

# 論文内容の要旨

## 論文題目 空間的に不均一な系の超流動流の 安定性の研究

Study of stability of superflow in spatially non-uniform  
systems

氏名 國見 昌哉

本博士論文では空間不均一な系における超流動流の安定性についての研究結果を報告する。本研究では、(1) 自発的に空間並進対称性が破れた超流動体である超流動固体と、(2) 超流動体中をポテンシャルが一定速度で動く系の2つの系の超流動性についての研究を行った。

本研究の背景として、冷却原子系において様々な状況下での Bose-Einstein 凝縮 (Bose-Einstein Condensates, BEC) が実験的に実現したということがある。その中でも特に、長距離相互作用する BEC の実現とリングトラップ中の BEC における超流動の実験は本研究と深く関わっている。長距離相互作用する BEC では、超流動性と固体秩序を同時に持つ超流動固体の実現が理論的に予言されている。このような非自明な状態における超流動状態の安定性を励起状態を調べることで明らかにするのが第1の研究の目的である。第2の研究の目的は、臨界速度以上におけるソリトンや量子渦生成による超流動の崩壊の機構を明らかにすることである。リングトラップは超流動性を研究するのに理想的な舞台であり、ここでの超流動の崩壊機構を理解することはより複雑な状況下での超流動の理解につながるはずである。

本博士論文は全6章から構成されている。以下では各章の概要を述べる。

第1章では本研究を行った動機、背景を述べる。

第2章では BEC や超流動の基本的性質、特に系の詳細になるべく依存しない性質についてを中

心にレビューする。まず、理想 Bose 気体の場合に BEC が起きることを概観した後、相互作用のある系の BEC の定義に必要な非対角長距離秩序の概念の導入とその物理的意味の解説を行う。次に、超流動については基底状態の性質と準安定状態の性質の2つに分けて解説を行う。非古典的回転慣性や永久流、臨界速度についてのレビューをする。

第3章は本研究で用いる近似手法のレビューを行う。BEC の秩序変数が従う方程式である Gross-Pitaevskii(GP) 方程式の導出を行なった後、流体力学的方程式を導くことで物理的意味を議論する。また、ソリトンや量子渦等の位相欠陥を GP 方程式を用いて記述できることを見る。その次に、Bose 凝縮体の励起状態を記述する Bogoliubov 方程式の導出を行う。Bogoliubov 方程式の解から、励起スペクトルや秩序変数のゆらぎの情報を取り出すことができることを見る。励起スペクトルから超流動の不安定性として良く知られている Landau 不安定性と動的不安定性を具体例を用いて説明する。また、Bose 凝縮していない粒子の割合を表す quantum depletion についての解説も行い、quantum depletion が小さいことが GP 方程式、および Bogoliubov 方程式を用いた近似が良い近似になるための必要条件であることを見る。

第4章ではソフトコア相互作用と呼ばれる相互作用をする2次元の Bose 粒子系に対し平均場理論を用いてその性質、特に超流動流に対する安定性を調べた結果を報告する。先行研究により、この系は基底状態では空間並進対称性を自発的に破ることにより、三角格子の結晶秩序を持った超流動固体状態が実現することが知られている。しかしながら、超流動固体相でどのように超流動流状態が不安定化するのかという点については未解明であった。本章ではまず、研究で用いる GP 方程式、Bogoliubov 方程式の導入を行った後、先行研究の結果のレビュー、特に基底状態の相図、励起スペクトルの性質等の説明を行う。その次に、本研究オリジナルな結果である流れがある場合の準安定状態の性質についての結果を示す。GP 方程式と Bogoliubov 方程式を流れがある場合について解くことにより、超流動固体相の流れに対する安定性を議論し、超流動固体相が流れに対し安定となるパラメータ領域を明らかにした。超流動固体相の不安定に寄与するのは  $U(1)$  対称性の自発的破れにともなう Bogoliubov モードであることがわかった。並進対称性の自発的破れにともなう Phonon モードについては流れがある場合でもほとんどスペクトルの形を変えず、超流動流の不安定化にはほとんど寄与しないことがわかった。また、超流動固体相とは異なる1次元方向にのみ並進対称性が自発的に破れたストライプ相が流れによって誘起され、準安定状態として存在できることを示した。このストライプ相は Pitaevskii によってその存在が予言されていたが、本研究では具体的なモデルでその存在と安定性、および励起状態の性質を明らかにした。

第5章では、超流動体中を一定速度で動くポテンシャルがある系の超流動性、特にその準安定性について励起状態から調べた結果を報告する。超流動体中を動く物体がある場合、その速度が小さいときは物体に力が働かず、散逸は発生しない。一方、物体の速度が臨界速度を超えるとソリトンや量子渦生成が起きることが理論的、実験的に知られている。しかし、このような不安定性を理解するために必要な励起状態の性質は、系が並進対称性を持たないことによる解析の難しさのため、ほとんど調べられていなかった。このこともあり、この系における超流動崩壊機構の理解は他の系に比べ不十分であった。本研究では最近の冷却原子系におけるリングトラップ中の BEC の実験的実現を念頭に置き、周期境界条件を課した有限サイズの系の超流動性を明らかにすることを目的にした。周期境界条件は超流動性を見るという上で都合がよい上に、実際の計算も容易になると

いう利点がある。本研究では GP 方程式に加え、Bogoliubov 方程式を解くことにより励起状態、およびそのゆらぎの性質を明らかにした。励起状態については臨界速度  $v_c$  近傍において第 1 励起状態のエネルギー (エネルギーギャップ)  $\Delta$  について、 $\Delta \sim |v_c - v|^{1/4}$  のようなスケーリング則が成立することがわかった。ここで、 $v$  はポテンシャルの速度である。また、臨界速度近傍において低エネルギーの密度ゆらぎの増大が起きることを見出した。これらの結果は、この系が光学格子系で研究されている swallow tail 構造と同様の構造を持つことを強く示唆している。Swallow tail 構造を持つことは準安定状態がエネルギーバリアーによって守られていることと、ヒステリシスの存在を意味している。臨界速度ではエネルギーバリアーがゼロになることにより、準安定状態が消失し、超流動が不安定化する。この描像は臨界速度直上におけるエネルギーギャップの消失からも支持される。なぜなら、エネルギーギャップの消失は特徴的時間スケールの発散を意味しているため、断熱条件の破れが起きると解釈できるからである。断熱条件の破れが起きていることは、その状態が不安定であり、他の状態への遷移が起きることを意味する。密度ゆらぎの増大もエネルギーバリアーの減少にともなうものであると理解できる。また、quantum depletion の計算を行い、流れのある場合の GP 方程式および Bogoliubov 方程式を用いた近似の妥当性の議論を行った。

第 6 章では本博士論文の結果のまとめと今後の展望を述べる。