別紙２

論文審査の結果の要旨

論文提出者氏名　小松尚太

本学位申請論分の主な結果は AdS/CFT 対応と呼ばれる重力理論とゲージ理論の対応関係の検証を三点関数の計算を通じて行ったものである。実際の解析ではタイトルにある２次元模型の可解性が大きな役割を果たし、本論文の主要なテーマとなっている。

本論文は全体で３部に分けられ、全体で２５０ページ以上の長大な論文である。第一部はこれまでの仕事のレビュー、第二部ではゲージ理論における３点関数の計算の結果についての解説、最後の第三部では３点関数の弦理論を用いた計算が行われている。第二部にも一部オリジナルな内容が混ざるが、第三部の内容がこの学位論文の主要な結果である。

まず、第一部の第１章では弦理論や AdS/CFT 対応に関する一般的なレビューと論文全体の構成の説明、第２章では AdS/CFT 対応についてのより詳しいレビューを与えている。AdS/CFT 対応とは５次元 Anti de Sitter 空間と５次元球面の直積空間上におけるストリングの運動と、４次元空間上で定義される N=4 超対称ゲージ理論の間の対応関係を指す。特に両方の理論の相関関数の間に厳密な等式が成立することが予想されている。その中でも基本的な構成要素になっている２点相関関数と３点相関関数が重要である。２点関数では演算子の異常次元、３点関数では構造定数が比較すべき物理量でありそれらが一致すれば両方の理論が互いに同値であることが理解される。これらの物理量のうち２点関数についてはすでに１０年以上にわたり詳しい研究が行われている。第３章ではこの２点関数の対応関係についてこれまでなされてきた仕事の詳しいレビューがなされている。物理系の解析では両方の系で可解性が大きな役割をはたしている。まずゲージ理論側では異常次元の計算が可解なスピン鎖のハミルトニアンの対角化に帰着し、Bethe 仮説を用いて解析することができる。一方、直積空間上の弦の古典的な運動方程式は、補助線形問題に帰着することができる。その際、接続から定義されるモノドロミー行列を用いてスペクトル曲線が定義され、その幾何学的性質を用いることにより運動方程式を解くことができる。一般的にはゲージ理論と弦理論は計算可能な結合定数の領域が食い違っているので通常は直接的な比較はできないが、Frolov-Tseytlin 極限と呼ばれる運動量と結合定数を同時に大きくし、それらの比を固定するという極限操作を行うと両方の理論の直接的な比較が可能となる。特に Landau-Lifshitz 模型と呼ばれる可解系が現れることが示される。

次に第２部では第一部の結果を踏まえて三点関数のゲージ理論側からの解析を詳しく述べている。第４章では三点関数を可解なスピン鎖の立場でどのように設定するのかをまず

述べている。現時点では三点関数は一般的なゲージ理論の演算子では解析ができておらず、SU(2)セクターと呼ばれる特殊な組み合わせに対してのみ計算可能である。その場合、構造定数は Bethe 状態の内積の組み合わせにより表示することができる。この内積はある種の行列式公式を用いて計算される。さらに、極限操作を行うことにより構造定数をある種の複素積分を用いて書き表すことができる。この結果が次の第三部における弦理論側からの計算の比較対象となるものである。第５章では４章で考えられた内積を、積分を用いた表式で書き表されている。この章の内容はオリジナルな仕事であるが、結果自体は第三部の計算とは直接関連していない。しかし技術的にはスクリャーニンによって与えられて変数分離法を導入しており、この技法は第三部でも本質的な役割を果たすことになる。この章ではこの技法を用いてスピン鎖状態の内積を行列模型に現れる積分に似た形に書き表している。この表式を用いると第４章の極限操作で与えられる結果に近い形が導かれるため、有用であることが予想されるが、現段階ではまだ不明な点も残っている。

第三部の第６章では、弦理論における相関関数の強結合展開の計算法(鞍点法)のレビューと、演算子の分類が与えられている。ここでは計算が最も難しい重たい状態(heavy state)の間の相関関数が計算される。第７章がこの論文の主要な解析であり、この章だけで 100 ページほどある膨大なものである。

まず、7.1 節では３次元球面上の弦の古典的運動について、この論文で必要とされる事項がまとめられている。まず大事な点としては準古典近似においては３点相関関数に対する経路積分、が古典配位に対する頂点演算子の寄与の積と作用からの寄与の積となる点である。したがって、それぞれの寄与を別々に評価すればよい。この論文では上に述べたスクリャーニンによる変数分離法が本質的に使われている。特に、そのもっとも一般的な無限に変数が多い場合を用いる必要がある。7.2 節では作用からの寄与が評価されている。重要な点は、一般化されたリーマンの双線形恒等式を用いると、作用の寄与が、補助線形方程式に関連して現れるある種の Wronskian の形に書けるという点である。7.3 節では頂点演算子からの寄与の評価がなされている。通常この解析のためには 3 点に特異性を持つリーマン面の具体形が必要となるが、この論文では２点関数に対する配位とそれからのずれを評価することにより、上で現れた Wronskian に帰着することが導出される。7.4 節では Wronskian を導く手がかりとしてその解析性、ゼロ点の位置と極の位置が導かれる。7.5 節ではこれらの幾何学的な情報を用いて Riemann-Hilbert 問題を解き Wronskian の解析的な表式を与えている。また３次元球面とほぼ同じように導かれる AdS 空間中の弦の古典的運動の評価もなされている。以上の情報を組み合わせることにより 7.6 節で様々なタイプの３点関数の表式が与えられている。特に重たい非 BPS 状態の３点関数はこれまで知られていなかったものであり、この論文の解析で初めてゲージ理論との対応関係が明らかにされた。

本論文はゲージ重力対応と可解模型の発展を詳細、かつ的確にレビューしたうえで、これまで計算されていなかった三点関数を弦理論の計算で初めて明らかにした。解析は膨大

で多くの非自明なステップを踏んでおり、小松氏の可解系に対する深い理解と、発想力、計算実行力を示している。本論文の主要部（第７章）は総合文化研究科の風間洋一教授との共同研究にも基づくが、論文の提出者が主体となって分析を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

よって本論文は博士（学術）の学位請求論文として合格と認められる。