

東京大学大学院新領域創成科学研究科

基盤科学研究系

先端エネルギー工学専攻

平成 24 年度

修士論文

磁化プラズマ中の電磁波に対する
電子の 2 温度及び温度非等方性効果

2013 年 2 月提出

指導教員 吉田 善章 教授

47116068 後藤 義哉

目次

第1章	序論	1
1.1	背景	1
1.2	目的	4
第2章	想定するモデルにおける支配方程式	5
2.1	Maxwell 方程式	5
2.2	想定するモデルにおける主要パラメータ	6
2.3	各粒子の運動モデル	9
2.3.1	低温電子	9
2.3.2	低温イオン	9
2.3.3	高温電子	10
第3章	局所分散関係	12
3.1	局所分散関係式の導出	12
3.1.1	平衡	12
3.1.2	摂動	13
3.2	主要パラメータの規格化	20
3.3	局所分散関係	23
3.4	等方温度における周波数特性	25
3.4.1	電子密度比依存性	25
3.4.2	磁場依存性	29
3.4.3	固有ベクトルの推移	31
3.5	非等方温度における周波数特性	37
3.5.1	電子密度比依存性	37
3.5.2	磁場依存性	40
3.5.3	固有ベクトルの推移	42
第4章	1次元グローバルモード	48
4.1	1次元グローバルモードの方程式の導出	48
4.2	数値計算手法案	52
第5章	結論	54

付録 A 高温電子の電気比感受率テンソル	57
謝辞	67
参考文献	69
学会発表	71

第 1 章 序論

1.1 背景

先進核融合に適した高 β プラズマの安定生成を目的として、RT-1 では超伝導ダイポール磁場コイルによる磁気圏型配位を用いた高 β プラズマ生成実験を実施している[1]. 現在、RT-1 では 2.45 及び 8.2GHz のマイクロ波による ECH 実験を行っており、50keV 程度までの高温電子が主成分となるプラズマの生成に成功している. その実験において、加熱用電磁波を照射している間と、加熱用電磁波照射を切った後に、時間的に周波数が変化する電磁揺動が観測される[2]. 特に、後者の状況においてこの電磁揺動が観測された際には、プラズマ密度と圧力の減少も確認された. このことから、両者の間には何らかの関係があると推定されており、プラズマ密度の減少機構の解明のためにも、このような電磁揺動を定性的な評価に基づいて理論的に理解することは重要であると考えられる.

ここで、観測された電磁揺動についてまとめる. RT-1 実験の観測結果より、揺動は磁力線に沿って同位相の波で、トロイダル方向のモード数は 1 または 2 である. その大きさは 10^{-5}T 程度のオーダーで、閉じ込め磁場に対して 0.1% 程度のオーダーとなっている. 揺動の周波数は数 MHz \sim 10MHz であり、この周波数帯は生成されるプラズマ中における Alfvén 周波数程度のオーダーとなっている. そして、電子加熱中や加熱終了後など、ECH の過程で揺動が発生していることから、揺動の原因はプラズマ中の高温電子の割合が大きくなるにつれて、温度効果の影響が強くなるためである可能性が考えられる. 揺動の周波数の変化に着目すると、100Hz \sim 1kHz の時間スケールで複数の系統を持つ時間変化し、その時間変化は加熱パワーが大きいほど早いことが分かっている. 現状では、

加熱用電磁波入力 of on/off といった外的要因により、プラズマのパラメータが変化することで、プラズマの不安定化や揺動の周波数の時間変化が起きると考えられている。

また、RT-1 プラズマで観測された密度減少は、高 β 運転を行う上で支障になるというような工学的な問題だけでなく、高温または高エネルギー荷電粒子が介在する磁気圏型プラズマ全般において生じる、各種不安定性や減衰等とも関連が深いと考えられ、磁気圏型プラズマにおける物理現象の更なる理解にもつながると考えられる。

ECH によって生成される実験プラズマや磁気圏型宇宙プラズマのように高温電子が多く存在するプラズマにおいて、高温電子の影響で様々な物理現象が起きうる。代表的なものとして、プラズマ中に生じる静電波に起きる Landau 減衰やサイクロトロン減衰が挙げられる。その他に、不安定性や減衰の起きる要因となり得るものとして、密度勾配や磁場勾配のようなプラズマの非一様性や温度や圧力の非等方性がある。先程注目した高温電子の温度効果を考慮すれば、プラズマ温度が非等方になる可能性がある。その場合には先に述べた現象に加え、プラズマ中に生じる電磁プラズマ波にて、ミラー不安定性や Fire-hose 不安定性、Whistler-mode 等が起きうる。いずれの現象も、プラズマの安定生成や宇宙プラズマの構造や性質の理解において重要な課題であり、これまでも上記に挙げたような現象について、高温電子 1 成分から成るプラズマや高温電子と低温電子の 2 成分から成るプラズマにおける解析が多く行われている[3][4]。しかし、RT-1 の ECH プラズマのように異なる温度を持つ 2 種類の電子成分と低温電子の 3 成分から成るプラズマにおける同様の解析が行われている例は少ない。従って、電子の 2 温度成分が原因となり、従来の解析とは異なる傾向や結果を示す可能性が考えられる。

さらに、ミラー不安定性や Fire-hose 不安定性、Whistler-mode のようにプラズマが非等方温度となることで起きる物理現象では、そのプラズマ中の Alfvén 周波数や音速を特徴的なパラメータとなることが分かっている[5]. このことは、先に記した RT-1 実験で観測された電磁揺動の周波数が Alfvén 周波数程度であるという結果とも関連しているように考えられる. 従って、観測された電磁揺動は、プラズマ中の電子温度の温度非等方性の影響を受け、不安定になったり減衰したりする可能性がある.

このように、RT-1 の ECH プラズマに生じる電磁揺動は、Alfvén 周波数程度の周波数を持ち、電子加熱により高温電子が生成されプラズマ中の割合が上昇することで、有限温度効果や温度非等方性の影響を受けうると考えられる. プラズマでは、プラズマの閉じ込め性能が良くなるにつれて、生成されるプラズマの温度や β 値が上昇するため、プラズマの閉じ込め性能が良くなれば、プラズマ中に生じる電磁波が受ける高温電子の温度効果や温度非等方性はより強くなる. 従って、磁気圏型プラズマにおいて、より高 β のプラズマの実現を目指す際には、有限温度効果や温度非等方性に起因する電磁揺動及びその波に生じる不安定性・減衰等の現象もより顕著になると考えられる. そのため、観測される電磁揺動とみられる電磁波の種類や物理描像を明確にし、有限温度効果や温度非等方性効果、パラメータ依存性の影響によって電磁揺動に起きる物理現象を整理し理解することは、安定した高 β プラズマを実現するための重要な要素になると考えられる.

1.2 目的

以上の背景を元に、本研究では、理論モデル及び数値計算によって、実験で観測された電磁揺動を解析して現象を定性的に評価すること、また高温電子を多く含む磁気圏型プラズマ中において電子成分の 2 温度効果及び温度非等方性の効果によって起きうる不安定性・減衰機構を調査することを目的とする。

具体的には、以下のような手順で調査を進める。

- ・揺動現象を解析するためのモデルの基礎として、高温電子、低温電子、低温イオンの 3 成分から成るプラズマ中の電磁波について調べる。まず、波の基本的な性質を把握するために、一様磁場及び一様密度を仮定し、局所分散関係を求め、揺動と考えられる電磁波の種類、物理描像を調べる。
- ・上記で着目した電磁波に対し、パラメータ依存性に対する高温電子成分の有限温度効果及び温度非等方性の効果の影響を調べ、その物理的解釈を観察していく。その観察結果から、揺動の周波数を増減させるパラメータ、揺動を不安定もしくは減衰させるパラメータを推定する。
- ・局所解析結果を踏まえ、想定するプラズマ中の電磁波について、 x 方向を微分方程式として扱った 1 次元グローバルモードへモデルへの拡張案を考える。

第2章 想定する支配方程式

2.1 Maxwell 方程式

プラズマ中の波動伝搬を解析するために、最も基礎となるのは、Maxwell 方程式である。

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \quad (2.1.1)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} - \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{j}, \quad (2.1.2)$$

$$\varepsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \sigma, \quad (2.1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.1.4)$$

ここで、 $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ は電場、 $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ は磁場（磁束密度）、 ε_0 は真空の誘電率、 μ_0 は真空の透磁率である。また、 $\sigma(\mathbf{x}, t)$ は電荷密度、 $\mathbf{j}(\mathbf{x}, t)$ は電流密度である。プラズマ中の電磁波動を記述する最も直接的な方法は、この Maxwell 方程式のソース項となっている電荷密度 σ と電流密度 \mathbf{j} を、プラズマを構成する荷電粒子の運動に従って計算することである。荷電粒子の運動に基づく σ や \mathbf{j} は、荷電粒子の位置での電場 \mathbf{E} や磁場 \mathbf{B} に依り、それをソースとして \mathbf{E} や \mathbf{B} を求めることになるので、自己無矛盾に解く必要がある。

$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ は、初期条件となっている、すなわち、(2.1.1) 式の両辺の発散を取ると、 $\partial(\nabla \cdot \mathbf{B})/\partial t = 0$ を得るので、初期に $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ が満たされていれば、後の時刻でも満たされ続ける。また、(2.1.2) 式の両辺の発散を取ると、

$$-\varepsilon_0 \frac{\partial(\nabla \cdot \mathbf{E})}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{j}$$

となる。(2.1.3) 式を代入すると、

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0$$

を得る．これは，電荷密度の連続の式となっている．

(2.1.2) 式の時間微分を取って，(2.1.1) 式を代入すると，以下の(2.1.5) 式を得る．

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}. \quad (2.1.5)$$

2.2 想定するプラズマの主要パラメータ

主要なパラメータの典型値を以下に示す．

$$\text{閉じ込め磁場} \quad B \sim 0.03 \text{ T}$$

$$\text{プラズマ密度} \quad n_0 \sim 10^{15} \text{ m}^{-3}$$

$$\text{磁場揺動の波長} \quad \lambda \sim 2\pi \times 0.6 \text{ m}$$

$$\text{高温成分の電子温度} \quad T_{eh} \sim 20 \text{ keV}$$

$$\text{閉じ込め磁場の長さ} \quad R \sim 0.6 \text{ m}$$

プラズマは，低温イオン，低温電子，高温電子の 3 成分で構成されるとし，イオンは 1 価の水素イオンと想定した．上記の典型値を用いて主要なプラズマパラメータを求めると，以下のようになる．

$$k := \frac{2\pi}{\lambda} \sim \frac{2\pi}{2\pi \times 0.6} \cong 1.67 \text{ (m}^{-1}\text{)}$$

$$L_B \sim \frac{\frac{dB}{dR}}{B} \sim -\frac{3}{R} \cong 5$$

$$r_{Leh} := \frac{v_{\perp}}{\omega_{ce}} \sim \frac{\sqrt{2m_e T_{eh} \times 1.6 \times 10^{-19}}}{eB} \cong 1.6 \times 10^{-2} \text{ (m)}$$

$$\beta := \frac{2\mu_0 n_0 T_{eh}}{B^2} \sim \frac{2 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 10^{15} \times 20 \times 10^3 \times 11600}{0.03^2} \cong 8.93 \times 10^{-3}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{\text{Deh}} &:= \sqrt{\frac{\varepsilon_0 T_{eh}}{n_e e^2}} \sim 7430 \times \sqrt{\frac{T_{eh}}{n_e}} = 7430 \times \sqrt{\frac{20 \times 10^3}{10^{15}}} \cong 3.3 \times 10^{-2} \text{ (m)} \\
\omega_{ce} &:= \frac{eB}{m_e} \sim \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 0.03}{9.11 \times 10^{-31}} \cong 8.4 \times 10^8 \text{ (Hz)} \\
\omega_{ci} &:= \frac{eB}{m_i} \sim \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 0.03}{1.67 \times 10^{-27}} \cong 4.6 \times 10^5 \text{ (Hz)} \\
\omega_{pe} &:= \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e}} \sim \sqrt{\frac{(1.6 \times 10^{-19})^2 \times 10^{15}}{8.85 \times 10^{-12} \times 9.11 \times 10^{-31}}} \cong 2.8 \times 10^8 \text{ (Hz)} \\
\omega_{pi} &:= \sqrt{\frac{e^2 n_i}{\varepsilon_0 m_i}} \sim \sqrt{\frac{(1.6 \times 10^{-19})^2 \times 10^{15}}{8.85 \times 10^{-12} \times 1.67 \times 10^{-27}}} \cong 6.6 \times 10^6 \text{ (Hz)} \\
\omega_A &:= k \frac{B}{\sqrt{\mu_0 n_0 m_i}} \sim 1.67 \times \frac{0.03}{\sqrt{4\pi \times 10^{-7} \times 10^{15} \times 1.67 \times 10^{-27}}} \cong 5.5 \times 10^6 \text{ (Hz)} \\
\omega_{\nabla B} &:= \frac{v_{\nabla B}}{R} = \frac{\frac{r_{Leh} v_{\perp}}{2L_B}}{R} = \frac{\frac{r_{Leh}}{2L_B} \frac{eBr_{Leh}}{m_e}}{R} \\
&\sim \frac{\frac{1.6 \times 10^{-2} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 0.03 \times 1.6 \times 10^{-2}}{2 \times 5 \times 9.11 \times 10^{-31}}}{0.6} \cong 3.5 \times 10^4 \text{ (Hz)}
\end{aligned}$$

(k : 波数, L_B : 磁場の勾配長, r_{Leh} : 高温電子の Larmor 半径, β : ベータ値,

λ_{Deh} : 高温電子 Debye 長, ω_{ce} : 電子サイクロトロン周波数,

ω_{ci} : イオンサイクロトロン周波数, ω_{pe} : 電子プラズマ周波数,

ω_{pi} : イオンプラズマ周波数, ω_A : Alfvén 周波数,

$\omega_{\nabla B}$: 勾配ドリフトによる周回周波数,)

また, 磁場揺動の周波数は数 $\sim 10\text{MHz}$, 磁場揺動の周波数の変化の周波数は $0.1 \sim 1\text{kHz}$ 程度であるとされる. なお, e は素電荷, B は磁場強度, m_e は電子質量, m_i はイオン質量, n_e は電子密度, n_i はイオン密度を表す.

以上の見積もりより, 低温電子に関しては, サイクロトロン周波数が磁場揺動の周波数に比べてずっと大きく, また Larmor 半径はほぼゼロとなるので, 温

度ゼロ極限での電子流体モデルで扱った．高温電子に関しては，有限 Larmor 半径効果を考慮し，Vlasov 方程式で扱った．

低温イオンに関しては，サイクロトロン周波数が磁場揺動の周波数よりも小さい．もしイオン流体として温度ゼロ極限を考えたとしても，電場 \mathbf{E} が変化すると，イオンは \mathbf{E} 方向に動き，速度を持つため Lorentz 力が働く．このことによる運動の特徴的周波数がイオンサイクロトロン周波数である．運動方程式の中にある電磁場の時間変化周波数が，これよりも少し大きいことを考慮する必要がある．

Debye 長が揺動の波長に比べてずっと短いので，プラズマ近似を用いる．準中性条件は，

$$n_i = n_{ec} + n_{eh} \quad (2.2.1)$$

となる．ここで， $n_i(\mathbf{x}, t)$ ， $n_{ec}(\mathbf{x}, t)$ ， $n_{eh}(\mathbf{x}, t)$ はそれぞれ低温イオン，低温電子，高温電子の密度である．なお，プラズマ近似を用いる時，(2.1.3) 式は， σ を与えて \mathbf{E} を求めるのではなく，(2.1.4) 式を解いて \mathbf{E} を求めた後，(2.1.3) 式から σ を求めるという順番になる．また， \mathbf{B} は(2.1.1) 式から求めることが出来る．

想定している磁場揺動の周波数は遅いので，(2.1.2) 式で変位電流を無視することが出来，この時，(2.1.4) 式は，

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} \quad (2.2.2)$$

となる．前段落で考えたモデルで各粒子種の流速を計算し，それらを以下の (2.2.3) 式のように足し合わせて電流密度 \mathbf{j} を計算することになる．

$$\mathbf{j} = e(n_i \mathbf{u}_i - n_{ec} \mathbf{u}_{ec} - n_{eh} \mathbf{u}_{eh}) \quad (2.2.3)$$

最後に，揺動の振幅は十分に小さいので線形化を行う．

2.3 各粒子の運動モデル

以下では、平衡磁場を \mathbf{B}_0 、揺動の電場と磁場をそれぞれ \mathbf{E}_1 と \mathbf{B}_1 と書き、 $|\mathbf{B}_0| \gg |\mathbf{B}_1|$ とする。また、添字の「 \perp 」や「 \parallel 」は、 \mathbf{B}_0 に対しての垂直成分、平行成分を意味する。

2.3.1 低温電子

低温電子は、温度ゼロ極限の流体モデルとして扱う。磁場を横切る方向の運動については、サイクロトロン運動は揺動よりもずっと速いので、平均化しドリフト近似で扱った。平衡状態で流れがゼロとすると、

$$\mathbf{u}_{ec} \cong \mathbf{u}_{ec1} = \frac{\mathbf{E}_{1\perp} \times \mathbf{B}_0}{B_0^2} + \mathbf{u}_{ec\parallel 1} \quad (2.3.1)$$

と表される。ただし、 $|\mathbf{B}_0| \gg |\mathbf{B}_1|$ とし、また揺動の 2 次の項 $\frac{\mathbf{E}_1 \times \mathbf{B}_{1\perp}}{B_0^2}$ を落とした。

従って、電流密度は、

$$\mathbf{j}_{ec1} = -en_{ec} \left(\frac{\mathbf{E}_{1\perp} \times \mathbf{B}_0}{B_0^2} + \mathbf{u}_{ec\parallel 1} \right) \quad (2.3.2)$$

となる。

2.3.2 低温イオン

低温イオンについても、温度ゼロ極限であると考ええる。そのため、個々のイオンの運動がそのままイオン流体の運動になるため、その運動方程式は、

$$m_i n_i \frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = en_i [\mathbf{E}_1 + \mathbf{u}_i \times (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1)] \quad (2.3.3)$$

となる。さらに(2.3.3) 式を線形化すると、

$$\frac{\partial \mathbf{u}_{i1}}{\partial t} = \frac{e}{m_i} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{u}_{i1} \times \mathbf{B}_0) \quad (2.3.4)$$

となる.

2.3.3 高温電子

高温電子の寄与は, Vlasov 方程式

$$\frac{\partial f_{eh}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_{eh} - \frac{e}{m_e} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_{eh}}{\partial \mathbf{v}} = 0 \quad (2.3.5)$$

から計算していく.

ここでは, まず線形化 Vlasov 方程式を用いて電流密度と粒子密度を計算していくことにする. 線形化すると,

$$\left(\frac{df_{eh}}{dt} \right)_0 = \frac{e}{m_e} (\mathbf{E}_1 + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_1) \cdot \frac{\partial f_{eh0}}{\partial \mathbf{v}} \quad (2.3.6)$$

となる. ここでは, ゼロ次の電場はないと仮定し, また, 無摂動軌道に沿った微分を,

$$\left(\frac{d}{dt} \right)_0 := \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla - e \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0 \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \quad (2.3.7)$$

と定義した. 無摂動軌道が,

$$\mathbf{x}'(t'), \quad \mathbf{v}'(t'), \quad \mathbf{x}'(t' = t) = \mathbf{x}, \quad \mathbf{v}'(t' = t) = \mathbf{v}$$

と表されるとき, 線形化 Vlasov 方程式を特性曲線法で解き, 積分することで, 解は形式的に,

$$f_{eh1}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \frac{e}{m_e} (\mathbf{E}'_1 + \mathbf{v}' \times \mathbf{B}'_1) \cdot \frac{\partial f'_{eh0}}{\partial \mathbf{v}'} \quad (2.3.8)$$

と求めることが出来る. なお, 今回は表記を簡単にするため,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(\mathbf{x}'(t'), t') &\rightarrow \mathbf{E}'_1, \\ \mathbf{B}_1(\mathbf{x}'(t'), t') &\rightarrow \mathbf{B}'_1, \\ f_{eh0}(\mathbf{x}'(t'), \mathbf{v}'(t')) &\rightarrow f'_{eh0} \end{aligned} \quad (2.3.9)$$

とそれぞれ記した.

(2.3.9) 式より, 電流密度は,

$$\mathbf{j}_{eh1}(\mathbf{x}, t) = -e \int d\mathbf{v} \mathbf{v} f_{eh1}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t), \quad (2.3.10)$$

と計算できる.

第 3 章 局所分散関係

3.1 局所分散関係式の導出

第 2 章では、空間については特別な配位を考えず、また平面波近似や Fourier 変換を行わずに一般的に進めてきた。第 3 章では、第 2 章の結果を基に、以下に示すような近似を考えて、想定するプラズマに生じる電磁波の局所分散関係を調べていく。

3.1.1 平衡

まず、 \mathbf{B}_0 は z 方向にあるとする。

$$\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{\mathbf{z}}, \quad B_0 = \text{const.} \quad (3.1.1)$$

磁場や密度の空間非一様性を考慮すると、高温電子の運動論的取扱いが著しく煩雑となるため、まずは一様磁場を仮定する。

同様に、低温電子と低温イオンの密度も一様であるとする。

$$n_{i0} = \text{const.}, \quad (3.1.2)$$

$$n_{ec0} = \text{const.} \quad (3.1.3)$$

また、高温電子の 0 次の分布関数は、平衡磁場に平行方向と垂直方向の温度を持つものとし、

$$f_{eh0} = \left(\frac{m_e}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{n_{eh0}}{T_{eh\parallel 0}^{\frac{1}{2}} T_{eh\perp 0}} \exp\left\{-\frac{m_e}{2} \left(\frac{v_{\perp}^2}{T_{eh\perp 0}} + \frac{v_{\parallel}^2}{T_{eh\parallel 0}}\right)\right\} \quad (3.1.4)$$

を仮定する。ここで、 $\phi_0 \equiv 0$ および以下のように仮定する。

$$n_{eh0} = \text{const.}, \quad (3.1.5)$$

$$T_{eh\parallel 0} = \text{const.}, \quad (3.1.6)$$

$$T_{eh\perp 0} = \text{const.}. \quad (3.1.7)$$

3.1.2 摂動

空間については全ての方向に平面波であると近似する．時間については Fourier 変換する．従って，

$$\begin{pmatrix} f_{eh1} \\ \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{u}_{i1} \\ \mathbf{u}_{ec1} \\ \mathbf{u}_{eh1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{f}_{eh}(\mathbf{k}, \mathbf{v}, \omega) \\ \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{k}, \omega) \\ \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{k}, \omega) \\ \tilde{\mathbf{u}}_i(\mathbf{k}, \omega) \\ \tilde{\mathbf{u}}_{ec}(\mathbf{k}, \omega) \\ \tilde{\mathbf{u}}_{eh}(\mathbf{k}, \omega) \end{pmatrix} \exp\{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)\} \quad (3.1.8)$$

と表せる．ただし，

$$\mathbf{k} = k_x \hat{\mathbf{x}} + k_y \hat{\mathbf{y}} + k_z \hat{\mathbf{z}} \quad (3.1.9)$$

である．

この時，解くべき Maxwell 方程式は，(2.1.5) 式より，

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{E}}) + \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\mathbf{E}} = -\mu_0 i \omega \tilde{\mathbf{j}} \quad (3.1.10)$$

となる．ここで，摂動電流 $\tilde{\mathbf{j}}$ が電気伝導率テンソルを用いて，

$$\tilde{\mathbf{j}} = \sum_s \vec{\sigma}_s(\omega) \cdot \tilde{\mathbf{E}} \quad (3.1.11)$$

と表すことが出来れば，(3.1.10) 式は，

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{E}}) = -\frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}(\omega) \cdot \tilde{\mathbf{E}}, \quad (3.1.12)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}(\omega) := \vec{I} + \frac{i}{\epsilon_0 \omega} \sum_s \vec{\sigma}_s(\omega) \quad (3.1.13)$$

と書くことが出来る[6]．なお， $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}(\omega)$ は誘電率テンソルであり，添字 s は粒子種を表しており，今回は ec, eh , 及び i がある．さらに，電気比感受率テンソル

$$\vec{\chi}_s(\omega) = \frac{i}{\varepsilon_0 \omega} \vec{\sigma}_s(\omega) \quad (3.1.14)$$

を用いることで, (3.1.13) 式は,

$$\vec{\varepsilon}(\omega) := \vec{I} + \sum_s \vec{\chi}_s(\omega) \quad (3.1.15)$$

と表せる.

また, 摂動磁場は,

$$\vec{B} = \frac{1}{\omega} \mathbf{k} \times \vec{E} \quad (3.1.16)$$

から計算できる.

以降, 平衡量を表す添字 $_0$ は省略し, 各粒子成分の電流密度を誘電率テンソルを用いた形で表す.

まず, 低温電子について考える. 温度ゼロ極限の流体モデル, 及びドリフト近似

$$\omega_{ce} \gg \omega, \omega_{pec} \quad (3.1.17)$$

で扱うため, 低温電子の電流密度及び電気比感受率テンソルは,

$$\begin{aligned} \vec{j}_{ec} &:= -en_{ec} \vec{u}_{ec} \\ &= \vec{\sigma}_{ec} \cdot \vec{E} \\ &= -i\varepsilon_0 \omega \vec{\chi}_{ec} \cdot \vec{E}, \end{aligned} \quad (3.1.18)$$

$$\vec{\chi}_{ec} := -\frac{\omega_{pec}^2}{\omega^2} \begin{pmatrix} 0 & \frac{i\omega}{\omega_{ce}} & 0 \\ -\frac{i\omega}{\omega_{ce}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.1.19)$$

となる.

次に, 低温イオンについて考える. 低温イオンも温度ゼロ極限の流体モデルで扱うので, 低温電子と同様に考えると,

$$-i\omega\tilde{\mathbf{u}}_i = \frac{e}{m_i}(\tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{u}}_i \times \mathbf{B}) \quad (3.1.20)$$

となる．成分で書くと，

$$-i\omega\tilde{u}_{ix} = \omega_{ci} \left(\frac{\tilde{E}_x}{B} + \tilde{u}_{iy} \right), \quad (3.1.21)$$

$$-i\omega\tilde{u}_{iy} = \omega_{ci} \left(\frac{\tilde{E}_y}{B} - \tilde{u}_{ix} \right), \quad (3.1.22)$$

$$-i\omega\tilde{u}_{iz} = \omega_{ci} \frac{\tilde{E}_z}{B} \quad (3.1.23)$$

となる．従って，

$$\begin{pmatrix} \tilde{u}_{ix} \\ \tilde{u}_{iy} \end{pmatrix} = -\frac{\omega_{ci}}{B(\omega^2 - \omega_{ci}^2)} \begin{pmatrix} -i\omega & \omega_{ci} \\ -\omega_{ci} & -i\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{pmatrix}, \quad (3.1.24)$$

$$\tilde{u}_{iz} = -i \frac{\omega_{ci}}{\omega} \frac{\tilde{E}_z}{B} \quad (3.1.25)$$

となる．これによって，低温電子の電流密度及び電気比感受率テンソルは，

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{j}}_i &:= en_i \tilde{\mathbf{u}}_i \\ &= \vec{\sigma}_i \cdot \tilde{\mathbf{E}} \\ &= -i\varepsilon_0 \omega \vec{\chi}_i \cdot \tilde{\mathbf{E}}, \end{aligned} \quad (3.1.26)$$

$$\vec{\chi}_i := -\frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \begin{pmatrix} \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} & \frac{i\omega\omega_{ci}}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} & 0 \\ -\frac{i\omega\omega_{ci}}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} & \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.1.27)$$

最後に，高温電子について考える．高温電子による電気比感受率テンソルは，付録 A に記すように，Vlasov 方程式から計算した．ここでは，平衡分布関数は，平衡磁場に垂直方向と水平方向に異なる温度を持つ bi-Maxwell 分布としている．想定しているパラメータのプラズマの場合，高温電子についても，

$$\lambda := \frac{k_{\perp}^2 w_{\perp}^2}{2\omega_{ce}^2} \ll 1 \quad (3.1.28)$$

と考えられるので， $\lambda \rightarrow 0$ の極限を考えることにする．このとき， $\mathbf{k} = k_{\perp} \hat{\mathbf{x}} + k_{\parallel} \hat{\mathbf{z}}$ と

なる座標系(x,y,z)で表した電気比感受率テンソルは,

$$\vec{\chi}_{eh} := -\frac{\omega_{peh}^2}{\omega^2} \begin{pmatrix} \chi_{eh,xx} & \chi_{eh,yx} & \chi_{eh,zx} \\ \chi_{eh,xy} & \chi_{eh,yy} & \chi_{eh,zy} \\ \chi_{eh,xz} & \chi_{eh,yz} & \chi_{eh,zz} \end{pmatrix}, \quad (3.1.29)$$

$$\chi_{eh,xx} = \chi_{eh,yy} = -\frac{\omega}{2}(A_{+1} + A_{-1}), \quad (3.1.30)$$

$$\chi_{eh,xy} = -\chi_{eh,yx} = i\frac{\omega}{2}(A_{+1} - A_{-1}), \quad (3.1.31)$$

$$\chi_{eh,xz} = \chi_{eh,zx} = \frac{\omega}{2} \frac{k_{\perp}}{\omega_{ce}} (B_{+1} - B_{-1}), \quad (3.1.32)$$

$$\chi_{eh,yz} = -\chi_{eh,zy} = -i\frac{\omega}{2} \frac{k_{\perp}}{\omega_{ce}} \left[B_0 - \frac{B_{+1} + B_{-1}}{2} \right], \quad (3.1.33)$$

$$\chi_{eh,zz} = -\frac{2\omega^2}{k_{\parallel} w_{\perp}} B_0 \quad (3.1.34)$$

と表せる. ただし,

$$A_n = \frac{1}{\omega} \frac{T_{\perp} - T_{\parallel}}{T_{\parallel}} + \frac{1}{k_{\parallel} w_{\parallel}} \frac{(\omega - n\omega_{ce})T_{\perp} + n\omega_{ce}T_{\parallel}}{\omega T_{\parallel}} Z_0(\zeta), \quad (3.1.35)$$

$$B_n = \frac{1}{k_{\parallel}} \frac{(\omega - n\omega_{ce})T_{\perp} + n\omega_{ce}T_{\parallel}}{\omega T_{\parallel}} \left(1 + \frac{\omega - n\omega_{ce}}{k_{\parallel} w_{\parallel}} Z_0(\zeta) \right) \quad (3.1.36)$$

であり, $Z_0(\zeta)$ はプラズマ分散関数を表し, その展開形は, $|\zeta| \ll 1$ のとき,

$$Z_0(\zeta) = i\sqrt{\pi} \text{sgn}(k_{\parallel}) \exp(-\zeta^2) - 2\zeta + \frac{2 \cdot 2\zeta^3}{3 \cdot 1} - \frac{2 \cdot 2 \cdot 2\zeta^5}{5 \cdot 3 \cdot 1} + \dots \quad (3.1.37)$$

となり, また, $|\zeta| \gg 1$ のとき,

$$Z_0(\zeta) = i\sigma\sqrt{\pi} \text{sgn}(k_{\parallel}) \exp(-\zeta^2) - \frac{1}{\zeta} - \frac{1}{2\zeta^3} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2\zeta^5} - \dots \quad (3.1.38)$$

となる.

揺動の周波数 ω は, 高温電子のサイクロトロン周波数 ω_{ce} 及びその定数倍よりも遥かに小さく, また $\omega \neq 0$ でもあるので, $\omega - n\omega_{ce} \neq 0$ である.

ここで, $k_{\parallel} \rightarrow 0$ のとき, $\zeta_n \rightarrow \infty$ であり, このとき, プラズマ分散関数 $Z_0(\zeta_n)$ の虚部 $\text{Im}(Z_0) \rightarrow 0$ となる. よって, Z_0 の 2 次の項まで考慮すると,

$$A_0 \cong -\frac{1}{\omega}, \quad (3.1.39)$$

$$A_{\pm 1} \cong -\frac{1}{\omega \pm \omega_{ce}}, \quad (3.1.40)$$

$$B_0 \cong -\frac{k_{\parallel}}{2\omega^2} w_{\perp}^2, \quad (3.1.41)$$

$$B_{\pm 1} \cong -\frac{k_{\parallel}}{2(\omega \pm \omega_{ce})^2} \left[w_{\perp}^2 \pm \frac{\omega_{ce}}{\omega} (w_{\perp}^2 - w_{\parallel}^2) \right] \quad (3.1.42)$$

となる．従って， B_0 及び $B_{\pm 1}$ は， $k_{\parallel} \rightarrow 0$ のときに0になる．ただし， $\chi_{eh,zz}$ の扱いには注意が必要で， $B_0 \rightarrow 0$ だが， $1/k_{\parallel}$ があるので，有限値に止まる．以上より，(3.1.39) ~ (3.1.42) 式を(3.1.30) ~ (3.1.34) 式に代入すると，

$$\chi_{eh,xx} = \chi_{eh,yy} = \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}, \quad (3.1.43)$$

$$\chi_{eh,xy} = -\chi_{eh,yx} = \frac{i\omega\omega_{ce}}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}, \quad (3.1.44)$$

$$\chi_{eh,xz} = \chi_{eh,zx} = 0, \quad (3.1.45)$$

$$\chi_{eh,yz} = -\chi_{eh,zy} = 0, \quad (3.1.46)$$

$$\chi_{eh,zz} = 1 \quad (3.1.47)$$

となる．これは，低温電子の電気比感受率テンソルと同様であり，従って，有限温度効果や温度非等方性の効果は残っていない． λ の1次の項まで残すと，有限 Larmor 半径効果が残る．しかし， $k_{\parallel} \rightarrow 0$ の極限では， $B_{\parallel} \rightarrow 0$ となるので，多くの項が消えて，有限温度効果は z - z 成分に残るのみとなる．このとき，局所分散関係式は，

$$\begin{aligned} & \omega^6 - \left\{ \frac{\omega_{pec}^4}{\omega_{ce}^2} + \omega_{ci}^2 + 2\omega_{pi}^2 + \omega_{ce}^2 + 2\omega_{peh}^2 \right\} \omega^4 \\ & + \left\{ \left(\omega_{pi}^2 - \frac{\omega_{pec}^2}{\omega_{ce}} \omega_{ci} \right)^2 + (\omega_{pec}^2 + \omega_{peh}^2)^2 + (\omega_{ce}^2 + \omega_{peh}^2)(\omega_{ci}^2 + 2\omega_{pi}^2) \right\} \omega^2 \\ & = c^2 k_y^2 \{ \omega^4 - (\omega_{ci}^2 + \omega_{pi}^2 + \omega_{ce}^2 + \omega_{peh}^2) \omega^2 + (\omega_{ci}^2 + \omega_{pi}^2 + \omega_{peh}^2 \omega_{ci}^2) \} \end{aligned} \quad (3.1.48)$$

となる．(3.1.52) 式が示す通り，局所分散関係式は ω^2 の 3 次方程式で表わされることが分かる．さらに， $n_{eh} = 0$ のとき，

$$\begin{aligned}\omega^4 - \left\{ \frac{\omega_{pec}^4}{\omega_{ce}^2} + (\omega_{ci}^2 + 2\omega_{pi}^2) \right\} \omega^2 + \left(\omega_{pi}^2 - \frac{\omega_{pec}^2}{\omega_{ce}} \omega_{ci} \right)^2 \\ = c^2 k_y^2 \{ \omega^2 - (\omega_{ci}^2 + \omega_{pi}^2) \}\end{aligned}$$

と ω^2 の 2 次方程式となり，また $n_{eh} = 0, n_i = 0$ のときは，

$$\omega^2 - \frac{\omega_{pec}^4}{\omega_{ce}^2} = c^2 k_y^2$$

と ω^2 の 1 次方程式となる[7]．従って，粒子種が 1 つ増える毎に，各粒子成分に対応した背景磁場に垂直伝搬する波が 1 つ増えることが分かる．これは，波の電磁波による運動の様子が成分毎に異なるためであると考えられる．

$k_{\parallel} \neq 0$ のとき， $\lambda \rightarrow 0$ においても，主に B_0 を通じて有限温度効果，また $B_{\pm 1}$ を通じて温度非等方性の効果が残る．さらに，プラズマ分散関数 $Z_0(\zeta_n)$ の虚部 $\text{Im}(Z_0) \neq 0$ となるため， $\text{Im}(Z_0)$ の効果も考慮する必要がある． $Z_0(\zeta_n)$ を用いて(3.1.39) ~ (3.1.42) 式を書き直すと，

$$A_0 = \frac{1}{\omega} \frac{T_{\perp} - T_{\parallel}}{T_{\parallel}} + \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} Z_0(\zeta_0), \quad (3.1.49)$$

$$A_{\pm 1} = \frac{1}{\omega} \frac{T_{\perp} - T_{\parallel}}{T_{\parallel}} + \left(\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \pm \frac{\omega_{ce} T_{\perp} - T_{\parallel}}{\omega T_{\parallel}} \right) Z_0(\zeta_{\pm 1}), \quad (3.1.50)$$

$$B_0 = \frac{1}{k_{\parallel}} \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \left(1 + \frac{\omega}{k_{\parallel} w_{\parallel}} Z_0(\zeta_0) \right), \quad (3.1.51)$$

$$B_{\pm 1} = \frac{1}{k_{\parallel}} \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \left(1 + \frac{\omega}{k_{\parallel} w_{\parallel}} Z_0(\zeta_{\pm 1}) \right) \pm \frac{\omega_{ce}}{k_{\parallel} \omega} \left(\frac{T_{\perp} - T_{\parallel}}{T_{\parallel}} + \frac{\omega \pm \omega_{ce}}{k_{\parallel} w_{\parallel}} Z_0(\zeta_{\pm 1}) \right) \quad (3.1.52)$$

より，(3.1.49) ~ (3.1.52) 式を(3.1.30) ~ (3.1.34) 式に代入して，

$$\begin{aligned}
\chi_{eh,xx} &= \chi_{eh,yy} \\
&= -\frac{T_{\perp} - T_{\parallel}}{T_{\parallel}} \left\{ 1 + \frac{\omega_{ce}}{2} [Z_0(\zeta_{+1}) - Z_0(\zeta_{-1})] \right\} - \frac{\omega}{2} \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} [Z_0(\zeta_{+1}) + Z_0(\zeta_{-1})],
\end{aligned} \tag{3.1.53}$$

$$\begin{aligned}
\chi_{eh,xy} &= -\chi_{eh,yx} \\
&= i \left\{ \frac{T_{\perp} - T_{\parallel}}{T_{\parallel}} \frac{\omega_{ce}}{2} [Z_0(\zeta_{+1}) + Z_0(\zeta_{-1})] - \frac{\omega}{2} \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} [Z_0(\zeta_{+1}) - Z_0(\zeta_{-1})] \right\},
\end{aligned} \tag{3.1.54}$$

$$\begin{aligned}
\chi_{eh,xz} &= \chi_{eh,zx} \\
&= \frac{k_{\perp}}{k_{\parallel}} \left\{ \frac{T_{\perp} - T_{\parallel}}{T_{\parallel}} + \frac{1}{2k_{\parallel}w_{\parallel}} \left[\frac{1}{\omega_{ce}} \left(\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \omega^2 + \omega_{ce}^2 \right) [Z_0(\zeta_{+1}) - Z_0(\zeta_{-1})] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \omega \frac{T_{\perp} + T_{\parallel}}{T_{\parallel}} [Z_0(\zeta_{+1}) + Z_0(\zeta_{-1})] \right] \right\},
\end{aligned} \tag{3.1.55}$$

$$\begin{aligned}
\chi_{eh,yz} &= -\chi_{eh,zy} \\
&= -i \frac{k_{\perp}}{2k_{\parallel}^2 w_{\parallel}} \left[\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \left\{ \frac{\omega^2}{\omega_{ce}} Z_0(\zeta_0) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{\frac{\omega^2}{\omega_{ce}} [Z_0(\zeta_{+1}) + Z_0(\zeta_{-1})] + \omega [Z_0(\zeta_{+1}) - Z_0(\zeta_{-1})]}{2} \right\} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\omega [Z_0(\zeta_{+1}) - Z_0(\zeta_{-1})] + \omega_{ce} [Z_0(\zeta_{+1}) + Z_0(\zeta_{-1})]}{2} \right],
\end{aligned} \tag{3.1.56}$$

$$\chi_{eh,zz} = -\frac{2\omega^2}{k_{\parallel}^2 w_{\parallel}^2} \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \left(1 + \frac{\omega}{k_{\parallel} w_{\parallel}} Z_0(\zeta_0) \right) \tag{3.1.57}$$

となる。

3.2 主要パラメータの規格化

数値計算を行う際に、以下の様な規格化を行った。

長さ	:	系のサイズ L
磁場	:	B_0
密度	:	n_0
速さ	:	Alfvén 速度 $v_A := B_0 / \sqrt{\mu_0 m_i n_0}$
時間	:	Alfvén 時間 $\tau_A := L / v_A$

このとき、Alfvén 時間で規格化したイオンサイクロトロン周波数 $\hat{\omega}_{ci}$ は、

$\omega_{ci0} := eB_0/m_i$ として、

$$\hat{\omega}_{ci} := \omega_{ci} \tau_A = \hat{B} \frac{\omega_{ci0} L}{v_A} = \hat{B} \frac{L}{\lambda_i}$$

となる。ここで、「 $\hat{\cdot}$ 」は規格化された量を示す。また、 λ_i はイオンスキン長で、

$\omega_{ci0} := \sqrt{e^2 n_0 / \epsilon_0 m_i}$ として、

$$\lambda_i := \frac{c}{\omega_{pi0}} = \frac{v_A}{\omega_{ci0}}$$

である。同様にして各粒子種のサイクロトロン周波数及びプラズマ周波数は、

$$\hat{\omega}_{ce} := \omega_{ce} \tau_A = \hat{B} \frac{m_i}{m_e} \frac{\omega_{ci0} L}{v_A} = \hat{B} \frac{m_i}{m_e} \frac{L}{\lambda_i},$$

$$\hat{\omega}_{pi} := \omega_{pi} \tau_A = \sqrt{\hat{n}_i} \omega_{pi0} \frac{L}{v_A} = \sqrt{\hat{n}_i} \frac{L}{\lambda_i} \frac{c}{v_A},$$

$$\hat{\omega}_{pec} := \omega_{pec} \tau_A = \sqrt{\hat{n}_{ec}} \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \omega_{pi0} \frac{L}{v_A} = \sqrt{\hat{n}_{ec}} \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \frac{L}{\lambda_i} \frac{c}{v_A},$$

$$\hat{\omega}_{peh} := \omega_{peh} \tau_A = \sqrt{\hat{n}_{eh}} \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \omega_{pi0} \frac{L}{v_A} = \sqrt{\hat{n}_{eh}} \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \frac{L}{\lambda_i} \frac{c}{v_A}$$

となる。

従って、解くべき Maxwell 方程式である(3.1.10) 式に、上記の規格化を行うと、

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{k}} \times (\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{E}}) + \left(\frac{v_A}{c}\right)^2 \hat{\omega}^2 \hat{\mathbf{E}} &= -i\hat{\omega} \frac{L}{\lambda_i} \sum_s \widehat{\sigma}_s(\hat{\omega}) \cdot \hat{\mathbf{E}} \\ &= -\left(\frac{v_A}{c}\right)^2 \hat{\omega}^2 \sum_s \widehat{\chi}_s(\hat{\omega}) \cdot \hat{\mathbf{E}}\end{aligned}\quad (3.2.1)$$

となる。無次元量である電気比感受率テンソルを規格化して表すと、

$$\vec{\chi}_{ec} := -\left(\frac{L}{\lambda_i}\right)^2 \left(\frac{c}{v_A}\right)^2 \frac{\hat{n}_{ec}}{\hat{\omega}^2} \begin{pmatrix} 0 & \frac{i\hat{\omega}}{\hat{B}} \left(\frac{L}{\lambda_i}\right) & 0 \\ -\frac{i\hat{\omega}}{\hat{B}} \left(\frac{L}{\lambda_i}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.2.2)$$

$$\vec{\chi}_i := -\left(\frac{L}{\lambda_i}\right)^2 \left(\frac{c}{v_A}\right)^2 \frac{\hat{n}_i}{\hat{\omega}^2} \begin{pmatrix} \frac{\hat{\omega}^2}{\hat{\omega}^2 - \hat{B}^2 \left(\frac{L}{\lambda_i}\right)^2} & \frac{i\hat{\omega}\hat{B} \frac{L}{\lambda_i}}{\hat{\omega}^2 - \hat{B}^2 \left(\frac{L}{\lambda_i}\right)^2} & 0 \\ -\frac{i\hat{\omega}\hat{B} \frac{L}{\lambda_i}}{\hat{\omega}^2 - \hat{B}^2 \left(\frac{L}{\lambda_i}\right)^2} & \frac{\hat{\omega}^2}{\hat{\omega}^2 - \hat{B}^2 \left(\frac{L}{\lambda_i}\right)^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.2.3)$$

さらに、高温電子に対して、有限 Larmor 半径効果を落とし($\lambda \rightarrow 0$)、また、

$k_{\parallel} w_{\parallel} \rightarrow 0$ の場合を考えると、(3.1.39) ~ (3.1.42) 式より、

$$\hat{A}_0 := -\frac{1}{\hat{\omega}}, \quad (3.2.4)$$

$$\hat{A}_{\pm 1} := -\frac{1}{\hat{\omega} \pm \hat{B} \left(\frac{m_i}{m_e}\right) \left(\frac{L}{\lambda_i}\right)}, \quad (3.2.5)$$

$$\hat{B}'_0 := -\frac{1}{\hat{\omega}^2}, \quad (3.2.6)$$

$$\hat{B}_{\pm 1} := -\frac{\hat{k}_{\parallel}}{2 \left(\hat{\omega} \pm \hat{B} \left(\frac{m_i}{m_e}\right) \left(\frac{L}{\lambda_i}\right)\right)^2} \left[\hat{w}_{\perp}^2 \pm \frac{\hat{B} \left(\frac{m_i}{m_e}\right) \left(\frac{L}{\lambda_i}\right)}{\hat{\omega}} (\hat{w}_{\perp}^2 - \hat{w}_{\parallel}^2) \right] \quad (3.2.7)$$

と表すことができ、また(3.1.29) ~ (3.1.34) 式より、

$$\vec{\chi}_{eh} := -\left(\frac{L}{\lambda_i}\right)^2 \left(\frac{c}{v_A}\right)^2 \frac{\hat{n}_{eh}}{\hat{\omega}^2} \begin{pmatrix} \chi_{eh,xx} & \chi_{eh,yx} & \chi_{eh,zx} \\ \chi_{eh,xy} & \chi_{eh,yy} & \chi_{eh,zy} \\ \chi_{eh,xz} & \chi_{eh,yz} & \chi_{eh,zz} \end{pmatrix}, \quad (3.2.8)$$

$$\chi_{eh,xx} = \chi_{eh,yy} = -\frac{\hat{\omega}}{2} \left(\frac{m_i}{m_e}\right) (\hat{A}_{+1} + \hat{A}_{-1}), \quad (3.2.9)$$

$$\chi_{eh,xy} = -\chi_{eh,yx} = -i \frac{\hat{\omega}}{2} \left(\frac{m_i}{m_e}\right) (\hat{A}_{+1} - \hat{A}_{-1}), \quad (3.2.10)$$

$$\chi_{eh,xz} = \chi_{eh,zx} = \frac{\hat{\omega}}{2} \frac{\hat{k}_\perp}{\hat{B}} \left(\frac{\lambda_i}{L}\right) (\hat{B}_{+1} - \hat{B}_{-1}), \quad (3.2.11)$$

$$\chi_{eh,yz} = -\chi_{eh,zy} = i \frac{\hat{\omega}}{\hat{B}} \frac{\hat{k}_\perp}{L} \left(\frac{\lambda_i}{L}\right) \left[\frac{\hat{k}_\parallel \hat{\omega}_\perp^2}{2} \hat{B}'_0 - \frac{\hat{B}_{+1} + \hat{B}_{-1}}{2} \right], \quad (3.2.12)$$

$$\chi_{eh,zz} = -\hat{\omega}^2 \left(\frac{m_i}{m_e}\right) \hat{B}'_0 \quad (3.2.13)$$

となる。さらに,

$$\hat{k}^2 = \hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2 + \hat{k}_z^2 \quad (3.2.14)$$

と定義し, $\hat{\mathbf{k}} \times (\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{E}})$ の部分をスラブ配位で最も単純な場合に成分で書くと,

$$\hat{\mathbf{k}} \times (\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{E}}) = \begin{pmatrix} \hat{k}_x^2 - \hat{k}^2 & \hat{k}_y \hat{k}_x & \hat{k}_z \hat{k}_x \\ \hat{k}_x \hat{k}_y & \hat{k}_y^2 - \hat{k}^2 & \hat{k}_z \hat{k}_y \\ \hat{k}_x \hat{k}_z & \hat{k}_y \hat{k}_z & \hat{k}_z^2 - \hat{k}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{E}_x \\ \hat{E}_y \\ \hat{E}_z \end{pmatrix} \quad (3.2.15)$$

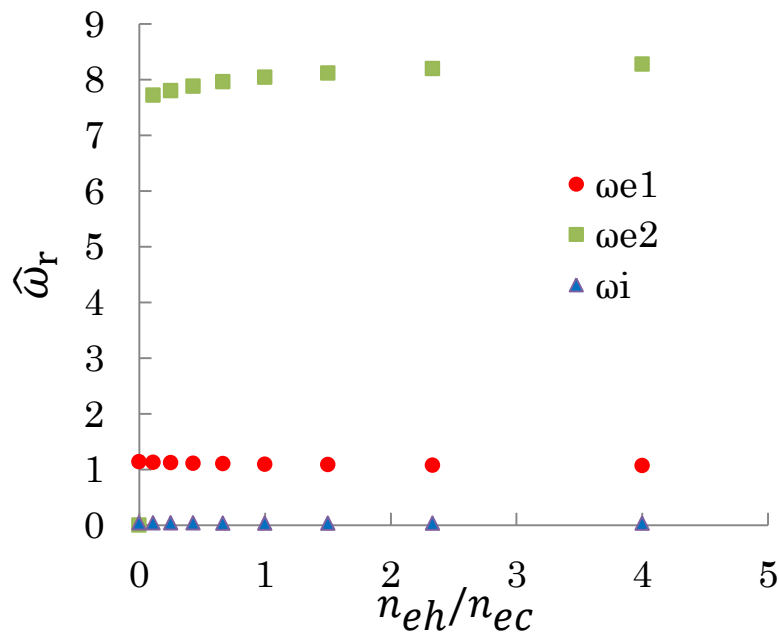
と表せる。

解くべき Maxwell 方程式のソース項を左辺に移項し, $\hat{\mathbf{E}}$ で括ると, その前に掛かる 3×3 行列がゼロになるとき, $\hat{\mathbf{E}} \neq 0$ の解があり得る。従って, 複素 $\hat{\omega}$ 平面上で $\hat{\omega}$ を変化させながら, この行列式を計算し, ゼロになるときの $\hat{\omega}$ が固有値ということになる。なお, 数値計算上はゼロに近付くときの $\hat{\omega}$ のことを指す。

3.3 局所分散関係

今までの過程を経て、規格化した局所分散関係式を導いたが、3種類の粒子成分を考慮しているために複雑な式となり、一見しただけでは分散関係が分からない。よって、ここからは前述の局所分散関係式を数値計算にて計算した。まずは、 $k_{\parallel} \rightarrow 0$ として、不安定性や減衰が起きない場合を考え、想定するプラズマ中を垂直伝播する波として、どのような波が生じるかを調べた。

先に述べたように、高温電子、低温電子、低温イオンの3種類の各粒子に対応する、磁場に垂直方向に伝播する波が生じることが分かる。そこで、2.2節で述べた想定するプラズマパラメータの典型値を用いて数値計算で局所分散関係式を解き、これを調べた。

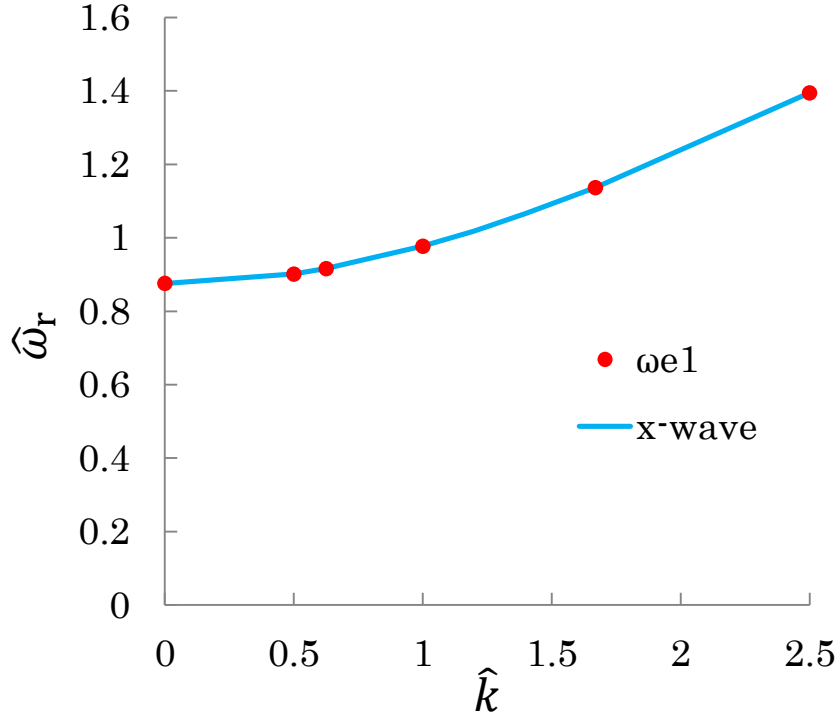


($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $B = 0.03(\text{T})$, $\hat{k}_{\perp} = 1.67$, $\hat{k}_{\parallel} = 0.167$)

図 3.1 磁場に垂直に伝播する3種類の波

図 3.1 は、電子密度比の変化を横軸に、生じる波の各周波数を縦軸にとっている。電子密度比についての考察は、次節で詳しく述べる。計算した局所分散関

係式は Alfvén 速度 τ_A で規格化しているため, $\hat{\omega} \sim 1$ となる波が, RT-1 の ECH 実験において生じる電磁揺動や有限温度効果や温度非等方性等によって生じる可能性のある不安定性や減衰を起こすと考えられる. 図 3.1 より, 生じる波の中で, $\hat{\omega} \sim 1$ となる波に着目し, 磁場に垂直に伝播する代表的な波と比較したところ, X 波のブランチとよく一致することが分かった. 図 3.2 に数値計算結果から得た波とドリフト近似を行った場合の X 波の分散関係を示す. これに示すように, 両者がよく一致していることが分かる.



$$(n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3}), \beta \cong 8.93 \times 10^{-3}, v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s}), B = 0.03(\text{T}) \frac{n_{eh}}{n_{ec}} = 1)$$

図 3.2 着目した波と X 波との比較

ここで, ドリフト近似を行った X 波の分散関係式は,

$$\omega^2 - \frac{\omega_{pec}^4}{\omega_{ce}^2} = c^2 k_y^2$$

であり, この式は 3.1 節で示した $n_{eh} = 0, n_i = 0$ のときの局所分散関係式と等しく, X 波が(3.1.52) 式の中に含まれることが確認できる.

従って, 以降は主にこの X 波のブランチに着目して, 計算を行う.

3.4 等方温度における周波数特性

ここからは、有限温度効果を考慮した場合の電磁波の周波数特性について調べていく．まずは、等方温度において数値計算を行い、有限温度効果の影響を観察していく．

3.4.1 電子密度比依存性

ECH 実験で観測された揺動や高温電子に起因する不安定性・減衰は、プラズマ中に存在する高温電子成分が増加することで起きると考えられる．また、今回想定するプラズマは高温電子と低温電子の温度 2 成分であるため、温度成分が 1 つの場合とは異なる減少が起きる可能性も考えられる．そこで、先ほど着目した $\omega \sim 1$ の X 波のブランチに着目し、高温電子と低温電子の密度比を変化させ、その依存性を調べた．なお、プラズマパラメータは同様の典型値を用いる．

今回は 2 通りの電子密度比の変化を仮定し、数値計算を行った．一つは、 $\hat{n}_i = \text{const.}$ の条件のもと、 $\hat{n}_{eh}/\hat{n}_{ec}$ を変化させた場合である．

$$\text{(例) } \hat{n}_i = 1.0 = \text{const.} \text{ とした場合, } \begin{cases} \hat{n}_{ec} = 1.0 \rightarrow \hat{n}_{ec} = 0, \\ \hat{n}_{eh} = 0 \rightarrow \hat{n}_{eh} = 1.0 \end{cases}$$

これは、ECH 実験における加熱用電磁波照射を行なっている時の条件に対応すると仮定している．規格化したプラズマの準中性条件

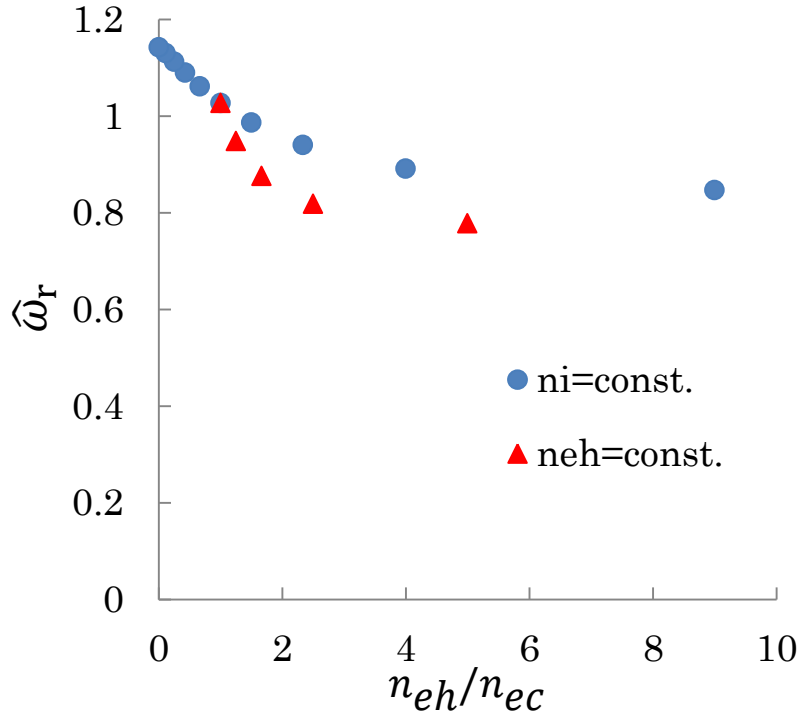
$$\hat{n}_i = \hat{n}_{ec} + \hat{n}_{eh} \tag{3.4.1}$$

を満たすとき、加熱用電磁波照射中は、全体プラズマ密度は変わらずに低温電子が高温電子に変化していくため、上記のような密度比変化が起きると考える．

もう一つは、 $\hat{n}_{eh} = \text{const.}$ の条件のもと、 $\hat{n}_{eh}/\hat{n}_{ec}$ を変化させた場合である。

$$\text{(例) } \hat{n}_{eh} = 0.5 = \text{const.} \text{ とした場合, } \begin{cases} \hat{n}_{ec} = 0.5 \rightarrow \hat{n}_{ec} = 0, \\ \hat{n}_{eh} = 1.0 \rightarrow \hat{n}_{eh} = 0.5 \end{cases}$$

これは、ECH 実験における加熱用電磁波照射後の条件に対応すると仮定している。先に示した密度比変化の際と同様に、プラズマの準中性条件が満たされるとき、加熱用電磁波照射を行った後は、高温電子の密度は増加せず、また残された温度ゼロ極限の低温電子が逃げることで低温電子密度が減少する。そして、プラズマの準中性条件に従って、低温イオンの密度も減少すると考える。



($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $B = 0.03(\text{T})$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.4.1 着目した波の周波数の実部 $\hat{\omega}_r$ の異なる電子密度比変化に対する依存性

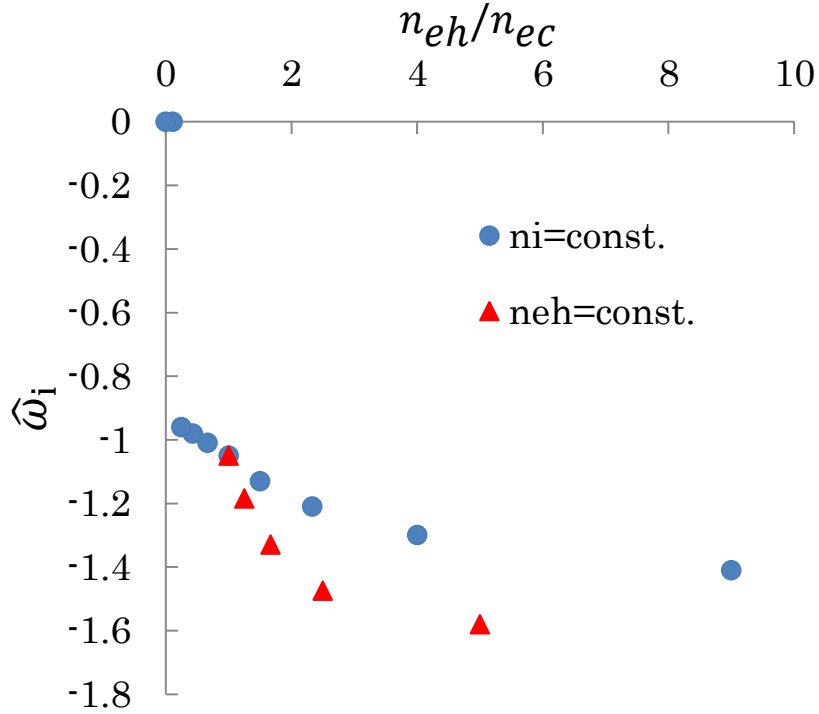
図 3.4.1 に 2 通りの電子密度比の変化による周波数の実部 $\hat{\omega}_r$ の電子密度比依存性を示す。図中の凡例は、それぞれ

$$\text{「ni=const.」: } \hat{n}_i = 1.0 = \text{const.}, \begin{cases} \hat{n}_{ec} = 1.0 \rightarrow \hat{n}_{ec} = 0, \\ \hat{n}_{eh} = 0 \rightarrow \hat{n}_{eh} = 1.0, \end{cases}$$

$$\text{「neh=const.」: } \hat{n}_{eh} = 0.5 = \text{const.}, \begin{cases} \hat{n}_{ec} = 0.5 \rightarrow \hat{n}_{ec} = 0, \\ \hat{n}_{eh} = 1.0 \rightarrow \hat{n}_{eh} = 0.5 \end{cases}$$

を表している。

図 3.4.1 から分かるように、高温電子成分が増えていくにつれて、周波数は小さくなっていることが分かる．これは、RT-1 における ECH 実験において観測された揺動の周波数変化の傾向とは異なっているように見える．しかし、今回の計算は一様磁場を仮定した局所計算を行っており、RT-1 のような磁場配位を完全に模擬した条件での計算ではないため、傾向が異なっている可能性がある．今回のような、磁場強度を固定した局所解析においては、高温電子成分の比率が上がると、電磁波の周波数が下がると考えられる．



($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $B = 0.03(\text{T})$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.4.2 着目した波の周波数の虚部 $\hat{\omega}_i$ の異なる電子密度比変化に対する依存性
図 3.4.2 に 2 通りの電子密度比の変化による周波数の虚部 $\hat{\omega}_i$ の電子密度比依存性を示す．図 3.4.2 から分かるように、磁場を固定した局所解析において、負の $\hat{\omega}_i$ ，すなわち減衰が確認された．この減衰の正体と考えられるものの一つとして、Landau 減衰が挙げられる．高温電子のみが存在する場合を考え、(3.1.57) 式の $\chi_{eh,zz}$ に(3.1.38) 式の 2 次までの項を代入し、 $\chi_{eh,zz}$ と(3.2.15) 式の波数の zz 成分

を整理すると、以下のような分散関係式が得られる.

$$1 - \frac{\hat{\omega}_{\text{peh}}^2}{\hat{\omega}_{\text{ce}}^2} + 2i\sqrt{\pi} \frac{\hat{\omega}\hat{\omega}_{\text{peh}}^2}{\hat{k}_z^3 \hat{\omega}_{\parallel}^3} \exp\left(-\frac{\hat{\omega}^2}{\hat{k}_z^2 \hat{\omega}_{\parallel}^2}\right) = 0 \quad (3.4.1)$$

ただし、このときプラズマ分散関数は、2 次の項までとっている．次に、高温電子 1 成分において、線形 Vlasov 方程式を解いて得られる、磁力線方向の一般的な分散関係式を示す[8].

$$1 - \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{\omega^2} \left[1 + \frac{3}{4} \frac{v_e^2}{v_p^2} + 0 \left(\frac{v_e^4}{v_p^4} \right) \right] + 2i\sqrt{\pi} \frac{\omega_{\text{pe}}^2}{k_{\parallel}^2 v_e^2} \frac{v_p}{v_e} \exp\left(-\frac{\omega^2}{k_{\parallel}^2 v_e^2}\right) = 0 \quad (3.4.2)$$

(3.4.2)式において、 ω_{pe} は高温電子のプラズマ周波数、 ω は波の周波数、 v_e は高温電子の熱速度、 $v_p = \omega/k_{\parallel}$ は波の位相速度、 k_{\parallel} は波数を表している．(3.4.2) 式において[...]の項はプラズマ分散関数の 4 次の項まで含んでいるが、3 次、4 次の項を省略し、 $v_p = \omega/k_{\parallel}$ の関係を用いれば、(3.4.1) 式と(3.4.2) 式は同じ分散関係式となる．(3.4.2) 式では、Landau 減衰が起き、その分散関係式の虚部は減衰率を決定するパラメータとなっている．従って、(3.4.2) 式でも、分散関係式の虚部が減衰率を決定するパラメータとなる Landau 減衰が起きることが分かる．以下の表 3.4.1 に(3.4.2) 式から計算できる Landau 減衰の減衰率と、着目した波に起きる減衰の減衰率の一例を示す．

表 3.4.1 Landau 減衰と着目した波に生じる減衰の減衰率の比較

減衰率	(3.4.2)式から計算した値	数値計算で得られた値
$\hat{\omega}_i$	-6.045	-1.5

$$(n_0 = n_{eh} = 10^{15}(\text{m}^{-3}), \beta \cong 8.93 \times 10^{-3}, v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s}), B = 0.03(\text{T})$$

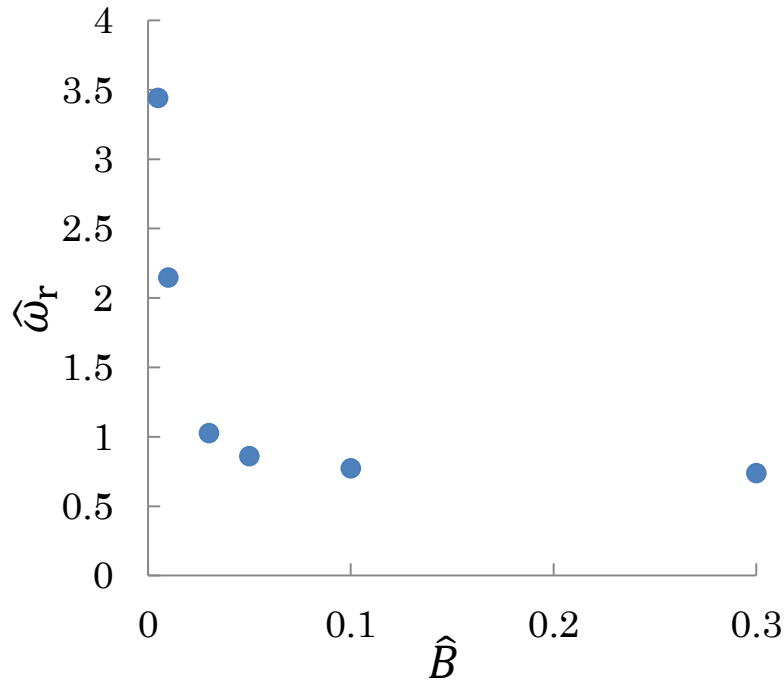
$$\hat{k}_{\perp} = 1.67, \hat{k}_{\parallel} = 0.167, \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} = 1)$$

Landau 減衰は、磁場に水平方向に伝播する波に起きる減衰であり、磁場に垂直方向に伝播する波には起きない．上記で示した式も磁場に水平方向に伝播する波で、着目している波とは異なる波である．しかし、この計算では、磁力線

方向に微小な波数 $\hat{k}_z \neq 0$ を与えることで、磁場に垂直な成分及び磁場に水平な成分である 3×3 行列の x - y 成分と z 方向成分が組み合わさる。従って、その時には、注目しているX波のブランチがLandau減衰を受ける磁力線方向に伝播する静電波とカップリングすることで、減衰が起きていると考えられる。

3.4.2 磁場依存性

前述の結果から、磁場配位や磁場強度によって電磁波の周波数変化の傾向が異なる可能性が考えられる。そこで、次は局所解析における周波数変化の磁場強度の依存性を観察していく。



($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $\frac{n_{eh}}{n_{ec}} = 1$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.4.3 着目した波の周波数の実部 ω_r の磁場強度依存性

図 3.4.3 に磁場強度の変化による周波数の実部 ω_r の電子密度比依存性を示す。

図 3.4.3 から分かるように、 $\hat{B} > 0.1$ の領域では、 ω_r の値はほぼ一定となるのに

対して、 $0 < \hat{B} \leq 0.1$ の領域で、 $\hat{\omega}_r$ の値が急増していく．この周波数変化の傾向は、X 波の分散関係式から得られる磁場依存性と一致する．この結果を踏まえて考察すると、揺動の局所的な情報として捉えるならば、弱磁場領域において磁場強度が弱くなるにつれて、周波数は急激に上昇するといえる．従って、ECH 実験において小半径方向に局在する揺動があれば、揺動が存在する位置が磁場の弱い方向へ動いていくことで、周波数の上昇が観測されと考えられる．また、これらのデータは、この揺動の大域的な情報を求める際に必要となる．1次元グローバルモードの数値解析を行う際には、局所解析で得た固有値がグローバルモードの数値解を求めるための目安となる．

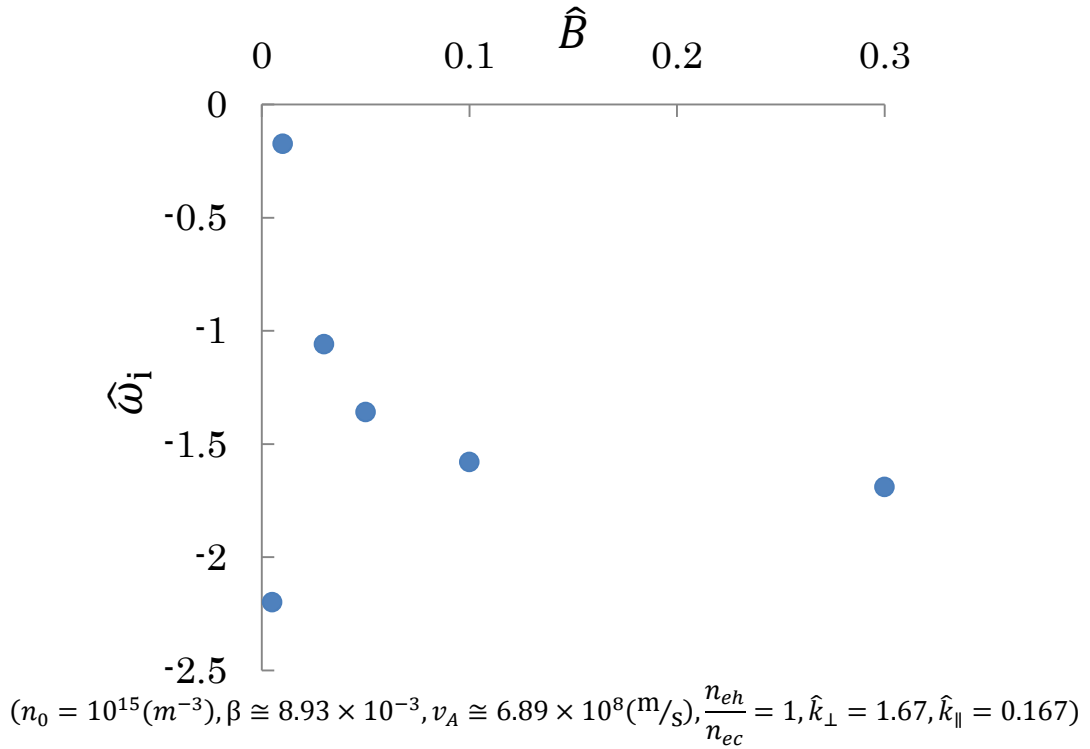


図 3.4.4 着目した波の周波数の虚部 $\hat{\omega}_i$ の磁場強度依存性

図 3.4.4 に磁場強度の変化による周波数の虚部 $\hat{\omega}_i$ の電子密度比依存性を示す．図 3.4.4 から分かるように、磁場強度が弱くなるにつれて、 $|\hat{\omega}_i|$ の値が小さくなる、つまり減衰率が小さくなることが分かる．また、 $\hat{B} < 0.01$ では、再び $|\hat{\omega}_i|$ の値が大きくなる、すなわち減衰率が大きくなることが分かる．この結果の考察

として, $\hat{B} < 0.01$ の弱磁場領域では電子サイクロトロン減衰が起きる可能性が挙げられる. 電子サイクロトロン減衰は波と粒子の共鳴条件:

$$\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} = n\omega_{ce} \quad (3.4.3)$$

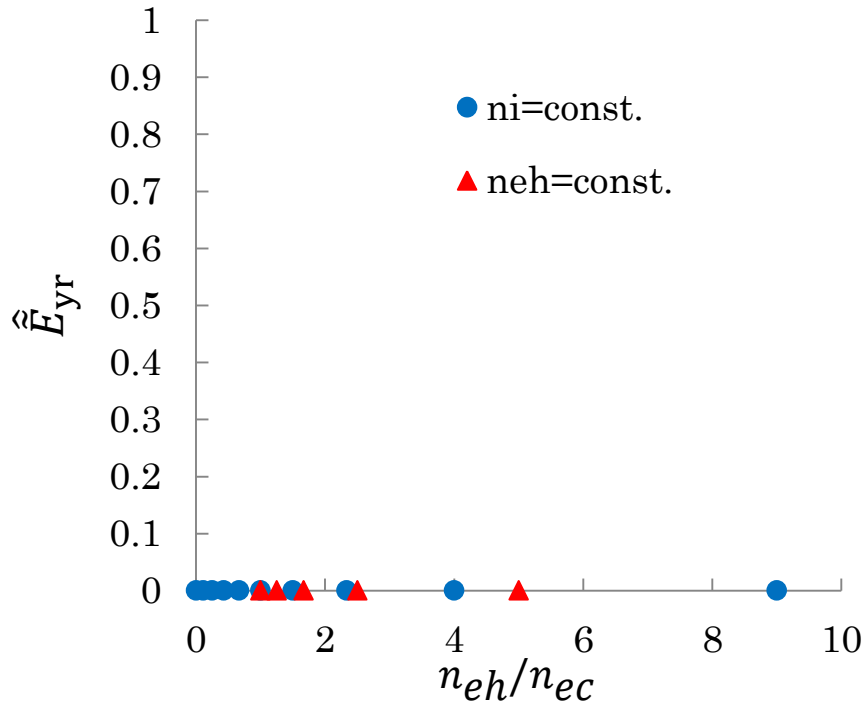
を満たすときに起きうる[9]. $v_{\parallel} = 0$ とすると, 図 3.4.4 の計算で(3.4.3) 式を満たしうる磁場強度の境界値は, $\hat{B} \cong 0.01$ であり, これは $\hat{\omega}_i$ の傾向とも関連があると考えられる. また Maxwell 分布で考えると, $|v_{\parallel}| \gg 1$ でない v_{\parallel} を持つ粒子であれば, より弱磁場及び強磁場においても, 電子サイクロトロン減衰が起きうる. 従って, 局所解析において, 磁場強度の強さによっては, 着目した波に電子サイクロトロン減衰も起きる可能性があると考えられる.

3.4.3 固有ベクトルの推移

各局所パラメータにおける電場の向きや強さの変化等, 物理メカニズムを調べるために, 今までに求めた固有値 $\hat{\omega}$ に対する電場の固有ベクトル $\hat{\mathbf{E}}$ の変化を調べた. まず, $\hat{k}_{\parallel} = 0$ の温度効果を除いた場合の固有ベクトルを考える. このとき, x - y 成分と z 方向に分離できるので, \hat{E}_x と \hat{E}_y に着目し, さらに簡単のため $\hat{k}_{\perp} = 0$ として整理すると,

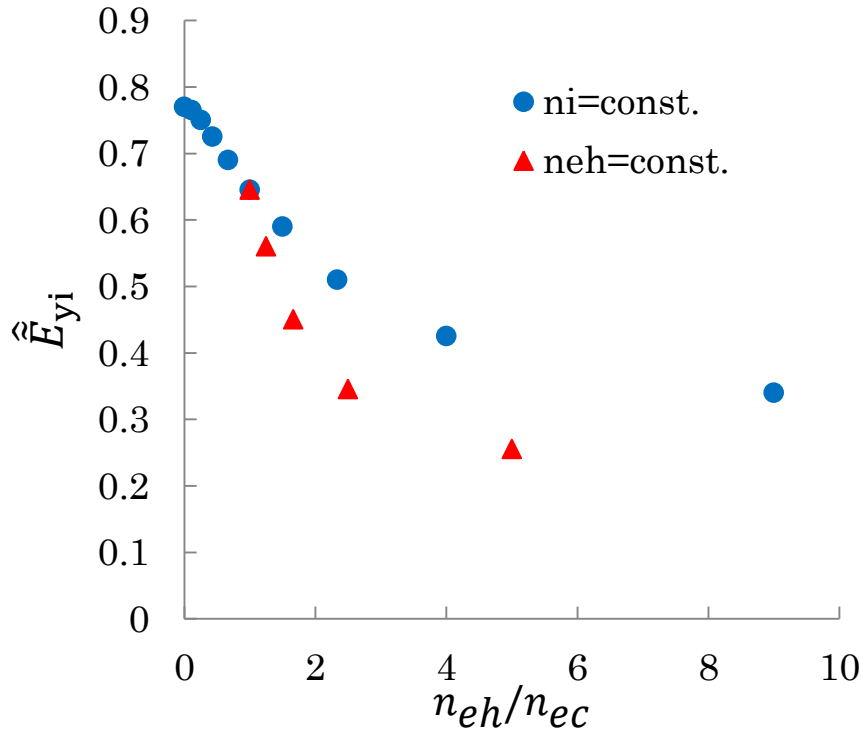
$$\hat{E}_x = i \frac{\left(\frac{\hat{\omega}_{pec}^2}{\hat{\omega}_{ce}} + \frac{\hat{\omega}_{pi}^2 \hat{\omega}_{ci}}{\hat{\omega}^2 - \hat{\omega}_{ci}^2} - \frac{\hat{\omega}_{peh}^2 \hat{\omega}_{ce}}{\hat{\omega}^2 - \hat{\omega}_{ce}^2} \right)}{\hat{\omega} \left(1 - \frac{\hat{\omega}_{pi}^2}{\hat{\omega}^2 - \hat{\omega}_{ci}^2} - \frac{\hat{\omega}_{peh}^2}{\hat{\omega}^2 - \hat{\omega}_{ce}^2} \right)} \hat{E}_y \quad (3.4.4)$$

と表せるので, 着目した波の電場 $\hat{\mathbf{E}}$ は楕円偏光であることが分かる. 有限の波数, 温度効果が与えられることで, 楕円偏光が z 方向の成分とカップリングするため, 楕円偏光の形が変化するだけでなく, 磁力線方向にも変移していくと考えられる.



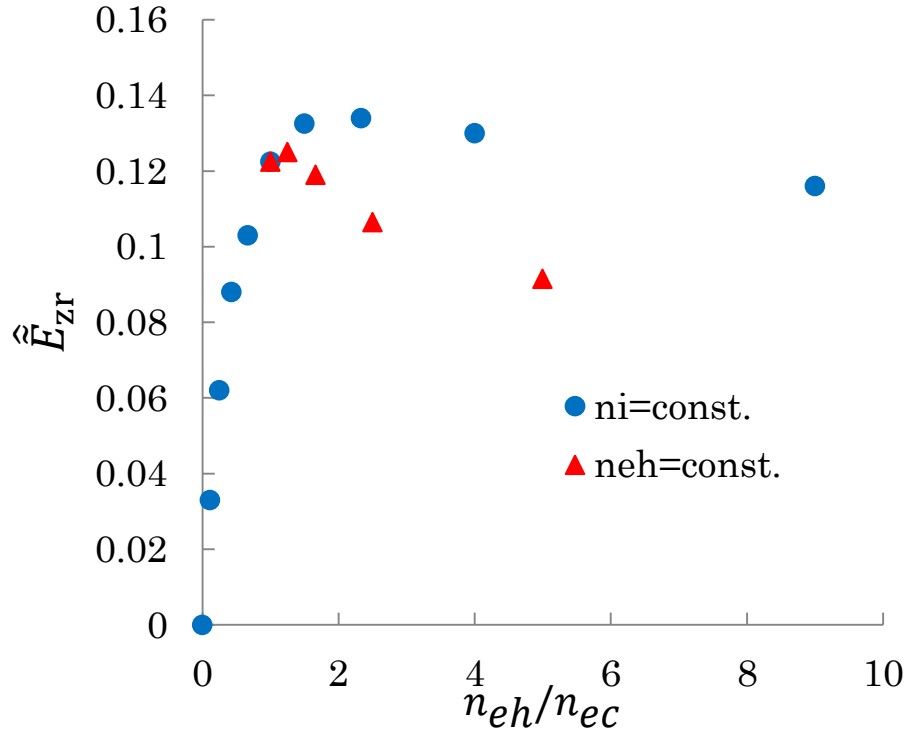
($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $B = 0.03(\text{T})$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.4.5-A 生じる電場の磁力線に垂直方向の成分 \hat{E}_y の電子密度比依存性 (実部)



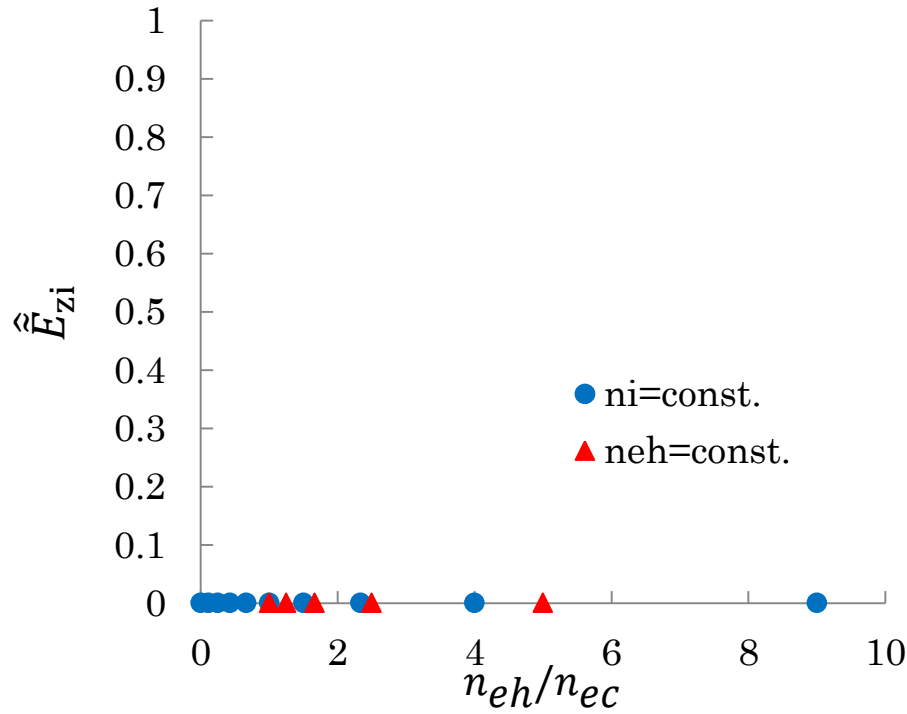
($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $B = 0.03(\text{T})$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.4.5-B 生じる電場の磁力線に垂直方向の成分 \hat{E}_y の電子密度比依存性 (虚部)



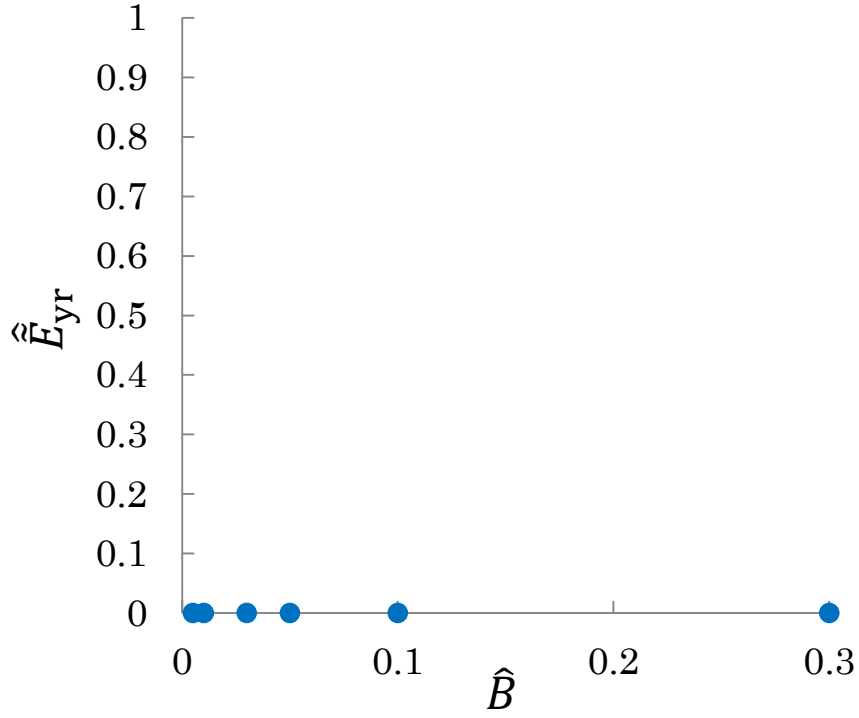
($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $B = 0.03(\text{T})$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.4.6-A 生じる電場の磁力線方向の成分 \hat{E}_z の電子密度比依存性 (実部)



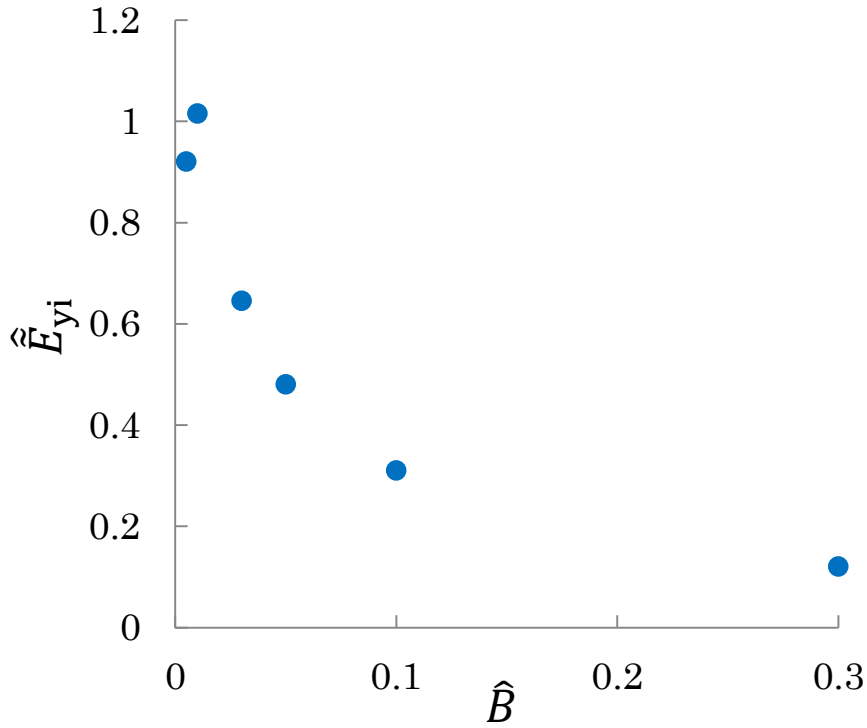
($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $B = 0.03(\text{T})$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.4.6-B 生じる電場の磁力線方向の成分 \hat{E}_z の電子密度比依存性 (虚部)



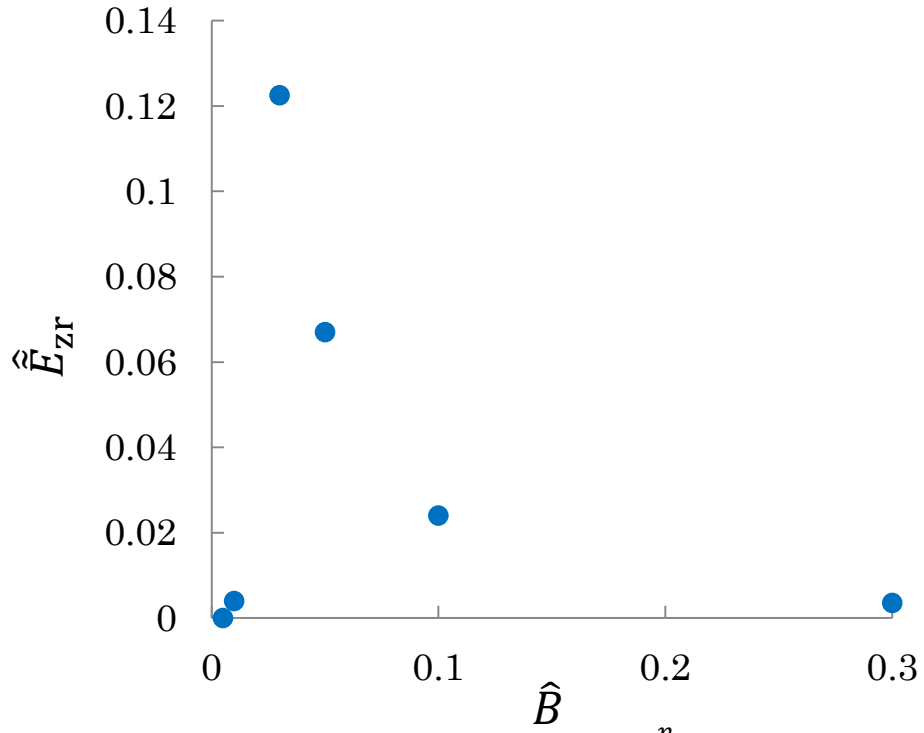
$$(n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3}), \beta \cong 8.93 \times 10^{-3}, v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s}), \frac{n_{eh}}{n_{ec}} = 1, \hat{k}_\perp = 1.67, \hat{k}_\parallel = 0.167)$$

図 3.4.7-A 生じる電場の磁力線に垂直方向の成分 \hat{E}_y の磁場強度依存性（実部）



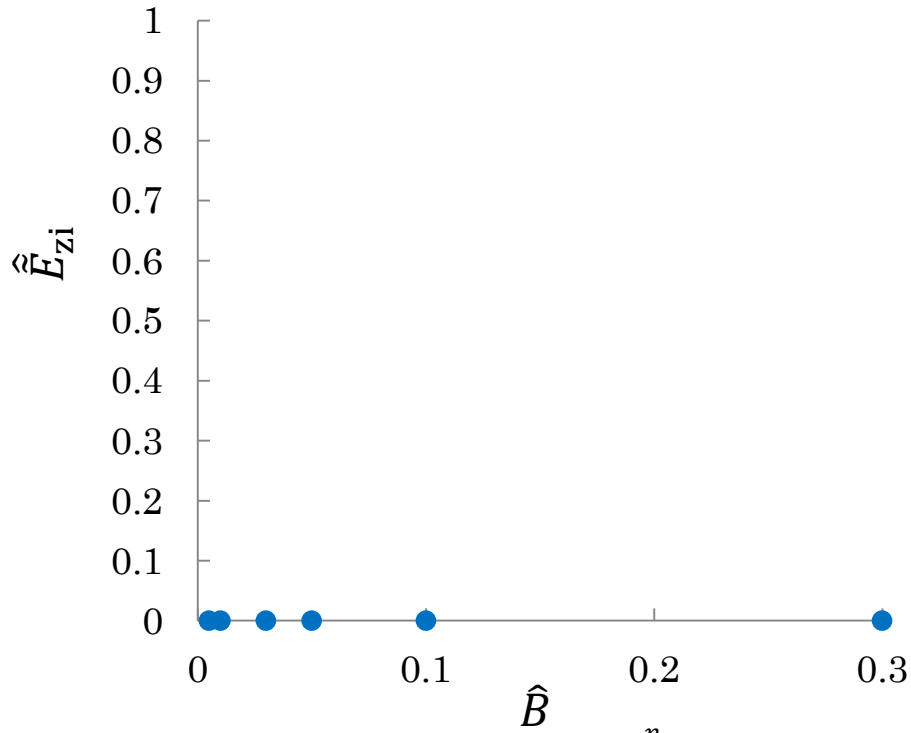
$$(n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3}), \beta \cong 8.93 \times 10^{-3}, v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s}), \frac{n_{eh}}{n_{ec}} = 1, \hat{k}_\perp = 1.67, \hat{k}_\parallel = 0.167)$$

図 3.4.7-B 生じる電場の磁力線に垂直方向の成分 \hat{E}_y の磁場強度依存性（虚部）



$(n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3}), \beta \cong 8.93 \times 10^{-3}, v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s}), \frac{n_{eh}}{n_{ec}} = 1, \hat{k}_\perp = 1.67, \hat{k}_\parallel = 0.167)$

図 3.4.8-A 生じる電場の磁力線方向の成分 \hat{E}_z の磁場比依存性（実部）



$(n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3}), \beta \cong 8.93 \times 10^{-3}, v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s}), \frac{n_{eh}}{n_{ec}} = 1, \hat{k}_\perp = 1.67, \hat{k}_\parallel = 0.167)$

図 3.4.8-B 生じる電場の磁力線方向の成分 \hat{E}_z の磁場比依存性（虚部）

図 3.4.5~3.4.8 に電子密度比, 及び磁場強度の変化に伴う固有ベクトル \hat{E}_y, \hat{E}_z の変化をまとめる. なお, 図中の \hat{E}_y, \hat{E}_z は $\hat{E}_x = \hat{E}_{xr} + i\hat{E}_{xi} = 1$ で規格化した. また, 図中の凡例は図 3.4.1~3.4.4 のものと対応している.

図より, \hat{E}_y は虚部にのみ, \hat{E}_z は実部にのみ値を持つことが分かる. それぞれの値は, $\hat{E}_{yi} \cong 0.2\hat{E}_x \sim \hat{E}_x$, $\hat{E}_{zr} \cong 0 \sim 0.14\hat{E}_x$ となっており, \hat{E}_{yi} は最大で \hat{E}_x の同程度の大きさを, \hat{E}_{zr} は \hat{E}_x の $1/10$ 程度の大きさを持っていることになる.

\hat{E}_y について, (3.4.4) 式より, $\hat{E}_x = \hat{E}_{xr} + i\hat{E}_{xi} = 1$ の場合, $\hat{E}_y = i\hat{E}_{yi}$ となるため, この結果は妥当であると考えられる. さらに, 電子密度比や磁場強度等のパラメータが変化することで, 楕円偏光の偏心率が変化し, 条件によっては円偏光にもなり得ると考えられる.

\hat{E}_z について, (3.4.4) 式の場合とは異なり, x - y 成分と z 方向がカップリングしているため, $\hat{E}_z \neq 0$ となる. 従って, 楕円偏光は磁力線方向に変移するという予想は当たっていると考えられる. ここで, \hat{E}_{zr} のパラメータ依存性について観察してみると, その値が大きくなるのは, $n_{eh}/n_{ec} \cong 2.0$, $\hat{B} \cong 0.03$ となっている. このような局所解析から, 電場 \hat{E} の磁力線方向の変移は, 高温電子の割合が低温電子よりもやや高く, 磁場強度があまり強くないときに大きくなると考えられる.

3.5 非等方温度における周波数特性

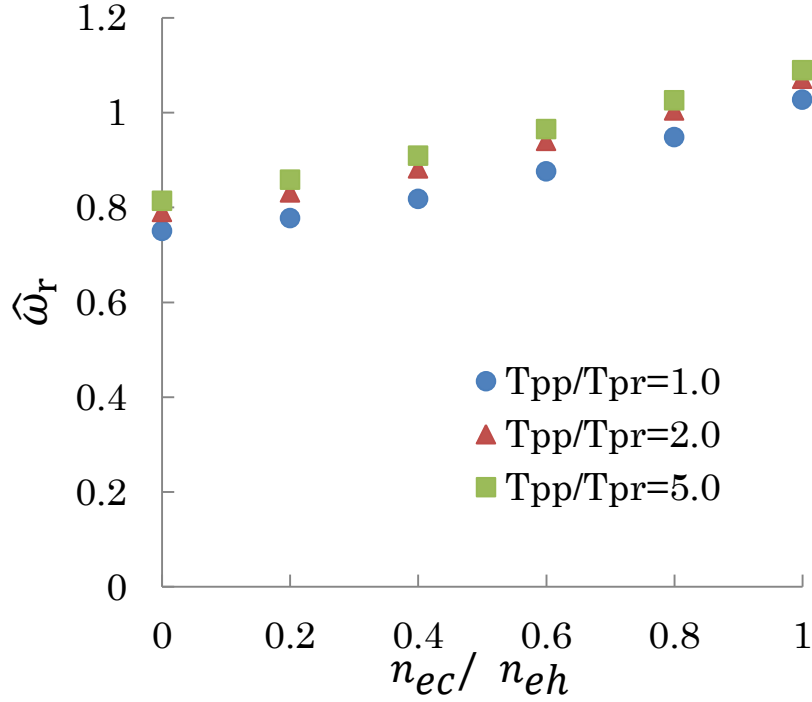
3.4 節では等方温度を仮定して議論を進めてきた。しかし、実験プラズマや宇宙プラズマの多くは非等方温度であり、また、Alfvén 周波数が特徴的なパラメータとなる不安定性や減衰の中には、温度非等方性や圧力非等方性によって生じるものもある。ここからは、有限温度効果及び温度非等方性を考慮した場合において数値計算を行い、電磁波の周波数特性について調べ等方温度の場合の結果と比較し、温度非等方性の影響を観察していく。なお、本研究における非等方温度は

$$T_{eh\perp} > T_{eh\parallel}$$

のことを指す。これは、惑星型磁気圏ではよく見られる温度非等方性であり [10][11], RT-1 のようなダイポール磁場配位においても確認されることが考えられる。

3.5.1 電子密度比依存性

まず、温度非等方性が周波数の電子密度比依存性に与える影響について調べる。高温電子の温度非等方性について行われている研究は、高温電子のみ、または高温電子と低温イオンの 2 種の粒子といったように、電子温度 1 成分を想定した研究が一般的である [5][8]。しかし、本研究では、電子の温度成分について高温電子と低温電子の温度 2 成分を想定しており、従来の研究よりも複雑な高温粒子成分を持つことになる。従って、想定するプラズマ中の高温電子の密度の割合が変化することで、温度非等方性効果が波の周波数特性に与える影響が変化する結果が得られる可能性が考えられる。



($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $B = 0.03(\text{T})$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.5.1 $\hat{\omega}_r$ の電子密度比依存性に対する温度非等方性効果

図 3.5.1 に等方温度及び非等方温度における $\hat{\omega}_r$ の電子密度比依存性を示す．今回は，電子温度成分が高温電子 1 成分のみの場合と高温電子と低温電子の温度 2 成分の場合を比較するため，図の横軸を図 3.4.1，図 3.4.2 の横軸の逆数である n_{ec}/n_{eh} とし， $\hat{n}_{eh} = \text{const.}$ とし， $\hat{n}_{ec} = 0 \sim \hat{n}_{eh}$ の範囲で計算した．図中の凡例は，それぞれ

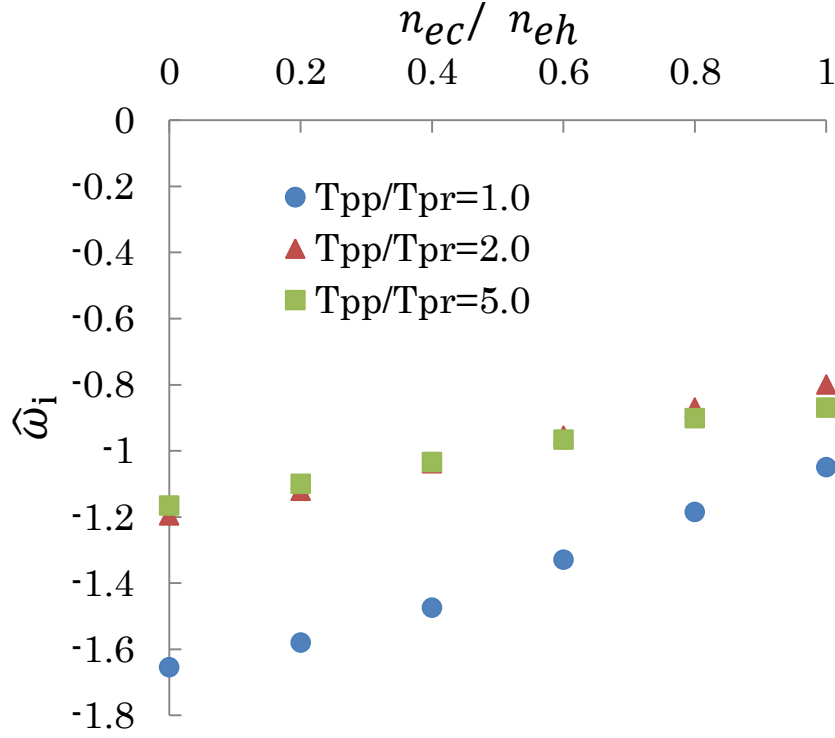
「 $T_{pp}/T_{pr}=1.0$ 」: $\hat{T}_{eh\perp} = 1.0$, $\hat{T}_{eh\parallel} = 1.0$ (=等方温度),

「 $T_{pp}/T_{pr}=2.0$ 」: $\hat{T}_{eh\perp} = 1.0$, $\hat{T}_{eh\parallel} = 0.5$,

「 $T_{pp}/T_{pr}=5.0$ 」: $\hat{T}_{eh\perp} = 1.0$, $\hat{T}_{eh\parallel} = 0.2$

を表している．

図 3.5.1 にから分かるように， $\hat{\omega}_r$ の電子密度比依存性の傾向は，温度非等方性を強くしても変わらないことが分かる．また，温度非等方性が強くなるにつれて， $\hat{\omega}_r$ の値が全体的にやや上昇していることも確認できる．



($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $B = 0.03(\text{T})$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.5.2 ω_i の電子密度比依存性に対する温度非等方性効果

図 3.5.2 に等方温度及び非等方温度における ω_i の電子密度比依存性を示す．

図 3.5.2 から分かるように，温度非等方性が強くなることで， ω_i の値が 0 に近づく，すなわち波の減衰率が全体的に小さくなることが分かる．また，電子密度比依存性について，温度非等方性がかなり大きくなると電子密度比変化による ω_i の変化の傾きが緩やかになっているのが分かる．ここで，これらの傾向を (3.4.1) 式の虚部と比較してみる．(3.4.1) 式中の磁力線方向の熱速度 \hat{w}_\parallel は，

$$\hat{w}_\parallel = \sqrt{\frac{2\hat{T}_{eh\parallel}}{m_e}} \quad (3.5.1)$$

であるため，温度非等方性が強くなる，すなわち， $\hat{T}_{eh\parallel}$ が低下すると， \hat{w}_\parallel は $\sqrt{\hat{T}_{eh\parallel}}$ に比例して小さくなる．(3.4.1) 式の虚部には $1/\hat{w}_\parallel^3$ と $\exp(-\hat{w}_\parallel^{-2})$ が含まれており， $\hat{T}_{eh\parallel}$ が低下すると Landau 減衰の減衰率は低下することになる．今回の計算

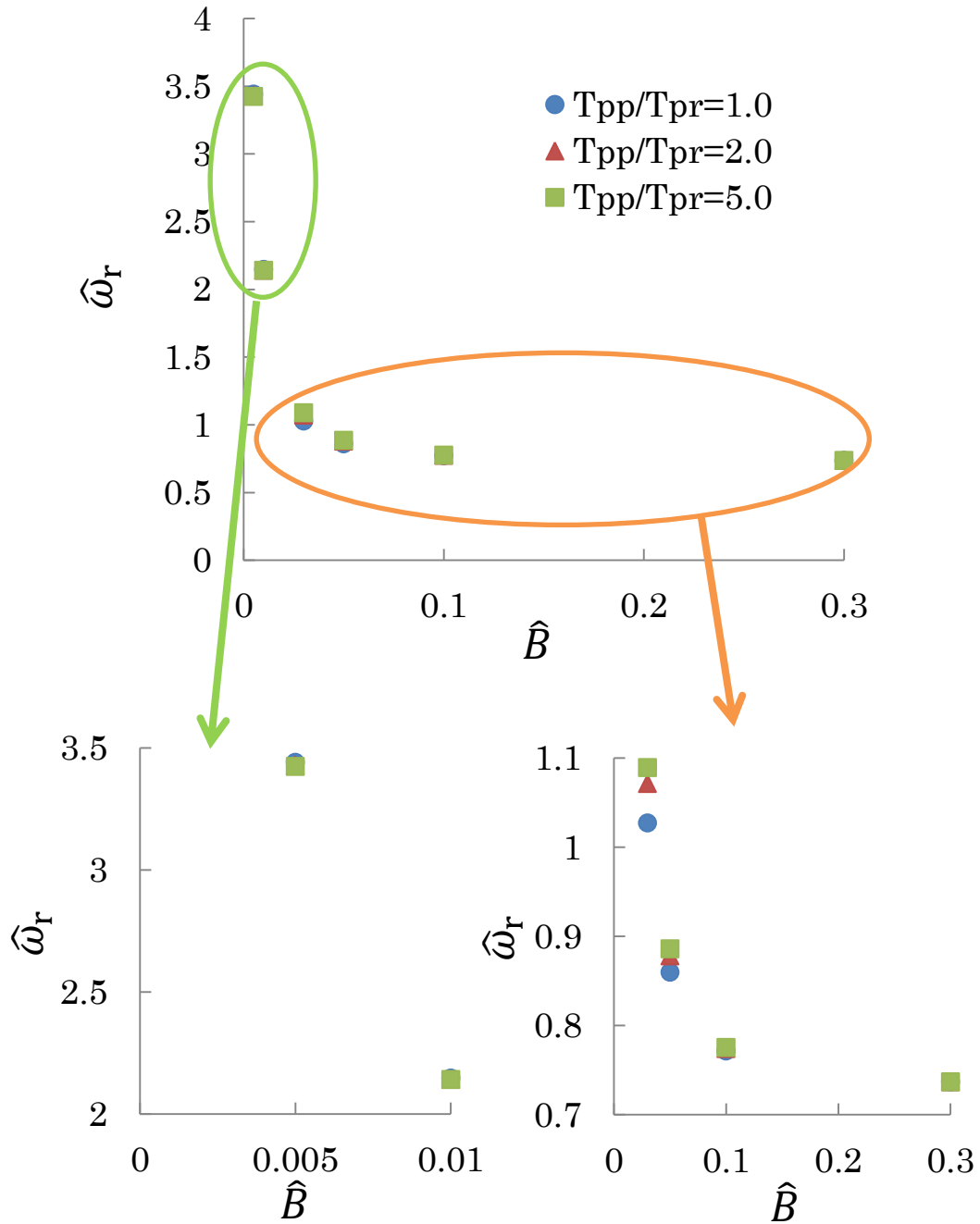
でも x - y 成分と z 方向成分が組み合わさっていることから、温度非等方性による Landau 減衰の減衰率の低下に伴って、着目した波の減衰率も低下していると考えられる。さらに、 $\exp(-\hat{\omega}_{\parallel}^{-2})$ の項に着目すると、温度非等方性が強いとき程、 $\exp(-\hat{\omega}_{\parallel}^{-2})$ の値は 1 に近付くので、 $\hat{T}_{eh\parallel}$ が低下すると $\exp(-\hat{\omega}_{\parallel}^{-2})$ 値の減少率は下がっていくことになる。従って、着目した波の減衰において、高温電子の割合が低くなるにつれて、次第に $\exp(-\hat{\omega}_{\parallel}^{-2})$ の項が支配的になると仮定すると、着目した波の減衰の減少率も次第に低下し、図 3.5.2 のような傾向を示すと考えられる。

3.5.2 磁場依存性

次に、温度非等方性が周波数の磁場依存性に与える影響について考える。図 3.5.3 に等方温度及び非等方温度における $\hat{\omega}_r$ の磁場依存性を示す。図 3.5.3 から分かるように、 $\hat{B} \geq 0.03$ の領域において、温度非等方性が強いほど $\hat{\omega}_r$ の値は大きくなる。 $\hat{B} < 0.03$ の領域において、温度非等方性が強いほど $\hat{\omega}_r$ の値は僅かに小さくなる。また、電子密度比依存性は温度非等方性の強さによらず同じ傾向を示している。従って、ある程度磁場強度が強い領域では、温度非等方性が強くなることで、波の周波数が上昇すると考えられる。

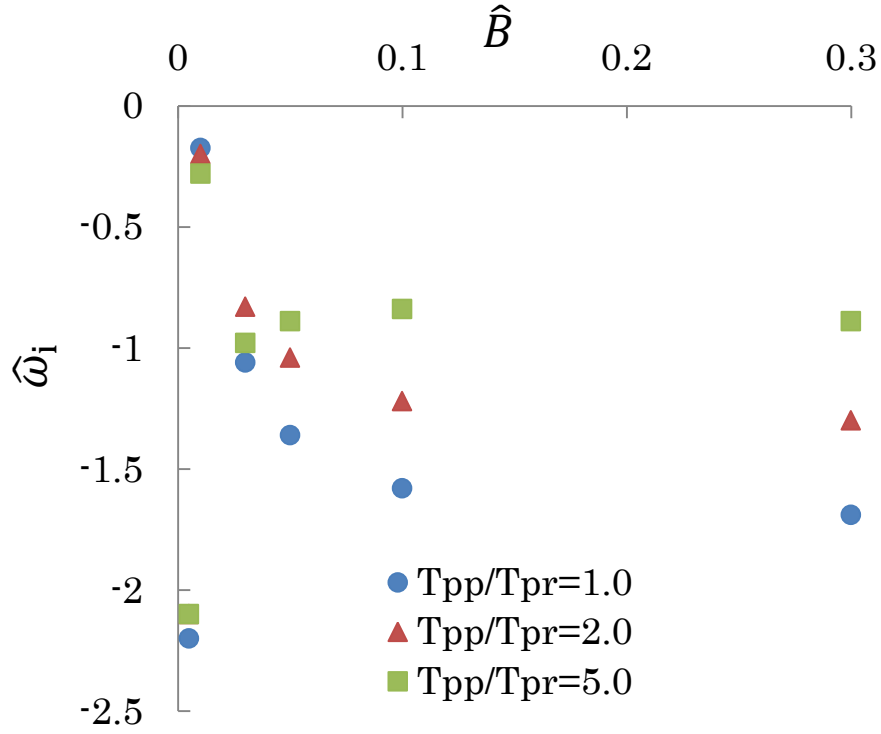
図 3.5.4 には、等方温度及び非等方温度における $\hat{\omega}_i$ の磁場依存性を示す。「 $T_{pp}/T_{pr}=2.0$ 」の場合、磁場依存性は等方温度の場合と似た傾向を示し、 $|\hat{\omega}_i|$ の値は小さくなる、または同程度の値であることが分かる。「 $T_{pp}/T_{pr}=5.0$ 」の場合、まず $\hat{B} > 0.1$ の領域では、 $|\hat{\omega}_i|$ の値は最も小さく、磁場依存性も似た傾向を示している。 $0.01 < \hat{B} \leq 0.1$ の領域では、等方温度の場合と比較すると $|\hat{\omega}_i|$ の値は小さいが、「 $T_{pp}/T_{pr}=2.0$ 」の場合と比較すると $|\hat{\omega}_i|$ の値は必ずしも小さくはならず、

また等方温度や「 $T_{pp}/T_{pr}=2.0$ 」の場合とは異なる傾向を示しているように見える． $0 < \hat{B} \leq 0.01$ の領域では，「 $T_{pp}/T_{pr}=2.0$ 」と同じような磁場依存性を示している．



$(n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3}), \beta \cong 8.93 \times 10^{-3}, v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s}), \frac{n_{eh}}{n_{ec}} = 1, \hat{k}_\perp = 1.67, \hat{k}_\parallel = 0.167)$

図 3.5.3 ω_r の磁場強度依存性に対する温度非等方性効果



($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $\frac{n_{eh}}{n_{ec}} = 1$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.5.4 $\hat{\omega}_i$ の磁場強度依存性に対する温度非等方性効果

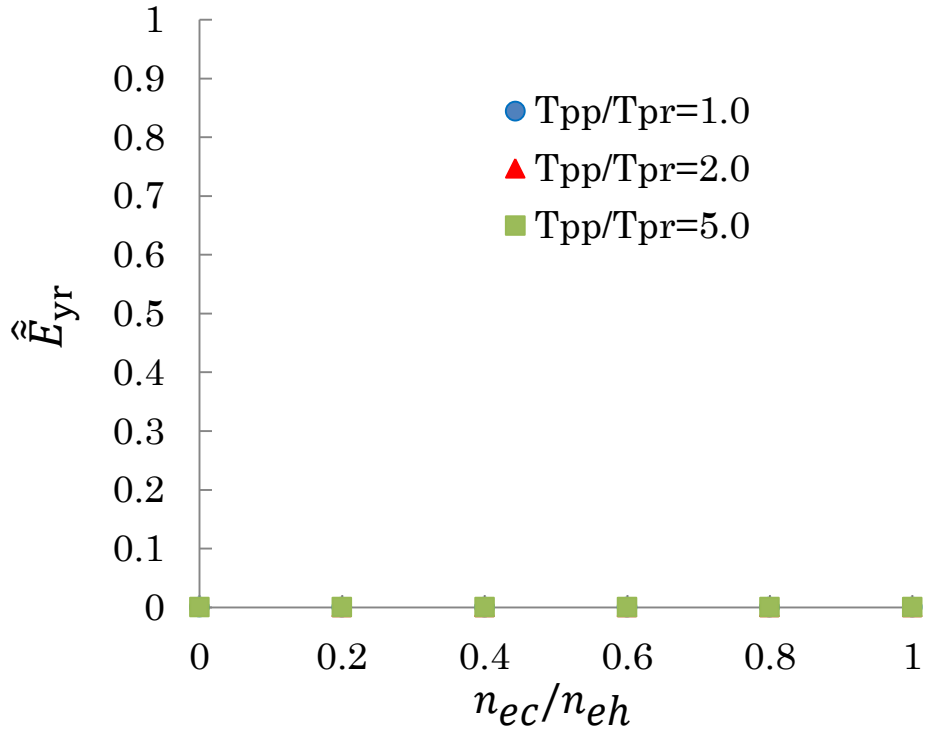
ここで，波と粒子の共鳴条件

$$\omega - k_\parallel v_\parallel = n\omega_{ce} \quad (3.4.3)$$

における，磁力線方向の速度 v_\parallel が温度非等方性の影響を受けるパラメータであると仮定すると，電子サイクロトロン減衰が起きうる共鳴条件は温度非等方性の強弱によって大きく変化し， $\hat{\omega}_i$ の磁場依存性の傾向にも影響を与える可能性があると考ええる．

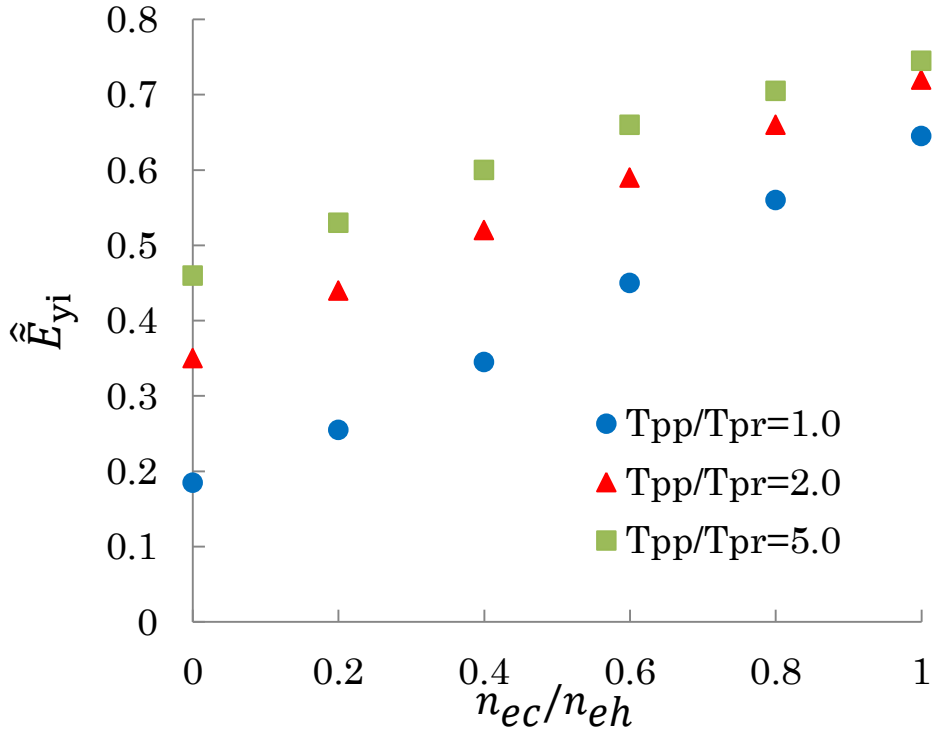
3.5.3 固有ベクトルの推移

以下の図 3.5.5~3.5.8 に，等方温度及び非等方温度における固有ベクトル \hat{E}_y, \hat{E}_z の変化をまとめる．図中の \hat{E}_y, \hat{E}_z は $\hat{E}_x = \hat{E}_{xr} + i\hat{E}_{xi} = 1$ で規格化した．



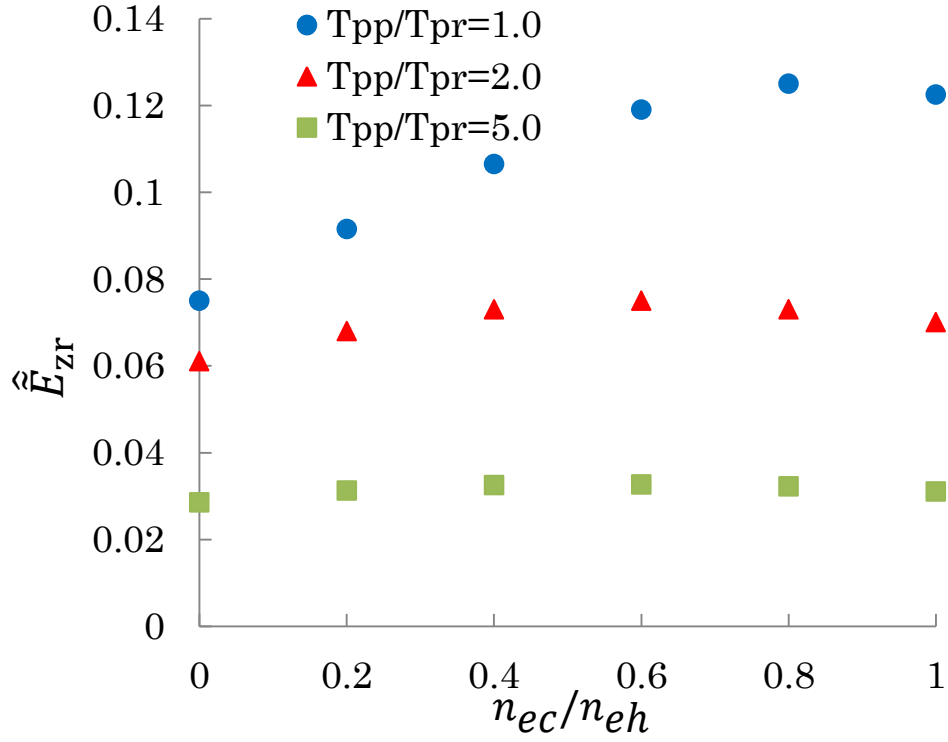
($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $B = 0.03(\text{T})$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.5.5-A \hat{E}_y の電子密度比依存性（実部）に対する温度非等方性効果



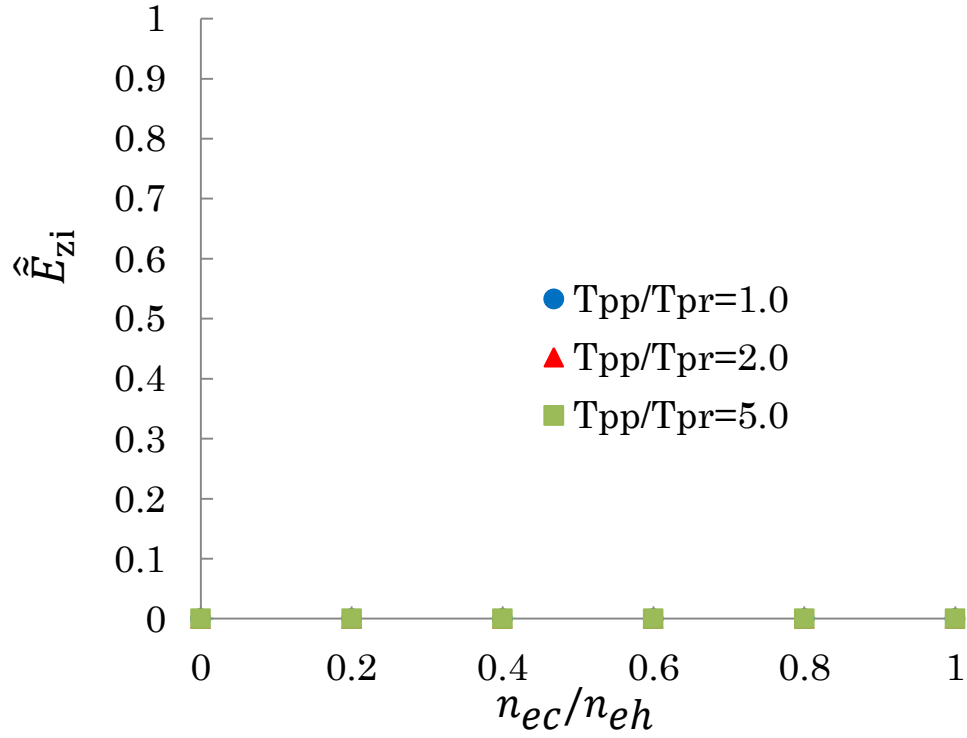
($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $B = 0.03(\text{T})$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.5.5-B \hat{E}_y の電子密度比依存性（虚部）に対する温度非等方性効果



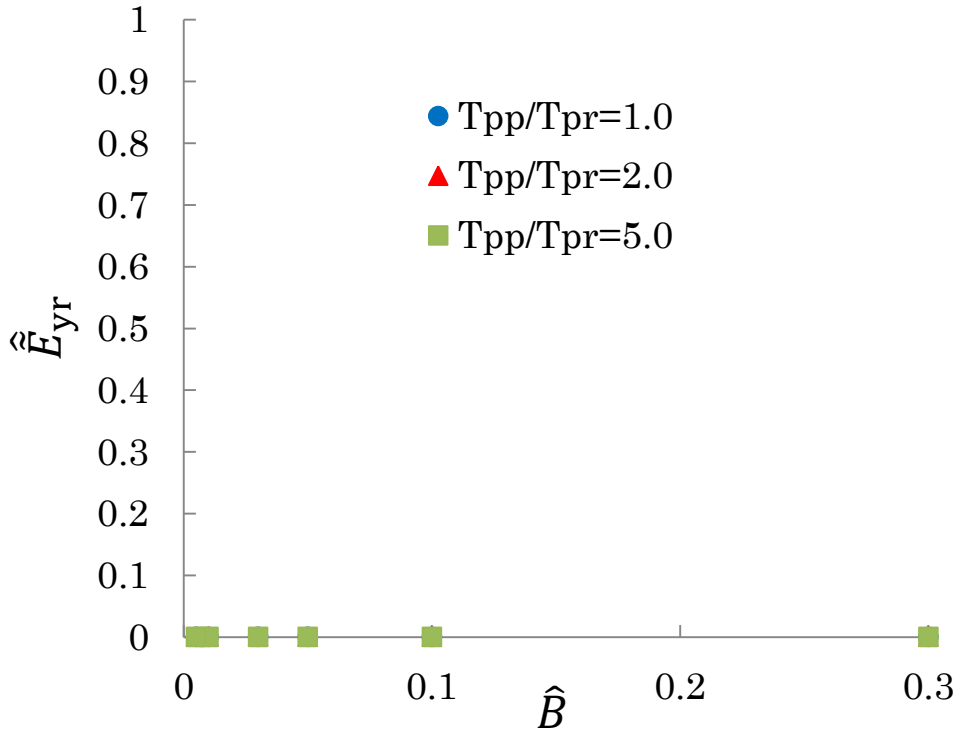
($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $B = 0.03(\text{T})$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.5.6-A \hat{E}_z の電子密度比依存性（実部）に対する温度非等方性効果



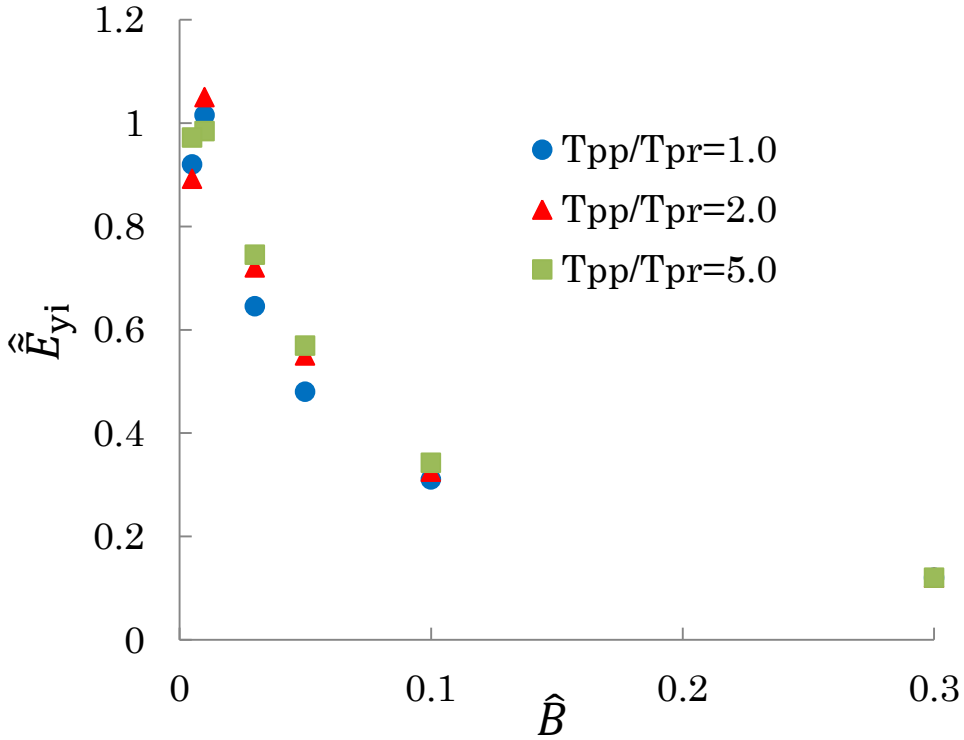
($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $B = 0.03(\text{T})$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.5.6-B \hat{E}_z の電子密度比依存性（虚部）に対する温度非等方性効果



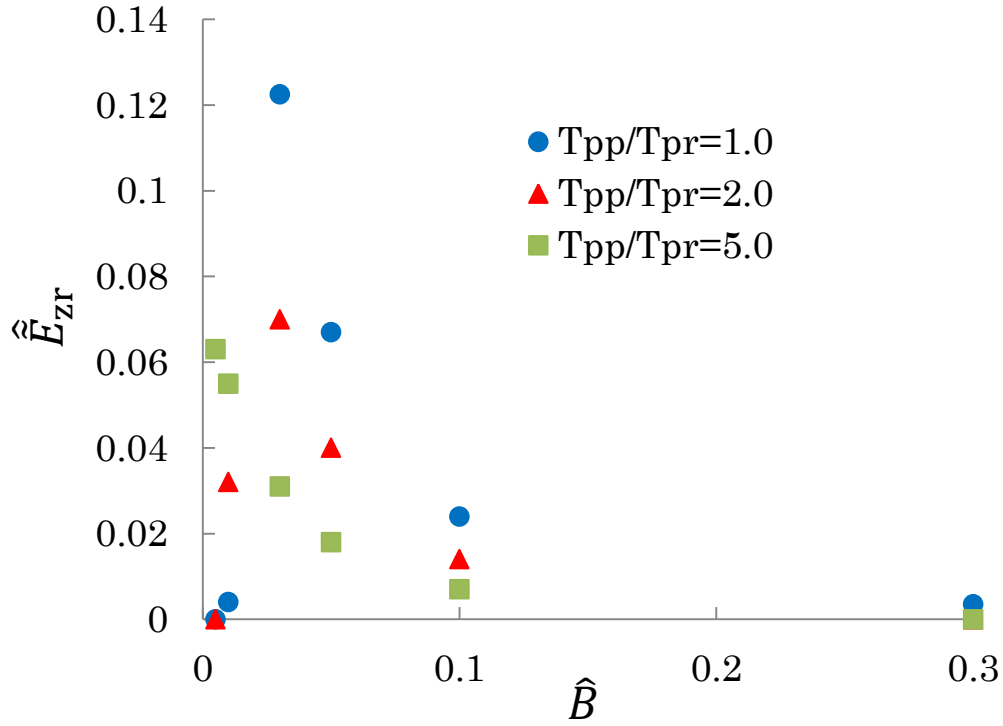
($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $\frac{n_{eh}}{n_{ec}} = 1$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.5.7-A \hat{E}_y の磁場強度依存性（実部）に対する温度非等方性効果



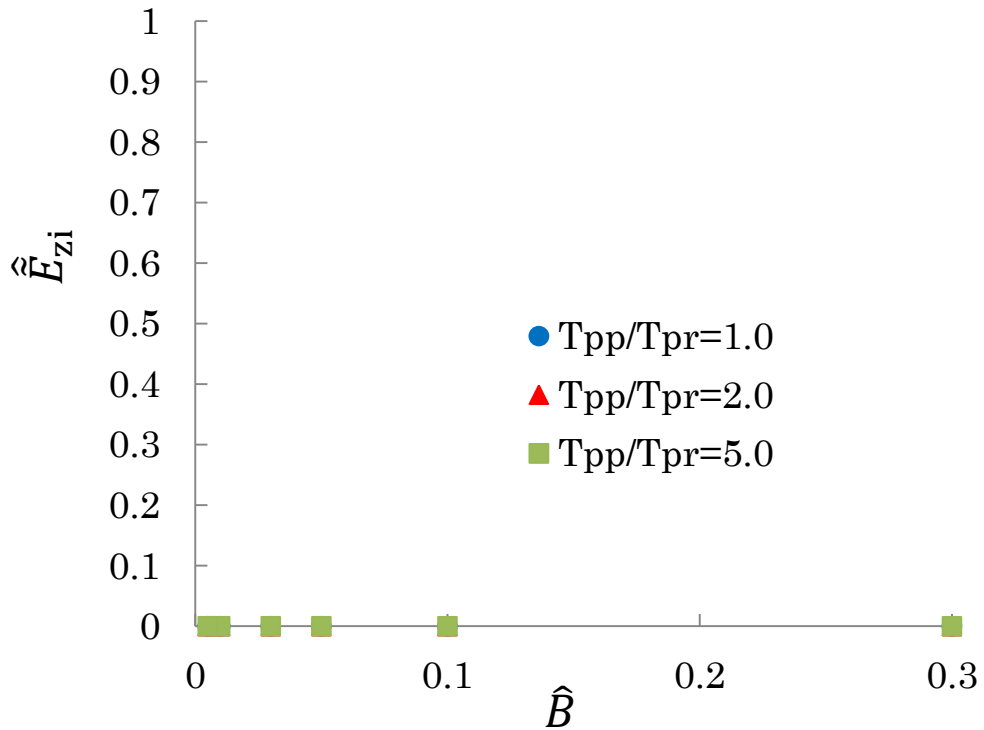
($n_0 = 10^{15}(\text{m}^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(\text{m/s})$, $\frac{n_{eh}}{n_{ec}} = 1$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.5.7-B \hat{E}_y の磁場強度依存性（虚部）に対する温度非等方性効果



($n_0 = 10^{15}(m^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(m/s)$, $\frac{n_{eh}}{n_{ec}} = 1$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.5.8-A \hat{E}_z の磁場強度依存性（実部）に対する温度非等方性効果



($n_0 = 10^{15}(m^{-3})$, $\beta \cong 8.93 \times 10^{-3}$, $v_A \cong 6.89 \times 10^8(m/s)$, $\frac{n_{eh}}{n_{ec}} = 1$, $\hat{k}_\perp = 1.67$, $\hat{k}_\parallel = 0.167$)

図 3.5.8-B \hat{E}_z の磁場強度依存性（虚部）に対する温度非等方性効果

図 3.5.5-B より, \hat{E}_{yi} の値は, 温度非等方性が強くなるにつれて全体的に大きくなっていく. また, 図 3.5.6-A より, \hat{E}_{zr} の値は, 温度非等方性が強くなるにつれて全体的に小さくなり, 電子密度比の変化に対する \hat{E}_{zr} の値の変化の傾向も, 山なりのものから平坦なものへと変化していく. 本研究において, 温度非等方性が強くなるということは, $\hat{T}_{eh\parallel}$ の値が小さくなることを意味する. $\hat{T}_{eh\parallel}$ の値が小さくなると, 高温電子の磁力線方向の運動が弱くなる. その結果, 磁力線方向の電場 \hat{E}_z そのものが弱くなるため, \hat{E}_{zr} の値は小さく, また高温電子の割合による変化も小さくなり, \hat{E}_{zr} の傾向は平坦な傾向を示すようになると考えられる. 逆に, 高温電子の磁場に垂直方向の運動は温度非等方性が強くなることで支配的になるため, \hat{E}_{yi} の値が全体的に上昇すると考えられる.

図 3.5.7, 3.5.8 に示す磁場依存性について確認してみると, $\hat{E}_{yi}, \hat{E}_{zr}$ それぞれの値の推移は, 図 3.5.5, 3.5.6 と同じく, 温度非等方性が強くなることで, 前者は値が全体的に大きくなり, 後者は値が全体的に小さくなっている. また, 図 3.5.8-A では, 温度非等方性の変化によって \hat{E}_{zr} の弱磁場領域での傾向も変化しているが, 3.5.2 節と同様に, 電子サイクロトロン減衰が起きうる共鳴条件は温度非等方性の強弱によって大きく変化すると考えると, \hat{E}_z もその影響を受けていると考えられる.

第4章 1次元グローバルモード

第3章では、平衡について、一様磁場、一様密度を仮定し、摂動について、全ての方向に平面波、時間について Fourier 変換を仮定して、局所分散関係式を導出し数値計算を行うことで、想定するモデルの基礎解析を行なってきた。しかし、想定しているモデルでは、本来平衡が x 方向の依存性を持つことから、 x 方向については平面波ではなく微分方程式として扱う必要がある。

第4章では、 x 方向を微分方程式とした 1次元グローバルモードにおける方程式を導出し、モデル化を行い、導出した式の数値計算手法を提案する。

4.1 グローバルモードの方程式の導出

一般的な支配方程式から x 方向への 1次元グローバルモードにおける方程式の導出を行った。導出結果を以下にまとめる。

まず、一般的な支配方程式は、

$$\begin{aligned}\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} &= -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}. \\ &= -\mu_0 e n_j \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u}_j,\end{aligned}\tag{2.1.5}$$

となる。

次に、 x 方向にのみ微分方程式であると考え、ここで、

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{\mathbf{z}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{k}' = \frac{\partial}{\partial x} \hat{\mathbf{x}} + ik_y \hat{\mathbf{y}} + ik_z \hat{\mathbf{z}}$$

であるとする、(4.1.1) 式は、

$$\begin{pmatrix} k_y^2 + k_z^2 & ik_y \frac{\partial}{\partial x} & ik_z \frac{\partial}{\partial x} \\ ik_y \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_z^2 & -k_y k_z \\ ik_z \frac{\partial}{\partial x} & -k_y k_z & \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_y^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \\ \tilde{E}_z \end{pmatrix} = -\frac{\omega^2}{c^2} \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ -\chi_{xy} & \chi_{xx} & \chi_{yz} \\ \chi_{xz} & -\chi_{yz} & \chi_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \\ \tilde{E}_z \end{pmatrix} \quad (4.1.1)$$

と書き表せる。ここで,

(4.1.1) 式を整理すると,

$$\begin{aligned} & ic^2 \left(k_y \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial x} + k_z \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} \right) \\ & + \left[c^2 (k_y^2 + k_z^2) + \omega^2 - \frac{\omega^2 \omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} \right. \\ & \quad + \omega_{peh}^2 \left\{ \frac{T_{\perp} - T_{\parallel}}{T_{\parallel}} \left(1 + \frac{\omega_{ce}}{2} [Z_0(\zeta_{+1}) - Z_0(\zeta_{-1})] \right) \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{\omega T_{\perp}}{2 T_{\parallel}} [Z_0(\zeta_{+1}) + Z_0(\zeta_{-1})] \right\} \right] \tilde{E}_x \\ & + i \left\{ \frac{\omega \omega_{pec}^2}{\omega_{ce}} - \frac{\omega \omega_{ci} \omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} \right. \\ & \quad - \omega_{peh}^2 \left(\frac{T_{\perp} - T_{\parallel}}{T_{\parallel}} \frac{\omega_{ce}}{2} [Z_0(\zeta_{+1}) + Z_0(\zeta_{-1})] \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{\omega T_{\perp}}{2 T_{\parallel}} [Z_0(\zeta_{+1}) - Z_0(\zeta_{-1})] \right) \right\} \tilde{E}_y \\ & - \omega_{peh}^2 \frac{k_{\perp}}{k_{\parallel}} \left[\frac{T_{\perp} - T_{\parallel}}{T_{\parallel}} \right. \\ & \quad + \frac{1}{2 k_{\parallel} w_{\parallel}} \left\{ \frac{1}{\omega_{ce}} \left(\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \omega^2 + \omega_{ce}^2 \right) [Z_0(\zeta_{+1}) - Z_0(\zeta_{-1})] \right. \\ & \quad \left. \left. + \omega \frac{T_{\perp} + T_{\parallel}}{T_{\parallel}} [Z_0(\zeta_{+1}) + Z_0(\zeta_{-1})] \right\} \right] \tilde{E}_z = 0, \quad (4.1.2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -c^2 \frac{\partial^2 \tilde{E}_y}{\partial x^2} + i c^2 k_y \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} \\
& - i \left\{ \frac{\omega \omega_{pec}^2}{\omega_{ce}} - \frac{\omega \omega_{ci} \omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} \right. \\
& - \omega_{peh}^2 \left(\frac{T_{\perp} - T_{\parallel}}{T_{\parallel}} \frac{\omega_{ce}}{2} [Z_0(\zeta_{+1}) + Z_0(\zeta_{-1})] \right. \\
& \left. \left. - \frac{\omega T_{\perp}}{2 T_{\parallel}} [Z_0(\zeta_{+1}) - Z_0(\zeta_{-1})] \right) \right\} \tilde{E}_x \\
& + \left[c^2 k_z^2 + \omega^2 - \frac{\omega^2 \omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} \right. \\
& + \omega_{peh}^2 \left\{ \frac{T_{\perp} - T_{\parallel}}{T_{\parallel}} \left(1 + \frac{\omega_{ce}}{2} [Z_0(\zeta_{+1}) - Z_0(\zeta_{-1})] \right) \right. \\
& \left. \left. + \frac{\omega T_{\perp}}{2 T_{\parallel}} [Z_0(\zeta_{+1}) + Z_0(\zeta_{-1})] \right\} \right] \tilde{E}_y \\
& - \left[c^2 k_y k_z - i \omega_{peh}^2 \frac{k_{\perp}}{2 k_{\parallel}^2 w_{\parallel}} \left\{ \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \left(\frac{\omega^2}{\omega_{ce}} Z_0(\zeta_0) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{\omega^2 [Z_0(\zeta_{+1}) + Z_0(\zeta_{-1})] + \omega [Z_0(\zeta_{+1}) - Z_0(\zeta_{-1})]}{2} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{\omega [Z_0(\zeta_{+1}) - Z_0(\zeta_{-1})] + \omega_{ce} [Z_0(\zeta_{+1}) + Z_0(\zeta_{-1})]}{2} \right\} \right] \tilde{E}_z \\
& = 0,
\end{aligned} \tag{4.1.3}$$

$$\begin{aligned}
& -c^2 \frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial x^2} + ic^2 k_z \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial x} \\
& -\omega_{peh}^2 \frac{k_\perp}{k_\parallel} \left[\frac{T_\perp - T_\parallel}{T_\parallel} \right. \\
& \quad + \frac{1}{2k_\parallel w_\parallel} \left\{ \frac{1}{\omega_{ce}} \left(\frac{T_\perp}{T_\parallel} \omega^2 + \omega_{ce}^2 \right) [Z_0(\zeta_{+1}) - Z_0(\zeta_{-1})] \right. \\
& \quad \left. \left. + \omega \frac{T_\perp + T_\parallel}{T_\parallel} [Z_0(\zeta_{+1}) + Z_0(\zeta_{-1})] \right\} \right] \tilde{E}_x \\
& - \left(c^2 k_y k_z + i\omega_{peh}^2 \frac{k_\perp}{2k_\parallel^2 w_\parallel} \left\{ \frac{T_\perp}{T_\parallel} \left(\frac{\omega^2}{\omega_{ce}} Z_0(\zeta_0) \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{\frac{\omega^2}{\omega_{ce}} [Z_0(\zeta_{+1}) + Z_0(\zeta_{-1})] + \omega [Z_0(\zeta_{+1}) - Z_0(\zeta_{-1})]}{2} \right) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{\omega [Z_0(\zeta_{+1}) - Z_0(\zeta_{-1})] + \omega_{ce} [Z_0(\zeta_{+1}) + Z_0(\zeta_{-1})]}{2} \right\} \right) \tilde{E}_y \\
& + \left[c^2 k_y^2 + \omega^2 - \omega_{pec}^2 - \omega_{pi}^2 + \frac{2\omega_{peh}^2 T_\perp}{k_\parallel^2 w_\parallel^2 T_\parallel} \left(1 + \frac{\omega}{k_\parallel w_\parallel} Z_0(\zeta_0) \right) \right] \tilde{E}_z = 0 \quad (4.1.4)
\end{aligned}$$

と、 x の2階微分を含む3つの連立方程式が得られる。

ここで、上記の式における k_\perp, k_\parallel 扱いについて考える。今扱っている状況では、 x 方向に電子がグローバルに動かないので、 x 毎に異なる x 方向の勾配長を L_x として、高温電子成分の誘電率が含んでいる k_x を $1/L_x$ と置き換えるという方法が考えられる。

ただし、この場合でも数値計算が複雑になると考えられ、また用いる誘電率も一様磁場を用いて導いたものであるもので、その時点で自己無矛盾でなくなってしまう。従って、今回のグローバルモードの計算では、上記のようなことを把握した上で、 $k_x = 1/L = \text{const.}$ (L : システム長) と考えるものとする。この近

似は、グローバルモードが x 方向に一山であると予想すると、妥当な近似であると考えられる。

4.2 数値計算手方案

次に、4.1 節で導出した(4.1.2) ~ (4.1.4) 式の x の 2 階微分を含む 3 つの連立方程式を数値的に解くための手方案について述べる。(4.1.2) ~ (4.1.4) 式を簡素な形で書き表すと、

$$ic^2k_yG_y + ic^2k_zG_z + f_{xx}(\omega)E_x + f_{xy}(\omega)E_y + f_{xz}(\omega)E_z = 0 \quad (4.1.2)'$$

$$-c^2G_y' + ic^2k_zG_x + f_{yx}(\omega)E_x + f_{yy}(\omega)E_y + f_{yz}(\omega)E_z = 0 \quad (4.1.3)'$$

$$-c^2G_z' + ic^2k_zG_x + f_{zx}(\omega)E_x + f_{zy}(\omega)E_y + f_{zz}(\omega)E_z = 0 \quad (4.1.4)'$$

となる。なお、

$$G_x = \frac{\partial E_x}{\partial x}, G_y = \frac{\partial E_y}{\partial x}, G_z = \frac{\partial E_z}{\partial x},$$

$$G_x' = \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}, G_y' = \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}, G_z' = \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2}$$

である。従って、以下の関係が成り立つ；

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ G_x \\ G_y \\ G_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \\ G_x' \\ G_y' \\ G_z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \\ G_x' \\ \frac{ic^2k_zG_x + f_{yx}(\omega)E_x + f_{yy}(\omega)E_y + f_{yz}(\omega)E_z}{c^2} \\ \frac{ic^2k_zG_x + f_{zx}(\omega)E_x + f_{zy}(\omega)E_y + f_{zz}(\omega)E_z}{c^2} \end{pmatrix}. \quad (4.2.1)$$

変数を $E_x, E_y, E_z, G_x, G_y, G_z$ として、(4.1.2)' ~ (4.1.4)' 式を Shooting Method で解くことを考える。以下に、その手順を示す。

(1) 固有値 ω の推測値を与える.

(2) ω の推測値でグローバルモードの常微分方程式を x について積分する.

ここで, G'_x は連立した方程式の中に存在しないため, まず E_x, G_x を除いた,

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} E_y \\ E_z \\ G_y \\ G_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_y \\ G_z \\ \frac{ic^2 k_z G_x + f_{yx}(\omega)E_x + f_{yy}(\omega)E_y + f_{yz}(\omega)E_z}{c^2} \\ \frac{ic^2 k_z G_x + f_{zx}(\omega)E_x + f_{zy}(\omega)E_y + f_{zz}(\omega)E_z}{c^2} \end{pmatrix}. \quad (4.1.5)'$$

で表される 1 階 4 連立の常微分方程式を x について積分する. その際, x の範囲の片方の端における境界条件は, $E_y = E_z = 0$ とし, 積分には前進差分を用いる. そして, 各 x において, 求めた E_y, E_z, G_y, G_z を (4.1.2)' 式に代入し, 代数的に E_x を求める. 最後に, 求めた E_x を用いて後進差分にて, G_x を求める.

(3) x のもう片方の端で, 境界条件 $E_y = E_z = 0$ を満たしているかを確認する.

(4) 境界条件を満たしていれば, 始めに選んだ ω の推測値は固有値である.

また, 境界条件を満たさなかった場合は, ω の推測値の値を少し変更して,

(1) ~ (3) の手順を繰り返し行い, 境界条件を満たすような ω を探す.

以上の手順を用いて得られた数値解を分析することは, 今後の課題である.

第 5 章 結論

本研究は、理論モデル及び数値計算によって、2 成分の電子温度を持つ磁気圏型プラズマ中に観測される電磁揺動を解析、及び高温電子成分の有限温度効果・温度非等方性効果によって起きうる不安定性・減衰機構を調査することを目的とし、それらを解析するためのモデルの基礎として、局所解析及び 1 次元グローバルモードのモデル化を行った。

局所解析については、高温電子、低温電子、低温イオンの 3 成分から成る磁化プラズマ中の電磁波の局所分散関係、パラメータ依存性を調べ、揺動と考えられる波の種類、その波の周波数を増減させるパラメータ、波を不安定もしくは減衰させるパラメータを推定した。

Maxwell 方程式から局所分散関係式を求めると、 ω の 6 次式となり、各粒子に対応する 3 種類の垂直伝播する波が生じることが分かった。これは、各粒子の電磁場における運動の様子が成分毎に異なるためであると考えられる。また、ECH 実験で観測された揺動は Alfvén 周波数程度であることや、温度非等方性効果に起因する不安定性や減衰は Alfvén 周波数が特徴的なパラメータになることから、この 3 種類の波の中で Alfvén 周波数程度の波に着目すると、それは X 波のブランチであることが分かった。この X 波のブランチが、パラメータの変化や温度非等方性効果の影響により、周波数特性を変化させると考えられる。

着目した X 波のブランチの物理描像を理解するため、X 波によって生じる電場の推移を調べたところ、基本的には楕円偏光であり、 x - y 成分と z 方向がカップリングすることで楕円偏光が磁力線方向成分を持つことが分かった。また、温度非等方性が強くなると、高温電子の運動は磁場に垂直方向の運動が支配的

となり、同時に磁力線方向の運動が衰える。従って、電場は垂直方向成分が支配的となり、磁力線方向成分は弱くなる。

着目した X 波の周波数の実部 ω_r に着目し、各パラメータ依存性及び温度非等方性効果の影響を調べたところ、周波数を上昇させる要因は磁場強度、温度非等方性であり、減少させる要因は 2 種類の電子の密度比であると考えられる。前者について、弱磁場領域において、磁場強度が減少すると着目した波の周波数は局所的に上昇する。また、温度非等方性を強くすることで、周波数は大域的に上昇する。後者において、高温電子の密度の割合が増加するにつれて、周波数は減少する。その際、背景磁場を固定した局所解析において、ECH 実験における加熱用電磁波照射中よりも、加熱用電磁波照射を切った後に相当する条件のほうが、X 波の周波数はより大きく減少することが分かった。なお、これらの局所データは、1 次元グローバルモードの数値解析を行う際に、数値解を求めるための重要な情報となる、

着目した X 波の周波数の虚部 ω_i に着目し、各パラメータ依存性及び温度非等方性効果の影響を調べたところ、大きな減衰が確認された。本モデルでは、背景磁場に垂直方向の波数 k_\perp だけでなく平行方向の波数 k_\parallel が組み合わさっている。それ故、波が Landau 減衰を受ける磁力線方向に伝播する静電波とカップリングし、減衰が起きていると考えられる。従って、この減衰は k_\parallel の効果によって生じており、 $k_\parallel = 0$ のプラズマでは減衰せずに波は存在すると考えられる。この結果は、ECH 実験において $k_\parallel = 0$ であることとも一致している。さらに、磁場強度の強さによっては、Landau 減衰の他に電子サイクロトロン減衰も起きている可能性がある。これらの結果に対して、温度非等方性を加える事で、減衰率が減少することが分かった。これは、温度非等方性が強くなることで、Landau 減衰の減衰率が低下し、それに伴って Landau 減衰を受ける静電波とカップリン

グしている X 波の減衰率も低下すると考えられ、特に Landau 減衰を表す式における $\exp(-\hat{\omega}_{\parallel}^{-2})$ の項が強く影響すると考えられる。また、電子サイクロトロン減衰とみられる減衰の効果も温度非等方性の強弱によって変化しており、波と粒子の共鳴条件が温度非等方性の影響を受けて変化することで、電子サイクロトロン減衰が起こりうる条件も大きく変化する可能性があると考えられる。なお、この条件の大きな変化によって、磁力線方向の電場の磁場依存性も大きく変化すると考えられる。

上記の局所解析結果を基に、 x 方向を微分方程式とした 1 次元グローバルモードのモデル化を行った。また、その数値解法について検討した。実際に求めた数値解を分析することは、今後の課題である。

付録 A 高温電子の電気比感受率テンソル

本研究では，高温電子からの電気比感受率テンソルへの寄与は，線形化 Vlasov 方程式を用いて求めた．ここでは，その具体的な導出過程を示す．なお，導出には文献[6][8][12]を参考にした．

本文中で記したように，線形化 Vlasov 方程式を積分することで，形式的な解

$$f_{eh1}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \frac{e}{m_e} (\mathbf{E}'_1 + \mathbf{v}' \times \mathbf{B}'_1) \cdot \frac{\partial f'_{eh0}}{\partial \mathbf{v}'} \quad (2.3.10)$$

が与えられるので，この式から電気比感受率テンソルを導出する．なお，磁場については，本文中の(3.1.1) 式にあるように，

$$\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{\mathbf{z}}, \quad B_0 = \text{const.} \quad (3.1.1)$$

と，平衡磁場が一様であるとする．また，平衡分布関数は，

$$f_{eh0} = f_{eh0}(v_{\perp}, v_{\parallel}) \quad (\text{A. 1})$$

とする．

本文中の(3.1.8), (3.1.16) 式より，

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{x}', t') = \mathbf{E} \exp\{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}' - \omega t')\} \quad (\text{A. 2})$$

$$\mathbf{k} = k_x \hat{\mathbf{x}} + k_y \hat{\mathbf{y}} + k_z \hat{\mathbf{z}} \quad (3.1.9)$$

$$\mathbf{B}_1 = \frac{1}{\omega} \mathbf{k} \times \mathbf{E}_1 \quad (\text{A. 3})$$

とすると，(2.3.10) 式は，

$$\begin{aligned} f_{eh1}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) &= \frac{e}{m_e} \int_{-\infty}^t dt' \exp\{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}' - \omega t')\} \\ &\quad \times \mathbf{E} \cdot \left[\mathbf{I} \left(1 - \frac{\mathbf{v}' \cdot \mathbf{k}}{\omega} \right) + \frac{\mathbf{v}' \mathbf{k}}{\omega} \right] \cdot \frac{\partial f'_{eh0}(\mathbf{v}')}{\partial \mathbf{v}'} \end{aligned} \quad (\text{A. 4})$$

と書ける．ただし， \mathbf{I} は単位行列である．

$t = t'$ において， $\mathbf{x}' = \mathbf{x}$, $\mathbf{v}' = \mathbf{v}$, すなわち，高温電子の無摂動軌道を考えると以

下のように表される：

$$\tau := t - t', \quad (\text{A. 5})$$

$$v_x = v_{\perp} \cos \phi, \quad (\text{A. 6})$$

$$v_y = v_{\perp} \sin \phi, \quad (\text{A. 7})$$

$$v_z = v_{\parallel}, \quad (\text{A. 8})$$

$$v'_x = v_{\perp} \cos(\phi + \omega_{\text{ce}} \tau), \quad (\text{A. 9})$$

$$v'_y = v_{\perp} \sin(\phi + \omega_{\text{ce}} \tau), \quad (\text{A. 10})$$

$$v'_z = v_{\parallel}, \quad (\text{A. 11})$$

$$x' = x - \frac{v_{\perp}}{\omega_{\text{ce}}} [\sin(\phi + \omega_{\text{ce}} \tau) - \sin \phi], \quad (\text{A. 12})$$

$$y' = y - \frac{v_{\perp}}{\omega_{\text{ce}}} [\cos(\phi + \omega_{\text{ce}} \tau) - \cos \phi], \quad (\text{A. 13})$$

$$z' = z - v_{\parallel} \tau. \quad (\text{A. 14})$$

次に、波数について、

$$k_x = k_{\perp} \cos \theta, \quad (\text{A. 15})$$

$$k_y = k_{\perp} \sin \theta, \quad (\text{A. 16})$$

$$k_z = k_{\parallel} \quad (\text{A. 17})$$

と表して、波の位相を荷電粒子の位置で評価すると、

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}' - \omega t' &= k_x \left\{ x - \frac{v_{\perp}}{\omega_{\text{ce}}} [\sin(\phi + \omega_{\text{ce}} \tau) - \sin \phi] \right\} \\ &\quad + k_y \left\{ y - \frac{v_{\perp}}{\omega_{\text{ce}}} [\cos(\phi + \omega_{\text{ce}} \tau) - \cos \phi] \right\} + k_z (z - v_{\parallel} \tau) - \omega (t - \tau) \\ &= \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t + \beta, \end{aligned} \quad (\text{A. 18})$$

$$\beta := -\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_{\text{ce}}} [\sin(\phi - \theta + \omega_{\text{ce}} \tau) - \sin(\phi - \theta)] + (\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}) \tau \quad (\text{A. 19})$$

となる。

また、

$$U := \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\perp}} + \frac{k_{\parallel}}{\omega} \left(v_{\perp} \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\parallel}} - v_{\parallel} \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\perp}} \right), \quad (\text{A. 20})$$

$$V := \frac{k_{\perp}}{\omega} \left(v_{\perp} \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\parallel}} - v_{\parallel} \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\perp}} \right), \quad (\text{A. 21})$$

$$W := \left(1 - \frac{n\omega_{ce}}{\omega} \right) \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\parallel}} - \frac{n\omega_{ce}}{\omega} \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\perp}} \quad (\text{A. 22})$$

を定義し, (A.4) 式を書き直すと,

$$\begin{aligned} f_{eh1}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = & \frac{e}{m_e} \exp\{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} \\ & - \omega t)\} \int_0^{\infty} d\tau \exp \left[i\beta \left\{ E_x U \cos(\phi + \omega_{ce}\tau) + E_y U \sin(\phi + \omega_{ce}\tau) \right. \right. \\ & \left. \left. + E_z \left(\frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\parallel}} - V \sin(\phi - \theta + \omega_{ce}\tau) \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{A. 23})$$

となる.

(3.1.15) 式より,

$$\vec{\varepsilon}(\omega, \mathbf{k}) := \vec{I} + \vec{\chi}_{eh}(\omega, \mathbf{k}) \quad (\text{A. 24})$$

であるので, 高温電子の電流密度は $\hat{\mathbf{j}}_{eh1}$ は,

$$\mathbf{j}_{eh1} = -e \int d^3\mathbf{v} \mathbf{v}_{eh} f_{eh1}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = -\frac{i\omega}{4\pi} \vec{\chi}_{eh} \cdot \mathbf{E} \quad (\text{A. 25})$$

と表せる.

簡単な場合として, $k_y = 0$ すなわち, $\theta = 0$ を考える. 恒等式[13]

$$\exp(iz\sin\phi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(in\phi) J_n(z), \quad (\text{A. 26})$$

$$\exp\{-iz\sin(\phi + \omega_{ce}\tau)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\{im(\phi + \omega_{ce}\tau)\} J_m(z), \quad (\text{A. 27})$$

を用いることで,

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi} d\phi \exp(-iz[\sin(\phi + \omega_{ce}\tau) - \sin\phi]) \begin{pmatrix} \sin\phi \sin(\phi + \omega_{ce}\tau) \\ \sin\phi \cos(\phi + \omega_{ce}\tau) \\ \cos\phi \sin(\phi + \omega_{ce}\tau) \\ \cos\phi \cos(\phi + \omega_{ce}\tau) \\ 1 \\ \sin\phi \\ \cos\phi \\ \sin(\phi + \omega_{ce}\tau) \\ \cos(\phi + \omega_{ce}\tau) \end{pmatrix} \\
&= 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-in\omega_{ce}\tau) \begin{pmatrix} (J'_n)^2 \\ -\frac{in}{z} J_n J'_n \\ \frac{in}{z} J_n J'_n \\ \frac{n^2}{z^2} J_n^2 \\ J_n^2 \\ -iJ_n J'_n \\ \frac{n}{z} J_n^2 \\ iJ_n J'_n \\ \frac{n}{z} J_n^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.28})
\end{aligned}$$

となる。ただし,

$$z := \frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_{ce}}, \quad (\text{A.28})$$

である。

$\theta = 0$ のときに式を仮定すると, (A.23) 式の τ の積分は,

$$-e \int_0^{\infty} d\tau \exp\{i(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - n\omega_{ce})\tau\} = \frac{-ie}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - n\omega_{ce}} \quad (\text{A.30})$$

ここで, 速度空間全域で積分すると,

$$1 = \int d^3v f_{eh0}. \quad (\text{A.31})$$

となるように規格化されているとすると, 高温電子の電気比感受率テンソルは,

$$\vec{\chi}_{eh} = \frac{\omega_{peh0}^2}{\omega \omega_{ce0}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} 2\pi v_{\perp} dv_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \frac{\omega_{ce}}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - n\omega_{ce}} \vec{S}_{eh}, \quad (\text{A.32})$$

$$\vec{S}_{\text{eh}} = \begin{pmatrix} \left(\frac{n}{z}\right)^2 J_n^2(z) v_{\perp} U & \frac{in}{z} J_n(z) J'_n(z) v_{\perp} U & \frac{n}{z} J_n^2(z) v_{\perp} W \\ -\frac{in}{z} J_n(z) J'_n(z) v_{\perp} U & (J'_n(z))^2 v_{\perp} U & -i J_n(z) J'_n(z) v_{\perp} W \\ \frac{n}{z} J_n^2(z) v_{\parallel} U & i J_n(z) J'_n(z) v_{\parallel} U & J_n^2(z) v_{\parallel} W \end{pmatrix} \quad (\text{A.33})$$

と表せる.

また,

$$v_{\parallel} U - v_{\perp} W = \left(v_{\parallel} \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\perp}} - v_{\perp} \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\parallel}} \right) \frac{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - n\omega_{ce}}{\omega}, \quad (\text{A.34})$$

であり,

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} n J_n^2(z) = 0, \quad (\text{A.35})$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) J'_n(z) = 0, \quad (\text{A.36})$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(z) = 1 \quad (\text{A.37})$$

であるとする、(A.33) 式の $S_{\text{eh},xz}$, $S_{\text{eh},yz}$ 成分中の $v_{\perp} W$ は $v_{\parallel} U$ で置き換えることができるので、 $\vec{\chi}_{\text{eh}}$ の要素は任意の $f_{eh0}(v_{\perp}, v_{\parallel})$ においてオンサーガーの相反定理の対称性を示す[14].

最終的な $\vec{\chi}_{\text{eh}}$ は,

$$\begin{aligned} \vec{\chi}_{\text{eh}} = & \frac{\omega_{peh0}^2}{\omega \omega_{ce0}} \int_0^{\infty} 2\pi v_{\perp} dv_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \left[\frac{\omega_{ce}}{\omega} \left(\frac{1}{v_{\parallel}} \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\parallel}} - \frac{1}{v_{\perp}} \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\perp}} \right) v_{\parallel}^2 \hat{\mathbf{z}} \right. \\ & \left. + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_{ce} v_{\perp} U}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - n\omega_{ce}} \vec{\tilde{T}}_n \right], \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

$$\tilde{T}_n := \begin{pmatrix} \left(\frac{n}{z}\right)^2 J_n^2(z) & \frac{in}{z} J_n(z) J_n'(z) & \frac{n}{z} J_n^2(z) \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} \\ -\frac{in}{z} J_n(z) J_n'(z) & (J_n'(z))^2 & -i J_n(z) J_n'(z) \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} \\ \frac{n}{z} J_n^2(z) \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} & i J_n(z) J_n'(z) \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} & J_n^2(z) \left(\frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}}\right)^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.39})$$

となる.

平衡分布関数について, 磁力線に垂直な方向の速度分布が Maxwell 分布:

$$f_{\text{eh0}}(v_{\perp}, v_{\parallel}) = h(v_{\parallel}) \frac{1}{\pi w_{\perp}^2} \exp\left(-\frac{v_{\perp}^2}{w_{\perp}^2}\right) \quad (\text{A.40})$$

と仮定する. ただし,

$$\int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} h(v_{\parallel}) = 1, \quad (\text{A.41})$$

$$v_{\perp}^2 = v_x^2 + v_y^2, \quad (\text{A.42})$$

$$w_{\perp}^2 = \frac{2T_{\perp}}{m} \quad (\text{A.43})$$

である.

ここで,

$$\int_0^{\infty} t dt J_v(at) J_v(bt) \exp(-p^2 t^2) = \frac{1}{p^2} \exp\left(-\frac{a^2 + b^2}{p^2}\right) I_v\left(\frac{ab}{p^2}\right). \quad (\text{A.44})$$

$$\text{Re}(v) > -1, \quad |\arg p| < \frac{\pi}{4}. \quad (\text{A.45})$$

を用いると[15],

$$\frac{1}{\pi w_{\perp}^2} \int_0^{\infty} 2\pi v_{\perp} dv_{\perp} J_n^2\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_{\text{ce}}}\right) \exp\left(-\frac{v_{\perp}^2}{w_{\perp}^2}\right) = \exp(-\lambda) I_n(\lambda), \quad (\text{A.46})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi w_{\perp}^2} \int_0^{\infty} 2\pi v_{\perp}^2 dv_{\perp} J_n\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_{\text{ce}}}\right) J_n'\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_{\text{ce}}}\right) \exp\left(-\frac{v_{\perp}^2}{w_{\perp}^2}\right) \\ &= -\frac{k_{\perp} w_{\perp}^2}{2\omega_{\text{ce}}} \exp(-\lambda) [I_n(\lambda) - I_n'(\lambda)], \end{aligned} \quad (\text{A.47})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi w_{\perp}^2} \int_0^{\infty} 2\pi v_{\perp}^3 dv_{\perp} \left[J_n'\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\omega_{\text{ce}}}\right)\right]^2 \exp\left(-\frac{v_{\perp}^2}{w_{\perp}^2}\right) \\ &= \frac{w_{\perp}^2}{2} \exp(-\lambda) \left[\frac{n^2}{\lambda} I_n(\lambda) + 2\lambda I_n - 2\lambda I_n'\right], \end{aligned} \quad (\text{A.48})$$

と表せる．ただし，

$$\lambda = \frac{k_{\perp}^2 w_{\perp}^2}{2\omega_{ce}^2} = \frac{k_{\perp}^2 r_L^2}{2} \quad (\text{A.49})$$

である．また，(A.20)，(A.22) 式を用いると，

$$v_{\perp} U = v_{\perp} \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\perp}} + \frac{k_{\parallel} v_{\perp}}{\omega} \left(v_{\perp} \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\parallel}} - v_{\parallel} \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\perp}} \right), \quad (\text{A.50})$$

$$v_{\parallel} W = v_{\parallel} \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\parallel}} \left(1 - \frac{n\omega_{ce}}{\omega} \right) + \frac{n\omega_{ce} v_{\parallel}^2}{\omega v_{\perp}} \frac{\partial f_{eh0}}{\partial v_{\perp}} \quad (\text{A.51})$$

従って，(A.32)，(A.38) 式から，

$$\vec{\chi}_{eh} = \frac{\omega_p^2}{\omega} \left[\hat{\mathbf{z}} \hat{\mathbf{z}} \frac{2}{k_{\parallel} w_{\perp}^2} \langle v_{\parallel} \rangle + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-\lambda) \vec{\tilde{Y}}_n(\lambda) \right], \quad (\text{A.52})$$

$\vec{\tilde{Y}}_n(\lambda)$

$$:= \begin{pmatrix} \frac{n^2}{\lambda} I_n(\lambda) A_n & -in (I_n(\lambda) - I'_n(\lambda)) A_n & \frac{k_{\perp}}{\omega_{ce}} \frac{n}{\lambda} I_n(\lambda) B_n \\ in (I_n(\lambda) - I'_n(\lambda)) A_n & \left[\left(\frac{n^2}{\lambda} + 2\lambda \right) I_n(\lambda) - 2\lambda I'_n(\lambda) \right] A_n & \frac{ik_{\perp}}{\omega_{ce}} (I_n(\lambda) - I'_n(\lambda)) B_n \\ \frac{k_{\perp}}{\omega_{ce}} \frac{n}{\lambda} I_n(\lambda) B_n & -\frac{ik_{\perp}}{\omega_{ce}} (I_n(\lambda) - I'_n(\lambda)) B_n & \frac{2(\omega - n\omega_{ce})}{k_{\parallel} w_{\perp}^2} I_n(\lambda) B_n \end{pmatrix} \quad (\text{A.53})$$

となる．ただし，

$$A_n := \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \frac{H(v_{\parallel})}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - n\omega_{ce}}, \quad (\text{A.54})$$

$$B_n := \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \frac{v_{\parallel} H(v_{\parallel})}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - n\omega_{ce}}, \quad (\text{A.55})$$

$$H(v_{\parallel}) := -\left(1 - \frac{k_{\parallel} v_{\parallel}}{\omega} \right) h(v_{\parallel}) + \frac{k_{\parallel} w_{\perp}^2}{2\omega} h'(v_{\parallel}) \quad (\text{A.56})$$

である．

(A.49) 式より，高温電子の熱速度で評価した Larmor 半径 r_L を用いた形で λ を表現できる．よって，Larmor 半径が波長に比べて十分に小さければ， $\lambda \ll 1$ と

した近似を行うことが出来る．今回は λ の 1 次まで取ることとすると

$(n = 0, \pm 1, \pm 2)$,

$$\exp(-\lambda)\vec{\tilde{Y}}_0 \cong \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\lambda A_0 & \frac{ik_{\perp}}{2\omega_{ce}}(2-3\lambda)B_0 \\ 0 & -\frac{ik_{\perp}}{2\omega_{ce}}(2-3\lambda)B_0 & \frac{2\omega}{k_{\parallel}w_{\perp}^2}(1-\lambda)B_0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A. 57})$$

$$\exp(-\lambda)\vec{\tilde{Y}}_{\pm 1} \cong \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (1-\lambda)A_{\pm 1} & \pm i(1-2\lambda)A_{\pm 1} & \pm \frac{k_{\perp}}{\omega_{ce}}(1-\lambda)B_{\pm 1} \\ \mp i(1-2\lambda)A_{\pm 1} & (1-3\lambda)A_{\pm 1} & -\frac{ik_{\perp}}{2\omega_{ce}}(2-3\lambda)B_{\pm 1} \\ \pm \frac{k_{\perp}}{\omega_{ce}}(1-\lambda)B_{\pm 1} & \frac{ik_{\perp}}{2\omega_{ce}}(2-3\lambda)B_{\pm 1} & \frac{2(\omega \mp \omega_{ce})}{k_{\parallel}w_{\perp}^2}\lambda B_{\pm 1} \end{pmatrix}, \quad (\text{A. 58})$$

$$\exp(-\lambda)\vec{\tilde{Y}}_{\pm 2} \cong \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2\lambda A_{\pm 2} & \pm 2i\lambda A_{\pm 2} & \pm \frac{k_{\perp}}{\omega_{ce}}\lambda B_{\pm 2} \\ \mp 2i\lambda A_{\pm 2} & 2\lambda A_{\pm 2} & -\frac{ik_{\perp}}{\omega_{ce}}\lambda B_{\pm 2} \\ \pm \frac{k_{\perp}}{\omega_{ce}}\lambda B_{\pm 2} & \frac{ik_{\perp}}{\omega_{ce}}\lambda B_{\pm 2} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A. 59})$$

となる．

さらに，磁力線に平衡方向の速度分布関数 $h(v_{\parallel})$ にも Maxwell 分布：

$$h = \frac{1}{\sqrt{\pi}w_{\parallel}} \exp\left(-\frac{(v_{\parallel}-V)^2}{w_{\parallel}^2}\right) \quad (\text{A. 60})$$

を選ぶと，

$$Z_p(\omega, w_{\parallel}, k_{\parallel}, V, n\omega_{ce}) := \frac{ik_{\parallel}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} v_{\parallel}^p \\ \times \int_0^{\infty} d\tau \exp(i(\omega - k_{\parallel}v_{\parallel} - n\omega_{ce})\tau) \exp\left(-\frac{(v_{\parallel}-V)^2}{w_{\parallel}^2}\right) \quad (\text{A. 61})$$

$$= \frac{w_{\parallel}^p}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{(\xi + U)^p}{\xi - \zeta_n} \exp(-\xi), \quad (\text{A. 62})$$

$$\xi := \frac{v_{\parallel} - V}{w_{\parallel}}, \quad (\text{A. 63})$$

$$\zeta_n := \frac{1}{k_{\parallel} w_{\parallel}} (\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - n\omega_{ce}), \quad (\text{A. 64})$$

$$U := \frac{V}{w_{\parallel}}, \quad (\text{A. 65})$$

を用いて(A.54), (A.55) 式に示される A_n, B_n を書き下すことができる. $V = 0$ のときは,

$$A_n = \frac{1}{\omega} \frac{T_{\perp} - T_{\parallel}}{T_{\parallel}} + \frac{1}{k_{\parallel} w_{\parallel}} \frac{(\omega - n\omega_{ce})T_{\perp} + n\omega_{ce}T_{\parallel}}{\omega T_{\parallel}} Z_0(\zeta_n), \quad (\text{A. 66})$$

$$B_n = \frac{1}{k_{\parallel}} \frac{(\omega - n\omega_{ce})T_{\perp} + n\omega_{ce}T_{\parallel}}{\omega T_{\parallel}} \left(1 + \frac{\omega - n\omega_{ce}}{k_{\parallel} w_{\parallel}} Z_0(\zeta_n) \right) \quad (\text{A. 67})$$

となる. また, $V = 0, T_{\perp} = T_{\parallel}$ の場合を書くと,

$$A_n = \frac{1}{k_{\parallel} w_{\parallel}} Z_0(\zeta_n), \quad (\text{A. 68})$$

$$B_n = \frac{1}{k_{\parallel}} (1 + \zeta_n Z_0(\zeta_n)) \quad (\text{A. 69})$$

となる.

ここで, 本文中でも述べたが, プラズマ分散関数 $Z_0(\zeta)$ の展開形について以下に示す. $|\zeta| \ll 1$ のとき,

$$Z_0(\zeta) = i\sqrt{\pi} \text{sgn}(k_{\parallel}) \exp(-\zeta^2) - 2\zeta + \frac{2 \cdot 2\zeta^3}{3 \cdot 1} - \frac{2 \cdot 2 \cdot 2\zeta^5}{5 \cdot 3 \cdot 1} + \dots \quad (\text{A. 70})$$

となる. また, $|\zeta| \gg 1$ のとき,

$$Z_0(\zeta) = i\sigma\sqrt{\pi} \text{sgn}(k_{\parallel}) \exp(-\zeta^2) - \frac{1}{\zeta} - \frac{1}{2\zeta^3} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2\zeta^5} - \dots \quad (\text{A. 71})$$

となる. ただし,

$$\begin{cases} \sigma = 0 & \text{for } \text{sgn}(k_{\parallel}) \text{sgn}(\zeta) = \text{sgn}(\text{Im } \omega) > 0 \\ 2 & \text{for } \text{sgn}(k_{\parallel}) \text{sgn}(\zeta) = \text{sgn}(\text{Im } \omega) < 0 \\ 1 & \text{if } |\text{Re } \zeta| \gg 1 \text{ and } |\text{Re } \zeta| |\text{Im } \zeta| \leq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

さらに, $k_{\parallel} \rightarrow 0$ の場合, $\omega - n\Omega_c \neq 0$ ならば $\zeta_n \rightarrow \pm\infty$ となる. このとき,

$$Z_0(\zeta) \cong -\frac{1}{\zeta} - \frac{1}{2\zeta^3} \quad (\text{A. 72})$$

となる．従って，(A.72) 式を(A.66), (A.67) 式に代入すると，

$$\begin{aligned} A_n &\cong \frac{1}{\omega} \frac{T_{\perp} - T_{\parallel}}{T_{\parallel}} + \frac{1}{k_{\parallel} w_{\parallel}} \frac{(\omega - n\omega_{ce})T_{\perp} + n\Omega_c T_{\parallel}}{\omega T_{\parallel}} \left[-\frac{k_{\parallel} w_{\parallel}}{\omega - n\omega_{ce}} - \frac{1}{2} \left(\frac{k_{\parallel} w_{\parallel}}{\omega - n\omega_{ce}} \right)^3 \right] \\ &= -\frac{1}{\omega - n\omega_{ce}} + O(k_{\parallel}^2), \end{aligned} \quad (\text{A.73})$$

$$\begin{aligned} B_n &\cong \frac{1}{k_{\parallel}} \frac{(\omega - n\omega_{ce})T_{\perp} + n\omega_{ce}T_{\parallel}}{\omega T_{\parallel}} \left\{ 1 + \frac{\omega - n\omega_{ce}}{k_{\parallel} w_{\parallel}} \left[-\frac{k_{\parallel} w_{\parallel}}{\omega - n\omega_{ce}} - \frac{1}{2} \left(\frac{k_{\parallel} w_{\parallel}}{\omega - n\omega_{ce}} \right)^3 \right] \right\} \\ &= -\frac{k_{\parallel}}{2(\omega - n\omega_{ce})^2} \left[w_{\perp}^2 - \frac{n\omega_{ce}}{\omega} (w_{\perp}^2 - w_{\parallel}^2) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.74})$$

となる．

なお，温度ゼロの極限 $T_{\perp}, T_{\parallel} \rightarrow 0$ では， $B_n \rightarrow 0$ となるため， \vec{Y}_0 の x - y 成分と z 方向成分，すなわち磁力線垂直方向成分と磁力線方向成分に分離することが出来る．また，この場合の $\vec{\chi}_{eh}$ は低温成分だが， $\vec{\chi}_{ec}$ のようにドリフト近似をしていないため，同じ低温成分でも $\vec{\chi}_{eh} \neq \vec{\chi}_{ec}$ となる．

謝辞

本研究の進行及び本論文の作成を行うにあたりまして、多数の方々から多大なご協力を頂きました。この場をお借りして、謹んで感謝の意を表します。

まず初めに、指導教員として 1 年半、それ以降も大変お世話になりました古川勝准教授に御礼の言葉を述べさせていただきます。現在鳥取大学に籍を置かれる古川先生には、本研究に関して多大なる助言・助力を始め、その他数多くのことを二年間にわたり親切に指導して頂きました。本研究室在籍時は勿論の事、鳥取大学に籍を移されてからも、時に厳しく、時に優しく親身になって指導して下さいましたこと、心より感謝申し上げます。先生から受けた御恩に少しでも報いるため、今まで教えて頂いたことを出来る限り実践できるよう、今後も精進していきたいと思えます。

吉田善章教授には、古川先生が籍を移された後、新たな指導教員となって頂いたこと、ただただ感謝の気持ちでいっぱいです。研究に対する目的意識や基礎理論を確認することの重要性や聴衆に配慮した発表の仕方・心構えなど、様々な面においてご指導頂きました。研究に関することのみならず、普段の生活においても物事の本質を大切にすることの姿勢を学ばせて頂いたと感じています。

齋藤先生、研究員の矢野さんには、普段の研究生生活のみならず、研究背景について様々な意見や助言を頂くなど、度々お世話になりましたこと、改めてお礼申し上げます。

森川先生や Volponi 先生には、研究において直接お世話になることはありませんでしたが、食事や親睦会等の機会に色々お話をさせて頂き、私にとって貴重な経験となりました。

秘書の北山さんには、学会出張の旅費申請などの事務的な面での助力を始め、様々な面でお世話になり、研究室内で有意義な生活を送ることが出来ました。

研究室の先輩である、川面さん、金子さん、江本さんには研究の助言やレクリエーションにお誘いなど、学生生活において大変お世話になりました。将来活躍の場を移されても、より充実した研究活動を行えますよう、心より応援申し上げます。

同期の笠岡君、坂本君には、公私にわたって大変お世話になりました。二人のお陰で、今日まで充実した学生生活を過ごすことが出来たと思っています。互いの進路は違えども、これからの更なる活躍を祈っています。

後輩である、大野君、佐々木君、近末君、野上君は、皆優秀であり、先輩として大して力になることが出来ませんでした。少しでも伝えられたことがあったならば幸いです。各人の研究及び学生生活の飛躍を期待しています。

昨年九月より入学された若林さん、佐藤君とは、僅か半年程ではありましたが、お世話になりました。今後の研究生生活が実りあるものになるよう祈っています。

最後に、上記の関係者一同及び、家族や友人といった、今まで私を支えて下さった多くの皆様に、今一度深くお礼申し上げます。

後藤 義哉

参考文献

- [1] Z. Yoshida, H. Saitoh, J. Morikawa, Y. Yano, S. Watanabe and Y. Ogawa, “Magnetospheric vortex formation: self-organized confinement of charged particles”, *Phys. Rev. Lett.* 104, 235004 (2010).
- [2] H. Saitoh, Z. Yoshida, J. Morikawa, Y. Yano, H. Mikami, N. Kasaoka, and W. Sakamoto, "Observation of magnetic fluctuations and rapid density decay of magnetospheric plasma in RT-1", *Physics of Plasmas*, 19, 064502 (2012).
- [3] 北條仁士, プラズマ・核融合学会誌 第75巻第6号(1999)
- [4] Y. Omura, et al., *JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH*, VOL. 113(2008).
- [5] 宮本健郎, 「核融合のためのプラズマ物理」(岩波書店, 1987)
- [6] 田中基彦, 西川恭治, 「パリティ物理学コース 高温プラズマの物理学」(丸善, 1991)
- [7] Francis F.Chen, “Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion”, Second Edition, Volume 1, Plenum Press, New York and London, (1984)
- [8] D. G. Swanson, “Plasma Kinetic Theory”, Auburn University, Alabama, USA, (2008)
- [9] 宮本健郎, 「プラズマ物理・核融合」(東京大学出版会, 東京, 2004)
- [10] Kennel and Petcheck, *J. Geophys. Res.*, (1966)
- [11] Sydora et al., *Geophys. Res. Lett.*, (2007)
- [12] T. H. Stix, “Waves in Plasmas”, American Institute of Physics, New York, Inc., (1992)
- [13] D. C. Montgomery, and D. A. Tidman, “Plasma Kinetic Theory”, McGraw-Hill,

New York, (1964)

[14] S. R. DeGroot, and P. Mazur, “Non-Equilibrium Thermodynamics”, Dover ed., New York, (1984) ; North-Holland, Amsterdam, (1962)

[15] G. N. Watson, “A Treatise on the Theory of Bessel Functions”, Cambridge University Press, New York, (1922)

学会発表

1. 日本物理学会 2012 秋季大会 口頭発表

「磁場に垂直に伝播する電磁波への高エネルギー電子の影響」

後藤義哉，古川勝

2. 日本物理学会 2013 春季大会 口頭発表（予定）

「背景磁場に垂直に伝播する電磁波に対する高温電子の温度非等方性効果」

後藤義哉，古川勝