

## 非駆動関節を有するマニピュレータの作業座標系における動的制御\*

荒井 裕彦\*<sup>1</sup>, 館 障\*<sup>2</sup>Dynamic Control of a Manipulator with Passive Joints  
in an Operational Coordinate Space

Hirohiko ARAI and Susumu TACHI

The authors have proposed a method of controlling a manipulator with passive joints which have no actuators. In this method, the coupling characteristics of manipulator dynamics are used, and no additional mechanisms are required. In this paper, a method to control the tip position of a manipulator with passive joints in an operational coordinate space is proposed. The equations of motion are described in terms of operational coordinates. The coordinates are separated into controlled coordinates and compensating coordinates. The number of the controlled coordinates is the same as the number of active joints. The accelerations of the controlled coordinates can be arbitrarily adjusted by using dynamic coupling of the manipulator. The effectiveness of the method is verified by experiments using a two-degree-of-freedom manipulator with a passive joint. The experiments show that the controlled coordinates of the position of the manipulator can be controlled precisely by use of the proposed method.

**Key Words:** Robotics, Manipulator, Dynamic Coupling, Passive Joint, Operational Coordinate Space

## 1. 緒 言

通常のマニピュレータは各関節にアクチュエータを1個ずつ持ち、自由度とアクチュエータの個数とは一致する。マニピュレータの軽量化、省エネルギー化、コストダウン等を目的として、アクチュエータ数よりも多くの自由度を制御する種々の手法が提案されてきたが、特殊な付加的機構に依存するものが中心である。著者らは、アクチュエータを持たずその代わりに保持ブレーキを備えた非駆動関節を有するマニピュレータを、関節間の動力学的干渉を利用して制御する手法を提案し<sup>(1)</sup>、この手法による2自由度マニピュレータのPTP制御を実現した<sup>(2)</sup>。この手法によればマニピュレータに特殊な機構を付け加えることなく、アクチュエータ数よりも多くの自由度が制御できる。

この手法においては非駆動関節の保持ブレーキを解放した状態における制御が最も重要なポイントになる。これまでに著者らが用いた方法では関節座標系に

おいて制御を行っていた。すなわち非駆動関節に目標軌道を与え、それを実現するための能動関節の軌道およびトルクを求めた。能動関節の軌道は非駆動関節の目標軌道および関節間の干渉によって決定され、したがってマニピュレータ先端の位置を規定することはできなかった。ところが実際の作業の便宜を考えた場合、最も大きな意味を持つのは作業空間内におけるマニピュレータ先端の位置である。そこで本報ではマニピュレータ先端の位置を関節座標系ではなく作業座標系で制御する手法を提案する。マニピュレータの運動方程式を作業座標を用いて記述し、成分間の干渉を利用すれば、能動関節の個数と同じ数の成分に任意の目標加速度を与えることが可能である。2自由度マニピュレータを用いた実験により、本手法の有効性を示す。

## 2. 運動方程式の作業座標表現

制御対象を  $n$  自由度のマニピュレータとし、そのうち能動関節は  $r$  個、非駆動関節は残り  $n-r$  個とする。マニピュレータの運動方程式は、

$$M(q)\ddot{q} + b(q, \dot{q}) = u \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $q \in R^n$  は関節座標ベクトル、 $M(q) \in R^{n \times n}$  は慣性行列、 $b(q, \dot{q}) \in R^n$  はコリオリ・遠心力、重力および摩擦力ベクトルの和である。式(1)を作業座標ベ

\* 平成2年6月9日 ロボティクス・メカトロニクス講演会'90において講演、原稿受付 平成2年9月13日。

<sup>1</sup> 正員、工業技術院機械技術研究所ロボット工学部 (〒305 つくば市並木1-2)。

<sup>2</sup> 正員、東京大学先端科学技術研究センター (〒153 東京都目黒区駒場4-6-1)。

クトル  $p \in R^n$  を用いて表すことを考える。  $J \in R^{n \times n}$  をヤコビ行列とすると、作業座標  $p$  と関節座標  $q$  との間には、

$$\dot{p} = J\dot{q} \dots\dots\dots (2)$$

という関係が成り立つ。式(2)を時間で微分すると、

$$\ddot{p} = \dot{J}\dot{q} + J\ddot{q} \dots\dots\dots (3)$$

式(3)より、

$$\ddot{q} = J^{-1}(\ddot{p} - \dot{J}\dot{q}) \dots\dots\dots (4)$$

また、ここで次のようにおく、

$$p = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_{n-r} \quad M = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix}_{n-r}$$

$$u = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix}_{n-r} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}_{n-r} \dots\dots\dots (5)$$

$$H = J^{-1} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}_{n-r}$$

ただし  $\tau \in R^r$  は能動関節トルクである。次章で述べるように、作業座標  $p$  のうち成分  $y$  を被制御成分として優先的に目標の運動を与え、残りの成分  $x$  を補償成分としてこれには被制御成分の目標運動を実現するための運動を行わせる。(4)、(5)を(1)に代入すると、

$$M_1 H_1 \ddot{x} + M_1 H_2 \ddot{y} - M_1 H J \dot{q} + b_1 = \tau \dots\dots (6 \cdot a)$$

$$M_2 H_1 \ddot{x} + M_2 H_2 \ddot{y} - M_2 H J \dot{q} + b_2 = 0 \dots\dots (6 \cdot b)$$

運動方程式は作業座標を用いて表され、能動関節に関する式(6・a)と非駆動関節に関する式(6・b)に分割される。

### 3. 制御の方法

本章では、作業座標の成分間の干渉を利用して、能動関節と同じ数の成分に任意の目標加速度を発生できることを示す。これを利用して、作業座標のうち被制御成分には優先的に目標軌道を与え、残りの補償成分には被制御成分の目標軌道を実現させるための運動を生成する制御系を構成する。

式(6)において  $q, \dot{q}$  に実測値を代入すると、行列  $M, H, J$ 、ベクトル  $b$  の各成分が求まる。さらに被制御成分  $y$  の加速度  $\ddot{y}$  に目標値を与えると、式(6・b)は  $\ddot{x}$  を未知数とする連立一次方程式とみなせる。係数行

列  $M_2 H_1 \in R^{n-r \times n-r}$  が正則ならば式(6・b)は一意に解くことができ、

$$\ddot{x} = (M_2 H_1)^{-1} (-M_2 H_2 \ddot{y} + M_2 H J \dot{q} - b_2) \dots\dots (7)$$

また式(7)を式(6・a)に代入すれば、  $\ddot{y}$  の目標値を実現するためのトルク  $\tau$  が求まる。

$$\tau = \{M_1 - M_1 H_1 (M_2 H_1)^{-1} M_2\} (H_2 \ddot{y} - H J \dot{q}) - M_1 H_1 (M_2 H_1)^{-1} b_2 + b_1 \dots\dots\dots (8)$$

このトルク  $\tau$  を能動関節において発生すれば、  $y$  成分の目標加速度  $\ddot{y}$  が得られる。すなわち  $r$  個の能動関節トルク  $\tau$  によって、マニピュレータ先端位置の作業座標のうち  $r$  個の被制御成分  $y$  に任意の加速度を与えることができる。

被制御成分の目標軌道から加速度目標値を求め、式(8)よりトルクを計算する開ループ制御のみでは、外乱やモデル誤差によりマニピュレータが目標軌道から外れる恐れがある。そこで以下の手順で閉ループ制御を構成する。被制御成分の位置、速度、加速度の目標値をそれぞれ  $y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d$  とおき、次のようなPID制御を適用する。

$$\ddot{y} = \ddot{y}_d + K_v(\dot{y}_d - \dot{y}) + K_p(y_d - y) + K_i \int (y_d - y) dt \dots\dots\dots (9)$$

$K_p, K_v, K_i \in R^{r \times r}$  はそれぞれ位置、速度、積分ゲインを表す対角行列である。式(9)の  $\ddot{y}$  を式(8)の  $\ddot{y}$  に代入して求めたトルク  $\tau$  を能動関節において発生すれば、

$$(\ddot{y}_d - \ddot{y}) + K_v(\dot{y}_d - \dot{y}) + K_p(y_d - y) + K_i \int (y_d - y) dt = 0 \dots\dots\dots (10)$$

という関係が得られ、  $K_p, K_v, K_i$  を適当に選べば被制御成分  $y$  の目標値  $y_d$  への収束性が保証される。

図1に制御系全体のブロック線図を示す。

### 4. 実験

4・1 実験装置 2自由度水平多関節マニピュレータに本手法を適用し、実験を行った。図2に実験に用いた2自由度マニピュレータを示す。第1軸( $\phi$ )は能動関節、第2軸( $\psi$ )は非駆動関節である。能動関節は

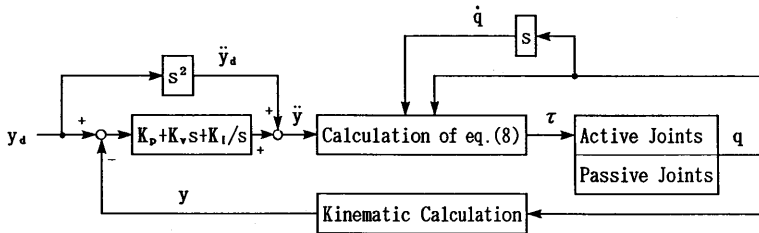


図1 制御系の構成

ハーモニック減速機を介し DC サーボモータで駆動される。非駆動関節の保持ブレーキは電磁ブレーキである。図3にマニピュレータのモデル、表1に各パラメータの値を示す。運動方程式(1)の各項は、

$$M = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}m_1L^2 + \frac{4}{3}m_2L^2 + m_2L^2\cos\phi + J_M \\ \frac{1}{3}m_2L^2 + \frac{1}{2}m_2L^2\cos\phi \\ \frac{1}{3}m_2L^2 + \frac{1}{2}m_2L^2\cos\phi \\ \frac{1}{3}m_2L^2 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} -m_2L^2\sin\phi\dot{\phi} - \frac{1}{2}m_2L^2\sin\phi\dot{\phi}^2 + D_1\dot{\phi} \\ \frac{1}{2}m_2L^2\sin\phi\dot{\phi}^2 \end{bmatrix}$$

.....(11)

**4.2 直交座標系における制御** 作業座標系として第1軸を原点とする直交座標系を考える。この場合関節座標系から作業座標系への座標変換は、

表1 マニピュレータの力学パラメータ

$m_1$	Mass of link 1	2.0kg
$m_2$	Mass of link 2	1.0kg
$L$	Length of link 1 and 2	0.3m
$D_1$	Viscous friction of the actuator	2.2Nms/rad
$J_M$	Moment of inertia of the actuator	0.24kgm <sup>2</sup>

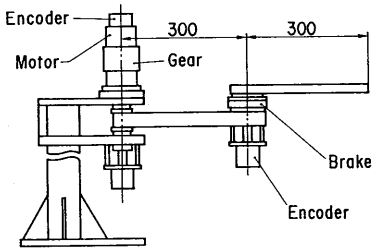


図2 2自由度マニピュレータ

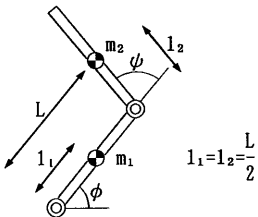


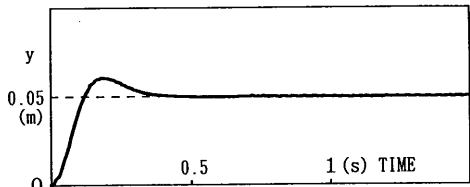
図3 マニピュレータのモデル

$$\begin{aligned} x &= L \cdot \cos\phi + L \cdot \cos(\phi + \psi) \dots\dots\dots(12) \\ y &= L \cdot \sin\phi + L \cdot \sin(\phi + \psi) \end{aligned}$$

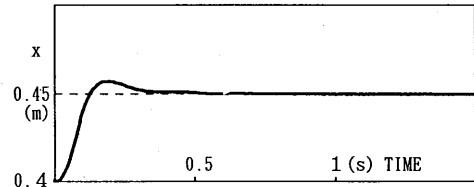
ヤコビ行列  $J$  は

$$J = L \begin{bmatrix} -\sin\phi - \sin(\phi + \psi) & -\sin(\phi + \psi) \\ \cos\phi + \cos(\phi + \psi) & \cos(\phi + \psi) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$y$  成分を被制御成分,  $x$  成分を補償成分とする場合,  $x$  成分を被制御成分,  $y$  成分を補償成分とする場合の2通りが考えられる。それらのそれぞれについて、静止状態から被制御成分の目標値にステップ状の変化を与えた際の応答の例を図4に示す。初期姿勢は  $x=0.4m$ ,  $y=0m$  である。(a)では  $y$  成分を被制御成分として目標値を  $y=0.05m$ , (b)では  $x$  成分を被制御成分として目標値を  $x=0.45m$  とおいた。実験結果では、被制御成分の実測値(実線)は目標値(破線)に収束している。収束後の目標値からの位置偏差は、(a)では  $0.14$

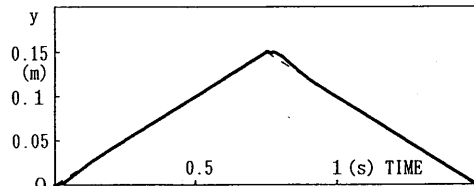


(a)Controlled component: y

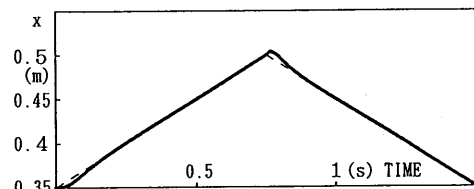


(b)Controlled component: x

図4 ステップ応答



(a)Controlled component: y



(b)Controlled component: x

図5 軌道追従

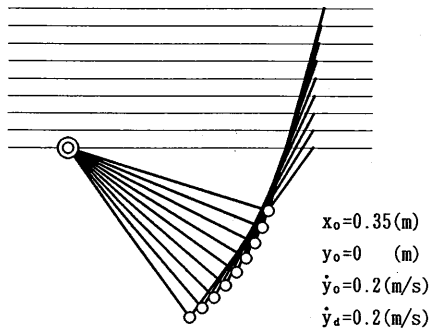


図 6 軌道追従の結果

mm, (b)では 0.08 mm であった。また図 5 には静止状態から被制御成分に目標軌道を与えた際の応答を示す。目標軌道として、静止状態から一定速度で被制御成分を増加させ、再び一定速度で被制御成分を減少させるものを用いた。静止状態から動き始める瞬間および運動方向が切り換わる瞬間には速度が急変するが、それ以外では実測値(実線)は目標軌道(破線)に追従している。非駆動関節を固定して初速を与えた状態から一定速度の目標軌道に  $y$  成分を追従させた際のマニピュレータの運動を図 6 のスティック線図に示す。 $y$  成分が一定の割合で増加してゆく様子がわかる。

**4.3  $M_2H_1$  の物理的意味** 3章において式(6・b)が解を持ち、本手法の制御が実現できるための条件は、行列  $M_2H_1$  の正則性であった。この条件は 2 自由度マニピュレータの場合、 $M_2H_1 \neq 0$  である。そこで実験に用いたマニピュレータに関して  $M_2H_1 = 0$  となる場合の手先位置をプロットしたものを図 7 に示す。(a)は  $y$  成分を被制御成分とした場合、(b)は  $x$  成分を被制御成分とした場合である。

これらの姿勢では補償成分において加速度を発生しても被制御成分の加速度に影響を及ぼすことはできない。被制御成分の加速度は補償成分の加速度と無関係にマニピュレータの姿勢および速度によって決定される。こうした動力学的な特異点の近傍では本手法の適用は困難であると予想され、なんらかのアルゴリズムによってこれらを回避することが必要である。(a)と(b)を比較した場合、これらの特異点の配置が原点を除いては相補的になっていることが観察される。すなわち  $y$  成分が制御困難な点では  $x$  成分は制御可能で

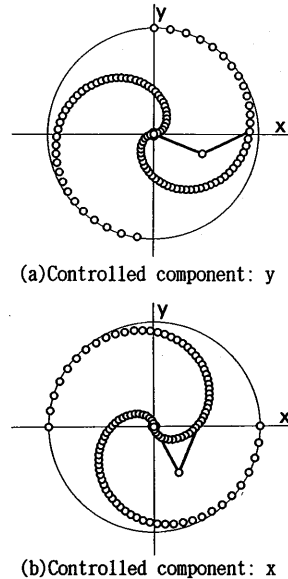


図 7 動力学的特異点

あり、 $x$  成分が制御困難な点では  $y$  成分は制御可能である。このことを利用すれば、被制御成分を切り換えてつつ特異点を避ける軌道を構成できると考えられる。

## 5. 結 言

アクチュエータを持たない非駆動関節を有するマニピュレータの先端位置を、関節座標系ではなく作業座標系で制御する手法を提案した。

マニピュレータの運動方程式を作業座標を用いて記述し、成分間の干渉を利用すれば、能動関節と同じ数の成分に任意の目標加速度を与えることが可能である。非駆動関節を有する 2 自由度水平多関節マニピュレータの先端位置を直交座標で表し、二つの成分のうち一方を目標軌道に追従させる実験により、本手法の有効性を示した。本手法では閉ループ制御が構成されているため、外乱やモデル誤差の存在下でも被制御成分に関して正確な制御が可能である。

## 文 献

- (1) 荒井・館, 計測自動制御学会論文集, 25-9(1989), 1012.
- (2) 荒井・館, 機論, 57-534, C(1991), 619.