

修士論文

Implicit Polynomialを用いた 発掘情報に基づく石敷きモデル生成



2014年 2月 6日

指導教員 池内 克史 教授

東京大学大学院情報理工学系研究科
電子情報学専攻

48126421 進矢 陽介

内容梗概

複合現実感技術を用いた遺跡のバーチャル復元が行われている。遺跡では石敷きの一部が発掘されているため、発掘情報をコンテンツ内の石敷きに反映させることが望ましい。しかし、従来手法では3次元計測データに基づく石敷きを生成できない。例えば、メッシュによる形状表現では、分布を保持しつつ形状を制御して敷き詰めるのは困難である。そこで本研究では、発掘された石の点群データから Implicit Polynomial (IP) を用いて石を再構成し、ラゲールボロノイ図へ配置することで、元の石敷きに似た広面積の石敷き 3D モデルを生成する。陰関数曲面の一種である IP は、補間とブレンディングを容易に行えるため、提案手法では敷き詰め度合いを自在に調整可能である。

目次

第 1 章	序論	1
1.1	研究背景	2
1.2	研究目的	3
1.3	本論文の構成	3
第 2 章	関連研究	4
2.1	はじめに	5
2.2	ボロノイ図を用いない石敷き等の生成	5
2.3	ボロノイ図を用いた石敷き等の生成	5
2.3.1	ボロノイ図	5
2.3.2	Aperiodic rock piles	6
2.3.3	Fourier-Voronoi-based packing	7
2.3.4	地表の岩石生成	7
2.3.5	L_p 重心ボロノイ分割	7
2.4	形状の表現方式	8
2.4.1	分類	8
2.4.2	フーリエ記述子	9
2.4.3	陰関数曲面	9
2.5	Implicit Polynomial (IP)	10
2.5.1	IP の基本	10
2.5.2	3L method	11
2.5.3	リッジ回帰	11
2.5.4	Adaptive IP Fitting	12
2.6	まとめ	12
第 3 章	2次元の石敷きテクスチャ生成	14
3.1	はじめに	15
3.2	ラゲールボロノイ図	15
3.3	IP による形状合わせ	16
3.4	相似図形最大化	17
3.5	実験	18
3.5.1	ボロノイ領域の面積合わせ	18
3.5.2	2次元の石の IP フィッティングと補間	19

目次

3.6	考察	20
3.7	まとめ	23
第4章	3次元の石敷きモデル生成	24
4.1	はじめに	25
4.2	点群データからの石の再構成	25
4.2.1	点群データのセグメンテーション	25
4.2.2	IPを用いた石の裏側の再構成	26
4.3	石の敷き詰め	27
4.3.1	3次元での敷き詰め	27
4.3.2	R-ブレンディング	27
4.3.3	敷き詰め形状生成	29
4.3.4	補間による敷き詰め度合い調整	30
4.3.5	表面情報	31
4.4	実験	31
4.4.1	IPを用いた点群からの石の再構成	32
4.4.2	ボロノイ図への石の配置と補間	35
4.5	考察	35
4.6	まとめ	40
第5章	結論	41
5.1	まとめ	42
5.2	今後の課題と展望	43
	謝辞	44
	参考文献	45
	発表文献	49

図目次

1.1	遺跡のバーチャル復元	2
2.1	ボロノイ図の例 [1]	5
2.2	Adaptive IP Fitting[2]	12
3.1	2次元の石敷き生成の流れ	16
3.2	入力画像	18
3.3	ボロノイ図3種での面積合わせ	19
3.4	IPによる石敷きとボロノイ図の再構成	20
3.5	補間による敷き詰め度合い調整	21
3.6	κ による $f(x, y)$ の変化	22
4.1	亀形石造物と周囲の石敷き	26
4.2	Mesh Colorization の使用例	27
4.3	裏側頂点付加による石積み	28
4.4	敷き詰め形状生成	29
4.5	3次元の石敷き生成の流れ	30
4.6	入力点群	32
4.7	点群からの石の再構成 頂点付加なし	33
4.8	点群からの石の再構成 面对称	33
4.9	点群からの石の再構成 頂点3点付加	34
4.10	RR パラメータによる丸め表現	34
4.11	補間式1	36
4.12	補間式2	37
4.13	補間式3	38
4.14	ラゲールボロノイ図への石の配置	39

表目次

2.1 先行研究と提案手法の比較	13
3.1 ボロノイ図 3 種の評価項目の値	19

第1章

序論

1.1 研究背景

近年、複合現実感 (Mixed Reality; MR) 技術を用いた遺跡の仮想復元展示が行われている。ヘッドマウントディスプレイ (Head Mounted Display; HMD) やスマートフォン等を用いることで、過去に存在した建造物を現在の風景に重ね合わせて見ることが可能となっている [3, 4]。実風景と CG を同時に鑑賞することになるため、現実感のある見た目が通常の CG 以上に必要となる。しかし、復元モデルのテクスチャには、図 1.1 のように単純な繰り返しパターンが用いられることが多く写実性に乏しい。また、復元展示であるため、背景にも発掘情報を反映すべきである。背景の中でも特に、建造物に広く用いられてきた石の再現は重要である。飛鳥京を例に挙げれば、飛鳥京跡苑池が石組みの池である他、飛鳥寺西方遺跡では、中大兄皇子と中臣鎌足が蹴鞠を通して出会った「槻の木の間」のものと見られる石敷きが見つかった [5]。

石敷きを再現するためには、1) 位置 (座標分布)、2) 形状・大きさ、3) 石と石の隙間の3要素が重要となると考えられる。これら3要素は、石敷きの見た目を再現する上で重要であると同時に、相互に影響を及ぼし合うため、3要素全てを合わせることが課題となる。隙間は後で調整されることが多いため、先行研究は、位置と形状を独立に設定する手法 [6]、形状を最初に決める手法 [7]、位置を最初に決める手法 [8, 9, 10] の3種類に分類できる。位置を最初に決める手法では、位置を元に形状を決める際、ポロノイ図が用いられている。これらの先行研究は、3次元計測データを使用できないか、敷き詰め制御が困難である。



図 1.1: 遺跡のバーチャル復元

1.2 研究目的

本研究の目的は、発掘によって得られた3次元計測データに基づく石敷きを生成することである。本研究では、石敷きの発掘情報を、各石の3次元形状データと、大きさ等のパラメータに分離してから3次元モデルを生成する。これにより、一部分しか発掘されていない石敷きでも広面積の石敷き生成が可能となり、また、コンテンツ作成時の調整が容易となる。

提案手法では、ボロノイ図にラゲールボロノイ図を用い、形状合わせにImplicit Polynomial(IP)を用いることで、位置、形状・大きさ、隙間の合った石敷きモデルを生成する。IPの性質から、3次元計測データに基づく石敷きを生成でき、補間により敷き詰め度合いを自在に調整可能である。応用先としては、CGを用いる映画・ゲーム等のエンターテインメント分野において利用可能である。また、石や砂の形状を実物に近づけることで、地震や土砂崩れといった災害のシミュレーションにおける、個別要素法 (Discrete Element Method; DEM) [11] の精度向上に応用可能である。

1.3 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。第2章では、石敷きモデル生成に関する関連研究を述べる。第3章では、2次元の石敷きテクスチャ生成手法を提案し、実験を行う。第4章では、3次元の石敷きモデル生成手法を提案し、実験を行う。第5章では、本研究のまとめと今後の課題・展望について述べる。

第2章

関連研究

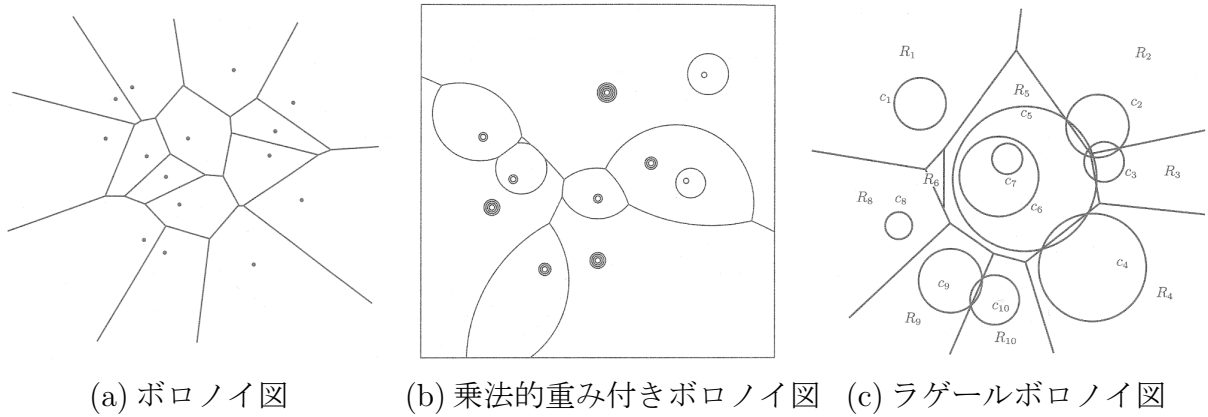


図 2.1: ボロノイ図の例 [1]

2.1 はじめに

本章では，石敷きモデル生成に関する関連研究を述べる．特に，ボロノイ図を用いた石敷き生成の先行研究と，Implicit Polynomial による形状表現に重点を置いて説明する．

2.2 ボロノイ図を用いない石敷き等の生成

Miyata らの研究 [6] は，本研究と同じく石敷きを生成するための研究であり，正方形粒子を最密充填し各粒子の形を置き換えることで石敷きを生成している．形をパラメータで変化させることも可能だが，石の位置と形を独立に設定するため，石と石の間の不自然な隙間や，同一平面上にある石の重なりが生じるという問題がある．

Ma らの研究 [7] は，石に限らない様々な物体の積み重なりを再現するための研究であり，Texture Optimization で用いられている最適化により，入力見本に似た出力で指定領域を満たすことができる．石敷き再現に用いる場合，形を先に決めて石を詰める手法であるといえ，丸い石が無造作に積み重なっている場合に有効である．しかし，人工的に敷き詰められた石敷きや，角ばった石の場合，座標分布や隙間を再現するのは困難である．

2.3 ボロノイ図を用いた石敷き等の生成

2.3.1 ボロノイ図

ボロノイ図 (Voronoi diagram; VD) は，複数の点が配置されているときに，どの点に一番近いかによって空間を分割したものである．ボロノイ図についての詳しい解説や応用は [1, 12] にまとめられている．空間 R^d 内に指定された n 個の点 (母点) の集合を $S = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ とし，2点 P, Q の距離を $l(P, Q)$ とする．

$$R(S; P_i) = \{P \in R^d \mid l(P, P_i) < l(P, P_j), j \neq i\} \quad (2.1)$$

とおくと, $R(S; P_i)$ は, S の中で最も近い点が P_i となる点 P の集合であり, 母点 P_i のボロノイ領域と呼ぶ. このようにして空間を複数のボロノイ領域に分割する操作をボロノイ分割 (Voronoi tessellation) と呼び, 空間を複数のボロノイ領域とその境界で表したものがボロノイ図である. ボロノイ図の例を図 2.1 に示す.

二つの母点 P_i, P_j に対して,

$$H(P_i, P_j) = \{P \in R^d \mid l(P, P_i) < l(P, P_j)\} \quad (2.2)$$

とおくと, ボロノイ領域は

$$R(S; P_i) = \bigcap_{P_j \in S - \{P_i\}} H(P_i, P_j) \quad (2.3)$$

と表せる. 距離がユークリッド距離で2次元の場合, 線分 $P_i P_j$ の垂直二等分線が $H(P_i, P_j)$ の境界となる. 各ボロノイ領域は, 半平面の共通部分で表せるため凸多角形となる.

ボロノイ図を用いると, 石敷き再現に重要な3要素において次のような利点がある.

- 位置が正確である
石の重心を母点としてボロノイ分割することで位置を合わせられる.
- 隙間・重なりがない
隙間を後で調整できる
- 石の形状に近い
各領域が凸多角形となり, 石の形状に近い.

このうち形状に関しては, 実在する石の形状にいかに合わせるかが問題となる.

2.3.2 Aperiodic rock piles

Peytavie らの研究 [8] では, Wang tile[13] に似た手法で非周期的な石積みを生成しており, 全体の流れは次の通りである.

1. 256 種類のキューブを生成する
2. 各キューブの中に石を生成し, 各石を浸食で丸める
3. 石積みを生成したい目的領域をキューブで置き換える

Peytavie らは石の生成の際, 乗法的重み付きボロノイ図の距離関数を, 異方性を反映させられるよう修正した上で用いている. 乗法的重み付きボロノイ図では, 母点 $P_i(x_i, y_i)$ と任意の点 $P(x, y)$ との距離は

$$l(P, P_i) = \frac{1}{g_i} \{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2\} \quad (2.4)$$

によって計算される. 石によって異なる g を設定することで, 大きさの調整が可能である.

石 i と石 j の境界を考えると, 境界は各石との距離が $\sqrt{g_i} : \sqrt{g_j}$ となる点の集合となる. $g_i \neq g_j$ のとき, 境界はアポロニウスの円と呼ばれる円となる. したがって各領域は円弧の

組み合わせで囲まれ、大きい方の石が凸ではなくなる。大きさの変化が大きいと、大きい石は不自然に凹んだ形となり、小さい石は円（3次元の場合、球）に近づく。この特徴は石の形の再現には向かず、石の形に近づけるために浸食を行うと過度に大きな隙間が生じる。

2.3.3 Fourier-Voronoi-based packing

Mollon らの研究 [9] は、砂等の粉粒体を敷き詰めたモデルを生成するための研究である。輪郭の表現にフーリエ記述子を用いることで、形状の設定とボロノイ領域の隙間埋めを行っている。また、ボロノイ図生成時に Inverse Monte-Carlo (IMC) による最適化 [14] を行うことで、大きさ、向きを設定を可能にしている。

Mollon らの用いているボロノイ図は通常のボロノイ図であり、大きさの制御は点を移動させ最適化することで行っている。つまり、各ステップで母点からボロノイ図を生成する際に、大きさの情報は用いられていない。また、ボロノイ領域の形に関する最適化はされないため、細長いボロノイ領域で不自然な隙間が生じ、指定した面積より小さくなるという問題がある。

Mollon らは、2次元のフーリエ記述子による形状設定を拡張し、粉粒体の3次元形状を構成する手法を提案している [15]。この拡張では、フーリエ記述子による2次元の断面を、 xy 平面、 yz 平面、 zx 平面に配置し組み合わせることで、3次元の形状を得ている。個々の粉粒体の3次元形状を構成可能であるものの、敷き詰める方法については解決されていない。また、3次元形状を直接計測できる場合には不向きである。

2.3.4 地表の岩石生成

櫻井らの研究 [10] では、Poisson-disk distribution を用いて石の大きさが均質となるような母点分布を生成し、そのようにして得られた複数のボロノイ図を組み合わせることで、大きさが顕著に変わる地表の石を生成している。また、各ボロノイ領域内に更に点を配置し、それら頂点を移動させ高さを設定することで3次元化している。

複数のボロノイ図から排他的に領域を選ぶため、大きさの異なる石間で隙間ができる。隙間が無い場合で調整しやすいというボロノイ図の利点が活かされていない。また、3次元空間内の重なりは考慮されていないため、地表の一番上に見える石のみを3Dモデル化する手法である。

Sakurai らは、地表をいくつかの層に分けて、各層ごとに石を生成する手法も提案している [16]。しかし、こちらは重力シミュレーションを必要とする、形を先に決める手法の一種であり、ボロノイ図は石らしい形を生成するために用いているに過ぎない。

2.3.5 L_p 重心ボロノイ分割

主にメッシュ生成の分野で、重心ボロノイ分割 (Centroidal Voronoi Tessellation; CVT) を用いて、ボロノイ領域の大きさ・向き・縦横比を制御する手法が提案されている [17, 18, 19]。重心ボロノイ図は、母点がボロノイ領域の重心と一致するボロノイ図である。重心ボロノイ

イ分割は、エネルギー関数

$$E_{CVT}(P_1, P_2, \dots, P_n) = \sum_i \int_{\Omega_i} \|\mathbf{y} - \mathbf{x}_i\|^2 d\mathbf{y} \quad (2.5)$$

を最小化することで計算される．ここで Ω_i は、母点 P_i のボロノイ領域 $R(S; P_i)$ と、重心ボロノイ分割を行いたい領域の共通部分である．通常は、 E_{CVT} を最小化するために、Lloyd アルゴリズム [20] が用いられる．Lloyd アルゴリズムでは、

1. ボロノイ分割する
2. 母点をボロノイ領域の重心に移動する

という操作を、母点と重心の距離が指定値以下になるまで交互に繰り返すことで、重心ボロノイ分割を行う．

L_p 重心ボロノイ分割 (L_p -CVT) [19] では、重心ボロノイ分割のエネルギー関数を

$$E_{L_p}(P_1, P_2, \dots, P_n) = \sum_i \int_{\Omega_i} \|\mathbf{M}_y[\mathbf{y} - \mathbf{x}_i]\|_p^p d\mathbf{y} \quad (2.6)$$

に置き換えて計算を行う．ここで、 $\|\cdot\|_p$ は L_p ノルムであり、 $\|P - P_i\|_p = \sqrt[p]{|x - x_i|^p + |y - y_i|^p}$ と計算される．また、 \mathbf{M}_y はテンソルであり、距離の計算を座標によって変えることで、ボロノイ領域の大きさ・向き・縦横比の制御が可能となっている． L_p 重心ボロノイ分割では、最小化の計算に準 Newton 法を用いることで高速化を行っている．

Merland らは、 L_p 重心ボロノイ分割を流体シミュレーションに応用している [21]．流体シミュレーションにおいて空間を量子化する際、ボロノイ領域の大きさ・向き・縦横比を制御することで、計算の効率化を図れるためである．Merland らは、流速を元にテンソルを計算しているが、流速が滑らかに変化しない場合に、 L_p 重心ボロノイ分割の収束は不十分になると報告している．

2.4 形状の表現方式

2.4.1 分類

3次元計測によって得られるデータは、点群データであることが多い．点群は頂点の集合であり、 x, y, z 座標の値が直接記録されている．隣接する頂点から多角形の面を構成することで、曲面のメッシュ表現（ポリゴン表現）が可能である．しかし、メッシュ表現では形状間の補間が困難である．形状間の補間を行うためには、曲面を関数を用いて表現した方がよい．関数を用いた曲面の表現方式は、以下の3種に分類される．

- 陽形式 (Explicit form)

座標のうちの1つを他の座標の関数で表す方式．

$$z = f(x, y)$$

- パラメータ形式 (Parametric form)

x, y, z の各座標をパラメータを用いた関数で表す方式.

$$x = h_x(u, v), y = h_y(u, v), z = h_z(u, v)$$

- 陰形式 (Implicit form)

陰関数曲面. 関数の等値面で曲面を表す方式.

$$f(x, y, z) = 0$$

2.4.2 フーリエ記述子

Mollon らは, パラメータ形式の一種であるフーリエ記述子を形状表現に用いている [9]. 輪郭上の点 P_i が, 輪郭内部の点 O からの距離 r_i と角 θ_i で表せ, θ に対する距離が一意に決まるとき, $r_i(\theta_i)$ は周期関数となり,

$$r_i(\theta_i) = r_0 + \sum_{n=1}^N [A_n \cos(n\theta) + B_n \sin(n\theta)] \quad (2.7)$$

とフーリエ級数展開できる. したがって, その係数をパラメータとして輪郭を表現できる. θ に対する距離が一意に決まらないときも, 輪郭上の偏角を, 基準点からの距離で決まる周期関数として, 同様に輪郭を表現できる. 低次の係数のみを用いると概形を表せ, 高次の係数を含む程詳細な形状を表せる. 2次元の輪郭を表現するのに便利な手法であるが, 3次元に拡張して用いにくいという欠点がある.

2.4.3 陰関数曲面

陰関数曲面 (Implicit surface) では, 関数の等値面 $f(x, y, z) = 0$ を用いて曲面を表現する. 曲面の内側と外側は逆の符号となるよう設定される. 本論文では, 内側が負, 外側が正となるよう設定する. 代表的な手法を以下に述べる.

- RBF

関数 $f(\mathbf{x})$ に放射基底関数 (Radial Basis Function; RBF) を用いる方式.

$$f(\mathbf{x}) = -t + \sum_{i=1}^n \lambda_i \Phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|) \quad (2.8)$$

ここで, t は等値面の値, λ_i は重み係数, $\Phi(\mathbf{x})$ は放射基底関数である.

- Implicit polynomial (IP)

関数 $f(\mathbf{x})$ に多項式を用いる方式. 詳細は次節で述べる.

- Multi-level Partition of Unity (MPU) implicits[22]

まず, 空間を八分木によって再帰的に分割し, 局所形状を2次式で近似する. そして, その重み付け和を関数 $f(\mathbf{x})$ に用いる方式.

陰関数曲面の描画には、マーチングキューブ法 (Marching cubes) [23] が主に用いられる。マーチングキューブ法では、空間を格子状に区切り、立方体の各頂点での関数値を元に等値面を生成する。メッシュ表現に変換してから描画するため、陰関数曲面の性質は損なわれる。一方、レイトレーシングにより陰関数曲面を直接的に描画する手法もある。GPUを用いた高速化により、18 次までの IP をリアルタイムに描画できることが報告されている [24]。

物体形状を表現する手法の一つに、Constructive Solid Geometry (CSG) がある。CSG では、基本的な形状を論理演算によって組み合わせることで複雑な形状を表現する。論理演算の組み合わせは CSG ツリーと呼ばれる木構造で表される。陰関数曲面の場合は、max/min 演算により共通部分/和集合を計算可能である。共通部分を $\mathbf{x}_{intersection}$ とすると、

$$\mathbf{x}_{intersection} = \{\mathbf{x} \mid f_1(\mathbf{x}) < 0 \wedge f_2(\mathbf{x}) < 0\} \quad (2.9)$$

$$= \{\mathbf{x} \mid \max(f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x})) < 0\} \quad (2.10)$$

が成り立つためである。

2.5 Implicit Polynomial (IP)

2.5.1 IP の基本

n 次多項式で表される関数

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{0 \leq i,j,k, i+j+k \leq n} a_{ijk} x^i y^j z^k \quad (2.11)$$

を考え、 $f(\mathbf{x}) = 0$ となる曲面 (2 次元の場合、曲線) で境界を表す方式が Implicit Polynomial (IP) である。例えば、

$$f(\mathbf{x}) = -1 + x^2 + y^2 + z^2 = 0 \quad (2.12)$$

とすれば、単位球を表現できる。 $f(\mathbf{x})$ は、

$$f(\mathbf{x}) = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & x & y & z & x^2 & xy & \cdots & z^n \end{pmatrix}}_{\mathbf{m}(\mathbf{x})^T} \underbrace{\begin{pmatrix} a_{000} & a_{100} & a_{010} & a_{001} & a_{200} & a_{110} & \cdots & a_{00n} \end{pmatrix}^T}_{\mathbf{a}} \quad (2.13)$$

と変形でき、単項式ベクトル $\mathbf{m}(\mathbf{x})$ と、係数ベクトル \mathbf{a} の内積 $\mathbf{m}(\mathbf{x})^T \mathbf{a}$ で表せる。

IP で表したい形状が点群 $\mathbf{x}_i (i = 1, \dots, l)$ で与えられた時に、適切な $f(\mathbf{x})$ を求めるのが IP フィッティングである。IP による曲面と \mathbf{x}_i の距離の合計を最小化する \mathbf{a} を求めることになるが、最小二乗法により

$$M^T M \mathbf{a} = M^T \mathbf{b} \quad (2.14)$$

を解く問題に帰着する．ここで，

$$M = \begin{pmatrix} \mathbf{m}(\mathbf{x}_1) \\ \mathbf{m}(\mathbf{x}_2) \\ \vdots \\ \mathbf{m}(\mathbf{x}_l) \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

であり， \mathbf{b} は零ベクトルである．ただし，3L method 等の手法では \mathbf{b} を変更することで数値的安定性を向上させる．

2.5.2 3L method

通常の IP フィッティングでは， $f(\mathbf{x}_i) = 0$ となるよう拘束を与える．3L method[25] ではこれに加えて，外側・内側に非 0 の Layer を作り，

$$\begin{cases} f(\mathbf{x}_+) = +\varepsilon \\ f(\mathbf{x}_-) = -\varepsilon \end{cases} \quad (2.16)$$

$$(2.17)$$

となるよう拘束を与える．ここで $\mathbf{x}_+, \mathbf{x}_-$ は順に，外側・内側の Layer 上の点群であり， \mathbf{x}_i から法線方向に距離 ε の点群で設定できる．

3L method では，式 (2.14) は

$$\begin{cases} M_{3L}^T M_{3L} \mathbf{a} = M_{3L}^T \mathbf{b}_{3L} \end{cases} \quad (2.18)$$

$$\begin{cases} M_{3L} = \begin{pmatrix} M \\ M_{int} \\ M_{ext} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\begin{cases} \mathbf{b}_{3L} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{l \times 1} \\ -\varepsilon_{l \times 1} \\ +\varepsilon_{l \times 1} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (2.20)$$

に変更される．ここで M_{int}, M_{ext} は順に， $\mathbf{x}_-, \mathbf{x}_+$ の場合の単項式行列 M であり， $\mathbf{0}_{l \times 1}$ ， $-\varepsilon_{l \times 1}$ ， $+\varepsilon_{l \times 1}$ は順に， l 個の要素 $0, -\varepsilon, +\varepsilon$ からなるベクトルである．

2.5.3 リッジ回帰

複雑な形状を高次の IP でフィッティングすると，所望の曲面以外の座標で $f(\mathbf{x}) = 0$ となり，余分な曲面が生成されることが多い．この問題を解決するために，IP フィッティングにおいてリッジ回帰 (Ridge Regression; RR) が用いられている [26, 27]．リッジ回帰を用いる手法では， $M^T M$ に正則化項 κD を付加することで，式 (2.14) は

$$(M^T M + \kappa D) \mathbf{a} = M^T \mathbf{b} \quad (2.21)$$

に変更される．ここで κ は RR パラメータと呼ばれる正数， D は対角行列である．

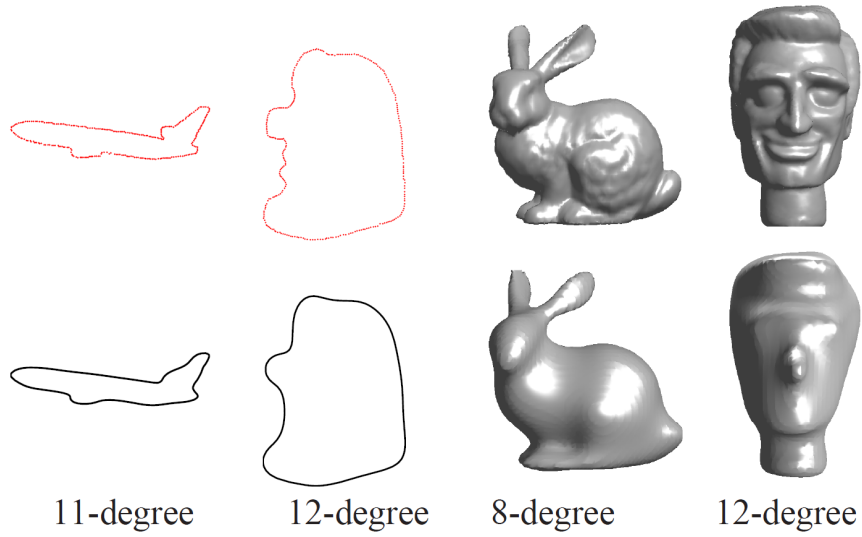


図 2.2: Adaptive IP Fitting[2]

2.5.4 Adaptive IP Fitting

IP の次数 n は、形状によって適切な値が異なる．Zheng らはこの問題を，次数を適応的に決めることで解決している [2]．Adaptive IP Fitting によるフィッティング結果を図 2.2 に示す．Adaptive IP Fitting では，式 (2.14) を直接解くのではなく， M を直交行列 Q と上三角行列 R の積に QR 分解することで，式 (2.14) を

$$R^T Q^T Q R \mathbf{a} = R^T Q^T \mathbf{b} \quad (2.22)$$

$$R \mathbf{a} = Q^T \mathbf{b} \quad (2.23)$$

$$R \mathbf{a} = \tilde{\mathbf{b}} \quad (2.24)$$

と変形する．そして，上三角行列 R とベクトル $\tilde{\mathbf{b}}$ を計算した上で \mathbf{a} を解く．QR 分解の計算にグラム・シュミットの直交化を用いることで，計算結果を再利用しながら項数を上げていくことが可能となっている．また，フィッティング精度が指定値 *accuracy* 以上になった時点で計算を打ち切ることで，適切な次数で IP フィッティングすることが可能である．

2.6 まとめ

Peytavie らの手法では，3 次元の石積みを生成可能であるものの，特定の石の形状に近づけることはできない．Mollon らの手法では，特定の形状に似た石を生成可能であり，ボロノイ領域のパラメータを合わせることができる利点がある．一方で，3 次元の石敷きを生成できず，また，不自然な隙間が生じる欠点がある．したがって，計測データに基づく 3 次元の石敷きを生成でき，かつ，敷き詰め度合いの調整が容易な手法が必要となる．これらの先行研究と提案手法の比較を表 2.1 に示す．

表 2.1: 先行研究と提案手法の比較

	Peytavie et al.	Mollon et al.	提案手法
計測データ使用	不可能	可能	可能
3次元	可能	不可能	可能
ボロノイ図	乗法的重み付きボロノイ図	ボロノイ図	ラゲールボロノイ図
ボロノイ領域の パラメータ合わせ		大きさ, 向き	
形状合わせ	浸食	フーリエ記述子	Implicit Polynomial

第3章

2次元の石敷きテクスチャ生成

3.1 はじめに

本章では、ボロノイ図にラゲールボロノイ図を用い、形状合わせにIPを用いることで、2次元の石敷きテクスチャを生成する手法を提案する。まず入力となる石敷きから、各石の輪郭と、面積・重心等のパラメータを分離し、パラメータを元にラゲールボロノイ図を生成する。次に、各ボロノイ領域に石を割り当て、石とボロノイ領域のIP間で補間を行う。2次元の石敷き生成の流れを図3.1に示す。ボロノイ図とIPの性質から、提案手法は3次元の石敷きモデル生成へ拡張可能である。3次元への拡張については次章で述べる。

3.2 ラゲールボロノイ図

母点 $P_i(x_i, y_i)$ に非負の実数 r_i を設定し、任意の点 $P(x, y)$ との距離にラゲール距離

$$l(P, P_i) = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 - r_i^2 \quad (3.1)$$

を用いたボロノイ図は、ラゲールボロノイ図と呼ばれる。この距離は半径 r_i の円に引いた接線の長さに対応し、円からの距離を比較する指標として用いることができる。

ラゲールボロノイ図の境界を求める。簡単のため、座標が $P_i(1, 0)$, $P_j(-1, 0)$ となるように座標系をとる。

$$l(P, P_i) = l(P, P_j) \quad (3.2)$$

$$(x - 1)^2 + y^2 - r_i^2 = (x + 1)^2 + y^2 - r_j^2 \quad (3.3)$$

$$x = \frac{r_j^2 - r_i^2}{4} \quad (3.4)$$

したがって、 P_i, P_j を結ぶ線分に垂直な直線が境界となり、 r が大きい方が領域も大きくなる。各領域が凸多角形となりかつ大きさを制御できるため、石敷きの生成に適していると考えられる。

ラゲールボロノイ図の計算には、離散ボロノイ分割を用いる。離散ボロノイ図は、領域を離散化し、各格子と母点の距離を計算することによって得られるボロノイ図である。任意の形状の領域に対してもボロノイ図を破綻無く生成しやすいという利点がある。この利点と大塚らの手法 [28] を利用することで、石敷きが現存しない部分にのみ石敷きモデルを生成し、現存する石敷きに重畳表示することが可能である。

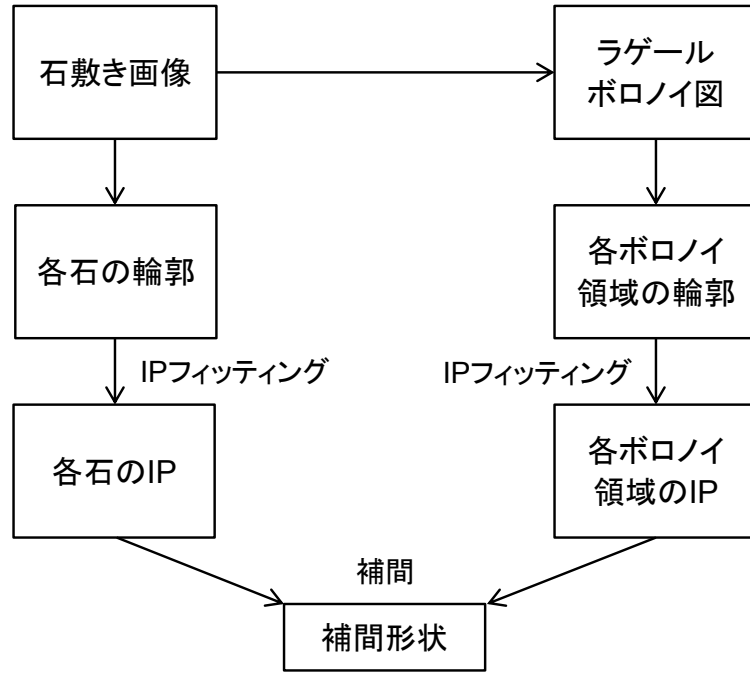


図 3.1: 2次元の石敷き生成の流れ

3.3 IPによる形状合わせ

石の形状合わせには Implicit Polynomial (IP) を用いる。IP では、 n 次多項式で表される関数

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{0 \leq i,j,k, i+j+k \leq n} a_{ijk} x^i y^j z^k \quad (3.5)$$

$$= \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & x & y & z & x^2 & xy & \cdots & z^n \end{pmatrix}}_{\mathbf{m}(\mathbf{x})^T} \underbrace{\begin{pmatrix} a_{000} & a_{100} & a_{010} & a_{001} & a_{200} & a_{110} & \cdots & a_{00n} \end{pmatrix}^T}_{\mathbf{a}} \quad (3.6)$$

を考え、 $f(\mathbf{x}) = 0$ となる曲面（2次元の場合、曲線）で境界を表す。適切な $f(\mathbf{x})$ を求める IP フィッティングの方法については第2章を参照されたい。

各石の輪郭と、各ボロノイ領域の輪郭から得られる2種類のIPの間で補間調整を行うことで、形状・分布・隙間の3要素が全て適切な輪郭を得る。IPを用いるため、2次元の石敷きテクスチャだけでなく、3次元の石敷きモデル生成へ拡張が可能である。敷き詰めは、石とボロノイ領域のIPを線形補間することで行う。同次元のIP同士であるため、補間計算は係数ベクトル \mathbf{a} に対して行えばよい。補間後のIP、ボロノイ領域のIP、石のIPの係数ベクトルを、順に \mathbf{a}_{lerp} , $\mathbf{a}_{\text{voronoi}}$, $\mathbf{a}_{\text{stone}}$ とし、

$$\mathbf{a}_{\text{lerp}} = \alpha \mathbf{a}_{\text{voronoi}} + (1 - \alpha) \mathbf{a}_{\text{stone}} \quad (3.7)$$

により線形補間を行う．補間係数 α が小さいほど元の石に近く， α が大きくなるほど敷き詰め度合いが大きくなる．

3.4 相似図形最大化

石の輪郭は，ボロノイ領域内でできるだけ大きく配置する必要がある．石がボロノイ領域に対して小さすぎると，敷き詰め度合いが小さい場合にも形がボロノイ領域に近づくためである．石の形状を変化させないで配置する場合，相似図形を最大化する問題となる．具体的には，元の石 (S) に相似で，ボロノイ領域 (V) 内にある最大図形を探索することとなる．

計算時間を考慮しないのであれば，力まかせ探索で解くことが可能である．しかし，相似図形の自由度は，2次元の場合で移動 (x, y) ，拡大縮小，回転 (θ) の4自由度，3次元の場合で移動 (x, y, z) ，拡大縮小，回転 (θ, ϕ) の6自由度あり，特に3次元の場合で計算量が大きい．

本研究において可能な高速化を以下に述べる．

- ボロノイ領域が凸の場合

石の輪郭の代わりに石の輪郭の凸包を最大化すればよい．石の輪郭の凸包を C とすると，

$$C \subseteq V \Rightarrow S \subseteq V \quad (3.8)$$

$$\neg(C \subseteq V) \Rightarrow \neg(S \subseteq V) \quad (3.9)$$

が成り立つ．したがって，凸包を最大化する計算で十分である． C が凸 m 角形， V が凸 n 角形るとき， $O(mn^2 \log n)$ で計算可能なアルゴリズム [29] が存在する．ボロノイ図・ラゲールボロノイ図の各ボロノイ領域の頂点数は限られているため， $O(m)$ で計算可能である．

- ボロノイ領域が多角形の場合

ボロノイ領域の各辺のどちら側に存在するかによって，石の頂点の内外判定が可能である．

- ボロノイ領域の IP を計算済みの場合

ボロノイ領域の IP の関数の正負によって，石の頂点の内外判定が可能である．

通常のボロノイ図・ラゲールボロノイ図の各領域は凸多角形であるが，乗法的重み付きボロノイ図の各領域は多角形でなく凸であるとも限らない．したがって，ラゲールボロノイ図の方が乗法的重み付きボロノイ図よりも高速に相似図形最大化を行えるという利点がある．



図 3.2: 入力画像

3.5 実験

3.5.1 ボロノイ領域の面積合わせ

ボロノイ図，乗法的重み付きボロノイ図，ラゲールボロノイ図の3種について，再現される石の形状と，ボロノイ領域を指定した面積に合わせる能力を比較した．

元の石の重心を母点として，ボロノイ図，乗法的重み付きボロノイ図，ラゲールボロノイ図を生成する．乗法的重み付きボロノイ図の g と，ラゲールボロノイ図の r^2 は，元の石の面積を S_O とし，

$$g = r^2 = S_O / \pi \quad (3.10)$$

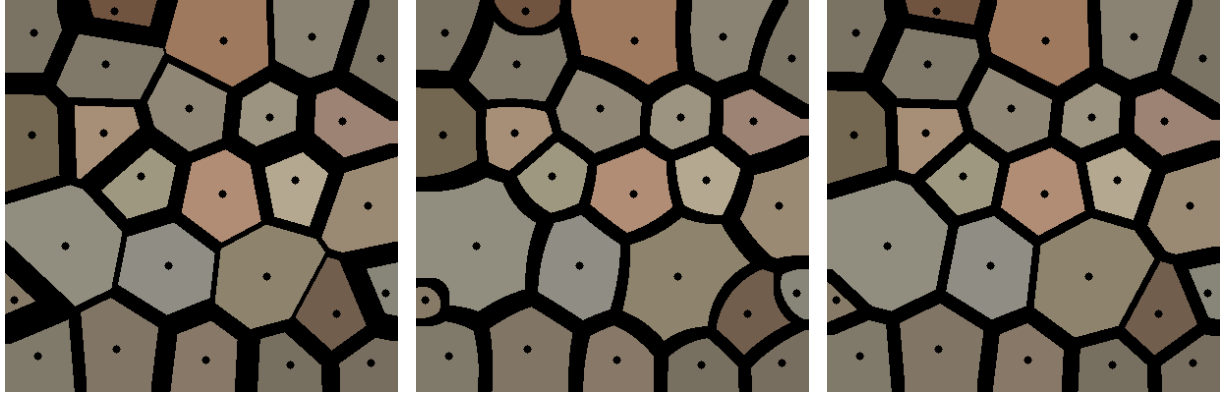
で求める．生成した石の面積を S_G ，元の石と生成した石の共通部分の面積を $S_{O \cap G}$ とする．元の石よりボロノイ領域が大きい場合にのみ収縮を行って面積を合わせ， $S_G \leq S_O$ とする．

また，評価項目として，

- $S_O = S_G$ となる石の割合
- $(S_{O \cap G} / S_O)$ の平均

を用いる．前者は面積を合わせられたか，後者は形状を合わせられたかに関する項目である．評価には図 3.2 に示す石敷きの画像を，石の領域を表すマスクとともに用いた．

ボロノイ図による再現結果を図 3.3(a)，乗法的重み付きボロノイ図による再現結果を図 3.3(b)，ラゲールボロノイ図による再現結果を図 3.3(c) に示す．また，評価項目の値を表 3.1 に示す．まず，通常のボロノイ図では面積を合わせられず，形状・隙間に関しても3種の中で一番低い結果となった．乗法的重み付きボロノイ図とラゲールボロノイ図では全ての石の面積を合わせられており， $(S_{O \cap G} / S_O)$ の平均の値もほぼ同じ値となった．ラゲールボロノイ図では各石が似た形状となった．乗法的重み付きボロノイ図では特に大きい石で



(a) ボロノイ図

(b) 乗法的重み付きボロノイ図

(c) ラゲールボロノイ図

図 3.3: ボロノイ図 3 種での面積合わせ

表 3.1: ボロノイ図 3 種の評価項目の値

ボロノイ図の種類	$S_O = S_G$ の石率	(S_{ONG}/S_O) の平均
ボロノイ図	92%	83.8%
乗法的重み付きボロノイ図	100%	86.5%
ラゲールボロノイ図	100%	86.4%

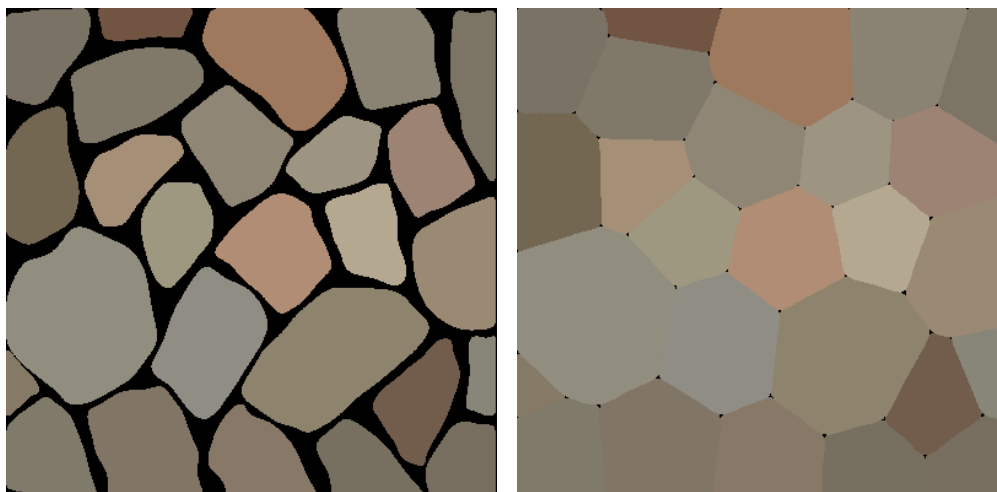
形状が合わず，このことが不自然に知覚される原因であると考えられる．逆に中サイズの石では，形状が丸くなる分，乗法的重み付きボロノイ図の方が形状を合わせられているといえる．

3.5.2 2次元の石の IP フィットティングと補間

まず，石敷きとボロノイ図が IP によって再構成可能であることを確認する．ここで再構成とは，フィッティングで得られた IP から， $f(\mathbf{x}) = 0$ の輪郭を復元することを指す．次に，各石の IP とボロノイ領域の IP との間で線形補間を行い，提案手法によって 2 次元の石敷きテクスチャを生成可能であることを実証する．

石の位置を変更せずに IP フィットティングを行い，石を再構成する．ボロノイ図は，前実験と同条件で求めたラゲールボロノイ図を用いる．各ボロノイ領域を IP フィットティングして再構成する．IP フィットティングには，Adaptive IP Fitting を 3L method，リッジ回帰とともに用いる．Adaptive IP Fitting は，Zheng のサイト¹にて Matlab コードが公開されている．3L method では $\varepsilon = 0.04$ とする．RR パラメータは， $\kappa = 0.001$ または $\kappa = 0.01$ を用いる． $accuracy = 0.90$ とする．フィッティング時には，[26] 同様に頂点座標の正規化を

¹<http://www.cvl.iis.u-tokyo.ac.jp/~zheng/>



(a) 石敷き

(b) ボロノイ図

図 3.4: IP による石敷きとボロノイ図の再構成

行う²。補間を行う際には、各石を 0.9 倍に縮小した。これは、石の位置を変更して相似図形最大化により配置する場合、石の位置を変更しない今回の条件よりも石が小さくなることが予想されるためである。

RR パラメータを $\kappa = 0.001$ とし、石敷きとボロノイ図を IP によって再構成した結果を図 3.4 に示す。元の石の形状を IP から正しく再構成できていることが分かる。一方、ボロノイ領域を IP から再構成すると、角がわずかに欠けた状態となり、完全には再構成できなかった。

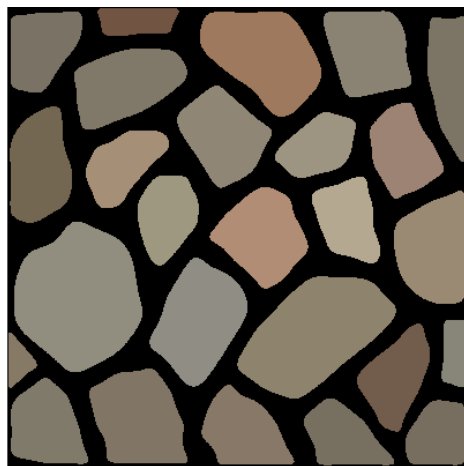
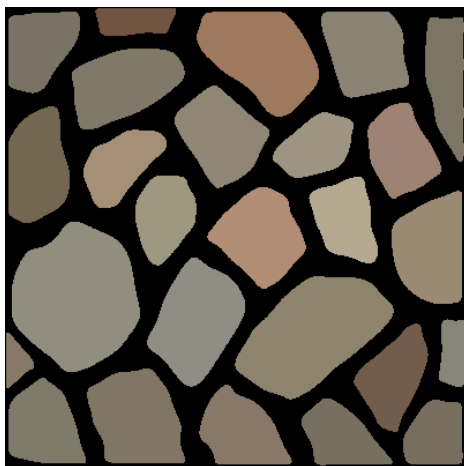
各石の IP とボロノイ領域の IP との間で線形補間を行った結果を、図 3.5 に示す。 $\kappa = 0.001$ では、補間時に形状が正しく再構成できない石が存在した。 $\kappa = 0.01$ では、形状が正しく再構成でき、線形補間による敷き詰め度合いの調整も可能であった。 $\kappa = 0.01$ の結果により、IP を用いた 2 次元の石敷きテクスチャ生成が可能であることを実証できた。

3.6 考察

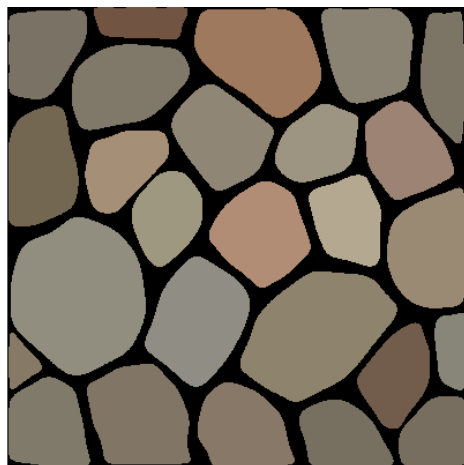
ボロノイ図を IP によって再構成すると、角が欠ける問題が発生した。これは、IP の性質上滑らかでない形状を表現するのが困難であり、多角形の角の表現には向かないためであると考えられる。しかし、全く隙間の無い石敷きを生成したいのであれば、ボロノイ図をそのまま用いれば良く、実用上問題とならない。

$\kappa = 0.001$ では、補間時に形状が正しく再構成できないという問題があった。この問題の原因を調べるため、 $f(x, y)$ の値を確認した。入力画像右下の石を IP フィッティングし、

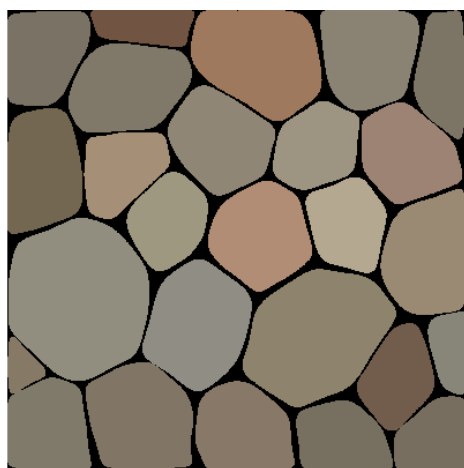
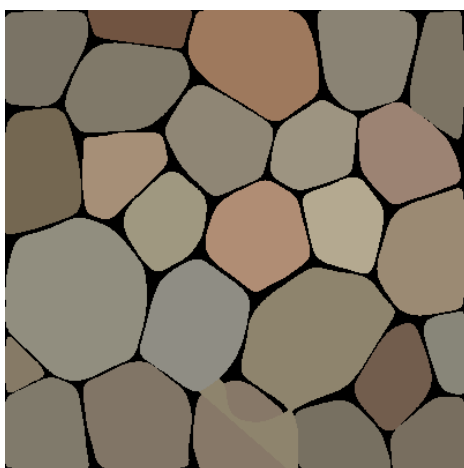
²輪郭上の頂点の重心を原点に移動し、重心と各頂点間の平均距離が 1 となるようスケーリングを行う。



(a) $\alpha = 0.0$



(b) $\alpha = 0.5$



(c) $\alpha = 0.8$

図 3.5: 補間による敷き詰め度合い調整. 左列: $\kappa = 0.001$, 右列: $\kappa = 0.01$

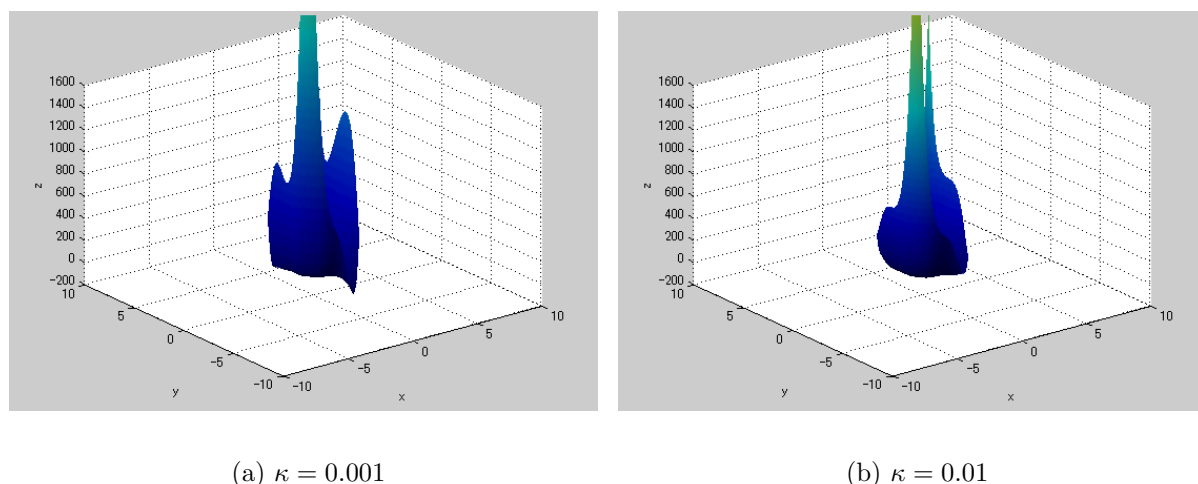


図 3.6: κ による $f(x, y)$ の変化

$z = f(x, y)$ とした形状を図 3.6 に示す. $\kappa = 0.001$ では, 原点から遠ざかっているにも関わらず値が減少していく領域が存在することが分かる. 輪郭内側が負, 輪郭外側が正となるよう設定しているため, このような領域は再構成結果が不安定になる要因となる. しかし, κ を大きくすると形状の再現精度が低下するおそれがある. そのため, 全ての石について κ を変更するのではなく, 再構成に失敗した石のみ κ を大きくする方が良い. 失敗したか否かは, 凸包を計算し元の形状との面積比によって判定する方法が考えられる.

ボロノイ領域のパラメータ合わせ

Mollon らの手法 [9] では, ボロノイ領域と設定した石の形状との間で乖離が大きい. この乖離が, 不自然な隙間の発生や, 目的の面積より小さくなる問題の原因であると考えられる. 形状間の乖離を解消する方法として, 以下の 2 つが考えられる.

- 縦横比合わせ

Mollon らの手法では, Inverse Monte-Carlo によりボロノイ領域の大きさ, 向きを合わせている. しかし, 形状に関するパラメータを合わせていない. そのため, 大きさとともに縦横比を合わせた方が良い. 縦横比は石の形状を表す基本的なパラメータであるとともに, ボロノイ領域と石の形状の乖離を解消するのに適していると考えられる.

- 母点の偏り解消

Mollon らの IMC によるボロノイ図生成では, 母点がボロノイ領域内で偏った位置に存在することが多い. しかし, Mollon らは通常のボロノイ図を用いているため, 母点の偏りは面積の分布をばらつかせるために不可避である. 母点の偏りを解消し, ボロノイ領域の形状を石の形状に近づけるために, パラメータやテンソルで面積を制御可能な種類のボロノイ図に変更する必要がある.

本研究では、ボロノイ領域のパラメータ合わせは現状行っていないが、今後、以下の改良が考えられる。

- Mollon らの手法の改良

Mollon らの手法を改良し、IMC によるパラメータ合わせを、ラゲールボロノイ図で行えるようにする。IMC は乱数を用いる手法であるため、不規則な石敷きを生成できる利点がある。一方で、収束に非常に時間がかかり、実用に向かないという欠点がある。収束速度を改善するため、各ステップでラゲールボロノイ領域の r_i を変更していく手法が考えられる。具体的には、大きくしたいボロノイ領域の r_i を大きく、小さくしたいボロノイ領域の r_i を小さくする。これにより、面積の分布を合わせられると考えられる。しかし、面積以外のパラメータも同時に合わせる必要があるため、収束速度の改善には限界がある。

- L_p 重心ボロノイ分割 [19] の利用

大きさ・向き・縦横比を同時に合わせることができる L_p 重心ボロノイ分割を利用する。準 Newton 法を用いるため収束が速く実用的である。一方で、 L_p 重心ボロノイ分割を石敷き生成に応用するには解決すべき課題がある。既存の手法では、テンソルにより連続的に変化する場を設定している。連続的な変化では、縦長の石と横長の石が隣接しにくくなる可能性がある。また、不規則な石敷きを生成する場合に、どのようにテンソルを設定するかが問題となる。

3.7 まとめ

本章では、ボロノイ図にラゲールボロノイ図を用い、形状合わせに IP を用いることで、2次元の石敷きテクスチャを生成する手法を提案した。実験により、IP を用いた2次元の石敷きテクスチャ生成が可能であることを実証できた。また、各ボロノイ図の性質と実験結果から、次のことが分かった。ラゲールボロノイ図は、乗法的重み付きボロノイ図と比較して、1) 相似図形最大化を高速に行える、2) 面積合わせの能力は同程度ながら、極端な形状になりにくい。このラゲールボロノイ図の性質は、広面積の不規則な石敷きを生成する際利点となる。

第4章

3次元の石敷きモデル生成

4.1 はじめに

本章では、前章で提案した2次元の石敷きテクスチャ生成手法を拡張し、3次元の石敷きモデルを生成する手法を提案する。

4.2 点群データからの石の再構成

4.2.1 点群データのセグメンテーション

石敷きを含めた遺跡の3次元データは、レンジセンサを用いた計測で得られる点群データであることが多い。発掘される石敷きの例として、亀形石造物周囲の石敷きを図4.1に示す。図4.1(a)から、石の形状・大きさがそれぞれ異なり、隙間が平らであるとは限らないことが分かる。また図4.1(b)から、計測で得られる点群データは完全なものではなく、無数の穴が開いていることが分かる。これは、特定の方向から見ただけでは距離を計測できない部分があるためである。図4.1(b)は、複数の方向からの計測結果を統合したものであるが、穴を埋めるためにはより多方向からの計測が必要となる。3次元データの計測は非常に時間がかかるものであるため、計測データに穴があっても使用できる手法が望ましい。

本研究では、計測された点群のうち、どの点群がどの石のものであるかの情報が必要となる。そのため、事前に石敷きを個々の石へセグメンテーションする必要がある。点群データのセグメンテーションを行う方法としては大きく、手動、自動手法、半自動手法の3つに分類できる。このうち手動によるセグメンテーションは、正確なセグメンテーションが行える半面、非常に手間がかかるものとなる。

自動手法のうち、平面・円柱などにあてはめる手法は、石に高さがあり、石の隙間が平らであれば可能であると考えられる。しかし、前述の通り発掘される石敷きは隙間が平らであるとは限らず、必ずしも有効ではない。モデルベースの手法もあるが、石の場合は石によって形が異なるため困難である。

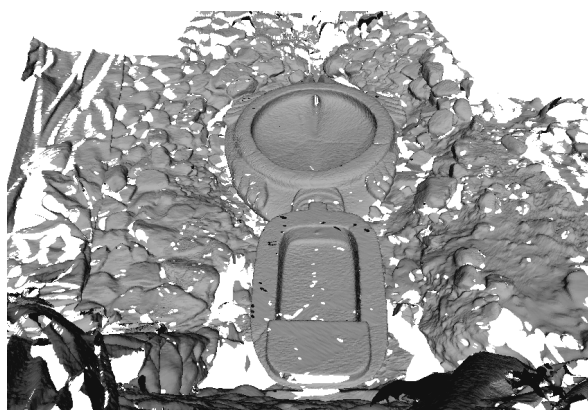
半自動手法としては、ユーザー入力を元に領域を広げるスケッチベースの手法が研究されている[30, 31]。どのようにセグメンテーションされれば良いかの情報がユーザーによって与えられるため、自動手法ではセグメンテーションできない複雑な形状を扱う場合に適している。

石敷きの点群データをセグメンテーションする際、簡単な石敷きの場合、高精度が要求されない場合、実用上手間を減らしたい場合は、自動もしくは半自動の手法が有効であると言える。しかし、自動もしくは半自動の手法でセグメンテーションの精度が低いと、最終的に生成される石敷きに影響する。本研究では、セグメンテーション手法の違いによる結果への影響を避けるため、半自動セグメンテーションを行った上で、手動による修正を加えたものを実験に用いる。

半自動セグメンテーションには、Mesh Colorization[32]を使用した。Mesh Colorizationは本来メッシュに色を塗るための手法であるが、石敷きの点群データを、各石と隙間の多クラスに分類する際有用である。Mesh Colorizationにより石敷きのセグメンテーションを



(a) 写真



(b) 3次元計測データ

図 4.1: 亀形石造物と周囲の石敷き

行った結果を図 4.2 に示す.

4.2.2 IP を用いた石の裏側の再構成

計測によって得られる石の点群データは、石の表側の点群のみである。石の隙間が土などで埋まっている石敷きの場合は表側のみでも問題ない。しかし、隙間から石の裏側が見える石敷きの場合や、石積みの場合は、裏側を含めて石を再構成する必要がある。

IP を用いると、遮蔽部分が小さい物体は再構成可能である。しかし、石敷きの石の場合、裏側が半分以上隠れていることが多く IP でそのまま再構成することはできないと考えられる。裏側の形状に対する制約が無い状態で、表側の誤差を小さくすると、裏側の形状が石として不自然な形になると考えられるためである。

そこで、IP を用いて裏側を再構成する方法として、裏側に頂点を加えることが考えられる。どのように裏側に頂点を設定するかが問題となるが、単純な手法として、裏側が表側と地面に対して面対称となるよう頂点を設定することが考えられる。面対称の石しか生成できないことは欠点であり、石全体の形状が重要である場合には適さない。しかし、石敷きや石積みの表面の石の場合、裏側の形状は見えにくいため、面対称の頂点設定で十分であると考えられる。

少数の頂点付加により石として自然な形状に再構成できる場合には、石積み生成への応用が可能であると考えられる。裏側に頂点を付加することによる石積み生成を図 4.3 に示す。ボロノイ領域の境界面の中心付近に頂点（図 4.3 赤点）を設定し、境界面と垂直な法線を設定する。表面の石は、計測された石の点群と付加した頂点を合わせることで石を再構成する。内部の石は境界面の頂点のみから石を再構成する。IP とリッジ回帰の性質により、設定した頂点を滑らかに繋ぐような形状（図 4.3 黄線）を生成できると考えられる。接点を設定した上で浸食を行う Peytavie らの手法 [8] と異なり、ボロノイ領域との補間により高速に石の形状を制御できる。

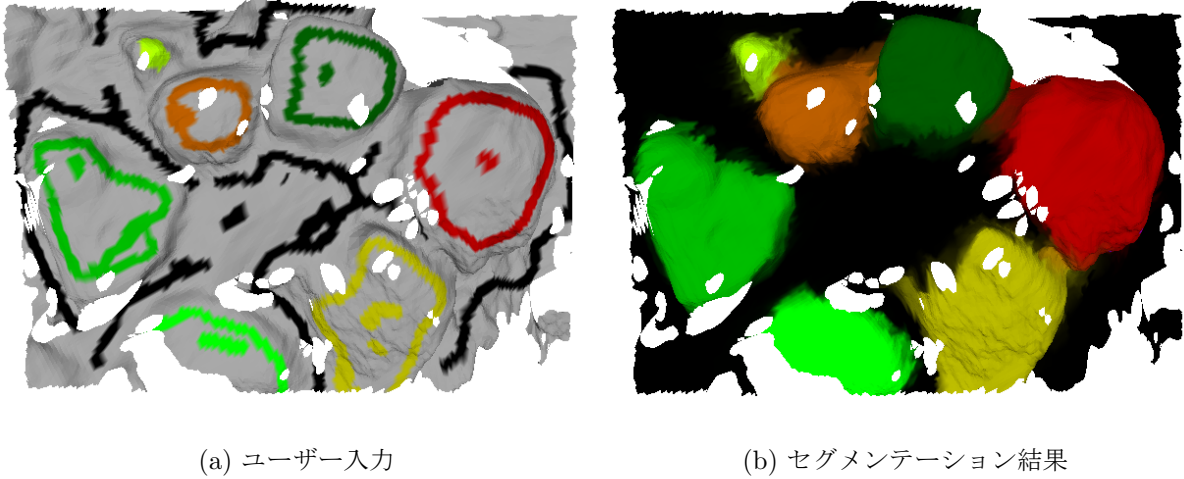


図 4.2: Mesh Colorization の使用例

4.3 石の敷き詰め

4.3.1 3次元での敷き詰め

2次元の石敷きの敷き詰め度合いを上げていくと、隣接する石が接するために元の形状とは異なる形状へ変化していく．平面を完全に敷き詰める場合，ボロノイ図を用いた手法では形状はボロノイ領域と一致するようになる．3次元の石敷きの場合も，地面平面方向の敷き詰めには同じ制約がかかる．しかし，石の高さ方向には他の石は存在せず，元の形状を保ったまま拡大を行える．したがって，完全に敷き詰めた状態では，上から見るとボロノイ図と一致し，横から見ると石の上面が元の形状と一致していることが望ましい．この性質を満たす形状として，拡大した石とボロノイ領域の共通部分が考えられる．しかし，単純に共通部分を求めただけでは，曲面の交差部分が不自然な角として知覚されてしまう．そこで，陰関数曲面の交差部分を丸める手法であるブレンディングを利用する．

4.3.2 R-ブレンディング

Pasko らは R-function を用いたブレンディング手法を提案している [33, 34]．本論文では，Pasko らの手法を R-ブレンディングと呼ぶことにする．まず，R-function (Rvachev function)[35] について説明する．R-function では共通部分を求める演算をパラメータにより拡張する．パラメータを β ，共通部分を求める演算子を \wedge_β とすると，R-function による共通部分は，式

$$f_1 \wedge_\beta f_2 = \frac{1}{1+\beta} \left(f_1 + f_2 + \sqrt{f_1^2 + f_2^2 - 2\beta f_1 f_2} \right) \quad (4.1)$$

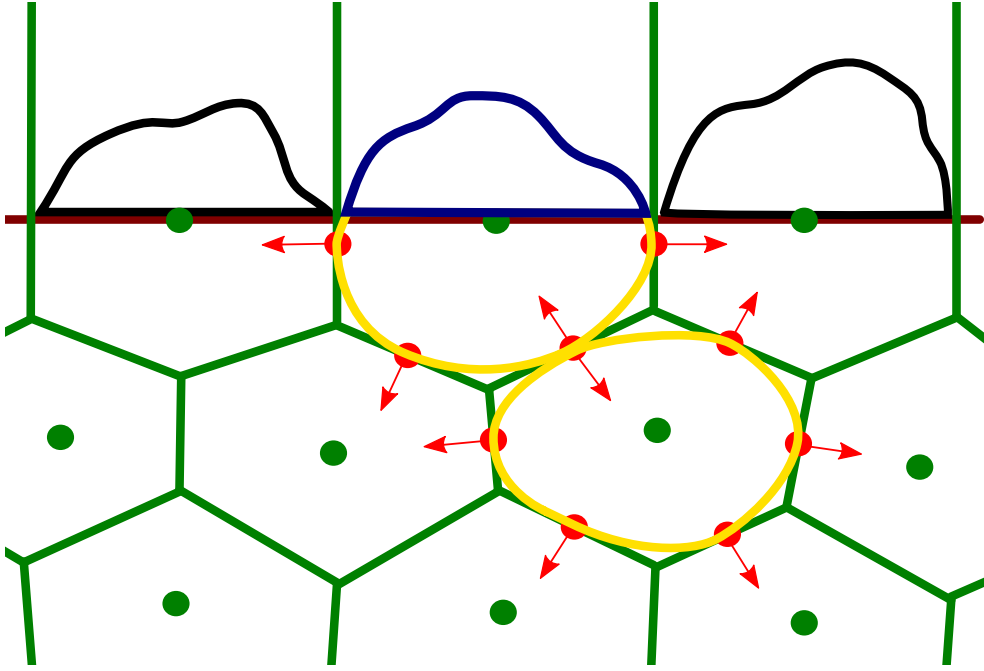


図 4.3: 裏側頂点付加による石積み. 茶線: 地面, 緑線: 側面から見たボロノイ図

により計算される. ここで f_1, f_2 はそれぞれ物体形状を表す関数である. $\beta = 1$ とすると, 式 (4.1) は

$$f_1 \wedge_1 f_2 = \max(f_1, f_2) \quad (4.2)$$

となり, R-function による計算は \max 演算による計算を拡張したものとなっている. $\beta = 0$ とすると, 式 (4.1) は

$$f_1 \wedge_0 f_2 = f_1 + f_2 + \sqrt{f_1^2 + f_2^2} \quad (4.3)$$

となる. 式 (4.3) は, $f_1 = 0 \wedge f_2 = 0$ でない限り C^1 連続であるという利点があるため, この R-function を $R(f_1, f_2)$ として用いる.

R-ブレンディングでは, ブレンディングを関数

$$F(f_1, f_2) = R(f_1, f_2) + d(f_1, f_2) \quad (4.4)$$

により行う. ここで $d(f_1, f_2)$ は変位関数 (displacement function) であり, 変位関数により R-function の値をずらすことで, ブレンディング (共通部分の場合は角の丸め) を可能にしている. $d(f_1, f_2)$ は, $d(0, 0)$ で絶対値が最大となり, f_1, f_2 が増加するにつれて 0 に漸近する関数であり, Pasko らは関数

$$d(f_1, f_2) = \frac{a_0}{1 + \left(\frac{f_1}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{f_2}{a_2}\right)^2} \quad (4.5)$$

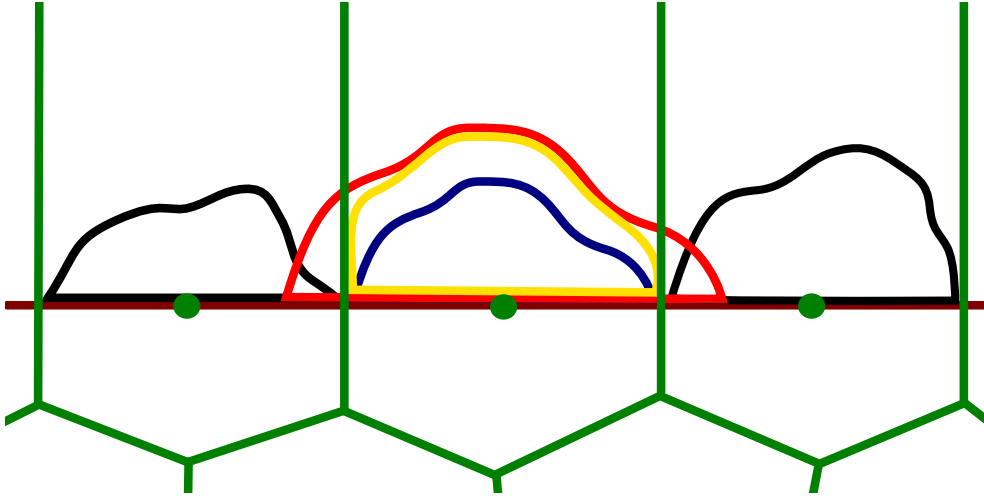


図 4.4: 敷き詰め形状生成

を用いている． a_0 の値により丸め度合いを変更でき， a_1, a_2 の値により， f_1, f_2 の形状のどちらに近い部分をより削るか変更できる．式 (4.3), (4.4), (4.5) をまとめると，R-ブレンディングにより共通部分を求める関数は

$$F(f_1, f_2) = f_1 + f_2 + \sqrt{f_1^2 + f_2^2} + \frac{a_0}{1 + \left(\frac{f_1}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{f_2}{a_2}\right)^2} \quad (4.6)$$

となる．なお，Pasko らの論文 [33, 34] では，function representation (F-rep) と呼ばれる式

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0 \quad (4.7)$$

により形状を表現している．そのため，内側を負としている本論文とは式中の \max/\min , $+/-$ が一部異なる．

4.3.3 敷き詰め形状生成

元の石を単純に拡大した IP と，ボロノイ領域の IP を用いた敷き詰め形状の生成手法を提案する．まず，2次元の場合と同様に，平面をボロノイ分割した上で，各ボロノイ領域へ相似図形最大化により石を配置する（図 4.4 青線：相似配置形状と呼ぶ）．次に，相似配置形状を拡大する（図 4.4 赤線：相似拡大形状と呼ぶ）．そして，相似拡大形状とボロノイ領域の共通部分を得る．最後に，R-ブレンディングにより共通部分の角を丸める（図 4.4 黄線：敷き詰め形状と呼ぶ）．このようにして得られた敷き詰め形状と，相似配置形状との間で補間を行うことで，敷き詰め度合いを調整できる．提案手法では，地面平面方向の敷き詰め，石の上面の形状維持，不自然な角の除去を同時に実現できる．石敷き生成全体の流れを図 4.5 に示す．

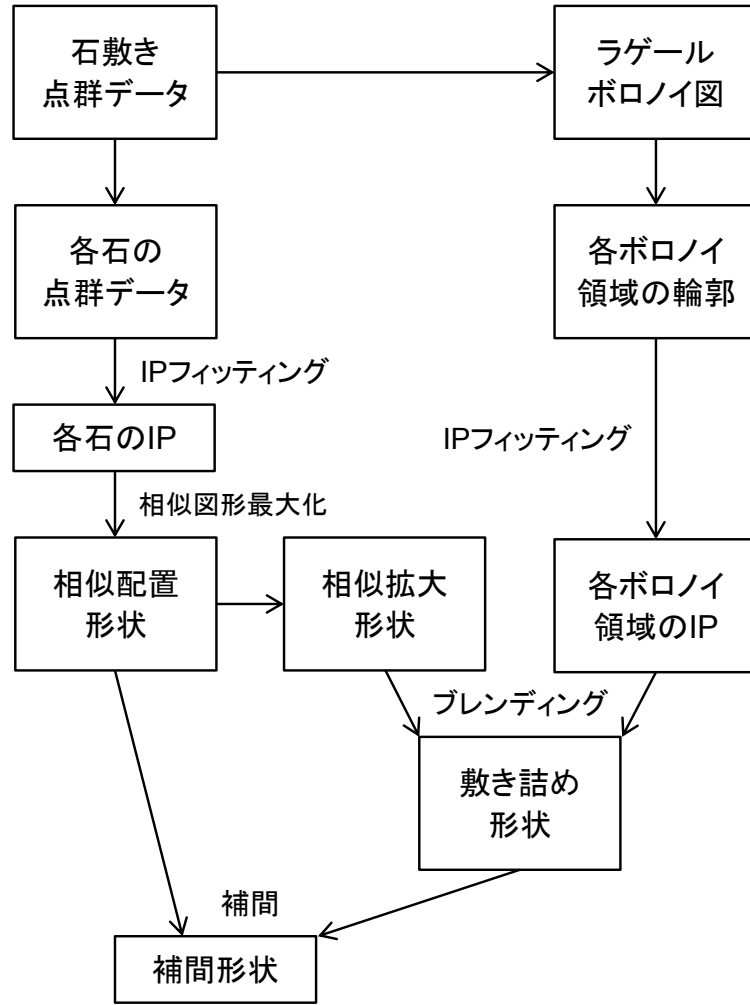


図 4.5: 3次元の石敷き生成の流れ

4.3.4 補間による敷き詰め度合い調整

相似配置形状の IP である f_S , 相似拡大形状の IP である f_L , ボロノイ領域の IP である f_V , という 3 種の IP の間で補間を行い, 敷き詰め度合いを調整する. 補間式には, 以下の 3 つの式を用いる.

- 補間式 1

$$F_{lerp1}(f_L, f_V, f_S) = \alpha \max(f_L, f_V) + (1 - \alpha)f_S \quad (4.8)$$

まず, \max 演算により敷き詰め形状を計算する. 次に, 敷き詰め形状と相似配置形状との間で線形補間を行う. R-ブレンドイングを用いない場合の補間式である.

- 補間式 2

$$F_{lerp2}(f_L, f_V, f_S) = \alpha \left\{ R(f_L, f_V) + d(f_L, f_V) \right\} + (1 - \alpha)f_S \quad (4.9)$$

まず、通常の R-ブレンディング $R(f_L, f_V) + d(f_L, f_V)$ により、敷き詰め形状を計算する。次に、敷き詰め形状と相似配置形状との間で線形補間を行う。

- 補間式 3

$$F_{lerp3}(f_L, f_V, f_S) = \alpha R(f_L, f_V) + (1 - \alpha)f_S + d(f_L, f_V) \quad (4.10)$$

まず、R-function と相似配置形状との間で線形補間を行う。次に、変位関数 $d(f_L, f_V)$ を α の値によらず加算する。

いずれの補間式でも、 α が小さいほど相似配置形状に近く、 α が大きくなるほど敷き詰め度合いが大きくなる。

4.3.5 表面情報

提案手法では、相似図形最大化や敷き詰めにおいて石のスケーリングを行う。表面情報を分離せずに石のスケーリングを行うと、表面の粒子のサイズごと変化するため、石の質感が保たれない。また、IP では表面の詳細な形状を表現できない。そこで、法線マッピングの使用が考えられる。計測した石の点群データから得られる詳細な形状と、IP フィッティングにより再構成した形状を元に、法線マップを得る。敷き詰めやブレンディングにより 3 次元形状を決定した後、メッシュ形式に変換し、レンダリング時に法線マップを用いる。表面の詳細な形状を表現可能な陰関数曲面と比較すると、形状の再現精度は低いものの、高速かつ省メモリである。

発掘される石敷きは、風化により石が浸食され形状が丸く変化する。石の風化を行う手法としては、物理シミュレーションによる手法 [36]、角ばっている部分程早く浸食させる spheroidal weathering [37]、1 枚の画像から簡易的に風化後の画像を生成する手法 [38] 等がある。物理シミュレーションを用いた手法は、正確であるものの計算コストが高い。spheroidal weathering を用いた手法 [37, 38] は、合理的ではあるが正確でなく、反復計算を必要とするため時間がかかる。

IP 計算時の RR パラメータを変更することで形状を丸くすることが可能である。浸食のシミュレーションではないため物理的根拠に欠けるものの、計算は高速である。IP の次数を下げる方法も考えられるが、次数は離散値であるため連続的变化を扱えない。また、ブレンディングの変位関数の値を大きくすることも考えられるが、ボロノイ領域との距離が影響するのは、浸食の表現方法として不適切である。

4.4 実験

実験で入力として用いた石の点群を図 4.6 に示す。頂点数は 3821 であり、各頂点は法線ベクトルの情報を持っている。図 4.6 ではメッシュ表示しているが、IP フィッティングにおいてメッシュ情報は用いられない。IP フィッティングには、Adaptive IP Fitting を 3L method, リッジ回帰とともに用いる。別に指定している場合を除き、フィッティングは以下の条件で行う。

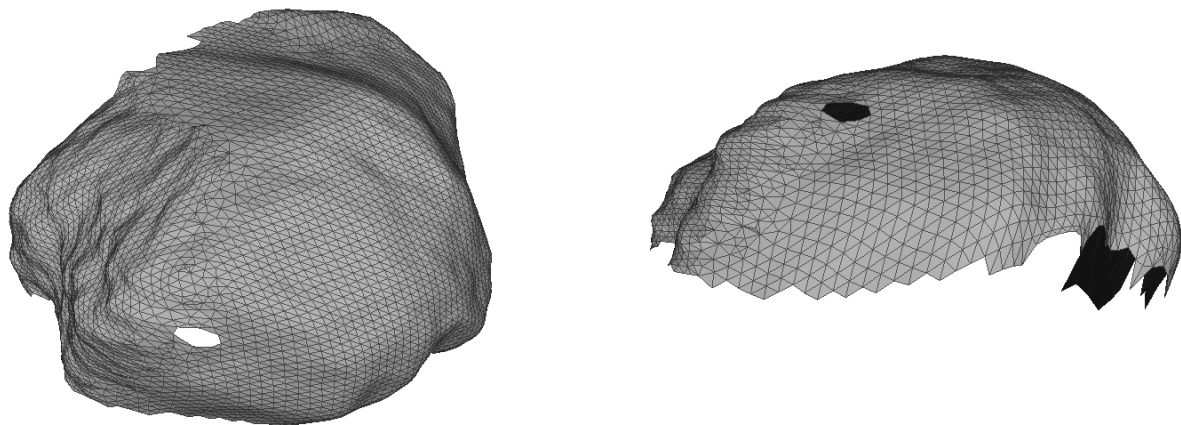


図 4.6: 入力点群

- 石の点群のフィッティング (3次元)
3L method では $\varepsilon = 0.1$ とする. RR パラメータは $\kappa = 10^{-10}$ を用いる. $accuracy = 0.95$ とする. 点群の x, y, z 座標が -0.95 以上 0.95 以下となるようスケーリングを行う.
- ボロノイ領域のフィッティング (2次元)
3L method では $\varepsilon = 0.04$ とする. RR パラメータは $\kappa = 0.001$ を用いる. $accuracy = 0.90$ とする. [26] 同様に頂点座標の正規化を行う.

ボロノイ領域内での相似図形最大化では, IP により再構成した形状を xy 平面に射影した図形を用いる.

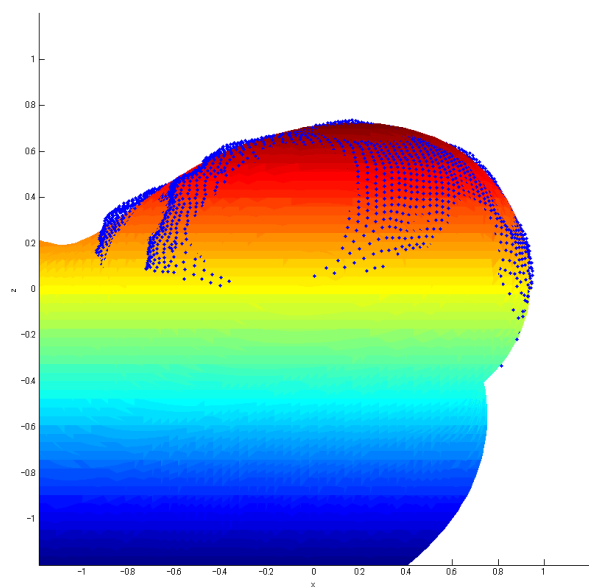
4.4.1 IP を用いた点群からの石の再構成

頂点を付加せずに IP により石を再構成した結果を図 4.7 に示す. $accuracy = 0.95$ では, 裏側が異常な形状となり, 閉曲面にならなかった. $accuracy = 0.90$ では, 形状が閉曲面になったものの, フィッティング精度が悪く, 裏側が大きくなりすぎるという問題があった.

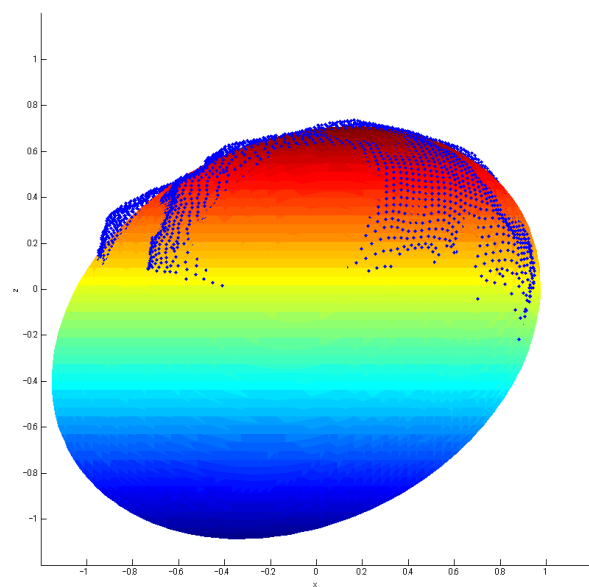
面对称の点群を付加して IP により石を再構成した結果を図 4.8 に示す. z 座標を制限しなかった場合には, 頂点が存在せず穴となっている部分で, 不自然な形状となった. $|z| > 0.2$ となるよう z 座標を制限すると, 表と裏が滑らかに繋がる形状となった.

図 4.9(a) のように, 座標 $(x, y, z) = (-0.3, 0.7, -0.2)$ に, 法線ベクトル $(nx, ny, nz) = (-0.5, \sqrt{0.5}, -0.5)$ の頂点を 3 点付加した. 付加した 3 頂点と $z > 0.2$ である石の点群から, IP により石を再構成した結果を図 4.9(b) に示す. 少数の頂点付加により, 石として自然な形状に再構成できることが分かる.

RR パラメータによる形状の変化を図 4.10 に示す. フィッティング前に, 点群の x, y 座標が 0.05 以上 1.95 以下になるよう移動してある. RR パラメータを大きくすることで形状を丸く変化させることが可能であると分かる. しかし, その変化の仕方は浸食による形状変化とは明らかに異なる. そのため, 簡易的に丸めを行う手法としては良いが, 風化の表現としては不適切である.

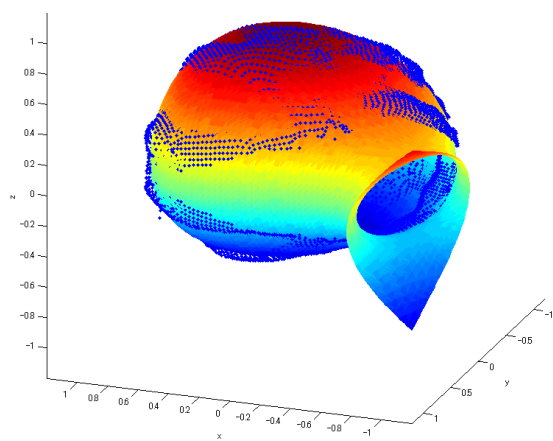


(a) $accuracy = 0.95$

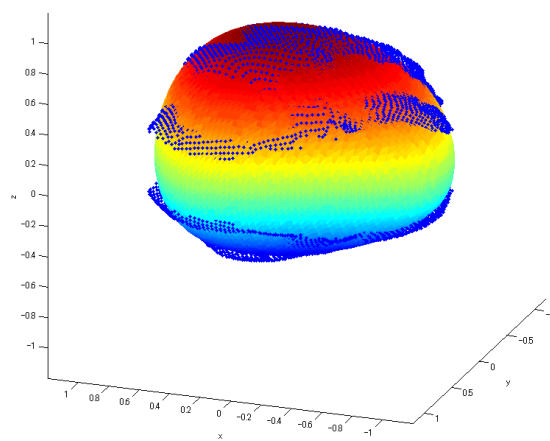


(b) $accuracy = 0.90$

図 4.7: 点群からの石の再構成 頂点付加なし

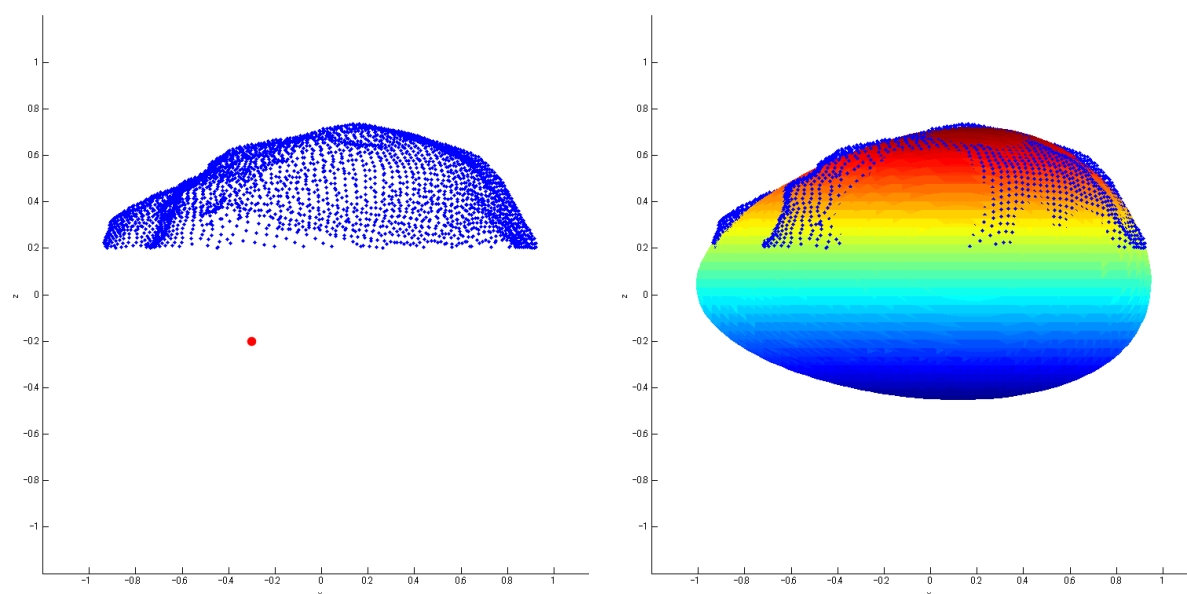


(a) z 座標制限無し



(b) $|z| > 0.2$

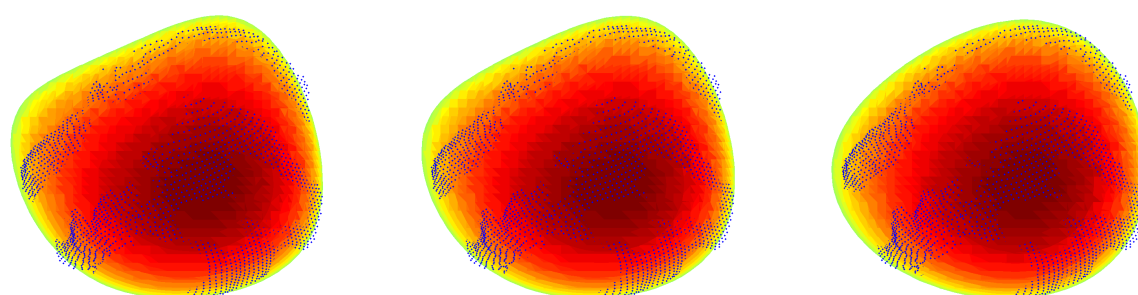
図 4.8: 点群からの石の再構成 面对称



(a) 付加した頂点 (赤点)

(b) 再構成結果

図 4.9: 点群からの石の再構成 頂点 3 点付加



(a) $\kappa = 10^{-4}$

(b) $\kappa = 10^{-3}$

(c) $\kappa = 10^{-2}$

図 4.10: RR パラメータによる丸め表現

4.4.2 ボロノイ図への石の配置と補間

変位関数のパラメータは $a_0 = 100$, $a_1 = a_2 = 10^{-2.5}$ に設定した．相似拡大形状は，IP フィッティング計算時の原点を中心に，相似配置形状を拡大率 1.2 で拡大した．領域を完全に敷き詰める必要がある場合には，ボロノイ領域を内包する最小図形の探索を，回転無しで行えばよい．

補間式 1，補間式 2，補間式 3 による補間の結果を，順に図 4.11，図 4.12，図 4.13 に示す．補間式 1 では，max 演算による共通部分を用いているため，ボロノイ領域の境界面が平面となり，石の形状として不自然なものとなっている．補間式 2，補間式 3 では，R-ブレンディングを用いているため， α の値が大きい場合にも不自然な平面や角は発生しない．補間式 2 では，石の敷き詰め度合いを上げているにも関わらず，削れる部分が存在した．補間式 3 では，敷き詰め反して削れる部分は存在しない．しかし， α の値が小さい場合にも変位関数により丸くなるため，形状の再現精度が低下した．

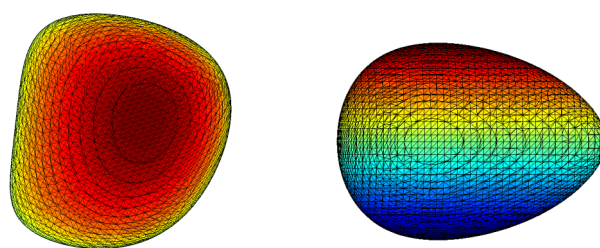
R-ブレンディングを用いて補間した形状を，ラゲールボロノイ図へ配置し敷き詰めを行う．補間には補間式 2 を用いた．ラゲールボロノイ図は，2次元の石敷きテクスチャ生成で得られたものと同じもの ($r^2 = S_O/\pi$ としたもの) を用いた．変位関数のパラメータは $a_0 = 10$, $a_1 = a_2 = 10^{-2.5}$ に設定した．

ラゲールボロノイ図へ石を配置し敷き詰めた石敷きを図 4.14 に示す． α により各石を大きくし，隙間を小さくしても，破綻無く敷き詰めを行えていることが分かる．また， $\alpha = 0$ では各石が同一の形状をしているのに対し， α を大きくすると各石が異なる形状となっていることが分かる．なお，石敷きの端に配置されている石のうち小さい石は，入力画像において一部しか見えていない石である．そのため，所望の領域よりも広い領域に石敷きを生成し，後で端を除去する方が良い．

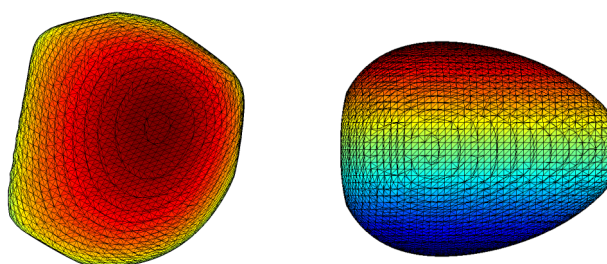
4.5 考察

補間式 2 では，敷き詰め反して削れる部分が存在した．このような部分が存在すると，体積が α に対して単調増加するとは限らない．所望の体積に自動で合わせたい場合に，二分探索を行えないという欠点がある．敷き詰め反して削れる原因として，今回用いた変位関数は $z = 0$ においても 0 にならないことが挙げられる．石は $z = 0$ で最もボロノイ領域の境界に近く，変位関数の値が大きくなりやすいためである．この問題を解決するためには変位関数を変更すべきであり，例えば，指定した領域外では変位関数の値が 0 となる Bounded blending[39] の使用が考えられる．

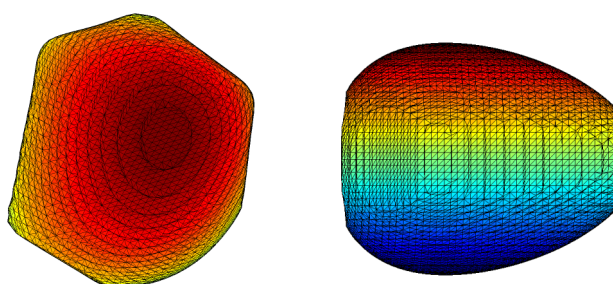
IP は細かな形状を表すのに適さない．3次元モデルの段階で細かな形状を表現するには，RBF や MPU 等の手法で代用，もしくはそれらの手法と IP を組み合わせる必要があると考えられる．細かい形状を表す陰関数曲面の計算には時間がかかるが，石の計測データのフィッティングは 1 回で済むため，事前計算しておいたものを繰り返し用いれば良い．その場合にも，ボロノイ図によりランダム性は保証されるため，不自然な周期パターンが発生することはない．また逆に，IP の利点を生かした改善も考えられる．IP はパラメータが少なく形状の比較に向いているため，適切なボロノイ図を生成する際に，IP を用いて形状



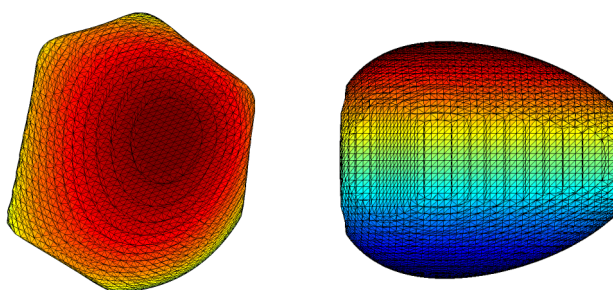
(a) $\alpha = 0.0$



(b) $\alpha = 0.5$

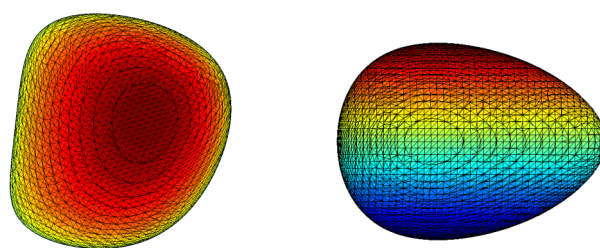


(c) $\alpha = 0.9$

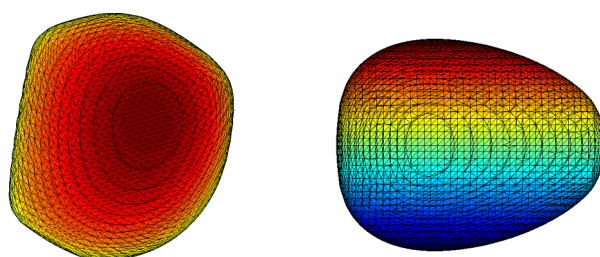


(d) $\alpha = 1.0$

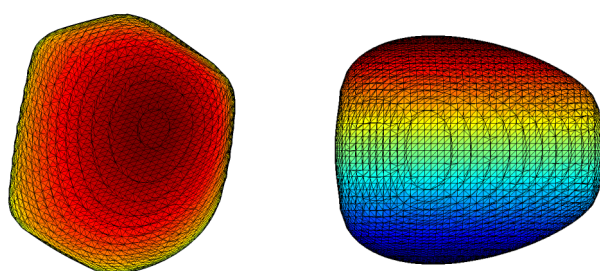
図 4.11: 補間式 1



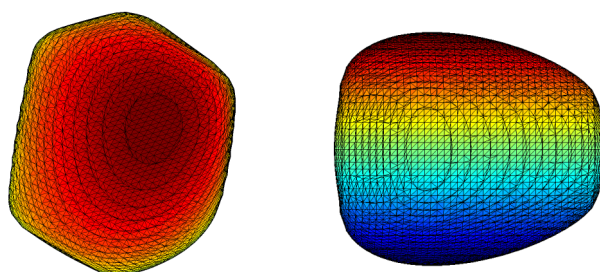
(a) $\alpha = 0.0$



(b) $\alpha = 0.5$

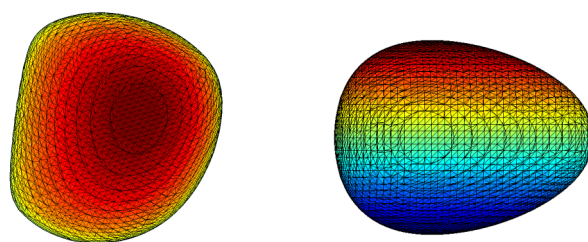


(c) $\alpha = 0.9$

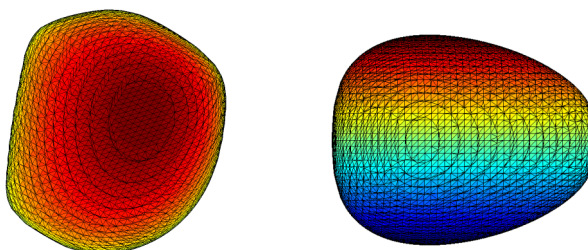


(d) $\alpha = 1.0$

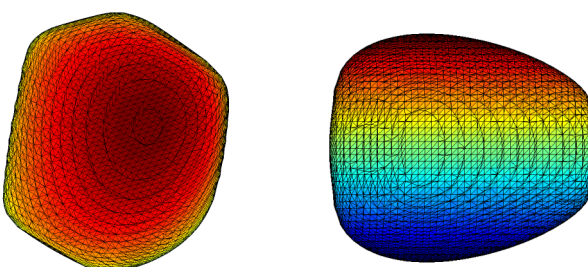
図 4.12: 補間式 2



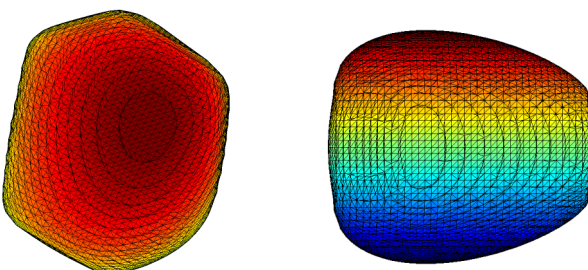
(a) $\alpha = 0.0$



(b) $\alpha = 0.5$



(c) $\alpha = 0.9$



(d) $\alpha = 1.0$

図 4.13: 補間式 3

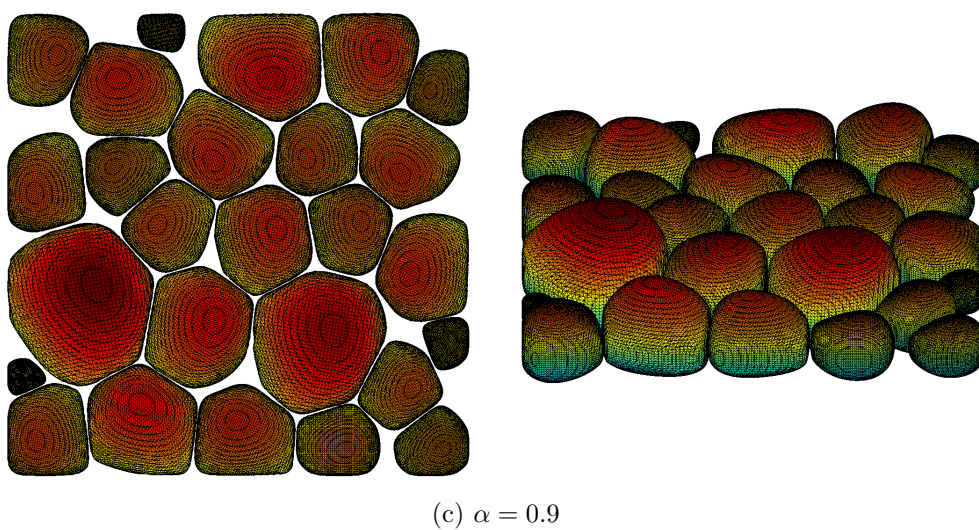
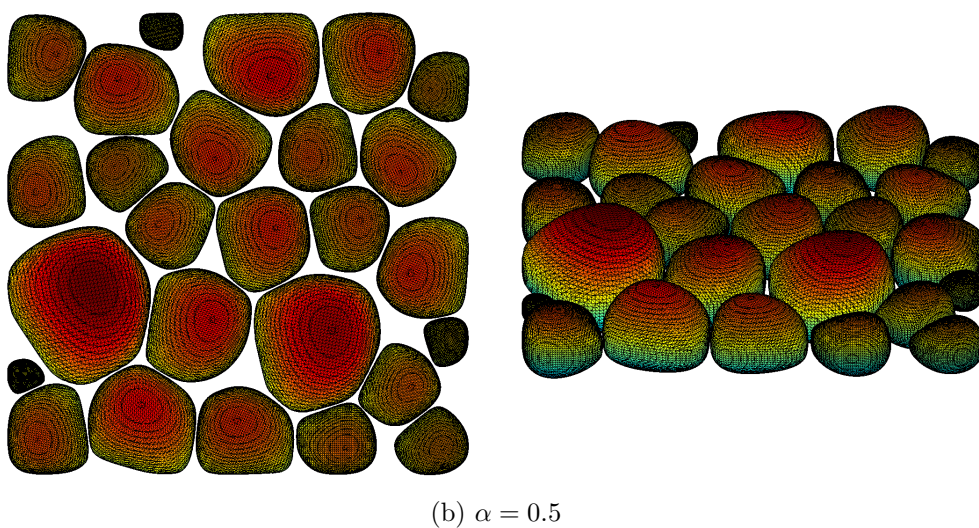
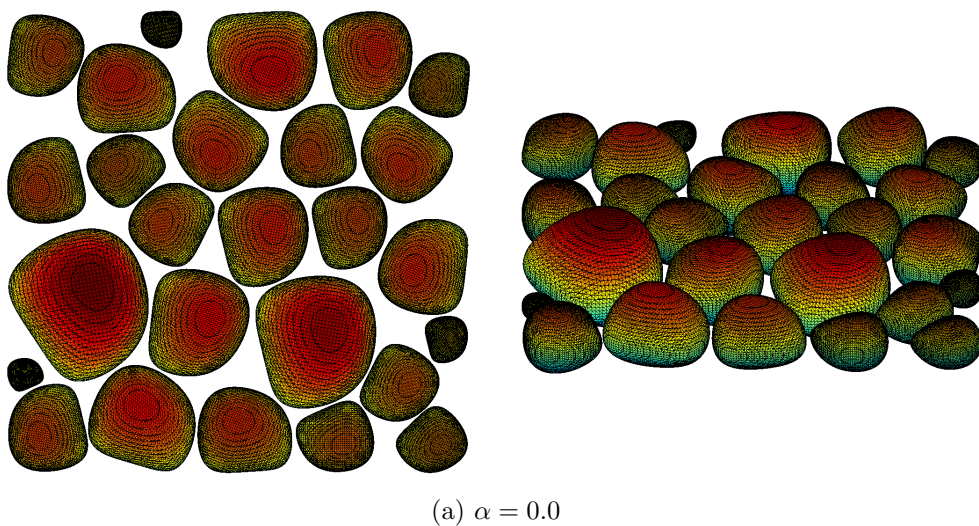


図4.14: ラゲールポロノイ図への石の配置. 左列: 真上から, 右列: 斜め上から (仰角 30°)

の類似性を評価する手法が考えられる．

4.6 まとめ

本章では，IPのR-ブレンディングと補間により，3次元の石敷きモデルを生成する手法を提案した．実験により，提案手法は，地面平面方向の敷き詰め，石の上面の形状維持，不自然な角の除去を同時に実現できることを確認した．補間計算は高速で，敷き詰め度合いを自在に調整できる．しかし，敷き詰めによって削れる部分が存在するため，変位関数に改善の余地がある．また，IPは詳細な形状を表現できないため，IP以外の陰関数曲面の利用も有用であると考えられる．

第5章

結論

5.1 まとめ

本論文では、Implicit Polynomial とラゲールボロノイ図を用いることにより、3次元計測データに基づく石敷きモデルを生成する手法を提案した。まず、ラゲールボロノイ図は、ボロノイ領域の面積を制御可能であり、相似図形最大化を高速に行え、極端な形状になりにくいことを実験と考察により示した。次に、石とボロノイ領域を IP フィッティングし、2種の IP 間で補間を行うことで、2次元の石敷きテクスチャ生成が可能であることを確認した。そして、2次元の石敷きテクスチャ生成手法を拡張することにより、3次元の石敷きモデルを生成する手法を提案した。石の高さ方向には形状を保ったまま拡大を行えることから、ボロノイ領域に配置した石を拡大した形状とボロノイ領域の共通部分を敷き詰めを使用した。共通部分の角を R-ブレンディングにより丸めることで、地面平面方向の敷き詰め、石の上面の形状維持、不自然な角の除去を同時に実現できる手法を提案した。生成した石をラゲールボロノイ図へ配置する実験を行い、IP の補間と R-ブレンディングによる石敷きモデル生成の有効性を示した。

5.2 今後の課題と展望

今後の課題として、まずボロノイ領域のパラメータ合わせが挙げられる。Inverse Monte-Carlo による手法は収束速度の遅さから実用的でない。そのため、 L_p 重心ボロノイ分割等の手法を、不規則な石敷きを生成できるよう改良する必要がある。次に、表面情報の表現が挙げられる。IP 以外の陰関数曲面による詳細な形状の表現に加え、色を含めた風化の表現が、遺跡の復元展示に用いる上で重要である。

今後の展望について述べる。本研究を用いて石敷きモデルを生成する上で、石敷きの3次元計測と、計測によって得られた点群のセグメンテーションに多くの時間を要する。しかし、3次元計測手法の高速化や自動セグメンテーション手法の高精度化は、一朝一夕に実現されるものではない。そのため、セグメンテーション後の点群データを、公開・共有していくことで、全体として制作時間を削減すべきであろう。石の3次元計測データは、CG・DEM の分野で利用可能であり、データベース化が望まれる。

また、分野を横断した研究が行われる必要がある。計測情報に基づく復元展示の場合、コンピュータビジョンと CG の両方の技術が必要であり、分野間の更なる融合が期待される。ボロノイ図に関しては、分野を問わず様々な研究で活用されるものであり、異分野の研究が問題解決に役立つ可能性がある。そのため、研究者は自分の研究領域に囚われることなく、積極的に異分野に足を踏み入れ交流すべきであろう。石はボロノイ領域外に出られないが、人間は領域を共有することで、更なる発展に繋がられる。

謝辞

本研究を進めるにあたり，ご指導ご鞭撻を賜りました池内克史教授に深く感謝致します。お忙しい中，議論に時間を割いていただきご助言いただけたおかげで，研究を進め本論文にまとめることができました。

大石岳史准教授には，ミーティング等で数々のご助言をいただきました。深く感謝致します。特任研究員の佐藤啓宏さんには，研究活動を様々な面で丁寧に支えていただきました。深く感謝致します。特任助教の鄭波さんには，的確な助言により Implicit Polynomial に関する問題を解決に導いていただきました。深く感謝致します。

秘書の皆様，G グループの皆様，同居室だった皆様をはじめとして，池内研究室の職員，先輩，同期，後輩の皆様に心より感謝致します。

最後に，これまで支えてくれた家族，友人に心より感謝致します。

2014 年 2 月 6 日
進矢 陽介

参考文献

- [1] 杉原厚吉：なわばりの数理モデル—ボロノイ図からの数理工学入門—，共立出版 (2009).
- [2] Zheng, B., Takamatsu, J. and Ikeuchi, K.: An adaptive and stable method for fitting implicit polynomial curves and surfaces, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (PAMI)*, Vol. 32, No. 3, pp. 561–568 (2010).
- [3] Ikeuchi, K.: e-Heritage, Cyber Archaeology, and Cloud Museum, *In Proc. of International Conference on Culture and Computing*, IEEE, pp. 1–7 (2013).
- [4] Taketomi, T., Sato, T. and Yokoya, N.: Real-time and accurate extrinsic camera parameter estimation using feature landmark database for augmented reality, *Computers & Graphics*, Vol. 35, No. 4, pp. 768–777 (2011).
- [5] 朝日新聞：出会いの広場、石敷き溝 明日香村・飛鳥寺西方遺跡 (2011 年 11 月 25 日).
- [6] Miyata, K., Itoh, T. and Shimada, K.: A Method of Generating Pavement Textures Using the Square Packing Technique, *The Visual Computer*, Vol. 17, No. 8, pp. 475–490 (2001).
- [7] Ma, C., Wei, L.-Y. and Tong, X.: Discrete element textures, *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, Vol. 30, No. 4, pp. 62:1–62:10 (2011).
- [8] Peytavie, A., Galin, E., Grosjean, J. and Merillou, S.: Procedural generation of rock piles using aperiodic tiling, *Computer Graphics Forum*, Vol. 28, No. 7, pp. 1801–1809 (2009).
- [9] Mollon, G. and Zhao, J.: Fourier–Voronoi-based generation of realistic samples for discrete modelling of granular materials, *Granular Matter*, Vol. 14, No. 5, pp. 621–638 (2012).
- [10] 櫻井快勢，宮田一乗：地表に無造作に配置された岩石の生成手法，芸術科学会論文誌，Vol. 10, No. 3, pp. 98–106 (2011).
- [11] Cundall, P. A. and Strack, O. D. L.: A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47–65 (1979).

-
- [12] Aurenhammer, F.: Voronoi diagrams—a survey of a fundamental geometric data structure, *ACM Computing Surveys (CSUR)*, Vol. 23, No. 3, pp. 345–405 (1991).
 - [13] Cohen, M. F., Shade, J., Hiller, S. and Deussen, O.: Wang tiles for image and texture generation, *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, Vol. 22, No. 3, pp. 289–294 (2003).
 - [14] Gross, D. and Li, M.: Constructing microstructures of poly- and nanocrystalline materials for numerical modeling and simulation, *Applied Physics Letters*, Vol. 80, No. 5, pp. 746–748 (2002).
 - [15] Mollon, G. and Zhao, J.: Generating realistic 3D sand particles using Fourier descriptors, *Granular Matter*, Vol. 15, No. 1, pp. 95–108 (2013).
 - [16] Sakurai, K. and Miyata, K.: Procedural modeling of multiple rocks piled on flat ground, *ACM SIGGRAPH ASIA 2010 Posters*, Article No. 35 (2010).
 - [17] Du, Q., Faber, V. and Gunzburger, M.: Centroidal Voronoi tessellations: Applications and algorithms, *SIAM Review*, Vol. 41, No. 4, pp. 637–676 (1999).
 - [18] Du, Q. and Wang, D.: Anisotropic centroidal Voronoi tessellations and their applications, *SIAM Journal on Scientific Computing*, Vol. 26, No. 3, pp. 737–761 (2005).
 - [19] Lévy, B. and Liu, Y.: L_p Centroidal Voronoi Tessellation and its applications, *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, Vol. 29, No. 4 (2010).
 - [20] Lloyd, S. P.: Least squares quantization in PCM, *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 28, No. 2, pp. 129–137 (1982).
 - [21] Merland, R., Lévy, B., Caumon, G. and Collon-Drouaillet, P.: Building Centroidal Voronoi Tessellations For Flow Simulation In Reservoirs Using Flow Information, *In Proc. of SPE Reservoir Simulation Symposium*, SPE 141018 (2011).
 - [22] Ohtake, Y., Belyaev, A., Alexa, M., Turk, G. and Seidel, H.-P.: Multi-level partition of unity implicits, *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, Vol. 22, No. 3, pp. 463–470 (2003).
 - [23] Lorensen, W. E. and Cline, H. E.: Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm, *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, Vol. 21, No. 4, pp. 163–169 (1987).
 - [24] Singh, J. M. and Narayanan, P.: Real-time ray tracing of implicit surfaces on the GPU, *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, Vol. 16, No. 2, pp. 261–272 (2010).

- [25] Blane, M. M., Lei, Z., Civi, H. and Cooper, D. B.: The 3L algorithm for fitting implicit polynomial curves and surfaces to data, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (PAMI)*, Vol. 22, No. 3, pp. 298–313 (2000).
- [26] Tasdizen, T., Tarel, J.-P. and Cooper, D. B.: Improving the stability of algebraic curves for applications, *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol. 9, No. 3, pp. 405–416 (2000).
- [27] Sahin, T. and Unel, M.: Fitting globally stabilized algebraic surfaces to range data, *Tenth IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)*, Vol. 2, pp. 1083–1088 (2005).
- [28] 大塚祐貴, 阪野貴彦, 大石岳史, 池内克史: 3次元計測データを利用したMRにおける実物体と仮想物体のシームレスな合成, 画像の認識・理解シンポジウム (MIRU) 論文集, pp. 1883–1890 (2010).
- [29] Agarwal, P. K., Amenta, N. and Sharir, M.: Largest placement of one convex polygon inside another, *Discrete & Computational Geometry*, Vol. 19, No. 1, pp. 95–104 (1998).
- [30] Ji, Z., Liu, L., Chen, Z. and Wang, G.: Easy mesh cutting, *Computer Graphics Forum*, Vol. 25, No. 3, pp. 283–291 (2006).
- [31] Meng, M., Fan, L. and Liu, L.: A comparative evaluation of foreground/background sketch-based mesh segmentation algorithms, *Computers & Graphics*, Vol. 35, No. 3, pp. 650–660 (2011).
- [32] Leifman, G. and Tal, A.: Mesh Colorization, *Computer Graphics Forum*, Vol. 31, No. 2pt2, pp. 421–430 (2012).
- [33] Pasko, A. and Savchenko, V.: Blending operations for the functionally based constructive geometry, *In Proc. of CSG 94 Conference*, pp. 151–161 (1994).
- [34] Pasko, A., Adzhiev, V., Sourin, A. and Savchenko, V.: Function representation in geometric modeling: concepts, implementation and applications, *The Visual Computer*, Vol. 11, No. 8, pp. 429–446 (1995).
- [35] Rvachev, V. L.: *Methods of logic algebra in mathematical physics*, Naukova Dumka, Kiev (1974). (in Russian).
- [36] Dorsey, J., Edelman, A., Jensen, H. W., Legakis, J. and Pedersen, H. K.: Modeling and rendering of weathered stone, *In Proc. of ACM SIGGRAPH*, pp. 225–234 (1999).
- [37] Beardall, M., Farley, M., Ouderkirk, D., Reimschuessel, C., Smith, J., Jones, M. and Egbert, P.: Goblins by spheroidal weathering, *In Proc. of the Third Eurographics conference on Natural Phenomena*, pp. 7–14 (2007).

- [38] Xue, S., Dorsey, J. and Rushmeier, H.: Stone weathering in a photograph, *Computer Graphics Forum*, Vol. 30, No. 4, pp. 1189–1196 (2011).
- [39] Pasko, G., Pasko, A. and Kunii, T.: Bounded blending for function-based shape modeling, *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 25, No. 2, pp. 36–45 (2005).

発表文献

- [1] 進矢陽介, 佐藤啓宏, 鄭波, 大石岳史, 池内克史 : Implicit Polynomial を用いた発掘情報に基づく石敷きモデル生成, 情報処理学会コンピュータビジョンとイメージメディア研究会 (IPSJ SIG-CVIM) 191, (Mar. 2014). (to appear)