

論文審査の結果の要旨

氏名 聶 文 星

聶文星氏は本論文において、量子力学の基本的な問いの一つに取り組みました。それは、ボーズ多体系はフェルミオン多体系より基底エネルギーが常に低いかという問いです。粒子間相互作用がなければ答えは当然イエスです。絶対零度においてボーズ粒子は最低準位に凝縮するのに対し、フェルミ粒子はパウリの排他律のために高い準位に入らざるを得ず、全系の基底エネルギーが必ず高くなります。しかし、粒子間相互作用があればボーズ粒子が凝縮を起こすとは限らず、ボーズ多体系の基底エネルギーが高くなる可能性も残されています。

聶氏は本論文で、同じハミルトニアンを持つハードコア・ボーズ多体系とフェルミオン多体系の基底エネルギーを、格子上の様々な設定で厳密に比較しました。前者が後者よりも低いという不等式を「自然な不等式」と呼び、フラストレーションが無い場合には一般的に「自然な不等式」が成り立つことを証明しました。一方で、フラストレーションが存在する場合に不等号が逆転する場合も幾つか発見し、「自然な不等式」に対する反例を厳密に証明しました。

以上の過程で聶氏は、ボーズ統計とフェルミ統計による効果を相互作用のフラストレーションの効果と統一的に扱う考え方を導入しました。状態空間上の仮想的な格子では、両者が共に位相を与える効果として扱えます。この考え方に基づく、フラストレーションによって生成される位相がフェルミ統計性によって生成される位相を打ち消すような場合に、ボーズ粒子系の基底エネルギーが高くなると期待されます。

物理学の基本的な不等式に関する厳密な証明だけでなく、その背景を統一的に説明する考え方を示した点は、本論文が物理学の発展に寄与した重要な成果として高く評価できます。

本論文は8章からなっており、主要な成果は第4章から第7章に述べられています。第4章で聶氏は、粒子間相互作用があっても「自然な不等式」がそのまま成り立つ場合を扱っています。格子点間のホッピングが実数かつ非負であれば一般的に「自然な不等式」が成り立つことを、厳密に証明しました。証明は主にペロン・フロベニウス定理に基づいています。ハードコア・ボーズ多体系とフェル

ミオン多体系のハミルトニアンを粒子数基底によって行列表示し、行列要素の符号を比較することによって基底エネルギーに関する不等式を導きました。スピンがない場合とスピンがある場合の両方について証明しています。また、フェルミオンの交換が起こる格子の条件を示し、その場合には不等式の等号が不成立となることも示しました。

続く第5章で聶氏は、このような統計性の違いを「統計性によるフラストレーション」と見なす考え方を導入しています。多体状態の空間中で個々の状態を格子点に対応させ、2つの状態間に遷移の非対角要素が存在する場合に、対応する2つの格子点を辺で結ぶことにします。このようにしてつくられる状態空間内の格子上では、粒子間相互作用のある多体系も単なるタイトバインディング模型として表されます。この有効的なタイトバインディング模型では、ボーズ多体系については統計性によるフラストレーションが現れないのに対し、フェルミ多体系については、粒子交換によって生じる負符号が、磁束によって生じるフラストレーションの形で現れます。すると、タイトバインディング模型の基底エネルギーが磁場によって増加するという反磁性不等式によって「自然な不等式」を理解することができます。逆に、ハミルトニアンのホッピング項によるフラストレーションが統計性によるフラストレーションを打ち消すような場合には、「自然な不等式」の不等号が反転することが期待できます。

実際に第6章と第7章で「自然な不等式」の反例を厳密に与えています。第6章では、リング上で境界条件によるフラストレーションがある場合にハードコア・ボゾン系の基底エネルギーがフェルミ系よりも高くなることを示しています。この場合には、両者の基底エネルギーの差は熱力学的極限で消滅しますが、第7章で扱っている正方格子に磁場がかかった模型や、 Δ 鎖のように平坦バンドを持つ模型では、ハードコア・ボゾン系の方がフェルミ系よりもエネルギー密度において高い場合が存在することを頭わに示しました。

本論文の以上の成果は、量子力学の基礎的な問いに対する成果であり、物理学に対して新しくかつ重要な貢献をしています。本論文は押川正毅氏および桂法称氏との共同研究に基づいていますが、主要な部分は聶文星氏が主体的に研究を進めて得られた成果です。以上により、論文提出者の聶文星氏に博士（理学）の学位を授与できると認めます。