows the calculated TLF with changing the support material's loss factor and fixing the Young's modulus to 1.0×10^6 N/m². Figure 7(b) shows the calculated TLF with changing the Young's modulus of the support material and fixing the loss factor to 0.5. As discussed in the above, the discrepancy between calculated and theoretical values appears to be large around the mass-spring resonance frequency at which the TLF becomes high. Inverse estimation of the support material's physical parameters or equivalent resistance, stiffness and inertance constants is often performed in order to obtain the input parameters for theoretical and

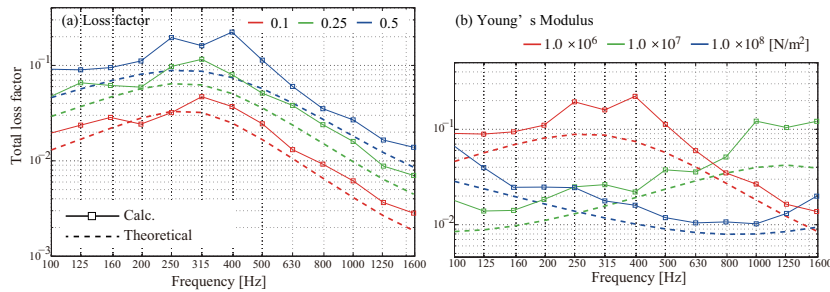


Figure 7. Loss factors calculated with changing the physical property of the seal: (a) loss factor and (b) Young's modulus.

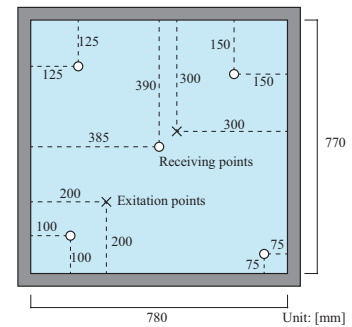


Figure 8. A geometry for the measurement of the total loss factor.

Table 2. The types of the measured window.

glass thickness [m]	
front side	0.004
back side	0.006
thickness of air layer [m]	0.002
sash material	aluminum

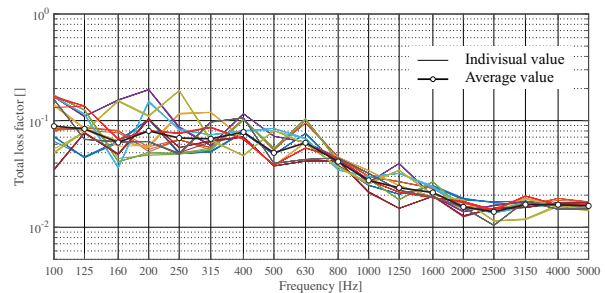


Figure 9. Measured Loss factors on individual excitation and receiving points

numerical calculations [7]. However, from the above observations, the support material's damping parameter such as the loss factor and equivalent resistance constant can be overestimated.

5 EXPERIMENTAL MEASUREMENT OF THE TOTAL LOSS FACTOR

In the previous sections, it is clarified how different the measured value is from the theoretical one. Following that, this section reports the results of TLF measurement of a real window system.

5.1 Measurement conditions

Figure 8 and Table 2 demonstrate the set-up of the measurement. We arranged double pane windows for certain reasons, although the glass plate with supporting putty is investigated assuming a single pane window in the previous section. Also, the physical property of the windows is not clear as the reason for the difficulty of measurement. Therefore, the purpose of this section is following the tendency of measured values. In this measurement, two excitation points and five receiving points are set, and each measurement is repeated three times. The windows are excited by dropping a steel ball of 20 mm diameter 100 mm above the window, and this vibration is measured by an acceleration pickup at five receiving points. Finally, the total loss factor of windows is determined by measured T_{60} by averaging the measurements of 30 times and Eq. (12). Note that the taps of the FIR filter are set as 128×2^M by preliminary analysis. Measurement is analyzed at the 1/3 octave bands from 100 to 5000 Hz.

5.2 results and discussions

Figure 9 shows measured TLF by individual measurement and its averaging value. Results on same excitation and receiving points are illustrated by the same color. While the measured values of TLF at the same condition are very close in the entire frequency range, the ones on different conditions vary widely in low frequencies. However, estimating the equivalent impedance can be enabled based on this result, and it can lead to accurate simulation of the sound transmission loss.

6 CONCLUSION

In this paper, mechanical and moment impedances of a rectangular supporting elastic material were derived in closed form with some assumptions. Theoretical analysis was provided to investigate the behaviors of bending wave absorption at the impedance boundary. Incidence angle dependency of the vibration absorption coefficient was confirmed to be weak until about 60-degree-incidence. The proposed impedances were compared with those of the precise support material model by the finite element analysis. This study confirmed that the presented mechanical impedance agreed well with the precise model around and below the translational mass-spring resonance frequency. On the other hand, the presented moment impedance was underestimated in the entire frequency range due to neglecting the shear reaction of the support material. Furthermore, above the translational mass-spring resonance frequency, the support material can no longer be replaced as a lumped constant system. Thus the impedance boundary model does not sufficiently simulate the behavior of the precise model in particular at high frequencies.

Numerical modeling of the loss factor measurement was performed in order to investigate the difference between the theoretical and measured values. Compared with the theoretical TLF under the diffuse field assumption, the calculated values were overestimated due to the diffraction effect and the self-reverberation of the band pass filter. This tendency should be kept in mind when conducting inverse estimation of the support material's physical parameters or equivalent resistance, stiffness and inertance constants.

Finally, experimental measurement is executed. Although this condition widely differs from numerical measurement in Sect 4, the result implies the numerical measurement corresponds to the experimental ones.

REFERENCES

- [1] Berry, A; Guyader, J. L; Nocolas, J. A general formulation for the sound radiation from rectangular baffled plate with arbitrary boundary conditions, *Journal of Acoustics Society of America*, Vol 88 (6), 1990, 2792-2802.
- [2] Sakuma, T; Egawa, K; Yasuda, Y. Numerical analysis of sound transmission loss of glass pane – On the treatment of edge damping, *Proceedings of Inter-Noise 2008*, Shanghai, China, October 26-29, 2008, No.0486.
- [3] Leissa, A. W. *Vibration of Plates*, Acoustical Society of America, 1993.
- [4] Heckl, M. Measurements of absorption coefficients on plates, *Journal of Acoustics Society of America*, Vol 34 (6), 803-808, 1962.
- [5] Cremer, L; Heckl, M; Petersson, B. A. T. *Structure-borne sound*, Springer, 3rd edition, 2004.
- [6] Yoshimura, J; Sugie, S; Toyoda, E. Effects of size and edge damping on measurement results for sound reduction index of glass pane, *Proceedings of Inter-Noise 2006*, Honolulu, America, December 3-6, 2006, No.641.
- [7] Asakura, T; Sakamoto, S. Study on the absorptive boundary condition of elastic plate in bending wave analysis, *Proceedings of Annual Meeting on Environmental Engineering (Architectural Institution of Japan)*, 233-234, 2008.