

東京大学 大学院新領域創成科学研究科
基盤科学研究系物質系専攻

平成 25 年度

修士論文

「連続 X 線を用いた X 線 Talbot 干渉計の
光学系の検討」

2014 年 1 月 28 日提出

指導教員：雨宮 慶幸 教授 印

47126035：名越 健誠

目次

第1章	序論	1
1.1	背景	1
1.2	目的	2
1.3	構成	2
第2章	X線位相イメージングとX線 Talbot 干渉計	3
2.1	X線位相イメージングの特徴	3
2.2	Talbot 効果	5
2.2.1	Talbot 効果とフレネル回折	5
2.2.2	分数 Talbot 効果	9
2.2.3	Talbot 効果とコヒーレンス	11
2.2.4	物体挿入時の自己像の変形	13
2.2.5	球面波による Talbot 効果	15
2.3	X線 Talbot 干渉計を用いた位相イメージング	17
2.3.1	モアレ縞の発生	18
2.3.2	縞走査法	20
2.3.3	微分位相像の統計誤差と S/N	22
第3章	シミュレーションと結果	25
3.1	シミュレーションの概要	25
3.1.1	光源のスペクトル	26
3.1.2	検討するパラメータ	28
3.2	シミュレーションの結果	30
3.2.1	$t_2=60\mu\text{m}$ の時	30
3.2.2	$t_2=120\mu\text{m}$ 、 $180\mu\text{m}$ の時	32
第4章	実験と結果	35
4.1	実験の光学系	35
4.2	実験方法	36
4.3	平行モアレ縞とその評価	37
4.3.1	平行モアレ縞の発生	37
4.3.2	縞走査処理後の画像	38
4.4	実験結果	40

4.4.1	$t_2=60\mu\text{m}$ の時	40
4.4.2	$t_2=120\mu\text{m}$ 、 $180\mu\text{m}$ の時	42
第 5 章	シミュレーション結果と実験結果の解析と考察	45
5.1	結果の比較と考察	45
5.2	ビームハードニングを考慮したシミュレーション	46
第 6 章	まとめと今後の展望	50
6.1	まとめ	50
6.2	今後の展望	51
	参考文献	52
	謝辞	54

第1章 序論

1.1 背景

1895年にレントゲンによってX線が発見されて以来、X線は幅広い分野へ応用が広まり現代社会において欠かせないものとなっている。特に、医療機関や空港の手荷物検査においてX線撮像装置が利用されていることは有名である。現在普及しているX線撮像装置の多くは、X線の吸収の情報を利用したものであり、X線吸収イメージングと呼ばれる。しかし、生体軟組織や高分子材料などの軽元素からなる物体を観察する場合、X線吸収イメージングでは画像コントラストが付きづらいという問題がある [1]。その問題を解決する手段として期待されているのが、X線の位相の情報を利用したX線位相イメージングである。X線が物体を透過する際の相互作用には、振幅の減衰（吸収に相当）だけでなく、位相の変化（屈折に相当）がある。軽元素に対しては、振幅の減衰より位相の変化の方が格段に大きいので、X線位相イメージングによって高感度なイメージングが可能になる。

X線位相イメージングは、第三世代シンクロトロン放射光源のようなX線源や、光学素子、画像検出器の発展に伴って1990年中頃より盛んに研究が行われるようになった。代表的な手法としては、Bonse-Hart型干渉計を用いる方法 [2]、伝搬ベースの方法 [3]、DEI(Diffraction Enhanced Imaging) [4, 5]、そしてX線Talbot干渉計を用いる方法 [6] が挙げられる。このうち、Bonse-Hart型干渉計を用いた方法とDEIはX線に単色性と平行性が要求されるためにシンクロトロン放射光を利用しなければならない、という制限があり、伝搬ベースの方法は、高分解能の検出器が必要になる。それに対し、X線Talbot干渉計を用いる方法はこのような制限が無い点で実用性の点で大変注目を集めている。

X線Talbot干渉計は、試料、二枚の透過型回折格子、画像検出器によって構成される。光学系が簡単である、高い機械的安定性が不要である、高い空間分解能の画像検出器を必要としない、格子を大きくすることで大視野化が可能、準単色の球面波X線源に対しても適用できる、等の特長を持っている。このような実用性から、X線Talbot干渉計は医療診断や非破壊検査への応用が期待されている。

X線Talbot干渉計を用いた位相イメージングで得られる画像は、単色X線の場合、シミュレーションによる予想は容易である。ただし、実験室X線源を用いた位相イメージングでは多数の波長を含む連続X線を用いるので、最終的に得られる画像に対するX線のスペクトル依存性を考慮する必要がある。

1.2 目的

本研究の目的は、実験室X線源を光源としたシミュレーションと実験を行い、X線 Talbot 干渉計のイメージングで得られる微分位相像の S/N を評価して、連続X線を使用したX線 Talbot 干渉計の光学系の最適化の検討を行うことである。今回はその初めの段階として、2枚の回折格子の周期が決まっているという条件の下でX線 Talbot 干渉計で得られる画像のシミュレーションを行った。最終的には、より広い条件で連続X線を用いたX線 Talbot 干渉計の光学系のシミュレーションを行い、その最適化をすることを目標としている。

1.3 構成

本論文は、以下のように構成されている。

第二章

X線位相イメージングの特徴を説明した後、Talbot 効果、及びX線 Talbot 干渉計の理論を説明する。

第三章

実験室X線源を光源としたX線 Talbot 干渉計のシミュレーションについて説明し、その結果を示す。

第四章

第三章のシミュレーションで想定した光学系で実験を行い、その結果を示す。

第五章

シミュレーションと実験の結果を比較して、それに対する考察を示す。

第六章

本研究のまとめと、今後の展望を記す。

第2章 X線位相イメージングとX線 Talbot 干渉計

この章では、X線位相イメージングの手法の一つであるX線 Talbot 干渉計について説明する。まず初めにX線位相イメージングの特徴について述べる。次にX線 Talbot 干渉計の元となる現象である Talbot 効果について説明した後、X線 Talbot 干渉計について説明する。

2.1 X線位相イメージングの特徴

X線に対する物質の複素屈折率 n は一般に、

$$n = 1 - \delta + i\beta \quad (2.1)$$

という式で表される [8]。 β は複素屈折率の虚数部で、X線の振幅減衰に寄与する。 β は線吸収係数 μ を用いて

$$\beta = \frac{\lambda}{4\pi} \mu \quad (2.2)$$

の関係がある。ただし、 λ はX線の波長を表す。X線が物質を透過したときの強度透過率の二次元空間分布を $T(x, y)$ とすると、その対数 $\log T(x, y)$ は物質の三次元吸収係数分布 $\mu(x, y, z)$ の投影であり、

$$\log T(x, y) = - \int \mu(x, y, z) dz \quad (2.3)$$

で与えられる。ただし、光の進行方向を z 軸にとった。従来の吸収イメージングでは、この $\log T$ がコントラスト形成に寄与している。

それに対し、 $1 - \delta$ は複素屈折率の実数部で、X線の屈折、位相シフトに寄与する。すなわち、X線が物質を透過したときの位相シフトの二次元空間分布 $\Phi(x, y)$ は物質の三次元屈折率分布 $\delta(x, y, z)$ の投影であり、

$$\Phi(x, y) = -\frac{2\pi}{\lambda} \int \delta(x, y, z) dz \quad (2.4)$$

で与えられる。直接測定可能な量はX線の強度分布なので、位相イメージングではこの Φ を何らかの方法で強度変化として画像化することが必要になる。

次に、物質の投影を表す二つの量 $\log T$ と Φ の違いを明らかにする。 μ と δ は原子レベルで表すとそれぞれ

$$\begin{aligned}\mu &= \sum_k N_k(x, y, z) \mu_k^a \\ &= 2\lambda r_e \sum_k N_k(x, y, z) (-f''_k)\end{aligned}\quad (2.5)$$

$$\delta = \frac{r_e \lambda^2}{2\pi} \sum_k N_k(x, y, z) (Z_k + f'_k) \quad (2.6)$$

である [8]。ここで、 N_k は元素 k の単位体積あたりの個数、 μ_k^a は原子吸収係数、 r_e は古典電子半径、 Z_k は原子番号、 f'_k と f''_k はそれぞれ原子散乱因子の異常分散項の実部と虚部である。これら両式をそれぞれ (2.3)、(2.4) 式に代入すると

$$\begin{aligned}\log T &= -2\lambda r_e \int \sum_k N_k(x, y, z) (-f''_k) dz \\ &= - \int \sum_k N_k(x, y, z) \mu_k^a dz\end{aligned}\quad (2.7)$$

$$\begin{aligned}\Phi &= -\lambda r_e \int \sum_k N_k(x, y, z) (Z_k + f'_k) dz \\ &= - \int \sum_k N_k(x, y, z) p_k dz\end{aligned}\quad (2.8)$$

となる。ただし、 $p_k = r_e \lambda (Z_k + f'_k)$ であり、原子一個当たりの位相シフトの相互作用断面積というべき量である。(2.7)、(2.8) 式からわかるように、物質の組成や密度による寄与は $\log T$ 、及び Φ において共通である。ゆえに、 $\log T$ と Φ の違いは μ_k^a と p_k の違いに帰着される。そこで、 μ_k^a と p_k を波長 1\AA 、 0.7\AA 、 0.5\AA のX線それぞれに対して計算したのが図 2.1 である。尚、 f'_k および f''_k は佐々木テーブル [9, 10] の値を用いた。

これからわかることは、位相シフトの相互作用断面積の方が吸収の相互作用断面積よりも大きいことである。特に軽元素に対しては約 1000 倍も大きく、この感度の良さが位相イメージングの大きな利点になっている。

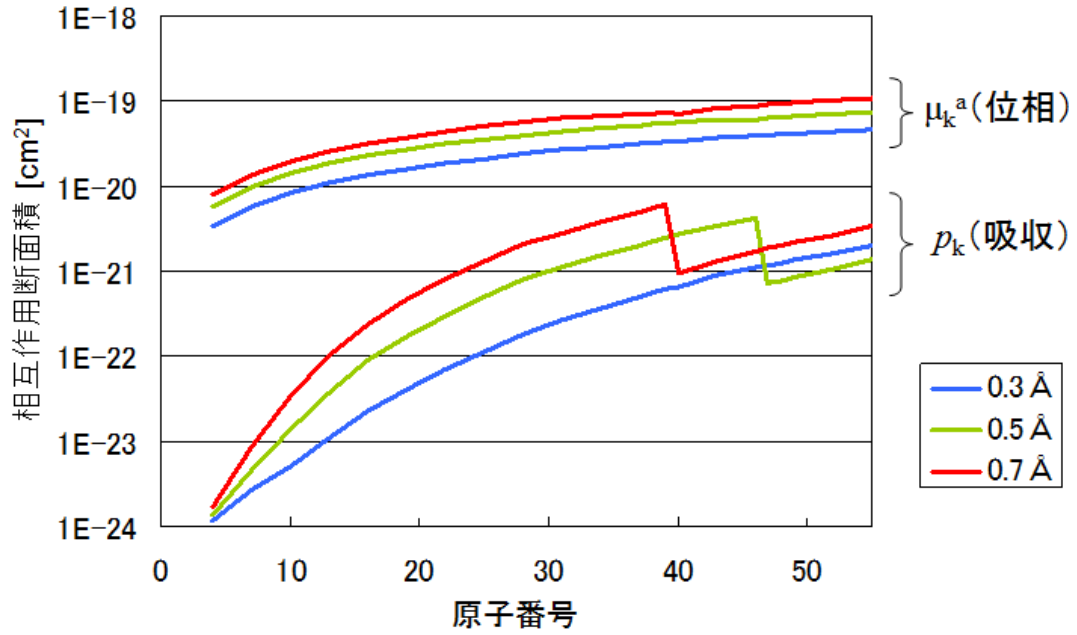


図 2.1: 吸収、及び位相シフトの相互作用断面積 μ_k^a 、 p_k の原子番号による変化

2.2 Talbot 効果

Talbot 効果とは、コヒーレント光が回折格子を透過した後、一定距離だけ下流の位置に回折格子と同じパターンの強度分布（自己像）が生じる現象で、1836 年に Talbot により発見された [11]。その後、任意の距離下流における像についても研究がなされ、Patorski によって Talbot 効果に関する研究結果がまとめられた [12]。

本節では、Talbot 干渉計を理解するために必要な Talbot 効果の性質について説明する。

2.2.1 Talbot 効果とフレネル回折

波長 λ の単色平面波が周期 d の回折格子を透過した後に出来るフレネル回折場を考える。座標系を図 2.2 に示す。格子の周期の方向を x 軸、光軸方向を z 軸にとり、回折格子がある面を $z = 0$ とする。今回の光学系では y 軸方向に構造がないため、以下 $x - z$ 平面内で議論を進めていく。また、 z 方向の伝播を表す項 $\exp(ikz)$ は今回の議論に影響しないため省略する。

回折格子の振幅透過関数を $T(x)$ とすると、回折格子を透過後に距離 z だけ伝搬した電場 $E(x, z)$ は

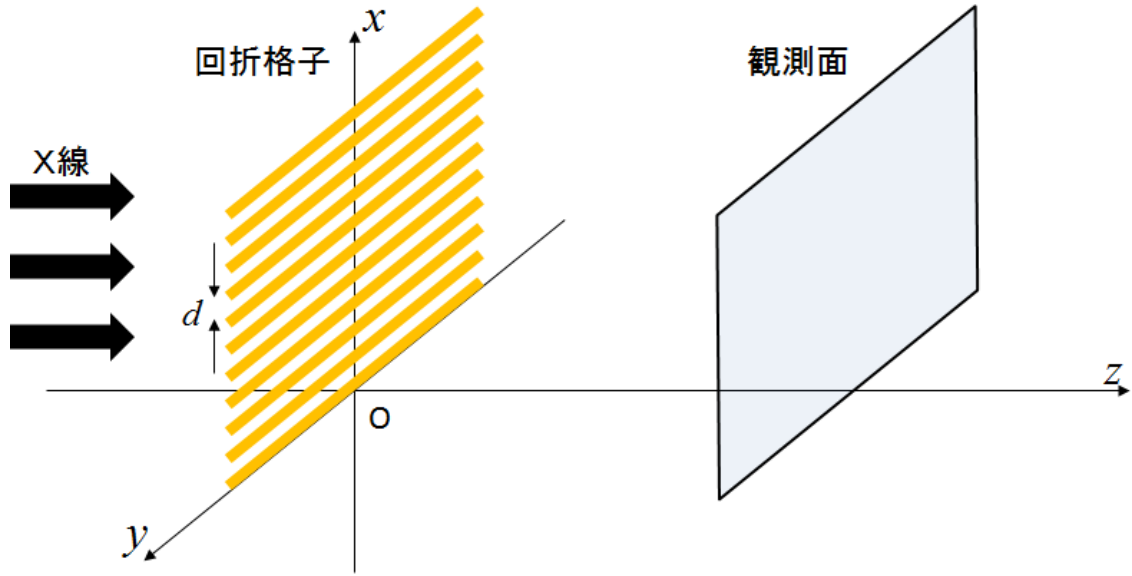


図 2.2: Talbot 効果の座標系

$$E(x, z) = \frac{1}{\sqrt{i\lambda z}} \int T(x') \exp \left[\frac{i\pi}{\lambda z} (x - x')^2 \right] dx' \quad (2.9)$$

というフレネル回折積分によって求められる。また、格子は周期性を持つので、 $T(x)$ はフーリエ級数展開でき、

$$T(x) = \sum_n a_n \exp \left(i2\pi \frac{n}{d} x \right) \quad (2.10)$$

と表される。ただし、 a_n は n 次のフーリエ係数を表している。透過関数がフーリエ級数展開出来るため、式 (2.10) を式 (2.9) に代入することにより簡単に積分を計算することができ、

$$E(x, z) = \sum_n a_n \exp \left(-i\pi \lambda z \frac{n^2}{d^2} \right) \exp \left(i2\pi \frac{n}{d} x \right) \quad (2.11)$$

となる。この式より、電場の複素振幅分布は、 z が変化、つまり伝播が進むにつれて連続的に変化するものの、 x 方向の周期性は保たれることがみてとれる。

ここまではフレネル回折積分を計算することにより波動光学的な見地から式 (2.11) を導いたが、幾何光学的な見地から直感的に求めることも出来るのでその導出について触れ

ていく。式 (2.10) は、回折格子を透過した平面波が x 方向の波数 $2\pi n/d$ をもつ多数の回折光に分かれることを示している。また、近軸近似を適用すると z 軸方向の波数は $2\pi/\lambda$ となるので、 n 次回折光の回折角は $n\lambda/d$ となる。

次に、観測面上の点 P における複素振幅を考えていく。図 2.3 に概略図を示す。

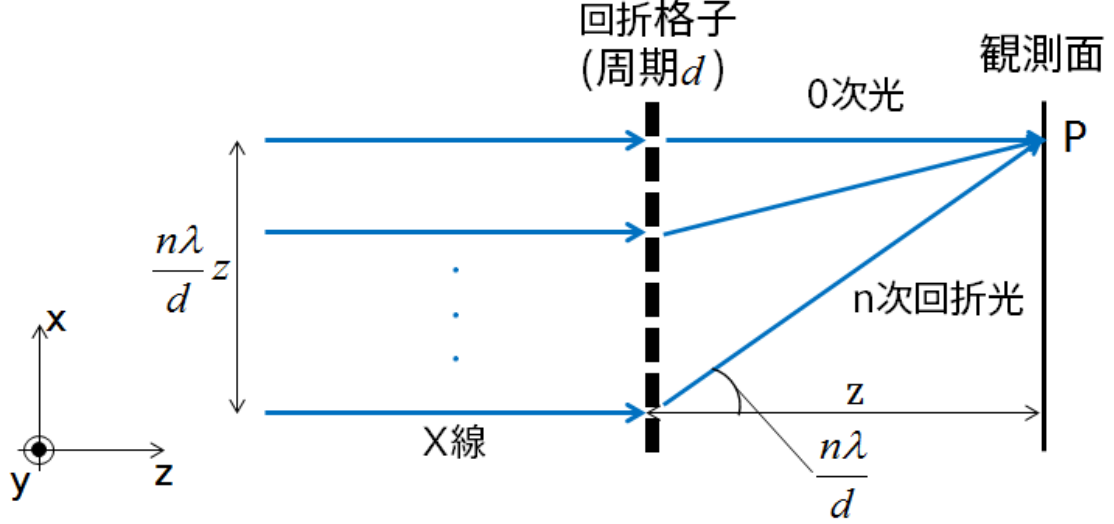


図 2.3: 回折格子透過後、点 P に到達する 0 次回折光と n 次回折光の関係

点 $P(x, z)$ に到達する n 次回折光の回折格子上での x 座標は $x - n\lambda z/d$ となるため、回折格子透過直後の n 次回折光は

$$a_n \exp \left[i2\pi \frac{n}{d} \left(x - n\lambda \frac{z}{d} \right) \right] = a_n \exp \left(-i2\pi \lambda z \frac{n^2}{d^2} \right) \exp \left(i2\pi \frac{n}{d} x \right) \quad (2.12)$$

と表せる。さらに、0 次回折光と n 次回折光の光路差 l_n は放物近似を用いて

$$\begin{aligned} l_n &= \sqrt{z^2 + \left(\frac{zn\lambda}{d} \right)^2} - z \\ &\simeq z \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{n\lambda}{d} \right)^2 \right) - z \\ &= \frac{zn^2\lambda^2}{2d^2} \end{aligned} \quad (2.13)$$

となる。この光路差に由来する位相差を式 (2.12) にかけて、全ての回折光について足し合わせるにより n 次光の複素振幅分布 $E_n(x, z)$ は

$$\begin{aligned} E_n(x, z) &= \sum_n a_n \exp \left(-i2\pi \lambda z \frac{n^2}{d^2} \right) \exp \left(i2\pi \frac{n}{d} x \right) \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} l_n \right) \\ &= \sum_n a_n \exp \left(-i\pi \lambda z \frac{n^2}{d^2} \right) \exp \left(i2\pi \frac{n}{d} x \right) \end{aligned} \quad (2.14)$$

と求めることができる。以上より、幾何的な見地からも式 (2.11) を導出できることがわかる。

さて、式 (2.11) において

$$z = 2p' \frac{d^2}{\lambda} \quad (p' = 1, 2, \dots) \quad (2.15)$$

の場合を考えると、

$$\begin{aligned} E \left(x, 2p' \frac{d^2}{\lambda} \right) &= \sum_n a_n \exp \left(i2\pi \frac{n}{d} x \right) \\ &= T(x) \end{aligned} \quad (2.16)$$

となり、回折格子透過直後と全く同じ複素分布が再現されることがわかる。この現象を「Talbot 効果」と呼び、再現される像を「自己像」と呼ぶ。また、 $p' = 1$ の時の距離 $z = Z_T$ を「Talbot 距離」と呼び、

$$Z_T = 2 \frac{d^2}{\lambda} \quad (2.17)$$

である。 p' は任意の自然数であり、 z の増加に伴い周期的にこの自己像が現れる。

次に、式 (2.11) において

$$z = (2p' - 1) \frac{d^2}{\lambda} \quad (p' = 1, 2, \dots) \quad (2.18)$$

の場合を考えると、

$$\begin{aligned} E \left(x, (2p' - 1) \frac{d^2}{\lambda} \right) &= \sum_n a_n \exp(i\pi n) \exp \left(i2\pi \frac{n}{d} x \right) \\ &= \sum_n a_n \exp \left[i2\pi \frac{n}{d} \left(x + \frac{d}{2} \right) \right] \\ &= T \left(x + \frac{d}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.19)$$

となり、回折格子透過直後の複素振幅分布が半周期ずれた分布が再現されることがわかる。一般にはこの現象も含めてタルボ効果と呼ぶことが多く、両者を含めると Talbot 効果が生じる面は

$$z = p \frac{d^2}{\lambda} \quad (p = 1, 2, \dots) \quad (2.20)$$

と表すことができ、この p を「Talbot 次数」と呼ぶ。

ところで、実験において観察されるのは一般的に複素振幅分布ではなく強度分布 $I(x, z)$ なので自己像の強度分布を計算すると、式 (2.11) より

$$\begin{aligned} I(x, z) &= |E(x, z)|^2 \\ &= \sum_l \sum_m a_l a_m^* \exp \left(-i\pi\lambda \frac{l^2 - m^2}{d^2} z \right) \exp \left(i2\pi \frac{l - m}{d} x \right) \\ &= \sum_n b_n(z) \exp \left(i2\pi \frac{n}{d} x \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

と表される。ただし、 $b_n(z)$ は強度分布のフーリエ係数であり

$$b_n(z) = \sum_{n'} a_{n'+n} a_n^* \exp \left[-i\pi\lambda \frac{(n' + n)^2 - n'^2}{d^2} z \right] \quad (2.22)$$

である。

実際の Talbot 干渉計にはロンキー回折格子を用いることが多いので、この場合の自己像について触れておく。ロンキー回折格子とは、開口部透過率 1、閉口部透過率 0、開口比率が 1:1 の振幅型回折格子であり、そのフーリエ係数 a_n^R は

$$a_n^R = \frac{1}{2} \operatorname{sinc} \left(\frac{n}{2} \right) \quad (2.23)$$

と表される。よって、式 (2.21) より、タルボ効果によって得られる自己像の強度分布 $I^R(x, pd^2/\lambda)$ は x 方向の半周期のずれを無視すれば

$$I^R \left(x, p \frac{d^2}{\lambda} \right) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin \left(2\pi \frac{2n+1}{d} x \right) \quad (2.24)$$

と求められる。ここで、 p が奇数の場合の半周期のずれは無視した。

2.2.2 分数 Talbot 効果

前節では Talbot 次数が自然数の場合に自己像が発生することを確認したが、格子の下流においては常に x 方向に周期的なパターンが現れる。特に位相型回折格子を用いた場合、 $z = (p - 1/2)d^2/\lambda$ (p は自然数) の位置にコントラストの高いパターンが生じることが知られており、これを「分数 Talbot 効果」と呼ぶ [13]。本論文のシミュレーションと実験では位相型回折格子を利用しているので、 $p = 1/2$ を例に分数 Talbot 効果の説明を

行う。

回折格子と観測面の距離を

$$z = \frac{1}{2} \frac{d^2}{\lambda} \quad (2.25)$$

とすると、式 (2.11) において

$$\exp\left(-i\pi\lambda\frac{n^2}{d^2}z\right) = \exp\left(-i\pi\frac{n^2}{2}\right) = \begin{cases} \exp\left(-i\frac{\pi}{2}\right) & (n:\text{奇数}) \\ 0 & (n:\text{偶数}) \end{cases} \quad (2.26)$$

となり、観測面での複素振幅分布は

$$E\left(x, \frac{d^2}{2\lambda}\right) = \exp\left(-i\frac{\pi}{2}\right) \sum_{n=\text{奇数}} a_n \exp\left(i2\pi\frac{n}{d}x\right) + \sum_{n=\text{偶数}} a_n \exp\left(i2\pi\frac{n}{d}x\right) \quad (2.27)$$

と変形できる。次に、回折格子の透過関数である式 (2.10) も n の偶奇で分解すると、

$$T(x) = \sum_{n=\text{奇数}} a_n \exp\left(i2\pi\frac{n}{d}x\right) + \sum_{n=\text{偶数}} a_n \exp\left(i2\pi\frac{n}{d}x\right) \quad (2.28)$$

$$T\left(x + \frac{d}{2}\right) = - \sum_{n=\text{奇数}} a_n \exp\left(i2\pi\frac{n}{d}x\right) + \sum_{n=\text{偶数}} a_n \exp\left(i2\pi\frac{n}{d}x\right) \quad (2.29)$$

と表せるので、ここから

$$T(x) - T\left(x + \frac{d}{2}\right) = 2 \sum_{n=\text{奇数}} a_n \exp\left(i2\pi\frac{n}{d}x\right) \quad (2.30)$$

$$T(x) + T\left(x + \frac{d}{2}\right) = 2 \sum_{n=\text{偶数}} a_n \exp\left(i2\pi\frac{n}{d}x\right) \quad (2.31)$$

が成り立つ。よって、式 (2.30)、式 (2.31) を式 (2.27) に代入すれば

$$E\left(x, \frac{d^2}{2\lambda}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) T(x) + \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) T\left(x + d/2\right) \quad (2.32)$$

が得られる。位相型回折格子を考えているので、回折格子による位相シフトを $\phi(x)$ とすると透過関数は

$$T(x) = \exp[i\phi(x)] \quad (2.33)$$

となる。よって、 $z = d^2/2\lambda$ における強度分布 $I(x, d^2/2\lambda)$ は、式 (2.33) を式 (2.32) に代入すると、

$$\begin{aligned} I\left(x, \frac{d^2}{2\lambda}\right) &= |E(x, d^2/2\lambda)|^2 \\ &= 1 + \sin\left[\phi(x) - \phi\left(x + \frac{d}{2}\right)\right] \end{aligned} \quad (2.34)$$

と得られる。これより、 $z = d^2/2\lambda$ の位置に、回折格子による位相変化を反映したコントラストが得られることがわかる。これが分数 Talbot 効果である。また、この式は位相差が $\pi/2$ となる位相型回折格子に対して最もコントラストの高い強度パターンが得られることも示している。例えば、入射光の位相を $-\pi/4$ シフトさせる部分と $\pi/4$ シフトさせる部分が開口比率 1:1 で現れるような回折格子 (以後、 $\pi/2$ 位相格子と呼ぶ) を用いると、式 (2.34) より、ロンキー回折格子による Talbot 効果の時と同じ強度分布 (ただし、強度が 2 倍) が分数 Talbot 効果によって得られる。よって、その強度分布 $I^P(x, d^2/2\lambda)$ は以下のように求められる。

$$I^P\left(x, \frac{d^2}{2\lambda}\right) = 1 + \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin\left(2\pi \frac{2n+1}{d} x\right) \quad (2.35)$$

以上、 $z = d^2/2\lambda$ の位置における分数タルボット効果について述べたが、同様の式変形を行うことにより、一般には x 方向に対する半周期の位置ずれを除いて

$$z = \left(\frac{1}{2} + p\right) \frac{d^2}{\lambda} \quad (p = 1, 2, \dots) \quad (2.36)$$

の位置で分数 Talbot 効果が生じることも示される。

2.2.3 Talbot 効果とコヒーレンス

これまでの議論では、入射 X 線を完全にコヒーレントな平面波として考えてきた。しかし実際に使用する光源には大きさがあり、X 線の波長にも幅があるため、部分的にコヒーレントになる。これが Talbot 効果にも影響を及ぼす [14]。本節ではまずコヒーレンスの定義を述べ [8]、その後フレネル回折像への影響を述べる。

ある 2 点 r_1, r_2 から到達する 2 つの X 線のコヒーレンスの程度は、観測点に到達するまでの時間差を τ として、時空間の 2 点 $(r_1, t), (r_2, t + \tau)$ の場の相互コヒーレンス関数、

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle E^*(r_1, t) E(r_2, t + \tau) \rangle \quad (2.37)$$

を規格化した複素コヒーレンス度

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)\Gamma_{22}(0)}} \quad (2.38)$$

の絶対値 $|\gamma_{12}|$ によって表される。 $|\gamma_{12}| = 1$ のとき完全にコヒーレント、 $0 < |\gamma_{12}| < 1$ のとき部分的にコヒーレント、 $|\gamma_{12}| = 0$ のとき完全にインコヒーレントである。

まず最初に、時間的コヒーレンスの影響を考える。同一位置における時間的な相関 $\Gamma_{11}(\tau)$ を時間的コヒーレンス度と呼ぶ。Wiener-Khintchine の定理によると、時間的コヒーレンス度 $\gamma(\tau)$ とパワースペクトルは互いにフーリエ変換の関係にある。パワースペクトルが中心振動数 ν_0 、標準偏差 σ_ν のガウス分布の場合、

$$\gamma_{11}(\tau) = \exp(-2\pi^2\sigma_\nu^2\tau^2) \exp(-2\pi i\nu_0\tau) \quad (2.39)$$

が得られる。したがって、時間的コヒーレンスは単色性が良いほど高い。波連の続く時間の間は波の位相関係が保たれ、その継続時間 τ_c が可干渉時間と呼ばれる。 τ_c の大きさは光源のスペクトルの幅 $\Delta\nu$ と形で決まる。矩形のスペクトルでは

$$\tau_c = \frac{1}{\Delta\nu} \quad (2.40)$$

であり、ガウス形では

$$\tau_c = \sqrt{\frac{2\ln 2}{\pi}} \frac{1}{\Delta\nu} = \frac{0.664}{\Delta\nu} \simeq \frac{1}{2} \frac{1}{\Delta\nu} \quad (2.41)$$

となる。よって、ガウス形のスペクトルの光軸方向の可干渉距離 l_c は

$$l_c = c\tau_c \approx \frac{1}{2} \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (2.42)$$

となる。ここから、準単色光では $l_c \gg \lambda$ であることがわかる。これに対し、フレネル回折像における n 次回折光と m 次回折光の光路差は式 (2.13) より

$$l = \left| \frac{\lambda^2}{2d^2} z (n^2 - m^2) \right| \quad (2.43)$$

であり、例えば $z = d^2/\lambda$ (Talbot 次数 $p = 1$ に対応)、 $n = \pm 1$ 、 $m = 0$ であれば

$$l = \frac{\lambda}{2} \quad (2.44)$$

となる。可干渉距離 l_c は l に比べ十分に長いため、時間的コヒーレンスの影響はほぼ無視できると考えて良い。

次に、空間的コヒーレンスの影響を考える。同一時刻における空間的な相関 $\gamma_{12}(0)$ を空間的コヒーレンス度と呼ぶ。まず、空間コヒーレンス度に関する重要な定理について述べる。広がりをもった準単色の光源によって照射された平面上に2点 P_1 、 P_2 をとり、 P_1 を中心にとる。すると、 $\gamma_{12}(0)$ は光源と同じ大きさ・形の開口を光源の場所においた時に、 P_1 を中心に生ずる回折図形の P_2 における複素振幅に比例する。ただし、開口上での複素振幅分布は光源上の強度分布に比例するようにとる。これを Van Cittert-Zernike の定理という。開口が小さいほうが回折図形は大きくなるため、光源が小さい方が空間的コヒーレンス度は大きくなることがわかる。

空間的コヒーレンス度を考慮して、フレネル回折像を表す式 (2.21) を書きなおしてみる。観測点に達する n 次と m 次の回折光が回折格子面から出射する位置は、 $|n-m|\lambda z/d$ だけ離れている。この2点の空間的コヒーレンス度を考慮し、全ての回折光の組み合わせについて足し合わせることでフレネル回折像が計算できる。距離 L だけ離れた2点の空間的コヒーレンス度を $\mu(L)$ と書くことにすると、

$$\begin{aligned} I(x, z) &= \sum_n \sum_m \mu \left(|n-m| \frac{\lambda}{d} z \right) a_n a_m^* \exp \left(-i\pi \lambda \frac{n^2 - m^2}{d^2} z \right) \exp \left(i2\pi \frac{n-m}{d} x \right) \\ &= \sum_n \mu \left(|n| \frac{\lambda}{d} z \right) b_n(z) \exp \left(i2\pi \frac{n}{d} x \right) \end{aligned} \quad (2.45)$$

となる。これは、強度分布のフーリエ変換が空間的コヒーレンスの影響を受けて小さくなることを表している。Van Cittert-Zernike の定理より、 L が大きくなるほど $\mu(L)$ が小さくなる傾向があるので、高次の成分ほど小さくなることがわかる。あまりにも空間的コヒーレンスが悪化すると、 $n=1$ の成分まで無くなりコントラストが消滅してしまう。空間的コヒーレンス長を l_s とすると、 $z = d^2/\lambda$ の位置において $n=1$ の成分が無くならないための条件は $l_s > d$ となる。つまり、Talbot 効果による自己像の形成には、回折格子の周期程度の空間的コヒーレンス長が要求される。

2.2.4 物体挿入時の自己像の変形

本節では、回折格子の上流に物体を置いた場合にどのような影響を観測面上の像に対して与えるかを考える。物体による位相シフト量を $\Phi(x, y)$ とおくと、観測点上の点 P に到達する n 次回折光は回折格子上では x 方向に $n\lambda z/d$ だけずれているため、 $\Phi(x - zn\lambda/d, y)$ だけ位相がシフトしている。よって、式 (2.11) において位相シフトを加味すると観測面上における複素振幅分布は

$$E(x, y, z) = \sum_n a_n \exp \left(-i\pi \lambda z \frac{n^2}{d^2} \right) \exp \left[i \left(2\pi \frac{n}{d} x + \Phi \left(x - n \frac{\lambda}{d} z, y \right) \right) \right] \quad (2.46)$$

となる。さらに、 $n\lambda z/d$ の区間内で $\Phi(x, y)$ の x 方向の勾配がほぼ一定とすると、

$$\begin{aligned}\Phi\left(x - n\frac{\lambda}{d}z, y\right) &\simeq \Phi(x, y) - n\frac{\lambda}{d}z\frac{\partial\Phi(x, y)}{\partial x} \\ &= \Phi(x, y) - 2\pi n\frac{z}{d}\varphi_x(x, y)\end{aligned}\quad (2.47)$$

のように位相シフト量は近似できる。ただし、 $\varphi_x(x, y)$ は物体透過後の x 方向の屈折角分布を表し

$$\varphi_x(x, y) = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial\Phi(x, y)}{\partial x} \quad (2.48)$$

である。式 (2.47) と式 (2.48) を式 (2.46) に代入すると、

$$\begin{aligned}E(x, y, z) &= \exp[i\Phi(x, y)] \sum_n a_n \exp\left(-i\pi\lambda z \frac{n^2}{d^2}\right) \\ &\quad \times \exp\left[i2\pi\frac{n}{d}(x - z\varphi_x(x, y))\right]\end{aligned}\quad (2.49)$$

と変形できる。また、その強度分布は

$$I(x, y, z) = |E(x, y, z)|^2 = \sum_n b_n(z) \exp\left[i2\pi\frac{n}{d}(x - z\varphi_x(x, y))\right] \quad (2.50)$$

となる。式 (2.21) と式 (2.50) を比較すると、物体を挿入したことにより観測面上での像が x 方向に $z\varphi_x(x, y)$ だけ平行移動したものとなっていることがわかる。幾何的に考えると、サンプルによる屈折角が $\varphi_x(x, y)$ で、その分だけ像が変位したということになる。

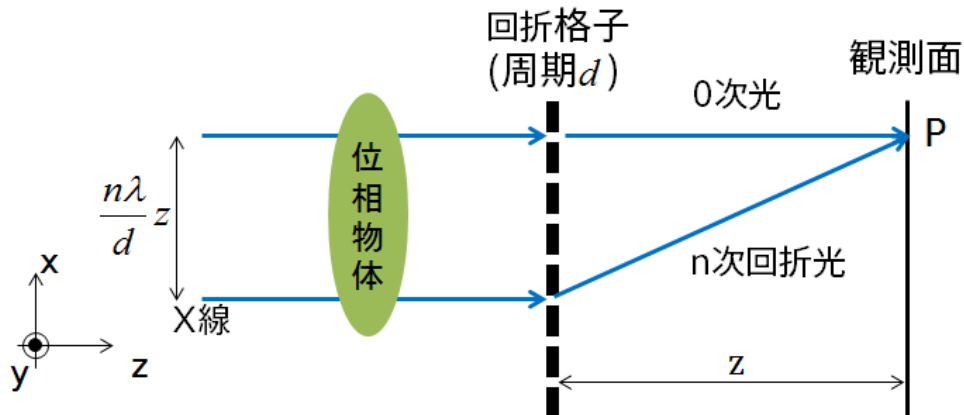


図 2.4: 物体挿入時の Talbot 効果

2.2.5 球面波による Talbot 効果

これまでは入射光に平面波を仮定してきたが、実験室 X 線源の使用を考えるならば点光源からのコーンビームを利用できないといけない。そこで本節では、球面波の場合の Talbot 効果と Talbot 干渉計について述べる [21, 22, 23]。

波長 λ の球面波の複素振幅は点光源からの距離 r の関数として、

$$E(r) = \frac{1}{r} \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} r \right) \quad (2.51)$$

と表される。球面波の入射波面は、点光源から回折格子面までの距離を R_1 とすると、光軸を原点とした回折格子面上の位置 (x, y) における複素振幅は、式 (2.51) に $x, y \ll R_1$ とした近軸近似を用いると

$$E(x, y, R_1) \cong \frac{1}{R_1} \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} R_1 \right) \exp \left[\frac{i\pi}{\lambda R_1} (x^2 + y^2) \right] \quad (2.52)$$

となる。回折格子透過直後の複素振幅分布は、回折格子の透過関数 $T(x)$ と $E(x, y, R_1)$ の積で表されるので、回折格子より距離 z 下流における複素振幅分布は二次元フレネル回折積分から

$$E(x, z) \propto \int T(x') \exp \left(\frac{i\pi}{\lambda R_1} x'^2 \right) \exp \left[\frac{i\pi}{\lambda z} (x - x')^2 \right] dx' \quad (2.53)$$

となる。ただし、 x に関する積分に關与する項のみ示した。このフレネル回折積分は、式 (2.10) を代入することによって解析的に解くことができ、

$$E(x, z) \propto \sum_n a_n \exp \left(-i\pi \lambda z \frac{n^2}{d_1^2} \frac{R_1}{R_1 + z} \right) \exp \left(i2\pi \frac{n}{d_1} \frac{R_1}{R_1 + z} x \right) \quad (2.54)$$

となる (d_1 は回折格子の周期)。この式から、平面波の場合と同様にして上式から Talbot 効果が生じる条件を求めると、

$$z_p = p \frac{d_1^2}{\lambda} \frac{R_1}{R_1 - p d_1^2 / \lambda} \quad (p = 1, 2, \dots) \quad (2.55)$$

となる。このとき自己像の周期 d'_2 は

$$d'_2 = \frac{R_1 + z_p}{R_1} d_1 = \frac{R_2}{R_1} d_1 \quad (2.56)$$

となる。ただし、 R_2 は光源から自己像までの距離で、

$$R_2 = R_1 + z_p \quad (2.57)$$

と表される。よって、式 (2.55)、式 (2.56)、式 (2.57) より、 z_p は

$$z_p = p \frac{d_1 d'_2}{\lambda} \quad (p = 1, 2, \dots) \quad (2.58)$$

と表すことが出来る。また、式 (2.55)、式 (2.56) より、Talbot 距離は伸び、自己像も $\kappa \equiv R_2/R_1$ 倍に拡大されていることがわかる。これらは、図 2.5 のように考えれば幾何光学的に容易に理解することが出来る。また、これらは分数 Talbot 効果 ($p = 1/2, 3/2, 5/2 \dots$) の場合にも成り立つことが同様に示される。

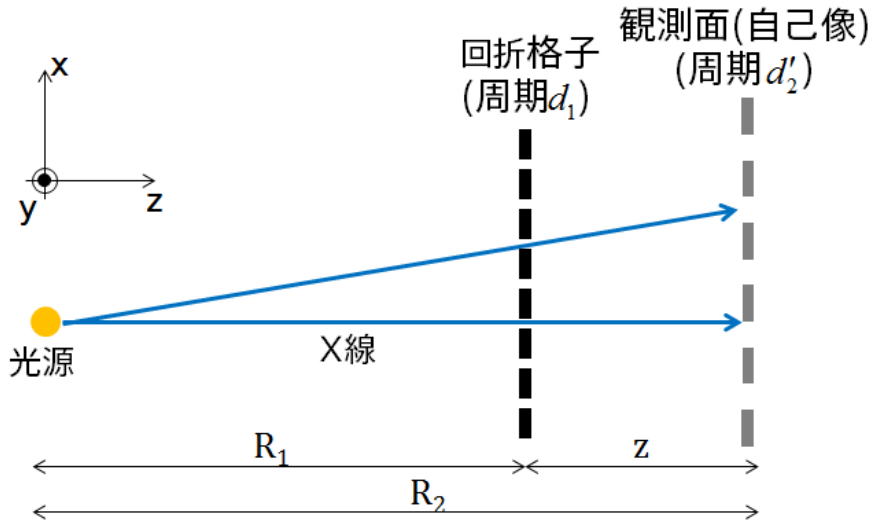


図 2.5: 球面波による自己像の拡大

試料の投影像に関しては、試料に入射する X 線がコーンビームであるため、得られる像は平行投影像ではなく中心投影像になるが、近軸で考えれば平行ビームで考えた場合の像の拡大像となる。拡大率 $\kappa_{2,s}$ は、光源-試料間距離を R_s として

$$\kappa_{2,s} = \frac{R_2}{R_s} \quad (2.59)$$

である。ここで注意が必要なのは、拡大率によって試料による屈折に対する感度（縞の位相項に対する φ_x の係数）が変化することである。試料が G1 よりも上流にあることを考えてみる。幾何光学的に考えると、回折格子への入射角の試料の有無による差 φ'_x と、 z_p の積が自己像の変位になる。 φ'_x について幾何的に説明したものが図 2.6 である。図より、 φ'_x は

$$\begin{aligned}
\varphi'_x &= \varphi_x - \alpha \\
&= \varphi_x - \frac{R_1 - R_s}{R_1} \varphi_x \\
&= \frac{R_s}{R_1} \varphi_x
\end{aligned} \tag{2.60}$$

となる。ただし、 α は試料が無い時の回折格子への入射角である。試料挿入による自己像の位相のずれ Ψ は $z_p \varphi'_x(x, y)$ なので、式 (2.56)、(2.59)、(2.61) から

$$\Psi = 2\pi \frac{z_p \varphi'_x}{d'_2} = 2\pi \frac{z_p}{d_1} \frac{1}{\kappa_{2,s}} \varphi_x \tag{2.61}$$

となる。これより、試料における屈折角 φ_x に対する感度が拡大率 $\kappa_{2,s}$ に反比例することがわかる。

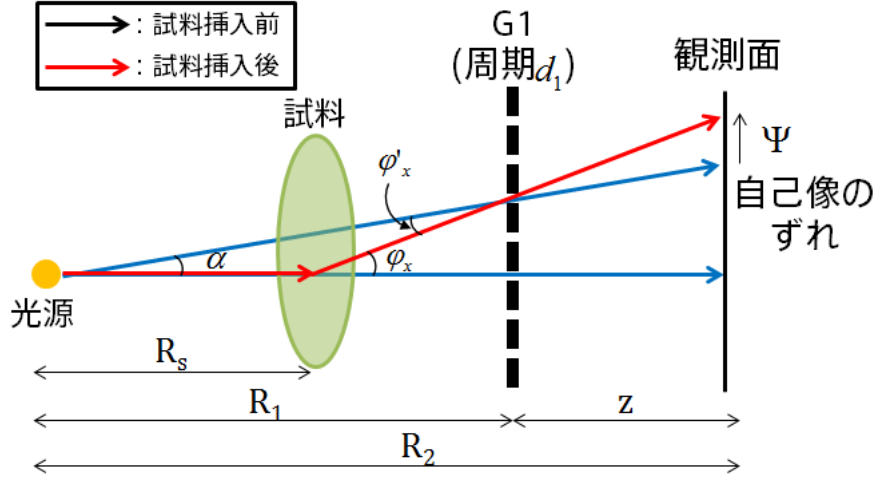


図 2.6: 球面波 X 線 Talbot 干渉計における、試料による屈折 φ_x と実際に検出される自己像の位相のずれ Ψ

2.3 X 線 Talbot 干渉計を用いた位相イメージング

前節では、Talbot 効果によって生じる自己像の変形が試料の位相情報を含んでいることを説明をした。本節では、Talbot 効果を利用した Talbot 干渉計について説明する。

Talbot 干渉計は、Talbot 効果によって生じる自己像の位置に吸収格子を置くことでモアレ縞を発生させる。そこに試料を挿入することで、自己像の変形がモアレ縞にも反映するので、モアレ縞の変形から試料の位相情報を検出する。2003 年に硬 X 線領域で実現されて以来 [6]、X 線位相イメージングの手法の一つとして利用されている [15, 16, 17, 18]。

本節では、まず初めにモアレ縞の変形について説明し、次にモアレ縞から位相情報を取り出す方法である縞走査法について説明する [19]。Talbot 干渉計による位相情報の取得方法について説明した後、縞走査法によって獲得できる微分位相像の統計誤差について説明し、最後に本研究の目的である、連続 X 線を用いた X 線 Talbot 干渉計でのイメージングに関して説明する。

2.3.1 モアレ縞の発生

自己像の変形をそのまま検出しようとする、自己像の周期よりも十分に小さな空間分解能をもつ検出器を用いる必要がある。これを回避するために、X 線 Talbot 干渉計では自己像と同じ周期の吸収格子を重ねることでモアレ縞を発生させ、自己像の変形をモアレ縞の変形として検出する。

X 線 Talbot 干渉計の光学系を図 2.7 に示す。一枚目の回折格子 (G1) の自己像が生じる面に二枚目の回折格子 (G2) を配置する。G1 と G2 の周期をそれぞれ d_1 、 $d_2 (= d'_2)$ とし、 z 軸回りに G1 が $-\theta/2$ 、G2 が $\theta/2$ だけ傾いているとする ($\theta \ll 1$)。また、G2 は G1 に対して x 軸方向に χ だけずれているとする。この時 G1 の下流での強度分布 $I_1(x, y, z)$ は、

$$I_1(x, y, z) = \sum_n \mu(|npd_1|) b_n(z) \exp \left[i2\pi \frac{n}{d'_2} \left(x - \frac{\theta}{2}y - z\varphi_x(x, y) \right) \right] \quad (2.62)$$

と表される。また、G2 の強度透過率分布 $I_2(x, y)$ は、そのフーリエ係数 c_n を用いて

$$I_2(x, y) = \sum_n c_n \exp \left[i2\pi \frac{n}{d'_2} \left(x + \frac{\theta}{2}y + \chi \right) \right] \quad (2.63)$$

と表される。

G2 を透過した直後の強度分布は $I(x, y, z) = I_1(x, y, z)I_2(x, y)$ となるが、モアレ縞の測定において回折格子の周期以下の構造を平均化したものである、観測系にローパスフィルタ的操作を仮定する。これは、空間分解能の低い検出器を使うことに相当する。これより、モアレ縞の強度分布は $I(x, y, z)$ は

$$I(x, y) = \frac{1}{d} \int_{x-d_2/2}^{x+d_2/2} I_1(x', y, z) I_2(x', y) dx' \quad (2.64)$$

となる。式 (2.64) に式 (2.62)、(2.63) を代入し、また $\varphi_x(x, y)$ の変化が緩やかであるとすると、

$$I(x, y) = \sum_{n_1} \sum_{n_2} \mu(|n_1pd_1|) b_{n_1}(z) c_{n_2} \exp \left[i2\pi \frac{1}{d_2} ((-n_1 + n_2) \frac{\theta}{2}y - n_1 z \varphi_x(x, y) + n_2 \chi) \right] \times \frac{1}{d'_2} \int_{x-d_2/2}^{x+d_2/2} \exp \left(i2\pi \frac{n_1 + n_2}{d_2} x \right) dx \quad (2.65)$$

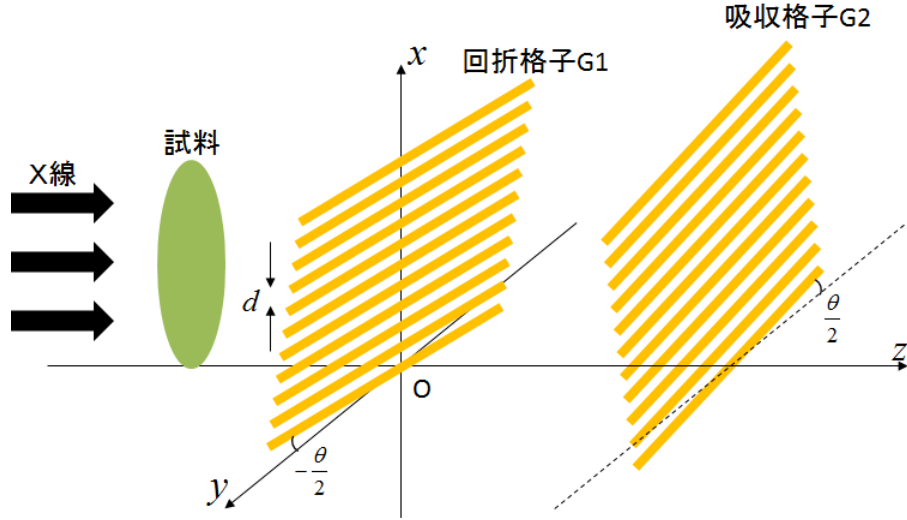


図 2.7: X 線 Talbot 干渉計の光学系

が得られる。さらに、

$$\frac{1}{d_2} \int_{x-\frac{d_2}{2}}^{x+\frac{d_2}{2}} \exp \left[i2\pi \frac{n_1 + n_2}{d_2} x \right] dx = \begin{cases} 1 & (n_1 + n_2 = 0) \\ 0 & (n_1 + n_2 \neq 0) \end{cases} \quad (2.66)$$

の関係を用いると、式 (2.65) は

$$I(x, y) = \sum_n \mu(|npd_1|) b_{-n}(z) c_n \exp \left[i2\pi \frac{n}{d_2} (\theta y + z\varphi_x(x, y) + \chi) \right] \quad (2.67)$$

となる。この式から、

1. 回折格子が相対的に θ 傾いていると、 y 方向に周期 d/θ のモアレ縞 (回転モアレ縞) が生じる
2. 試料を挿入すると、モアレ縞の位相が試料の微分位相に比例して変形する
3. G2 を G1 に対して x 方向に動かすことにより、モアレ縞の位相を変えられる
4. G1-G2 間距離 z を変えることによって、微分位相に対する感度を変えられる
5. モアレ縞もタルボ効果による自己像と同様に空間的コヒーレンスの影響を受ける

ということがわかる。回転モアレ縞については、モアレ縞の解析方法によって要不要が決まる。取得した像をピクセルごとに独立して計算する縞走査法では、回転モアレ縞は不要であり、むしろアーティファクト発生の原因となるので、 θ を 0 するのが普通である。一方、取得した像に対して空間的な縞の Fourier 変換からモアレ縞の位相を求める Fourier

変換法 [20] では、 θ を大きめにとり細かい周期の縞を発生させて解析に利用する。本研究では、高い空間分解能を必要としたので縞走査法を利用したイメージングを行ったので、 θ は 0 にした。

2.2.2 節のように、G1 に $\pi/2$ 格子、G2 にロンキー格子を用いた場合を考えてみる。式 (2.24)、(2.35)、(2.67) より、

$$I(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \mu(|(2n+1)pd_1|) \frac{1}{(2n+1)^2} \times \cos \left[2\pi \frac{2n+1}{d_2} (\theta y + z\varphi_x(x, y) + \chi) \right] \quad (2.68)$$

と求まる。これは、モアレ縞の強度のプロファイルが奇数次のフーリエ成分からなり、コヒーレントな場合には三角波となることを表している。

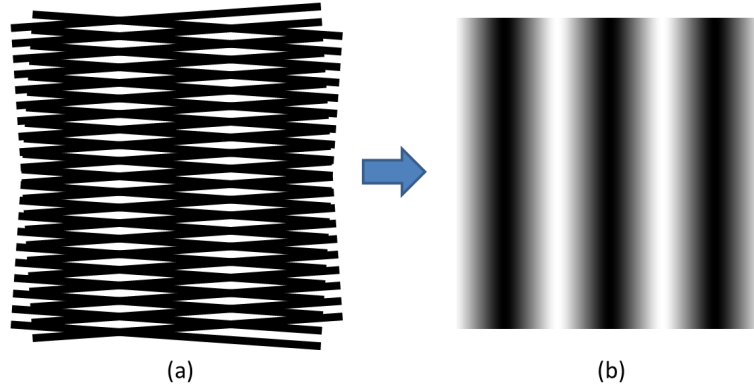


図 2.8: (a) 自己像と吸収格子の重ねあわせ、(b) 平均化された構造

2.3.2 縞走査法

2.2.4 項で、モアレ縞の位相成分に試料の微分位相の情報が含まれていることが示された。モアレ縞の位相を定量的に求めるために、縞走査法を利用することが出来る。縞走査法とは、縞の位相を人為的に変えて取得した複数の像から縞の位相を決定する方法である。この項では、縞走査法の原理と高次成分による系統誤差について説明する [15, 22]。また、縞のコントラストの指標の一つであるビジビリティについても触れる。

X線 Talbot 干渉計において縞走査法を用いる場合には、パラメータ χ を変化させる事によりモアレ縞の位相を変化させる。具体的には G2 を回折格子の周期方向に d/M ずつ動かしてその都度分布を撮影し、全部で M 枚の画像を取得する。ただし、M は 3 以上の整数とする。k 枚目に得られた強度分布を $I_k(x, y)$ とし、また 2 次以上のフーリエ成分を無視すると、

$$I_k(x, y) = I_{avr}(x, y) + A(x, y) \cos \left(2\pi \frac{k}{M} + \phi(x, y) \right) \quad (2.69)$$

となる。ここで、 $\phi(x, y)$ は縞の位相である。この場合において $\phi(x, y)$ は

$$\phi(x, y) = \arg \left[\sum_{k=1}^M I_k(x, y) \exp \left(-i2\pi \frac{k}{M} \right) \right] \quad (2.70)$$

で求められる。これが縞走査法の基本的な原理である。

実際のモアレ縞には高次の成分も存在しており、この成分による系統誤差が生じる。高次の成分を考慮した場合、モアレ縞の強度分布は式 (2.67) より

$$I_k(x, y) = \sum_n q_n(z) \exp \left[i2\pi \frac{n}{d} \left(\theta y + z\varphi_x(x, y) + k \frac{d}{M} \right) \right] \quad (2.71)$$

である。この時、式 (2.70) の右辺は

$$\begin{aligned} \arg \left[\sum_{k=1}^M I_k(x, y) \exp \left(-i2\pi \frac{k}{M} \right) \right] &= \arg \left[\sum_n q_n(z) \exp \left(i2\pi \frac{n}{d} (\theta y + z\varphi_x(x, y)) \right) \right. \\ &\quad \left. \times \sum_{k=1}^M \exp \left(i2\pi \frac{k}{M} (n-1) \right) \right] \end{aligned} \quad (2.72)$$

となり、 p を任意の整数とした時

$$\sum_{k=1}^M \exp \left[i2\pi \frac{k}{M} (n-1) \right] = \begin{cases} M & (n-1 = qM) \\ 0 & (n-1 \neq qM) \end{cases} \quad (2.73)$$

が成り立つことに注意すると、 $n = |pM + 1|$ の高次成分が誤差を生むことがわかる。誤差を生じる最低次の成分と M との関係を表 2.1 に示す。これより、 M を大きくすると高次成分の影響を抑えることが出来るが、撮影時間がかかる上に機械的な制度が要求される。このため、 M はできるだけ小さく、かつ非ゼロの誤差項の最低次数ができるだけ大きいものが望ましい。

具体的に $G1$ に $\pi/2$ 位相格子、 $G2$ にロンキー格子を用いた場合を考える。このとき、モアレ縞には奇数次の成分しか含まれていないため、偶数次は影響を受けない。このため、誤差を生じる最低次の成分は、 $M=3$ に対して 5 次、 $M=5$ に対して 9 次の成分となる。 n 次の成分は n^2 に反比例して小さくなり、さらに高次成分ほどコヒーレンスの影響を受けて小さくなるので、高次の成分による影響は少ないと考えられる。試料の挿入前後で縞走査を行い、取得した 2 つの縞の位相差をとることで、縞位相の変位だけを抽出する。

表 2.1: 縞走査法の枚数 M と誤差の生じる次数の関係

M	誤差が生じる次数							
3	2	-	4	5	-	7	8	-
4	-	3	-	5	-	7	-	9
5	-	-	4	-	6	-	-	9
6	-	-	-	5	-	7	-	-

また、縞のビジビリティ V を考える。通常は、強度の最大値および最小値を用いて

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (2.74)$$

と定義される。これを式 (2.69) に当てはめると

$$V = \frac{A}{I_{avr}} \quad (2.75)$$

と表すことができる。 I_k として式 (2.70) を用いると、

$$\left| \sum_{k=1}^M I_k(x, y) \exp\left(-i2\pi \frac{k}{M}\right) \right| = \left| \frac{MA}{2} \exp(i\phi) \right| = \frac{MA}{2} \quad (2.76)$$

$$\sum_{k=1}^M I_k(x, y) = MI_{avr} = I_{total} \quad (2.77)$$

であることから、

$$V = \frac{2 \left| \sum_{k=1}^M I_k(x, y) \exp\left(-i2\pi \frac{k}{M}\right) \right|}{\sum_{k=1}^M I_k(x, y)} \quad (2.78)$$

となり、縞走査法によってビジビリティの計算を行うことができる。このようにして得られる像の各点のビジビリティの分布をビジビリティマップと呼ぶ。

2.3.3 微分位相像の統計誤差と S/N

入射する光子数はポアソン分布に従うため、観測する強度には統計誤差が生じる。これにより縞走査法では取得する縞の位相に誤差を生じ、イメージングにおけるノイズになる。この項では、取得した縞の位相に対する誤差について簡単に説明する [21]。

正弦波の縞走査における M 枚の像の k 枚目の強度分布は、式 (2.69) にノイズの項を加える事により、

$$I_k(x, y) = I_{avr}(x, y) + A(x, y) \cos \left(2\pi \frac{k}{M} + \phi \right) + N_k(x, y) \quad (2.79)$$

とわかる。ここで $N_k(x, y)$ は統計誤差によるノイズとしている。この時、式 (2.72) は

$$\begin{aligned} \arg \left[\sum_{k=1}^M I_k(x, y) \exp \left(-i2\pi \frac{k}{M} \right) \right] &= \arg \left[\sum_{k=1}^M \left(I_{avr} + A \cos \left(2\pi \frac{k}{M} + \phi \right) + N_k \right) \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left(-i2\pi \frac{k}{M} \right) \right] \\ &= \arg \left[\frac{MA}{2} \exp(i\phi) + \sum_{k=1}^M N_k \exp \left(-i2\pi \frac{k}{M} \right) \right] \\ &= \arg \left[\frac{MA}{2} \exp(i\phi) + N \right] \end{aligned} \quad (2.80)$$

となる。ここで

$$N = \sum_{k=1}^M N_k \exp \left(-i2\pi \frac{k}{M} \right) \quad (2.81)$$

である。ノイズによる偏角の誤差が生じており、この様子を図示したものが図 2.9 である。図 2.9 から、縞の位相の統計誤差の標準偏差 $\Delta\Psi$ は、縞の振幅 A に対してノイズが小さい時、

$$\Delta\Psi = \frac{\sqrt{\langle |N_\perp|^2 \rangle}}{MA/2} \quad (2.82)$$

とわかる。ここで N_\perp は複素空間において N の ϕ 方向に垂直な成分である。ポアソン分布では平均値と分散が等しくなることから、

$$\langle N_k N_{k'} \rangle = \begin{cases} I_k & (k = k') \\ 0 & (k \neq k') \end{cases} \quad (2.83)$$

である。これより、

第3章 シミュレーションと結果

前章では Talbot 効果を用いた X 線位相イメージングの装置である X 線 Talbot 干渉計の説明した。また、X 線 Talbot 干渉計を利用した場合の試料による位相シフト量 Ψ の微分量の縞走査法における S/N を示した。この章ではシミュレーションより得られる画像から微分位相像の S/N を求める。光学系を何通りか想定しそれぞれ微分位相像の S/N の比較と評価をして、想定した光学系で最も S/N がよくなる条件を調べる。

3.1 シミュレーションの概要

シミュレーションは、X 線 Talbot 干渉計の光学系のパラメータを与えることで得られる画像を計算するものである。シミュレーションで想定した光学系を図 3.1 に示す。光源は、出力 60kV、120 μ A のマイクロフォーカス X 線源 (W ターゲット) から発生した連続 X 線を想定した。回折格子は、周期 4.5 μ m、線幅 1:1 の位相型回折格子及び周期 5.3 μ m、線幅 1:1 の振幅型回折格子を想定した。画像検出器は、有効ピクセルサイズ 18 μ m の CCD カメラ (シンチレータは厚さ 40 μ m の GOS) を想定した。より実験と近い条件にするために、回折格子の基板のシリコンウエハによる吸収、CCD カメラの窓材による吸収、そして空気の吸収なども考慮している。

シミュレーションで得られる画像は 300 \times 300 ピクセルで、G1 と G2 の z 軸周りに傾けた際に発生する回転モアレ縞から visibility や S/N を求めた。

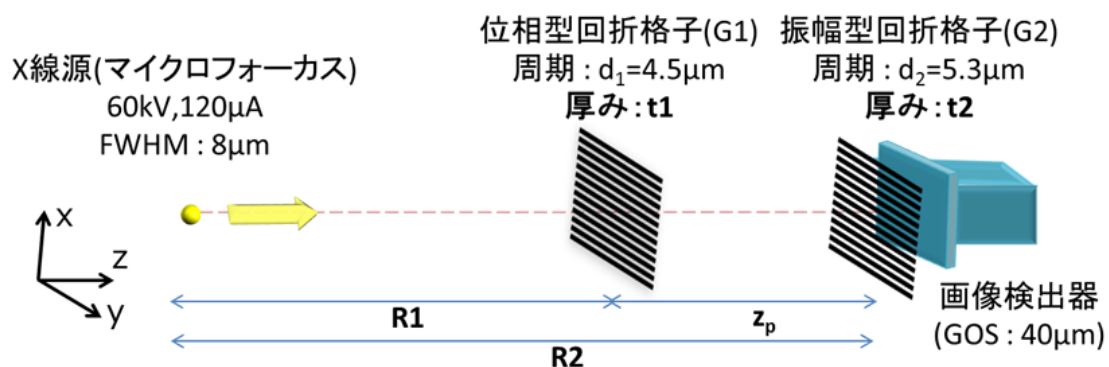


図 3.1: シミュレーションで想定した X 線 Talbot 干渉計の光学系

3.1.1 光源のスペクトル

光源のスペクトルには、実際に取得した生データを使用した。管電圧 60kV、管電流 $120\mu\text{A}$ のマイクロフォーカス X 線源 (W ターゲット) から発生した連続 X 線を CdTe 半導体検出器 (AMPTEK 社 XR-100T-CdTe) で取得した生データである。ただし、厚さ $500\mu\text{m}$ の Si を透過した後のスペクトルとなっている。この生データに対して、今回エネルギー校正とエスケープピークの補正をマニュアルで行いシミュレーションに利用する光源のスペクトルを得た。CdTe の厚みは 1mm で検出効率は 10keV ~ 60keV でほぼ 100% なので、本実験においては検出効率のエネルギー依存性は考慮していない。図 3.2 に生データのエネルギー校正とエスケープピークの補正の過程を示す。

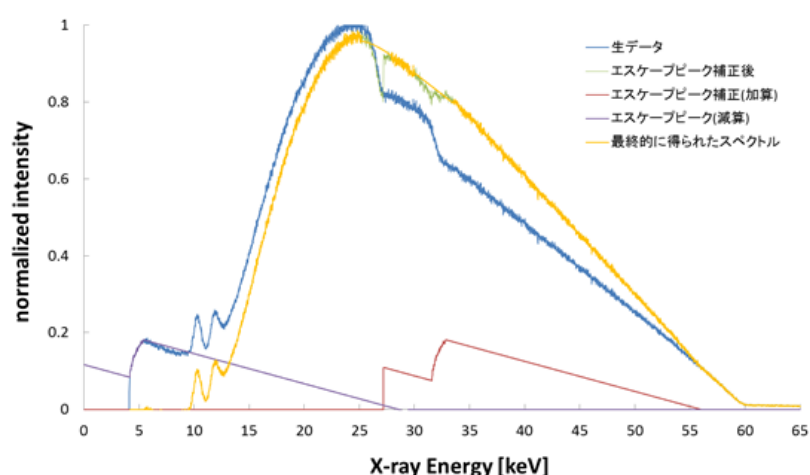


図 3.2: スペクトルの補正過程 青は生データで黄色は補正後のデータ。生データのスペクトルの最大のカウント数で規格化している。

まず始めに、スペクトルのエネルギー校正について説明する。図 3.2 の生データは MCA を用いて取得した。MCA でヒストグラムを取得する時の横軸はエネルギーではなくチャンネルになる。チャンネルはエネルギーと 1:1 対応しており、このチャンネルをエネルギーに変換する作業がエネルギー校正である。通常、エネルギー校正を行う場合、銅や銀などのフィルターを挟んでスペクトルの測定を行う。この理由は、フィルターを挟むとその吸収端付近でスペクトルの変化が顕著になるので、吸収端のエネルギーとチャンネルの対応関係がわかるからである。今回のエネルギー校正では、Cd と Te の K 吸収端 2 点 (それぞれ、 26.713keV 、 31.8keV) を利用した。さらに、光源の管電圧 60kV よりスペクトルの端のエネルギーが 60keV とわかる。この 3 点から最小二乗近似法の線形近似でエネルギー校正を行った。これより得られたのが、図 3.2 の生データ (青線) である。

次に、エスケープ・ピークについて説明する。図 3.2 の生データは、厚さ $500\mu\text{m}$ の Si を透過後のスペクトルである。厚さ $500\mu\text{m}$ の Si の 10keV での強度透過率は約 2% なので、

10keV 以下のスペクトルは Si によって大幅に吸収される。しかし、図 3.2 の生データには、5keV ~ 10keV に明確なスペクトルが存在している。これは入射 X 線と検出器の相互作用による擬似ピークであり、エスケープ・ピークと呼ばれる。

検出器に X 線が入射し、そのエネルギーによって電子・正孔対が生じた場合にはエネルギー値に比例した正規のパルスが観測される。しかし、入射 X 線が検出器を構成している母材の K 吸収端よりも大きいエネルギーの場合、その母材を励起してエネルギーを失う。この場合には、蛍光 X 線が検出器より放出される。この蛍光 X 線が検出器内で再吸収されて、電子・正孔対を作ればトータルのエネルギー値は保有される。もし、蛍光 X 線が検出器で吸収されず、これが外に放出された場合、その蛍光 X 線のエネルギー分だけ失ったことになる。この結果、トータルなエネルギー値は見かけ上、蛍光 X 線のエネルギーを指し引いた値となり、この位置にピークが現れる。これをエスケープ・ピークと呼んでいる。

生データに対して、図 3.2 の赤線部分が、検出器の母材の内部励起に使われてエネルギーを失って紫の線のように見かけ上現れていると判断し、生データから紫の線の分だけ引き、赤線の分だけ足した。これによって得られたのが黄緑色の線で表されたスペクトルである。ただし、このスペクトルには 26keV 付近と 31keV 付近に溝のような部分が存在していた。そこでスペクトルが全体的に滑らかに変化するように、溝の部分以外のスペクトルから近似曲線を作成し、溝の部分はその近似曲線を当てはめた。このようにして最終的に得られたスペクトルが黄色の線で表されているスペクトルである。ただし、このスペクトルは生データを補正する際に最大のカウント数で規格化したものなので、規格化した分を元に戻した。補正後のスペクトルを図 3.3 に示す。本研究のシミュレーションでは、この黄色のスペクトルを入射 X 線と想定した。

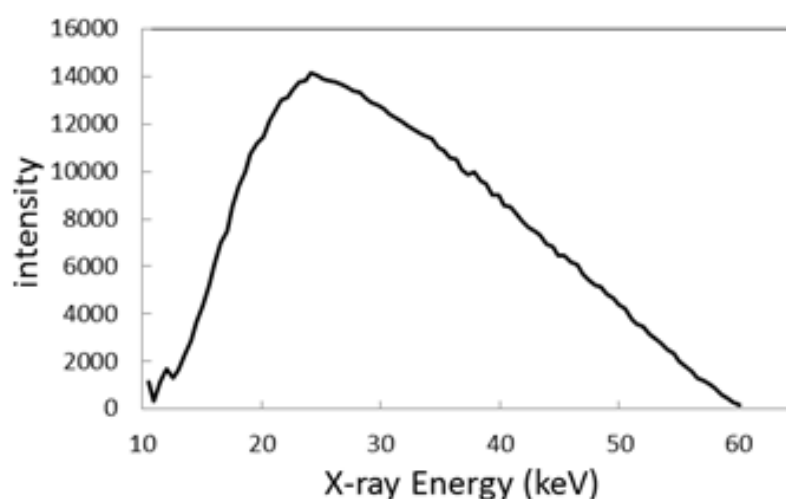


図 3.3: 補正後の光源のスペクトル 平均エネルギーは約 31.7keV で、強度が最大となるエネルギーは約 24keV

3.1.2 検討するパラメータ

本研究のシミュレーションでは、図 3.1 の与えられた条件の下で、①G1 (金) の厚み t_1 、②G2 (金) の厚み t_2 、③2 枚の回折格子の配置 R2 の 3 つの値をパラメータとして、合計 147 通りの条件で X 線 Talbot 干渉計の光学系の検討を行った。シミュレーションで検討するパラメータを表 3.1 に示す。

表 3.1: シミュレーションのパラメータ R2 は入射 X 線のエネルギーで決定できるので、対応するエネルギーと一緒に載せている

① $t_1(\mu\text{m})$	② $t_2(\mu\text{m})$	③R2(mm)
0.9	60 120 180	637.2←for 10keV
1.4		955.9←for 15keV
1.9		1274.5←for 20keV
2.4		1593.2←for 25keV
2.9		1911.7←for 30keV
3.4		2230.3←for 35keV
3.9		2548.9←for 40keV

2 枚の回折格子が決まっていって光源が単色 X 線の場合、タルボ次数 $p = 1/2$ とすると式 (2.55)、式 (2.56) によって光学系の配置を決めることができる。この時、光学系の配置と入射 X 線の波長は一对一関係となり、入射 X 線の波長に対応するエネルギーを「デザインエネルギー」と呼ぶことにする。表 3.1 の条件③はこの関係を表している。

また、条件①において、X 線が $\pi/2$ 位相シフトするのに必要な t_1 の大きさを図 3.4 に示す。2.2.2 節で述べたとおり、分数 Talbot 効果による自己像は位相型回折格子の位相シフト量を $\pi/2$ にする時最も高いコントラストが得られる。従って単色 X 線の場合、 t_1 が $\pi/2$ 位相格子となるエネルギーが、デザインエネルギーと等しい時最も良い S/N が得られる。

最後に、条件②の吸収型回折格子の厚み t_2 について考えてみる。X 線の強度透過率が 1%となるのに必要な t_2 の大きさを図 3.5 に示す。条件②において、 $t_2=60\mu\text{m}$ の時は約 25keV ぐらいまでが強度透過率 1%である。一方、 $t_2=120\mu\text{m}$ では約 33keV、 $t_2=180\mu\text{m}$ では約 38keV までが強度透過率 1%となる。シミュレーションで使用するスペクトルを考えると、スペクトルの強度透過率 1%未満となる範囲が平均エネルギー未満の $60\mu\text{m}$ に比べて、スペクトルの約半分が強度透過率 1%未満となる $120\mu\text{m}$ や、スペクトルの約 $2/3$ が強度透過率 1%未満となる $180\mu\text{m}$ の方が格段に良い visibility を得られることが予想できる。

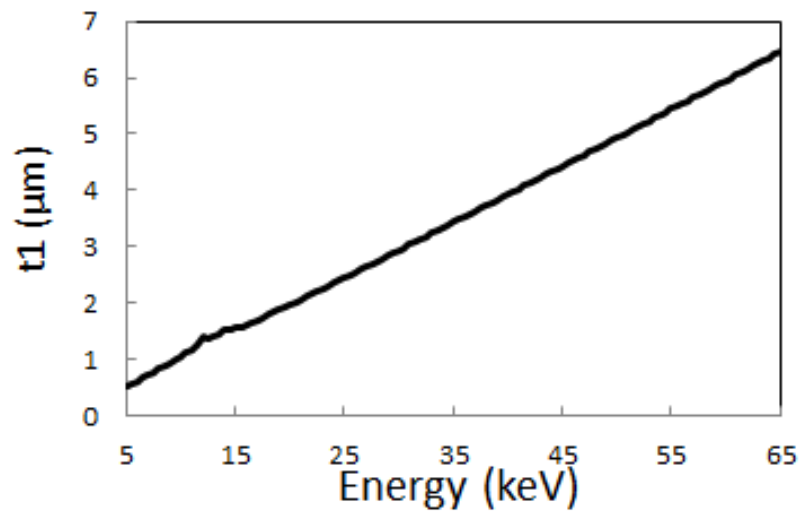


図 3.4: X線が $\pi/2$ 位相シフトするのに必要な t_1 の大きさ

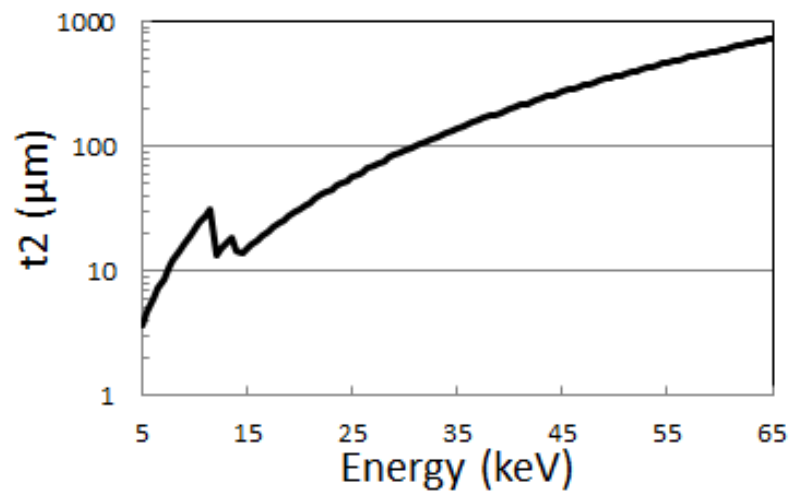


図 3.5: X線の強度透過率が1%となるのに必要な t_2 の大きさ

3.2 シミュレーションの結果

3.2.1 $t_2=60\mu\text{m}$ の時

$t_2=60\mu\text{m}$ の時、 R_2 と t_1 をそれぞれ変化させた時の visibility と微分位相像の S/N の変化を図 3.6 と図 3.7 に示す。ただし、図 3.7 は、 $t_2=60\mu\text{m}$ 、 $t_1=1.9\mu\text{m}$ 、デザインエネルギー 20keV での S/N を 1 として規格化している。

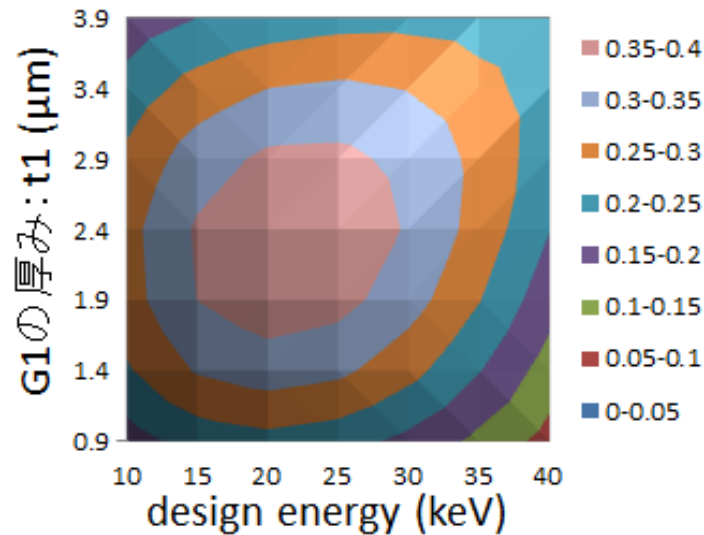


図 3.6: $t_2=60\mu\text{m}$ の時の visibility(奥行) と t_1 、デザインエネルギーの関係

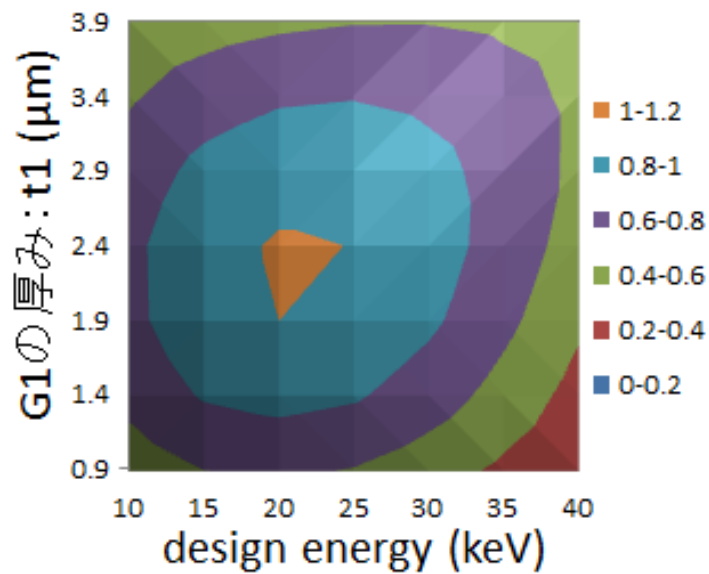


図 3.7: $t_2=60\mu\text{m}$ の時の S/N (奥行) と t_1 、デザインエネルギーの関係

visibility は、モアレ縞の強度の最大値を I_{max} 、強度の最小値を I_{min} とすると、

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (3.1)$$

で与えられる。一方、S/N は図 3.1 の条件の下で、式 (2.87) より、

$$S/N = \frac{\Psi}{\Delta\Psi} \propto z_p V \sqrt{I_{total}} \quad (3.2)$$

の関係がある [21]。ここで、 Ψ と $\Delta\Psi$ はモアレ縞の位相シフトとその統計的誤差、 V は visibility で I_{total} は縞走査法で得られた合計の強度の平均を表す。まず、visibility と S/N の結果を比較してみると、2 つの変化が相対的にほとんど同じことがわかる。これは、式 (3.2) において、

$$\sqrt{I_{total}} \propto \frac{1}{z_p} \quad (3.3)$$

より

$$z_p V \sqrt{I_{total}} \approx V \quad (3.4)$$

となるので、visibility と S/N の変化が相対的にほとんど同じとなる。つまり、今回の条件の下では、visibility の良い条件は S/N の良い条件であると考えて良い。よって、考察では主に S/N の結果の傾向についてだけ触れていく。

図 3.7 より、S/N のピークは、 t_1 が $1.9\mu\text{m} \sim 2.4\mu\text{m}$ 付近でデザインエネルギーが $20\text{keV} \sim 25\text{keV}$ 付近にあることがわかる。図 3.4 を見ると、 t_1 が $1.9\mu\text{m} \sim 2.4\mu\text{m}$ の時に G1 が $\pi/2$ 位相格子となるのに対応する X 線のエネルギーは $20\text{keV} \sim 25\text{keV}$ である。つまり、 t_1 とデザインエネルギーは共に $20\text{keV} \sim 25\text{keV}$ の入射 X 線に対して最適となるように設定すると微分位相像の S/N が最も良くなる。光源のスペクトルを考えると、強度が最大になるエネルギーは約 24keV であり、このエネルギーは、S/N がピークになるエネルギーに対応していることが示唆される。

3.2.2 $t_2=120\mu\text{m}$ 、 $180\mu\text{m}$ の時

最初に $t_2=120\mu\text{m}$ の時、デザインエネルギーと t_1 をそれぞれ変化させた時の visibility と微分位相像の S/N の変化を図 3.8 と図 3.9 に示す。ただし、図 3.9 は、 $t_2=120\mu\text{m}$ 、 $t_1=1.9\mu\text{m}$ 、デザインエネルギー 20keV での S/N を 1 として規格化している。

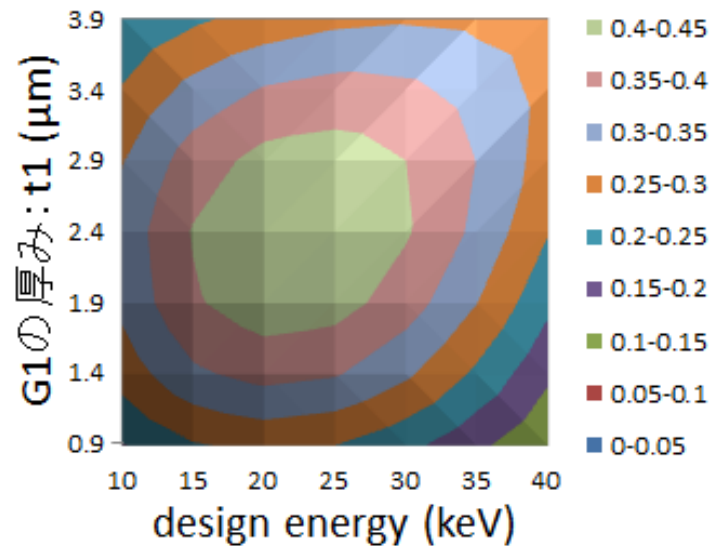


図 3.8: $t_2=120\mu\text{m}$ の時の visibility(奥行) と t_1 、デザインエネルギーの関係

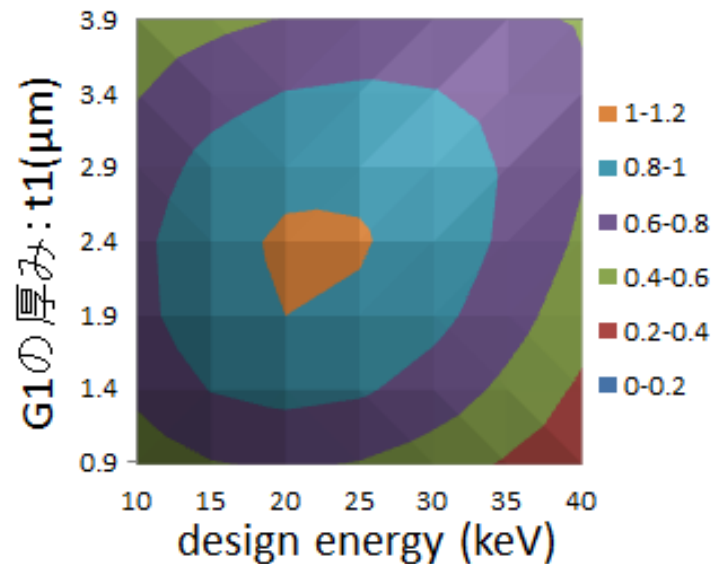


図 3.9: $t_2=120\mu\text{m}$ の時の S/N(奥行) と t_1 、デザインエネルギーの関係

次に、 $t_2=180\mu\text{m}$ の時、デザインエネルギーと t_1 をそれぞれ変化させた時の visibility と微分位相像の S/N の変化を図 3.10 と図 3.11 に示す。ただし、図 3.11 は、 $t_2=180\mu\text{m}$ 、 $t_1=1.9\mu\text{m}$ 、デザインエネルギー 20keV での S/N を 1 として規格化している。

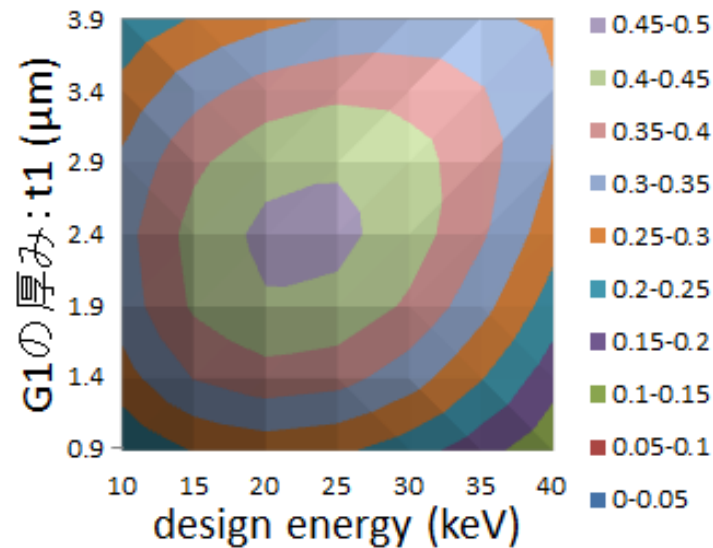


図 3.10: $t_2=180\mu\text{m}$ の時の visibility(奥行) と t_1 、デザインエネルギーの関係

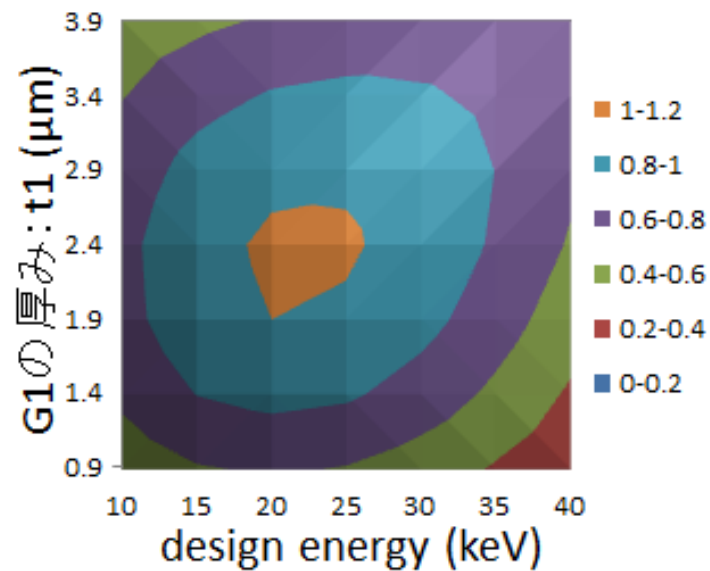


図 3.11: $t_2=180\mu\text{m}$ の時の S/N(奥行) と t_1 、デザインエネルギーの関係

$t_2=60\mu\text{m}$ の結果と比較すると、 $t_2=120\mu\text{m}$ 、 $180\mu\text{m}$ の結果はほとんど同じ傾向だとわかる。visibility を比較すると t_2 が厚くなるほど良くなっていて、 $t_2=60\mu\text{m}$ に比べて $t_2=120\mu\text{m}$ の方が全体的に約 5% ほど高く、 $t_2=120\mu\text{m}$ に比べて $t_2=180\mu\text{m}$ の方が全体的に約 3% ほど高くなっている。この違いは高エネルギー側の X 線の強度透過率である。高エネルギー X 線は透過力が高いために、G2 で本来吸収されるべき金がある部分でも透過してしまい、その成分が画質の低下に影響してしまう。 $t_2=60\mu\text{m}$ では透過していたスペクトルの高エネルギー成分を $t_2=120\mu\text{m}$ では吸収出来るようになり、高エネルギー成分に対してもしっかり吸収格子として機能するようになったことで visibility が全体的に良くなったと考えられる。ただし、 $t_2=120\mu\text{m}$ にした段階で吸収格子としてある程度の段階まで機能するようになっていたために、 $t_2=180\mu\text{m}$ に厚みを増しても visibility がよくなる効果がそれほど出なかったと考えられる。したがって、 t_2 を大きくするほど visibility と S/N は良くなることは間違いがないが、ある程度 t_2 を大きくすると、スペクトルの高エネルギー成分に対しても吸収格子として機能するようになり、visibility が改善される効果が頭打ちになってくると考えられる。

第4章 実験と結果

前章では連続X線を用いたX線 Talbot 干渉計で得られる画像のシミュレーションを行い、得られたモアレ縞を解析することで微分位相像のS/Nの評価をした。この章では、シミュレーションと同じ条件で実験を行い画像を取得し、実際にシミュレーションと同じ結果になるかを確かめた。実験結果の考察をこの章で、実験とシミュレーションの結果の比較については次章で議論している。

4.1 実験の光学系

実験は、東北大学多元物質科学研究所の百生研究室で行った。本実験の光学系を図4.1に示す。光源は、出力60kV、120 μ AのマイクロフォーカスX線源(Wターゲット)から発生した連続X線を使用した。回折格子は、周期4.5 μ m、厚さ1.9 μ m、線幅1:1の位相型回折格子及び周期5.3 μ m、厚さ60 μ m、線幅1:1の振幅型回折格子を使用した。画像検出器は、有効ピクセルサイズ18 μ mで画素数3800×3800のCCDカメラ(シンチレータは厚さ40 μ mのGOS)を使用した。

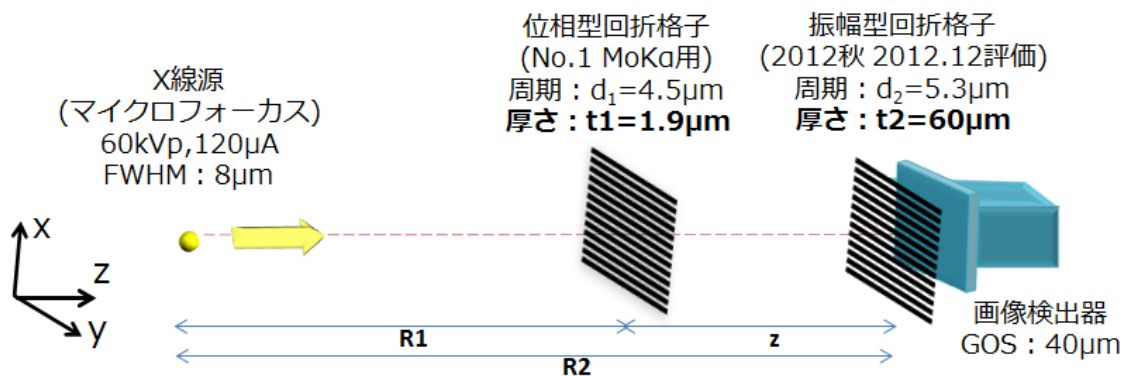


図 4.1: 実験の光学系の模式図

4.2 実験方法

本実験の目的は、現在研究室で使用している回折格子の条件の下での現行システムの光学系の最適化の検討である。そのパラメータとして、3章で述べた①G1（金）の厚み t_1 、②G2（金）の厚み t_2 、③2枚の回折格子の配置 R_2 の3つを考える。実験で用いたパラメータを表4.1に示す。

表 4.1: 実験のパラメータ R_2 は入射X線のエネルギーで決定できるので、対応するエネルギーと一緒に載せている

① $t_1(\mu\text{m})$	② $t_2(\mu\text{m})$	③ $R_2(\text{mm})$
1.9	60 120 180	1274.5←for 20keV
2.4		1593.2←for 25keV
2.9		1911.7←for 30keV
3.4		2230.3←for 35keV
3.9		

表 3.1 のシミュレーションのパラメータに比べると実験で扱うパラメータの数が少なく設定されている。これには2つの理由がある。まず条件①に関しては、現在研究室にある周期 $4.5\mu\text{m}$ の位相型回折格子の中で最も厚みが薄いものが周期 $1.9\mu\text{m}$ であるため、それ以上厚みが薄い条件が実験で出来ないためである。次に条件③に関しては、実験ハッチの構造上の問題で、デザインエネルギー 15keV 以下の回折格子の配置で実験を行おうとするとステージが置けないために不可能であるということと、デザインエネルギー 40keV の回折格子の配置で実験を行おうとすると、ハッチの長さの限界を超えてしまうために実現が困難なためである。そこで今回は、ハッチ内で実現出来る配置で実験を行った。

今回の実験では、条件①G1（金）の厚み t_1 と条件②G2（金）厚み t_2 を実験的に変化させるために図 4.2 のように、 x 軸を回転軸として回折格子を回転させることで、光軸に対する見かけ上の厚みを変えた [7]。この見かけ上の厚みを「有効厚み」と呼ぶことにする。格子の厚みを t 、回転角を θ 、有効厚みを t' とすると以下の様な関係が成り立つ。

$$t' = \frac{t}{\cos \theta} \quad (4.1)$$

今回の実験での回転角 θ の範囲は、 $0^\circ \leq \theta \leq 70.5^\circ$ である。

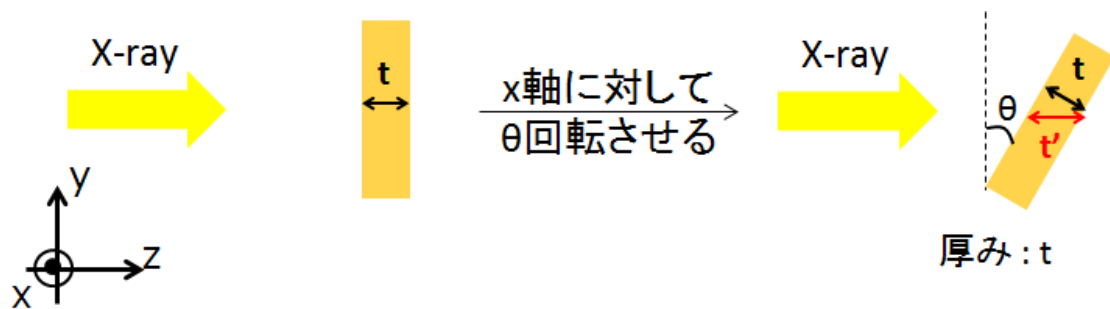


図 4.2: 有効厚みの変化

4.3 平行モアレ縞とその評価

4.3.1 平行モアレ縞の発生

有効厚みを変えるために格子を回転させると、格子の y 軸方向における $G1$ - $G2$ 間距離 z が変わってしまうため、自己像と吸収格子の周期が違ってしまうため、平行モアレ縞と呼ばれるモアレ縞が発生する。格子を回転させてない場合、格子を何パターンか回転させた時に出来る平行モアレ縞がある場合、 $G1$ と $G2$ を同じ角度だけ回転させた場合の生画像を図 4.3 に示す。

格子を回転させた時、 y 軸方向の $G1$ - $G2$ 距離はどの部分も違うので、図 4.3 の (b)、(c)、(d) のように、平行モアレ縞の周期も変わってしまい、鞍のようなモアレ縞が発生する。このモアレ縞の周期が最も広い部分が、平行モアレ縞が無くなる $G1$ - $G2$ 距離と考えられる。

図 4.3(b) と図 4.3(c) を見比べるとわかるように、回転角度が大きくなるほどモアレ縞は細かくなっていく。そして、図 4.3(d) のように、 $G1$ と $G2$ を共に回転させた場合において、回転角度の差が例え 1° であっても図のように平行モアレ縞が発生する。 $G1$ と $G2$ を共に同じ回転させた場合は、図 4.3(e) のように平行モアレ縞はほとんど消える。

サンプルを測定する場合、このような平行モアレ縞が発生していると画質が下がる原因になってしまうので、図 4.3(e) のように $G1$ と $G2$ を同じ角度回転させてモアレ縞を可能な限り消して測定する方が良い。ただし、本実験の目的は光学系の最適化の検討であり、 $G1$ と $G2$ を同じ角度回転させることが目的ではない。回折格子を回転させて有効厚みを設定した厚みに変えることが目的である。従って、平行モアレ縞がある状態で縞走査法を行い画像を取得した。ただし、平均の値を取得する場所には注意して、モアレ縞の周期が最も大きい場所を選んでその部分の値を取得した。

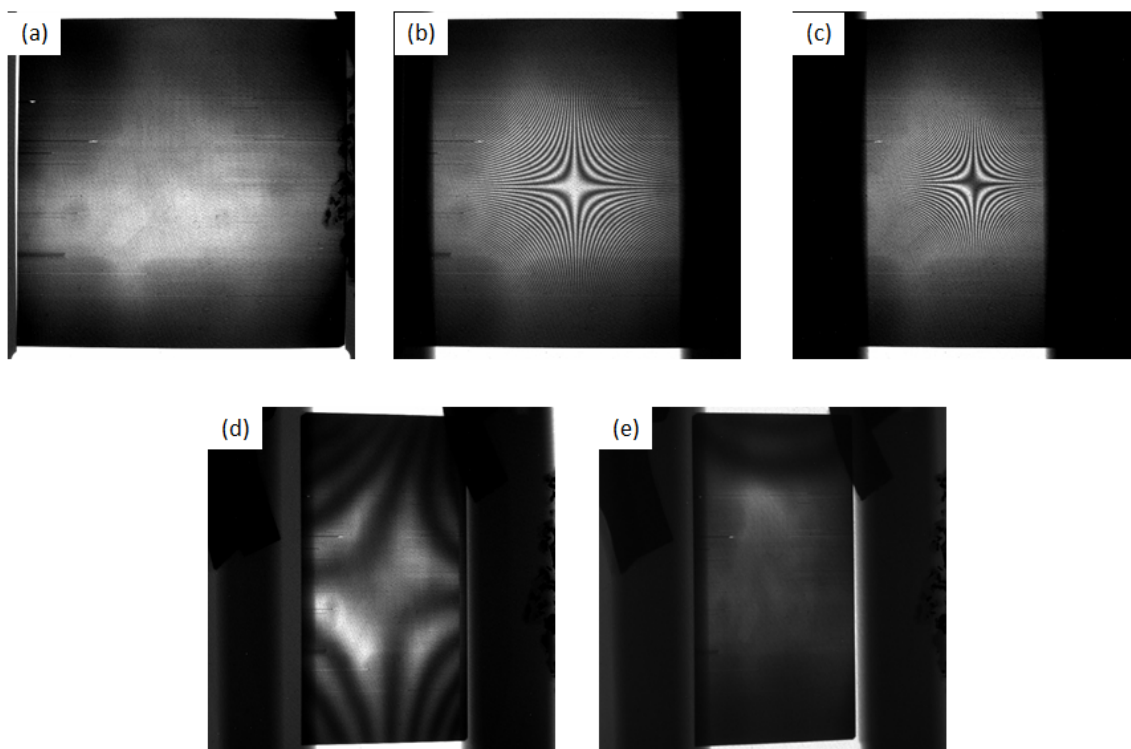


図 4.3: 実験で得られた生画像 (a) 回転なし (b)49 °回転 (G1) (c)61 °回転 (G1)
(d)61 °回転 (G1) 60 °回転 (G2) (e)61 °回転 (G1) 61 °回転 (G2)

4.3.2 縞走査処理後の画像

縞走査法で得た画像を処理して得た吸収像とラインプロファイルを図 4.4 に示す。

図 4.3 の (a)、(b)、(c) より得られた吸収像のラインプロファイルを確認してみた所、回転による有効厚みの増加で強度が少し小さくなっているが、強度の分布の傾向には特に大きな差は見られなかった。これより、平均強度に関して平行モアレ縞による影響は無いと考えられる。

次に、ビジビリティ像 [24] とラインプロファイルを図 4.5 に示す。ビジビリティのラインプロファイルを比較すると、格子が回転していない時はムラが無いのに対して、回転するほどビジビリティにムラが出てきていることがわかる。つまり、平行モアレ縞が原因でビジビリティマップにムラが発生していると考えられる。よって、ビジビリティの平均値を図る際には、画像のどの部分のビジビリティを測定するかで値が変わってしまう危険性に注意しなければならない。

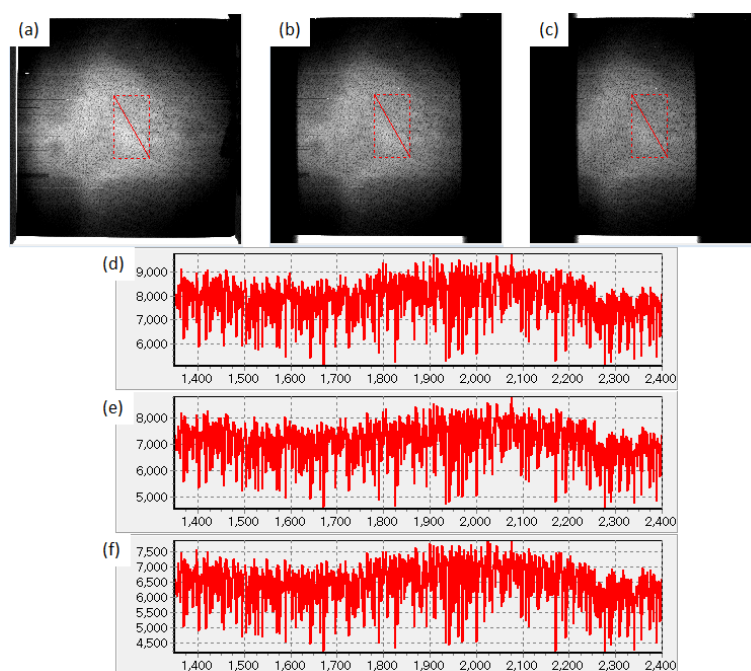


図 4.4: 吸収像とラインプロファイル (a)(d) 回転なし (b)(e)49 °回転 (G1) (c)(f)61 °回転 (G1)

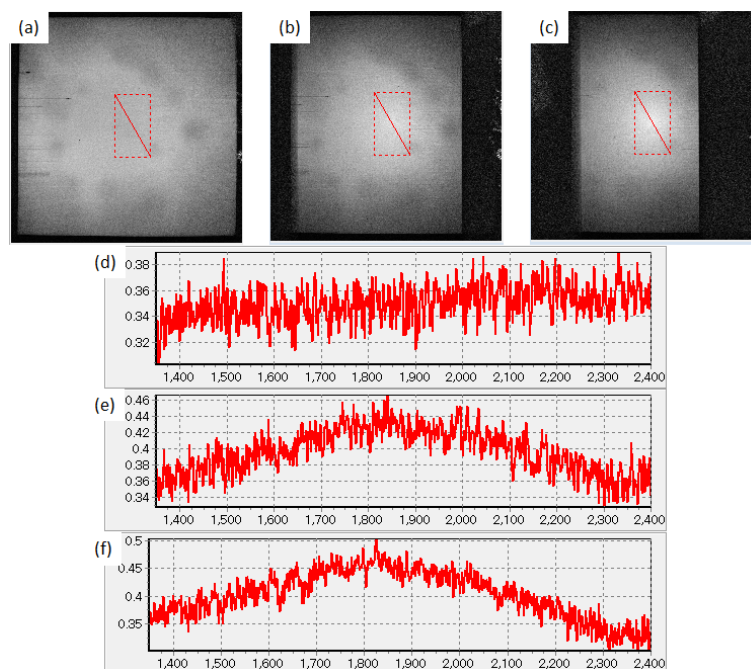


図 4.5: ビジビリティ像とラインプロファイル (a)(d) 回転なし (b)(e)49 °回転 (G1) (c)(f)61 °回転 (G1)

4.4 実験結果

4.4.1 $t_2=60\mu\text{m}$ の時

シミュレーションの時と同様に、 $t_2=60\mu\text{m}$ の時、 R_2 と t_1 をそれぞれ変化させた時の visibility と微分位相像の S/N の変化を図 4.6 と図 4.7 に示す。ただし、図 4.7 は、 $t_2=60\mu\text{m}$ 、 $t_1=1.9\mu\text{m}$ 、デザインエネルギー 20keV での S/N を 1 として規格化している。

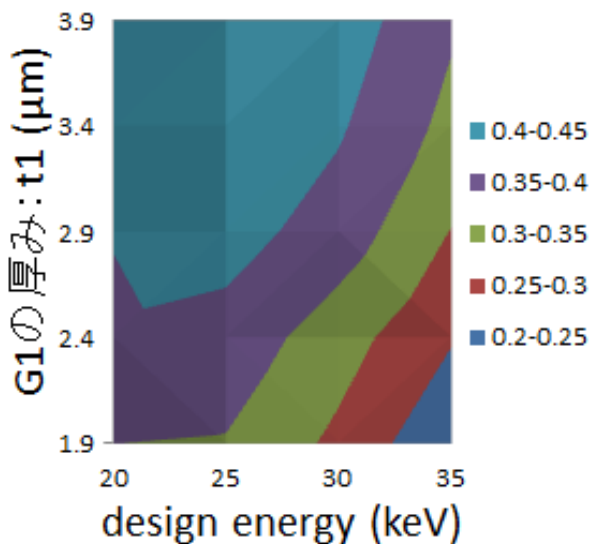


図 4.6: $t_2=60\mu\text{m}$ の時の visibility(奥行) と t_1 、デザインエネルギーの関係

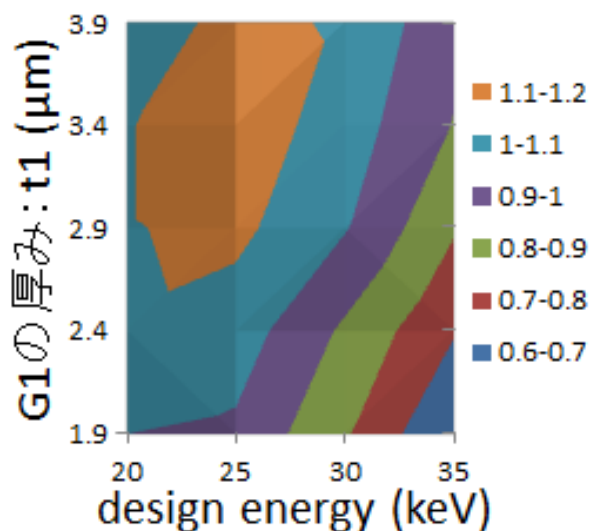


図 4.7: $t_2=60\mu\text{m}$ の時の S/N(奥行) と t_1 、デザインエネルギーの関係

図4.7より、S/Nのピークの位置は t_1 が $2.9\mu\text{m} \sim 3.9\mu\text{m}$ 付近でデザインエネルギー 25keV 付近にあることがわかる。 $t_1=2.9\mu\text{m} \sim 3.9\mu\text{m}$ で $\pi/2$ だけ位相シフトするX線のエネルギーは30keV \sim 40keVであり、実験結果は、S/Nがピークとなるデザインエネルギーと t_1 が $\pi/2$ 位相格子となるエネルギーがシミュレーション結果の様に一致していないことを意味している。

4.4.2 $t_2=120\mu\text{m}$ 、 $180\mu\text{m}$ の時

最初に、 $t_2=120\mu\text{m}$ の時、 R_2 と t_1 をそれぞれ変化させた時の visibility と微分位相像の S/N の変化を図 4.8 と図 4.9 に示す。ただし、図 4.9 は、 $t_2=120\mu\text{m}$ 、 $t_1=1.9\mu\text{m}$ 、デザインエネルギー 20keV での S/N を 1 として規格化している。

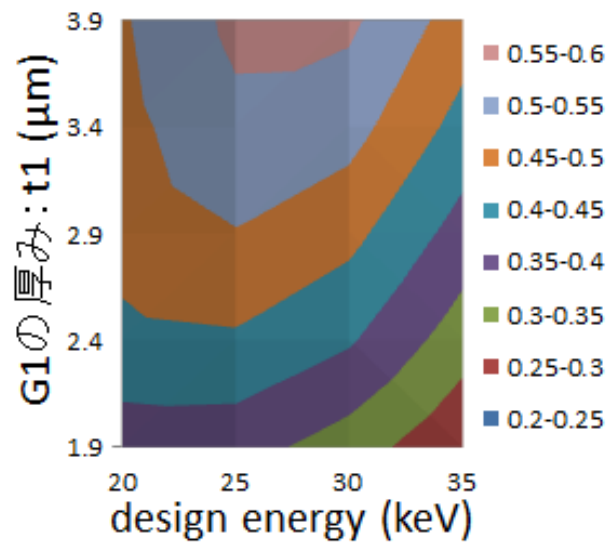


図 4.8: $t_2=120\mu\text{m}$ の時の visibility(奥行) と t_1 、デザインエネルギーの関係

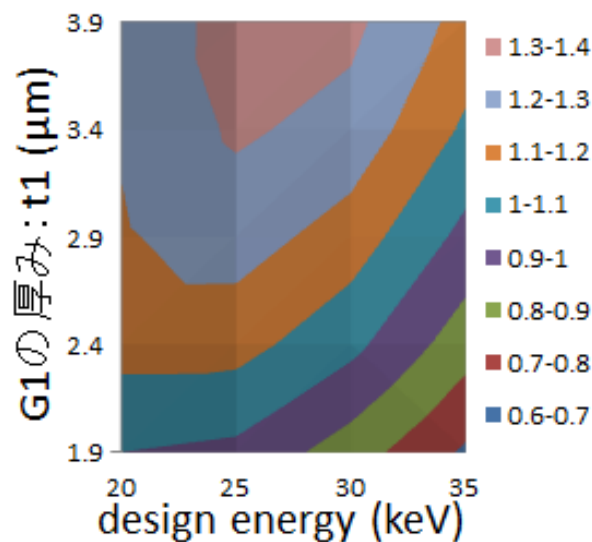


図 4.9: $t_2=120\mu\text{m}$ の時の S/N(奥行) と t_1 、デザインエネルギーの関係

次に、 $t_2=180\mu\text{m}$ の時、 R_2 と t_1 をそれぞれ変化させた時の visibility と微分位相像の S/N の変化を図 4.10 と図 4.11 に示す。ただし、図 4.11 は、 $t_2=180\mu\text{m}$ 、 $t_1=1.9\mu\text{m}$ 、デザインエネルギー 20keV での S/N を 1 として規格化している。

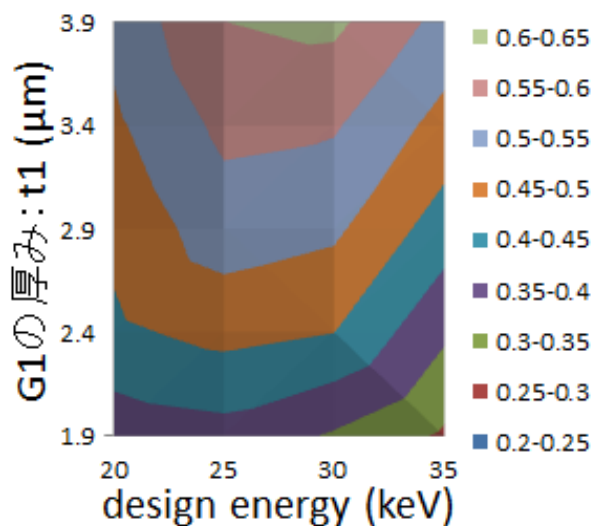


図 4.10: $t_2=180\mu\text{m}$ の時の visibility(奥行) と t_1 、デザインエネルギーの関係

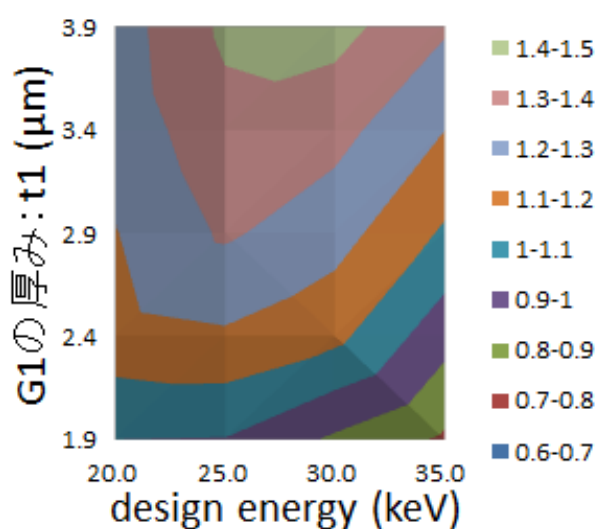


図 4.11: $t_2=180\mu\text{m}$ の時の S/N(奥行) と t_1 、デザインエネルギーの関係

$t_2=60\mu\text{m}$ の結果と比較すると、2つの事が言える。1つ目は、全体的な visibility と S/N の変化の傾向についてである。例えば、図 4.6 と図 4.8 を比較すると、ピークをとるデザインエネルギーが高エネルギー側にずれていた。 $t_2=180\mu\text{m}$ だと、ピークをとるデザインエネルギーがさらに高エネルギー側にずれていた。また G1 の厚み t_1 は、 t_2 が厚くなるほど t_1 も厚い方に S/N のピークの位置がずれていた。2つ目は、 $t_2=60\mu\text{m}$ の結果と比べて、 $t_2=120\mu\text{m}$ の結果は visibility と S/N が全ての条件で良くなっていたことである。ただ、全ての条件で一定の割合だけ良くなったというわけではなく、 t_1 に関しては、 t_1 が大きくなるほど t_2 が変わった時の上昇率が良くなっていて、デザインエネルギーに関しては、 t_1 が一定の時は t_2 が変わった時の上昇率はどのデザインエネルギーでもほとんど同じであった。ただし、 $t_2=120\mu\text{m}$ の結果と $t_2=180\mu\text{m}$ の結果を比較した時の visibility と S/N の上昇の割合は $t_2=60\mu\text{m}$ から $t_2=120\mu\text{m}$ へ変えた時より小さかった。これはシミュレーションの時と同じで、 $t_2=120\mu\text{m}$ にした段階で吸収格子としてある程度の段階まで機能するようになっていたために、 $t_2=180\mu\text{m}$ に厚みを増しても visibility や S/N がよくなる効果がそれほど出なかったと考えられる。

第5章 シミュレーション結果と実験結果の解析と考察

前章では実験を行って連続X線を用いたX線 Talbot 干渉計で得られる画像を取得し、得られた画像を解析して微分位相像のS/Nの評価をした。この章では、実験結果とシミュレーション結果を比較して、2つの結果の違いについての考察を行う。

5.1 結果の比較と考察

まず最初に、G2が回転していない条件、つまり $t_2=60\mu\text{m}$ の時のシミュレーション結果と実験結果を比較する。図3.7と図4.7を比較すると、デザインエネルギーの変化に対するS/Nの変化の傾向は一致している。一方で、 t_1 の変化に対するS/Nの変化の傾向は t_1 が大きくなるほどシミュレーション結果と実験結果の違いが大きくなっている。よって、 t_1 の変化がシミュレーションと実験の結果の違いの原因だと考えられる。

この理由は大きく3つ考えられる。

1つ目は、回折格子のシリコンウエハによるビームハードニングである。本研究の実験では、 t_1 を変化させるためにx軸を回転軸としてG1を回転させている。ただ、回折格子はシリコンウエハ上に金メッキして作成しているので[25]、G1を回転させるとシリコンウエハの厚みも t_1 と同じ割合だけ変化する。 t_1 が大きくなるとシリコンウエハの厚みも増してビームハードニングの影響が大きくなるので、シリコンウエハの厚みを一定としているシミュレーションと異なる結果になったと考えられる。

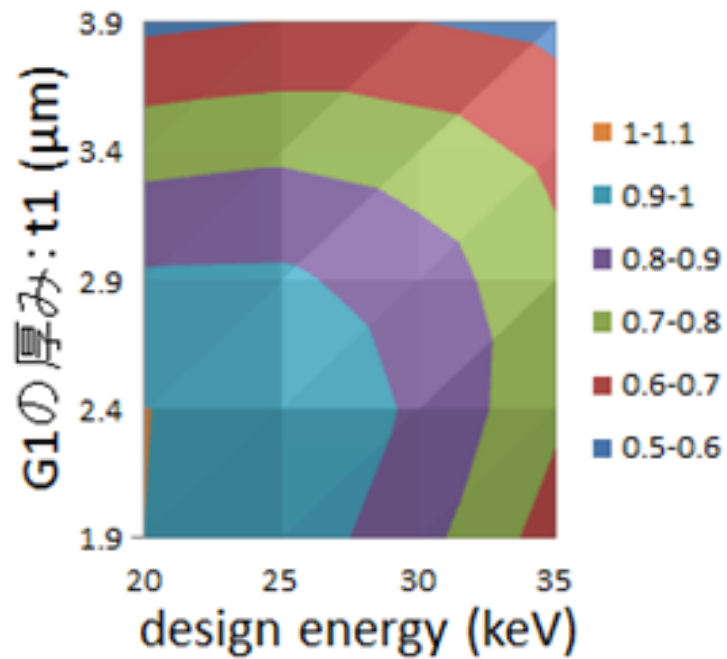
2つ目は、回折格子を回転させることで生じる平行モアレ縞である。4.3節で触れたように、格子を回転させると、 t_1 だけでなく格子のy軸方向に沿ってG1-G2間距離 z も変わるので図4.3のような平行モアレ縞が発生する。このため、図4.5のように格子上のvisibilityが場所によって変わってしまう。正確なvisibilityの測定が困難になったことでシミュレーションと違う結果になったと考えられる。これを防ぐために、G1を回転させるのではなく、例えば周期が同じで厚みが違う他の回折格子を使って同様の実験をした際に、実験結果がどうなるのかを調べる必要がある。

3つ目は、 t_1 の不確かさである。回折格子の金の部分は、電解式という手法で金メッキされている。電解式で金メッキをする場合、金の厚みは電流を流した時間などから求められた値であり、電流分布によってはムラが発生してしまう可能性があるため、実際の厚みがその値に対してどれほど正確なのかはわからない。格子を回転させるほど違いは大きくなっていくので、シミュレーションとは違う結果になった可能性が考えられる。

他にもシミュレーション用の光源のスペクトルを得る際に、エスケープピークの補正をマニュアルで行ったことによる、実際のスペクトルと補正後のスペクトルの誤差が考えられる。これによって、シミュレーションと実験の結果が違ってしまった可能性も考えられるが、デザインエネルギーだけを変えた場合の S/N の変化の傾向がシミュレーション結果と実験結果である程度一致していたことから、それほど大きな誤差ではないと考えられる。

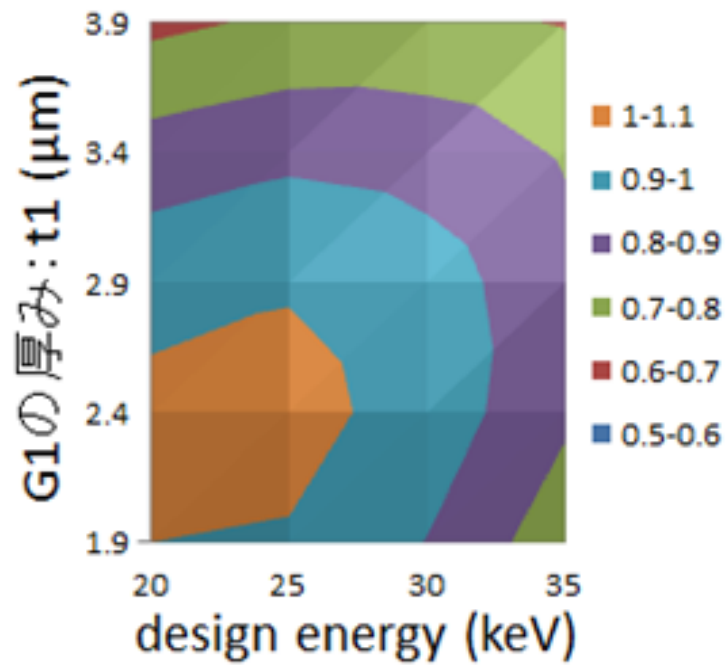
5.2 ビームハードニングを考慮したシミュレーション

格子の回転によるシリコンウエハの有効厚みの増加を考慮したシミュレーションの結果を図 5.1 ~ 図 5.3 に示す。ビームハードニングによる微分位相像の S/N の上昇は確かに発生した。しかし図を見てわかるように、シリコンウエハのビームハードニングを考慮しても実験結果とはまだ大きく違っていた。 t_1 が大きくなるほど微分位相像の S/N の上昇も大きかったので、その点では実験結果に近づいており、実験結果はシリコンウエハのビームハードニングの影響を受けたことはおそらく間違いないと考えられる。ただし、これ以外にも先ほど挙げたように、シミュレーション結果と実験結果が違った要因があると考えられる。



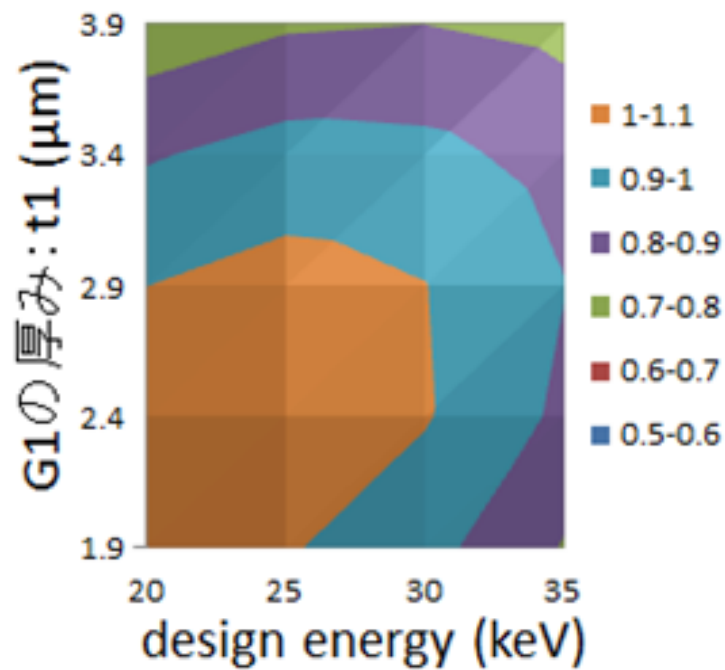
t1(μm)	t2(μm)	シリコンウエハの厚み(μm)
1.9	60	200 + 200
2.4		253.8 + 200
2.9		304.9 + 200
3.4		357.7 + 200
3.9		412.5 + 200

図 5.1: シリコンウエハの厚みの変化を考慮したシミュレーションにおける $t_2=60\mu\text{m}$ の時の S/N(奥行) と t_1 、デザインエネルギーの関係 下の表は各条件に対するシリコンウエハの厚み



t1(μm)	t2(μm)	シリコンウエハの厚み(μm)
1.9	120	200 + 400
2.4		253.8 + 400
2.9		304.9 + 400
3.4		357.7 + 400
3.9		412.5 + 400

図 5.2: シリコンウエハの厚みの変化を考慮したシミュレーションにおける $t_2=120\mu\text{m}$ の時の S/N(奥行) と t_1 、デザインエネルギーの関係 下の表は各条件に対するシリコンウエハの厚み



t1(μm)	t2(μm)	シリコンウエハの厚み(μm)
1.9	180	200 + 599.1
2.4		253.8 + 599.1
2.9		304.9 + 599.1
3.4		357.7 + 599.1
3.9		412.5 + 599.1

図 5.3: シリコンウエハの厚みの変化を考慮したシミュレーションにおける $t_2=180\mu\text{m}$ の時の S/N(奥行) と t_1 、デザインエネルギーの関係 下の表は各条件に対するシリコンウエハの厚み

第6章 まとめと今後の展望

6.1 まとめ

光源に連続X線を使用し、2枚の回折格子の周期が決まっているX線 Talbot 干渉計について、画像検出器を考慮した上で3つのパラメータを変化させて光学系の検討を行った。

シミュレーション結果からは、光学系を連続X線のスペクトルの平均エネルギーではなく、スペクトルの強度が最大となるエネルギー付近に対して最適となるようにすることで微分位相像の S/N のピークがある事が示唆された。

実験結果との比較では、デザインエネルギーだけを変えた際の S/N の変化についてはシミュレーション結果と実験結果の傾向が一致していたが、 t_1 だけを変えた際の S/N の変化についてはシミュレーション結果と実験結果に違いがあった。この原因の一つとして、回折格子の回転によってシリコンウエハの有効厚みが増して生じたビームハードニングの影響が考えられた。しかしシミュレーションで確認してみた所、ビームハードニングの影響はそれほど大きくはなく、回転によって生じた平行モアレ縞の影響など、他にも原因があると考えられた。

この原因を解明するために、例えば同じ周期の G1 で厚みが異なるものを複数使用して、格子を回転させずに格子の厚みを変えた実験を行うといったように、今後別の条件で実験を行うことでこの違いが生じた原因について考える必要がある。

6.2 今後の展望

まずは、シミュレーションと実験の結果が違った原因を求めるべきである。

光源に関しては、本研究のシミュレーションで使用したスペクトルはエスケープピークの補正をマニュアルで処理しており、正確性と客観性に欠けている。専用のソフトを利用するなどして、より正確性と客観性が増したスペクトルを取得する必要がある。光源に関するもう一つの展望としては、計算によって求められる連続X線を使用するという方法がある。この場合、実際に使用する光源とどれほど一致するかは分からないが、だれでも同じ結果になるという客観性がある。

次に、光学系に関してだが、格子を回転させずに厚みを変える実験を行い、その結果と今回の結果を比較する必要がある。例えば、同じ周期のG1で厚みが異なるものを複数使用して、格子を回転させずに格子の厚みを変えた実験を行うといったように、今後別の条件で実験を行うことでこの違いが生じた原因について考える必要がある。

また、実験結果からは、 t_1 と R_2 (デザインエネルギー) が今回の条件範囲よりも大きい値で S/N がピークなる可能性があるので、より大きな t_1 やより高いデザインエネルギーの配置で実験を行うことが出来るように光学系の検討を行う必要がある。

本研究のような光学系の検討によって現状のシステムの最適化が実現すれば、X線 Talbot 干渉計の実用的な利用に関して更なる前進が期待出来る。

参考文献

- [1] J. Als-Nielsen and D. McMorrow: Elements of Modern X-Ray Physics (John Wiley & Sons, Chichester, 2001).
- [2] U. Bonse and M. Hart, Appl. Phys. Lett, **6**, 155 (1965).
- [3] A. Snigirev, I. Snigireva, V. Kohn, S. Kuznetsov and I. Schelokov, Rev. Sci. Instrum, **66**, 5486 (1995).
- [4] J. Davis, D. Gao, T. E. Gureyev, A. W. Stevenson and S. W. Wilkins, Nature, **373**, 595 (1995).
- [5] D. Chapman, W. Thomlinson, R. E. Johnston, D. Washburn, E. Posano, N. Gmür, Z. Zhong, R. Menk, F. Artelli, and D. Sayers, Phys. Med. Biol, **42**, 2015 (1997).
- [6] A. Momose, S. Kawamoto, I. Koyama, Y. Hamaishi, K. Takai, K. Uesugi and Y. Suzuki, Jpn. J. Appl. Phys. **42**, L866 (2003).
- [7] D. Stutman, M. Finkenthal Appl. Phys. Lett. **101**, 0091108 (2012).
- [8] 菊田惺志, X線散乱と放射光科学 基礎編, 東京大学出版会 (2011).
- [9] S. Sasaki, KEK Report No. 90-16, National Laboratory for High Energy Physics (1990).
- [10] S. Sasaki, KEK Report No. 88-14, National Laboratory for High Energy Physics (1989).
- [11] H. F. Talbot, Philos. Mag, **9**, 401 (1836).
- [12] K. Patorski, *Progress in Optics XXVII* (Elsevier, Amsterdam, 1989).
- [13] J. P. Guigay, Opt. Acta, **18**, 677 (1971).
- [14] H. Fujiwara, Opt. Acta, **21**, 861 (1974).
- [15] A. Momose, W. Yashiro, Y. Takeda, Y. Suzuki and T. Hattori, Jpn. J. Appl. Phys. **21**, 5254 (2006).
- [16] M. Engelhardt, J. Baumann, M. Schuster, C. Kottler, F. Pfeiffer, O. Bunk, and C. David, Appl. Phys. Lett. **90**, 224101 (2007).

- [17] Y. Takeda, W. Yashiro, T. Hattori, A. Takeuchi, Y. Suzuki, and A. Momose, Appl. Phys. Express **1**, 117002 (2008).
- [18] A.Momose, W.Yashiro, Maikusa.H, Takeda.Y, Optics Express, **17**, 12540 (2009).
- [19] J. H. Bruning, D. R. Herriott, J. E. Gallagher, D. P. Rosenfeld, A. D. White and D. J. Brangaccio, Appl. Opt, **13**, 2693 (1974).
- [20] M. Takeda, H. Ina, and S. Kobayashi, J. Opt. Soc. Am. **72**, 156 (1982).
- [21] W. Yashiro, Y. Takeda, and A. Momose, J. Opt. Soc. Am, **25**, 2025 (2008).
- [22] 川本真也, X線タルボ干渉計を用いた位相イメージング, 2003年度物理工学専攻修士論文 (2004).
- [23] 桑原宏萌, Talbot 効果と Lau 効果を組み合わせた新規硬X線位相イメージングの研究 2010 年度物質系専攻修士論文 (2011).
- [24] F. Pfeiffer, M. Bech, O. Bunk, P. Kraft, E. F. Eikenberry, CH. Bronnimann, C. Grunzweig and C. David, Nat. Mater. **7**, 134 (2008).
- [25] M. Matsumoto, K. Takiguchi, M. Tanaka, Y. Hunabiki, H. Takada, A. Momose, Y. Utsumi, and T. Hattori, Microsyst. Technol. **13**, 543-546 (2007).

謝辞

本研究を行うにあたって、多くの方々のお世話になり、またご協力を頂きました。ここに感謝の意をこめてお礼を申し上げたいと思います。

まず、指導教官の雨宮慶幸教授には心より感謝いたします。私が柏キャンパスにいる間、研究のための環境を与えて下さり、研究から就職活動まで様々なアドバイスを頂きました。そして、仙台に移ってからも様々なサポートをして頂きました。雨宮教授のサポートがなければ私は2年間きちんと研究が出来なかったでしょう。ここに感謝の意を表します。

同じく指導教官の東北大学百生敦教授には心より感謝いたします。私の能力が至らないためにたくさんのご迷惑をお掛けいたしました。が、たくさん的確なアドバイスをして頂き、この2年間で研究に対する考え方は大きく変わりました。今後の更なる活躍を期待し、ここに感謝の意を表します。

百生研究室准教授の矢代航氏には、研究に対する姿勢から社会人として生きていく姿勢まで様々なことを教えていただきました。PF や研究室での実験から、シミュレーションのプログラミングまで多方面に渡りご協力いただき、心より感謝を申し上げます。矢代氏のアドバイスが無ければスムーズに実験データを取得することは出来なかったでしょう。ここに感謝の意を表します。

雨宮研究室助教授の篠原佑也氏には心より感謝いたします。篠原氏の研究者としての生活スタイルは学ぶべき点がたくさんあり陰ながら参考にさせて頂いておりました。また、私の稚拙な質問にも丁寧に対応していただきありがとうございます。ここに感謝の意を表します。

百生研究室ポスドクの Patrik Vagovic 氏には心より感謝いたします。実験の際には特にプログラミングに関してたくさんのサポートをしていただきました。氏の協力がなければスムーズに実験データを取得出来なかったでしょう。ここに感謝の意を表します。

百生研究室ポスドクの Margie P. Olbinado 氏には心より感謝いたします。氏には、私が修士1年の頃から一番身近でお世話になりました。私の拙い英語をきちんと理解してくれようとし、研究面でもたくさんの事を氏から教えていただきました。ここに感謝の意を

表します。

雨宮研究室博士三年の岸本浩通氏には心より感謝いたします。あまりお会いする機会はありませんでしたが、物質系輪講や報告会などでの氏のプレゼンを見ていて大変参考にさせていただきました。ここに感謝の意を表します。

雨宮研究室博士一年の井上伊知郎氏には心より感謝しております。一緒の部屋で研究していたのは一年間だけでしたが、氏の研究に対する姿勢は一つ年上の先輩とは思えないくらい卓越したものであり、尊敬しておりました。ここに感謝の意を表します。

百生研究室秘書の戸田未来さんには心より感謝いたします。出張手続きはもちろんのこと、備品の購入の際にも大変お世話になりました。たまにした世間話はとても楽しかったです。

雨宮研究室秘書の榊原千晶さんには心より感謝いたします。榊原さんは百生研究室が柏にいた時の秘書さんでもあったので、雨宮研究室と百生研究室の両方を熟知した唯一の方でした。様々な事情をご存知だったので、仙台から柏に行くときには色々と配慮していただき大変助かりました。

雨宮研究室修士二年の太田崇士氏、修士二年の渡部慧氏、修士一年の吉井輝明氏、修士一年の山本奈央子氏、学部四年の安藤卓真氏、及び学部四年の松木康裕氏には、柏キャンパスでの雨宮研究室での生活において普段から親しく接して頂きました。一年間だけでしたが非常に楽しい日々でした。

百生研究室修士一年の村上岳氏、修士一年の浜本悠吾氏、IAESTE 研修生の Suren P. Perera 氏、及び IAESTE 研修生の Ana Sofia Batista Neves 氏には、東北大学の百生研究室での生活において普段から親しく接して頂きました。普段の会話が英語という特殊な環境を体験できて、一年間だけでしたが非常に楽しい日々でした。

その他、名前を挙げきれませんが、物質系専攻の友人、教務の方々など多くの方々に私の研究を支援してくださいました。ありがとうございます。

最後に、25年間育ててくれた両親に感謝いたします。本当にありがとうございました。