

論文審査の結果の要旨

氏名 ANDRAUS ROBAYO Sergio Andres
アンドラウス ロバジョ セルヒオ アンドレス

本学位申請論分の主要なテーマは **Dunkl process** と呼ばれる一種の多粒子拡散現象のいくつかの性質の数学的な解析である。本論文は6章で構成され、第1章では研究の動機付けや研究の背景に関する一般的な解説、第2章では **Dunkl** 演算子の理論と **Dunkl process** についての数学的なレビューが与えられている。第3章から第6章がオリジナルな研究について述べている部分である。第7章は全体をまとめている。

Dunkl プロセスは熱拡散方程式におけるラプラシアンに相当する部分を **Dunkl** 演算子で置き換えたモデルである。ここで **Dunkl** 演算子とは通常の微分に遠隔相互作用と座標の入れ替えを加えたものであり、**Calogero** 系などで主要な役割を果たす演算子である。**Dunkl** プロセスは、**Dyson** のブラウン運動を一般的な結合定数に拡張した物理系と見なすことができる。**Dunkl** 演算子は様々な **Lie** 代数に対して定義することができるが、この論文では **A** 型と **B** 型の場合を主に考察しており、最初のものが相互作用のある **Brown** 運動、2番目のものが **Bessel** 過程に対応させられる。

この論文の主な解析方法は **Dunkl** により定義された **Intertwining** 演算子である。この演算子は **Dunkl** 演算子を通常の微分に仲介する性質を持つものでありその存在と一意性は既に示されている。この演算子を用いると **Dunkl** プロセスの時間発展を積分系の形に書くことができる。

一方この **Intertwining** 演算子のあからさまな形はまだ理解されていない。このため **Dunkl** プロセスの解析的な解はまだ見つかっていない。このため何らかの解析的な性質を得るためには適切な近似の下での演算子の振る舞いを導き積分表示に適用させる必要がある。この論文では **steady state limit** と呼ばれる経過時間が十分たったとの定常状態の振る舞い、および **freezing limit** と呼ばれる相互作用のパラメータが十分大きく系の粒子が特定の点にほぼ固定される極限、という二つの領域で **Intertwining** 演算子の振る舞いを解析的に導いた点が主な結果となっている。

このような解析の準備として本論文では第3章で **Dunkl** プロセスと **Calogero-Moser** 系との正確な対応関係をまず明らかにしている。**Calogero-Moser** は1次元調和振動子系で相互作用が **Dunkl** 演算子から得られるような系であり、**Dunkl** プロセスとの対応は適当な変数変換でこれらの系が互いに移り変わるといえるものである。この対応関係を用いると上記の **steady state limit** での振る舞いや、**freezing limit** における振る舞いをある程度予想することが可能になる。特に後者の場合は **Fekete** 点という点に運動が収束することが予想

できる。

続く第 4 章では **steady state limit** における振る舞いの厳密な証明がなされている。基本的には上記で述べたように **Intertwining** 演算子の極限における振る舞いが **Lemma 4.2.1** で示され、それに基づいて系の振る舞いについての定理(**Theorem 4.1.1**)が示される。この計算は **Intertwining** 演算子に対する線形極限の厳密な計算を行った点が主な結果となる。

また第 5 章では **freezing** 極限における振る舞いが定理 **5.1.1** により厳密に与えられている。この証明では **Intertwining** 演算子の振る舞いを規定する **Lemma 5.2.4** が基本的な役割を果たす。これにより上に述べた **Fekete** 点にデルタ関数的に粒子が収束することが示される。

これらの解析は数学的に厳密なものであり、数理物理学な学術的価値が十分ある。これらの証明を第 6 章では数値的に確認を行っている。すなわち **Dunkl** プロセスをコンピュータ上でシミュレートし上記の極限における振る舞いが、この論文でなされた予想と一致することを数値的に確認している。

本論文は指導教員である宮下教授と中央大学の香取教授との共同研究にも基づくが、論文の提出者が主体となって分析を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士（理学）の学位を授与できると認める。