

博士学位論文

酸化剤流旋回型ハイブリッドロケット内の燃焼を伴う
流れの数値シミュレーション

(Numerical Simulations of Combustive Flows
in a Swirling-Oxidizer-Flow-Type Hybrid Rocket)

東京大学大学院工学系研究科

航空宇宙工学専攻

学籍番号：37-107393

本江幹朗

指導教員：嶋田 徹

概要

ハイブリッドロケットは主に液体酸化剤によって固体燃料を燃焼させ推進力を得る方式のロケットのことを示す。そのコンセプトとしてはロケットの黎明期から存在する方式である。通常、燃料にはプラスチック類やパラフィン類、酸化剤には液体酸素や亜酸化窒素等が用いられる。固体ロケットと比較した場合の利点として、理論比推力が高い、推力調整が可能である等が挙げられ、液体ロケットと比較して、機械的に単純、燃料の密度が高いなどが挙げられる。さらに双方と比較して爆発燃焼の危険性が少なく管理運用が安全でありコストが削減できる。

しかしハイブリッドロケットにはその燃焼原理に起因するデメリットが存在する。ハイブリッドロケットでは火炎に熱せられ表面から気化した燃料が酸化剤と反応して燃焼する。燃料の流出量は燃料グレインに伝わる熱量によって左右されるため、その表面上でのみ燃焼が生ずるハイブリッドロケットは他のロケットと比べ燃料への熱供給量が圧倒的に少なく燃料消費量すなわち燃料後退速度が遅い。これがハイブリッドロケットの現在でも十分に克服できていない最大の課題である。そのためハイブリッドロケットはその優れた特性にもかかわらず、今まで実用ロケットとしての活躍の場をほとんど与えられてこなかった。

本研究の対象である酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットは遅い燃料後退速度という課題への対策として開発された。この型式のハイブリッドロケットは円筒状の燃料グレインの内部に酸化剤流を沿うように旋回させながら噴射し、発生する遠心力により火炎をグレインに押し付け熱伝導を増加させることをコンセプトにしている。

一般的にハイブリッドロケットの燃焼室に対する実験的手法による内部状態の詳細な把握はその内部環境の苛烈さからほとんど不可能である。しかし、詳細な内部状態を把握することはロケットの高性能化に繋がることは論を待たない。そこで数値的手段による解析を行うことで内部状態を把握する試みがコンピュータの発達と共に行われてきたが、酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットが持つ特性を評価できるような解析は十分行われておらず、この型式の燃焼室内部の状態は明らかであるといい難い。

本研究の目的は酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの燃焼室内に対する解析に適した数値計算コードを構築し、そのコードを用いて当該燃焼室内の流れ場の構造、火炎形状、温度分布、化学種分布の詳細を示し、燃焼室内部の物理現象の解明と性能向上につながる知見を得ることである。酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの解析に適したコードの開発のため二段階に分け検討を行った。

第一段階では旋回乱流にある程度対応しているとされている多重時間スケール $k-\epsilon$ モデルによる解析を行い実験値と比較した。この際、空間離散化手法に有限体積法、時間積分手法に 2 段階 Runge-Kutta 法、数値流束に SLAU 法、高次精度化に 3 次精度 MUSCL

法, 勾配制限関数に van Albada 制限関数を用いた. 検討の結果, 速度勾配が緩く逆流が存在しない流れ場に対する解析では旋回乱流の特徴をある程度表現できるものの, 軸方向に逆流しているような大きい速度勾配を有する流れ場においてはその特徴を表現することが出来なかった. 同時に LES による旋回乱流の解析例を調査し, 当該流れ場に対する解析性能を検討した. その結果, 軸方向に逆流が存在するような強い速度勾配を有する流れ場においても LES による解析で旋回乱流の特徴を表現することが出来ることを確認した. 以上の結果より本研究では LES を乱流の解析手法に採用した.

第二段階では解析精度と計算コストのトレードオフを検討して燃焼モデルとして採用した Flamelet アプローチと LES を組み合わせて構築した解析コードの燃焼場における旋回乱流に対する性能検証を行った. この解析コードは, 空間離散化手法に有限体積法, 時間積分手法に ADI-SGS 陰解法による 2 次精度疑似時間法, 数値流束に SLAU 法, 高次精度化に 5 次精度 WENO-Z 法を用いて構築した. 解析対象は Bluff-Body を有しその周囲から旋回流が噴射される拡散火炎バーナの実験である. 検証の結果, 構築した解析コードは定性的に問題ない性能を有しており, 一部定量的にも良好な性能を示すことを確認した. この結果をもって, 酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの燃焼室内に対する解析に適した解析コードが構築されたと判断した.

開発された解析コードを用いて酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの燃焼室に対する解析を行った. ただし, 現段階では燃料グレインが燃焼することによる燃焼室の形状変化や, 燃料への伝熱量の変動による吹き出し速度の変化は再現していない. すなわち, 実際とは異なり燃焼室の形状は変化せず燃料の吹き出し速度も時間的に一定である. 解析による火炎形状と実験における可視化写真の比較, 解析から得られた火炎高さと実験による測定値の比較から解析結果は定性的に酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの燃焼室を表現していると判断した. この解析を行った結果, 燃焼室内の温度場, 速度場, 各化学種の質量分率の分布や火炎形状, 渦構造が明らかにされた. また, 実験で得られている燃料グレイン先端部での後退速度の局所的な増大は, グレイン最前縁部で火炎が壁面直近に生じることにより局所的にグレインへの熱流束が増大し生じる可能性があることを明らかにした. 火炎高さの分布を考察することで, 燃焼室中ほどにおいて火炎が壁面より浮き上がる現象の原因が明らかにされた. さらに, 設計への知見として燃焼室中心部における大規模渦により酸化剤成分を残した生成ガスが排気される可能性が存在することが明らかとなった.

目次

第 1 章 序章	5
1.1 研究の背景	5
1.1.1 ハイブリッドロケットの特性	5
1.1.2 燃料後退速度向上手法	6
1.1.3 研究の対象	6
1.1.4 研究の動機	7
1.2 過去の研究	7
1.3 研究の目的	8
1.4 研究の流れと本論文の構成	8
第 2 章 数値解析手法	11
2.1 基礎方程式	11
2.1.1 単成分流体に対する基礎方程式	11
2.1.2 多成分流体に対する基礎方程式	12
2.2 乱流の支配方程式	13
2.2.1 RANS の支配方程式	14
2.2.2 LES の支配方程式	16
2.3 空間離散化手法	18
2.3.1 有限体積法	18
2.4 高次精度化手法	19
2.4.1 MUSCL 法	19
2.4.2 WENO 法	20
2.4.3 WENO-Z 法	22
2.4.4 補間手法の比較	22
2.5 数値流束評価手法	23
2.6 時間積分法	24
2.6.1 2次精度 2段階 Runge-Kutta 法	25
2.6.2 ADI-SGS 法	25
2.6.3 疑似時間法	27
2.7 燃焼解析手法	28
2.7.1 混合分率方程式	28
2.7.2 Flamelet アプローチ	30

第 3 章	旋回乱流に適する解析手法の検討	32
3.1	レイノルズ平均乱流モデルの検討	32
3.1.1	レイノルズ平均乱流モデル	32
3.1.2	数値計算手法	34
3.1.3	計算対象	34
3.1.4	計算条件	35
3.1.5	計算結果	35
3.2	空間平均乱流モデルの検討	37
3.2.1	空間平均乱流モデル	37
3.2.2	LES による旋回乱流の解析例	38
	旋回を伴う噴流に対する LES	38
	円筒型サイクロン分離機に対する LES 解析	38
3.3	本章の結論	40
第 4 章	拡散燃焼を伴った旋回乱流に適する解析手法の検討	43
4.1	計算手法	43
4.2	計算対象	44
4.3	計算条件	44
4.4	計算結果	46
	4.4.1 解析 1	46
	4.4.2 解析 2	48
4.5	本章の結論	54
第 5 章	酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの解析	60
5.1	解析対象	60
5.2	解析条件	62
5.3	解析手法	64
5.4	解析結果	64
	5.4.1 非定常場	64
	5.4.2 平均場	72
5.5	本章の結論	94
第 6 章	結論	96
6.1	研究の総括と得られた成果	96
6.2	結論	97

表 目 次

3.1 円管内旋回乱流実験の実験条件	34
4.1 旋回バーナ諸元	45
5.1 燃焼室諸元	63

目 次

1.1	実験で用いられた酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの供試体	7
2.1	高次精度スキームの解像度の比較	23
3.1	実験 1	34
3.2	実験 2	34
3.3	実験 1：速度の半径方向分布	35
3.4	実験 1：渦粘性係数の半径方向分布	36
3.5	実験 2：速度の半径方向分布	36
3.6	実験 2：渦粘性係数の半径方向分布	37
3.7	Bluff-Body バーナ	39
3.8	軸方向速度分布	40
3.9	周方向速度分布	40
3.10	計算領域と解析格子の一例	41
3.11	周方向速度分布の計算結果と実験結果の比較	41
3.12	軸方向速度分布の計算結果と実験結果の比較	42
4.1	バーナ模式図	44
4.2	バーナ断面図	44
4.3	計算領域	45
4.4	バーナ部における速度の境界条件	46
4.5	解析 1：瞬時の密度コンタ	47
4.6	解析 1：瞬時の温度コンタ	47
4.7	解析 1：瞬時の Q 値の等数値ボリューム	47
4.8	軸方向速度の半径方向分布	48
4.9	周方向速度の半径方向分布	48
4.10	温度の半径方向分布	49
4.11	混合分率の半径方向分布	50
4.12	解析 1 における実験時の火炎写真と温度コンタ	51
4.13	解析 2：瞬時の密度コンタ	52
4.14	解析 2：瞬時の温度コンタ	52
4.15	解析 2：瞬時の Q 値の等数値ボリューム	52
4.16	解析 2 における実験時の火炎写真と温度コンタ	53

4.17	流入境界直上の軸方向と周方向の速度分布	54
4.18	軸方向速度分布	55
4.19	周方向速度分布	56
4.20	混合分率分布	57
4.21	温度分布	58
5.1	実際の燃焼室内	61
5.2	簡略化された燃焼室内	61
5.3	計算領域	61
5.4	インジェクタ概念図	61
5.5	形状スワール数の定義	61
5.6	燃料後退速度の実験値 (時間平均)	63
5.7	設定燃料後退速度	63
5.8	Flamelet テーブル	64
5.9	密度コンタ	66
5.10	温度コンタ	66
5.11	圧力コンタ	66
5.12	軸方向速度コンタ	67
5.13	混合分率コンタ	67
5.14	渦構造	68
5.15	周囲の渦構造	69
5.16	渦構造 (拡大)	76
5.17	周囲の渦構造 (拡大)	77
5.18	O ₂ の質量分率コンタ	78
5.19	CH ₄ の質量分率コンタ	78
5.20	H ₂ O の質量分率コンタ	78
5.21	CO ₂ の質量分率コンタ	79
5.22	OH の質量分率コンタ	79
5.23	CO の質量分率コンタ	80
5.24	H ₂ の質量分率コンタ	80
5.25	火炎面 (俯瞰図)	81
5.26	計算による火炎の可視化と実験で撮られた火炎の写真	82
5.27	火炎等数値ボリューム	83
5.28	火炎等数値ボリューム (拡大)	84
5.29	周方向平均軸方向速度の断面分布	85
5.30	周方向平均半径方向速度の断面分布	86
5.31	周方向平均周方向速度の断面分布	87
5.32	周方向平均温度の断面分布	88
5.33	周方向平均圧力の断面分布	89

5.34	中心軸上と壁面上の周方向平均圧力とそれらの比	90
5.35	燃料後退速度分布	90
5.36	固体燃料への熱流束分布	90
5.37	断面スワール数分布	91
5.38	断面平均角運動流束分布	91
5.39	断面平均火炎高さ分布	92
5.40	測定による火炎高さ分布	93
5.41	断面平均酸素流量	93
5.42	CEA による O/F に対する C^* 分布と解析での C^*	94

記号表

ローマ字

$a_{0\sim 6}$	NASA 多項式係数
AF	WENO 補間法における 3 次補間式
A_t	スロート断面積
c	音速
C^*	特性排気速度
C_p	定圧比熱
CW	WENO 補間法における修正された重み係数
D_k	化学種 k の混合ガスに対する拡散係数
e	単位質量当りの全エネルギー
IW	WENO 補間法における理想的な重み係数
\mathbf{E}	非粘性流束成分
\mathbf{Ev}	粘性流束成分
f	一般変数
$\mathbf{F}_{I\sim K}, \mathbf{Fv}_{I\sim K}$	構造格子に沿った $I \sim K$ の 3 方向の非粘性, 粘性流束
$\Delta\mathbf{F}_{I\sim K}, \Delta\mathbf{Fv}_{I\sim K}$	セル内での $\mathbf{F}_{I\sim K}, \mathbf{Fv}_{I\sim K}$ の差
NW	WENO 補間法における正規化された重み係数
g	SLAU 法におけるパラメータ
G	フィルタ関数
h	比エンタルピ
$Inum$	セルの界面数
Δh_{0k}	化学種 k の生成エンタルピ
K	単位質量あたりの乱流エネルギー
Kp	MUSCL 補間法における補間次数パラメータ
H	単位質量当りの全エンタルピ
\dot{m}	質量流量, SLAU 法における質量流束
M	マッハ数
MV	運動量流束
MW_k	化学種 k の分子量
$n_{1\sim 3}$	セル界面での単位法線ベクトル成分
\mathbf{N}	セル界面での単位法線ベクトル

p	圧力
AF	WENO 補間法におけるセル界面の左右に対する 3 次補間式
Pr	プラントル数
Pr_t	乱流プラントル数
q_i	熱流束成分
Q	保存量ベクトル
r	半径
\dot{r}	燃料後退速度
R, R_k	混合ガス, 化学種 k の気体定数
Rt	乱流レイノルズ数
t	時間
T	温度
sl	勾配制限関数におけるリミッタ
S	セル界面の面積
S_{ij}	剪断応力テンソル
Sc	シュミット数
Sc_t	乱流シュミット数
Sg	形状スワール数
$Snum$	化学種数
SI	WENO 法における平滑度パラメータ
SW	断面でのスワール数
u_i	速度成分
vol	セル体積
Vb	壁面からの燃料吹き出し速度
Vn	セル界面に垂直な速度成分
W_k	原子 k の原子量
x_i	デカルト座標成分
Y_k	化学種 k の質量分率
Z_k	原子 k の質量分率

ギリシャ文字

α_s	固体燃料の熱拡散係数
β	原子の混合状態を表すパラメータ
β^\pm	SLAU 法におけるパラメータ
γ	比熱比
δ_{ij}	クロネッカのデルタ

Δ_x	空間フィルタ幅
Δ_{\pm}	MUSCL 補間法におけるセル値の差
ϵ	内部エネルギー, 微量
ε	乱流エネルギー散逸率
κ	熱伝導率
η	コルモゴロフの長さスケール
λ	多重時間スケール修正係数
Λ	多重時間スケール修正係数
μ	粘性係数
ν	動粘性係数
$\nu_{I\sim K}$	I, J, K 方向のスペクトル半径
ξ	混合分率
ρ	密度
τ_5	WENO-Z 補間法における修正項
τ_{ij}	粘性応力テンソル
\mathcal{T}_{ij}	サブグリッドスケール乱流応力テンソル
ϕ	一般変数
$\vec{\phi}$	一般変数ベクトル
χ	スカラー散逸率
$\dot{\omega}_k$	化学種 k の単位時間当たりの生成 (消失) 量
$\omega_{L/R 1\sim 3}$	WENO 補間法における正規化された制限付き重み係数
Ω	渦度ベクトル

上付き添字

e	実効
t	乱流
$-$	セル界面の左右の平均, レイノルズ平均値, グリッドスケール値
$'$	1 階の空間微分, レイノルズ平均値からの変動値, サブグリッドスケール値
\sim	密度荷重平均値
$''$	2 階の空間微分, 密度荷重平均値からの変動値
$+, -$	セル界面の左右

下付き添字

c	燃焼室
-----	-----

F, f	燃料
g	ガス
i, j, k	デカルト座標インデックス, 構造格子座標インデックス
I, J, K	構造格子の3方向
In	インジェクタ
mac	巨視的
mix	混合気ガス
O, o	酸化剤
r	標準状態
sgs	サブグリッドスケール
t	乱流
x	軸方向
θ	周方向

略語

DNS	Direct Numerical Simulation
LES	Large Eddy Simulation
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes Simulation
RHS	Right Hand Side

第1章 序章

1.1 研究の背景

1.1.1 ハイブリッドロケットの特性

ハイブリッドロケットは主に液体酸化剤によって固体燃料を燃焼させ推進力を得る方式のロケットのことを示す。そのコンセプトとしてはロケットの黎明期から存在する方式である。通常、燃料にはポリプロピレンやアクリル樹脂などのプラスチック類、酸化剤には液体酸素が用いられる。固体ロケットと比較した場合の利点として、理論比推力が高い、推力調整が可能、燃料の単価が低い、排気に有害成分がない等が挙げられ、液体ロケットと比較して、地上設備も含めた供給系が半分で済むため機械的に単純、燃料の密度が高いなどが挙げられる。さらに双方と比較して、燃料と酸化剤の相が異なるためそれらが完全に混合することはなく爆発燃焼の危険性が少ないことがあげられる。そのため、管理運用が容易かつ安全であり、爆発物として特殊な扱いを必要としないため管理コストが削減できる。また、一回の打ち上げのトータルで考えると環境負荷も低い。

しかしハイブリッドロケットにはその燃焼原理に起因するデメリットが存在する。ハイブリッドロケットでは火炎に熱せられ表面から蒸発した気化燃料が酸化剤と反応して燃焼する。この燃焼現象は固体燃料表面を流れる酸化剤によって形成される境界層の内部で生じるため境界層燃焼と呼ばれる。燃料の流出量は固体燃料に伝わる熱量によって左右される。固体燃料への熱の供給は火炎からの対流や輻射伝熱が担い、火炎と固体燃料の距離が近いほどその値が増加する。境界層燃焼の場合その距離はミリメートルのオーダーである。他方、液体ロケットでは燃料と酸化剤はともに超臨界状態で微粒化しており、固体ロケットでは酸化剤と燃料が十分混ざったいわば火薬の状態では推進薬が成形されているため、火炎との距離はマイクロメートルのオーダーになる。よってハイブリッドロケットは他のロケットと比べ燃料への熱供給量が圧倒的に少なく気化するガスの量も少ない。このこと燃料後退速度が遅いと表現する。燃料後退速度という用語は本来固体ロケットで使われており、固体燃料若しくは推進剤がガス化して消費されてゆく速さを単位時間当たりの燃料厚さの減少量として表したものである。この燃料後退速度の遅さがハイブリッドロケット最大の課題である。一例として観測ロケットに用いられているS-520というアスペクト比が10程の固体ロケットの有するスペックをハイブリッドロケットで再現することを考えると、最も基本的な酸化剤と燃料の組み合わせである液体酸素とプラスチック類に対して単純に固体燃料表面へ酸化剤を流す場合、燃料後退速度が低いので燃焼室を長くして表面積を稼ぐ必要があり、結果としてロケットのアスペクト比が40程となると試算される。これは

現実的な値ではない。よってハイブリッドロケットはその優れた特性にもかかわらず、今まで実用ロケットとしての活躍の場をほとんど与えられてこなかったのである。

1.1.2 燃料後退速度向上手法

この低い燃料後退速度という問題への対策として、現在主に二つのアプローチで研究が進められており、それらをここで簡単に紹介する。一つは固体燃料そのものを改良し、より溶融しやすいものを使うことで燃料後退速度の向上を目指す考え方である。具体例を示せば、Glycidyl Azide Polymer(GAP) や [1]、いわゆる蠟である WAX の使用などが挙げられる [2]。特に WAX に関しては入手が簡単で原料コストも低いので多くの研究がなされている。しかし、WAX はよく溶けるがよく燃えるというわけでは無いため、溶けて超臨界状態化した燃料を効率的に燃焼させる技術が必要となる。もう一つは燃焼室内の流れ場を工夫することで燃料に対する伝熱量を増加させ燃料後退速度の向上を目指す考え方、CAMUI ロケット [3] に代表される縦列多段衝突噴流型や酸化剤流旋回型 [4] などが挙げられる。縦列多段衝突噴流型は中心から偏芯して二つの穴を開けた円盤状の燃料グレインを穴が互い違いになるように燃焼室に詰め込み、酸化剤を穴を通してグレインにぶけながら流して燃焼させることで伝熱量の向上を目指す方式である。酸化剤流旋回型は酸化剤を燃焼室の壁面から円筒状の燃料グレイン内部に沿わせるように周方向に流入させることにより円筒グレイン内で旋回流を発生させ、発生する遠心力により火炎を内壁に近づけ伝熱量の向上を目的とした形式である。この型式のロケットを用い Yuasa らは燃料後退速度が酸化剤流の旋回により向上することを地上及び飛行試験にて明らかにした [5]。

1.1.3 研究の対象

本研究ではこの酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットに焦点を当て数値的研究を行った。本研究では上記型式のハイブリッドロケット一般の事象に焦点を当てているため、計算対象として特定の実験を設定したわけではない。しかし、燃焼室の形状や寸法、内部部圧力や酸化剤流量、燃料後退速度などは Hirata らの実験における値を用いた [6]。ここで、図 1.1 に実験で用いられた燃焼室の形状を示す。この図には様々な寸法が記入されているが、本研究で用いたのは燃焼室長さ 600 mm、スロート径 18 mm のものである。その他の値については第 5 章にて詳細を示す。

一般的にハイブリッドロケットの燃焼室内は 3000 K、数十気圧を超える高温高压状態であるため、実験的手法による速度、温度等の分布や流れ場の構造などの内部状態の細かな把握はほとんど不可能である。また、境界層燃焼というハイブリッドロケットの燃焼現象の特性を考えると、これら詳細な内部状態を把握することが洗練された燃焼室の設計を可能にし、ロケットの高性能化に繋がることは論を待たない。そこで数値的手段による解析を行うことで内部状態を把握する試みがコンピュータの発達と共に行われてきた。ただし、酸化剤流前回流型ハイブリッドロケットの数値解析を適切に行うには旋回乱流が標準的な 2 方程式渦粘性モデルでは正確に評価できないこと、通常のハイブリッドロケットに比

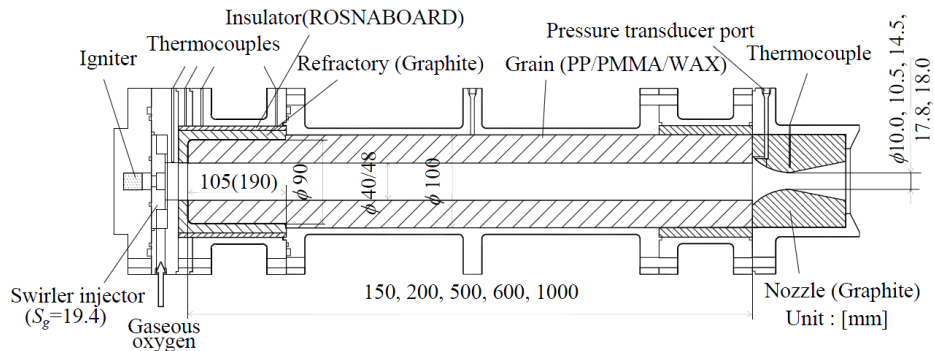


図 1.1: 実験で用いられた酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの供試体 [6]

べ激しい流れ場が予想されるため化学非平衡状態に対応した燃焼モデルが必要であることに留意しなければならない。

1.1.4 研究の動機

現在、ハイブリッドロケットはその高い安全性と取り回しの良さから大学等の教育機関での研究活動や学生活動の対象に世界的に盛んに用いられており、安全性が最優先である民間宇宙旅行に用いるロケットとしても採用されている。このようにハイブリッドロケットに対する機運は世界的に見て高まっており、低い燃料後退速度という課題が克服されれば次世代型ハイブリッドロケットとして広く実用化される可能性がある。ハイブリッドロケットに対する数値解析結果が次世代ハイブリッドロケットの開発への一助となることを願い本研究を遂行する。

1.2 過去の研究

過去の解析例を調査すると1994年、Chengらは乱流を $k-\epsilon$ モデル、燃焼を9化学種13式有限速度反応モデルによって解析し、一般的なハイブリッドロケットに対する解析コードを構築した[7]。また、酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットに対して焦点を当てると、1998年にKnuthらが内部の流れ場を理解するために行った2次元格子を用いた軸対象計算が初期の代表例である[8]。この解析では作動流体として燃料であるHTPBとガス酸素の燃焼ガスを仮定したものをを用いており、粘性は考慮されているが乱流モデルは導入されていない。2001年と2002年にはAkyzluらが2次元の $k-\epsilon$ 乱流モデルを用い、燃焼モデルに3化学種1段総括有限速度反応を導入し、界面後退速度の予測を目的とした解析を行った[9, 10, 11]。また近年、酸化剤流旋回型に限らずハイブリッドロケットにたいして盛んに数値計算が行われている。これらの大多数は標準的なレイノルズ平均2方程式乱流モデルを用いた計算であり燃焼モデルには単純な一段総括反応モデルから、2012年のLazzarinらの

様に 13 化学種 19 式有限速度反応モデルを用いた例まで様々である [12]. また, 2011-2012 年には Pavarin らが乱流モデルに $k-\epsilon$ モデル等, 燃焼モデルに 13 化学種 19 反応式有限速度反応モデルを用い酸化剤流旋回型を含む各種燃焼室の解析が目的として 3 次元の気液二相流に対する計算を行っている [13, 14, 15, 16]. 最近では, 2013 年には Koda らが 9 化学種の平衡計算を燃焼モデルに用いた 3 次元の解析を乱流モデルを使わず粘性計算を行い燃料壁面の界面後退速度を予測した [17].

しかし, 調査した範囲において酸化剤流旋回型燃焼室の解析に旋回乱流に対する適切な配慮を行ったレイノルズ平均乱流モデルを使用した例は確認できなかった. また, 乱流モデルとして一般的な乱流場へ対応した LES を用いた解析は Lee ら非燃焼場への適用のみしか確認されず [18], 燃焼場に対する解析はいまだ十分に行われていないといえる. したがって, 酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの燃焼室に対しその特性に配慮した解析は十分行われておらず, 内部状態が明らかであるとは言い難い.

1.3 研究の目的

上記の事実を踏まえ, 本研究に大きく二つの目的を設定する. 一つは, 酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの燃焼室内に対する解析に適した数値計算コードの構築である. 乱流モデルの選定のため, 非燃焼場における旋回乱流の解析を旋回乱流の解析に適応した多重時間スケールモデルにより行い実験値と比較することによりその性能を評価する. また, 先行研究として行われた LES による計算例を示し性能を評価する. そのうち, 燃焼モデルの評価を行うため, 旋回流付 Bluff-Body バーナの数値解析を行い実験値と比較した. もう一つは, その構築したコードを用いて当該燃焼室内の流れ場の構造, 火炎形状, 温度分布, 化学種分布の詳細を示し, 燃焼室内部の物理現象の解明と燃焼室の性能向上につながる知見を得ることである.

1.4 研究の流れと本論文の構成

本論文は全 6 章から構成される. 第 1 章では序論を述べ, 第 2 章において本研究で使用されている支配方程式や, 構築した数値計算コードの基礎に用いられている空間, 時間積分などの手法について述べる. 第 3 章では旋回乱流を適切に扱える乱流モデルについて検討を行った結果について述べる. 第 4 章では旋回乱流と燃焼が組み合わされた状態を適切に扱える燃焼モデルについて検討を行った結果を述べる. 第 5 章では構築した解析コードを用いて酸化剤流旋回型ハイブリッドロケット燃焼室の数値解析を行った結果について述べる. 最後に第 6 章にて本研究によって得た知見をまとめる. 以下に第 1 章から第 6 章までの概要を示す.

第 1 章では序論として, 研究背景, 先行研究, 本研究の目的を述べる. 背景として酸化剤流旋回型ハイブリッドロケット内の状態について数値解析にて解明されるべき点が多く残っていることについて言及する. 先行研究では酸化剤流旋回型燃焼室の特性に適した解

析手法が多く例で用いられておらず、内部状態の正確な理解が不十分であることを示す。本研究では酸化剤流旋回型燃焼室の特性に適した解析手法を用いた解析コードを構築し、そのコードにより当該燃焼室に対する数値解析を行い内部の状態を明らかにすることを目的としていることを示す。

第2章では解析手法全般について述べる。初めに単成分の圧縮性 Navier-Stokes 方程式についてまとめ、続いて多成分について言及する。さらにそれぞれの方程式に対するレイノルズ平均化、ファール平均化、空間平均化について言及する。

また、本研究で用いた空間離散化法である有限体積法について示し、セル界面の左右での物理量を高次精度化する際に用いた MUSCL 法、WENO 法、WENO-Z 法について1次元のテスト問題を解析することでその特色について言及する。用いた数値流束の算出スキームである低マッハ数で過剰な数値粘性を付与しない SLAU 法についてもここで言及する。また、時間積分に関して本研究で用いている2次精度 Runge-Kutta 法、陰解法である LU-ADI-SGS 法、さらにそれを内部反復に用いて時間精度を2次精度に向上させた Dual Time Stepping 法について定式化を行う。

第3章では旋回乱流の解析に適した乱流モデルの検討を行うため、旋回乱流への対応をうたった Yoshizawa らの多重時間スケール $k-\varepsilon$ モデル [19] と一般的に RANS 系のモデルよりも適用性が広いとされている LES 乱流モデルの評価を行う。多重時間スケール $k-\varepsilon$ モデルに対しては、2種類の旋回流実験のシミュレーションを行い実験値と解析値を比較する。LES 乱流モデルに対しては、既存研究ですでに旋回乱流に対し少なくない数の解析結果が存在するため、実際に計算を行う代わりにそれら进行评估した。検討の結果、多重時間スケールモデルは標準 $k-\varepsilon$ モデルに対し旋回乱流の解析で一定の優位性は示すものの、流れ場の状態によって性能が変化し、酸化剤流旋回型燃焼室の計算には不適であるとの結論に達した。また LES による旋回乱流に対する既存研究結果を検討した結果、LES による解析は旋回乱流の持つ特徴を定量的によく表現できていることを確認した。よって、本研究ではより広い範囲の流れ場に原理的に対応可能な LES 乱流モデルにより今後の解析を行うことを決定した。

第4章では旋回乱流と拡散燃焼が組み合わさった流れ場に対する解析に適した燃焼モデルの検討を行う。用いる燃焼モデルには少なくとも非平衡状態の拡散燃焼を扱えるモデルでなければならず、かつ LES による解析を前提とするならば計算負荷ができるだけ軽いことが望ましい。これらを踏まえ本研究では燃焼モデルに Flamelet アプローチを用いることを決定した。モデルの性能を確認するためシドニー大による拡散火炎旋回バーナに対する実験のシミュレーションを境界条件を変えて2パターン行い、それぞれを実験結果と比較することで境界条件の影響を議論し、本解析コードが定性的のみならず一部定量的に物理現象を捉えることが出来ることを確認した。

第5章では第3章、第4章で決定された解析モデルを用いた数値解析コードによって、酸化剤流旋回型ハイブリッドロケット燃焼室内の解析を行った。ただしこの時、燃料表面の界面後退、燃料湧き出し速度の分布は仮定せず、燃焼室内の壁面から一定割合で燃料が湧き出すという仮定を置いた。結果の解析では、非定常場の各物理量と主要化学種の質量分率の燃焼室中心軸を通る断面のコンタを示し流れ場の様相や化学種の空間分布などに言

及した。また、速度テンソルの第二普遍量を可視化することで乱流の渦構造を示した。さらに、混合分率の量論での値の等数値面を火炎として可視化を行い、実験で得られた火炎の写真と定性的に比較した。次に非定常場を時間平均し、平均場における燃焼室内部の各点における半径方向の速度分布、温度分布、圧力分布を示した。また、各断面でのスワール数を算出することで旋回の軸方向分布を示した。以下軸方向に、周方向に平均した燃料後退速度と壁面への熱流束、燃焼室断面を通過する酸素の質量分率を計算し議論した。さらに火炎の高さの平均値を算出して軸方向にプロットし、実験から測定された火炎高さと比較して定性的に議論した。

第6章では第3章から第5章によって得られた知見をまとめた。

第2章 数値解析手法

この章では本研究において用いた数値解析手法全般について解説を行う。支配方程式には圧縮性 Navier-Stokes 方程式を全解析に亘って用いた。空間の離散化手法は有限体積法により行い高次精度の風上差分によって高次精度化し数値流束の評価には解析対象を考慮し低マッハ数の流れ場に対応した手法を採用した。時間の離散化には陽的手法と陰的手法を状況におおじて使い分け、非定常計算が必要な場合は時間二次精度の手法を用いた。

2.1 基礎方程式

ロケットの燃焼器の数値解析を行う場合、ノズルを含めた解析を行うことを想定するとその流れ場の速度域は亜音速から超音速に及ぶ。このことを考慮すると基礎方程式には圧縮性 Navier-Stokes 方程式を用いることが妥当である。また、ロケットにおいては音響場も燃焼器内の状況に影響を及ぼすため、音響伝播を正確に表現することができるのも同方程式を用いることの利点である。

2.1.1 単成分流体に対する基礎方程式

以下に単成分の場合の基礎方程式を示す。

質量輸送式:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

運動量輸送式:

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_i} \quad (2.2)$$

エネルギー輸送式:

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i H}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i \tau_{ij} - q_i) \quad (2.3)$$

ここで,

$$\tau_{ji} = \mu \left\{ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right\} \quad (2.4)$$

熱流束 q_i は

$$q_i = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.5)$$

である。この時、 x_i はデカルト座標の方向、 t は時間、 ρ は密度、 u_i は各方向の速度、 p は圧力、 T は温度、 e は単質量あたりの全エネルギー、 h は単質量あたりの全エンタルピー、 μ は粘性係数、 $\kappa = C_p\mu/\text{Pr}$ は熱伝導率を表す。Pr はプラントル数であり本研究では $\text{Pr} = 0.72$ としている。単位体積あたりの全エネルギー ρe は内部エネルギー ϵ と運動エネルギーの和として定義され、

$$\rho e = \rho \epsilon + \frac{1}{2} \rho u_k u_k \quad (2.6)$$

ここで、内部エネルギーは比エンタルピー h を用いて

$$\epsilon = h - \frac{p}{\rho} \quad (2.7)$$

と記述できる。理想気体かつ定圧比熱 C_p が一定とすると

$$h = C_p T \quad (2.8)$$

であり、また以下の状態方程式を用いると、

$$p = \rho R T \quad (2.9)$$

全エネルギーは以下のようになる。

$$\rho e = \rho \epsilon + \frac{1}{2} \rho u_k u_k = \rho C_p T - p + \frac{1}{2} \rho u_k u_k = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho u_k u_k \quad (2.10)$$

ここで、 γ は比熱比、 R は気体定数である。

2.1.2 多成分流体に対する基礎方程式

多成分流体に対する式は単成分流体に対するものと基本的に本質的に同一であるが、変数となる物理量は考慮している成分が混ざり合った混合流体の物理量として定義されることになる。また (2.1)~(2.3) 式に加え、以下のような混合流体を構成している各成分の輸送式がその数だけ加わることになる。本研究では反応流を想定しているので流体は化学種のガスの混合物として扱う。

$$\frac{\partial \rho Y_k}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i Y_k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D_k \frac{\partial Y_k}{\partial x_i} \right) + \dot{\omega}_k \quad (2.11)$$

ここで、 k は各化学種、 Y_k は化学種 k の質量分率、 D_k は化学種 k の混合ガスに対する拡散係数、 $\dot{\omega}_k$ は化学種 k の単位時間あたりの生成(消失)量を表す。この時、エネルギー式は

$$\rho e = -p + \frac{1}{2} \rho (u_i u_i) + \rho h \quad (2.12)$$

となり、 h は混合ガスの比エンタルピーで各化学種単体の比エンタルピー h_k とその質量分率の積の総和

$$h = \sum_{k=1}^S num Y_k h_k \quad (2.13)$$

で表せられる。また、 h_k は T の関数であり以下のように定義する。

$$h_k = \Delta h_{0k} + \int_{T_r}^T C_{p_k}(T) dT \quad (2.14)$$

Δh_{0k} は化学種 k の生成エンタルピで T_r は標準温度、 $C_{p_k}(T)$ は定圧比熱である。多くの場合、それぞれの化学種の比エンタルピと定圧比熱は下記に示す NASA 多項式 (NASA Polynomial) フォーマットで温度の関数として化学反応モデルと共に与えられている。本研究でもこれらの値の算出には以下を用いた。

$$\frac{C_p}{R} = a_1 + a_2 T + a_3 T^2 + a_4 T^3 + a_5 T^4 \quad (2.15)$$

$$\frac{h}{RT} = a_1 + a_2 \frac{T}{2} + a_3 \frac{T^2}{3} + a_4 \frac{T^3}{4} + a_5 \frac{T^4}{5} + \frac{a_6}{T} \quad (2.16)$$

式を閉じるため、単一成分の場合と同じように状態方程式として (2.9) 式を用いる。ただし、気体定数 R は以下に定義される混合気体のものである。

$$R = \sum_{k=1}^n Y_k R_k \quad (2.17)$$

ここで、 R_k は化学種 k の気体定数を意味する。

このような定式化を行うとエネルギー式から陽に圧力が計算できない。よって、(2.12) 式の圧力を状態方程式により温度と密度で表し、既知の全エネルギーと密度、速度から温度をニュートン法で求めた後に圧力を決定する。

2.2 乱流の支配方程式

乱流とは有体に述べるならば流れの不安定性より生じた大小様々なスケールの渦の集合流である。この乱流の数値解析には、流れを平均量とそれからの変動量に分離して扱うアプローチ、流れを計算格子で解像出来るスケールとできないスケールに空間的に分離して扱うアプローチ、流れを時間的にも空間的にも分離することなく全てのスケールの渦を解像して扱うアプローチの3通りが存在する。それぞれ RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes Simulation), LES (Large Eddy Simulation), DNS (Direct Numerical Simulation) と呼ばれ、後のアプローチほど乱流の正確な解析結果を得られるがそれに増して流れのレイノルズ数に応じ指数的に計算コストが増加していく。本研究では初めの二つの手法すなわち RANS と LES についてのみ扱い DNS に関してはこれ以上言及しない。以下に RANS と LES にて用いる支配方程式をそれぞれ示す。

2.2.1 RANS の支配方程式

RANS は Navier-Stokes 方程式に Reynolds 平均と呼ばれる時間平均操作を施し、平均流のみを計算格子で解像して扱い、変動流に関してはモデル化する手法である。本研究では圧縮性の支配式を用いているため密度変化を考慮した質量荷重アンサンブル平均いわゆる Favre 平均を導入し RANS の支配方程式を定めた。密度を ρ とし通常アンサンブル平均を以下に定義する。

$$\rho = \bar{\rho} + \rho', \quad \bar{\rho} = \langle \rho \rangle \quad (2.18)$$

ここで、「 $\bar{\cdot}$ 」は平均値、「 \cdot' 」は変動値、「 $\langle \cdot \rangle$ 」はアンサンブル平均操作を表す。続いて、平均化する対象の変数を f とし質量荷重アンサンブル平均を以下の様に定義する。

$$\tilde{f} = \{f\} = \frac{\langle \rho f \rangle}{\bar{\rho}}, \quad f'' = f - \tilde{f} \quad (2.19)$$

ここで、「 $\tilde{\cdot}$ 」は密度荷重平均値、「 \cdot'' 」は変動値、「 $\{\cdot\}$ 」は質量荷重アンサンブル平均操作を表す。この時以下が成り立つ。

$$\{\tilde{f}\} = \tilde{f}, \quad \{f''\} = 0, \quad \{\tilde{f}f''\} = \tilde{f}\{f''\} = 0 \quad (2.20)$$

この平均を用いると例えば $\rho u_i u_j$ の平均化は次のようになる。

$$\begin{aligned} \langle \rho u_i u_j \rangle &= \langle \rho (\tilde{u}_i + u''_i) (\tilde{u}_j + u''_j) \rangle \\ &= \langle \rho (\tilde{u}_i \tilde{u}_j + \tilde{u}_i u''_j + u''_i \tilde{u}_j + u''_i u''_j) \rangle \\ &= \langle \rho (\tilde{u}_i \tilde{u}_j) \rangle + \langle \rho (u''_i \tilde{u}_j) \rangle + \langle \rho (u''_j \tilde{u}_i) \rangle + \langle \rho (u''_i u''_j) \rangle \\ &= \bar{\rho} \{\tilde{u}_i \tilde{u}_j\} + \bar{\rho} \{u''_i \tilde{u}_j\} + \bar{\rho} \{u''_j \tilde{u}_i\} + \bar{\rho} \{u''_i u''_j\} \\ &= \bar{\rho} (\tilde{u}_i \tilde{u}_j + \{u''_i u''_j\}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

式 (2.19) で示した定義を用いて平均化した支配方程式を以下に示す。
平均化質量輸送式:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.22)$$

平均化運動量輸送式:

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\tau}_{ji} - \bar{\rho} \{u''_i u''_j\}) \quad (2.23)$$

平均化エネルギー輸送式:

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{e}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{H}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\tilde{u}_i \tilde{\tau}_{ij} - \tilde{q}_i - \bar{\rho} \{u''_i h''_j\} - \tilde{u}_i \bar{\rho} \{u''_i u''_j\}) \quad (2.24)$$

ここで $-\bar{\rho} \{u''_i u''_j\}$ はレイノルズ応力、 $\bar{\rho} \{u''_i h''_j\}$ は乱流熱流束である。また、以下に示すように全エネルギーの平均量の定義に変動速度の運動エネルギー $\{u''_k u''_k\}/2$ が追加される。

$$\bar{\rho} \tilde{e} = \bar{\rho} \tilde{e} + \frac{1}{2} \bar{\rho} \tilde{u}_k \tilde{u}_k + \frac{1}{2} \bar{\rho} \{u''_k u''_k\} \quad (2.25)$$

本研究ではレイノルズ応力のモデル化に Boussinesq の渦粘性仮定を採用する。これはレイノルズ応力が流れ場の速度勾配に比例すると仮定したものであり以下のように表せられる。

$$\tau^t_{ij} = -\bar{\rho}\{u''_i u''_j\} = \mu_t \left[\left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right] - \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{\rho} \bar{K} \quad (2.26)$$

ここで、 μ_t は渦粘性係数、 \bar{K} は単位質量あたりの乱流エネルギー $\{u''_k u''_k\}/2$ である。また、乱流熱流束は以下のように勾配拡散近似を用いてモデル化される。

$$q^t_j = \bar{\rho}\{u''_i h''_j\} = -\frac{C_p \mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \quad (2.27)$$

Pr_t は乱流プラントル数で本研究では $Pr_t = 0.9$ としている。

(2.22) 式は平均を施す前と同じ形状である。同様に、レイノルズ応力は粘性応力と、乱流熱流束は熱流束と同じ形状をしているのでそれぞれ纏められ、(2.23) 式と (2.24) 式は以下のように平均化を施す前とほぼ同じ形状に書き換えることが出来る。

平均化運動量輸送式 (形式 2):

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau^e_{ji}}{\partial x_i} \quad (2.28)$$

平均化エネルギー輸送式 (形式 2):

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{e}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{H}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\tilde{u}_i \tau^e_{ij} - q^e_i) \quad (2.29)$$

ここで、

$$\tau^e_{ij} = \tilde{\tau}_{ij} + \tau^t_{ij} = (\mu + \mu_t) \left[\left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right] - \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{\rho} \bar{K} \quad (2.30)$$

$$q^e_j = \tilde{q}_j + q^t_j = -C_p \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \quad (2.31)$$

また、質量アンサンブル平均化された化学種の質量分率の輸送式では $\bar{\rho}\{u'' Y_k''\}$ という項が表れ、本研究ではこれを以下のように勾配拡散近似でモデル化する。

$$\bar{\rho}\{u'' Y_k''\} = \frac{\mu_t}{Sc_t} \frac{\partial \tilde{Y}_k}{\partial x_i} \quad (2.32)$$

ここで Sc_t は乱流シュミット数である。以上より平均化された質量分率の輸送式は以下ようになる。

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{Y}_k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{Y}_k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{\rho} D_{ek} \frac{\partial \tilde{Y}_k}{\partial x_i} \right) + \tilde{\omega}_k \quad (2.33)$$

D_{ek} は実効拡散係数であり以下のように定義される。

$$D_{ek} = D_k + \frac{\mu_t}{Sc_t} \quad (2.34)$$

上記のように質量アンサンブル平均を施した圧縮性 Navier-Stokes 方程式は平均化していないものと同じ形状をとるため、本章以降は「 $\bar{\cdot}$ 」や「 $\tilde{\cdot}$ 」等の記号は省略する。

2.2.2 LES の支配方程式

LES は流れを計算格子で解像して解くスケールとそれ以下のモデル化するスケールにフィルタを用いて分離して扱う手法である。格子で解像するスケールを GS (Grid Scale), それ以下のモデル化するスケールを SGS (Sub Grid Scale) と呼ぶ。フィルタ関数を $G(\boldsymbol{x})$, 対象の変数を $f(\boldsymbol{x})$ とするとフィルタ操作を施された変数, すなわち GS 変数 $\bar{f}(\boldsymbol{x})$ は以下のように定義される。

$$\bar{f}(\boldsymbol{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\xi}, \Delta_{\boldsymbol{x}}) f(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} \quad (2.35)$$

ここで, $\Delta_{\boldsymbol{x}}$ はフィルタ幅である。このフィルタ操作を施すことにより変数は以下のように GS と SGS に分離して表現することができる。

$$f = \bar{f} + f' \quad (2.36)$$

本研究ではフィルタ操作の対象となる方程式は圧縮性を想定しているため密度変化を伴う。よってアンサンブル平均の時と同様に以下に定義される密度変化を考慮した密度ファールフィルタを導入する。

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}} \quad (2.37)$$

空間フィルタをかけた保存量は密度ファールフィルタを用いて次のように書き換えられる。運動量は

$$\overline{\rho u_i} = \bar{\rho} \tilde{u}_i \quad (2.38)$$

全エネルギーは

$$\begin{aligned} \overline{\rho e} &= \bar{\rho} \tilde{e} = \bar{\rho} \tilde{\epsilon} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_i u_i)} = \overline{\rho \left(h - \frac{p}{\rho} \right)} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_i u_i)} \\ &= \bar{\rho} \tilde{h} - \bar{p} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_i u_i)} = \bar{\rho} \tilde{h} - \bar{\rho} R \tilde{T} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_i u_i)} \end{aligned} \quad (2.39)$$

となる。この時, 気体定数 R の変動は無視した。続いて流束について考えると, SGS 成分の応力を \mathcal{T}_{ij} とすると運動量式の対流項は

$$\begin{aligned} \overline{\rho u_i u_j} &= \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j = \bar{\rho} \left(\tilde{u}_i \tilde{u}_j + \tilde{u}_i \tilde{u}_j' + \tilde{u}_j \tilde{u}_i' + \tilde{u}_i' \tilde{u}_j' + \tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \right) \\ &= \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j - \mathcal{T}_{ij} \end{aligned} \quad (2.40)$$

となる。よって全エネルギーは (2.39) 式より

$$\bar{\rho} \tilde{e} = \bar{\rho} \tilde{h} - \bar{p} R \tilde{T} + \frac{1}{2} \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_i - \frac{1}{2} \mathcal{T}_{ii} \quad (2.41)$$

であり, また \mathcal{T}_{ij} の非等方成分を $\tau_{sgs_{ij}}$ として SGS 成分の応力を分離すると

$$\mathcal{T}_{ij} = \mathcal{T}_{ij} - \frac{1}{3} \mathcal{T}_{kk} \delta_{ij} + \frac{1}{3} \mathcal{T}_{kk} \delta_{ij} = \tau_{sgs_{ij}} + \frac{1}{3} \mathcal{T}_{kk} \delta_{ij} \quad (2.42)$$

より, (2.40) 式は

$$\overline{\rho u_i u_j} = \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j - \mathcal{T}_{Sij} - \frac{1}{3} \mathcal{T}_{kk} \delta_{ij} \quad (2.43)$$

と書き換えられる. ここで以下で定義される巨視的圧力と巨視的溫度を導入する

$$p_{mac} = \bar{p} - \mathcal{T}_{kk}, \quad T_{mac} = \tilde{T} - \frac{1}{2\bar{\rho}(C_p - R)} \mathcal{T}_{kk} \quad (2.44)$$

また, 本研究ではエネルギー項の対流項を巨視的圧力を用いて

$$\overline{(\rho e + p) u_i} = -q_{sgs_i} + (\bar{\rho} \tilde{e} + p_{mac}) \tilde{u}_i \quad (2.45)$$

と定義する.

以上より LES で用いられる空間フィルタを施された支配方程式は以下のように定義される.

フィルタ化質量輸送式:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.46)$$

フィルタ化運動量輸送式:

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p_{mac}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu \tilde{\tau}_{ji} + \tau_{sgs_{ji}} \right) \quad (2.47)$$

フィルタ化エネルギー輸送式:

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{e}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{H}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\tilde{u}_i \tilde{\tau}_{ij} - \tilde{q}_i - q_{sgs_i} \right) \quad (2.48)$$

本研究では SGS 応力の非等方成分と熱流束は以下の用にモデル化する.

$$\tau_{sgs_{ji}} = \bar{\rho} \nu_{sgs} \left\{ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right\} \quad (2.49)$$

$$q_{sgs_i} = \bar{\rho} \frac{C_p \nu_{sgs}}{\text{Pr}_t} \frac{\partial T_{mac}}{\partial x_i} \quad (2.50)$$

ここで, ν_{sgs} は SGS 成分の渦動粘性係数でありモデル化によって GS 成分より導出される. 化学種質量分率輸送式のフィルタ化も同様に行われ, アンサンブル平均の時と同じように勾配拡散近似を導入し以下のように表せる.

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{Y}_k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{Y}_k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \bar{\rho} \left(D_k + \frac{\bar{\rho} \nu_{sgs}}{Sc_t} \right) \frac{\partial \tilde{Y}_k}{\partial x_i} \right\} + \tilde{\omega}_k \quad (2.51)$$

2.3 空間離散化手法

2.3.1 有限体積法

空間の離散化には有限体積法を用いた．(2.1) 式～(2.3) 式をシステム式としてベクトル表示すると以下ようになる．

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}_i}{\partial x_i} = \frac{\partial \mathbf{E}v_i}{\partial x_i} \quad (2.52)$$

下付き添え字 i はデカルト座標の 3 方向を表し， \mathbf{Q} ， \mathbf{E} ， $\mathbf{E}v$ はそれぞれ，

$$\mathbf{Q} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho e)^T \quad (2.53)$$

$$\mathbf{E}_i = (\rho u_i, \rho u_1 u_i + \delta_{1i} p, \rho u_2 u_i + \delta_{2i} p, \rho u_3 u_i + \delta_{3i} p, \rho H u_i)^T \quad (2.54)$$

$$\mathbf{E}v_i = (0, \tau_{i1}, \tau_{i2}, \tau_{i3}, \tau_{ij} u_j - q_i)^T \quad (2.55)$$

である．(2.52) 式をセルに亘って積分し，Green-Gaus の定理を適用すると次のような空間に対する離散式が得られる．

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{Q}}}{\partial t} + \frac{1}{Vol} \sum_{l=1}^{Inum} \mathbf{F}_l S_l = \frac{1}{Vol} \sum_{l=1}^{Inum} \mathbf{F}v_l S_l \quad (2.56)$$

ここで， $Inum$ はセル界面の数，下付き添え字 l は界面の番号， Vol はセルの体積， S はセルの面積， \mathbf{F} ， $\mathbf{F}v$ は界面での数値流束と粘性流束をそれぞれ表しており以下のように界面の単位法線ベクトルの成分 n_{1-3} とデカルト座標方向流束の内積となっている．また， $\bar{\mathbf{Q}}$ はセル平均値である．

$$\mathbf{F} = \mathbf{E}_1 n_1 + \mathbf{E}_2 n_2 + \mathbf{E}_3 n_3 \quad (2.57)$$

$$\mathbf{F}v = \mathbf{E}v_1 n_1 + \mathbf{E}v_2 n_2 + \mathbf{E}v_3 n_3 \quad (2.58)$$

$$\bar{\mathbf{Q}} = \frac{\iiint_{cell} \mathbf{Q} dV}{Vol} \quad (2.59)$$

(2.56) 式は非構造格子に対して適用することもできるが，本研究では格子の形態に構造格子を用いるため，以下のように書き換える．

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{Q}}_{i,j,k}}{\partial t} + \frac{1}{Vol_{i,j,k}} (\Delta \mathbf{F}_I + \Delta \mathbf{F}_J + \Delta \mathbf{F}_K) = \frac{1}{Vol_{i,j,k}} (\Delta \mathbf{F}v_I + \Delta \mathbf{F}v_J + \Delta \mathbf{F}v_K) \quad (2.60)$$

$$\Delta \mathbf{F}_I = \mathbf{F}_{I_{i+1/2}} S_{I_{i+1/2}} - \mathbf{F}_{I_{i-1/2}} S_{I_{i-1/2}} \quad (2.61)$$

$$\Delta \mathbf{F}_J = \mathbf{F}_{J_{j+1/2}} S_{J_{j+1/2}} - \mathbf{F}_{J_{j-1/2}} S_{J_{j-1/2}} \quad (2.62)$$

$$\Delta \mathbf{F}_K = \mathbf{F}_{K_{k+1/2}} S_{K_{k+1/2}} - \mathbf{F}_{K_{k-1/2}} S_{K_{k-1/2}} \quad (2.63)$$

$$\Delta \mathbf{F}v_I = \mathbf{F}v_{I_{i+1/2}} S_{I_{i+1/2}} - \mathbf{F}v_{I_{i-1/2}} S_{I_{i-1/2}} \quad (2.64)$$

$$\Delta \mathbf{F}v_J = \mathbf{F}v_{J_{j+1/2}} S_{J_{j+1/2}} - \mathbf{F}v_{J_{j-1/2}} S_{J_{j-1/2}} \quad (2.65)$$

$$\Delta \mathbf{F}v_K = \mathbf{F}v_{K_{k+1/2}} S_{K_{k+1/2}} - \mathbf{F}v_{K_{k-1/2}} S_{K_{k-1/2}} \quad (2.66)$$

2.4 高次精度化手法

一般的な有限体積法の常として、本研究においてもセル界面への物理量の補間には二次精度以上の補間法を用いている。この時、補間される物理量はすべての場合において基本量である。

2.4.1 MUSCL 法

後述するレイノルズ平均乱流モデルを用いた解析や LES による解析の初期段階では計算負荷が少なくロバストで TVD 性 [20] を有する MUSCL 法 [21] により界面の物理量を高次精度化した。

一次元のセル内で物理量 ϕ が持つ分布を $\phi(x)$ とするとき、セル中心の x_i で $\phi(x)$ を二次の項までテーラー展開を行うと

$$\phi(x) = \phi(x_i) + \phi'(x_i)(x - x_i) + \frac{1}{2}\phi''(x_i)(x - x_i)^2 \quad (2.67)$$

となる。 $\phi(x)$ をセル平均量 ϕ_i で表すことを考えるとセルの範囲で以下が成立していなければならない。

$$\phi_i = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_i - \Delta x}^{x_i + \Delta x} \phi(x) dx \quad (2.68)$$

Δx はセル幅である。(2.67) 式を用いてセル平均値を計算すると $\Delta x^2/12$ が余るので、(2.67) 式をセル平均値で書き換えるとその分を引いて以下のようなになる。

$$\phi(x) = \phi_i + \bar{\phi}'(x_i)(x - x_i) + \frac{1}{2}\bar{\phi}''(x_i) \left\{ (x - x_i)^2 - \frac{\Delta x^2}{12} \right\} \quad (2.69)$$

ここで、 $\bar{\phi}'$ と $\bar{\phi}''$ はセル平均値の微分値で両隣のセル平均値を用いて以下のように差分近似で表せる。

$$\bar{\phi}'(x_i) = \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2\Delta x} = \frac{\delta_i \phi}{\Delta x} \quad (2.70)$$

$$\bar{\phi}''(x_i) = \frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}}{\Delta x^2} = \frac{\delta_i^2 \phi}{(\Delta x)^2} \quad (2.71)$$

(2.70), (2.71) 式を (2.69) 式に代入し、右辺第 3 項の係数を補間次数調整のために変更すると以下のようなになる。

$$\phi(x) = \phi_i + \frac{1}{\Delta x} \delta_i \phi (x - x_i) + \frac{3Kp}{2(\Delta x)^2} \delta_i^2 \phi \left\{ (x - x_i)^2 - \frac{\Delta x^2}{12} \right\} \quad (2.72)$$

ここで、 Kp は補間次数調整用の係数で $Kp = 1/3$ でセル内の分布を二次関数で表した三次精度補間になる。本研究では一貫してこの値を用いる。

セル界面での物理量は，(2.72) 式に $x = x_i + 1/2\Delta x$ を代入することでその位置 (セルの右側) の界面の左側の値が， $x = x_i - 1/2\Delta x$ を代入することでその位置の界面 (セルの左側) の右側の値が以下のようにそれぞれ求まる．

$$\phi_{L_{i+1/2}} = \phi_i + \frac{1}{4} [(1 - Kp)(\phi_i - \phi_{i-1}) + (1 + Kp)(\phi_{i+1} - \phi_i)] \quad (2.73)$$

$$\phi_{R_{i+1/2}} = \phi_{i+1} - \frac{1}{4} [(1 + Kp)(\phi_{i+1} - \phi_i) + (1 - Kp)(\phi_{i+2} - \phi_{i+1})] \quad (2.74)$$

また，TVD 的な解を得るためには制限関数を導入する必要がある．本研究では以下に示す Anderson らの Van Albada ベースの制限関数を用いた [22, 23]．補間式は

$$\phi_{L_{i+1/2}} = \phi_i + \frac{1}{4} [(1 - slKp)\Delta_{-i} + (1 + slKp)\Delta_{+i}] \quad (2.75)$$

$$\phi_{R_{i+1/2}} = \phi_{i+1} - \frac{1}{4} [(1 + slKp)\Delta_{-i+1} + (1 - slKp)\Delta_{+i+1}] \quad (2.76)$$

と書き換えられる．ここで，

$$\Delta_+ = (\phi_{i+1} - \phi_i) \quad (2.77)$$

$$\Delta_- = (\phi_i - \phi_{i-1}) \quad (2.78)$$

$$sl = \frac{2\Delta_+\Delta_- + \epsilon}{(\Delta_+)^2 + (\Delta_-)^2 + \epsilon} \quad (2.79)$$

である．

2.4.2 WENO 法

LES による非定常計算を行う際，流れ場がある程度発達した後は低散逸な WENO 系統のスキームで用いられている高次精度補間法を持ちいてセル界面での物理量を計算した．

サブグリッドスケールの渦のモデル化を陽的に行う通常の LES では，乱流モデルによる渦粘性以外の数値粘性が計算結果に含まれることは極力避けるべきである．そのため，流れ場に不連続が存在しないと想定されうる状況での LES による計算にはセル界面での補間に風上系の補間是用いられない．しかし本研究の場合，燃焼計算であるため密度変化が基本的大きく，かつ圧縮性を想定しているので衝撃波等の不連続が出現する流れ場も解析対象に想定される．よって本研究では計算の安定性を確保するため上記した出来るだけ散逸が抑えられるような風上補間を行っている．また，陽的な乱流モデルを用いずに LES を行う陰的 LES の場合には風上補間等の数値粘性がその代りを担うが，MUSCL 等の三次精度スキームより，さらに高次精度なスキームを用いると相対的に格子点数を削減できる．

オリジナルの WENO スキーム [24] は流束そのものをセル界面に補間するが，本研究では基本量を補完した．補間式は以下の通りである．WENO 補間は片側の界面に対して五点のステンシルを用い，双方合わせて六点の値を用いて補完する．また，補間式は MUSCL

法と同様にセル平均値に対して構築されている。

$$\phi_{L_{i+1/2}} = \sum_{j=1}^3 NW_{Lj} AF_{Lj} \quad (2.80)$$

$$\phi_{R_{i+1/2}} = \sum_{j=1}^3 NW_{Rj} AF_{Rj} \quad (2.81)$$

$$NW_{Lj} = \frac{CW_{Lj}}{\sum_{k=1}^3 CW_{Lk}} \quad (2.82)$$

$$NW_{Rj} = \frac{CW_{Rj}}{\sum_{k=1}^3 CW_{Rk}} \quad (2.83)$$

$$CW_{Lj} = \frac{IW_{Lj}}{(SI_{Lk} + \epsilon)^2} \quad (2.84)$$

$$CW_{Rj} = \frac{IW_{Rj}}{(SI_{Rk} + \epsilon)^2} \quad (2.85)$$

$$AF_{L1} = \frac{1}{6}(2\phi_{i-2} - 7\phi_{i-1} + 11\phi_i) \quad (2.86)$$

$$AF_{L2} = \frac{1}{6}(-\phi_{i-1} + 5\phi_i + 2\phi_{i+1}) \quad (2.87)$$

$$AF_{L3} = \frac{1}{6}(2\phi_i + 5\phi_{i+1} - \phi_{i+2}) \quad (2.88)$$

$$AF_{R1} = \frac{1}{6}(11\phi_{i+1} - 7\phi_{i+2} + 2\phi_{i+3}) \quad (2.89)$$

$$AF_{R2} = \frac{1}{6}(2\phi_i + 5\phi_{i+1} - \phi_{i+2}) \quad (2.90)$$

$$AF_{R3} = \frac{1}{6}(-\phi_{i-1} + 5\phi_i + 2\phi_{i+1}) \quad (2.91)$$

ここで、 $AF_{L/R_{1\sim 3}}$ は界面の左右における一点づつ用いる点をずらした三点三次精度補間式である。この式は適切な係数 $IW_{L/R_{1\sim 3}}$ を用いた線形結合により以下の五点五次精度補間式を構築する。

$$\phi_{L_{i+1/2}} = \frac{1}{60}(-3\phi_{i+2} + 27\phi_{i+1} + 47\phi_i - 13\phi_{i-1} + 2\phi_{i-2}) \quad (2.92)$$

$$\phi_{R_{i+1/2}} = \frac{1}{60}(2\phi_{i+3} - 13\phi_{i+2} + 47\phi_{i+1} + 27\phi_i - 3\phi_{i-1}) \quad (2.93)$$

$$IW_{L1} = \frac{1}{10}, IW_{L2} = \frac{6}{10}, IW_{L3} = \frac{3}{10} \quad (2.94)$$

$$IW_{R1} = \frac{3}{10}, IW_{R2} = \frac{6}{10}, IW_{R3} = \frac{1}{10}, \quad (2.95)$$

WENO 補間法ではこれらの重み付結合によりセル界面での値を表現する． α はステンシル内に不連続が存在する場合に微小値となり，値が滑らかに変化する状況では $IW_{L/R1\sim3}$ となる重みで， ω はそれを正規化したものである．また， ϵ はゼロ除算を防止するための微小量である．すべてのステンシルにおいて不連続が存在しなければ (2.80) 式と (2.81) 式は (2.92) と (2.93) 式となり 5 次精度補間になる．不連続の検出には以下の差分式 $SI_{L,R}$ が用いられる．

$$SI_{L1} = \frac{13}{12}(\phi_{i-2} - 2\phi_{i-1} + \phi_i)^2 + \frac{1}{4}(\phi_{i-2} - 4\phi_{i-1} + 3\phi_i)^2 \quad (2.96)$$

$$SI_{L2} = \frac{13}{12}(\phi_{i-1} - 2\phi_i + \phi_{i+1})^2 + \frac{1}{4}(\phi_{i+1} - \phi_{i-1})^2 \quad (2.97)$$

$$SI_{L3} = \frac{13}{12}(\phi_i - 2\phi_{i+1} + \phi_{i+2})^2 + \frac{1}{4}(3\phi_i - 4\phi_{i+1} + \phi_{i+2})^2 \quad (2.98)$$

$$SI_{R1} = \frac{13}{12}(\phi_{i+1} - 2\phi_{i+2} + \phi_{i+3})^2 + \frac{1}{4}(3\phi_{i+1} - 4\phi_{i+2} + \phi_{i+3})^2 \quad (2.99)$$

$$SI_{R2} = \frac{13}{12}(\phi_i - 2\phi_{i+1} + \phi_{i+2})^2 + \frac{1}{4}(\phi_{i+2} - \phi_i)^2 \quad (2.100)$$

$$SI_{R3} = \frac{13}{12}(\phi_{i-1} - 2\phi_i + \phi_{i+1})^2 + \frac{1}{4}(\phi_{i-1} - 4\phi_i + 3\phi_{i+1})^2 \quad (2.101)$$

2.4.3 WENO-Z 法

形式的には変化が滑らかな不連続のない領域で五次精度の補間を行う WENO 法であるが，不連続がなくともオリジナルの重み関数の定式では一階微分が消失し三階微分が存在するという条件下で精度が三次まで低下してしまうことが知られている [25]．このような状態はしばしば起こり得るため，本研究ではこの問題に対応した WENO-Z 法を界面への物理量の補間に用いている [26]．

オリジナルの WENO からの変更は少なく，以下の様に全ての重み関数を書き換えるだけである．

$$CW^z_j = IW_j \left(1 + \frac{\tau_5}{SI_k + \epsilon} \right) \quad (2.102)$$

ここで，

$$\tau_5 = |SI_1 - SI_3| \quad (2.103)$$

である．

2.4.4 補間手法の比較

各種法の差異を確認するためテスト問題の解析を行った．問題には高次精度スキームの特色が現れやすい高周波が出現するものとして，以下に示す Shu と Osher らによる衝撃波と密度波の干渉問題を選択した [27]．

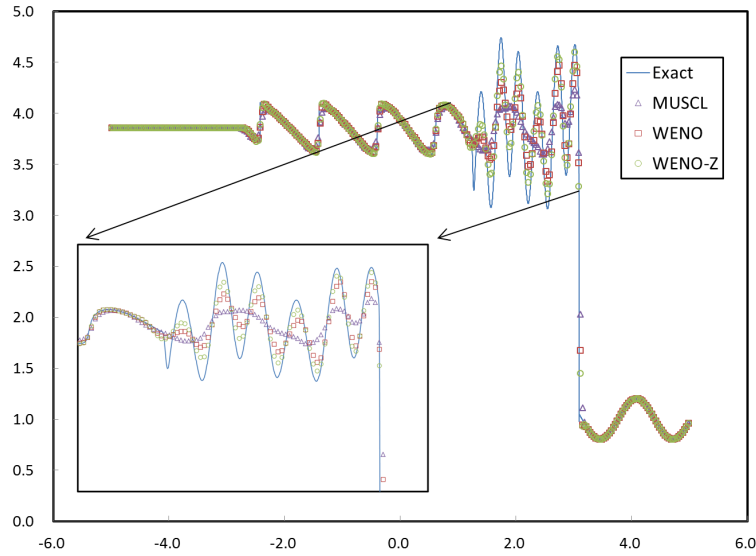


図 2.1: 高次精度スキームの解像度の比較

$$(\rho, u, p) = \begin{cases} (3.857143, 2.629369, \frac{31}{3}) & -5 \leq x < -4 \\ (1 + 0.2\sin(5x), 0, 1) & -4 \leq x \leq 5 \end{cases} \quad (2.104)$$

図 2.1 に結果を示す. 3 次精度 MUSCL, 5 次精度 WENO, 5 次精度 WENO-Z の 3 種類の補間スキームによって時間 $t = 2$ まで時間積分を行った. この時, 空間分を 3 百個に分割, クーラン数を 0.1 に設定し, 時間積分のスキームに 3 段階 TVD Runge-Kutta 法を用いた. また, 計算領域を二千分割し WENO 法により解析を行った結果を真の解として同時に図に示す. 図より高周波に対する 5 次精度補間法の有意性が見て取れる. また, 5 次精度の手法同士を比較すると WENO-Z 法が WENO 法よりもシャープに解を捉えていることが確認できる.

2.5 数値流束評価手法

数値流束の評価には高マッハ数領域だけでなく低マッハ数領域の解析にも対応した Shima らによる SLAU 法を用いる [28]. この手法は Liout と Stefen らによる AUSM 法の流れを汲んでおり, それらの手法は流束を圧力に依存するものと対流に依存するものに分割し次のように一般化される [29].

$$\mathbf{F}_{i+1/2} = \frac{\dot{m} + |\dot{m}|}{2} \phi^+ + \frac{\dot{m} - |\dot{m}|}{2} \phi^- + \tilde{p}\mathbf{N} \quad (2.105)$$

ここで, \dot{m} , \tilde{p} が求めるべき界面の質量流束と圧力であり, ϕ^\pm は左右の被輸送量, \mathbf{N} は界面での垂直ベクトルであり次のように示される. また, 上付き添え字の + と - は界面

の左側と右側をそれぞれ意味する.

$$\boldsymbol{\phi} = (1, u, v, w, h)^T \quad (2.106)$$

$$\mathbf{N} = (0, n_1, n_2, n_3, 0)^T \quad (2.107)$$

SLAU 法では, 圧力を以下の様に定義する.

$$\tilde{p} = \frac{p^+ + p^-}{2} + \frac{\beta^+ + \beta^-}{2}(p^+ + p^-) + (1 - \chi)(\beta^+ + \beta^- - 1)\frac{p^+ + p^-}{2} \quad (2.108)$$

ここで,

$$\beta^\pm = \begin{cases} \frac{1}{4}(2 \mp M^\pm)(M^\pm \pm 1)^2, & |M^\pm| < 1 \\ \frac{1}{2}(1 + \text{sign}(\pm M^\pm)), & \text{それ以外} \end{cases} \quad (2.109)$$

$$M^\pm = \frac{V_n^\pm}{\bar{c}} = \frac{u^\pm n_1 + v^\pm n_2 + w^\pm n_3}{\bar{c}} \quad (2.110)$$

$$\chi = (1 - \hat{M})^2 \quad (2.111)$$

$$\hat{M} = \min \left(1.0, \frac{1}{\bar{c}} \sqrt{\frac{u^{+2} + v^{+2} + w^{+2} + u^{-2} + v^{-2} + w^{-2}}{2}} \right) \quad (2.112)$$

$$\bar{c} = \frac{c^+ + c^-}{2} \quad (2.113)$$

である. (2.108) 式の第三項は数値粘性項であり, 低マッハ数での過剰な散逸を避けるため, $(1 - \chi)$ が修正係数として追加されている. M と c はそれぞれマッハ数と音速である.

SLAU 法の質量流束は以下のように定義される.

$$\dot{m} = \frac{1}{2} \left\{ \rho^+(V_n^+ + |\bar{V}_n|^+) + \rho^-(V_n^- - |\bar{V}_n|^-) - \frac{\chi}{\bar{c}} \Delta p \right\} \quad (2.114)$$

ここで,

$$|\bar{V}_n| = \frac{\rho^+ |V_n|^+ + \rho^- |V_n|^-}{\rho^+ + \rho^-} \quad (2.115)$$

$$|\bar{V}_n|_\pm = (1 - g)|\bar{V}_n| + g|V_n|_\pm \quad (2.116)$$

である.

2.6 時間積分法

時間積分手法には陽解法として 2 次精度 2 段階 Runge-Kutta 法を, 陰解法には ADI-SGS 法 [30] を疑似時間法と 2 次精度後退差分公式と組み合わせて用いた. 陽解法は後述する RANS による定常計算に, 陰解法は LES による計算に使用した.

2.6.1 2次精度2段階 Runge-Kutta 法

本研究に用いた定式を以下に示す．この手法は時間2次精度であり実装も簡易である．しかし，取りうる時間刻みの上限をクーラン数換算で「1」以上に設定することが原理的に不可能なため，時間進行は遅い．

$$\bar{Q}_{i,j,k}^* = \bar{Q}_{i,j,k}^n - \frac{\Delta t}{Vol_{i,j,k}} \left(\Delta \hat{F}_I^n + \Delta \hat{F}_J^n + \Delta \hat{F}_K^n \right) \quad (2.117)$$

$$\bar{Q}_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{2} \left\{ \bar{Q}_{i,j,k}^n + \bar{Q}_{i,j,k}^* - \frac{\Delta t}{Vol_{i,j,k}} \left(\Delta \hat{F}_I^* + \Delta \hat{F}_J^* + \Delta \hat{F}_K^* \right) \right\} \quad (2.118)$$

$$\Delta \hat{F}_I = \Delta F_I - \Delta F v_I \quad (2.119)$$

$$\Delta \hat{F}_J = \Delta F_J - \Delta F v_J \quad (2.120)$$

$$\Delta \hat{F}_K = \Delta F_K - \Delta F v_K \quad (2.121)$$

ここで，上付き添え字 n ， $*$ は時間ステップ， Δt は時間刻みである．

2.6.2 ADI-SGS 法

陰解法には陽解法のようなクーラン数が「1」未満でなくてはならないといった制限がないため，ほとんどの計算条件において陽解法よりも一桁以上速いオーダで時間を進行できる．加えて，壁面を有する計算対象では少なくない場合において計算格子を壁面に集中しなければならずその差が顕著となる．しかし，陰解法単体では非定常計算に最低限必要とされる時間2次精度を維持できない．本研究で用いた ADI-SGS 法も時間1次精度であるため，非定常計算の必要がある LES による計算においては後述する疑似時間法を組み合わせている．ここでは ADI-SGS 法単体の定式を示す．(2.60) 式にオイラー陰解法を適用すると，

$$\frac{\bar{Q}_{i,j,k}^{n+1} - \bar{Q}_{i,j,k}^n}{\Delta t} + \frac{1}{Vol_{i,j,k}} (\Delta F_I + \Delta F_J + \Delta F_K)^{n+1} = \frac{1}{Vol_{i,j,k}} (\Delta F v_I + \Delta F v_J + \Delta F v_K)^n \quad (2.122)$$

ここで，右辺の粘性項は陽的に評価するものとする．時刻「 $n+1$ 」の対流項部分を次のように時間に対し線形化すると，

$$\Delta Q_{i,j,k} = \bar{Q}_{i,j,k}^{n+1} - \bar{Q}_{i,j,k}^n \quad (2.123)$$

$$\begin{aligned} \Delta F_I^{n+1} &= \left[S_I \left(\frac{\partial F_I}{\partial Q} \Delta Q + F_I^n \right) \right]_{i+1/2} - \left[S_I \left(\frac{\partial F_I}{\partial Q} \Delta Q + F_I^n \right) \right]_{i-1/2} \\ &= \left[S_I \left(\frac{\partial F_I}{\partial Q} \Delta Q \right) \right]_{i+1/2} - \left[S_I \left(\frac{\partial F_I}{\partial Q} \Delta Q \right) \right]_{i-1/2} + \Delta F_I^n \\ &= [S_I (\mathbf{A}_I \Delta Q)]_{i+1/2} - [S_I (\mathbf{A}_I \Delta Q)]_{i-1/2} + \Delta F_I^n \end{aligned} \quad (2.124)$$

$$\Delta F_J^{n+1} = [S_J (\mathbf{A}_J \Delta Q)]_{j+1/2} - [S_J (\mathbf{A}_J \Delta Q)]_{j-1/2} + \Delta F_J^n \quad (2.125)$$

$$\Delta F_K^{n+1} = [S_K (\mathbf{A}_K \Delta Q)]_{k+1/2} - [S_K (\mathbf{A}_K \Delta Q)]_{k-1/2} + \Delta F_K^n \quad (2.126)$$

となる． $\mathbf{A}_{I\sim K}$ は各方向の保存量変化に対する流束ヤコビアンである．(2.123) 式～(2.126) 式を (2.122) 式に代入し，各方向ごとに近似因分解を行うと，

$$\begin{aligned} & \left[\mathbf{I} + \Delta t \frac{S_I}{Vol_{i,j,k}} \left\{ (\mathbf{A}_I \Delta \mathbf{Q})_{i+1/2} - (\mathbf{A}_I \Delta \mathbf{Q})_{i-1/2} \right\} \right] \\ & \left[\mathbf{I} + \Delta t \frac{S_J}{Vol_{i,j,k}} \left\{ (\mathbf{A}_J \Delta \mathbf{Q})_{j+1/2} - (\mathbf{A}_J \Delta \mathbf{Q})_{j-1/2} \right\} \right] \\ & \left[\mathbf{I} + \Delta t \frac{S_K}{Vol_{i,j,k}} \left\{ (\mathbf{A}_K \Delta \mathbf{Q})_{k+1/2} - (\mathbf{A}_K \Delta \mathbf{Q})_{k-1/2} \right\} \right] \Delta \mathbf{Q} = \mathbf{RHS}_{i,j,k} \end{aligned} \quad (2.127)$$

$$\mathbf{RHS}_{i,j,k} = -\frac{\Delta t}{Vol_{i,j,k}} (\Delta \hat{\mathbf{F}}_I + \Delta \hat{\mathbf{F}}_J + \Delta \hat{\mathbf{F}}_K)^n \quad (2.128)$$

ここで各方向ごとに風上法を適用し，近似 LDU 分解を行うと (2.127) 式は

$$\begin{aligned} & \left\{ (\mathbf{I} + \beta_I \nu_I \mathbf{I} - \beta_I \mathbf{A}_{I_{i-1}}^+) (\mathbf{I} + \beta_I \nu_I \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{I} + \beta_I \nu_I \mathbf{I} + \beta_I \mathbf{A}_{I_{i+1}}^-) \right\} \\ & \left\{ (\mathbf{I} + \beta_J \nu_J \mathbf{I} - \beta_J \mathbf{A}_{J_{j-1}}^+) (\mathbf{I} + \beta_J \nu_J \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{I} + \beta_J \nu_J \mathbf{I} + \beta_J \mathbf{A}_{J_{j+1}}^-) \right\} \\ & \left\{ (\mathbf{I} + \beta_K \nu_K \mathbf{I} - \beta_K \mathbf{A}_{K_{k-1}}^+) (\mathbf{I} + \beta_K \nu_K \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{I} + \beta_K \nu_K \mathbf{I} + \beta_K \mathbf{A}_{K_{k+1}}^-) \right\} \Delta \mathbf{Q} \\ & = \mathbf{RHS}_{i,j,k} \end{aligned} \quad (2.129)$$

のように近似される．ただし以下の関係を用いた．

$$\mathbf{A}_{I\sim K}^\pm = \frac{\mathbf{A}_{I\sim K} \pm \nu_{I\sim K} \mathbf{I}}{2} \quad (2.130)$$

$$\mathbf{A}^+ - \mathbf{A}^- = \nu \mathbf{I} \quad (2.131)$$

$$\beta_{I\sim K} = \Delta t \frac{S_{I\sim K}}{Vol_{i,j,k}} \quad (2.132)$$

$\nu_{I\sim K}$ はスペクトル半径であり

$$\nu_{I\sim K} = c + |U_{I\sim K}| + \frac{2\mu S_{I\sim K}}{\rho Vol_{i,j,k}} \quad (2.133)$$

ここで， c はセルでの音速， U は各方向の代表速度である．そして (2.129) 式は最終的に以下のように逐次的に解かれる．

第一段階

$$\Delta \mathbf{Q}_{i,j,k}^{1*} = \mathbf{RHS}_{i,j,k} + \frac{1}{1 + \beta_I \nu_I} \beta_I \mathbf{A}_{I_{i-1}}^+ \Delta \mathbf{Q}_{i-1,j,k}^{1*} \quad (2.134)$$

$$\Delta \mathbf{Q}_{i,j,k}^1 = \frac{1}{1 + \beta_I \nu_I} (\Delta \mathbf{Q}_{i,j,k}^{1*} - \beta_I \mathbf{A}_{I_{i+1}}^- \Delta \mathbf{Q}_{i+1,j,k}^1) \quad (2.135)$$

第二段階

$$\Delta \mathbf{Q}_{i,j,k}^{2*} = \Delta \mathbf{Q}_{i,j,k}^1 + \frac{1}{1 + \beta_J \nu_J} \beta_J \mathbf{A}_{J_{j-1}}^+ \Delta \mathbf{Q}_{i,j-1,k}^{2*} \quad (2.136)$$

$$\Delta \mathbf{Q}_{i,j,k}^2 = \frac{1}{1 + \beta_J \nu_J} (\Delta \mathbf{Q}_{i,j,k}^{2*} - \beta_J \mathbf{A}_{J_{j+1}}^- \Delta \mathbf{Q}_{i,j+1,k}^2) \quad (2.137)$$

第三段階

$$\Delta \mathbf{Q}_{i,j,k}^* = \Delta \mathbf{Q}_{i,j,k}^2 + \frac{1}{1 + \beta_K \nu_K} \beta_K \mathbf{A}_{\mathbf{K}_{k-1}^+} \Delta \mathbf{Q}_{i,j,k-1}^* \quad (2.138)$$

$$\Delta \mathbf{Q}_{i,j,k} = \frac{1}{1 + \beta_K \nu_K} (\Delta \mathbf{Q}_{i,j,k}^* - \beta_K \mathbf{A}_{\mathbf{K}_{k+1}^-} \Delta \mathbf{Q}_{i,j,k+1}) \quad (2.139)$$

2.6.3 疑似時間法

本研究では陰解法における時間精度を2時精度にするべく、時間精度向上方法の一つとして挙げられる疑似時間法を用いる。

以下のような疑似時間項を考える。

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k}}{\partial \tau} \quad (2.140)$$

ここで、 τ は疑似時間、 $\tilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k}$ は疑似時間に対する保存量ベクトルで、物理時間の保存量ベクトル、流束ベクトルは $\tilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k}$ の関数であるとする。また、この項は疑似時間が十分進行したのちに消滅するものとする。

Navier-Stokes 式を有限体積法で離散化した式 (2.60) に疑似時間項の式 (2.140) を以下のように加える。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\mathbf{Q}}_{i,j,k}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k}}{\partial \tau} + \frac{1}{Vol_{i,j,k}} (\Delta \mathbf{F}_I + \Delta \mathbf{F}_J + \Delta \mathbf{F}_K) \\ = \frac{1}{Vol_{i,j,k}} (\Delta \mathbf{F} \mathbf{v}_I + \Delta \mathbf{F} \mathbf{v}_J + \Delta \mathbf{F} \mathbf{v}_K) \end{aligned} \quad (2.141)$$

(2.142) 式の疑似時間項に対してオイラー陰解法による時間積分を行い、物理時間項を2次精度後退差分近似する。

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k}^{p+1} - \tilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k}^p}{\Delta \tau} + \left[\frac{3\bar{\mathbf{Q}}(\mathbf{Q}^{p+1})_{i,j,k} - 4\bar{\mathbf{Q}}_{i,j,k}^n + \bar{\mathbf{Q}}_{i,j,k}^{n-1}}{2\Delta t} + \frac{1}{Vol_{i,j,k}} (\Delta \mathbf{F}_I + \Delta \mathbf{F}_J + \Delta \mathbf{F}_K) \right]^{p+1} \\ = \left[\frac{1}{Vol_{i,j,k}} (\Delta \mathbf{F} \mathbf{v}_I + \Delta \mathbf{F} \mathbf{v}_J + \Delta \mathbf{F} \mathbf{v}_K) \right]^{p+1} \end{aligned} \quad (2.142)$$

ここで、 p は疑似時間の時間ステップ、 n は物理時間のインデックスである。疑似時間が十分進行し収束したならば (2.142) 式は以下のような時間2次精度の近似式が成り立つような $\bar{\mathbf{Q}}(\mathbf{Q}^{p+1})$ が求まり、物理時間での時間積分が1ステップ進んだこととなる。

$$\begin{aligned} \frac{3\bar{\mathbf{Q}}(\mathbf{Q}^{p+1})_{i,j,k} - 4\bar{\mathbf{Q}}_{i,j,k}^n + \bar{\mathbf{Q}}_{i,j,k}^{n-1}}{2\Delta t} + \left[\frac{1}{Vol_{i,j,k}} (\Delta \mathbf{F}_I + \Delta \mathbf{F}_J + \Delta \mathbf{F}_K) \right]^{p+1} \\ = \left[\frac{1}{Vol_{i,j,k}} (\Delta \mathbf{F} \mathbf{v}_I + \Delta \mathbf{F} \mathbf{v}_J + \Delta \mathbf{F} \mathbf{v}_K) \right]^{p+1} \end{aligned} \quad (2.143)$$

本研究では疑似時間の保存量ベクトルは物理時間の物と同一とし、疑似時間の時間積分法に先に記載したADI-SGS法を用いた。

2.7 燃焼解析手法

燃焼のモデリングには Peters による Flamelet アプローチを用いた [31]. この手法は流れ場の持つ特性時間が化学反応の特性時間よりも大きい場合において、化学反応計算を事前に行うことで得られた火炎の特性を流体計算と組み合わせ、流体と比較し特性時間の小さい化学反応の計算を流体計算と分離し、全体の計算時間を減らすことを目的としたものである。以下にその詳細を記述する。

2.7.1 混合分率方程式

混合気中の化学種の組成が変化しても、その化学種を構成する元素の総数は反応後も変化しない。炭化水素の燃焼に現れる原子は、第三体や窒素との反応を考慮しなければ基本的に、C, O, H の三種である。それぞれの原子 j の質量分率を Z_m とすると、その輸送式は以下のように記述できる。

$$\frac{\partial \rho Z_m}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i Z_m}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D_m \frac{\partial Z_m}{\partial x_i} \right) \quad (2.144)$$

ここで、 D_m は各元素の質量分率 Z_m に対する拡散係数である。 Z_m は各化学種の質量分率により次式を用いて表せる。

$$Z_m = \sum_{k=1}^n \frac{a_{km} W_m}{MW_k} Y_k \quad (2.145)$$

a_{km} は化学種 k 中の原子 m の数、 MW_k は化学種 k の分子量、 W_m は原子 m の原子量である。以下にそれぞれの化学種について輸送式を記述する。

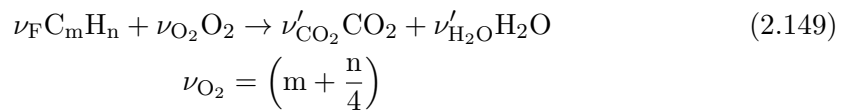
$$\frac{\partial \rho Z_C}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i Z_C}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D_C \frac{\partial Z_C}{\partial x_i} \right) \quad (2.146)$$

$$\frac{\partial \rho Z_O}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i Z_O}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D_O \frac{\partial Z_O}{\partial x_i} \right) \quad (2.147)$$

$$\frac{\partial \rho Z_H}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i Z_H}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D_H \frac{\partial Z_H}{\partial x_i} \right) \quad (2.148)$$

各輸送式の拡散係数が等しいと仮定するとこれらは辺々足し合わせ、任意の保存スカラ量に対する一つの輸送式に変形することができる。本研究で用いる保存スカラ量を以下に示す。

一般の炭化水素燃焼の総括反応は、



と表せる．ここで， ν はそれぞれの量論係数であり，「m」と「n」は炭化水素の炭素原子と水素原子の数である．(2.145)式と(2.7.1)式より，未燃時の炭素原子，水素原子，酸素原子は

$$Z_C = \frac{mW_C}{MW_F} Y_{F,u} \quad (2.150)$$

$$Z_H = \frac{nW_H}{MW_F} Y_{F,u} \quad (2.151)$$

$$Z_O = \frac{2W_O}{MW_{O_2}} Y_{O_2,u} = Y_{O_2,u} \quad (2.152)$$

となる．ただし，添え字Fとuは燃料成分と未燃状態をそれぞれ表す．(2.150)式と(2.151)式より，

$$\frac{Z_C}{mW_C} = \frac{Z_H}{nW_H} = \frac{Y_{F,u}}{W_F} \quad (2.153)$$

が成り立つ．また，量論状態のとき，燃料と酸化剤の質量分率の比は

$$\left. \frac{Y_{O_2,u}}{Y_{F,u}} \right|_{st} = \left. \frac{\nu_{O_2} W_{O_2}}{\nu_F W_F} \right|_{st} \quad (2.154)$$

であり，これを用いて(2.153)式を変形すると

$$\left. \frac{Z_C}{mW_C} \right|_{st} = \left. \frac{Z_H}{nW_H} \right|_{st} = \left. \frac{Y_{O_2,u}}{\nu_{O_2} W_{O_2}} \right|_{st} = \left. \frac{Z_O}{\nu_{O_2} W_{O_2}} \right|_{st} \quad (2.155)$$

という関係が得られる．この式から以下のような量論時に0となる原子の混合状態を表すスカラ量 β が定義できる．

$$\beta = \frac{Z_C}{mW_C} + \frac{Z_H}{nW_H} - 2 \frac{Z_O}{\nu_{O_2} W_{O_2}} \quad (2.156)$$

本研究では以下のように β を0-1の値をとるように正規化した物を混合分率 ξ として採用する．

$$\xi = \frac{\beta - \beta_2}{\beta_1 - \beta_2} \quad (2.157)$$

ここで，添え字「1」は燃料流入部での，「2」は酸化剤流入部での β の値をそれぞれ示す．最も基本的な炭化水素であるメタン(CH₄)の燃焼を仮定し，予混合成分がなければ(2.157)式は

$$\xi = \frac{2Z_C/W_C + Z_H/(2W_H) + (Y_{O_2,2} - Z_O)/W_{O_2}}{2Z_{C,1}/W_C + Z_{H,1}/(2W_H) + 2Y_{O_2,2}/W_{O_2}} \quad (2.158)$$

となる．これはBilgerによる混合分率である．混合分率の輸送式は先の(2.146)式～(2.148)式の線形結合で表現でき以下ようになる．

$$\frac{\partial \rho \xi}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i \xi}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D_{mix} \frac{\partial \xi}{\partial x_i} \right) \quad (2.159)$$

ここで， D_{mix} は混合ガスの拡散係数とする．

定常状態の拡散火炎において，温度分布や各化学種の質量分率などは，燃料と酸化剤の混合具合によって決定されるので，前述した混合分率の関数として扱うことができる．このことを乱流火炎の計算に応用したのが次示すFlameletアプローチである．

2.7.2 Flamelet アプローチ

流体と化学反応が密接に影響しあい両者を同時並行でに解かなければならない場合、流体の関係式に考慮する化学種の数だけその質量分率の輸送式を加え、それらの生成（若しくは消滅）を表す湧き出し項を反応モデルにより評価して計算を実行する必要がある。しかし、流体の特性時間が化学反応の特性時間より十分長く両者の影響が弱いと考えられる場合、すなわちダムケラー数が1より十分大きい場合、流れ場が特徴的な変化をする間に化学反応はその周囲の環境に応じた定常状態に達しているという近似が成り立つ。基本的なFlameletアプローチの考え方では、このような流れ場における拡散燃焼は、図に示すような、燃料と酸化剤が対向して反応する局所的に1次元的の対向流拡散火炎の集合によって近似でき、乱流火炎は乱れによる火炎の伸張によって表現できると考える。前述したように反応する燃料と酸化剤の温度と周囲の圧力が規定できれば、対向流拡散火炎は燃料と酸化剤の混合具合を表す混合分率と乱流の影響による火炎の伸張具合を表す混合分率の分散値の関数として温度、各化学種の質量分率や輸送係数を表現できる。したがって、前もって最低限の条件として混合分率とその分散値をパラメータとした火炎の諸言を表す参照テーブルを対向流拡散火炎などの計算負荷の少ない問題で作成しておき、流体計算では混合分率の輸送式のみを解いて混合分率とその分散の局所での値からそこに生じるであろう拡散火炎を事前に作成したテーブルから読み出すことで表現でき火炎のシミュレーションが可能となる。

本研究では参照テーブルをPitchの「Flamemaster」コードにより作成した[32]。このコードは物理空間における支配方程式を以下に示す混合分率空間に座標変換した支配方程式を用いてその場に生ずる定常な拡散火炎を算出する。

$$\rho \frac{\partial Y_k}{\partial t} - \rho \frac{\chi}{2} \frac{\partial^2 Y_k}{\partial \xi^2} - \dot{\omega}_k = 0 \quad (2.160)$$

$$\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \rho \frac{\chi}{2} \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} - \frac{1}{C_p} \frac{\partial p}{\partial t} + \sum_{k=1}^n \frac{h_k}{C_p} \dot{\omega}_k = 0 \quad (2.161)$$

ここで、 t は時間、 ρ は混合気の密度、 Y_k は各化学種の質量分率、 T は混合気の温度、 p は混合気の圧力、 C_p は混合気の定圧比熱、 h_k は化学種のエンタルピ、 $\dot{\omega}_k$ は各化学種の反応速度、 χ は流れ場の伸張度合を表すスカラー散逸率である。計算条件として反応モデル（たとえばGRI-Mech3.0等）、燃料と酸化剤の組成と温度、場における圧力と歪率を設定する。使用する化学種やその反応速度等は反応モデルの選択による。計算後、各化学種の質量分率、温度、混合気の輸送係数、混合気のエンタルピなどが混合分率の値に対し出力される。Flameletアプローチによる乱流火炎の計算では乱流による火炎の伸張の影響を考慮するため、通常十数通りのスカラー散逸率を設定して、それぞれについて計算を行いテーブルを作成する。尤も、とれる値には反応によって制限があり、上限を超過した値を設定すると計算が収束しない。これはその歪を持った流れ場では火炎が存在できないことを表している。また下限については、値を小さくすれば流れ場の変動がない層流状態に近づいてゆくが、(2.160)式と(2.161)式の拡散項が小さくなり化学種の拡散が生じなくなるた

め、極端に小さい値をとれば計算が成立しなくなる。本研究では下限の値を 2 [1/s] に統一して設定している。

本研究で用いた燃焼計算の手法をまとめる。流体計算では前述した多成分流体に対する LES の支配方程式と空間平均化した混合分率の輸送式 (2.159) を同時に解き、混合分率の局所的な値を得る。またその分散であるスカラ散逸率 χ は以下の式で流れ場から求める。

$$\chi = 2D_{mix} \left\{ \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (2.162)$$

これら二つのパラメータを用いて参照テーブルから各化学種の質量分率、混合気体の粘性係数、混合気体の熱伝導率を算出する。得られた各化学種の質量分率をもとにエネルギー式から温度と圧力を逆算し流れ場に燃焼の影響、つまり化学種の変化による影響をフィードバックしてシミュレーションを行う。

Venkatramanan らは FlmaeMaster コードにより作成した Flmaelet の参照テーブルを用いて Bluff-Body バーナによる拡散火炎の LES を行い、速度、温度、混合分率、数種の化学種について実験での測定値と比較を行い当該手法が十分な性能を有していることを示している [33].

第3章 旋回乱流に適する解析手法の検討

酸化剤流旋回型ハイブリッドの正確な解析を行う数値解析コード構築のための初めの段階として、燃焼器内で生ずる旋回乱流に対する解析に適した解析手法の検討を行う。解析手法の候補として本章ではレイノルズ平均乱流モデルと LES 乱流モデルについてその旋回乱流に対する特性を議論する。レイノルズ平均乱流モデルに対しては、標準的な2方程式モデルと2方程式モデルの範疇を超えずに旋回流の解析に対する能力を向上させた多重時間スケール2方程式モデルを旋回流に対する実験をシミュレートすることによって評価する。

LES 乱流モデルは原理的かつ基本的に大規模な流れ場の形態に性能が影響されないことが様々な数値解析例によって示されており、旋回乱流に対する解析もそこに含まれている。したがって、本研究では LES 乱流モデルの旋回乱流に対する評価を既存の研究結果を検討することで行う。

3.1 レイノルズ平均乱流モデルの検討

3.1.1 レイノルズ平均乱流モデル

乱流エネルギー K とその散逸率 ε の二つの輸送式を解く $K - \varepsilon$ モデル等の標準的な二方程式レイノルズ平均乱流モデル（以下 RANS モデル）は旋回流の解析には不適當であることは広く知られている事実である。このような Boussinesq の渦粘性仮定を基にしている乱流モデルは基本的に速度勾配が存在する領域で渦粘性を生成するように設計されているため、旋回乱流のような全体に亘り軸方向と周方向に速度勾配が定常的に存在する流れ場では渦粘性を過剰生成し、その特徴を維持することができない。こういった RANS モデルの範疇で旋回乱流の解析を行うのであれば乱流応力それぞれについてモデル化した輸送方程式を解く応力方程式 RANS モデル（以下 RSM モデル）が旋回乱流の特性を表した良好な結果を示すことが知られている。しかし、RSM モデルは標準的な二方程式 RANS モデルに比べ定式化が複雑化し、6つの乱流応力の境界条件が必要となるためコーディングや運用が煩雑になることは否めない。そこで、本研究ではコーディングと運用が簡便な二方程式 RANS モデルの形式を保ったまま旋回流の解析への適用を謳った Yoshizawa らによる多重時間スケール $K - \varepsilon$ モデルを乱流モデルの候補の一つとし旋回乱流への適用性を検証する。RANS モデルは後述する LES に比べ計算コストの点で圧倒的に優れているが、時間平均した支配方程式を用いているため、得られる解は基本的に流れ場を時間平均化した定常解となる。

以下に標準 $K - \varepsilon$ モデルとその改良版である多重時間スケール $K - \varepsilon$ モデルの定式を示す.

・標準 $K - \varepsilon$ モデル (低レイノルズ型)

$$\frac{\partial \rho K}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_K} \right) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right] \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (3.2)$$

$$\tau_{ij} = 2\mu_t \left\{ \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right\} - \frac{2}{3} \rho K \delta_{ij} \quad (3.3)$$

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \frac{\rho K^2}{\varepsilon} \quad (3.4)$$

モデル定数は以下のような値をとる.

$$\sigma_k = 1.4, \sigma_\varepsilon = 1.4, C_{\varepsilon 1} = 1.5, C_{\varepsilon 2} = 1.9, C_\mu = 0.09 \quad (3.5)$$

また, f_1, f_2, f_μ は壁面近傍の低レイノルズ数領域での k と ε 挙動を補正するための関数であり, 本研究では以下で示す阿部らの提唱したものをを用いている [34].

$$f_1 = 1 \quad (3.6)$$

$$f_2 = \{1 - \exp(-y^*/3.1)^2\}^2 \left[1 - 0.3 \exp \left\{ - (Rt/6.5)^2 \right\} \right] \quad (3.7)$$

$$f_\mu = \{1 - \exp(-y^*/14)^2\}^2 \left(1 + 5/Rt^{3/4} \exp \left[- (Rt/200)^2 \right] \right) \quad (3.8)$$

$$Rt = K^2/\nu\varepsilon, \nu = \mu/\rho, y^* = y/\eta, \eta = (\nu K/\varepsilon)^{1/2}$$

ここで, y は壁からの距離である.

・多重時間スケール $K - \varepsilon$ モデル

多重時間スケール $K - \varepsilon$ モデルは低レイノルズ型 $K - \varepsilon$ モデルの渦粘性係数の導出式 (3.4) に以下のように定義される減衰係数を乗じたものである.

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \frac{1}{\Lambda} \frac{\rho K^2}{\varepsilon} \quad (3.9)$$

$$\Lambda = \sqrt{1 + C_s \left(\frac{K}{\varepsilon} \mathbf{S}_{ij} \right)^2 + C_{\Omega L} \frac{K^2}{\varepsilon^2} \sqrt{\left(\frac{D\Omega}{Dt} \right)^2}} \quad (3.10)$$

ここでモデル定数は,

$$C_s = 0.066, C_{\Omega L} = 0.3 \quad (3.11)$$

である. この係数は, 旋回の存在する流れ場において, その値を適切に減少させることで旋回による層流化現象を表現する.

3.1.2 数値計算手法

RANS モデルによる解析では，界面の値を 3 次精度 MUSCL 法により補間し，数値流束を SLAU スキームにより算出した．また，時間積分には 2 次精度 2 段階 Runge-Kutta 法を用いた．

3.1.3 計算対象

次にレイノルズ平均乱流モデルによる数値解析の対象とした二つの実験について概略を示す．一方は水を作動流体に用いた Murakami ら [35] によるもので，他方は空気を作動流体に用いた Kito[36] によるものである．後者の方が前者より旋回強度が強くと軸方向速度が中心付近で負になっている．前者を実験 1，後者を実験 2 と呼称し，図 3.1 と図 3.2 に両者をそれぞれ示す．また，実験条件を表 3.1 に示す．ただし，実験 1 に関して計算時は作動流体には空気を用い，レイノルズ数のみを実験と合わせた．

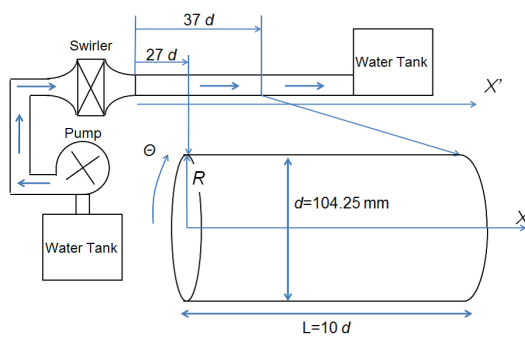


図 3.1: 実験 1

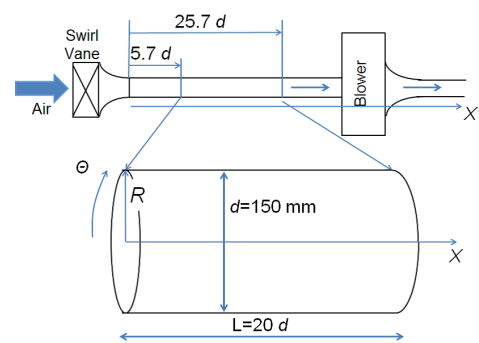


図 3.2: 実験 2

表 3.1: 円管内旋回流実験の実験条件

実験名	実験 1	実験 2
作動流体	水	空気
レイノルズ数 Re	1×10^5	5×10^4
管径 d	104.25mm	150mm
平均流速 U_m	0.82m/s	1.6m/s

3.1.4 計算条件

管直径を d とし、実験 1 の計算領域は円管入口から $27d$ 離れた位置から下流 $37d$ までの $10d$ の間、実験 2 の計算領域は入口から $5d$ 離れた位置から下流 $25.7d$ までの $20d$ の間である。実験 1 と実験 2 に対する解析の双方とも、流入境界条件として実験から得られた速度分布を設定することで旋回を与えた。流入条件でのスワール数は実験 1 が 0.84 、実験 2 が 0.97 である。この時、乱流エネルギーとその散逸率の境界条件として以下を人工的に与えた。

$$K = 0.001U_m^2 \quad (3.12)$$

$$\varepsilon = C_\mu K^{2/3}/0.05d \quad (3.13)$$

ここで U_m は平均流速である。流出条件は圧力のみを大気圧に固定し他の成分は計算領域内部から外挿した。

3.1.5 計算結果

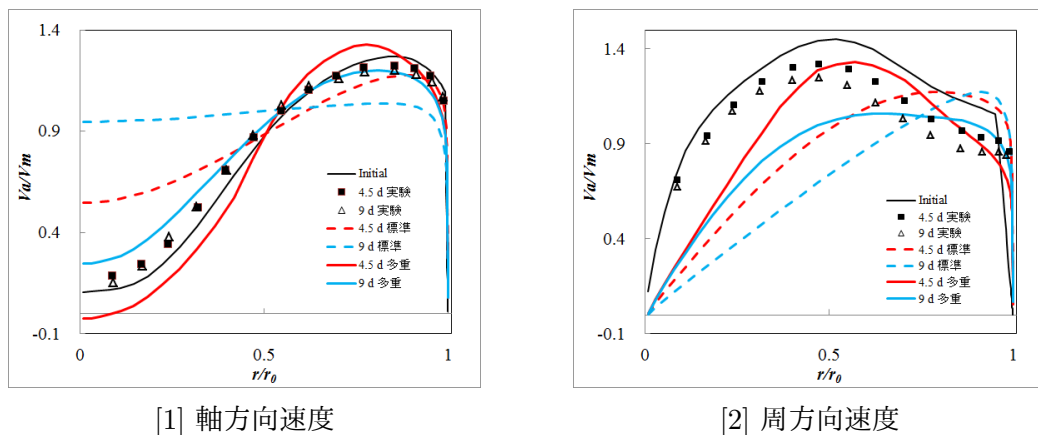


図 3.3: 実験 1 : 速度の半径方向分布

実験 1 を対象とした解析結果を図 3.3 に示す。[1] が軸方向速度、[2] が周方向速度の半径方向分布である。2 つの断面にて実験結果と解析結果を示しており、それぞれ格子の端から $4.5d$ 、 $9d$ 距離にある。四角形の点が距離 $4.5d$ での値、三角形の点が $9d$ での値を示している。また、破線は標準モデルによる解析結果、実線は多重時間スケールモデルによる解析結果を示し、赤色は $4.5d$ 、青色は $9d$ の位置での結果であることをそれぞれ示している。ここで黒色の実線は流入条件として与えた速度分布を表している。また、図 3.4 に軸方向位置 $4.5d$ と $9d$ での標準モデルと多重時間スケールモデルの渦粘性係数の半径方向分布を示す。

図 3.3 より、多重時間スケールモデルは標準モデルが再現できていない旋回流の特徴をよく表せていることがわかる。両者のモデル間の機能的な差異は旋回のある流れ場におい

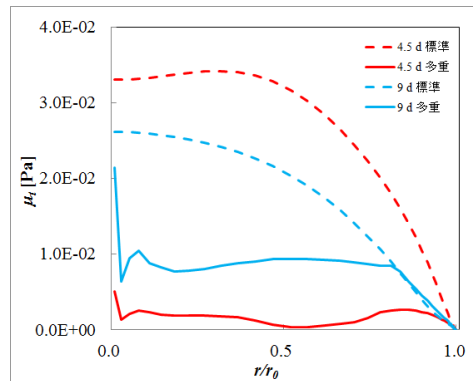


図 3.4: 実験 1 : 渦粘性係数の半径方向分布

て渦粘性を効果的に抑えるか否かにある。渦粘性の半径方向分布を表した図 3.4 を見ると距離 4.5d の位置において、多重時間スケールモデルの渦粘性は標準モデルのおおむね 10 分の 1 ほどになっている。また、距離 9 d の位置では両者の差は縮まっている。よって多重時間スケールモデルは、標準モデルで旋回流を解析する際に生じる渦粘性の過剰生成を的確に抑制することで旋回の減衰を防ぐことが可能なモデルであるといえる。

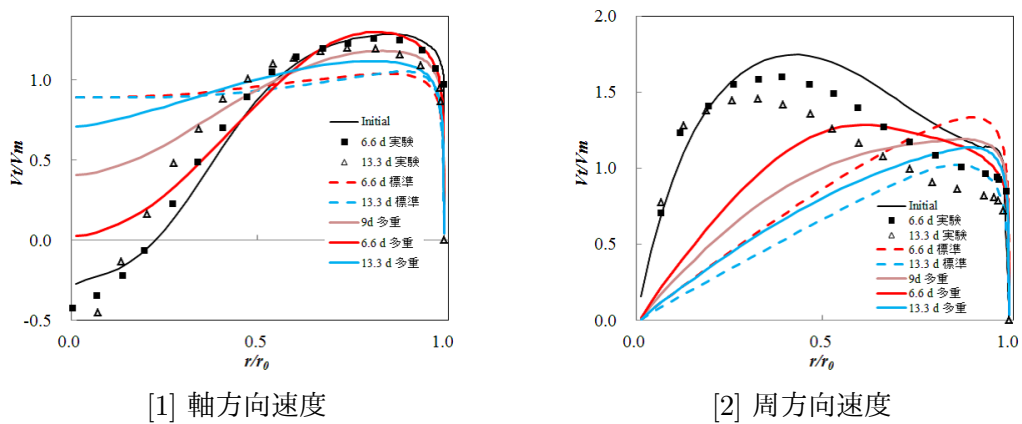


図 3.5: 実験 2 : 速度の半径方向分布

実験 2 に対して同様の解析を行った結果を図 3.5 に示す。また、図 3.6 に実験 2 における渦粘性係数の半径方向分布を示す。

実験 2 において多重時間スケールモデルは実験 1 と比較してその効果が低減されている。このことは緑色の実線で示された距離 9d での多重時間スケールによる結果を見れば明らかであり、実験 1 の同じ位置で比較し実験値との相対的な差異が大きいことがそれを示している。図 3.6 に示した渦粘性係数を比較すると、実験 1 と比較し標準モデルと多重時間スケールモデルの値の差が減少、すなわち多重時間スケールモデルが標準モデルに接近し

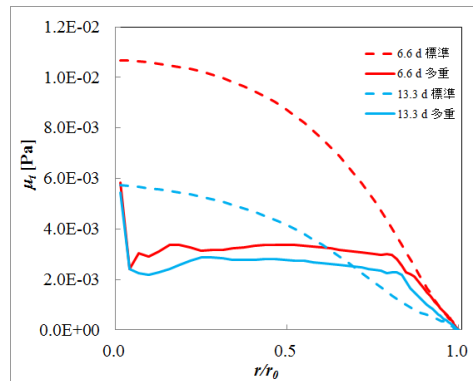


図 3.6: 実験 2 : 渦粘性係数の半径方向分布

ていることがわかる。この事と実験 2 に対する解析結果を考慮すると、多重時間スケールモデルは実験 2 に対して適切な渦粘性を与えられておらず、過剰に大きい値を算出していることがわかる。

3.2 空間平均乱流モデルの検討

3.2.1 空間平均乱流モデル

空間平均乱流モデルによる解析（以下 LES）はグリッドが解像できる限りの、すなわちグリッドスケールの乱流渦をモデル化せずに解析し、グリッドが解像出来ない、すなわちサブグリッドスケールの渦のみをモデル化する手法である。グリッドが細かいほど解像度が向上し流れ場の形態に左右されず解析精度の向上が見込めるが計算コストは指数的に増加する。

サブグリッドスケール（以下 SGS）のモデリングには大別して 2 つの方法がありそれらは陽的 LES（または LES）と陰的 LES（疑似 DNS）と呼ばれる。陽的 LES はスマゴリンスキーモデル [37] に代表される陽的なモデリングにより SGS 渦による乱流粘性を表現する手法であり、陰的 LES は上記のような陽的なモデリングを行わず、風上差分などのスキームの持つ数値粘性が SGS の乱流粘性を表現していると考えられる手法である。物理的考察に基づいた前者の陽的 LES のほうが、物理的解釈のない後者の陰的 LES よりも得られた結果に SGS 応力等の物理的な解釈を与えやすいのは自明であるが、正確な解析を行うには余計な数値粘性を与える風上差分の使用を控える必要があり計算を安定的に行うため格子密度に気を配らなければならない。一方の陰的 LES は、物理的根拠は不明瞭であるが、適切な条件下の元であれば平均流との良好な一致を得られることが多く、LES に対する特別なコードの実装も必要ないのが利点である。

3.2.2 LES による旋回乱流の解析例

旋回を伴う噴流に対する LES

Fujimoto らは bluff-body バーナの中心からジェットが、周囲から旋回流が噴出する流れ場に対し LES による数値計算を行った [38]. 比較される実験データはベンチマークとしてウェブサイト [39] で公開されており、その周方向速度分布からバーナ近傍で強い旋回を生じていることが見て取れ、レイノルズ平均標準 2 方程式モデルでは到底適用外であると思われる。この研究における解析結果の一部を示し旋回流に対する LES の精度を確認する。

計算は非圧縮の形式で行われており、対流項に QUICK 法、他の項には 2 次精度中心差分が使われている。時間積分は predictor-corrector projection 法によって計算され、predictor に 2 次精度 adams-Bashforth 法、corrector に二次精度 dams-Molton 法使われている。また、粘性項は Crank-Nicolson 法で陰的に評価される。圧力の解法には残差削除法を用いている。また、SGS モデルには Smagorinsky モデル [37] が用いられており、この時 Smagorinsky 定数は 0.1 を採用している。加えて、壁面付近での修正のため Van Driest 減衰関数が適用されている。

図 3.7 に比較対象の実験で用いられたバーナの断面図を示す。バーナの直径は 50 mm、その周囲 5 mm の範囲を旋回流の流出口が取り巻いている。バーナの先頭は平たんになっており、その中心に直径 3.6 mm のジェットの出口がある。また、バーナアセンブリの周囲には 20 m/s の周囲流が流れている。流れ場はバーナ中心部からのジェットとバーナ周囲の旋回流が干渉して形成される。

一例として、中心のジェットの流速が 66 m/s、旋回流の軸方向成分が 16.3 m/s、旋回方向成分が 25.9 m/s のときの解析結果を示す。計算格子は主流方向に 100 点、半径方向に 97 点を取り総計約 94 万点である。4 つの軸方向位置での軸方向速度の半径方向分布とその R.M.S. を実験と比較したものを図 3.8 に示す。同様に周方向速度とその R.M.S. を実験と比較したものを図 3.9 に示す。図 3.8, 3.9 より速度成分とその R.M.S. の解析結果は、 $x/D_b = 0.136$ での断面における中心部の周方向速度分布を除き、実験値と定性的に一致を示しており、定量的にも良好な結果を示している。

円筒型サイクロン分離機に対する LES 解析

Akiyama らは円筒型サイクロン分離機に対しステレオ PIV による速度場の測定を行い、同時に LES による数値解析を行った [40]. この分離機内で生じる流れ場は強い旋回流を有し標準的な 2 方程式モデルではその特徴をとらえることは困難である。この研究における解析結果の一部を示し旋回流に対する LES の精度を確認する。

計算コードは有限要素法ベースの FrontFlow/blue (FFB)[41] が用いられている。解析には非圧縮性の手法が用いられており、運動方程式を Crank-Nicolson 法で陰的に時間積分し、圧力解法には Fractional Step 法が使われている。ただし、計算初期段階において

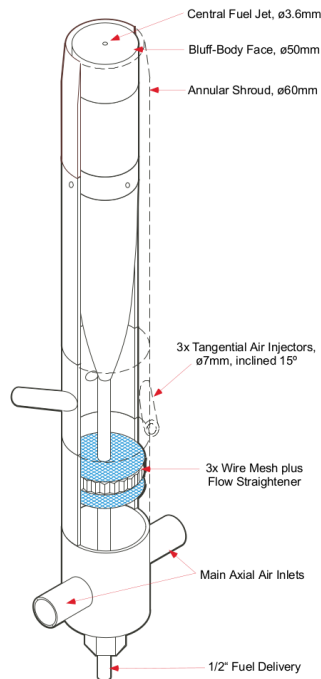


図 3.7: Bluff-Body バーナ [39]

時間経過を加速するため低マッハ数近似を適用していると記述されている。また、SGS モデルには Dynamic Smagorinsky モデル [42, 43] が用いられている。

図 3.10 に計算領域と解析格子の一例を示す。計算対象の主要部分は円筒形をしており直径は 70 mm で軸方向長さは 450 mm である。また内部に粒子の分離性能を向上させるため渦受けが挿入されている。流れは主要部の上流から平均速度 9.47 m/s で進入し外周を旋回しながら下降して渦受けから中心軸付近を通過して上方へ排気される。総格子数は 1725 万点であり、主要部の直径と平均流入速度を基準としたレイノルズ数は 4.38×10^4 である。

図 3.11 に周方向速度分布とその速度変動の計算結果と実験結果の比較を示す。同様に図 3.12 に軸方向速度とその速度変動の比較結果を示す。これらは平均流入速度によって無次元化されている。図より、周方向速度と軸方向速度の双方とも定性的な分布形状にとどまらず定量的にも計算結果と測定結果が一致していることがわかる。また、変動速度においても定性的な一致が見られる。これらに加え、可視化結果をみると中心軸付近が剛体回転の分布を持ちその外側が自由渦の分布を持つランキン渦が形成されていることがわかる。

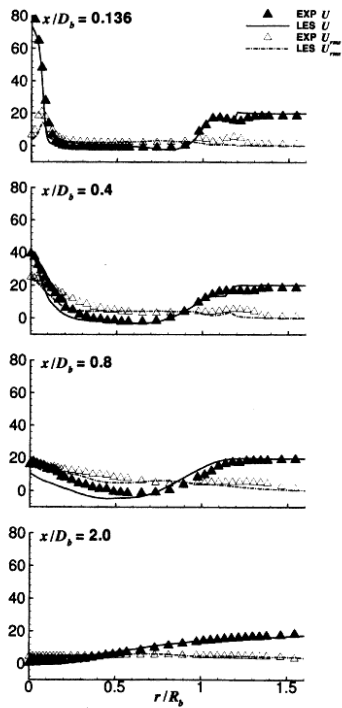


図 3.8: 軸方向速度分布 [38]

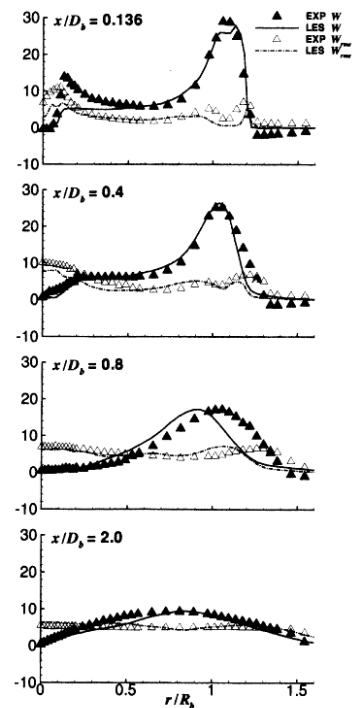


図 3.9: 周方向速度分布 [38]

3.3 本章の結論

旋回流への適応をうたった RANS モデルの性能をを調査するため、標準 $k-\varepsilon$ モデルと多重時間スケール $k-\varepsilon$ モデルの 2 つのモデルを用いて旋回強度の異なる 2 種類の旋回流に対する解析を行った。旋回強度が高い方には中心軸付近に逆流領域が生じている。

多重時間スケールモデルは標準モデルに対し実験 1 の解析では概ね良好な結果を示したが、実験 2 の解析では標準モデルに対しわずかな差にとどまった。このことは旋回強度や流れ場の状態でモデルの性能が左右されることを示している。本研究の最終的な目的は酸化剤流旋回型ハイブリッドロケット内の解析であり、そこではより強度の強い旋回流が生じている。このことを鑑みるに、内部の旋回状態によって性能が変化する多重時間スケールモデルは当該ロケット内の解析には適用できないと結論付けられる。

旋回流に対する LES の性能を示すため、Akiyama らと Fujimoto らの研究による 2 つの計算例を示した。双方の流れ場とも旋回を伴う非常に複雑な様態を呈しているが、LES による解析では実験値と解析値が定性的な一致にとどまらず、多くの場合定量的にも一致した結果を得られることを示した。LES は本研究の解析対象である酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットにおいても有効な解析手段であると考えられる。よって本研究では、以降の数値解析に旋回流に対しても LES を用いるものとする。

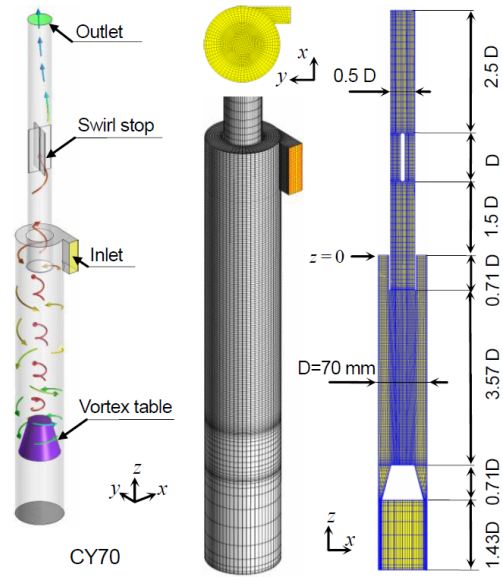


図 3.10: 計算領域と解析格子の一例 [40]

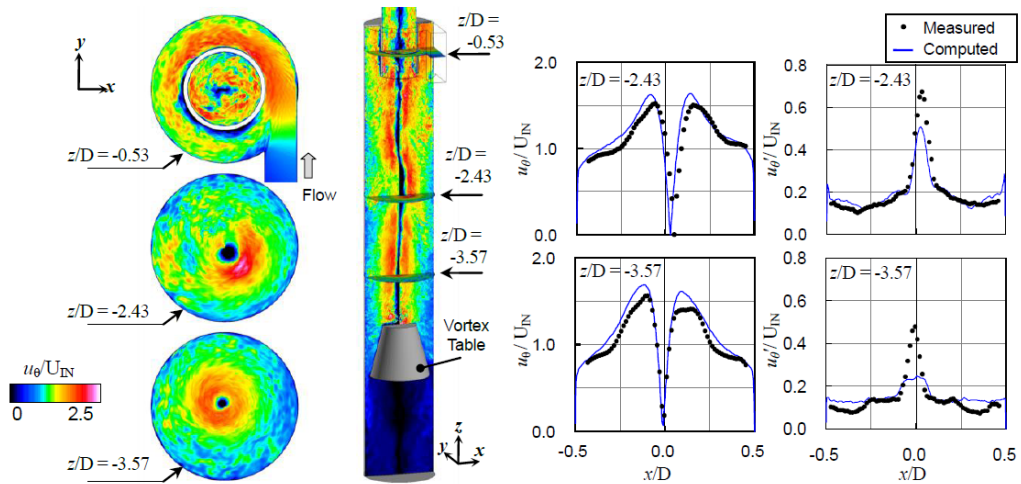


図 3.11: 周方向速度分布の計算結果と実験結果の比較 [40]

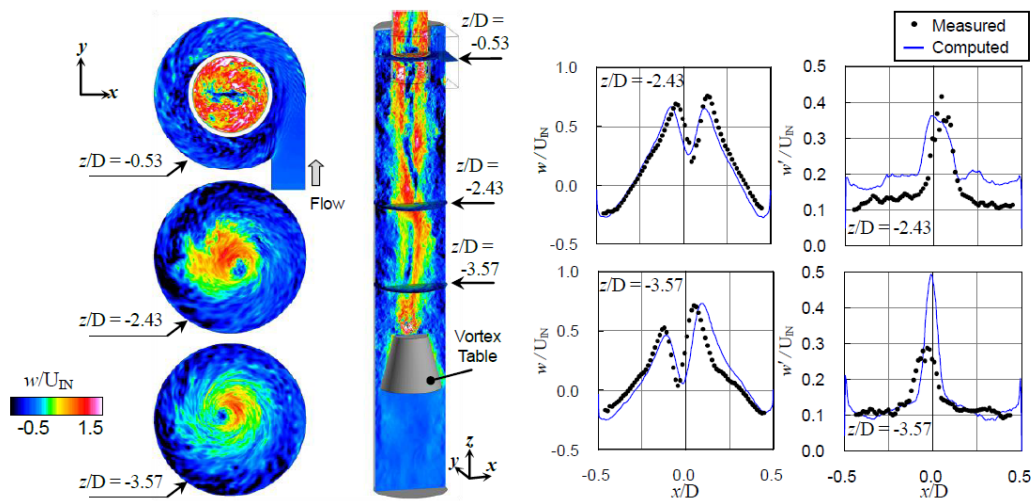


図 3.12: 軸方向速度分布の計算結果と実験結果の比較 [40]

第4章 拡散燃焼を伴った旋回乱流に適する解析手法の検討

この章では旋回乱流と火炎が伴った流れ場に対して有効な計算手法を検討する。燃焼現象等の化学反応を伴う流れ場を最も厳密に解析するためには、考えられる化学種すべての質量分率の流れを追うために輸送式を立て同時に素反応モデルを用いて化学種それぞれの生成・消費率を算出する方法を用いるべきである。しかしこの手法を用いると、メタンなどの基本的な炭化水素の燃焼反応に特化した素反応モデルにおいても扱う化学種は50種ほどになりその数だけ輸送式を加えて解かなければならない。さらに問題となるのが化学反応のタイムスケールは流体のそれより大分小さいことである。これにより化学反応の時間発展を追うと流体側がなかなか進まないといった事態に陥ってしまう。また、化学反応の時間発展は非線形性が強く非常に硬い連立方程式を解かなければならないため流体側に合わせた時間刻みを用いることは難しく解析をさらに高コストにしている。本研究では拡散燃焼のみを解析対象としているため、この燃焼に対する解析に特化し計算コストと精度のバランスを考えたとえでも最も最適と考えられる Flamelet アプローチを燃焼現象の解析手法として決定する。以下、本研究で用いる LES のスキームと組み合わせた際の拡散燃焼を伴った旋回乱流に対する解析性能の確認をシドニー大で行われた旋回乱流火炎バーナの実験 [44, 45, 46, 47, 48] をシミュレートすることで行う。なお、比較用の実験データはシドニー大のデータベースより入手した [39]。

4.1 計算手法

本研究では空間の離散化には有限体積法を用い高次精度化のため5次精度補間スキームである WENO-Z 法を用いてセル界面の値を高次精度化し、SLAU スキームで数値流束を求めた。5次精度の補間スキームは圧縮性の計算によく用いられる MUSCL スキームなどの手法よりも補間次数が高く数値粘性も少ないため、同じ格子で比べると解像度の向上が期待できる。時間の離散化には2次精度後退差分と疑似時間法を組み合わせ ADI-SGS 法による反復計算を行い時間精度の維持と計算時間短縮の両立を図った。

本研究では LES を行う際 SGS のモデル化を行わない陰的 LES を採用した。

Flamelet Table は FlameMaster コードにより作成した。作成時の設定条件として、圧力を大気圧、燃料と酸化剤の温度を共に 300K、スカラー散逸率の範囲を 2 – 90 1/s とした。使用した素反応モデルは Peters らの 28 化学種 72 反応式モデルである [49]。

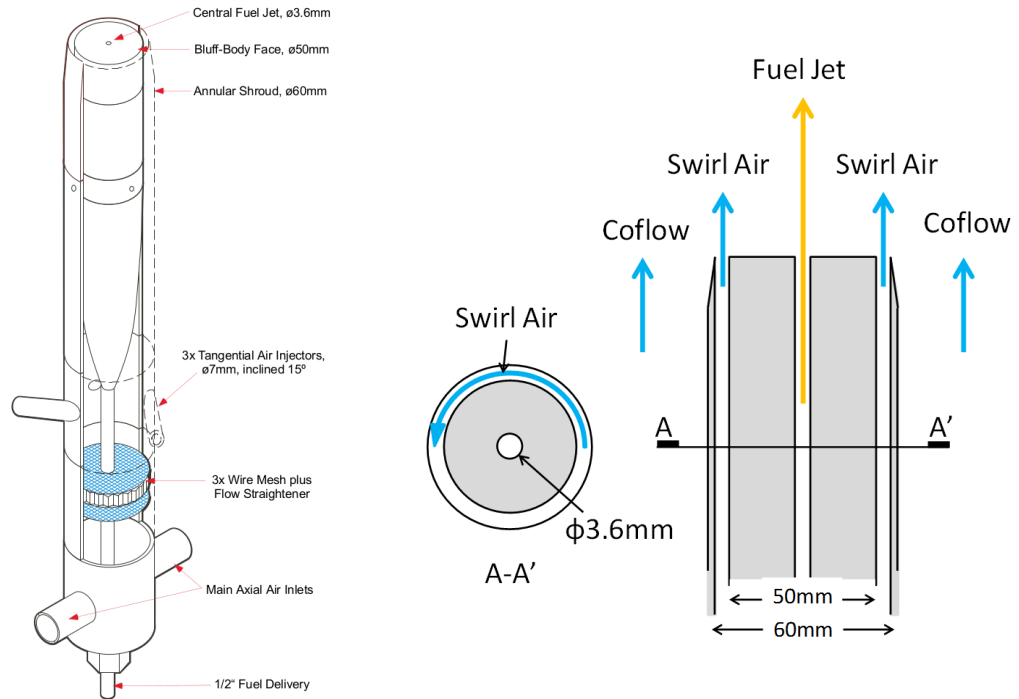


図 4.1: バーナ模式図

4.2 計算対象

旋回バーナの模式図を図 4.1 に、その断面図を図 4.2 に示す。また、バーナの燃料や流出速度などの諸元を表 4.1 に示す。ここで速度はすべて断面平均速度である。図 4.2 より、バーナの中心部から燃料がその周囲から旋回空気が噴出している。さらにその外側をバーナ全体を覆うように周囲流が流れている。バーナの先端部は熱損失を少なくするためセラミックで覆われている。計算と実験で比較されるデータは速度成分、温度、混合分率のいくつかの軸位置での半径方向分布である。実験では速度は LDV、他のスカラー量は LIF(Raman-Rayleigh-LIF) を用いて計測されている。

4.3 計算条件

計算領域を図 4.3 に示す。計算領域は円筒形でありバーナの直径 50mm を D として、半径 $5D$ 、高さ $10D$ である。座標の原点はバーナ中心に接しており、流れ方向に x 軸を置

図 4.2: バーナ断面図

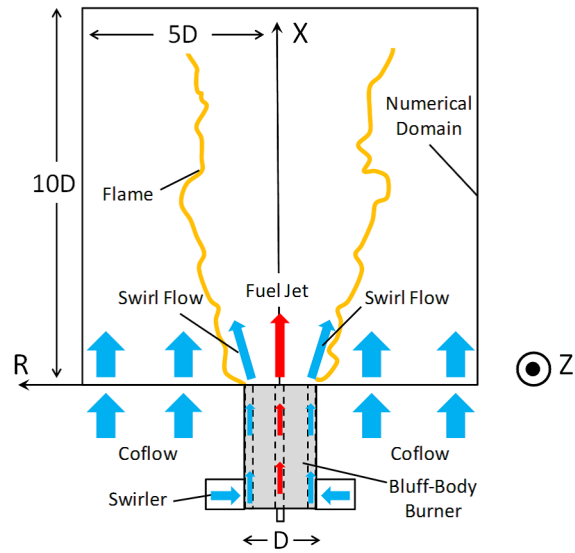


図 4.3: 計算領域

表 4.1: 旋回バーナ諸元

燃料	$\text{CH}_4 : \text{H}_2 = 1 : 1$ (vol.)
酸化剤	空気
燃料流速	140.8m/s
旋回流軸速度	29.7m/s
旋回流周速度	16.0m/s
周囲流速	20.0m/s
量論比	0.05

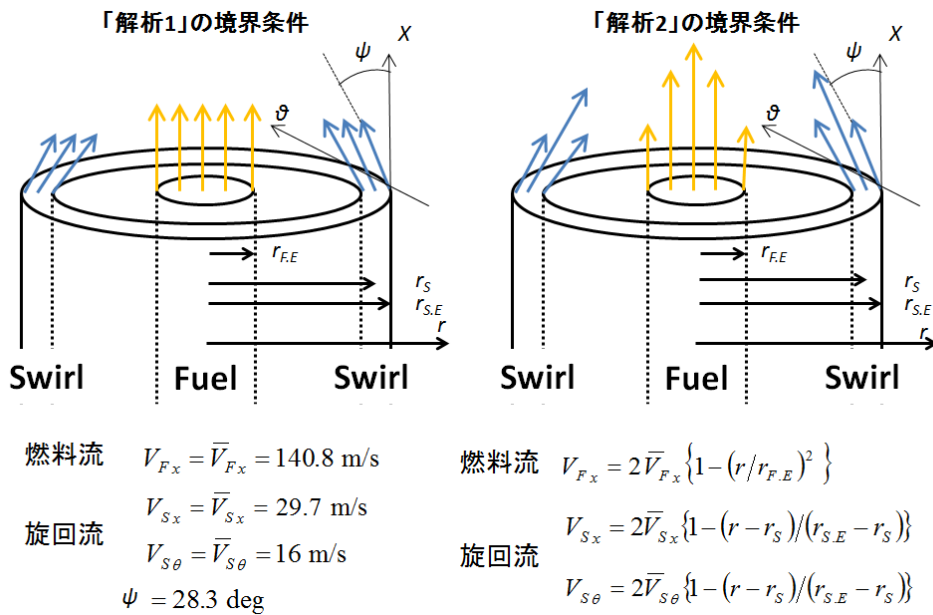


図 4.4: バーナ部における速度の境界条件

き，半径方向を r とする．周囲流に対してはバーナ壁面に層流境界層の存在を仮定した速度分布を与えている．流出境界に関しては圧力のみを大気圧に固定して他の要素はすべて計算領域内部の値を外挿している．流入側の境界条件は図 4.4 に示すように 2 通りの与え方をした．ここで V は速度を表し，下付き添え字 F , S , $F.E.$, $S.E.$, x , θ , ψ はそれぞれ，燃料流，旋回流，燃料流端，旋回流端，軸方向，周方向，旋回流の旋回角度を示す．二つのうち一つは，燃料流，旋回流共にバルクの値を固定値として与えるもので，この場合の解析を「解析 1」とする．他方は燃料流と旋回流が共に放物線状の分布をしていると仮定したもので，値のピークはバルクの値の 2 倍を設定した．この場合の解析を「解析 2」とする．なお，周囲流と旋回流にはそれぞれの流れの 2% 程の擾乱を与えている．

4.4 計算結果

4.4.1 解析 1

密度，温度の瞬時値の中心軸を通る断面コンタを図 4.5 と図 4.6 にそれぞれ示し，密度で色づけした Q 値の等数値ボリュームを図 4.7 に示す．この Q 値の等数値ボリュームは乱流渦の形状を表している．図 4.5 と図 4.6 の瞬時場の温度と密度のコンタより，流れにはバーナ上 60 mm 付近にくびれがあることがわかる．図 4.7 より，バーナ近傍において旋回流と周囲流の境界部に縞状の渦構造が確認できる．これは Kelvin—Helmholtz の不安定現象により生じる流れと垂直方向に延びる渦であり，この渦がくびれの付近で乱れ始めてい

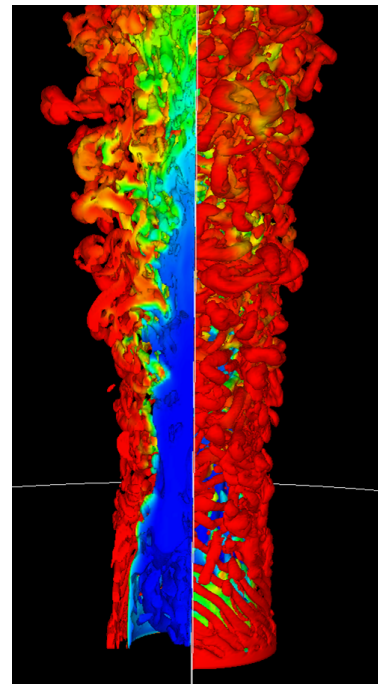
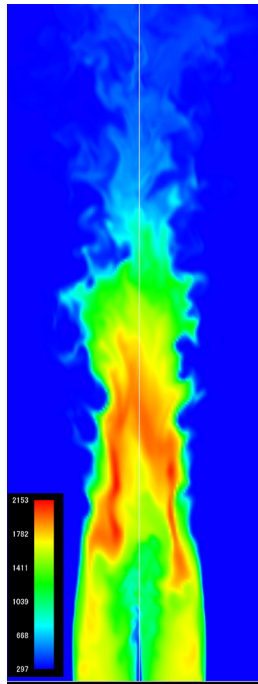
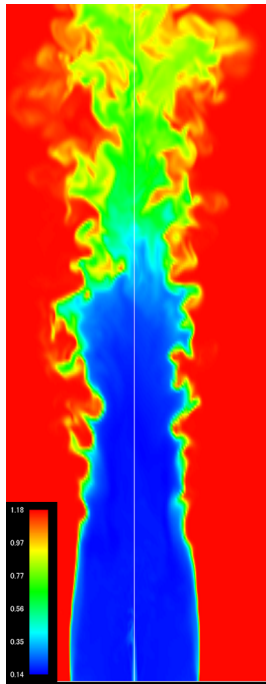


図 4.5: 解析 1 : 瞬時の密度コ
ンタ
図 4.6: 解析 1 : 瞬時の温度コ
ンタ
図 4.7: 解析 1 : 瞬時の Q 値の
等数値ボリューム

ることが見て取れる。3つの x 軸位置の断面における軸方向速度と周方向速度の半径方向分布を図 4.8 と図 4.9 にそれぞれ示す。以降、点が実験による計測値で線が数値計算による値を意味する。続けて温度と混合分率の3つの軸位置における半径方向分布を図 4.10 と図 4.11 にそれぞれ示す。図 4.8 と図 4.9 より、速度分布の全体的な傾向は一致していることがわかる。図 4.8 より軸方向 $x = 0.0068$ m での旋回流部分の軸方向速度は実験値よりも 10 m 程低く見積もられていることがわかる。この断面は境界面に近いため境界条件の影響が十分に残っており、計算による旋回流部分の分布形状がこのような平坦な形になったと考えられる。同様に中心軸付近の速度についても実験結果のデータは存在しないが、実際より低い値に見積もっているものと考えられる。また $x = 0.04$ m と $x = 0.085$ m の断面において、中心軸付近の速度も実験より低く見積もられているが、これも境界での燃料ジェットの流出速度が実際よりも遅く設定されているためであると考えられる。図 4.9 より、 $x = 0.0068$ m の断面において中心軸付近と旋回流の出口付近で周方向速度が実験値よりも下方に見積もられている。旋回流出口付近の見積もり誤差の原因は計算結果の分布形状から軸速度と同様に境界条件であると思われる。中心軸付近での実験値と計算値の差異は、バーナ上の旋回強さが実験結果よりも少なく渦の半径が実験よりも広がったためであると考えられる。また $x = 0.04$ m と $x = 0.085$ m の断面において、周方向速度のピーク位置が実験よりも軸側に評価されていることがわかる。これより計算では流れのくびれ

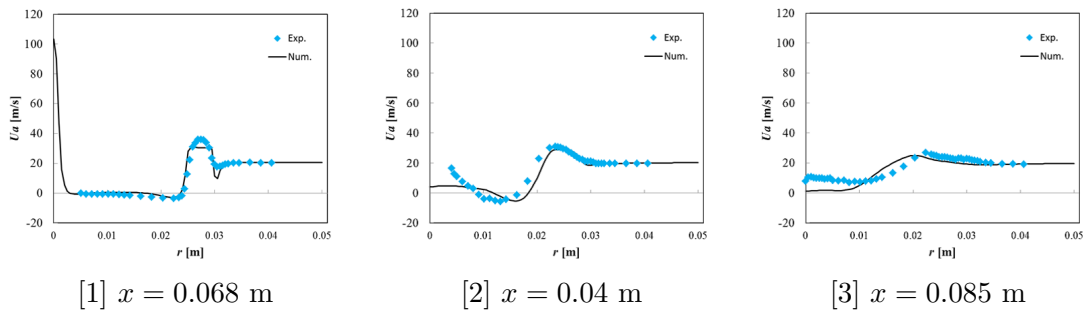


図 4.8: 軸方向速度の半径方向分布

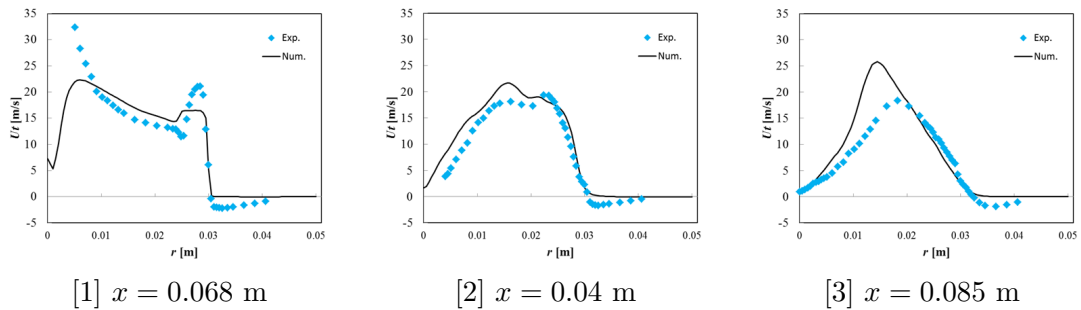


図 4.9: 周方向速度の半径方向分布

が実際より下方に評価されて、くびれを過ぎた後の広がりが過少に評価されていることがわかる。

図 4.10 の温度分布は最大値こそ実験と異なるもののバーナから一定の距離以内では定性的な傾向は一致している。しかしバーナから 20 cm 近く離れた $x = 0.175$ m での温度分布は実験値より最大で 1000 K 程度も低下していることから、バーナ上に生ずる火炎の高さに関しては低く見積もっていると予測される。この時の平均場における温度のコンタと実験時に撮影された火炎の写真を比較を図 4.12 に示す。この図より解析では火炎の高さを低く見積もっていることが確認できる。図 4.11 の混合分率の分布をみると、全体的に実験値よりも値を低めに見積もっていることがわかる。このため混合分率の値が量論比の 0.05 に接近し温度が高めに評価されたと考えられる。混合分率は保存量であるので計算領域内で生成や消滅をすることはなく輸送と拡散のみに支配される。すなわち速度分布の形状の実験値との差異がこの様な結果を生じたものと思われる。

4.4.2 解析 2

「解析 1」と同様に図 4.13 に密度、図 4.14 に温度、図 4.15 に密度で色づけした Q 値の等数値ボリュームを示す。「解析 1」の図 4.5 から図 4.7 の同様のコンタ図と比較すると、「解析 2」の方がより全体的に乱れていることがわかる。さらに最も顕著なのは図 4.14 の温度

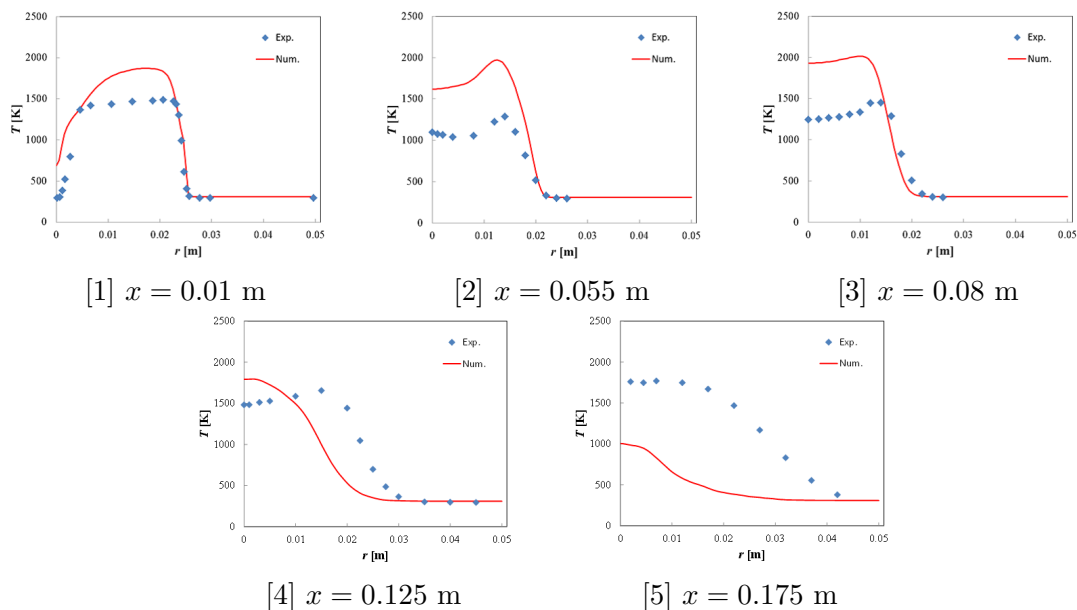


図 4.10: 温度の半径方向分布

コンタで、1500 K 以上を示す黄色の領域が「解析 1」と比較しバーナのかなり上方まで達しており、最高温度域を表す赤色の領域も「解析 1」の図より上方に位置していることがわかる。バーナの中心部から吹き出す燃料の噴流も「解析 1」に比べはっきり表れており、燃料がより上方まで供給されていることを示唆している。また旋回流と周囲流の境界部分に注目すると「解析 1」よりもバーナの先端に近い位置から乱れが生じていることがわかる。この時 Q 値の等数値ボリュームを比較すると「解析 1」と同様に Kelvin—Helmholtz の不安定現象による縞状の渦が確認できるが、「解析 1」よりも早い段階で乱流状態に遷移していることがわかる。

続いて、図 4.18 に時間平均場の半径方向の軸方向速度分布を六つの x 軸位置の断面にて示し同じ位置での実験値と比較する。同様に、図 4.19 に同じ断面での周方向速度の半径方向分を示し実験値と比較する。なお、計算で得られた時間平均場の値はさらに周方向に平均化されている。また、これら速度分布の縦軸の範囲は「解析 1」で示した速度の図と一致させてあるため、流入境界に最も近い $x = 0.0068$ m の断面と $x = 0.02$ m での軸方向速度と周方向速度のピーク値が表現しきれない。よって、この三つの分布だけその値が収まるよう縦軸の範囲を設定し先に図 4.17 に示す。

図 4.17 の (a) より、中心軸上の軸方向速度は 250 m/s 程であり「解析 1」での値の約 2.5 倍となっている。また旋回流部分の速度を実験値と比較すると、「解析 1」とは異なり、20 m/s 程過大評価していることがわかる。同図 (b) より計算によるバーナ上の周方向速度分布は中心軸上に剛体渦の存在する Rankine 渦の様相を呈している。中心部での実験データは存在しないが、 $r = 0.005$ m 付近までは計算値と実験値はよい一致を見せているので

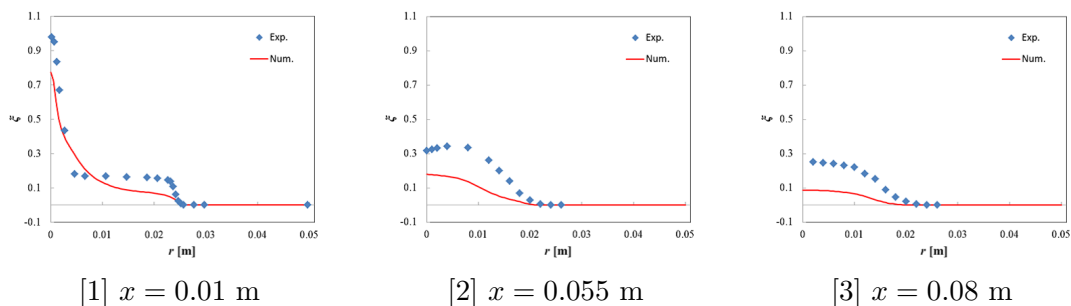


図 4.11: 混合分率の半径方向分布

実際の流れ場においても同様の現象が生じているものと考えられる。しかし、 $x = 0.02$ m の断面での周方向速度をみると、実験で消失している Rankine 渦が計算ではまだ維持されており双方の周方向速度の大きな隔りがある。よって実際の現象では流れ場はより緩やかな回転をしていると考えられる。

図 4.18 にて領域全体の軸方向速度分布を確認する。俯瞰すると速度の過大評価が目立つがその分「解析 1」で生じていた $x = 0.04$ m と $x = 0.085$ m の位置における中心軸付近での速度の過小評価は生じておらず、さらに上方の断面でも中心軸付近の速度は実験値と良い一致を見せている。しかし、旋回流と周囲流の境界部分では速度の過大評価が目立っており、旋回流の流入条件が過大であったことを示している。また、 $x = 0.02$ m の断面では周方向速度が実験と大きく異なっているため(図 4.17(c) から)、バーナ上での負の軸方向速度が過小評価された結果、後に示す混合分率や温度の分布に影響を及ぼしたものと考えられる。

図 4.19 の周方向速度の分布より、 $x = 0.0068$ m と $x = 0.02$ m の分布をみると、軸方向速度分布と同様に旋回流の流入部において過剰な速度が流入していることがわかる。この影響により、「解析 2」の流れ場は全体的に実験よりも強く旋回していることがわかる。しかし $x = 0.02$ m の断面を除き、定性的には速度分布の形状は実験と一致している。

続いて、図 4.20 に混合分率の速度場と同じ方向の断面における半径方向分布を示す。また、図 4.21 に同様の断面における温度の半径方向分布を示す。これらの断面の x 軸上の位置は速度分布の場合とは所々異なっているがほぼ同一である。

図 4.20 の混合分率分布をみると、周方向速度が実験値よりも過剰に評価されているにもかかわらず、 $x = 0.025$ m の位置での分布を除き、実験結果と計算結果がほぼ一致していることがわかる。さらに図 4.21 の温度分布をみると、同じく $x = 0.025$ m の位置での分布を除き、分布の傾向が定性的に一致しており、定量的にも「解析 1」と比較し明らかな向上が見て取れる。唯一実験結果と計算結果が一致していない $x = 0.025$ m の位置での分布に関しては、旋回流部分の流入速度の過剰設定が原因となり実際にはそこで生じていないはずの Rankine 渦が現れ混合分率の輸送過程が根本的に異なったためこのような差異が生じたと考えられる。図 4.16 に示す、実験時の火炎の写真と平均場での温度コンタの比較を見ても、「解析 1」に比べ温度コンタの形状が火炎写真とよく一致していることがわかる。

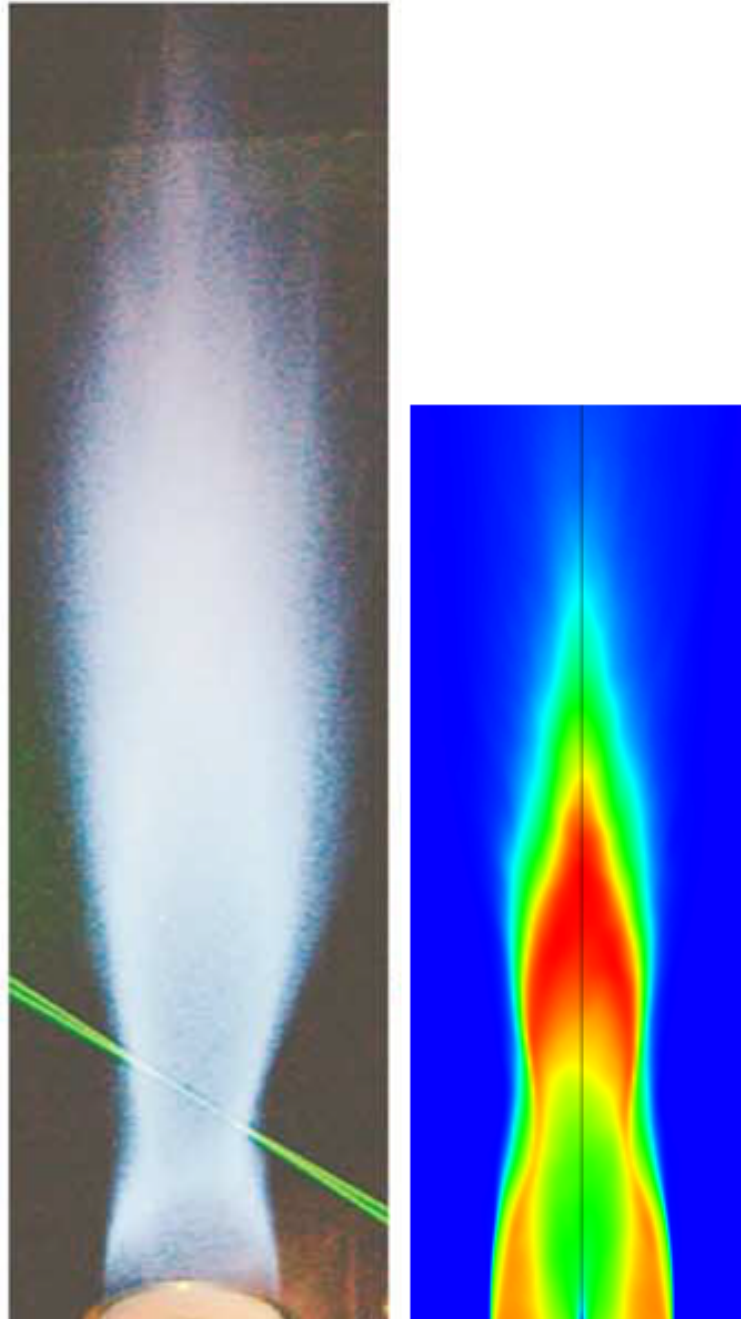


図 4.12: 解析 1 における実験時の火炎写真と温度コンタ

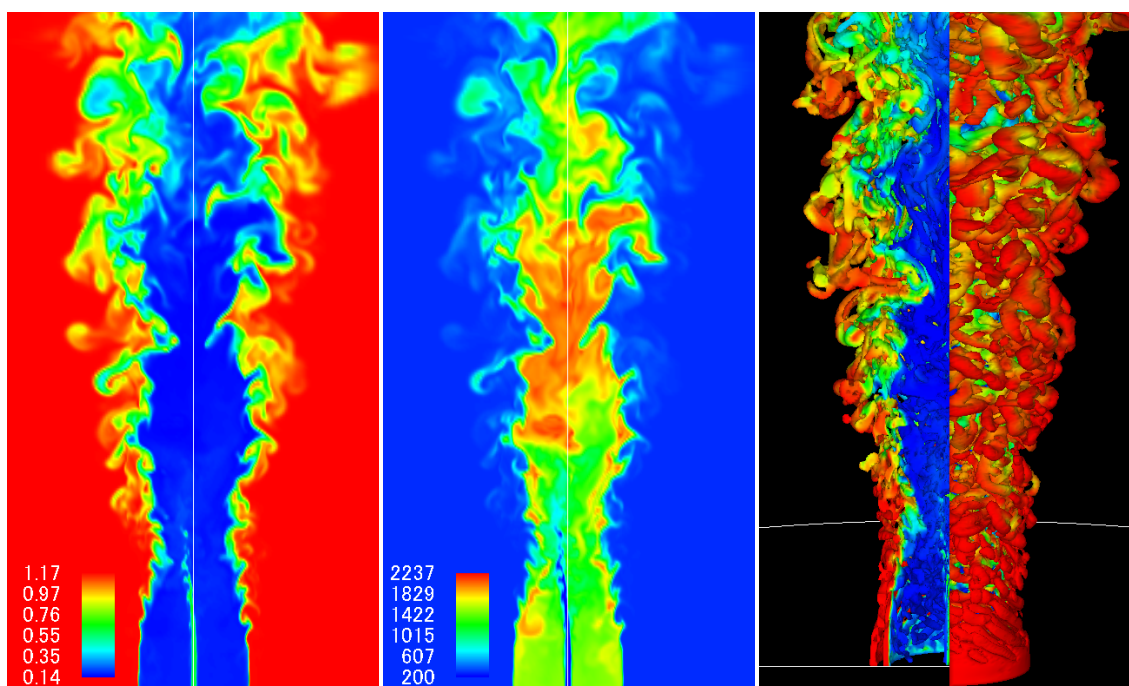


図 4.13: 解析 2 : 瞬時の密度
コンタ

図 4.14: 解析 2 : 瞬時の温度
コンタ

図 4.15: 解析 2 : 瞬時の Q 値
の等数値ボリューム

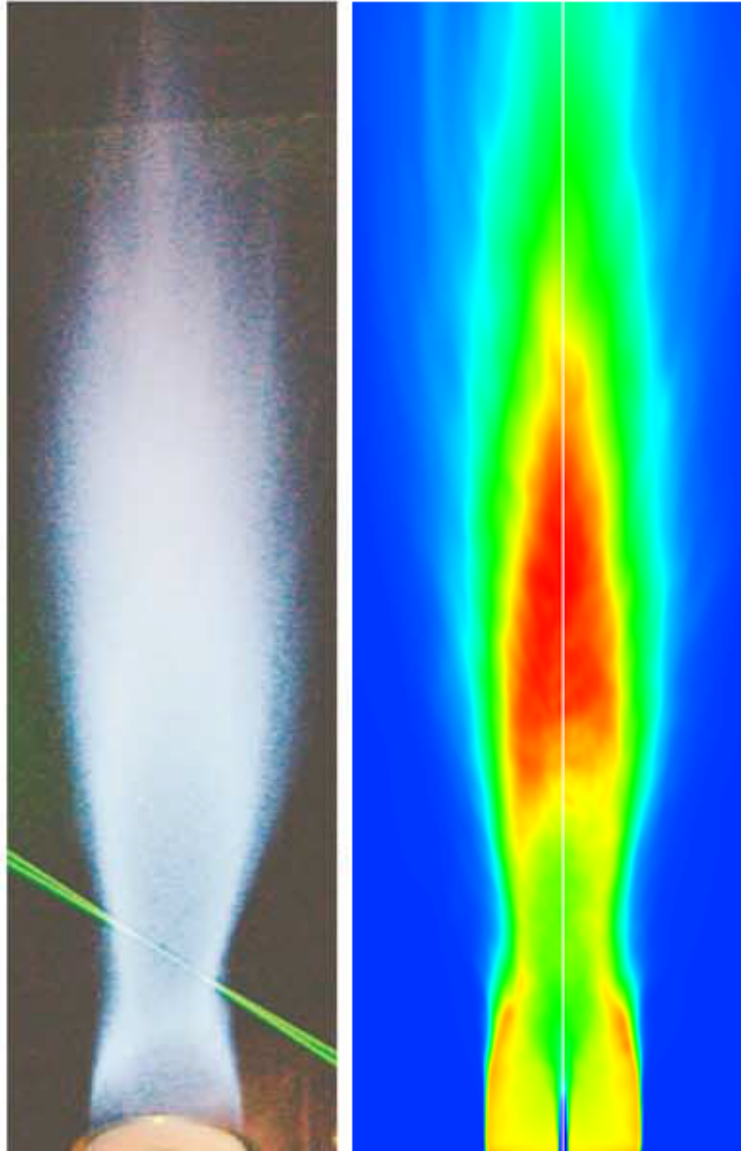
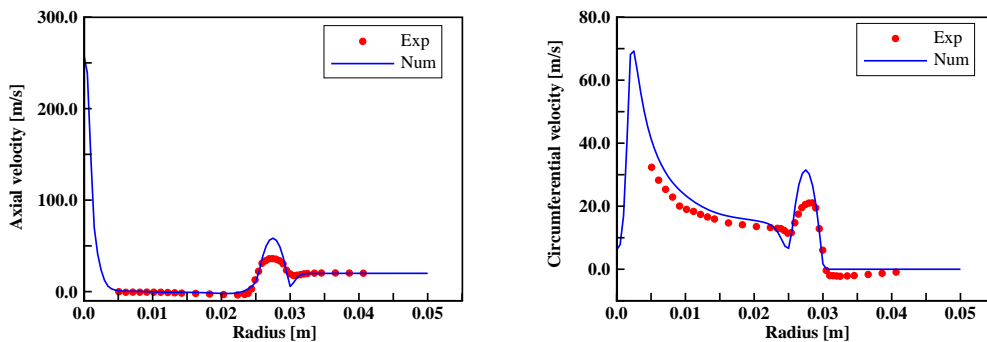
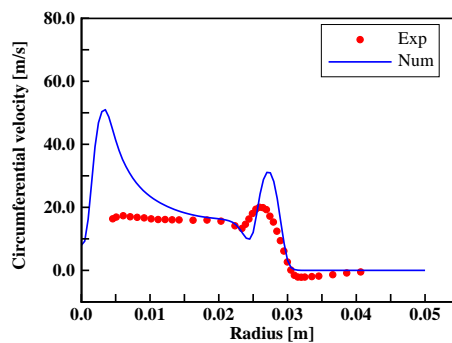


図 4.16: 解析 2 における実験時の火炎写真と温度コンタ



(a) 軸方向速度 $x = 0.0068$ m

(b) 周方向速度 $x = 0.0068$ m



(c) 周方向速度 $x = 0.02$ m

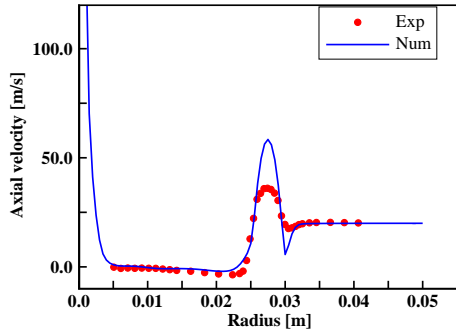
図 4.17: 流入境界直上の軸方向と周方向の速度分布

「解析 2」のそれぞれの分布をみると、今回計算により予測した流れ場で生じた過剰旋回は、一部領域を除いて、混合分率や温度分布の予測に致命的な問題を起こさなかったことがわかる。

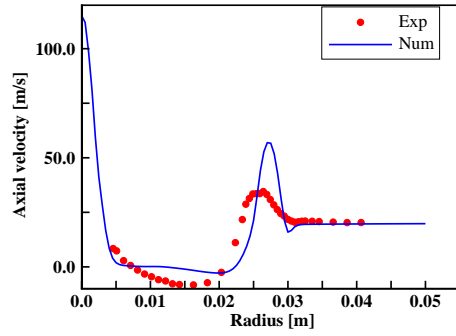
4.5 本章の結論

拡散火炎旋回バーナの実験に対し燃焼モデルに Flamelet アプローチ、乱流モデルに陰的 LES を用いた解析コードによる数値解析を行いその結果を実験から得られたデータと比較し解析コードの評価を行った。

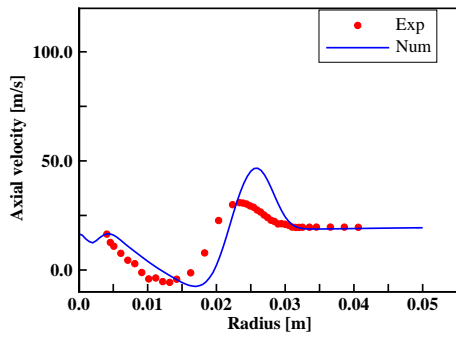
解析は燃料流と旋回流の境界条件のみを変えて二回行われた。「解析 1」では燃料流と旋回流の流入時における速度を空間分布を持たせずに実験から得られた平均速度に固定した。その結果、バーナからの高さが 10 cm 付近までは速度分布、温度分布とも実験値との定性的な一致を得た。しかし、バーナからの高さが 20 cm 付近となると実験値より温度を最大



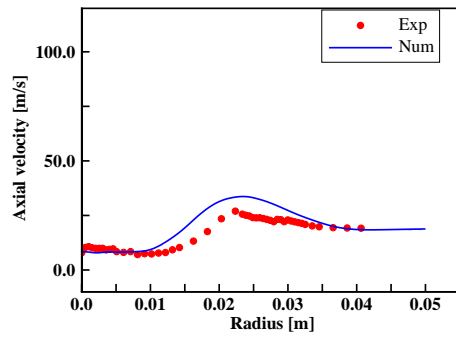
(a) $x = 0.0068$ m



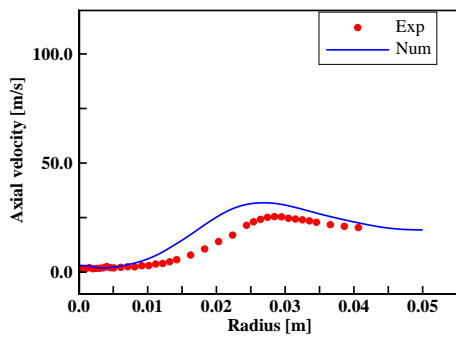
(b) $x = 0.02$ m



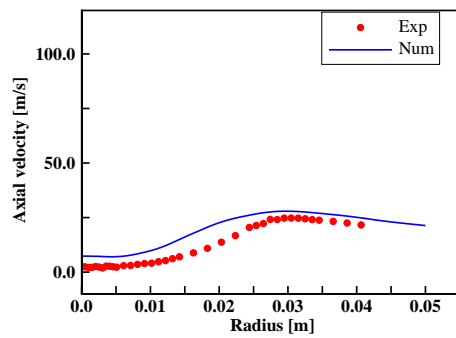
(c) $x = 0.04$ m



(d) $x = 0.085$ m

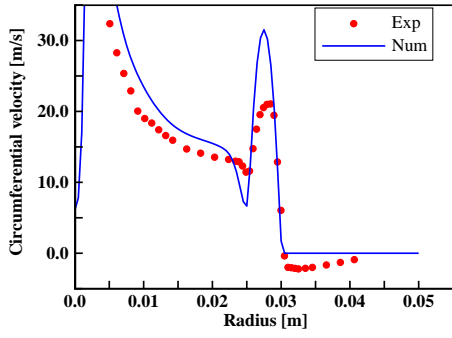


(e) $x = 0.125$ m

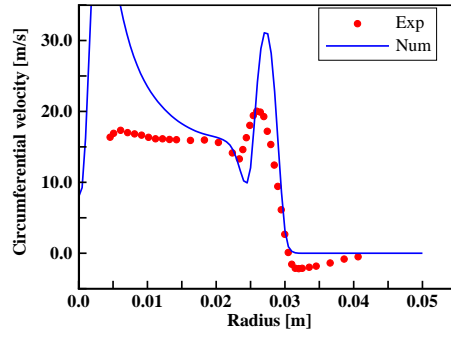


(f) $x = 0.175$ m

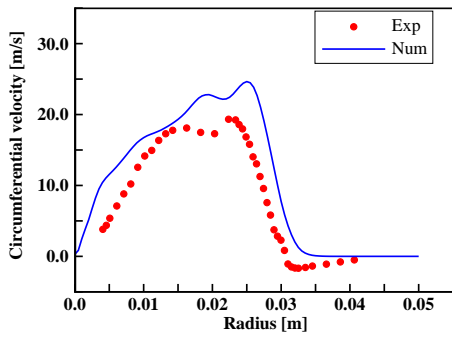
图 4.18: 轴方向速度分布



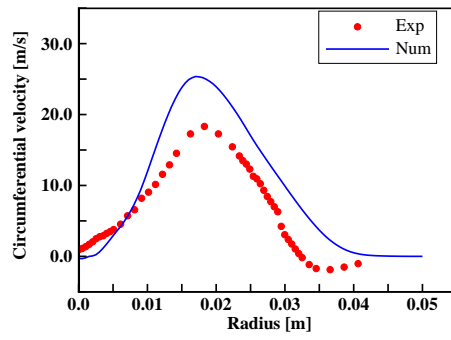
(a) $x = 0.0068$ m



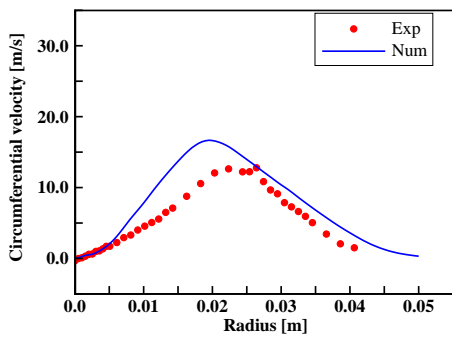
(b) $x = 0.02$ m



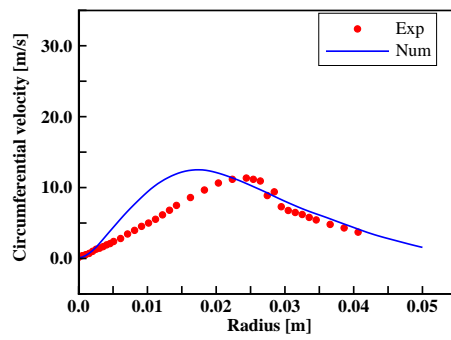
(c) $x = 0.04$ m



(d) $x = 0.085$ m

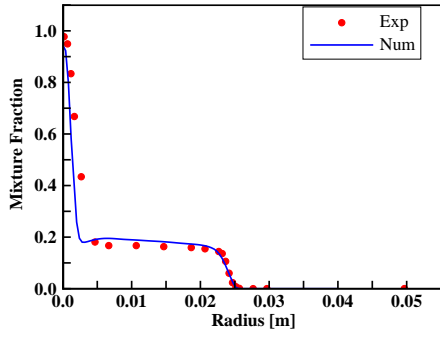


(e) $x = 0.125$ m

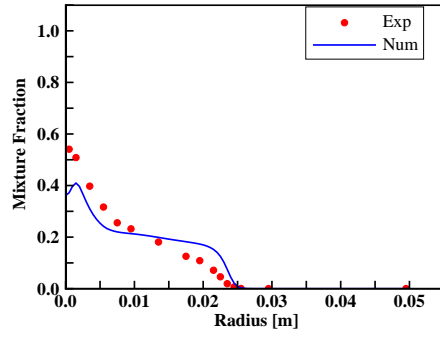


(f) $x = 0.175$ m

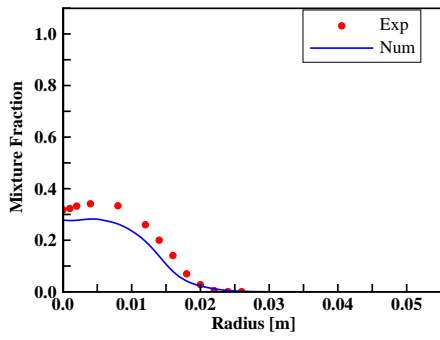
图 4.19: 周方向速度分布



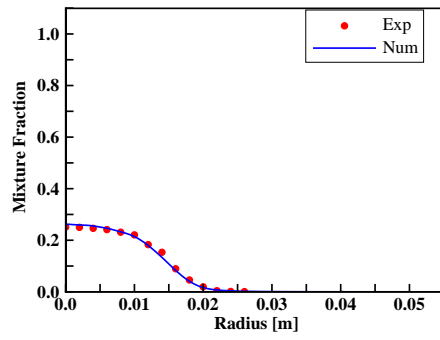
(a) $x = 0.01$ m



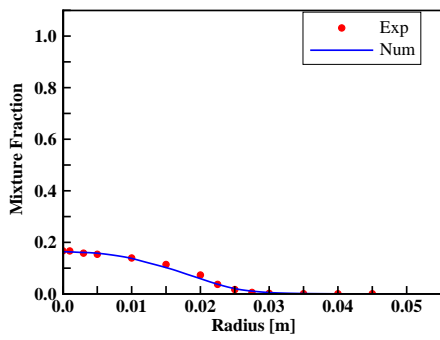
(b) $x = 0.025$ m



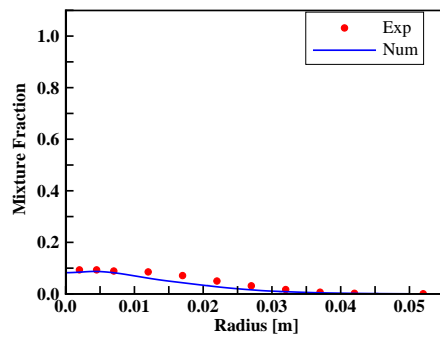
(c) $x = 0.055$ m



(d) $x = 0.08$ m

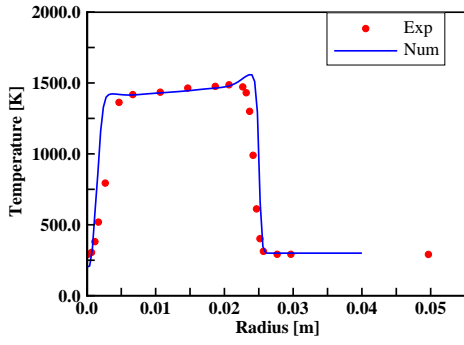


(e) $x = 0.125$ m

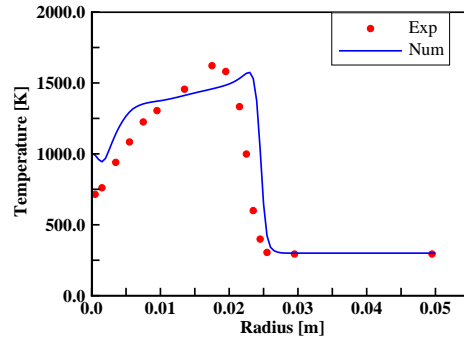


(f) $x = 0.175$ m

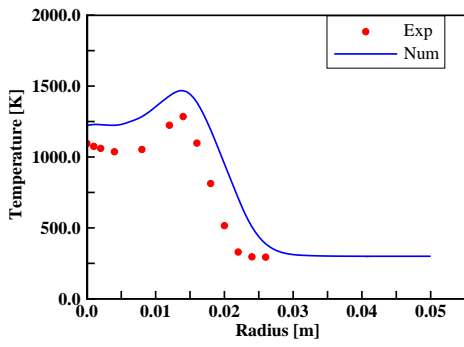
图 4.20: 混合分率分布



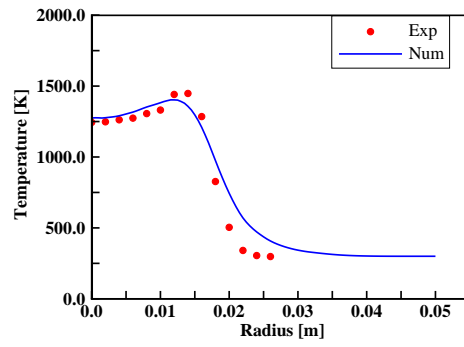
(a) $x = 0.01$ m



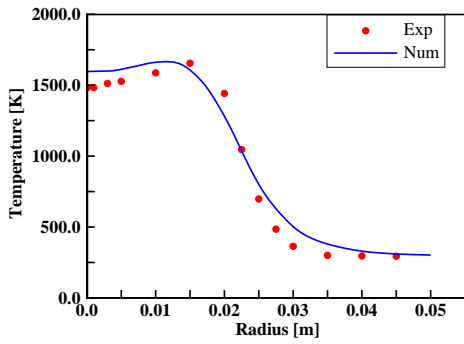
(b) $x = 0.025$ m



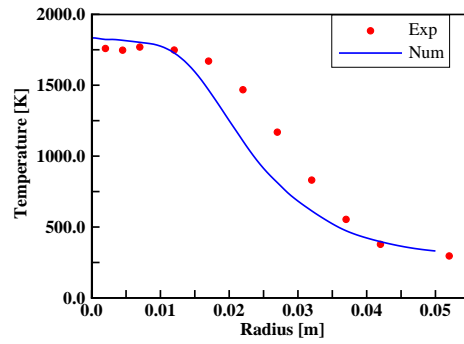
(c) $x = 0.055$ m



(d) $x = 0.08$ m



(e) $x = 0.125$ m



(f) $x = 0.175$ m

图 4.21: 温度分布

で 1000 K 程低く評価した。よって「解析 1」では火炎の形状を再現できていないと思われる。

続いて行った「解析 2」では燃料流と旋回流の流入速度に層流を仮定して放物線状の分布を与え、その最大値が平均値の二倍となるように設定した。その結果、旋回流の流入速度が実験値の 1.5 倍ほど過剰になり周方向速度分布の計算値と実験値の全体的な差異は「解析 1」と比較して拡大したが、混合分率や温度の分布はバーナからの高さが 20 cm 付近となる位置においても計算値と実験値は定性的によく一致し、一部定量的にも一致した。

「解析 1」と「解析 2」の結果より、境界条件の設定をより洗練させてゆけば現状の解析コードのままで計算値と実験値の差をさらに縮めることができるとわかった。したがって、本解析で用いた計算コードは旋回を伴う乱流拡散火炎の解析に対し十分な性能を持っていると結論付けられる。

第5章 酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの解析

これまでの検討によって旋回流を伴う拡散燃焼場の解析に適した数値解析手法を明らかにした。本章ではこれらの解析手法を用いて酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの燃焼室に対する解析を行い内部状態に対する議論を行う。ただし実際の燃焼室内で生じている現象は多岐にわたっているため、本研究ではその一部のみに着目し解析を行う。

5.1 解析対象

解析対象である酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの燃焼室内部では図 5.1 に示すように酸化剤がインジェクタにより壁面にそって旋回するように流入させられ燃料表面に形成される境界層内において拡散火炎が生じる。その際、火炎からの熱フィードバックにより燃料表面が溶融且つ蒸発し燃料ガスが燃焼反応に供給され、それに伴い燃焼室の形状が変化しひいては流れ場も変化する。また火炎による燃料への熱フィードバックからグレインが気化し燃料ガスが生成される過程には様々な物理現象が介在していると考えられ、その例として対流による熱伝達、輻射による熱伝達、燃料の超臨界状態化などが挙げられる。加えて酸化剤の流入方法から強い速度剪断流が生じていると考えられ、流れ場は乱流状態が支配的であると予想される。本研究では流れ場という燃焼室内の状態を考えるうえで最も基本的な要素を把握するため、図 5.2 のように速度分布、温度分布、化学種の質量分分布などの流れ場の状態と生じる境界層火炎の形状についてのみを評価の対象とし、燃料への熱伝達、燃料の形状変化、燃料の超臨界状態化について考慮しないものとする。また、シミュレーション結果の妥当性を示すため燃焼時の燃焼室内可視化実験から得られた火炎写真との比較を行う。

具体的な解析対象の寸法を図 5.3 に示す。燃焼室部分は直径 40 mm、長さ 625 mm の円筒形をしており、スロート直径が 18 mm のラバルノズルが装着されている。前方を図 5.3 左側、後方を図右側と定義すると、燃焼室の前方端（以下ヘッドエンド）より 25 mm 後方の位置から更に 600 mm 後方までの全周に亘る領域を燃料グレインを模した燃料の湧き出し面として設定している。座標系は右手系で、原点は燃焼室の左端から 25 mm の中心軸上に設置され、 x 軸が燃焼室の中心軸に一致するようにしている。

酸化剤の流入口であるインジェクタは境界条件により表現されており、図 5.4 に示すように周方向に等間隔に 8ヶ所設定されている。インジェクタとして設定されている境界はヘッドエンドから 1 mm 離れて設定され、2 mm の幅を持つ。このインジェクタのスワー

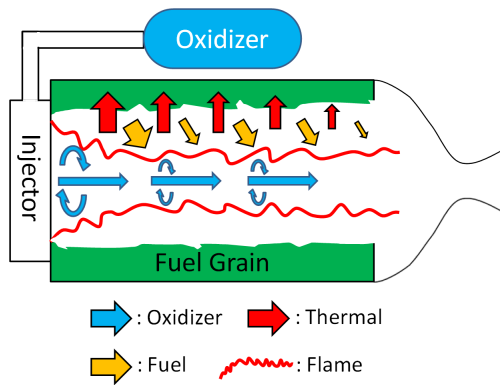


図 5.1: 実際の燃焼室内

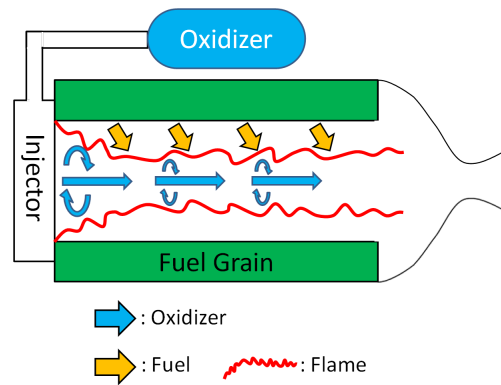


図 5.2: 簡略化された燃焼室内

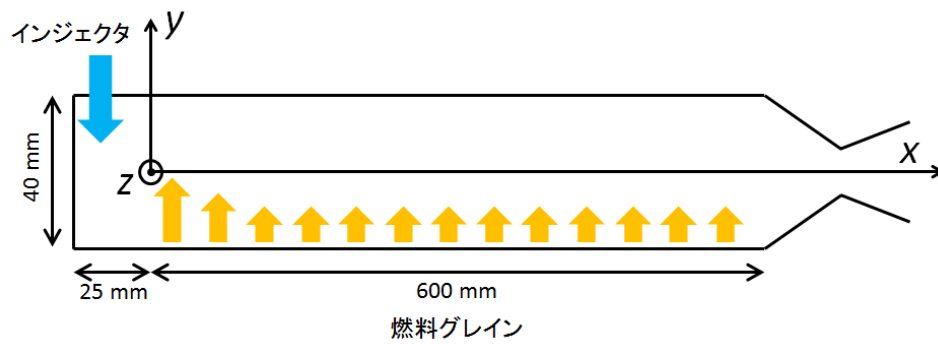


図 5.3: 計算領域

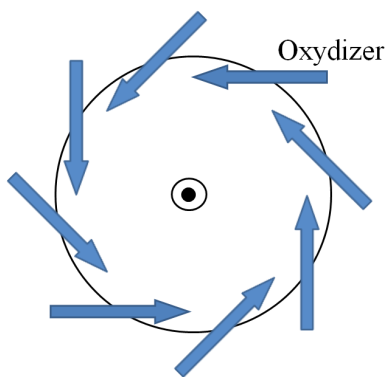


図 5.4: インジェクタ概念図

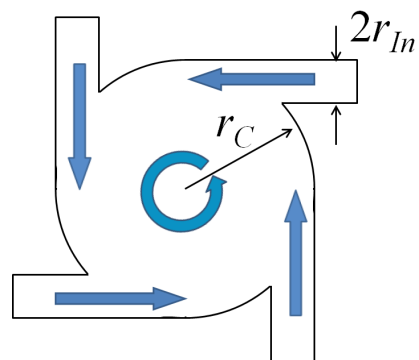


図 5.5: 形状スワール数の定義

ル数は以下で定義される形状スワール数 Sg にて約 19 である。

$$Sg = \frac{(r_C - r_{In})r_C}{n_{In}r_C^2} \quad (5.1)$$

ここで図 5.5 に示すように r_C は燃焼室の半径, r_{In} はインジェクタの半径, n_{In} はインジェクタの数である。

5.2 解析条件

本研究では酸化剤に酸素, 燃料にメタンを選択した。実際のハイブリッドロケットの燃焼試験では酸化剤として酸素は一般的に使用されるが, 燃料にはポリプロピレン (PP) やポリエチレン (PE), アクリル樹脂 (PMMA) などのプラスチック類が頻繁に用いられる。したがって, 燃焼室内の解析を行う際にはこれらプラスチックが熱で蒸発した際に発生する炭化水素系のガスを燃料として想定するのが最も理想的である。しかし, プラスチックの蒸発により発生するガスは複数種にわたり蒸発温度や圧力によってそれらの組成が異なり, 実験による計測によって温度や圧力に応じた発生化学種の組み合わせを特定することは不可能ではないにしろ多大な労力を要する。また, 炭化水素系ガスの燃焼では発生する熱量が化学種の種類により極端に変化することはなく, 燃焼による代表的な生成物も平衡状態では共通である。これらを考慮するに, 詳細な燃料の化学種組成変化は本研究が対象としている流れ場の様子や温度や代表的化学種分布等には影響を与えないと考えられる。したがって, 本研究では最も基本的な炭化水素であるメタンを燃料として採用した。

酸化剤や燃料の供給量は湯浅らの燃焼試験を参考に決定した [6]。酸化剤の供給量は 200 g/s とした。これは実験から, 図 5.3 に示す寸法を持った燃焼室内部の圧力がおおよそ 20 気圧になると予想される値である。燃料供給量は Yuasa らの文献に示された局所後退速度の軸方向分布により決定した。この局所燃料後退速度分布のグラフを図 5.6 に引用する。このグラフは酸化剤が酸素, 燃料が PP, 時間平均をとった局所後退速度の軸方向分布を燃焼室圧力ごとにプロットしている。横軸が燃料の左端を原点とした燃焼室の軸方向距離, 縦軸が局所燃料後退速度である。左右の方向は図 5.3 と共通である。図より, どの圧力の場合も燃料後退速度はインジェクタに近い左端で最大であり, 100 mm 程右側の位置まで低下を続け, それ以降は最大値の 50% 付近を維持しほぼ変化していないことがわかる。本研究でもこの傾向を取り入れ図 5.7 に示すような実験結果を線形近似した燃料後退速度の分布を設定し, そこから以下の式で燃料の吹き出し速度を与えた。

$$V_b = \frac{\rho_f \dot{r}_f}{\rho_g} \quad (5.2)$$

ここで, V_b は湧き出し速度, \dot{r}_f は設定した燃料後退速度, ρ_f は燃料密度, ρ_g は気化した燃料ガスの密度である。このとき, 燃料は PE, 気化するガスは全てメタン, 燃料表面温度を 600 K, 表面圧力を 20 atm と仮定した。また燃料の密度の値を $\rho_f = 950 \text{ kg/m}^3$ とした。 ρ_g は温度と圧力の条件から状態方程式により求めた。

以上を表 5.1 にまとめる。

表 5.1: 燃焼室諸元

燃料	CH ₄
酸化剤	O ₂
燃料質量流量	155.2 g/s
酸化剤質量流量	200 g/s
当量比	2.0

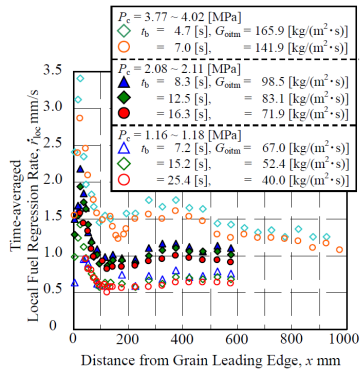


図 5.6: 燃料後退速度の実験値 (時間平均) [6]

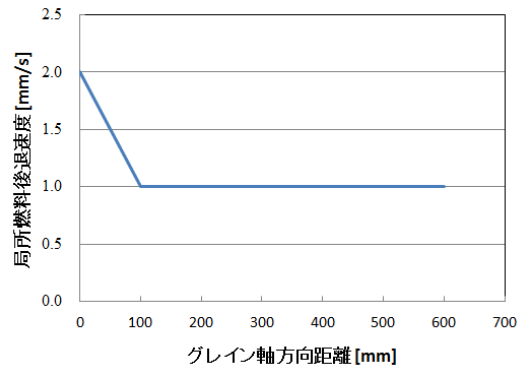


図 5.7: 設定燃料後退速度

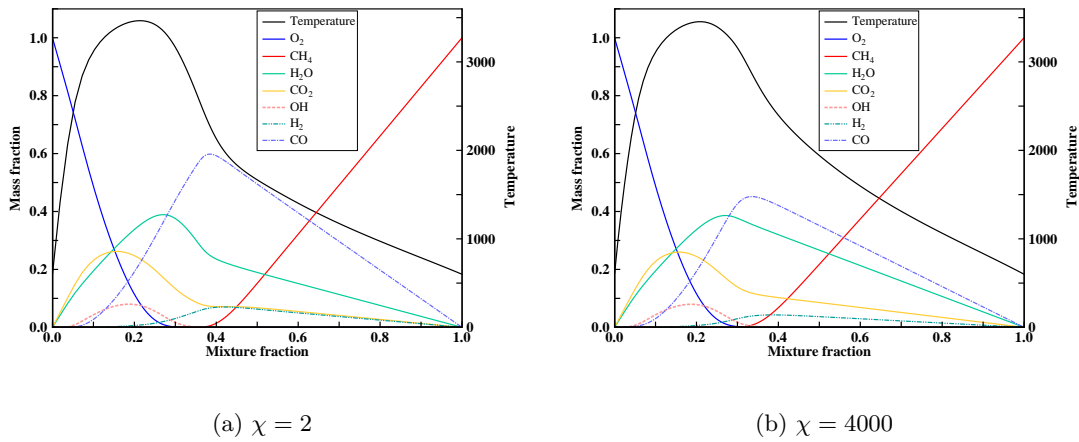


図 5.8: Flamelet テーブル

5.3 解析手法

Flamelet テーブルの制作には Pitsch の FlameMaster[32] コードを用い、作成時の詳細反応モデルにはメタン等の炭化水素反応モデルとして一般的な 53 化学種 325 反応を想定した GRI-Mech 3.0 を用いた [50]. ただし、流体計算時に考慮した化学種はこのうち 30 種のみである. また、圧力を 20 atm, 燃料と酸化剤の温度はともに 600 K, スカラ散逸率 χ の設定範囲は $\chi = 2 - 4000$ 1/s とした. このテーブルのスカラ散逸率が 2 1/s と 4000 1/s である場合の、温度、CH₄、O₂、H₂O、CO₂、CO、H₂、OH の分布を図 5.8 に示す. なお、ここに示した温度は FlameMaster コードにより算出された値であり、本研究における流体の計算には用いられていない. スカラ散逸率

流体計算では高次精度化した基本量から SLAU スキームを用いて数値流束を算定し、2 次精度 Dual Time Stepping 法により時間積分を行った. この際内部反復には ADI-SGS 法を用いている. 高次精度化スキームには、計算の初期段階では大体の流れ場を形成するため安定性に優れ低コストな 3 次精度 MUSCL 法を用い、流れ場がある程度の発達した後解像度を向上させるため 5 次精度 WENO-Z 法を用いた. この時、密度などの物理的に正の値しかとらないような補間変数が負の補間結果になるのを防ぐために、補間後の変数が負になる場合には 1 次精度に強制的に落とす処理をしている. 計算格子の分割数は軸方向、半径方向、周方向それぞれ 655, 80, 160 分割で総格子数は約 855 万点である.

5.4 解析結果

5.4.1 非定常場

結果は解析開始から 12ms 程経過した時点でのものであり、これは平均的に燃焼室内の流体が 2 回入れ替わるのに要する時間である. また、ノズルより排出されるガスの質量流量もほぼ一定の値を示しているため、この時点で流れ場は十分発達しているとみなす.

図 5.9 から図 5.13 に密度，温度，軸方向速度，混合分率の瞬時値の燃焼室の中心軸を通る断面でのコンタをそれぞれ示す．瞬時値の各コンタを俯瞰するに内部の流れ場は乱流渦により激しく乱れていることが見て取れる．個別に各コンタを見ると，図 5.9 より，密度はインジェクタ付近で局所的に高い値をとり，ヘッドエンドからノズルに向かって低い値になっていることがわかる．この密度の分布は図 5.10 の温度コンタと図 5.11 の圧力コンタより説明できる．インジェクタ近辺の局所的な高密度領域は，酸化剤が壁面から常温で供給され温度が低くかつ付近の圧力が 2MPa 程の低温高圧領域であるため生じていると考えられる．また，ノズルへ近づくにつれ密度が低下しているのは温度が上昇しているためである．また，図 5.10 の温度コンタより，インジェクタ付近を除いた燃焼室の前方 4 分の 1 ほど領域では高温部分がスポット状に生じているのが見れる．この付近はインジェクタに近いこと擾乱が強く，湧き出し面から流入した燃料（混合分率）が流れにより巻き上げられて発熱しているものと考えられる．この様は図 5.13 の混合分率分布のコンタに現れており，量論比よりも燃料側の値を持った混合分率の塊がスポット状の高温部と同じ場所に位置している．この様に熱と燃料（混合分率）が流れ場により湧き出し面から巻き上げられながら下流に輸送されて温度コンタに示すような燃焼室の後方ほど温度が上昇するような分布となっていることがわかる．また，燃焼室後方になるにつれ混合ガスの組成が燃料側に近づいていくことを意味している．流れ場のより詳細な構造は図 5.12 に示す軸方向速度コンタによって明らかとなる．図よりノズルへの流れは燃焼室の前部から後部にかけて生じている壁付近のものと，燃焼室の中ほどから後部にかけて生じている中心軸付近のもの 2 通りあることがわかる．この二つの流れの間には軸方向の移動速度が小さい領域が存在する．よって軸方向の速度分布は壁付近で後方へ大きな速度を持ち壁と中心軸の間では比較的速度が低下し中心付近で再び上昇するようなものであることがわかる．

さらに渦構造を示すため，速度勾配テンソルの第二普遍量（Q 値）の軸方向速度で色づけした等数値ボリュームの中心軸を通る断面図を燃焼室全体に亘って図 5.14 に示す．図より渦の構造が中心部分とその周囲ので分かれていることがわかる．周囲の渦を見やすくするために中心付近を取り除いたものを図 5.15 に示す．図 5.14 と図 5.15 より，流れ場には中心付近に大規模な渦がヘッドエンドからノズルまで連続的に存在しており，その中心部の渦の周りに小規模な周囲の渦が存在していることがわかる．この中心付近の渦はその綱の様な形状から渦が蔦のように絡まりあい一つの大きな構造を形成していると考えられる．ヘッドエンドからノズルに向かって次第に細くなっているためノズルにより引き伸ばされたようになっている．また，周囲の渦は燃焼室の壁面に沿って螺旋状に公転しており，その密度は燃焼室中ごろで低下しそこからノズルに近づくにつれ再び増加していることが見て取れる．この二種類の渦を詳細に観察するため図 5.16 の (a) から (c) に図 5.14 の前方と中間と後方を拡大したものをそれぞれ示し，図 5.17 の (a) から (c) に図 5.15 の前方と中間と後方を拡大したものをそれぞれ示す．図 5.16 より，燃焼室前方特にインジェクタ付近と燃料グレインの前縁部の近傍では中心部の渦と周囲の渦とが互いに干渉している様子が見てとれるが，その領域を過ぎると渦はスケールを落とし，渦の構造が中心とその周囲とに明確に分離するようになる．周囲の渦の密度は図 5.17(a) が一番高く，(b) になるに従い減ってゆき，(c) で再び上昇している．周囲の渦のスケールに注目すると，(a) にあ

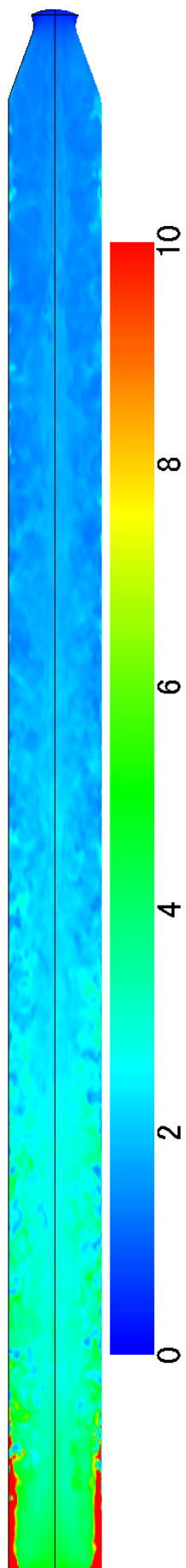


図 5.9: 密度コンタ

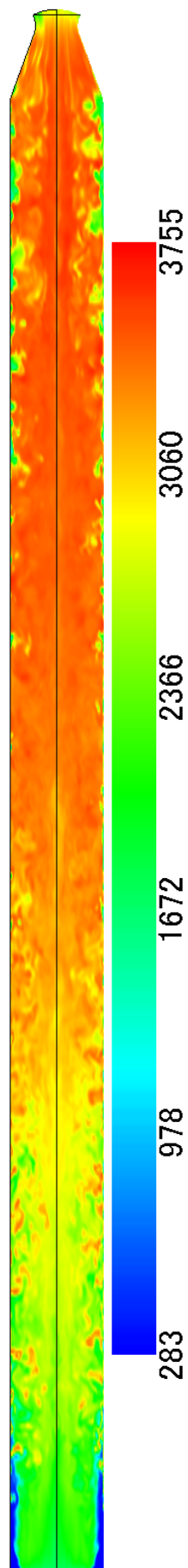


図 5.10: 温度コンタ

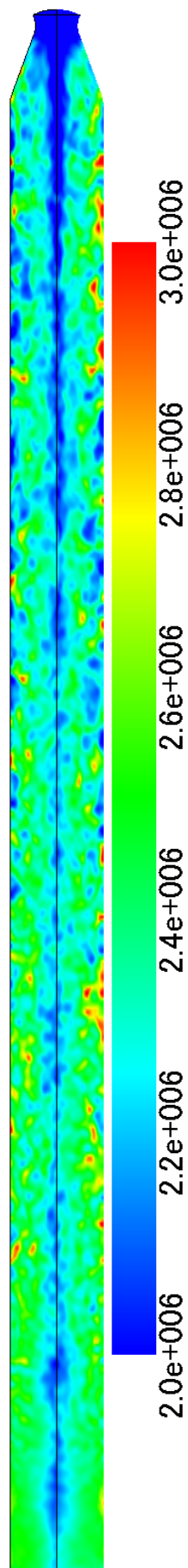


図 5.11: 圧力コンタ

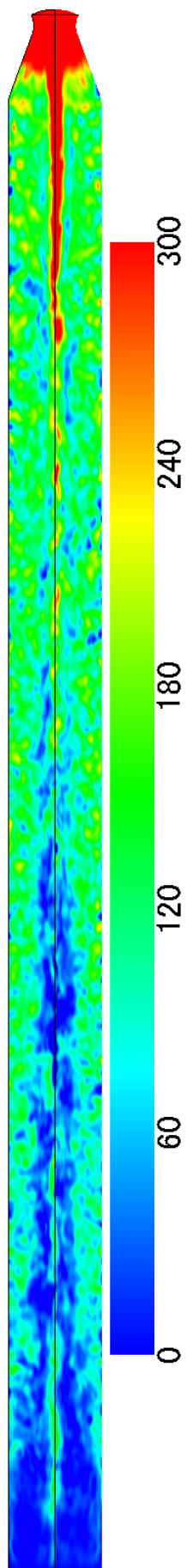


図 5.12: 軸方向速度コンタ

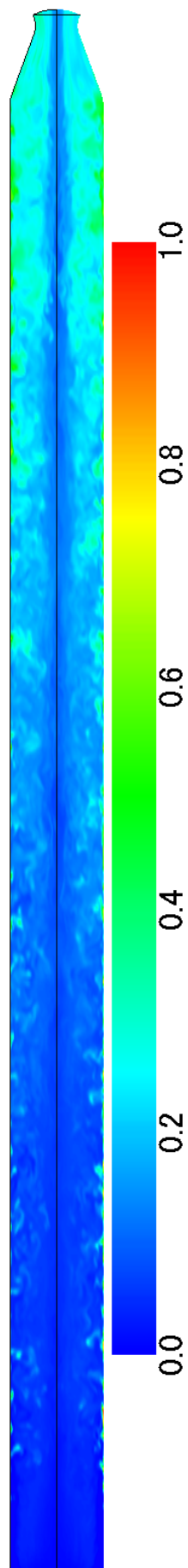


図 5.13: 混合分率コンタ

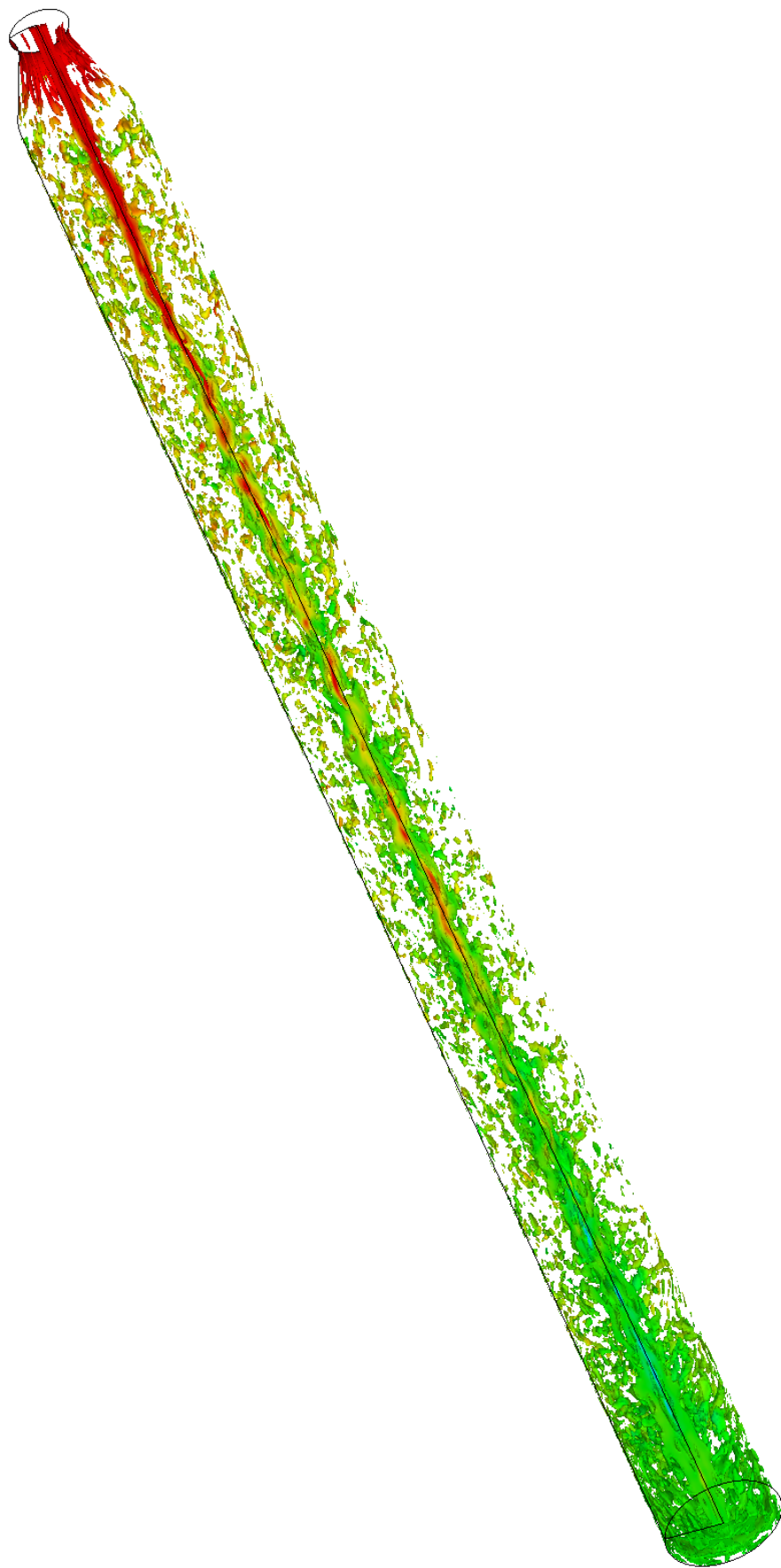


图 5.14: 渦構造

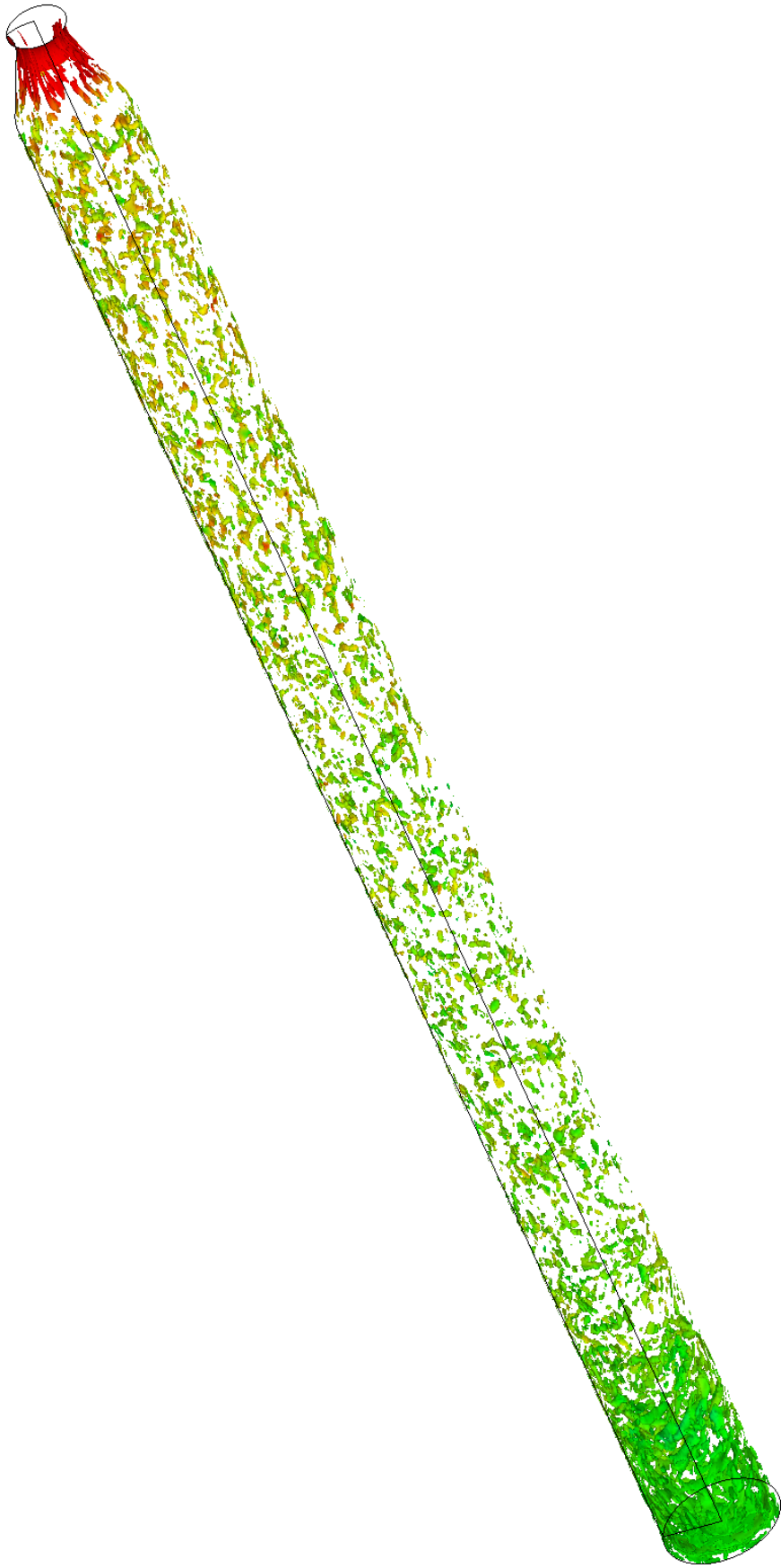


図 5.15: 周囲の渦構造

る比較的大きいスケールの渦が燃料グレインの前縁部付近で次第に細くなり、そのまま(c)まで流れていくことがわかる。

図 5.18 から図 5.23 に O_2 , CH_4 , H_2O , CO_2 , OH , CO , H_2 の中心軸を通る断面での質量分率コンタの瞬時値をそれぞれ示す。図 5.18 より、酸化剤である O_2 はインジェクタ付近で最も高い濃度を示し、燃焼室の 3 分の 2 下流の位置まで壁際と中心軸付近を問わず存在しているが、それ以降はほとんど中心軸付近にのみに集中していることがわかる。流れ場の解析により、中心軸付近には燃焼室を貫くように大規模な渦が存在していることが判明しているため、中心軸に存在する酸素はこの大規模な渦により輸送されたものであると結論付けられる。図 5.19 より、燃料である CH_4 はほとんど壁際に集中しており、燃焼室の後方で僅かに存在領域が広がっているのが認められる。図 5.20 より、反応物である H_2O の分布について考察する。まず、図よりヘッドエンド付近にも僅かながら H_2O の質量が存在することがわかる。この領域には燃料の供給が元が存在しないため生成物は生じず、したがって前方から輸送されて来たことになり、この付近で流れ場が逆流していることを示唆している。また、 H_2O のほとんどの質量は燃焼室後部に集中している。もう一つの代表的な生成物である CO_2 の分布を図 5.21 かより見ると、高濃度の領域は H_2O よりも前方に位置している。これは図 5.8 に示す Flamelet テーブルの段階で、 CO_2 のピークが H_2O のそれより混合分率空間では量論比での混合分率の値をはさみ酸素側にあるからである。図 5.22 に OH の分布を示す。 OH は燃焼反応が盛んな領域で主に生成されるため、図中の濃い赤色の部分は反応帯を示していると考えられる。図 5.23 と図 5.24 に CO と H_2 の分布を示す。両者は主に燃焼室後方のノズル入口付近に分布しているのが見て取れる。 CO は燃焼室後方の壁付近では特に大きい値を示す。

次に火炎面として量論比での混合分率の値 $\xi_{st} = 0.2$ での温度で色づけした等数値面を図 5.25 に示す。図 5.25 は燃焼室の外側から、火炎を可視化したものであり燃焼室後方に行くにつれ火炎に皺が増加し乱れて壁面から離れていく様子が見えている。ここで、図 5.26 に燃焼室の内側をヘッドエンドからノズル方向へ可視化した図と、Yuasa らによって同じ方向から撮られた燃焼室内の火炎の写真の写真を合わせて示す [51]。両者を比較すると、解析結果は写真に写っているような回転しながら細く引き伸ばされてノズルへと吸い込まれていく火炎の様子をよく表しており、現象を定性的にとらえられていると考えられる。

また、図 5.27 に等数値ボリュームを中心軸を通る断面で切った図を示す。この図はボリュームの表面が先の量論比での混合分率の値であり、内部がその値より大きい混合分率、すなわち燃料側を示す。さらに図 5.27 の前方、中程と後方を拡大した図を図 5.28 に示す。図 5.27 を見ると、インジェクタ直後からノズルにかけ、火炎面の乱れが増加しているのがわかる。図 5.28(a) より、インジェクタ直後では火炎面は壁面に張りついた状態となっており、所々に乱れの影響で螺旋状に突になっている部分が見える。図 5.27 と図 5.28(b) の燃焼室中程の状態を見ると、インジェクタ直後であったような螺旋状の盛り上がりは下流になるに従い増加してゆき、ほぼ全域において火炎面が乱れた状態になっている。また、その乱れた火炎面の突端から火炎の一部が分離しているのがわかる。図 5.28(c) の燃焼室後方を見ると、瞬時値で見ても火炎面は燃焼室壁面から大きく離れていることがわかる。また、火炎面はノズルスロートを過ぎても閉じることなく出口まで続いており、この図か

らも酸素が完全に反応しきれずに排出されていることがわかる。

5.4.2 平均場

非定常の結果を 1.8 ms の間、時間平均した物を平均場として示す。平均した時間は流れ場の平均速度で考えると燃焼室内の流体が 3 分の 1 程入れ替わる時間に相当する。また、平均的な旋回の周期の約 2 倍である。これらの見積りから時間平均に要した時間が不足していることが考えられるが、以下で示すデータは周方向の平均や断面内での平均といった空間平均も併用しているため、十分に時間をとった平均場が示す値と現象を覆すような深刻な差は生じないと考え考察を進める。

軸方向速度を y - z 断面で周方向に平均した分布を半径を横軸として図 5.29 に示す。図示した y - z 断面の位置は $x = 0.0$ m, $x = 0.1$ m, $x = 0.2$ m, $x = 0.3$ m, $x = 0.4$ m, $x = 0.5$ m, $x = 0.6$ m の 7 か所である。また、以降より半径方向を r と置く。同図より、 $x = 0.0$ m の位置において、速度分布は中心軸付近で正の値を持ち、 $r = 0.0025$ m から 0.01 m 付近にかけて負となり、壁に近づくにつれ再び正の値に戻っていることがわかる。負の領域はヘッドエンド側に向かう逆流域が存在していることを示し、化学種の質量分率のコンタで示したようなヘッドエンド付近での生成物はこの流れによって輸送されたと思われる(図 5.20, 図 5.21)。図の $x = 0.1$ m から $x = 0.5$ m の位置での分布をみると、これらの分布すべてに、軸方向速度が中心部での値から $r = 0.0025$ m から 0.05 m の領域で一度減少した後に増加し、 $r = 0.0175$ m 付近まで比較的フラットな分布を保ち、壁面に近づくにつれ減少する、という傾向がみられる。これらの分布は軸方向の流れが中心軸付近とその周囲の二つに分かれていることを示している。以後前者を中心流、後者を周囲流と呼称する。中心流は、図 5.14 の渦分布から考えると、軸上に存在する網状の大規模渦であり、周囲流は大規模渦の周りを公転している小スケール渦の集合流であることがわかる。両者の境界は後述する周方向速度分布の図を用いて示す。また、通常の管内旋回流の場合遠心力により運動量が外周に逃げてゆき軸方向速度は中心軸上で極小値をとるが、本件の場合中心流の下流でノズルにより大きな運動量が排気されているため遠心力による影響と釣り合った形となっていると考えられる。また、図のすべて位置手での分布をみると、中心流と周囲流の双方とも、ノズルに近づくにつれ軸方向速度を増しているが、燃焼室後方ではノズルの影響により中心流の軸方向速度が周囲流を凌駕している。

半径方向速度を y - z 断面で周方向に平均した分布を半径を横軸として図 5.30 に示す。断面の位置と数は軸方向速度の分布と同一である。図 5.30 のすべての断面を俯瞰すると、ほぼすべての位置で半径方向速度が負になっていることが見てとれる。すなわち、 $x = 0.0$ m から $x = 0.6$ m のいずれの領域でも壁面から中心軸へ向かう流れがあるといえる。また、 $x = 0.6$ m 位置では他の断面と比較し 5 倍以上の負の半径方向速度の値となっており、この付近から流れが中心軸付近に集約していることがわかる。

周方向速度を y - z 断面で周方向に平均した分布を半径を横軸として図 5.31 に添付する。断面の位置と数は軸方向速度の分布と同一である。図 5.31 を俯瞰すると、周方向速度分布は管内旋回流に特徴的な中心軸付近の剛体渦様分布と周囲の自由渦様分布というランキン渦様の構成をしていることがわかる。それぞれの断面での周方向速度の極大位置を図 5.29 の軸方向速度分布の同断面での極小位置と比較すると、周方向速度の極値が軸方

向速度の極値よりも外側にあることがわかる。中心軸上の大規模渦が中心流をなしていることを考えると、周囲流との境界は周方向速度の極値付近にあると結論付けらる。また、 $x = 0.1$ m から $x = 0.6$ m の領域において速度の極大値の位置が中心軸へシフトしつつ値が増大していることより、中心軸上の大規模渦が引き伸ばされ角運動量の保存により旋回が加速していることがわかる。この変化は $x = 0.5$ m から $x = 0.6$ m の領域において特に顕著なことからノズルによる影響であると考えられる。

温度を y - z 断面で周方向に平均した分布を半径を横軸として図 5.32 に添付する。断面の位置と数は軸方向速度の分布と同一である。図 5.32 より、 $x = 0.0$ m の断面では中心付近で 2000 K 程であった温度が、半径の中程付近から 300 K まで急激に降下しており、その後壁面近傍で再び 2500 K まで上昇に転じていることがわかる。酸素の質量分率コンタ図 5.18 から、この温度低下は低温の酸化剤が流入しているために生じ、壁面近傍での再びの温度上昇はそこに火炎が生じているためであると考えられる。 $x = 0.1$ m から $x = 0.5$ m までの 5 つの断面での温度分布は、中心軸で最も高温になりそこから半径の 4 分の 3 付近までなだらかに低下し以降は壁面に近づくにつれ急激に低下する、といったおおむね同じような温度境界層と呼ぶことのできる形状をしている。また $x = 0.6$ m での断面では、境界層状の分布とは異なり中心軸から壁面へ向かいなだらかに低下している。中心軸近傍の温度はノズルに近づくにつれ 2000 K から 3500 K へと徐々に上昇しており、壁面上の温度は $x = 0.0$ m から $x = 0.1$ m の間に 1200 K から 800 K まで 400 K 程下降し、その後再び上昇に転じ $x = 0.6$ m では 1200 K まで上昇している。

圧力を y - z 断面で周方向に平均した分布を半径を横軸として図 5.33 に添付する。断面の位置と数は軸方向速度の分布と同一である。図より $r = 0.005$ m 以上の領域ではどの断面でも半径方向分布の形状や値にほとんど差がないことから圧力はほとんど変化していないことがわかる。また、 $r = 0.005$ m 以下の中心軸付近の領域では外側の領域よりも半径方向の変化が大きく出ており、中心付近の剛体渦による影響が考えられる。また、低圧側のピークは中心軸にあり、さらにその値はノズルに近づくにつれ低くなっていることがわかる。これはノズルの吸い込みによる圧力低下と、剛体渦の回転半径が縮小したことによる圧力低下の二つの要因が重なったものであると考えられる。中心軸上と壁面上の圧力の周方向平均とそれらの圧力比を図 5.34 に示す。圧力比は壁面上圧力を中心軸上圧力で除して求めた。壁面上での圧力はノズルに近づくに従いごくわずかに低下しているのみであるが、中心軸での圧力は $x = 0.4$ m 付近から低下が始まっている。両者の比は $x = 0.0$ 付近から $x = 0.05$ 付近にかけて低下したのち、 $x = 0.4$ m より前方において壁面圧力が軸圧力より概ね 1.1 倍高い一定の値を示している。また $x = 0.6$ では圧力差は 1.25 倍に上昇している。

固体燃料表面における熱収支を考え、定常状態の計算結果から Funami が用いた手法をもとに燃料後退速度を求める [52]。原点が燃料表面に固定され燃料内部が負となる座標軸 y を設定し、燃料表面での熱収支を考えると以下ようになる。

$$\kappa_s \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=-0} = \kappa_g \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=+0} - \rho_s \dot{r} h_\nu \quad (5.3)$$

ここで、 T は温度、 κ_s は固体燃料の熱伝導率、 κ_g は混合ガスの熱伝導率、 ρ_s は固体燃料の密度、 h_ν は固体燃料の気化エネルギー、 \dot{r} は燃料後退速度を示し、 $y = -0$ が固体燃料側、 $y = +0$ が混合ガス側である。また、燃料表面に固定された座標系における固体燃料の熱伝導方程式は

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \dot{r} \frac{\partial T}{\partial y} - \alpha_s \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (5.4)$$

であり、定常時における解析解

$$T(y) = T_a + (T_s - T_a) \exp\left(\frac{\dot{r}}{\alpha_s} y\right) \quad (5.5)$$

を持つ。ここで、 T_a は固体燃料の初期温度、 α_s は固体燃料の熱拡散係数である。式 (5.5) を y で微分し、 $y = -0$ とすると固体燃料側での表面の温度勾配は

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=-0} = (T_s - T_a) \frac{\dot{r}}{\alpha_s} \quad (5.6)$$

となる。この式 (5.6) と式 (5.3) より、燃料後退速度 \dot{r} は

$$\dot{r} = \frac{\kappa_g \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=+0}}{\kappa(T_s - T_a) \frac{1}{\alpha_s} + \rho_s h_\nu} \quad (5.7)$$

と表され、混合ガス側の固体燃料表面の温度勾配は数値計算の結果より得られる。上記の様に算出した燃料後退速度を周方向に平均化した値を、燃料グレインの先端からの距離を横軸として図 5.35 に示す。また、この燃料後退速度の計算に用いた混合ガスから燃料への熱流束も図 5.36 に示す。

図 5.35 は図 5.36 を定数倍したものであるため両者は同一の形状をとる。図 5.35 をみると燃料の前縁部を除き燃料後退速度は図 5.6 の実験結果の値とよい一致をみせている。もともと実験により算出した燃料後退速度は瞬時値でなく一定時間ごとの平均値であり、さらに燃料グレイン形状も変化する状態での値である。本研究では燃料グレインの変形は考慮していないため、その効果を評価することができずに実験値のような分布を得られる保証はそもそもない。しかしながら図 5.36 は燃料グレイン前縁部で極めて高い熱流束の値を示しており実現象においても燃料グレインは前縁部分から急激に焼損していくことが予想できる。その結果図 5.6 に示すような前縁部での高い後退速度が計測されたものと考えられる。

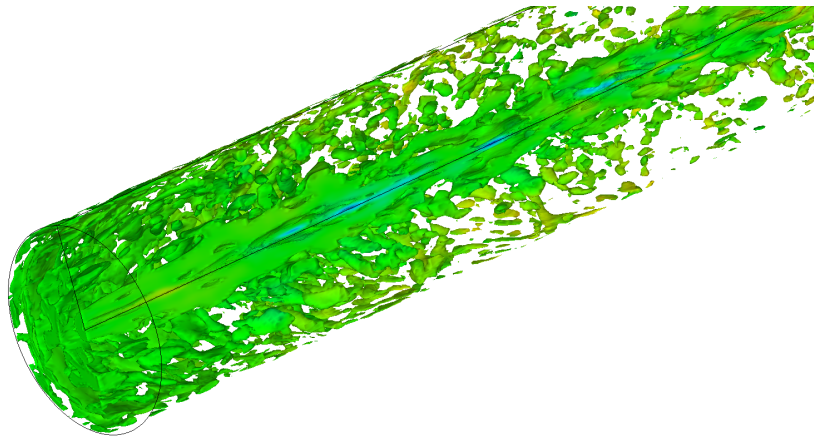
以下で定義される y - z 断面でのスワール数 SW の軸方向分布を図 5.37 に示す。

$$SW = \frac{MV_\theta}{r_0 MV_x} = \frac{\int_0^{r_0} r \rho 2\pi r |V_x| V_\theta dr}{r_0 \int_0^R \rho 2\pi r |V_x| V_x dr} \quad (5.8)$$

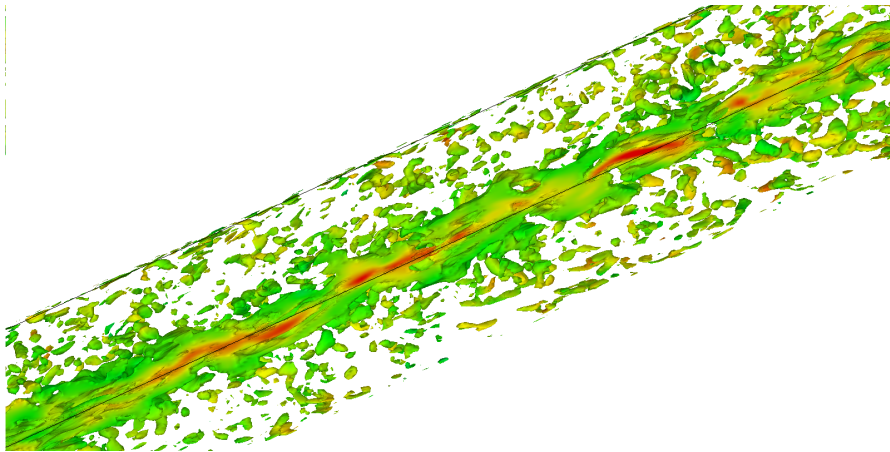
ここで、 r_0 は燃焼室の半径、 r は半径、 V_x は軸方向速度、 V_θ は周方向速度であり、 y - z 断面を通過する角運動流束 MV_θ の運動量流束 MV_x に対する比率を示している。また、 y - z 断面で平均化した角運動流束と単位を合わせるため運動量流束に燃焼室の半径を乗じた値

を図 5.38 に同時に示す。図 5.37 をみると、スワール数はインジェクタ直下で卓越した値を持っており、 $x = 0.0$ m までに急激にその値を減少させていることがわかる。これはインジェクタ近傍では軸方向の流れに対し周方向の流れが卓越しているためである。 $x = 0.0$ m での極値は燃料の流入がその位置から開始されたことにより酸化剤の流路が狭まり回転方向の運動量が増加し軸方向の運動量が減少したためであると考えられることができる。 $x = 0.0$ m 以降、スワール数は減少して行くが、図 5.38 をみると回転方向の運動が減少したためではなく軸方向の運動が増加したためであると結論付けられる。

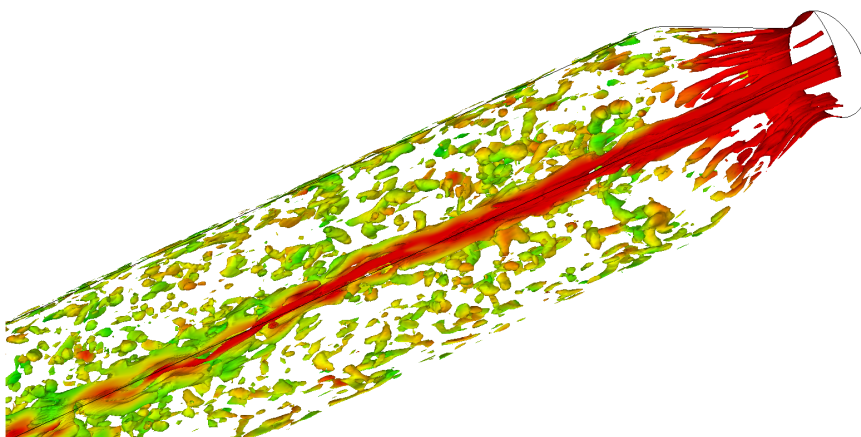
y - z 断面内で平均化した火炎高さを横軸を燃料グレインの先端からの距離として図 5.39 に示す。非定常での結果と同様に、混合分率の値が量論比での $\xi_{st} = 0.2$ となる位置を火炎の位置と定義し、その位置と壁からの距離を火炎の高さとして断面内で平均化した。また、図 5.40 に Saito らによる火炎の高さを実験により測定し図示したものを示す [53]。実験で使われた燃料はポリプロピレンで燃焼室の直径は 40 mm、軸方向長さは 200 mm、当量比が 1.62 と本研究と同様に燃料過濃である。図 5.39 より火炎の高さは燃料グレイン前縁部で 1 mm 程と極めて低いが、 $x = 0.4$ m 付近 (燃焼室の後方 3 分の 1) で急激に増加していることがわかる。図 5.40 の実験結果を見ても燃焼室後方およそ 3 分の 1 以降で火炎の高さは増加しており、燃焼室長さなどの条件は異なるが解析結果を補強するものと考えられる。本研究では燃焼はすべて拡散火炎を形成すると仮定しているのでグラフの線より下方は燃料成分が支配的な領域であると考えられ、また当量比が 1 以上の燃料 Rich な状態を想定している。したがって燃焼室後方で酸素と反応しきれていない燃料成分が滞留しこの様な火炎高さの分布になったと推測される。このことは図 5.24 に示す化学種 H_2 の瞬時値の質量分率コンタにおいてちょうど $x = 0.4$ m 付近から H_2 の濃度が増加していることから見て取れる。混合分率の分布を示した図より、燃料成分は後方の壁面から供給されるだけでなく、小スケールの渦により前方から輸送されていることがわかる。



(a) 前方

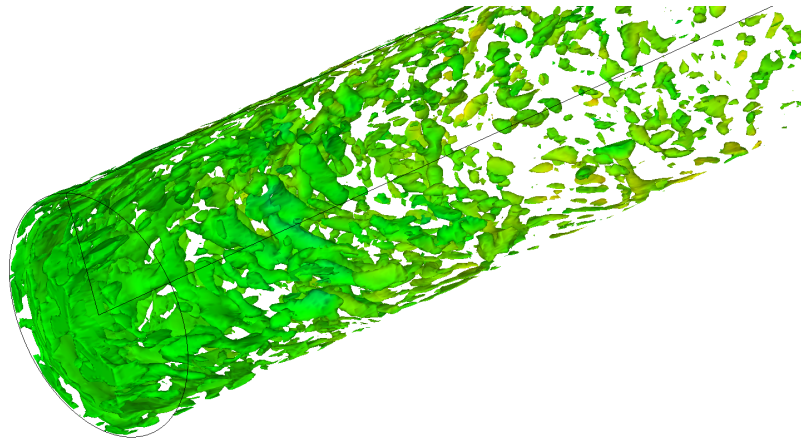


(b) 中間

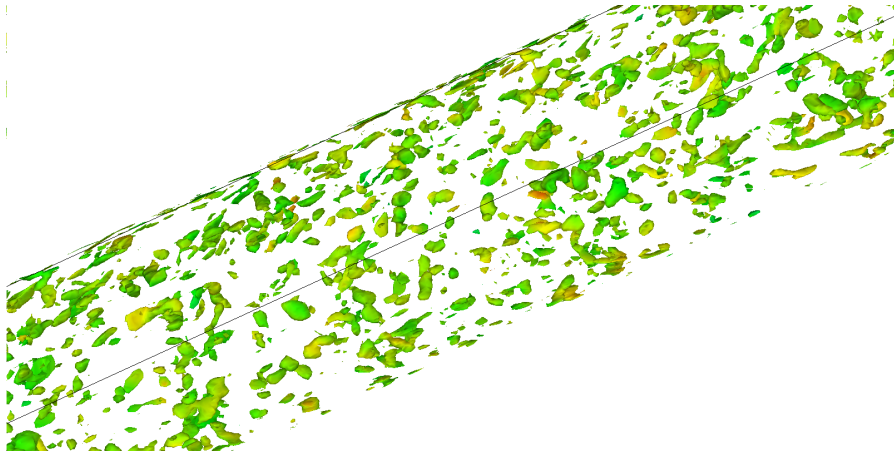


(c) 後方

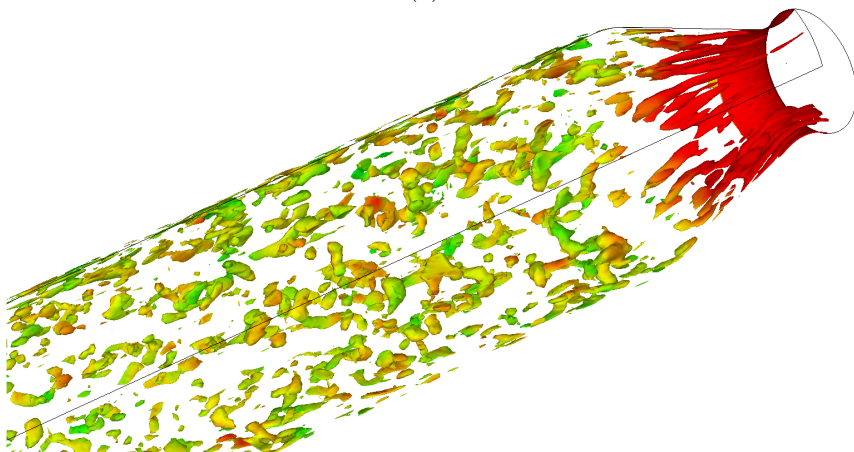
図 5.16: 渦構造 (拡大)



(a) 前方



(b) 中間



(c) 後方

図 5.17: 周囲の渦構造 (拡大)

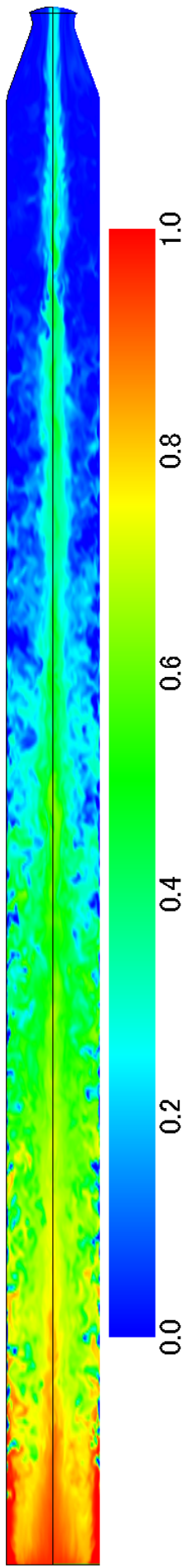


図 5.18: O₂ の質量分率コンタ

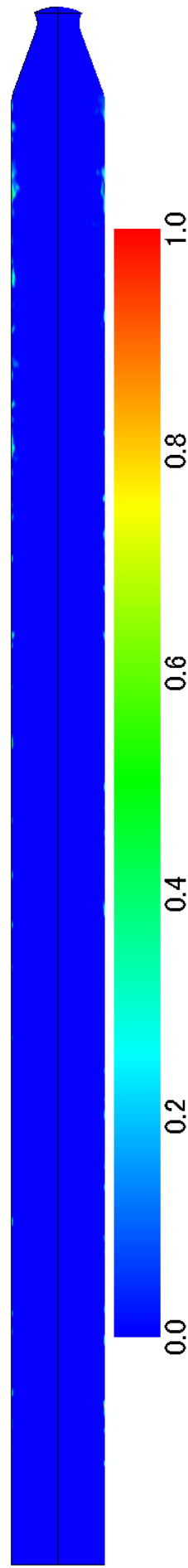


図 5.19: CH₄ の質量分率コンタ

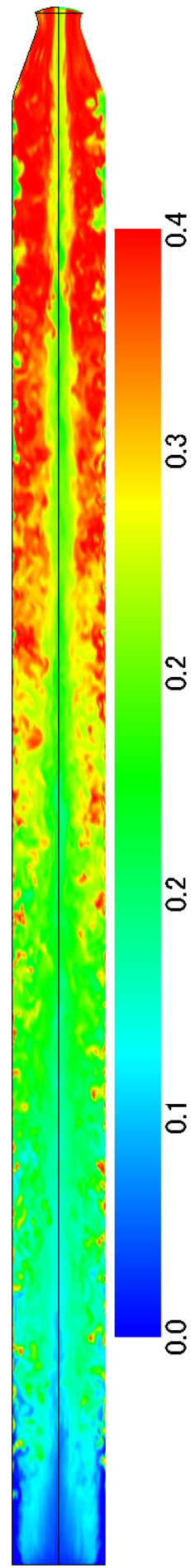


図 5.20: H₂O の質量分率コンタ

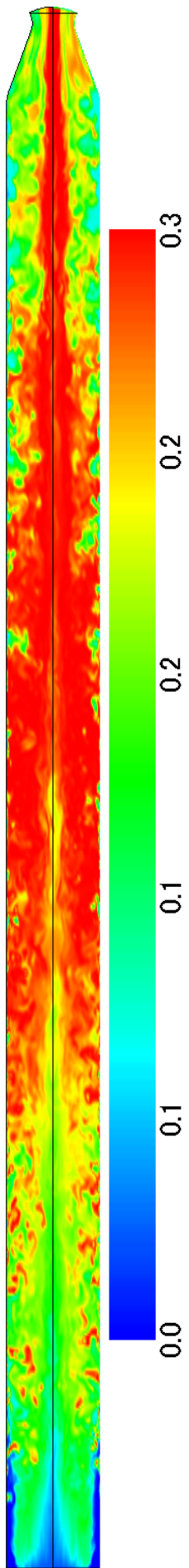


図 5.21: CO₂ の質量分率コンタ

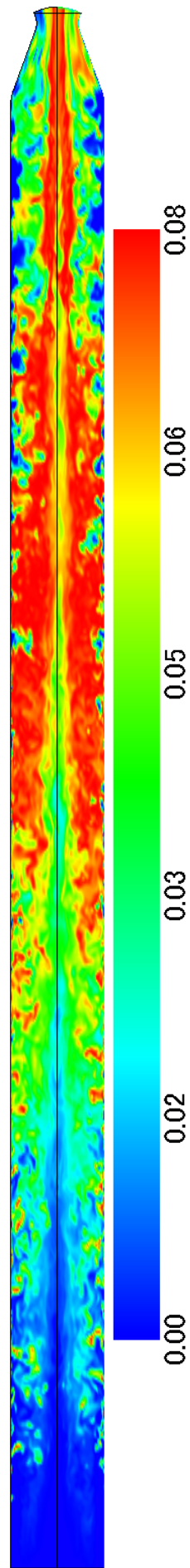


図 5.22: OH の質量分率コンタ

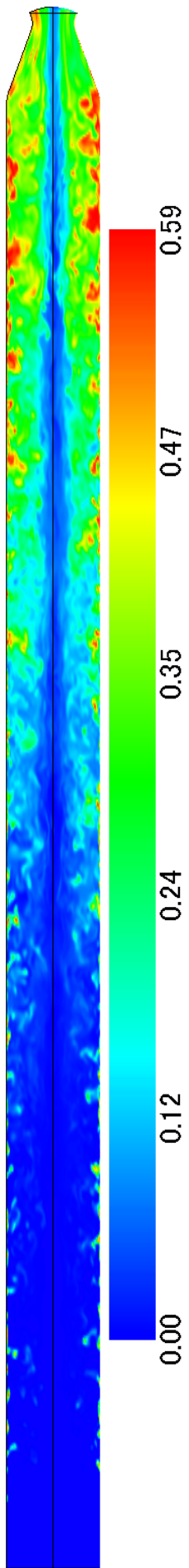


図 5.23: CO の質量分率コンタ

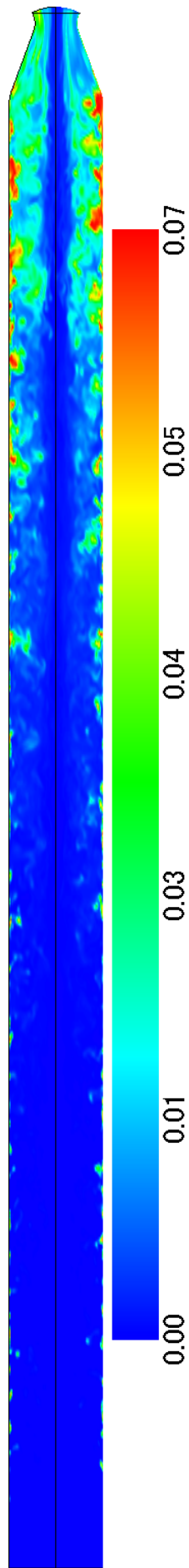


図 5.24: H₂ の質量分率コンタ

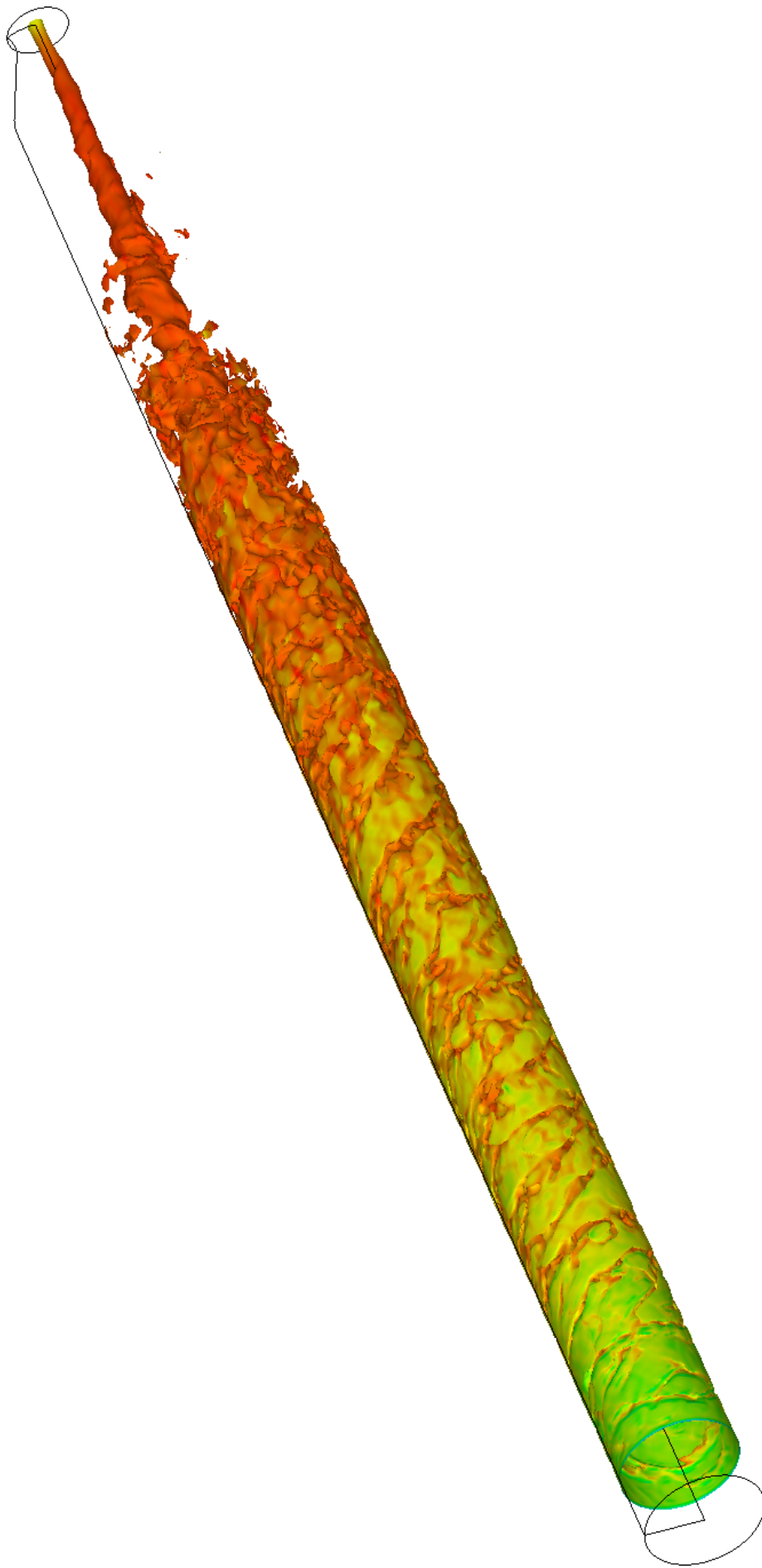
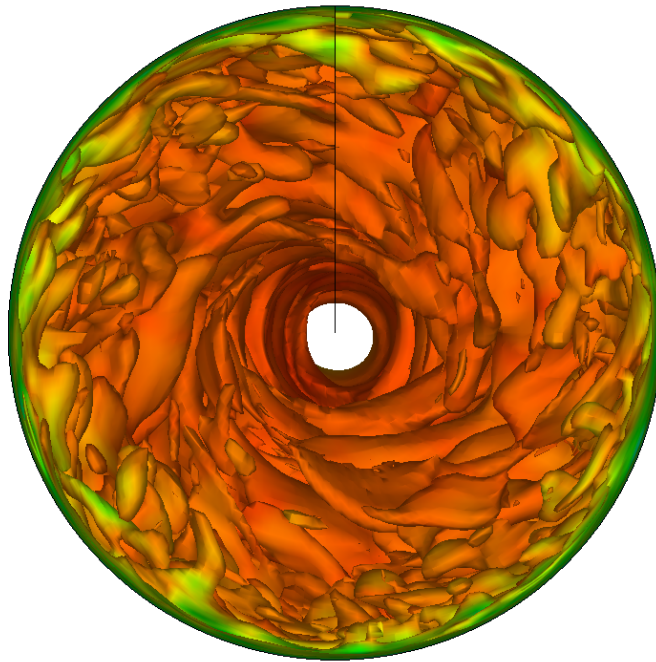
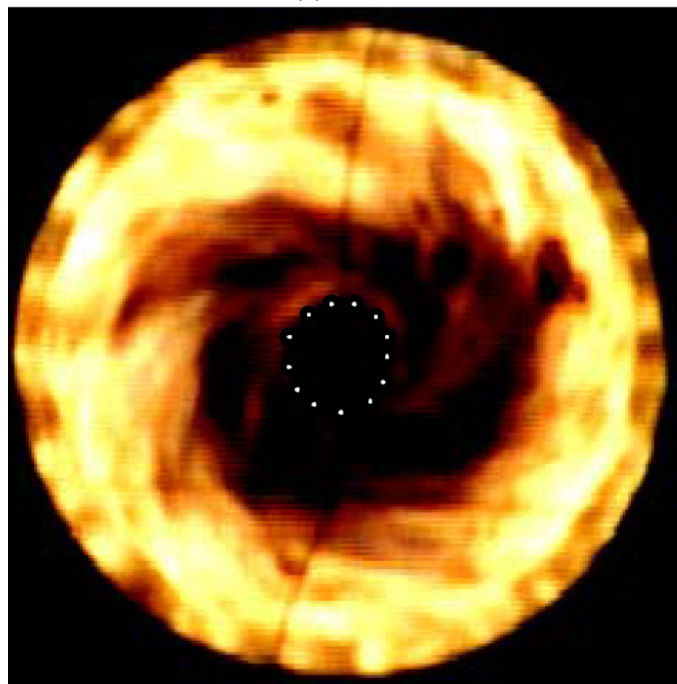


图 5.25: 火炎面 (俯瞰图)



(a) 火炎面



(b) 火炎の写真

図 5.26: 計算による火炎の可視化と実験で撮られた火炎の写真

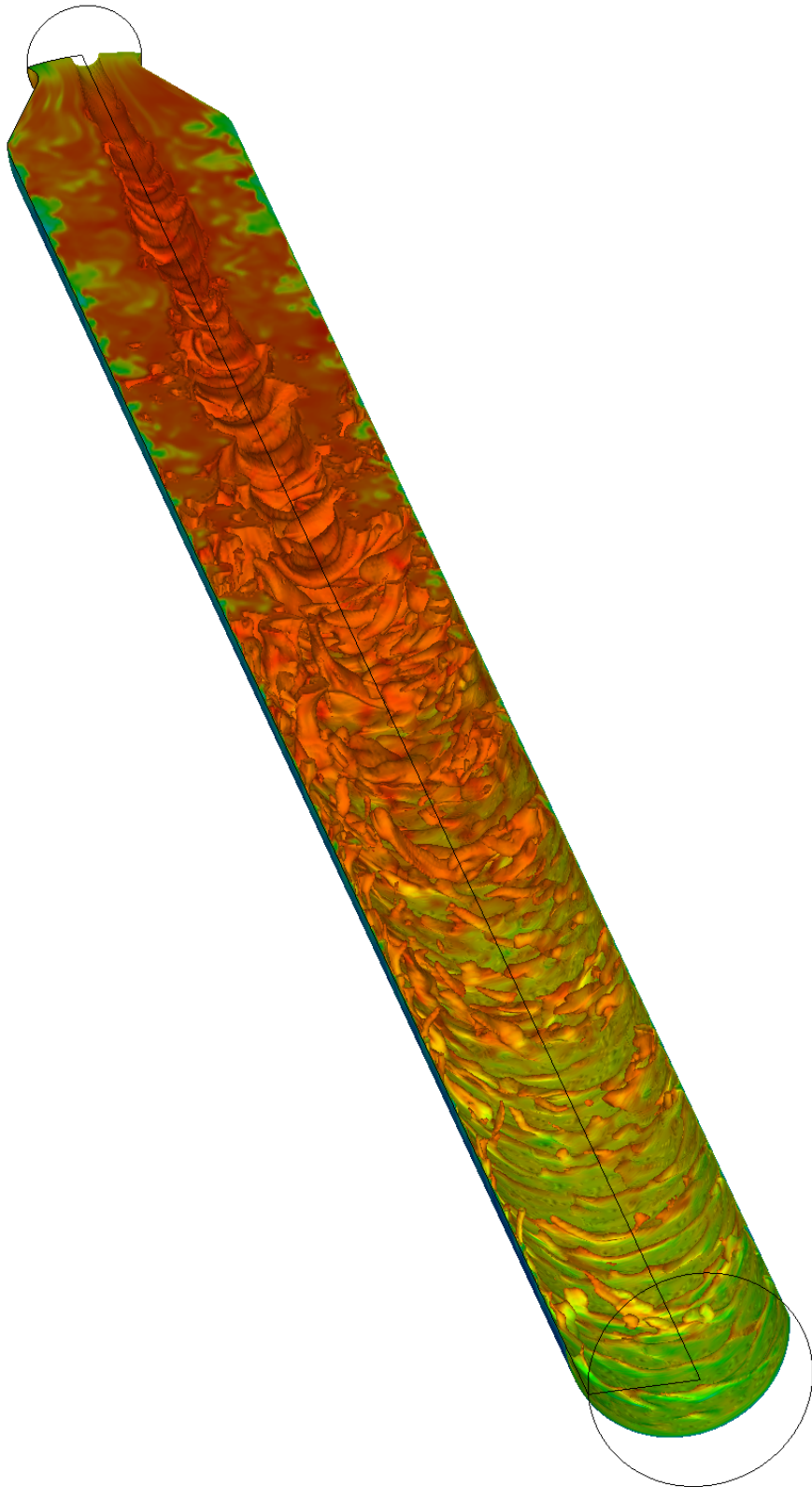
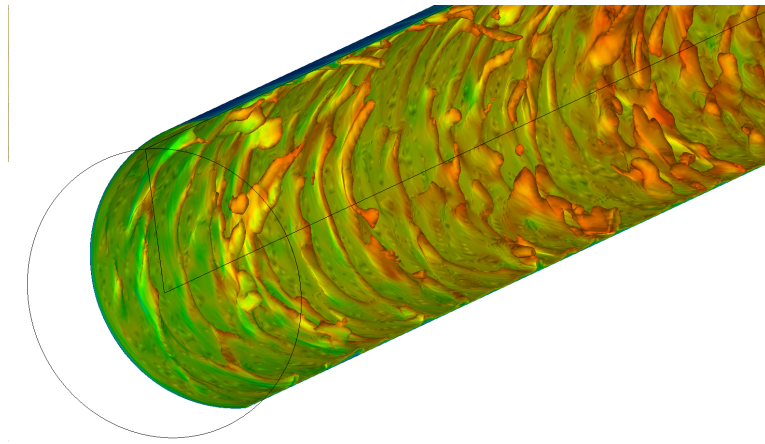
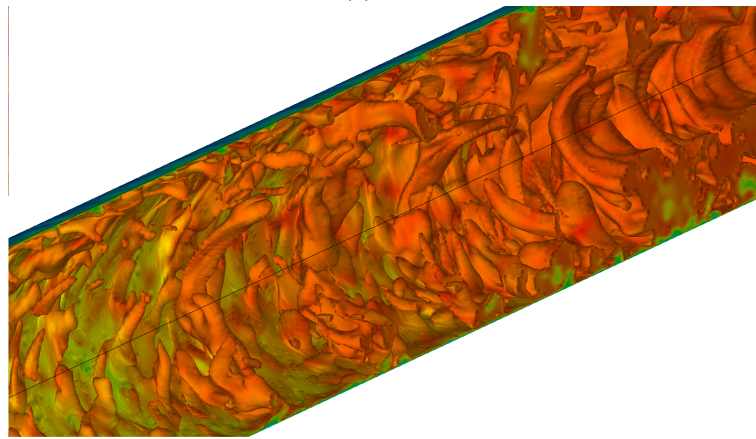


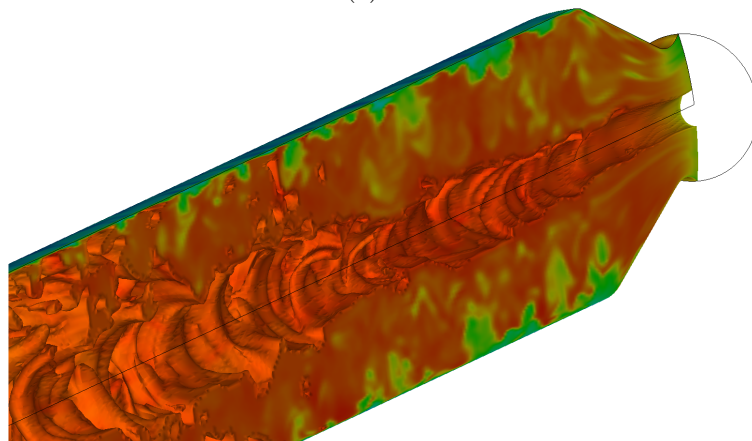
図 5.27: 火炎等数値ポリユーム



(a) 前方

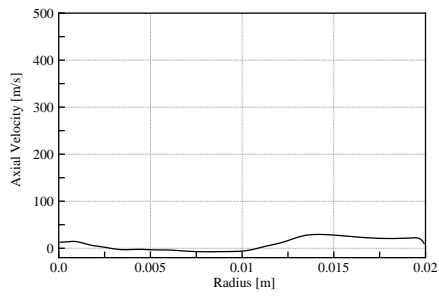


(b) 中程

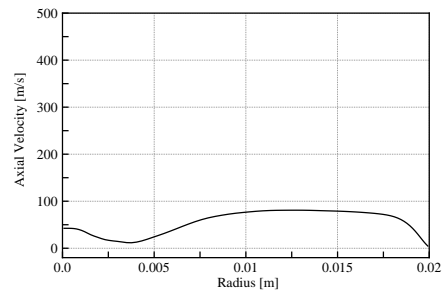


(c) 後方

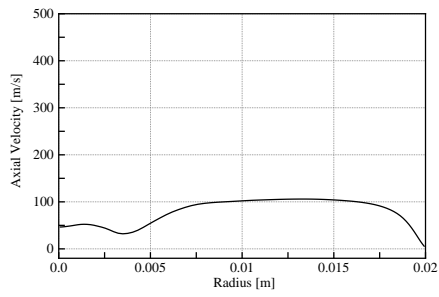
図 5.28: 火炎等数値ボリューム (拡大)



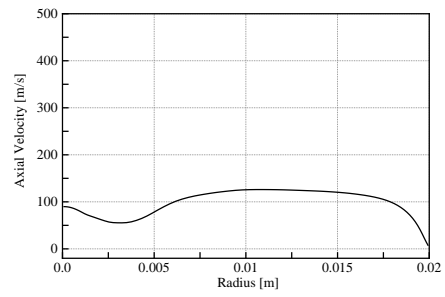
(a) $x = 0.0$



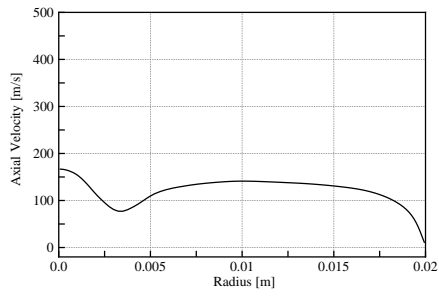
(b) $x = 0.1$



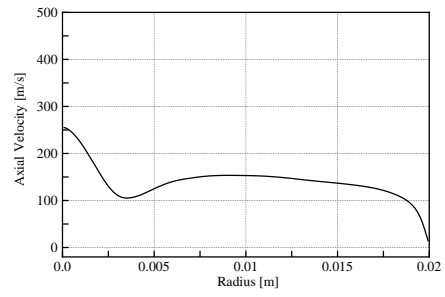
(c) $x = 0.2$



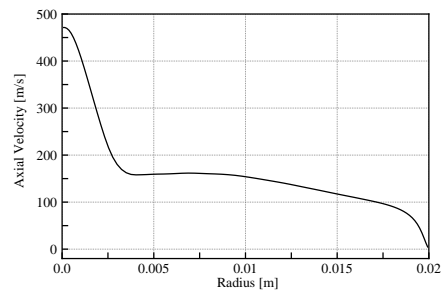
(d) $x = 0.3$



(e) $x = 0.4$

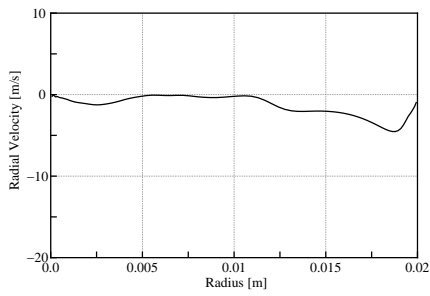


(f) $x = 0.5$

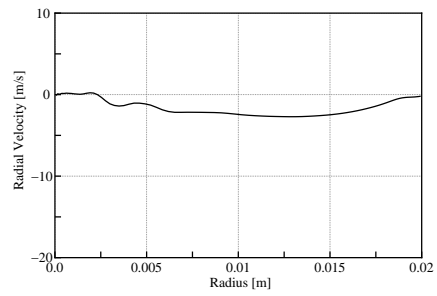


(g) $x = 0.6$

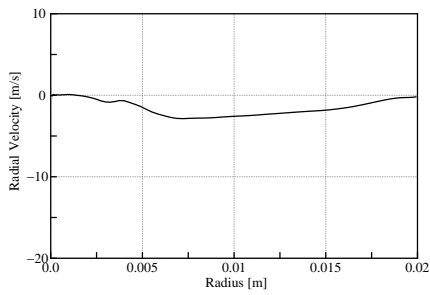
図 5.29: 周方向平均軸方向速度の断面分布



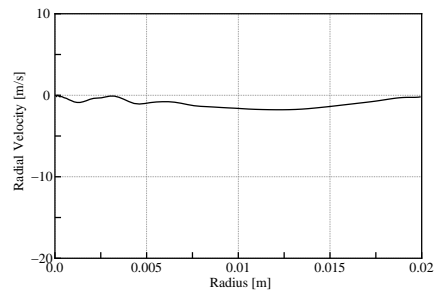
(a) $x = 0.0$



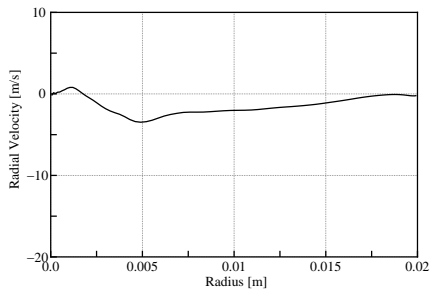
(b) $x = 0.1$



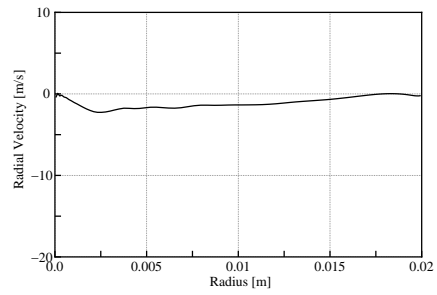
(c) $x = 0.2$



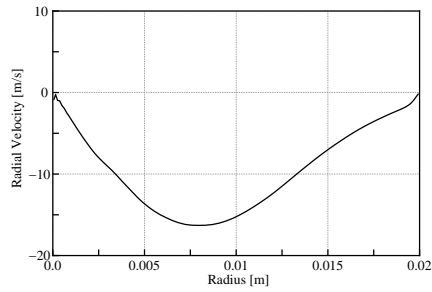
(d) $x = 0.3$



(e) $x = 0.4$

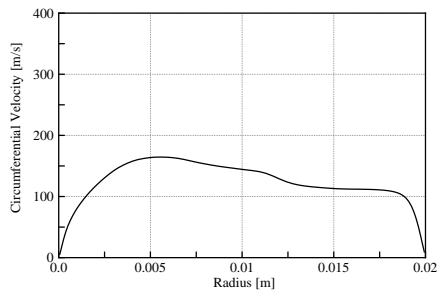


(f) $x = 0.5$

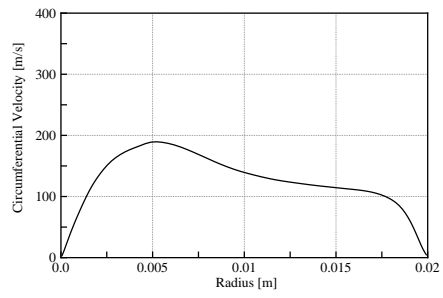


(g) $x = 0.6$

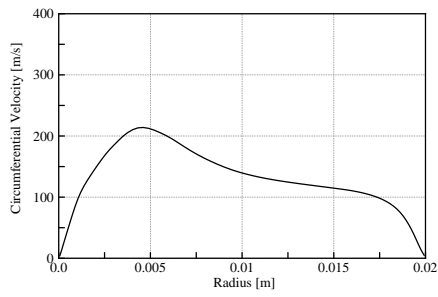
図 5.30: 周方向平均半径方向速度の断面分布



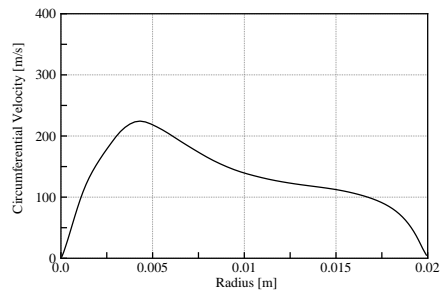
(a) $x = 0.0$



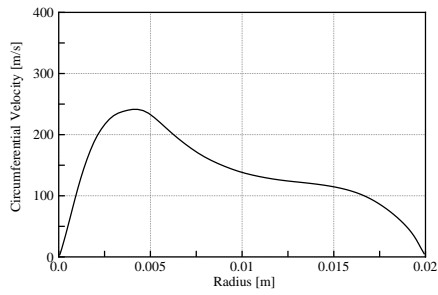
(b) $x = 0.1$



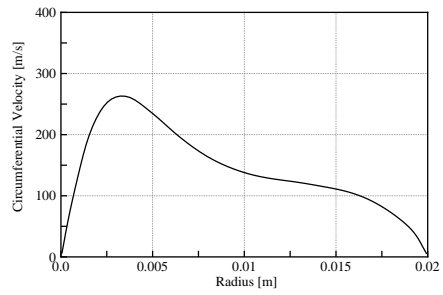
(c) $x = 0.2$



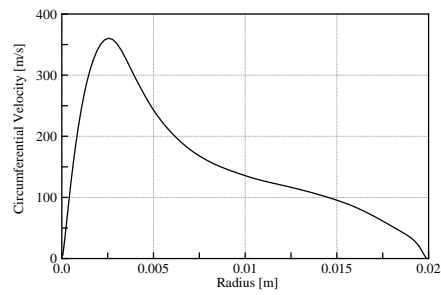
(d) $x = 0.30$



(e) $x = 0.4$

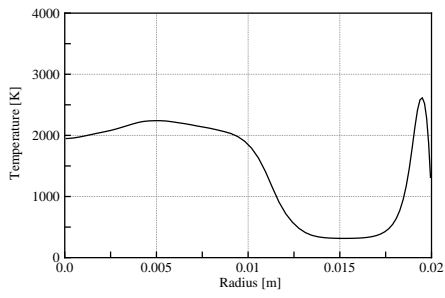


(f) $x = 0.5$

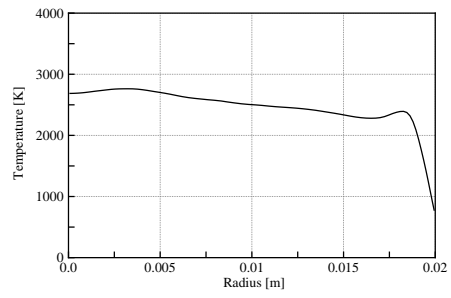


(g) $x = 0.6$

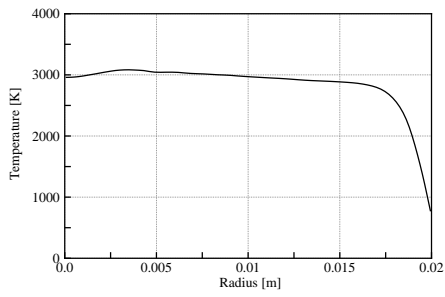
図 5.31: 周方向平均周方向速度の断面分布



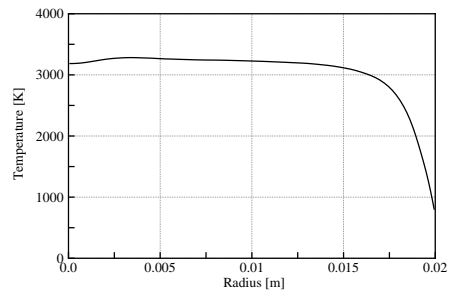
(a) $x = 0.0$



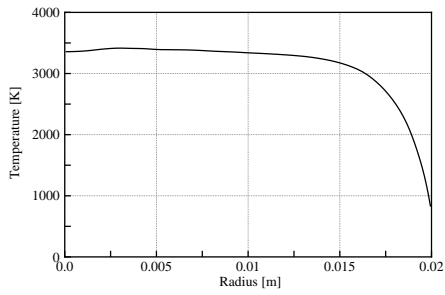
(b) $x = 0.1$



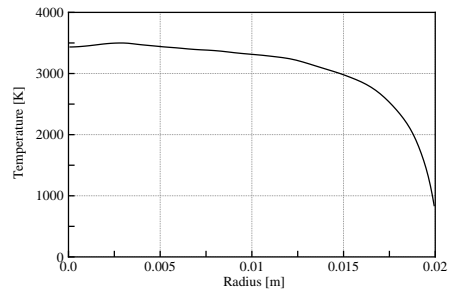
(c) $x = 0.2$



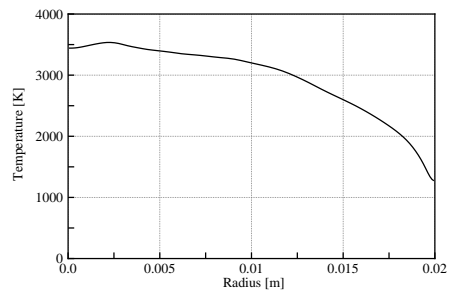
(d) $x = 0.3$



(e) $x = 0.4$

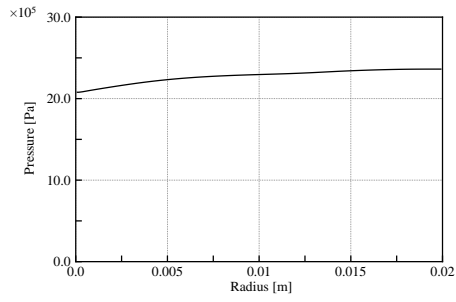


(f) $x = 0.5$

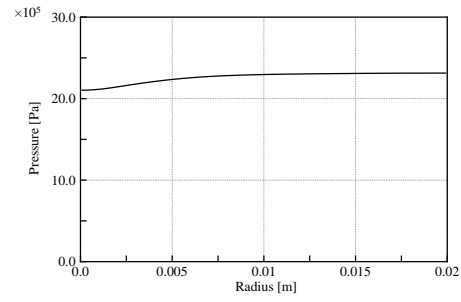


(g) $x = 0.6$

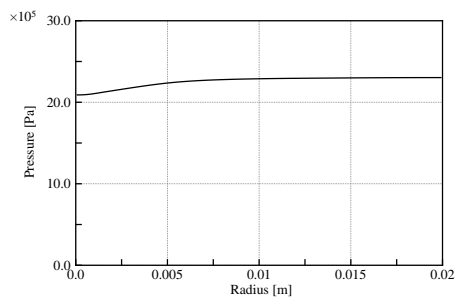
図 5.32: 周方向平均温度の断面分布



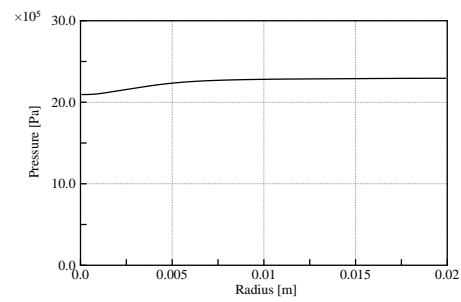
(a) $x = 0.0$



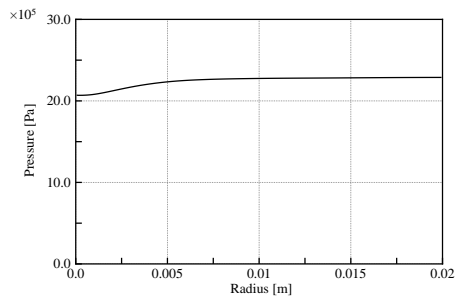
(b) $x = 0.1$



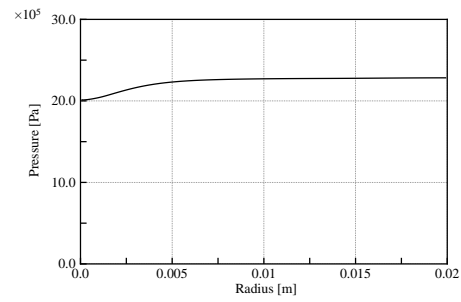
(c) $x = 0.2$



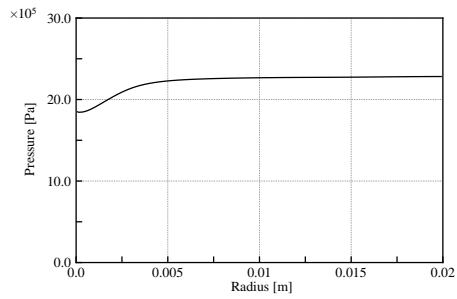
(d) $x = 0.3$



(e) $x = 0.4$



(f) $x = 0.50$



(g) $x = 0.6$

図 5.33: 周方向平均圧力の断面分布

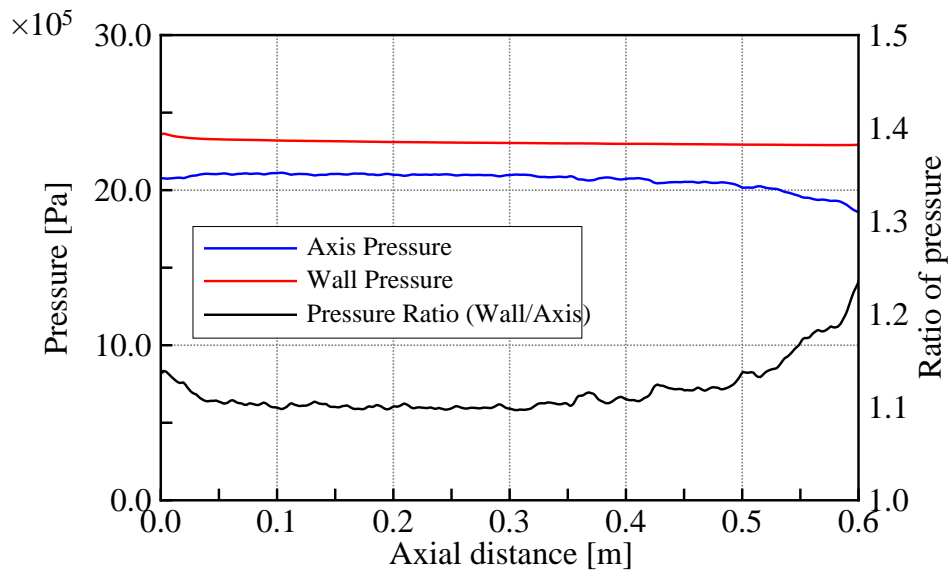


図 5.34: 中心軸上と壁面上の周方向平均圧力とそれらの比

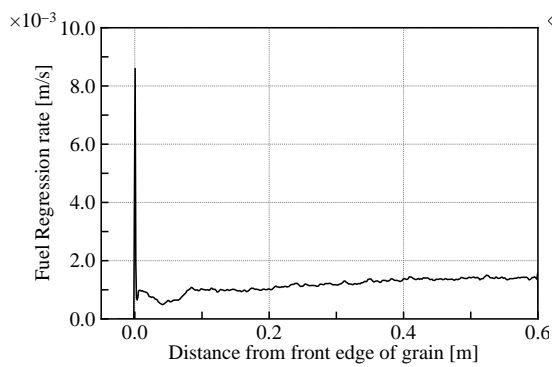


図 5.35: 燃料後退速度分布

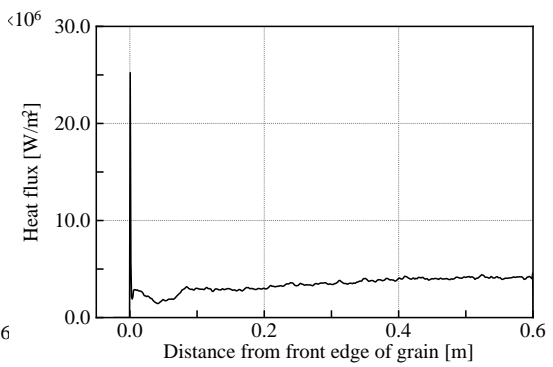


図 5.36: 固体燃料への熱流束分布

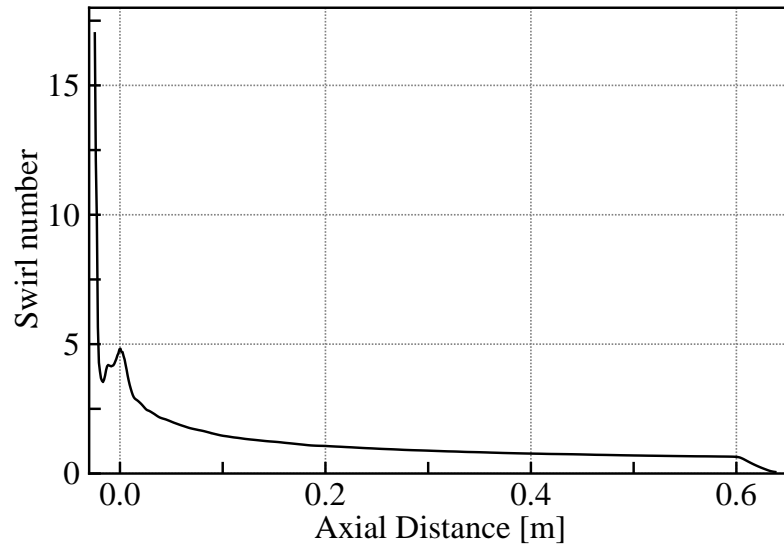


図 5.37: 断面スワール数分布

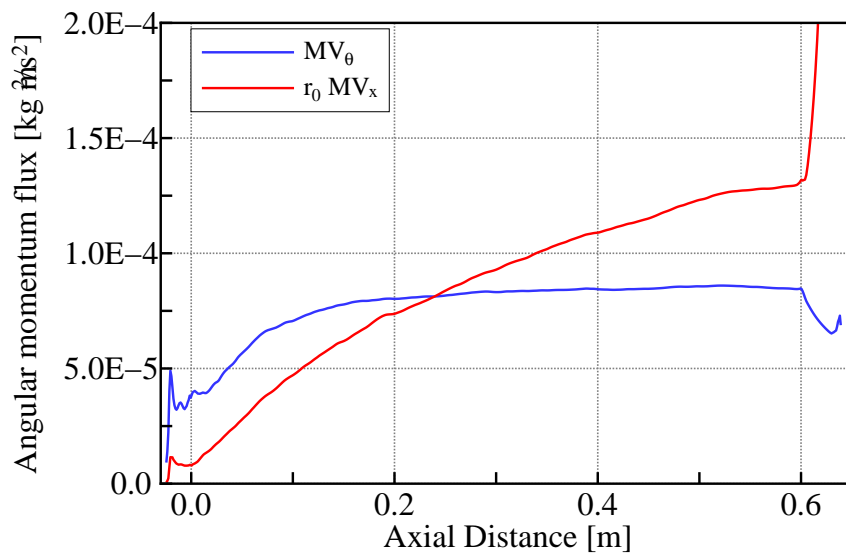


図 5.38: 断面平均角運動流束分布

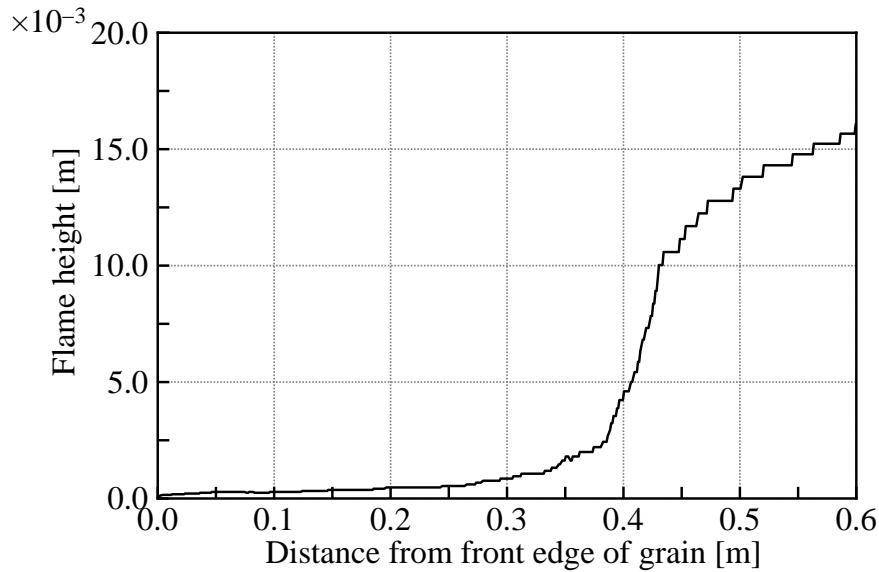
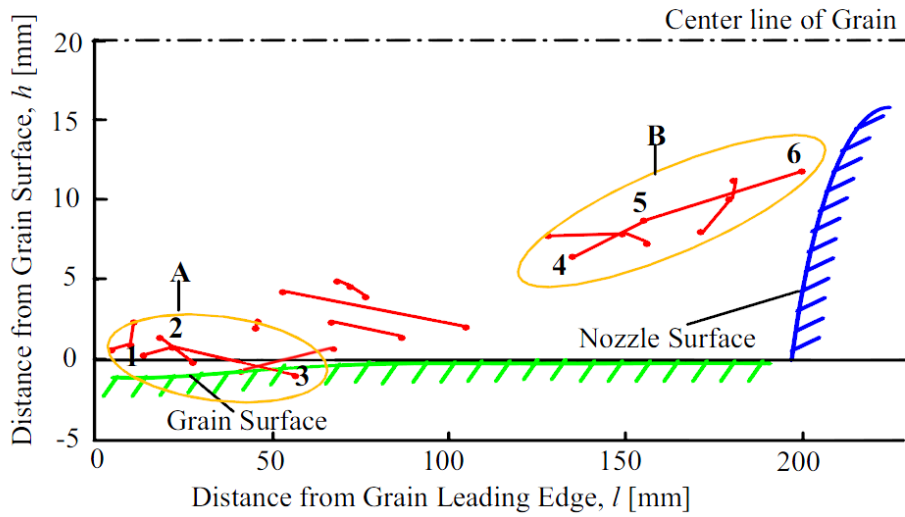


図 5.39: 断面平均火炎高さ分布

y-z 断面内で平均化した酸化剤である酸素の質量流束を中心軸に沿って図 5.41 に示す。図より燃料グレインの終端である $x = 0.6 \text{ m}$ を過ぎても酸素は $2.5 \times 10^{-2} \text{ kg/s}$ 程残存しており、これは投入量 200 kg/s の 12.5%にあたる。この酸素の由来として投入された酸化剤の酸素と生成物が熱分解を生じた際に発生する酸素の二通りが考えられる。Flamelet アプローチの原理上この二つは区別できない。しかし、燃焼室内の C^* を算出し、NASA CEA[54] による平衡計算と比較すれば燃焼状態が把握できる。これによりもし酸化剤由来の酸素が 1 割強と多量に直接排気されていれば C^* は理論よりも顕著に低い値になり、逆に生成物由来の酸素であれば C^* は平衡計算の値と大きな違いは生じないと考えられる。よって、解析結果の C^* を式 (5.9) にて求めそれを解析と同様の酸化剤燃料質量比 O/F における CEA の結果と比較すればノズルから廃棄されている酸素の由来がなんであるか大まかに判断できる。

$$C^* = \frac{\dot{m} p_c}{A_t} \quad (5.9)$$

ここで、 p_c は燃焼ガスの総圧、 \dot{m} は排気流量、 A_t はスロート面積である。図 5.42 に NASA CEA で求めた O/F に対する C^* の分布と解析結果から算出した値を示す。図より両者はほとんど一致しており、解析結果はほぼ理想的な燃焼状態を示しているといえる。したがって、ノズルから排気されている酸素はそのほとんどが燃焼生成物の熱分解に由来すると考えられる。



Goave=15.7[kg/(m²·s)], $P_c=1.05$ [MPa], $\varphi=1.62$, $t_b=4.99$ [s], Exposure time:1/10000[s]

図 5.40: 測定による火炎高さ分布 [53]

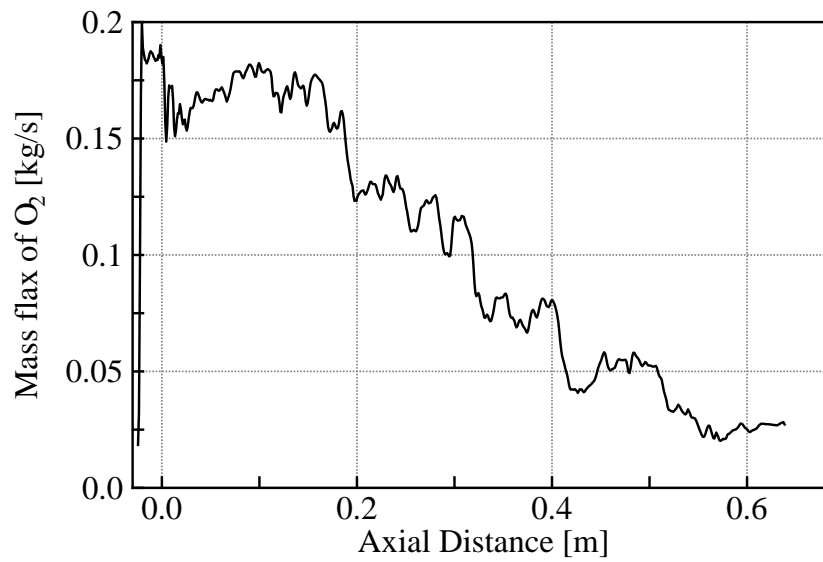


図 5.41: 断面平均酸素流量

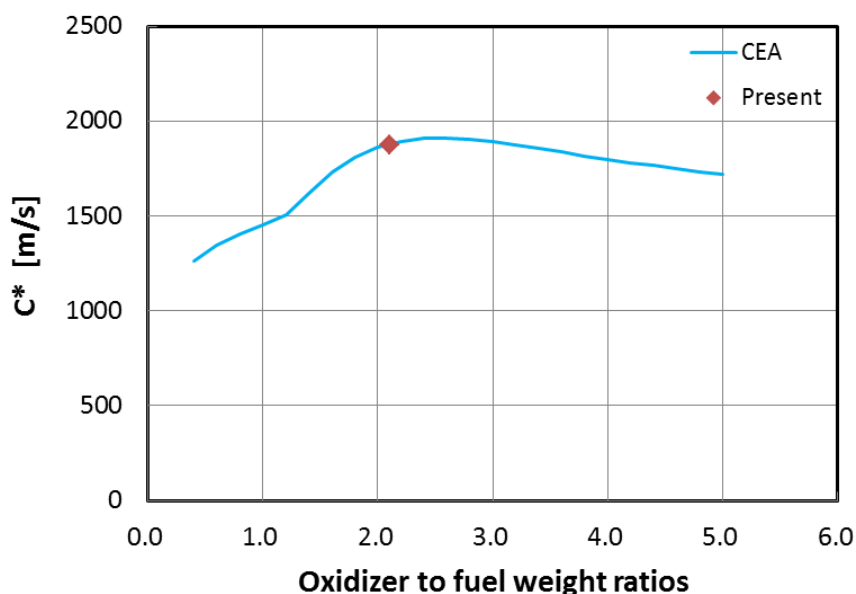


図 5.42: CEA による O/F に対する C^* 分布と解析での C^*

5.5 本章の結論

実際の酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの燃焼室内で生ずる物理現象を簡略化した、壁面から予め定まった一定量の燃料が湧き出し拡散火炎を形成する模擬燃焼室に対する数値流体解析を LES と Flamelet アプローチを用いて行い燃焼室内の現象に対し以下の知見を得た。

- 燃焼室内の渦構造を可視化し中心軸上に網上の渦構造が前方から後方に亘り存在し、小スケールの渦が網上の渦の周囲に存在することがわかった。平均場の各方向の速度分布より、この形態がランキン渦様の周方向速度分布を有していることがわかった。
- 平均場の軸方向速度分布より、軸方向速度は中心軸上の狭い範囲でピークを持つこととインジェクタ近傍で前方に流れる逆流領域が生じていることがわかった。また瞬時場の酸素の質量分率コンタから、酸素が逆流領域を通じ中心軸上の渦内へ輸送され、燃焼室後半では中心付近で反応が生じることがわかった。
- 平均場の温度分布より、温度が後方に行くにつれ上昇すること、燃料グレインの前縁部で局所的に大きな温度勾配を持つことを確認した。このため、燃料グレイン前縁での熱流束が極端に増大し燃料後退速度も合わせて増大することがわかった。
- 平均場の圧力分布より、圧力は中心軸付近を除き半径方向と軸方向共にほとんど変化しないことがわかった。中心軸と燃料グレイン壁面の圧力差はノズル付近を除き概ね 1.1 倍程度であり、ノズル付近で最も高くなっても 1.25 倍程度であった。

- 平均場での火炎高さの軸方向分布や瞬時場での火炎形状の可視化結果から、高さが低く燃料グレイン近傍にあった火炎が燃焼室中盤から急激にその高さを増したことを確認した。これは実験による計測によりみられた傾向と同一である。また、混合分率と水素の瞬時場の質量分率コンタより、火炎高さが急激に増加した位置より後方には燃料成分が滞留していることを確認した。この燃料成分は燃焼室上流から乱流渦により輸送されたものである。
- 平均場のスワール数の分布と角運動量流束の分布より、燃焼室前方では回転方向の流れが支配的であるが後方へ移るに従い軸方向の流れが支配的になることを確認した。ただし、回転方向の流れは変化せず軸方向の流れが強まった結果であることがわかった。

第6章 結論

6.1 研究の総括と得られた成果

研究の初めに、燃焼をともなわない旋回乱流に対する適切な数値解析手法を求めべく、多重時間スケールレイノルズ平均乱流モデルによる直円管内旋回乱流に対する解析を行いその結果と実験結果を比較し、2例の先行研究による旋回乱流に対するLESによる解析結果を検討した。続いて、燃焼をともなう旋回乱流であるシドニー大による旋回バーナに対する高次精度補間法を用いた陰的LESとFlameletアプローチによる数値解析を行いこの手法の性能を評価した。最後に、実現象から燃料への熱伝達や燃料面の後退等を考慮に入れずに、酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの燃焼室を模した解析対象に対する数値流体解析を実施し解析結果を考察した。本研究による以上の取り組みにより、次のことが明らかとなった。

- 多重時間スケールレイノルズ平均モデルは発生する平均流の速度勾配が小さい旋回乱流に対して、標準的な同種の渦粘性モデルと比較して顕著にその流れの特徴を再現するが、発生する速度勾配の大きい旋回乱流に対しては標準的なモデルによる解析結果よりわずかに良好な結果を示すがその流れの特徴を再現することが出来ないことが明らかとなった。
- 高次精度補間法を用いた陰的LESとFlameletアプローチを用いた解析が燃焼旋回乱流に対する定性的評価に高い性能を有し、定量的評価にも十分用いることが出来ることが明らかとなった。
- 性能を向上させた燃焼室の設計をするために有用なツールとなる、酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットの燃焼室内の流れ場や火炎構造、化学種分布などの状態を詳細に把握できるコードを開発した。
- 実験における測定結果でも確認されている燃焼室中ごろにおいて火炎の壁面からの高さが急激に増加する現象は、乱流によって燃焼室前方部から巻き上げられた燃料が小スケールの渦に取り込まれて後方に輸送され壁面上に蓄積することによって生じたためであることが明らかとなった。
- 実験で得られている燃料グレイン先端部での後退速度の局所的な増大は、グレイン最前縁部で局所的にグレインへの熱流束が増大し、燃料が局所的に大きく焼損する部位が軸方向へ移動していくことにより生じる可能性があることを明らかにした。

- 燃焼室中心軸上に剛体渦的な平均周方向速度を有する網状の渦の存在を確認し、酸化剤が取り込まれて燃焼室後方まで輸送されることが明らかとなった。

6.2 結論

酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットを模擬した燃焼室に対する燃焼を伴い旋回乱流に適切な配慮を施した数値流体解析を行うことにより、これまで実験的手法では明らかにされてこなかった燃焼室内部の詳細を知ることができた。これにより、燃焼室内で生じているいくつかの現象が解明され、燃焼室のさらなる性能向上につながる知見を得ることが出来た。

謝辞

本研究を遂行するに当たり多くの方々にお力添えを頂きました。この場で感謝の意を表します。

本研究を御指導いただきました本学教授(委嘱)・宇宙航空研究開発機構宇宙科学研究所教授・嶋田徹先生には、私が宇宙科学研究所の研修生であった学部4年生から修士生にかけての3年半の間を含め、6年半の長きにわたり数値計算技術や研究手法を基礎から教えて頂き、また休日を問わずお忙しい中多くの議論をして頂き貴重なご助言を賜りましたこと、心より厚く御礼申し上げます。

副査をお引受頂いた、本学教授・津江光洋先生、東北大学教授・澤田恵介先生、本学準教授・寺本進先生、本学準教授・姫野武洋先生にはお忙しい中御対応頂き厚く御礼申し上げます。

本研究を遂行するに当たり、ハイブリッドロケットリサーチワーキンググループから多大な援助を頂きました。また、首都大学東京教授・湯浅三郎先生を初めとした委員の皆様方には貴重なコメントを多数頂きました。誠にありがとうございました。

嶋田研究室では宇宙航空研究開発機構宇宙科学研究所助教・北川幸樹先生実験の専門家として多くのご意見やご助言を頂き、研究室後輩の方々には船見祐揮氏を筆頭として研究に関する諸々の相談に乗って頂き多くの議論をさせて頂きました。また、研究室秘書・坂本さおりさんには研究に関わる事務手続きの面で大変お世話になりました。嶋田研のすべての関係者の方々に厚く御礼申し上げます。

宇宙航空研究開発機構研究開発本部招聘研究員・石向桂一氏には、数値流体力学の専門家として様々な相談に乗って頂き大変お世話になりました。ここに深く感謝の意を表します。

本研究を通じて多くの方々と交流を持ち、学会や研究会など様々な機会にて多くのご意見、ご助言を賜りました。全ての皆様に厚く御礼申し上げます。

最後に、陰に陽に私の支えとなって下さいました両親に深く御礼を申し上げます。

参考文献

- [1] Sumito Togo, Kiyokazu Kobayashi, Toru Shimada, Yasushi Niimi, Yoshio Seike, Makihito Nishioka, and Keiichi Hori. Modified burning rate spectrum & combustion mechanism oftetra-olgap. *International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion*, Vol. 6, pp. 153–169, 2007.
- [2] Arif Karabeyoglu, Brian Cantwell, and David Altman. Development and testing of paraffin-based hybrid rocket fuels. AIAA 2001-4503, 2001.
- [3] Harunori Nagata, Mitsunori Ito, Takenori Maeda, Mikio Watanabe, Tsutomu Uematsu, Tsuyoshi Totami, and Isao Kudo. Development of camui hybrid rocket to create a market for small rocket experiments. *Acta Astronautica*, Vol. 59, pp. 253–258, 2006.
- [4] 北川幸樹, 桜沢俊明, 湯浅三郎. 推力 1500n 級酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットエンジン用 lox 気化ノズルの評価燃焼実験. *宇宙技術*, Vol. 6, pp. 47–54, 2007.
- [5] Saburo Yuasa, Kengo Yamamoto, Hitoshi Hachiya, Koki Kitagawa, and Youichi Oowada. Development of a small sounding hybrid rocket with a swirling-oxidizer-type engine. AIAA Paper 2001-3537, 2001.
- [6] Kousuke Hirata, Chinatsu Sezaki, Saburo Yuasa, Noriko Shiraishi, and Takashi Sakurai. Fuel regression rate behavior for various fuels in swirling-oxidizer-flow-type hybrid rocket engines. AIAA Paper 2011-5677, 2011.
- [7] G. C. Cheng, R.C. Farmer, H.S. Jones, and J.S. McFarlane. Numerical simulation of the internal ballistics of a hybrid rocket motor. AIAA Paper 1994-0554, 1995.
- [8] William H. Knuth, Martine J. Chiaverini, Daniel J. Gramer, and J. Arthur Sauer. Experimental investigation of a vortex-driven high regression rate hybrid rocket engine. AIAA Paper 1998-3348, 1998.
- [9] Kazim M. Akyuzlu, K.Nguyen, J.P.Arves, and H.S.Jones. A parametric study of flame propagation in hybrid rocket motors. AIAA Paper 1998-3189, 1998.

- [10] Kazim M. Akyuzlu, R. Kagoo, and A. Antoniou. A physics based mathematical model to predict the regression rate in an ablating hybrid rocket solid fuel. AIAA Paper 2001-3242, 2001.
- [11] Kazim M. Akyuzlu, A. Antoniou, and M. W. Martin. Determination of regression rate in an ablating hybrid rocket solid fuel using a physics based comprehensive mathematical model. AIAA Paper 2002-3577, 2002.
- [12] M. Lazzarin, N. Bellomo, F. Barato, and D. Rondini. Numerical investigation of hybrid motors for the eu fp7 spartan program. AIAA Paper 2012-3748, 2012.
- [13] Marta Lazzarin, Martina Faenza, Francesco Barato, Nicolas Bellomo, Alberto Bettella, Daniele Pavarin, and Matthias Grosse. Cfd simulation of a hybrid rocket motor with liquid injection. AIAA Paper 2011-5537, 2011.
- [14] Nicolas Bellomo, Francesco Barato, Martina Faenza, Marta Lazzarin, Alberto Bettella, and Daniele Pavarin. Numerical and experimental investigation on vortex injection in hybrid rocket motors. AIAA Paper 2011-5675, 2011.
- [15] Alberto Bettella, Marta Lazzarin, Nicolas Bellomo, Francesco Barato, Daniele Pavarin, and Matthias Grosse. Testing and cfd simulation of diaphragm hybrid rocket motors. AIAA Paper 2012-3748, 2012.
- [16] Marta Lazzarin, Nicolas Bellomo, Martina Faenza, Francesco Barato, Davide Rondini, Marco Manente, Alberto Bettella, and Daniele Pavarin. Numerical investigation of hybrid motors for the eu fp7 spartan program. AIAA Paper 2012-3748, 2012.
- [17] Takaya Koda, Yousuke Ogino, and Keisuke Sawada. Flowfield calculation coupled with fuel surface regression in combustion chamber for swirling-oxidizer-type hybrid rocket engine. AIAA Paper 2013-0715, 2013.
- [18] Yang Na, Yang Na, Kyoung-Hoon Shin, and Changjin Lee. Nonlinear combustion and fluid mechanics in a hybrid rocket. *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 28, No. 6, pp. 1351–1358, 2012.
- [19] A. Yoshizawa, Hiroyuki Abe, and Hitoshi Fujiwara. Turbulent-viscosity modeling applicable to swirling flows, based on a composite time scale with mean flow helicity partially incorporated, 2011.
- [20] Ami Harten. On a class of high resolution total-variation-stable finite-difference schemes. *Society for Industrial and Applied Mathematics Journal Journal on Numerical Analysis*, Vol. 21, pp. 1–23, 1984.

- [21] Bram van Leer. Towards the ultimate conservative difference scheme. v. a second-order sequel to godunov's method. *Journal of Computational Physics*, Vol. 32, pp. 101–136, 1979.
- [22] G. D. van Albada, B. van Leer, and Jr. Roberts, W. W. A comparative study of computational methods in cosmic gas dynamics. *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 108, No. 9, pp. 1453–1460, 1982.
- [23] WK Anderson, JL Thomas, and B Van Leer. Comparison of finite volume flux vector splittings for the euler equations. *AIAA Journal*, Vol. 108, No. 1, pp. 76–84, 1986.
- [24] Xu-Dong Liu, Stanley Osher, and Tony Chan. Weighted essentially non-oscillatory schemes. *Journal of Computational Physics*, Vol. 115, pp. 200–212, 1994.
- [25] Andrew K. Henrick, Tariq D. Aslam, and Joseph M. Powers. Mapped weighted essentially non-oscillatory schemes: Achieving optimal order near critical points. *Journal of Computational Physics*, Vol. 207, pp. 542–567, 2005.
- [26] Rafael Borges, Monique Carmona, Bruno Costa, and Wai Sun Don. An improved weighted essentially non-oscillatory scheme for hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, Vol. 242, pp. 3191–3211, 2008.
- [27] Chi-Wang Shu and Stanley Osher. Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes. *Journal of Computational Physics*, 1988.
- [28] Eiji Shima and Keiichi Kitamura. On new simple low-dissipation scheme of AUSM-family for all speeds. AIAA Paper 2009-136, 2009.
- [29] Meng-Sing Liou and Christopher J. Steffen. A new flux splitting scheme. *Journal of Computational Physics*, Vol. 107, pp. 23–39, 1993.
- [30] Hiroyuki Nishida and Taku Nonomura. Adi-sgs scheme on ideal magnetohydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, Vol. 228, No. 9, pp. 3182–3188, 2009.
- [31] Norbert Peters. Laminar diffusion flamelet models in non-premixed turbulent combustion. *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 10, No. 3, pp. 319–339, 1984.
- [32] Heinz Pitsch. Flame master, a c++ computer program for 0d combustion and 1d laminar flame calculations.
- [33] Venkatramanan Raman and Heinz Pitsch. Large-eddy simulation of a bluff-body-stabilized non-premixed flame using a recursive filter-refinement procedure. *Combustion and Flame*, Vol. 142, pp. 329–347, 2005.

- [34] 安倍賢一, 長野靖向, 近藤継男. はく離・再付着を伴う乱流場への適用を考慮した $k-\varepsilon$ モデル. 日本機械学会論文集 (B), Vol. 58, No. 554, pp. 3003–3010, 1992.
- [35] 村上光清, 鬼頭修己, 片山裕, 飯田芳彦. 旋回を伴う管内流れの実験的研究. 日本機械学会論文集, Vol. 41, No. 346, pp. 1793–1801, 1975.
- [36] Osami Kito. Experimental study of turbulent swirling flow in a straight pipe. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 225, pp. 445–479, 1991.
- [37] Joseph Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly Weather Review*, Vol. 91, No. 3, pp. 99–164, 1963.
- [38] 藤本洋平, 山崎伸彦. スワールおよびブラフボディをともなう空気噴流の les. 日本機械学会論文集 (B), Vol. 72, No. 713, pp. 17–23, 2006.
- [39] The university of sydney clean combustion research group. <http://sydney.edu.au/engineering/aeromech/thermofluids/database.htm>.
- [40] 秋山修, 加藤千幸, 河手大輔. 円筒型サイクロンセパレータの粒子分離メカニズム (第 1 報, les 解析の精度検証と流れ構造の詳細検討). 日本機械学会論文集 (B), Vol. 78, No. 795, pp. 1886–1902, 2012.
- [41] 文部科学省次世代 it 基盤構築のための研究開発「革新的シミュレーションソフトウェアの研究開発」. <http://www.ciss.iis.u-tokyo.ac.jp/rss21/index.html>.
- [42] Massimo Germane, Ugo Piomelli, Park Moin, and William H. Cabot. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A*, Vol. 3, No. 7, pp. 1760–1765, 1991.
- [43] D. K. Lilly. A proposed modification of the germano subgrid-scale closure method. *Physics of Fluids A*, Vol. 4, No. 3, pp. 633–635, 1992.
- [44] Peter A.M. Kalt, Yasir M. Al-Abdell, Assaad R. Masri, and Robert S. Barlow. Swirling turbulent non-premixed flames of methane: Flow field and compositional structure. *Proceedings of the Combustion Institute*, Vol. 29, No. 2, pp. 1913–1919, 2002.
- [45] Yasir M. Al-Abdell and Assaad R. Masri. Recirculation and flow field regimes of unconfined non-reacting swirling flows. *Experimental Thermal and Fluid Sciences*, Vol. 27, No. 5, pp. 655–665, 2003.
- [46] Yasir M. Al-Abdell and Assaad R. Masri. Stability characteristics and flowfields of turbulent non-premixed swirling flames. *Combustion Theory and Modelling*, Vol. 7, No. 4, pp. 731–766, 2003.

- [47] Assaad R. Masri, Peter A.M. Kalt, and Robert S. Barlow. The compositional structure of swirl-stabilised turbulent nonpremixed flames. *Combustion and Flame*, Vol. 137, No. 1-2, pp. 1–37, 2004.
- [48] Yasir M. Al-Abdell and Assaad R. Masri. Precession and recirculation in turbulent swirling isothermal jets. *Combustion Science and Technology*, Vol. 176, No. 5-6, pp. 645–665, 2004.
- [49] Norbert Peters and Brend Rogg. Reduced kinetic mechanisms for applications in combustion systems, 1993.
- [50] Gregory P. Smith, David M. Golden, Michael Frenklach, Nigel W. Moriarty, Boris Eiteneer, Mikhail Goldenberg, C. Thomas Bowman, Ronald K. Hanson, Soonho Song, William Gardiner, Jr., Vitali V. Lissianski, and Zhiwei Qin. Gri-mech 3.0.
- [51] Saburo Yuasa, Tatsuya Ide, Miho Masugi, Takashi Sakurai, Noriko Shiraishi, and Toru Shimada. Visualization and emission spectra of flames in combustion chamber of swirling-oxidizer-flow-type hybrid rocket engines. *Journal of Thermal Science and Technology*, Vol. 6, No. 2, pp. 268–277, 2011.
- [52] 船見祐揮. ハイブリッドロケットの内部弾道特性評価技術に関する研究. Master's thesis, 東京大学大学院工学系研究科, 2011.
- [53] 齋藤大地, 湯浅三郎, 櫻井毅司. 酸化剤流旋回型ハイブリッドロケットエンジン燃焼室内の三次元火炎観察. 第53回航空原動機・宇宙推進講演会 講演論文集 JSASS-2013-0025, 2013.
- [54] S. Gordon and J. B McBride. Computer program for calculation of complex chemical equilibrium compositions and applications. NASA Reference Publication 1311, 1996.