論文の内容の要旨

論文題目：
Efficient Bayesian Estimation of Time Series Models and Its Applications
(時系列モデルの効率的なベイズ推定とその応用)

氏名：黒瀬 雄大

要旨

1990 年代以降、ベイズ統計学の領域でマルコフ連鎖マルコフ連鎖モンテカルロ (Markov chain Monte Carlo, MCMC) 法についての研究が進み、理論的な成果のみならず実証分析での応用も広く見られるようになっている。

ベイズ統計的推測の枠組では事後分布からの標本を十分に得ることが目標となるが、共役な事前分布を用いるなどして事後分布の形状を限定しないと、周辺事後分布の積分の計算が複雑になる。計算機の能力の制約もあり、満足な推定結果を得ることが以前は困難であった。この問題を解決するために、事後分布をシミュレーションによって求める方法が注目されるようになり、計算機の能力の発達とあわせてマルコフ連鎖モンテカルロ法として広く知られるようになった。

本論文は、経済・金融データ分析への応用を意識した統計的時系列モデリング及び上述したようなベイズ推定の研究についてまとめたものである。経済・金融データを取り扱う際には、その時間従属性を考慮する必要がある。特に時間従属性をもつ潜在変数が含まれるモデルについては、モデルが複雑であったりすると尤度関数の評価が困難で、最尤法により推定できないことも多い。そこで、事前分布を適宜設定し、MCMC 法によるベイズ推定法の構成を試みる。計算機集約的な方法であり、本論文中で取り上げるような潜在変数が多数ある場合には、効率的な、即ち計算負荷が低く精度の高い推定法を構成し、現実の意思決定にも有効になるようにする必要がある。

第一章では、導入として論文の概観を述べる。

第二章では、時系列データに対する分位点の確率的時間変動に関して論じている。時系列データの統計的分析においては、データ系列を発生させる確率分布の任意の分位点 (τ% 点)、特にデータの確率分布の裾の挙動に関心持たれる。例えば資産や資産ポートフォリオの金融リスク評価指標として頻出する VaR(Value at Risk) は、このデータ系列の確率分布の裾の分位点そのものである。よってこれらの統計的モデリングは、経済政策・金融リスク評価等の意思決定に有用である。ここでは観測値の τ-分位点が時間と共に変動するようなモデルを構成する。このとき、既知データへの過剰適合と未知データへの予測精度低下を避けるため、平滑化スプラインの制約を課す。また、株式市場においてみられる、観測値が下落するとその一期先分散項が増大する、非対称な相関 (レバレッジ効果) を考えるモデルに倣い、観測値とその一期先 τ-分位点の相関をモデルに組み込む拡張も行った。これらは非正規状態空間モデルで表現されるが、最尤法では推定は難しいため、ベイズ・アプローチを用い MCMC 法により、母数及び潜在変数たる分位点の効率的な推定を行う。MCMC 標本を多数抽出することで関心のある変数の事後分布を数値的に推定するが、MCMC 標本は互いに独立ではないため、相関が高いとより多くの標本抽出が必要になり非効率になる。ここでは、変数変換によりモデルを正規線形状態空間モデルに変形し、潜在変数 (分位点) の MCMC 標本を総て同時に抽出する工夫により、MCMC 標本間の相関を低くして計算機集約的な推定の計算負荷を小さく、精度を上げ効率的にする。従属変数の分位点に確率的変動を仮定する研究で、ベイズアプローチを用いたものは多くない。さらに、日本のインフレ率データに対して応用を行った。モデル推定に加えて、従来の分位点の経時変動に関する研究とのモデル比較を行い、モデルが有用なものであることを示した。

第三章では、多変量金融時系列データの分散項の同時推定について考察している。金融時系列データとして代表的な資産収益率の経時データには、分散項の高変動 (あるいは低変動) が持続するボラティリティクラスタリングの存在、資産収益率間の相関が時間変動することが実証分析により知られている。分散項が時間変動するモデルは、データの次元が高くなると加速度的に推定する母数が増えるので、高次元データを扱う際に共分散構造の推定が非常に困難になる。そこで、ここでは確率的ボラティリティ (Stochastic Volatility, SV) モデルについて収益率の相関構造が均一かつ時間変動する単純化したモデルを考える。これは一見強い仮定だが、推定誤差や予測精度の面から有益な仮定であることが先行研究より知られている。更に、株式日次収益率の経時データにおける、レバレッジ効果、あるいは異なる株式の収益率と分散項の交差レバレッジ効果まで考慮してモデリングを行った。多変量の金融資産データについて、このような非対称性も考慮した研究はま

だ多くない。これらは非線形の正規状態空間モデルで表現され、最尤法で推定することは難しい。よって、適宜事前分布を母数に仮定して、MCMC 法によりベイズ推定を行う。ここでは、全潜在変数を複数のブロックに分割し、ブロックごとに (他のブロックを所与として) 正規線形状態空間モデルによる近似で潜在変数の MCMC 標本を同時抽出する、ブロックサンプラー (マルチムーブサンプラー) を構成した。株価指数の実データを用いた推定の結果、ボラティリティクラスタリングや収益率間の相関の時間変動、交差レバレッジ効果の存在が確認された。モデル比較した結果、提案した多変量モデルは一変量モデルを各系列に適用した場合よりも優れていた。一変量モデルではとらえられない、複数データの相互関係のモデリングの重要性を明らかにしたといえる。

第四章では、高頻度データを用いた金融時系列に関する研究についてまとめた。近年、金融市場において、旧来の (始値・終値といった) 日次データに加えて、より高頻度でデータが得られるようになった。これらを直接加工した実現測度は、市場構造によるバイアスがありそのまま市場の潜在変数の代理変数としては使えないが、一方でこの情報を追加的に用いることで、従来の日次株式資産収益率の共分散構造の推定の精度が上がることが期待される。そこで、複数資産の日次収益率と実現測度の同時モデリングを、第三章の動学的均一相関と交差レバレッジ効果を組み込む形で行う。多変量の SV モデルを拡張し、非線形の正規状態空間モデルを構成、MCMC 法によるベイズ推定法を提案した。個別株価の実データを用いた実証分析の結果、ボラティリティクラスタリングや収益率間の相関の時間変動、弱い交差レバレッジ効果の存在が確認された。また、実現測度がもつとされる、(1) 市場のミクロ構造によるノイズ、(2) 取引がない時間帯の存在、(3) 非同期取引、を原因とするバイアスも推定された。

第五章では、第三章のモデルを一般化する。資産収益率間の相関が均一であることは仮定としてはやや強いと思われるので、これを緩め、複数の資産収益率群のなかで相関構造が均一であり、集団間では異なるというモデルに拡張する (ブロック均一相関構造をもつ SV モデル) 。収益率の共分散構造をより一般化してその状態空間が解析的に表現できない複雑なものになっており、第四章と同様にして複数資産の日次収益率と実現測度の同時モデリングを行うこととした。実現測度の情報を用いることにより単純な MCMC アルゴリズムでベイズ推定の結果が得られることが示された。株価指数の実データを用いた推定の結果、ボラティリティクラスタリングや収益率間の相関の時間変動、弱い交差レバレッジ効果の存在、実現測度のバイアスが確認された。