

博士論文

周方向溝型ケーシングトリートメントが
遷音速圧縮機の失速特性と流れ場に及ぼす影響

佐久間 康典

目次

記号表.....	3
第1章 序論.....	6
1.1 研究背景	7
1.2 旋回失速に関する過去の研究.....	8
1.3 ケーシングトリートメントに関する過去の研究.....	11
1.4 研究目的と研究手法	13
1.5 論文概要	13
第2章 数値解析手法	14
2.1 数値解析手法	15
2.1.1 支配方程式	15
2.1.2 対流項の評価.....	17
2.1.3 高精度化手法.....	18
2.1.4 時間進行法	19
2.1.5 粘性項の評価.....	22
2.1.6 乱流モデル	22
2.1.7 物性値	25
2.1.8 重合格子法	25
2.1.9 境界条件.....	30
2.2 流れ場の可視化と現象の抽出法	32
2.2.1 無次元ヘリシティ	32
2.2.2 渦中心	32
2.3 流れ場の特性とその評価	35
2.3.1 失速点	35
2.3.2 ブロッキング領域	35
第3章 遷音速圧縮機 NASA Rotor 37 の 流れ場と失速特性	39
3.1 本章の概要.....	40
3.2 解析対象	40
3.3 計算領域と計算条件	41
3.4 計算格子	42
3.5 解析結果と考察.....	43
3.5.1 実験結果との検証	43
3.5.2 翼間流れ場と衝撃波の挙動.....	47
3.5.3 ブロッキングと流入角	54
3.5.4 翼端漏れ流れと翼端漏れ渦.....	58
3.5.5 翼端漏れ流れと失速発生メカニズム.....	64
3.5.6 翼端漏れ渦の挙動に格子点数が及ぼす影響.....	73
3.6 本章のまとめ	77

第4章	周方向溝型ケーシングトリートメントが NASA Rotor 37 に及ぼす影響.....	78
4.1	本章の概要.....	79
4.2	解析対象.....	79
4.3	計算領域と計算条件.....	80
4.4	計算格子.....	80
4.5	解析結果と考察.....	83
4.5.1	特性曲線の変化.....	83
4.5.2	溝近傍の流れの様子.....	86
4.5.3	有効翼端漏れ面積.....	95
4.5.4	翼端負荷の変化と溝近傍の流れ構造.....	97
4.5.5	壁面近傍流れ場の変化.....	101
4.5.6	全圧損失係数の変化.....	124
4.6	周方向溝型ケーシングトリートメントを遷音速圧縮機へ適用する際の指針.....	128
4.6.1	ケーシングトリートメントによる流れ場への作用.....	128
4.6.2	圧縮機の失速初生のメカニズムとの関連.....	128
4.7	本章のまとめ.....	130
第5章	結論.....	131
参考文献	134
付録A	遷音速ファン IHI FRTM の数値解析.....	139
A.1	解析対象.....	139
A.2	計算領域と計算条件.....	140
A.3	パラメトリックスタディの実施条件.....	141
A.4	計算格子.....	141
A.4	解析結果と考察.....	143
A.5	本付録のまとめ.....	149
謝辞	150

記号表

記号

x, y, z	: デカルト座標系 (物理空間)	(図 0.1)
x, r, θ	: 円筒座標系 (物理空間)	(図 0.1)
ξ, η, ζ	: 一般座標系 (計算空間)	
u, v, w	: 流体速度	[m/s]
U, V, W	: 反変速度	[m/s]
Q	: 未知変数ベクトル	
S	: 外力項	
F, G, H	: 流束ベクトル	
F_v, G_v, H_v	: 粘性項	
A, B, C	: 未知変数ベクトル Q に関する流束ベクトル F, G, H の流束ヤコビアン行列	
L, D, U	: 下三角行列, 対角行列, 上三角行列	
I	: 単位行列	
Q_f	: 強制解	
A	: 流路の軸垂直断面面積	[m ²]
A_{block}	: 圧縮機回転軸に垂直な断面内に占めるブロッキングの面積	[m ²]
A_{clr}	: Smooth wall 条件における溝幅分の翼端間隙の面積	[m ²]
AR	: ケーシングトリートメントのアスペクト比	[-]
dA	: 検査面を構成する微小要素の面積	[m ²]
ΔA	: 溝下面微小幅の面積	[m ²]
c	: 音速	[m/s]
c_x	: 軸コード長	[m]
\bar{c}	: 平均音速	[m/s]
C_p	: 定圧比熱	[J/K]
d	: ケーシングトリートメントの溝深さ	[m]
e	: 比エネルギー	[J/m ³]
e	: 単位ベクトル	
h	: 比エンタルピー	[J/m ³]
H	: Heaviside のステップ関数	
H_n	: 無次元ヘリシティ	[-]
i	: 主流乱れ度	[-]
J	: 座標変換ヤコビアン	
k	: 乱流エネルギー	[m ² /s ²]
l	: ピッチ方向位置	[m]
l_k	: コルモゴロフスケール	[m]
L	: 代表長さ	[m]
m	: 質量流束	[kg/(s·m ²)]
\dot{m}	: 圧縮機一流路あたりの流量	[kg/s]
\dot{m}_{choke}	: 圧縮機一流路あたりのチョーク流量	[kg/s]
\dot{m}_r	: 微小幅の溝下面を通過する半径方向流量	[kg/s]

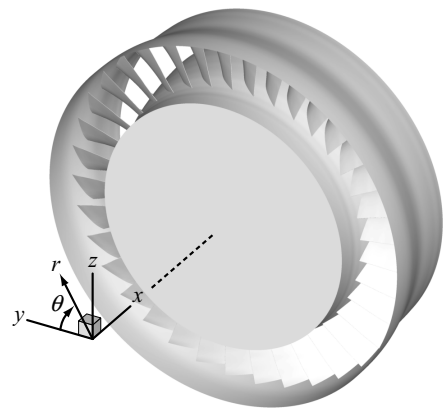


Figure 0.1 Coordinate system

\dot{m}_θ	: 溝内部の周方向流量	[kg/s]
M	: 相対マッハ数	[-]
M_n	: 圧力勾配に垂直な相対マッハ数成分	[-]
n	: 翼枚数	[-]
\vec{n}	: 検査面を構成する微小要素の法線ベクトル	
N	: 格子点数	[-]
p	: 静圧	[Pa]
p_t	: 全圧	[Pa]
P	: 静圧	[Pa]
P_d	: 動圧	[Pa]
P_s	: 静圧	[Pa]
P_t	: 全圧	[Pa]
P_t^*	: 理想相対全圧	[Pa]
P_{ref}	: 参照圧力	[Pa]
	* $P_{ref} = 101330$ for NASA Rotor 37, $P_{ref} = 101325$ for IHI FRTM	
Pr	: プラントル数	[-]
Pr_t	: 乱流プラントル数	[-]
PR	: 全圧比	[-]
r_1, r_2, r_3	: Riemann 不変量	[m/s]
r_{core}	: 渦半径	[m]
R	: 気体定数	[J/(kg·K)]
Re	: レイノルズ数	[-]
s	: 流束制限関数 (*第 2 章)	
	: エントロピー (*第 3 章)	[J/K]
	: 溝位置におけるピッチ幅 (*第 4 章)	[m]
S	: Sutherland 定数	[K]
SM	: 失速マージン	[-]
ΔSM	: 失速マージン改善量	[-]
SMI	: 失速マージン改善率	[-]
t	: 時間	[s]
T	: 静温	[K]
T_0	: 基準温度	[K]
T_{ref}	: 参照温度	[K]
	* $T_{ref} = 288.15$ for NASA Rotor 37 and IHI FRTM	
T_t	: 全温	[K]
\mathbf{u}	: 流体流速ベクトル	[m/s]
\vec{u}	: 流体流速ベクトル	[m/s]
\bar{u}	: 流量平均入口軸流速度	[m/s]
u_r	: 溝下面における流速の半径方向成分	[m/s]
\bar{U}	: 代表速度	[m/s]
V_a	: 渦軸方向速度成分	[m/s]
w	: ケーシングトリートメントの溝幅	[m]
y^+	: 壁面鉛直方向の無次元距離	[-]
γ	: 比熱比	[-]
Γ	: 渦の循環	[m ² /s]
δ^*	: 境界層排除厚さ	[m]

ε	: 乱流エネルギー散逸	[m ² /s ³]
η	: 断熱効率	[-]
κ	: 分子熱伝導係数	[W/(m·K)]
κ_t	: 乱流熱伝導係数	[W/(m·K)]
λ	: Crank-Nicolson 係数	
Λ_{max}	: 渦中心における旋回方向速度成分の最大値	[m/s]
μ	: 粘性係数	[Pa·s]
μ_t	: 乱流粘性係数	[Pa·s]
μ_0	: 基準粘性係数	[Pa·s]
ν	: 動粘性係数	[m ² /s]
ξ	: 渦度ベクトル	[s ⁻¹]
ρ	: 流体密度	[kg/m ³]
$\bar{\rho}$: 流量平均入口密度	[kg/m ³]
σ	: 垂直応力	[N/m ²]
τ	: せん断応力 (*第 2 章)	[N/m ²]
	: スワール数 (*第 3 章)	[-]
τ_x	: 壁面軸方向せん断応力	[N/m ²]
ϕ	: 半径一定断面内における流れの流れ角	[deg]
$\dot{\phi}$: 圧縮機回転角速度	[rad/s]
χ	: 強制パラメータ	[-]
Ψ	: 無次元運動量密度	[-]
Ψ_x	: 軸方向無次元運動量密度	[-]
ω	: 乱流エネルギーの比散逸率 (*第 2 章)	[s ⁻¹]
	: 全圧損失係数 (*第 3, 4 章)	[-]
ω_{shock}	: 衝撃波損失係数	[-]
Ω	: Blockage indicator	[-]

添字

GW	: 溝有り条件
SW	: 溝無し条件
$peak$: 最高効率点
$stall$: 失速点
PS	: 翼正圧面側
SS	: 翼負圧面側
∞	: 一様流
x, r, θ	: 軸方向, 半径方向, 周方向成分
LE, TE	: 翼前縁の 5%上流, 翼後縁の 5%下流
1, 4	: 計算領域入口, 計算領域出口

飾り文字 (X は代表文字)

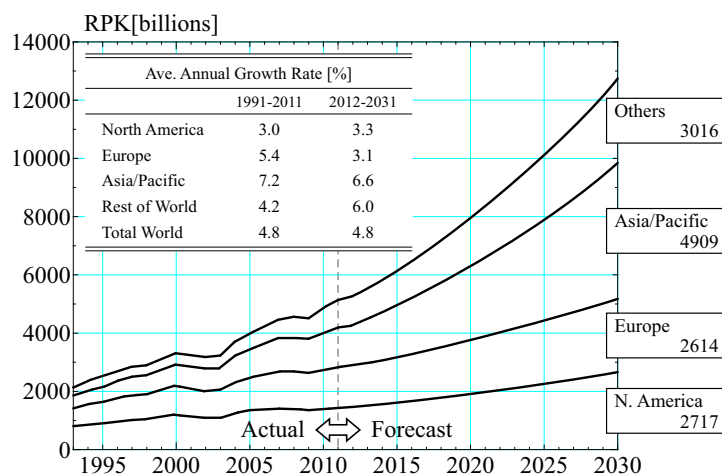
\tilde{X}	: 一般座標系における表記, もしくはファール平均
\hat{X}	: 基本量による表記
\bar{X}	: レイノルズ平均, もしくは流量平均
X'	: レイノルズ変動成分
X''	: ファール変動成分

第1章 序論

1.1 研究背景

国際的な航空輸送量はアジア地域を中心として今後数十年で大幅に増大することが見込まれる。2011年現在におけるJADC (Japan Aircraft Development Corporation: 日本航空機開発協会) の将来予測では、今後20年間の航空旅客輸送は世界全体でおおよそ年率4.8%で増大するとされている(図1.1)^[1]。これに伴い、航空機開発においてはこれまでも問題とされてきた各種技術課題がより深刻となって顕在化することが予想される。特に旅客機を運行する各エアラインにとって重要となるのが直接運行費(取得費、整備費、燃料費)の削減である。中でも燃料費は2000年以降の急激な原油価格の高騰を背景に直接運行費用に占める割合が急速に増大しており、2008年7月に記録した原油価格(\$147/bbl)で換算した場合、燃料費が直接運行費用に占める割合は6割に上るとされる^[2]。このように燃料費の削減は航空会社の利益に直結する項目であり、航空機開発における最大の命題の一つである。近年はこれに加えて地球温暖化への取り組みとして二酸化炭素排出量規制を2020年までに導入することがICAO総会において合意されるなど、環境適合性の改善に向けた対策強化も進んでいる。

航空旅客機の黎明期から現在に至るまでのジェットエンジン開発において、燃料費削減に向けて行われてきた取り組みは燃料消費率の低減と重量の低減の2つに大別できる。前者はバイパス比の向上による推進効率の改善や全段圧力比と要素効率の向上によるサイクル熱効率の改善によって、後者は複合材の導入やエンジンの短軸化などによって、それぞれ達成されてきた。その結果最新の大型機ではバイパス比が10、全段圧力比が50に迫るものが現れている。今後も更なる高バイパス比化、高圧力比化が進められると考えられ、その際圧縮機においてはいかに要素効率を維持したまま負荷を向上できるかが主要な技術課題となる。しかし高負荷化や段数の削減の試みは一般に圧縮機における不安定現象の発生リスクを増大させることが知られている。ガスタービンが実用化されて以来、圧縮機設計の障害として常に存在するのが高負荷作動条件で発生する旋回失速などの不安定現象である。発生を完全に防ぐことが本質的に難しいこれらの現象に対し、実際に運用する際にはエンジン損傷を防ぐため安定作動限界と作動線の間には一定の余裕(=失速マージン, 図1.2)を設けることが余儀なくされる。近年のエンジン高性能化、高効率化に向けた取り組みの中では、幅広い回転数域で圧縮機段間のマッチングをとることが特に難しくなっており、また作動域の設定に自由度が少ないために効率の良い経路を通るような作動線が設定できないなどの問題が生じている。そのため不安定現象の発生を遅らせ安定作動域を拡大することが強く求められているものの、これまでに進められてきたような空力的な最適化設計による翼形状の改善のみでは大幅な安定性向上が難しくなりつつあり、旋回失速の現象理解と新たな抑制手法の確立が重要度を増してきている。



1.2 旋回失速に関する過去の研究

旋回失速に関する研究の歴史は古く、Whittle らによるジェットエンジンの開発初期に遠心圧縮機のインペラ一において見出されたのが最初の記録であるとされる^[3]。圧縮機の中のある翼列に対するインシデンスが作動負荷の増大や流量の低下など何らかの原因によって増加した際に、一般にその翼列の中の各翼は一斉に失速に陥るのではなく、むしろ部分的に失速した領域が翼列内に個別に発生する。こうして発生した失速領域（失速セル）は圧縮機中に静止するのではなく圧縮機動翼の回転速度よりも遅い速度で、動翼の回転と同じ方向に伝播していく。これが旋回失速（rotating stall）と呼ばれる現象である。旋回失速が一度発生すると失速セルは動翼に対しても静翼に対しても相対的に移動するため、これらの翼は全て失速領域と非失速領域とを交互に通過することになる。旋回失速はその発生に伴う急激な圧縮機性能の低下がエンジンシステム全体に多大な悪影響を及ぼし得るだけでなく、周期的に作用する流体励振力によって翼の疲労破壊を引き起こす危険性がある。そのため旋回失速はその重要性が認識されて以降、長年にわたって理論的、実験的および数値解析的な研究による現象理解の努力が進められてきた。

Emmons ら^[4]を始めとする初期の研究では、旋回失速による流体力と翼の固有振動数との共振を避けることを主眼に旋回失速の伝播速度と失速領域の数とを支配する条件の解明が重点的に試みられた。Emmons らは実験と理論解析の結果に基づいて旋回失速における失速セルの定性的な伝播メカニズムを次のように説明した。図 1.3 に示すように 2 次元的な圧縮機翼列を想定した際、何らかの要因によっていずれかの翼（ここでは翼 B）で失速

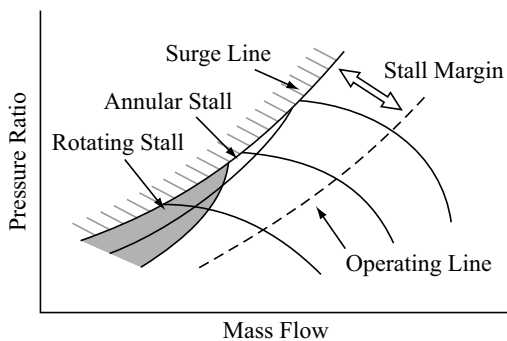


Figure 1.2 Compressor characteristics plot and the region at which flow instabilities are encountered

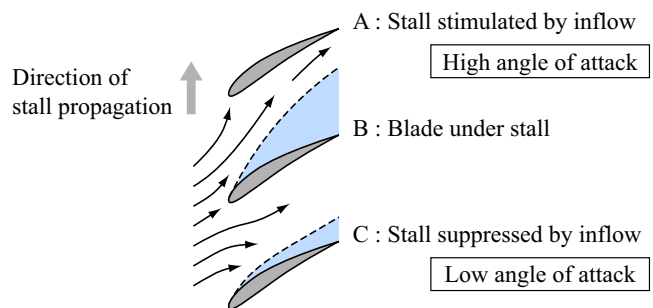


Figure 1.3 Illustration of stall propagation mechanism based on Emmons' exposition

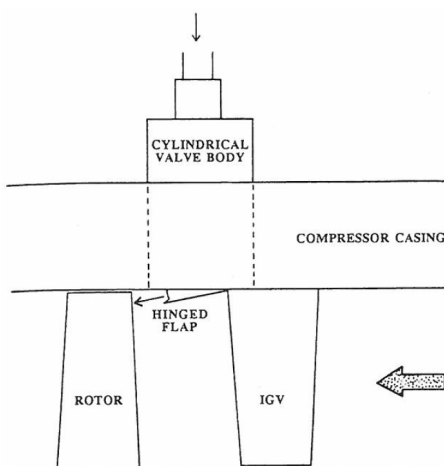


Figure 1.4 Schematic picture of trapdoor-type air injection valve [7]

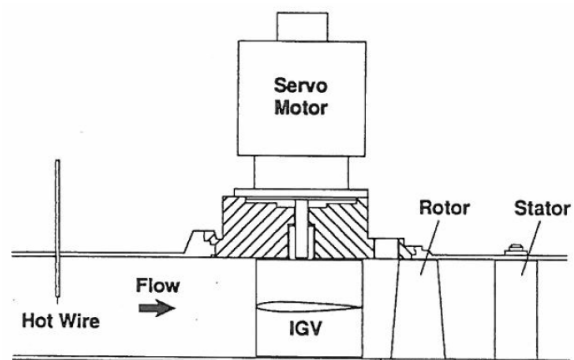


Figure 1.5 Schematic picture of active stabilizing device with oscillating inlet guide vanes [8]

が生じた場合、その翼間流路 AB は失速領域によって一部が塞がれる。この閉塞した流路の排除効果によって上流に位置する翼 A に対するインシデンスが増加し失速が促進される一方、下流に位置する翼 C に対するインシデンスは減少し失速が抑制される。この繰り返しが次々に発生することで失速領域が動翼の回転方向と逆方向に伝播していく。以上の Emmons らによる理論解析に端を発し、様々な理論解析が実施されたが、旋回失速に関わる諸現象に非線形的な特徴が備わっていることや微小変動理論による旋回失速の表現に限界があったことなどから現象のモデル化と解析には本質的に困難が伴うことが多かった^[3]。特に失速に陥る遷移過程において発生する現象の解明や、失速点の予測に関しては課題として残された。

その後圧縮機の高負荷化が進行するのに伴い、旋回失速の抑制に焦点を当てた研究が多く行われるようになった。能動制御による旋回失速の抑制は Epstein ら^[6]によって最初にその概念が提示され、軸流と遠心の圧縮機に対してフィードバック制御をかけることで失速マージンを改善できることが理論解析により示された。Day^[7]は四段軸流低速圧縮機の初段動翼上流の壁面に施した空気噴射弁から空気を能動的に制御して噴射することにより、主流流量の 1% 以下の空気噴射により旋回失速とサージの発生を遅らせることが可能であることを示した (図 1.4)。Paduano ら^[8]は単段軸流低速圧縮機の動翼上流に配置した IGV の取り付け角をサーボモータにより制御することで有意な失速マージンの改善を得た (図 1.5)。これらの実験的研究は圧縮機の高負荷作動条件において失速を抑制することに成功しているものの、後述するような短波長の擾乱を伴う spike 型失速初生と長波長の擾乱を伴う modal 型失速初生の 2 種類に対応出来る必要があることなどから、広く適用するデバイスとして実用化する上では課題が残ることも同時に示された。以上のような、失速を適切に抑制するための制御方法を模索する理論解析的な研究と、能動デバイスの導入により実験的に検証を行う研究の他に、失速初生時の現象を理解することにより旋回失速抑制の方策を見出そうとする研究も一方で多くなされた。McDougall ら^[9]を始めとする実験的研究により、旋回失速は、本格的な失速発生に先立つ擾乱の特徴によって発生形態が大きく 2 つに分けられることが明らかとなった。1 つ目は Moore ら^[10]による理論解析によって存在が示唆され、McDougall らによって直接計測された、いわゆる modal 型の失速初生である (図 1.6)。Modal 型の失速初生は、圧縮機の円周長さを 1 波長とするようなモードの擾乱が、圧縮機の高負荷作動時において減衰されることなく発達することで失速へと陥る形態の失速初生である。2 つ目は McDougall^[9]らや Day^[11]、Camp ら^[12]を始めとした実験によって存在が確認された、いわゆる spike 型の失速初生である (図 1.7)。Spike 型の失速初生は、圧縮機翼列流路の数個分程度という空間スケールの小さい擾乱が失速発生の直前で突然現れ、数圧縮機回転時間というごく短時間で急速に発達し、本格的な失速へと陥る形態の失速初生である。Modal 型初生において不安定をもたらすのが modal 波そのものであるのに対して、spike 型初生における spike 波が不安定をもたらす直接的な原因であるか、あるいは局

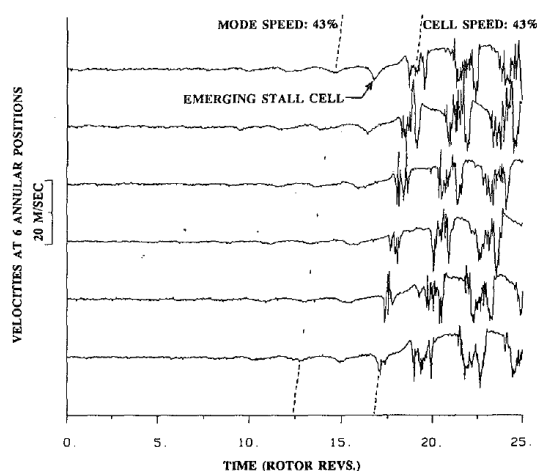


Figure 1.6 Hot-wire measurements showing a stall cell emerging smoothly out of a flow field containing a modal perturbation [11]

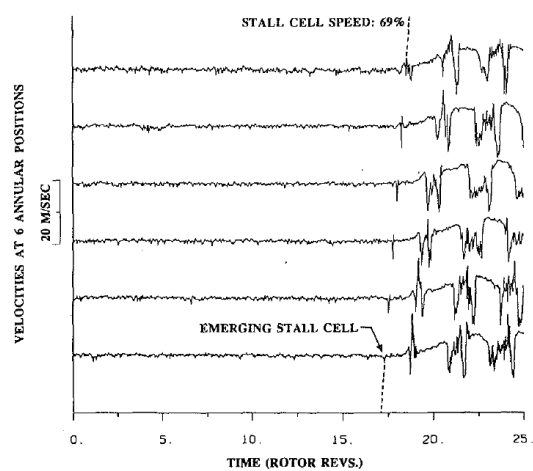


Figure 1.7 Hot-wire measurements showing a stall cell emerging from a flow field in which no modal perturbations can be detected [11]

所的な不安定の結果として観測される流速変動であるか、そのいずれであるかは現在に至っても必ずしも明らかにはされていない。Voら^[13]は spike 型失速初生を引き起こす原因として翼端漏れ流れの挙動に着目し低速の三次元直線翼列を対象とした数値解析を実施した。その結果、作動負荷の上昇とともに翼端漏れ流れと主流との界面が周方向に傾き、やがて周方向と平行になった際に隣接翼前縁の上流を翼端漏れ流れが回り込んで隣接流路へと流れ込む“tip leakage flow spillage”が発生することにより翼端における不安定化が促進されるとし、この spillage の発生が spike 波として観測されると結論付けた。Saathoffら^[14]は低速の軸流圧縮機のケーシング壁面に油膜法を適用することにより、失速点直前では主流と翼端漏れ流れの界面が翼端前縁よりも上流にせり出すことを示した。また Yamadaら^[15]は単段の低速軸流圧縮機を対象に実験と数値解析を実施することにより、前縁剥離渦と翼端漏れ渦が組み合わさることで生じる竜巻渦が流路間を隣接翼方向へと移動することによって、隣接翼前縁における spillage を誘発し失速を引き起こすとし、Pullan^[16]らも低速軸流圧縮機を対象とした解析を通じて類似した結果を得た。

低速圧縮機における spike 型失速初生と翼端漏れ流れの挙動との関連に注目が集まる中、遷音速圧縮機においても翼端漏れ流れ及び翼端漏れ渦が及ぼす影響について数値解析、実験の両面から考察がなされた^[17-19]。Adamczykら^[20]は遷音速ファンを対象とした数値解析により、翼端漏れ渦と衝撃波との干渉が壁面近傍に低速領域をもたらすこと、そして翼端間隙が存在しない条件においてはこの効果が消失し、安定作動域が拡大することを示した。Hoegerら^[21]は翼端漏れ渦と衝撃波との干渉による低速領域が翼端近傍の流路の大部分を塞ぐこと、そして失速直前では衝撃波とケーシング壁面境界層の干渉により壁面近傍で最後まで残った流路が塞がれることにより数値失速がもたらされることを示した。Suderら^[22-24]は NASA Rotor 37 を対象とした実験によって、作動負荷の上昇とともにケーシング壁面近傍に翼端漏れ渦と衝撃波の干渉に起因する広大なブロッキングが形成されることを確認した。Yamadaら^[25, 26]は NASA Rotor 37 を対象とした数値解析によって、翼端漏れ渦と衝撃波の干渉が渦崩壊を引き起こすこと、その渦崩壊が非定常的に振動することが失速時の不安定性に関連することを示した。以上のように、遷音速圧縮機の流れ場と失速現象に焦点を当てた研究がこれまでに多くなされてきたが、衝撃波の存在により壁面近傍の流れ場の様相は低速圧縮機以上に複雑となることから、翼端付近のブロッキングを形成する要因とそれにより失速が誘発されるシナリオについては依然として明快な解釈がなされていない。

1.3 ケーシングトリートメントに関する過去の研究

圧縮機負荷向上に向けた取り組みが進行し、圧縮機における失速が翼端近傍の流れに起因して発生することが増えて以降失速を抑制する方策の確立は重要度を増している。特に圧縮機が spike 型の初生により失速へと陥る条件では、ごく短時間の間に発展する初生現象に対して能動的な制御を行うことが困難であることなどから、受動デバイスによる失速抑制に対する期待と需要が高まっている。失速を抑制する受動デバイスの代表的なものにケーシングトリートメント (casing treatment) がある。

ケーシングトリートメントは、圧縮機動翼端付近に吹き出しあるいは抽気を行うことが失速限界に与える影響を実験的に調査していた際に、抽気弁を全閉にしてもなお失速マージンが改善したことをきっかけとして見出されたとされる^[27]。その後幾つかの実験が行われたが^[33]、広範なトリートメント形状に対する体系的な実験結果は Osborn ら^[35]によって発表された。ここで Osborn らは6形式13種類のトリートメント形状のそれぞれについて、遷音速圧縮機の性能や失速限界に及ぼす影響を調査し、幾つかの形状については良好な失速抑制効果が得られることを示すとともに、インレットディストーションによる失速マージンの低下を補う効果が見込めるとした。ケーシングトリートメントの初期段階における研究では、図 1.8 に示すような多様な形状の適用が試みられたが、実用が難しい複雑な形状はその後取り上げられることが減り、近年行われている研究の多くは大きく分けて2種類のトリートメント形状のどちらかを対象としている。1つ目は軸方向の溝 (slot) を動翼端のケーシング壁面に周方向に配置した軸方向溝型ケーシングトリートメント (axially slotted casing treatment) ^[30, 31, 35, 36, 37, 38]である (図 1.9)。溝の形状は様々に提案されているが、単純な溝を施すタイプのケーシングトリートメントの中では比較的失速抑制効果が大きいとされる。しかし動翼による仕事を受けた流体を上流へと循環させ、主流との間で活発な流れの混合を引き起こす構造であるため、基本的に失速抑制効果に伴う効率低下が大きいとされる。2つ目は周方向の溝 (groove) を動翼端のケーシング壁面に軸方向に配置した周方向溝型ケーシングトリートメント (circumferentially grooved casing treatment) ^[30, 31, 35, 37, 40]である (図 1.10)。軸方向溝型と比較すると失速抑制効果は若干低いとされるものの少ない効率低下で失速抑制効果が期待できる点に利点があるとされる。また軸対象な形状であるため加工コストが低く抑えられる点も実用上有利であるとされる。

周方向溝型ケーシングトリートメントを始めとして、ケーシングトリートメントは一般に tip critical な圧縮機動翼 (動翼の翼端側がスパン方向の他の部分に比べて早く失速状態に近づいていき、翼端の失速が動翼全体としての不安定流動の発生のきっかけとなるような圧縮機動翼) に対して特に高い失速抑制効果をもたらすとされる^[40, 42]。そのため spike 型の失速初生を伴う圧縮機への適用と失速抑制メカニズムの解明が多く試みられている。Takata ら^[28]は低速軸流圧縮機に対して周方向溝型ケーシングトリートメントを施すことにより、失速マージンが拡大することを実験的に確認した。Shabbir ら^[43]は低速圧縮機を対象に数値解析を実施し、周方向溝型ケーシングトリートメントによる失速抑制効果が、ケーシング壁面において主流に逆流する向きの運動量成分を溝内部の壁面が肩代わりすることによってもたらされることを、運動量の釣り合いに着目した議論により示した。Bailey^[34]は遷音速圧縮機を対象に、溝の本数や位置を変えた実験を実施することにより、溝の本数が3本である場合の最適な溝設置位置が翼端のミッドコード位置付近に存在することを示した。Lu ら^[44]は低速圧縮機を対象とした数値解析の結果から、ケーシングトリートメントによって失速が抑制されるのは溝の影響によって翼端漏れ渦が隣接翼から引き離されるためであるとし、Müller ら^[45, 46]や Chen ら^[47]も遷音速圧縮機を対象とした数値解析より類似した結論を導き出した。

周方向溝型ケーシングトリートメントによって圧縮機の失速マージン改善を図る場合、基本的には複数の溝を設けることによって溝一本一本の効果の小ささを補うといった試みがなされる。しかしその際にそれぞれの溝が担う役割と効果の大小には当然違いが生じることが予想される。これまでに行われた研究の大部分は複数の溝を対象としており、トリートメント溝が流れ場に及ぼす影響を明確に捉えられているとは必ずしも言えない。Houghton ら^[39, 40]は低速圧縮機に対して1本の周方向溝を施し、その位置を対象としたパラメトリックスタディを実験及び数値解析により実施した。その結果、溝の最適な設置箇所は前縁付近とミッドコード付近の2箇所に存在することが示され、またそれぞれの最適位置における失速抑制のメカニズムには違いがあるとした。遷音速圧縮機を対象とした研究では、Heinichen^[48]らが1本の周方向溝を3種類の遷音速圧縮機に施した際の影響を数

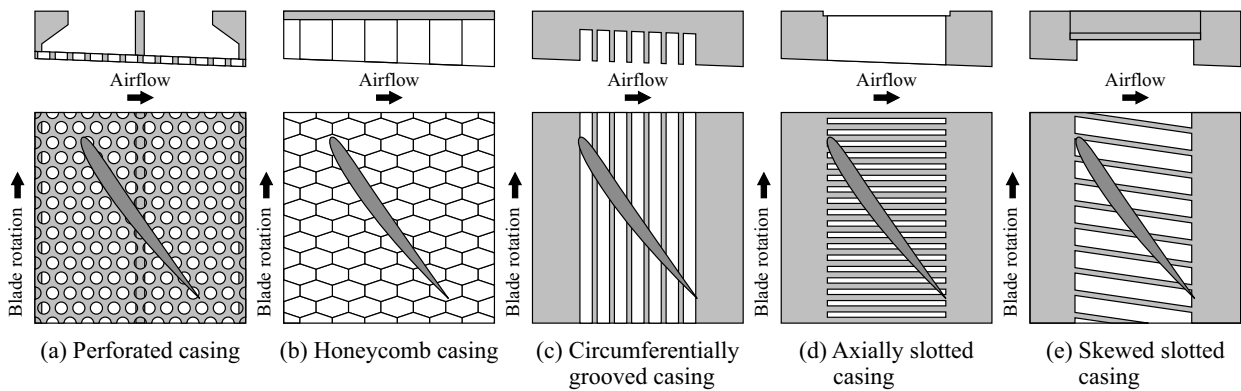


Figure 1.8 Example of casing treatment configurations applied in past experiments [35]

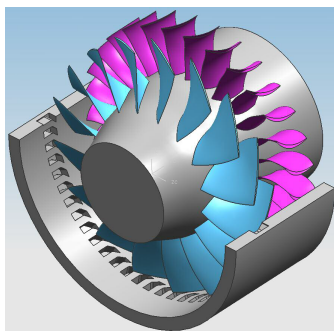


Figure 1.9 COOREFF bend skewed slot casing treatment [82]



Figure 1.10 Typical application style of circumferentially grooved casing treatment [45]

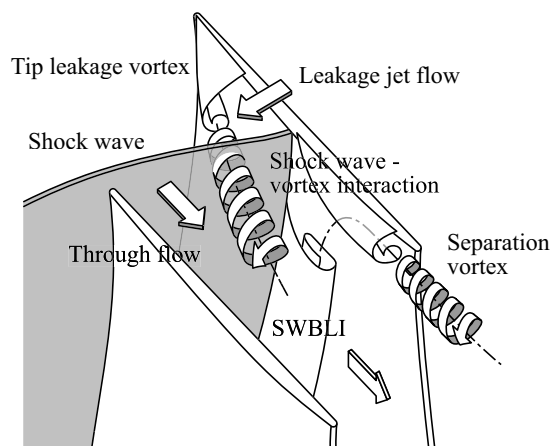


Figure 1.11 Illustration of common flow structures in transonic compressors

値解析によって明らかにしている。しかしこの研究における溝の位置は固定されており、また流れ場の考察も溝を施す前後での流れ場の比較のみ取り扱っているなど溝が流れ場に及ぼす具体的な影響についての言及はなされていない。遷音速圧縮機のケーシング壁面近傍では衝撃波や翼端漏れ流れ、翼端漏れ渦、境界層など流れの諸相が相互に作用することで複雑な流れ場が形成されており（図 1.11）、それらの流れとトリートメント溝の関連を純粋に捉え、失速抑制のメカニズムを明らかにすることは優れたケーシングトリートメントを設計するための指針を確立するうえで欠かせない。

1.4 研究目的と研究手法

以上の背景から、本研究では以下の3つの目的を設定する。まず、1本の周方向溝型ケーシングトリートメントの軸方向設置位置および溝深さが遷音速圧縮機の流れ場に及ぼす影響を詳細な数値解析によって明らかにする。次にケーシングトリートメントが流れ場に及ぼす影響とそれによる失速特性の変化の対応関係を流れ場の考察を通じて把握し、ケーシングトリートメントによる失速抑制の流体工学的なメカニズムを明らかにする。最後に得られた失速抑制に関する知見に基づき適切なケーシングトリートメントの設計要件を提示する。

溝近傍の複雑な流れ場について詳細な知見を獲得するため、RANSによる数値解析の手法を導入し、圧縮機の失速形態と失速に関連する諸現象に対してケーシングトリートメントが及ぼす影響を観察した。また、ケーシング壁面に施す溝の軸方向設置位置と溝深さを変化させたパラメトリックスタディを実施することによって、溝直下の流れ場の状況と関連付けてケーシングトリートメントの効果を議論した。

1.5 論文概要

本論文は5章から成る。

第1章では本研究の背景を述べ、過去に行われた研究を紹介した上で研究目的について述べた。

第2章では研究手法について述べる。使用した計算コードの概要や、ケーシングトリートメントを施したケーシング壁面形状を適切に再現するために導入した重合格子法の要点、及び圧縮機内流れの特徴を捉えるために独自に導入した指標について述べる。

第3章では対象とする遷音速圧縮機について明らかになった流れ場の特徴と失速発生メカニズムについて述べる。ケーシングトリートメントを施していない条件で失速を引き起こす流れについて詳細な考察を行うことによって、続く第4章でケーシングトリートメントの影響を議論する際の足がかりとする。

第4章では1本の周方向溝型ケーシングトリートメントの軸方向設置位置と溝深さを変化させたパラメトリックスタディの結果を述べる。ケーシングトリートメントによる翼端漏れ流れや翼端漏れ渦の挙動の変化や流路内のブロック領域の分布に特に着目して議論を展開する。翼端近傍流れ場と失速特性の変化に関する知見、先行研究の成果からケーシングトリートメントによる失速抑制要因を考察し、ケーシングトリートメントを設計する際の指針を提案する。

最後に、第5章で本論文の結論をまとめる。

第2章 数值解析手法

2.1 数値解析手法

2.1.1 支配方程式

支配方程式として3次元 Navier-Stokes 方程式を採用する。絶対座標系に対して角速度 $\dot{\phi}$ で x 軸回りを回転するデカルト座標系 (x, y, z, t) における Navier-Stokes 方程式は次の通り表される。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)}{\partial x} + \frac{\partial (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)}{\partial y} + \frac{\partial (\mathbf{H} - \mathbf{H}_v)}{\partial z} = \mathbf{S} \quad (2.1)$$

ただし,

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e+p)u \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e+p)v \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho wu \\ \rho wv \\ \rho w^2 + p \\ (e+p)w \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_x \\ \tau_{yx} \\ \tau_{zx} \\ \beta_x \end{bmatrix} \quad \mathbf{G}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \sigma_y \\ \tau_{zy} \\ \beta_y \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \sigma_z \\ \beta_z \end{bmatrix} \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho \dot{\phi} (\dot{\phi} y + 2w) \\ \rho \dot{\phi} (\dot{\phi} z - 2v) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_x = \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad \sigma_y = \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad \sigma_z = \frac{2}{3} \mu \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad \tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\beta_x = \sigma_x u + \tau_{xy} v + \tau_{xz} w + \kappa \frac{\partial T}{\partial x}, \quad \beta_y = \tau_{yx} u + \sigma_y v + \tau_{yz} w + \kappa \frac{\partial T}{\partial y}, \quad \beta_z = \tau_{zx} u + \tau_{zy} v + \sigma_z w + \kappa \frac{\partial T}{\partial z}$$

ここで, ρ は密度, u, v, w は回転座標系における x, y, z 方向速度成分, T, p はそれぞれ温度, 圧力, e は単位体積あたりの全エネルギー e' から遠心力による位置エネルギーを差し引いた値である。

$$e = e' - \frac{1}{2} \rho r^2 \dot{\phi}^2 \quad (2.2)$$

なお, 圧力 p はこれを用いて以下のように表すことができる。

$$p = (\gamma - 1) \left\{ e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2 - r^2 \dot{\phi}^2) \right\} \quad (2.3)$$

式(2.1)の Navier-Stokes 方程式はデカルト座標系 (x, y, z, t) で表記されているが, 実際の数値計算は物体適合格子を用いて行うので支配方程式を一般座標系 (ξ, η, ζ, t) に変換する必要がある。

一般座標系からデカルト座標系への変換マトリクスは, 微小要素間の変換として以下のように表される。

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_\xi & x_\eta & x_\zeta \\ y_\xi & y_\eta & y_\zeta \\ z_\xi & z_\eta & z_\zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

この逆行列は,

$$\begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta & z_\eta x_\zeta - z_\zeta x_\eta & x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta \\ y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta & z_\zeta x_\xi - z_\xi x_\zeta & x_\zeta y_\xi - x_\xi y_\zeta \\ y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi & z_\xi x_\eta - z_\eta x_\xi & x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\frac{1}{J} = x_\xi (y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta) + x_\eta (y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta) + x_\zeta (y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi)$$

ただし, J はヤコビアン (Jacobian) と呼ばれる変換係数である.

一方, 式(2.4)とは逆の, デカルト座標系から一般座標系への変換マトリクスは,

$$\begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

と書けるから, 式(2.5)と式(2.6)から,

$$\begin{aligned} \xi_x &= J (y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta) & \xi_y &= J (z_\eta x_\zeta - z_\zeta x_\eta) & \xi_z &= J (x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta) \\ \eta_x &= J (y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta) & \eta_y &= J (z_\zeta x_\xi - z_\xi x_\zeta) & \eta_z &= J (x_\zeta y_\xi - x_\xi y_\zeta) \\ \zeta_x &= J (y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi) & \zeta_y &= J (z_\xi x_\eta - z_\eta x_\xi) & \zeta_z &= J (x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) \end{aligned}$$

なる 9 つのメトリクス (metrics) を得る. なお, ヤコビアンは各座標間の単位セルの体積比に相当する.

$$J \equiv \frac{\partial(\xi, \eta, \zeta)}{\partial(x, y, z)} = \frac{[\text{計算空間のセル体積}]}{[\text{物理空間のセル体積}]} \quad (2.7)$$

以上の関係を用いて式(2.1)の支配方程式を書き換えることにより, 一般座標系における以下の立式を得る.

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{F} - \tilde{F}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\tilde{G} - \tilde{G}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\tilde{H} - \tilde{H}_v)}{\partial \zeta} = \tilde{S} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Q} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix} & \tilde{F} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ \rho w U + \xi_z p \\ (e + p)U \end{bmatrix} & \tilde{G} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ \rho w V + \eta_z p \\ (e + p)V \end{bmatrix} & \tilde{H} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x p \\ \rho v W + \zeta_y p \\ \rho w W + \zeta_z p \\ (e + p)W \end{bmatrix} \\ \tilde{F}_v &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} + \xi_z \tau_{xz} \\ \xi_x \tau_{yx} + \xi_y \tau_{yy} + \xi_z \tau_{yz} \\ \xi_x \tau_{zx} + \xi_y \tau_{zy} + \xi_z \tau_{zz} \\ \xi_x \beta_x + \xi_y \beta_y + \xi_z \beta_z \end{bmatrix} & \tilde{G}_v &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} + \eta_z \tau_{xz} \\ \eta_x \tau_{yx} + \eta_y \tau_{yy} + \eta_z \tau_{yz} \\ \eta_x \tau_{zx} + \eta_y \tau_{zy} + \eta_z \tau_{zz} \\ \eta_x \beta_x + \eta_y \beta_y + \eta_z \beta_z \end{bmatrix} & \tilde{H}_v &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \zeta_x \tau_{xx} + \zeta_y \tau_{xy} + \zeta_z \tau_{xz} \\ \zeta_x \tau_{yx} + \zeta_y \tau_{yy} + \zeta_z \tau_{yz} \\ \zeta_x \tau_{zx} + \zeta_y \tau_{zy} + \zeta_z \tau_{zz} \\ \zeta_x \beta_x + \zeta_y \beta_y + \zeta_z \beta_z \end{bmatrix} \\ \tilde{S} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho \dot{\phi} (\dot{\phi}_y + 2w) \\ \rho \dot{\phi} (\dot{\phi}_z - 2v) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

なお, U, V, W は反変速度である.

$$U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w \quad , \quad V = \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w \quad , \quad W = \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w$$

2.1.2 対流項の評価

一粒子的風上法

種々のスキームの違いはセル境界における物理量の評価方法の違いとして解釈される. 多くは境界面でのリーマン問題を近似的に解いて数値流束を算出する方法が採られており, 例えば Roe によって提案された近似リーマン解法 (FDS: Flux Difference Splitting) や流束分離法 (FVS: Flux Vector Splitting) が挙げられる.

嶋ら^[52]は FVS の改良版として一粒子的風上法 の概念を導入した. FVS では固有値の正負に応じて対流項の風上差分を決定するのに対し, 一粒子的風上法では 1 つの流体粒子で対流項を代表するように修正する. ただし, 質量流束と圧力項の分離の形は継承する.

具体的な例として, x 方向の数値流束 \hat{F} は以下の分離形式により表現される.

$$\hat{F} = \frac{1}{J} (m\Phi + pN) \quad , \quad \Phi = \begin{bmatrix} 1 \\ u \\ v \\ w \\ h \end{bmatrix} \quad , \quad N = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \\ \xi_y \\ \xi_z \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$m = \rho U \quad , \quad U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w \quad , \quad h = \frac{e + p}{\rho}$$

ただし, m は質量流束, U は反変速度, h は単位質量あたりの全エンタルピーである. 一粒子的風上法では, 質量流束 m を FDS または FVS を用いて求め, その m の符号に応じて風上側が決定されるように流束ベクトルを

$$\hat{F} = \frac{m + |m|}{2} \Phi_+ + \frac{m - |m|}{2} \Phi_- + \tilde{p}N \quad (2.10)$$

とする. ここで下付き \pm は境界の左 (+) と右 (-) の量を表す. また \tilde{p} は左右のマッハ数 M_{\pm} を用いた圧力の混合で,

$$\tilde{p} = \beta_+ p_+ + \beta_- p_-$$

$$\begin{cases} \beta_{\pm} = \frac{1}{4} (2 \mp M_{\pm}) (M_{\pm} \pm 1)^2 & \text{if } |M_{\pm}| \leq 1 \\ \beta_+ = 1, \beta_- = 0 & \text{if } M_{\pm} > 1 \\ \beta_+ = 0, \beta_- = 1 & \text{if } M_{\pm} < -1 \end{cases}$$

である. 一粒子的風上法は, 統一的に式(2.10)で表すことができる.

SHUS

対流項の評価には, 一粒子的風上法の定式化として計算時間, 丈夫さ, 精度の点で優れていると思われる SHUS (Simple High-resolution Upwind Scheme) ^[52]を用いた. このスキームでは質量流束 m は, ①左右の平均, ②移流速度による風上化, ③圧力の寄与, として表される.

$$m_i = \frac{1}{2} \left\{ (\rho U_i)_+ + (\rho U_i)_- - |\bar{U}_i| \Delta \rho - \frac{|\bar{M}_i + 1| - |\bar{M}_i - 1|}{2} \bar{\rho} \Delta U_i - \frac{|\bar{M}_i + 1| - |\bar{M}_i - 1| - 2|\bar{M}_i|}{2} \frac{\Delta p}{c} \right\} \quad (2.11)$$

$$\bar{M}_i = \frac{\bar{U}_i}{\bar{c}} \quad (2.12)$$

ここで Δ は左右の差分 ($\Delta q = q_- - q_+$) である. 超音速で完全に風上差分になるために

$$\bar{U}_i = \frac{\bar{U}_{i+} + \bar{U}_{i-}}{2}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho_+ + \rho_-}{2} \quad (2.13)$$

とする必要がある. \bar{c} は音速の平均で, ここでは簡単に

$$\bar{c} = \sqrt{\gamma \frac{p_+ + p_-}{\rho_+ + \rho_-}} \quad (2.14)$$

とした. スキームは平均音速の選び方に鈍感で, 遷音速の流れ場では一様流のように固定してもよい. β_{\pm} は \bar{c} を用いて次のように表される.

$$\beta_{\pm} = \frac{1}{4} \left(2 \mp \frac{U_{i\pm}}{\bar{c}} \right) \left(\frac{U_{i\pm}}{\bar{c}} \pm 1 \right)^2 \quad (2.15)$$

SHUS の長所としては以下の点が挙げられる.

- 境界層や定常非定常の接触不連続を正確に捉えられる
- 衝撃波や対称な膨張について非常に丈夫である

2.1.3 高精度化手法

MUSCL 法

1 次精度風上差分が TVD 条件を満たすことに着目して, MUSCL 法ではセル境界 $j+1/2$ の右側と左側の物理量 u の状態 (u_R, u_L) をその周囲の物理量からの内挿によって決め, これを用いて数値流束を計算する. 内挿に流束制限関数を導入しない場合は, 単純な高次精度の差分法となるが, 流束制限関数を内挿の過程に導入することで, TVD 条件を満たすことができる. 本計算では 3 次精度 MUSCL 補間を用いて, スキームの高精度化を行っている.

一般にセル内の物理量の分布は, 変数 u の真の値を $u(x)$ で定義し, セル中心 u_j 周りにテイラー展開して 2 次の項まで取って整理すれば,

$$u(x) = u_j + \frac{1}{\Delta x} (x - x_j) \delta_j u + \frac{3\kappa}{2(\Delta x)^2} \left[(x - x_j)^2 - \frac{(\Delta x)^2}{12} \right] \delta_j^2 u \quad (2.16)$$

$$(x_{j-1/2} \leq x \leq x_{j+1/2})$$

と表される. ただし,

$$u_j = \frac{1}{\Delta x} \int_{j-1/2}^{j+1/2} u(x) dx \quad (2.17)$$

式(2.16)は $\kappa = 1/3$ のとき 2 次曲線の分布となり 3 次精度を与える.

また, 差分表示を

$$\delta_j u = \frac{1}{2} (u_{j+1} - u_{j-1}), \quad \delta_j^2 u = u_{j+1} - 2u_j + u_{j-1} \quad (2.18)$$

とし, $u_j - u_{j-1} = \Delta_-$, $u_{j+1} - u_j = \Delta_+$ とすればセル境界での物理量は,

$$\begin{aligned}
(u_L)_{j+1/2} &= u_j + \frac{1}{2} \delta_j u + \frac{\kappa}{4} \delta_j^2 u \\
&= u_j + \frac{1}{4} (1 - \kappa) (u_j - u_{j-1}) + \frac{1}{4} (1 + \kappa) (u_{j+1} - u_j) \\
&= u_j + \frac{1}{4} [(1 - \kappa) \Delta_- + (1 + \kappa) \Delta_+]_j
\end{aligned} \tag{2.19}$$

$$\begin{aligned}
(u_R)_{j+1/2} &= u_{j+1} - \frac{1}{2} \delta_{j+1} u + \frac{\kappa}{4} \delta_{j+1}^2 u \\
&= u_{j+1} - \frac{1}{4} (1 + \kappa) (u_{j+1} - u_j) - \frac{1}{4} (1 - \kappa) (u_{j+2} - u_{j+1}) \\
&= u_{j+1} - \frac{1}{4} [(1 - \kappa) \Delta_+ + (1 + \kappa) \Delta_-]_{j+1}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

となる。 L と R はそれぞれセル境界の左側と右側を意味する。

流束制限関数

TVD 条件を満足させるため、式(2.19)、式(2.20)に流速制限関数 s を導入し、

$$(u_L)_{j+1/2} = u_j + \frac{s}{4} [(1 - \kappa s) \Delta_- + (1 + \kappa s) \Delta_+]_j \tag{2.21}$$

$$(u_R)_{j+1/2} = u_{j+1} - \frac{s}{4} [(1 - \kappa s) \Delta_+ + (1 + \kappa s) \Delta_-]_{j+1} \tag{2.22}$$

を本計算で用いた。流束制限関数には Venkatakrishnan の制限関数を修正した、

$$s = \frac{3\Delta_+ \Delta_- + \varepsilon_j}{2(\Delta_+ - \Delta_-)^2 + 3\Delta_+ \Delta_- + \varepsilon_j} \quad \varepsilon_j = \max\left(3|\nabla \xi|_j^{-3}, 10^{-12}\right) \tag{2.23}$$

を用いた。

2.1.4 時間進行法

陰解法

時間積分には大きく分けて陽解法と陰解法の2種類がある。陽解法とは、基礎方程式を時間方向に離散化した際に次時刻 ($n+1$ step) に関する未知数が唯一含まれるよう定式化するもので、陽的にその未知数を表現できる。一方陰解法は、離散化した際に次時刻の未知数が2つ以上含まれるよう定式化するもので、陰的に表現されるため一般に代数的に解くことができない。陽解法は簡便ではあるが、CFL条件の制約から時間刻み幅を非常に細かくする必要が生じるため、結果的に計算コストが膨大になることが多い。従って、CFL条件の制約を緩和できる陰解法を本研究では採用する。

簡単のために式(2.8)から粘性項を除外した Euler 方程式で考えると、支配方程式は以下のように離散化される。

$$\frac{\tilde{Q}^{n+1} - \tilde{Q}^n}{\Delta t} + \left\{ \lambda \left(\frac{\partial \tilde{F}}{\partial \xi} \right)^{n+1} + (1 - \lambda) \left(\frac{\partial \tilde{F}}{\partial \xi} \right)^n + \lambda \left(\frac{\partial \tilde{G}}{\partial \eta} \right)^{n+1} + (1 - \lambda) \left(\frac{\partial \tilde{G}}{\partial \eta} \right)^n + \lambda \left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial \zeta} \right)^{n+1} + (1 - \lambda) \left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial \zeta} \right)^n \right\} = 0 \tag{2.24}$$

ただし、 λ は Crank-Nicolson 係数であり、 $\lambda=1$ の時 Euler 陰解法 (時間1次精度)、 $\lambda=1/2$ の時 Crank-Nicolson

陰解法（時間 2 次精度）である．ここで，各方向における次時刻の数値流束 $\tilde{\mathbf{E}}^{n+1}, \tilde{\mathbf{F}}^{n+1}, \tilde{\mathbf{G}}^{n+1}$ を求めるには次時刻での未知数が必要になる．そこで，例えば ξ 方向の数値流束に関して以下のような線形化を施す．

$$\tilde{\mathbf{E}}^{n+1} = \tilde{\mathbf{E}}^n + \left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial \tilde{\mathbf{Q}}} \right)^n (\tilde{\mathbf{Q}}^{n+1} - \tilde{\mathbf{Q}}^n) = \tilde{\mathbf{E}}^n + \tilde{\mathbf{A}}^n \Delta \tilde{\mathbf{Q}} \quad (2.25)$$

$\tilde{\mathbf{A}}$ は ξ 方向の流束ヤコビアン行列である．同様に η, ζ 方向の流束ヤコビアン行列をそれぞれ $\tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{C}}$ と定義すると，式(2.24)は次式のように書き下せる．

$$\left[\mathbf{I} + \lambda \Delta t \frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{\mathbf{A}}^n + \lambda \Delta t \frac{\partial}{\partial \eta} \tilde{\mathbf{B}}^n + \lambda \Delta t \frac{\partial}{\partial \zeta} \tilde{\mathbf{C}}^n \right] \Delta \tilde{\mathbf{Q}} = -\Delta t \left[\left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}}{\partial \xi} \right)^n + \left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{G}}}{\partial \eta} \right)^n + \left(\frac{\partial \tilde{\mathbf{H}}}{\partial \zeta} \right)^n \right] \quad (2.26)$$

以降右辺を **[RHS]** とする．

$\Delta \tilde{\mathbf{Q}}$ を求めるためには左辺係数行列を反転させ直接 **[RHS]** にかけてやればよいが，一般にこの行列は非常に多くの要素を有するため，これを直接反転する方法は現実的ではない．そこで実際の解析においてはこの行列の反転を何らかの近似により表現しており，その近似方法が時間積分におけるそれぞれの手法を特徴付けている．

LU-SGS 法

時間積分における複雑な行列反転を回避する最も一般的な方法は近似因数分解法を用いることである．近似因数分解法の要点はいかに元の左辺係数行列を計算上扱いやすい行列の組み合わせに近似するかという点にある．本研究で採用した LU-SGS 法では左辺係数行列を下三角行列 \mathbf{L} ，対角行列 \mathbf{D} ，上三角行列 \mathbf{U} の和とみなし，以下のような近似 LDU (Lower Diagonal Upper) 分解を直接行う．

$$\mathbf{L} + \mathbf{D} + \mathbf{U} = [\mathbf{L} + \mathbf{D}] \mathbf{D}^{-1} [\mathbf{D} + \mathbf{U}] + o(\Delta t^2) \quad (2.27)$$

以下では粘性項を除外した Euler 方程式の離散化式（式(2.26)）を対象として， ξ 方向の流束ヤコビアン行列 $\tilde{\mathbf{A}}$ を例に具体的な定式化を示す．

流束ヤコビアン行列 $\tilde{\mathbf{A}}$ は対角化可能であり，

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{R} \mathbf{\Lambda}^+ \mathbf{R}^{-1} + \mathbf{R} \mathbf{\Lambda}^- \mathbf{R}^{-1} \equiv \tilde{\mathbf{A}}^+ + \tilde{\mathbf{A}}^-$$

$\mathbf{\Lambda}^+$ と $\mathbf{\Lambda}^-$ はそれぞれ非負，非正の固有値を持つ行列である． $\tilde{\mathbf{A}}^n \Delta \tilde{\mathbf{Q}}$ の微分にこの近似を適用し，分解した $\tilde{\mathbf{A}}^+$ ， $\tilde{\mathbf{A}}^-$ それぞれの進行方向に基づいた差分により書き下すと，

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} (\tilde{\mathbf{A}}^n \Delta \tilde{\mathbf{Q}}) &= \frac{\partial}{\partial \xi} (\tilde{\mathbf{A}}^+ \Delta \tilde{\mathbf{Q}} + \tilde{\mathbf{A}}^- \Delta \tilde{\mathbf{Q}}) \\ &= \frac{(\tilde{\mathbf{A}}^+ \Delta \tilde{\mathbf{Q}})_i - (\tilde{\mathbf{A}}^+ \Delta \tilde{\mathbf{Q}})_{i-1}}{\Delta \xi} + \frac{(\tilde{\mathbf{A}}^- \Delta \tilde{\mathbf{Q}})_{i+1} - (\tilde{\mathbf{A}}^- \Delta \tilde{\mathbf{Q}})_i}{\Delta \xi} \\ &= \frac{1}{\Delta \xi} (-\tilde{\mathbf{A}}^+_{i-1}) \Delta \tilde{\mathbf{Q}}_{i-1} + \frac{1}{\Delta \xi} (\tilde{\mathbf{A}}^+_{i+1} - \tilde{\mathbf{A}}^+_{i-1}) \Delta \tilde{\mathbf{Q}}_i + \frac{1}{\Delta \xi} (\tilde{\mathbf{A}}^-_{i+1}) \Delta \tilde{\mathbf{Q}}_{i+1} \end{aligned} \quad (2.28)$$

ここで第一項，第二項，第三項の係数行列がそれぞれ $\tilde{\mathbf{A}}$ における下三角成分，対角成分，上三角成分に対応している．そのため式(2.28)の左辺係数行列は以下のように $\mathbf{L}, \mathbf{D}, \mathbf{U}$ へと分解できる．

$$\mathbf{L} = -\lambda \frac{\Delta t}{\Delta \xi} \tilde{\mathbf{A}}^+_{i-1,j,k} - \lambda \frac{\Delta t}{\Delta \eta} \tilde{\mathbf{B}}^+_{i,j-1,k} - \lambda \frac{\Delta t}{\Delta \zeta} \tilde{\mathbf{C}}^+_{i,j,k-1} \quad (2.29)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{I} + \lambda \frac{\Delta t}{\Delta \xi} (\tilde{\mathbf{A}}_{i,j,k}^+ - \tilde{\mathbf{A}}_{i,j,k}^-) + \lambda \frac{\Delta t}{\Delta \eta} (\tilde{\mathbf{B}}_{i,j,k}^+ - \tilde{\mathbf{B}}_{i,j,k}^-) + \lambda \frac{\Delta t}{\Delta \zeta} (\tilde{\mathbf{C}}_{i,j,k}^+ - \tilde{\mathbf{C}}_{i,j,k}^-) \quad (2.30)$$

$$\mathbf{U} = \lambda \frac{\Delta t}{\Delta \xi} \tilde{\mathbf{A}}_{i+1,j,k}^- + \lambda \frac{\Delta t}{\Delta \eta} \tilde{\mathbf{B}}_{i,j+1,k}^- + \lambda \frac{\Delta t}{\Delta \zeta} \tilde{\mathbf{C}}_{i,j,k+1}^- \quad (2.31)$$

これらの表記と式(2.27)の近似によって式(2.26)は以下のように整理できる.

$$\begin{aligned} & \left[\mathbf{I} - \lambda \Delta t \left(\frac{\tilde{\mathbf{A}}_{i-1,j,k}^+}{\Delta \xi} - \frac{\tilde{\mathbf{B}}_{i,j-1,k}^+}{\Delta \eta} - \frac{\tilde{\mathbf{C}}_{i,j,k-1}^+}{\Delta \zeta} \right) + \lambda \Delta t \left(\frac{\tilde{\mathbf{A}}_{i,j,k}^+ - \tilde{\mathbf{A}}_{i,j,k}^-}{\Delta \xi} + \frac{\tilde{\mathbf{B}}_{i,j,k}^+ - \tilde{\mathbf{B}}_{i,j,k}^-}{\Delta \eta} + \frac{\tilde{\mathbf{C}}_{i,j,k}^+ - \tilde{\mathbf{C}}_{i,j,k}^-}{\Delta \zeta} \right) \right] \\ & \left[\mathbf{I} + \lambda \Delta t \left(\frac{\tilde{\mathbf{A}}_{i,j,k}^+ - \tilde{\mathbf{A}}_{i,j,k}^-}{\Delta \xi} + \frac{\tilde{\mathbf{B}}_{i,j,k}^+ - \tilde{\mathbf{B}}_{i,j,k}^-}{\Delta \eta} + \frac{\tilde{\mathbf{C}}_{i,j,k}^+ - \tilde{\mathbf{C}}_{i,j,k}^-}{\Delta \zeta} \right) \right]^{-1} \\ & \left[\mathbf{I} + \lambda \Delta t \left(\frac{\tilde{\mathbf{A}}_{i,j,k}^+ - \tilde{\mathbf{A}}_{i,j,k}^-}{\Delta \xi} + \frac{\tilde{\mathbf{B}}_{i,j,k}^+ - \tilde{\mathbf{B}}_{i,j,k}^-}{\Delta \eta} + \frac{\tilde{\mathbf{C}}_{i,j,k}^+ - \tilde{\mathbf{C}}_{i,j,k}^-}{\Delta \zeta} \right) + \lambda \Delta t \left(\frac{\tilde{\mathbf{A}}_{i+1,j,k}^-}{\Delta \xi} - \frac{\tilde{\mathbf{B}}_{i,j+1,k}^-}{\Delta \eta} - \frac{\tilde{\mathbf{C}}_{i,j,k+1}^-}{\Delta \zeta} \right) \right] \Delta \tilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k} = [\mathbf{RHS}] \end{aligned} \quad (2.32)$$

以上は Euler 方程式における定式化であり, 粘性項の影響を含めた以下の離散化式に関する Yoon らの取り扱いでは, LDU 分解は非粘性項のみについて行われ, 粘性項については右辺に含めた処理がなされる.

$$\left[\mathbf{I} + \lambda \Delta t \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{\mathbf{A}}^n + \frac{\partial}{\partial \eta} \tilde{\mathbf{B}}^n + \frac{\partial}{\partial \zeta} \tilde{\mathbf{C}}^n \right) - \frac{\lambda \Delta t}{Re} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{\mathbf{A}}_v^n + \frac{\partial}{\partial \eta} \tilde{\mathbf{B}}_v^n + \frac{\partial}{\partial \zeta} \tilde{\mathbf{C}}_v^n \right) \right] \Delta \tilde{\mathbf{Q}} = [\mathbf{RHS}] \quad (2.33)$$

それに対し, 本計算では寺坂ら^[54]が提案した以下の近似を導入することによって粘性項の影響も含めた処理を適用する.

$$\tilde{\mathbf{A}}^\pm = \frac{s_\xi^\pm}{2} \left[\tilde{\mathbf{A}} \pm \rho(\tilde{\mathbf{A}}) \mathbf{I} \right] \pm \frac{\alpha-1}{2} \rho(\tilde{\mathbf{A}}) \mathbf{I} \pm \frac{\mu}{Re \cdot \rho} |\nabla \xi|^2 \mathbf{I} \quad (2.34)$$

ただし,

$$s_\xi^\pm = \begin{cases} 1, & \text{if } \pm \left(U_\xi \pm c \sqrt{\xi_\xi^2 + \xi_\eta^2 + \xi_\zeta^2} \right) \geq 0 \\ 0, & \text{if } \pm \left(U_\xi \pm c \sqrt{\xi_\xi^2 + \xi_\eta^2 + \xi_\zeta^2} \right) \leq 0 \end{cases}$$

α は経験定数であり, 1.01 程度が妥当であるとされる. また, $\rho(\tilde{\mathbf{A}})$ は行列 $\tilde{\mathbf{A}}$ に対するスペクトル半径である. 差分に 1 次の風上差分を用いると行列の反転はスカラーとなり, 計算負荷を大幅に軽減できる.

なお, LU-SGS 法における実際の計算は, 式(2.32)より 2 段階のステップを経ることで行われる.

$$\mathbf{D}_{i,j,k} \Delta \tilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k}^* = [\mathbf{RHS}]_{i,j,k} + \lambda \Delta t \left[\left(\tilde{\mathbf{A}}^+ \Delta \tilde{\mathbf{Q}}^* \right)_{i-1,j,k} + \left(\tilde{\mathbf{B}}^+ \Delta \tilde{\mathbf{Q}}^* \right)_{i,j-1,k} + \left(\tilde{\mathbf{C}}^+ \Delta \tilde{\mathbf{Q}}^* \right)_{i,j,k-1} \right] \quad (2.35)$$

$$\Delta \tilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k} = \Delta \tilde{\mathbf{Q}}_{i,j,k}^* - \mathbf{D}_{i,j,k}^{-1} \lambda \Delta t \left[\left(\tilde{\mathbf{A}}^- \Delta \tilde{\mathbf{Q}} \right)_{i+1,j,k} + \left(\tilde{\mathbf{B}}^- \Delta \tilde{\mathbf{Q}} \right)_{i,j+1,k} + \left(\tilde{\mathbf{C}}^- \Delta \tilde{\mathbf{Q}} \right)_{i,j,k+1} \right] \quad (2.36)$$

ただし \mathbf{D} はスカラー行列で,

$$\mathbf{D}_{i,j,k} = \mathbf{I} + \lambda \Delta t \left[\alpha \left\{ \rho(\tilde{\mathbf{A}}) + \rho(\tilde{\mathbf{B}}) + \rho(\tilde{\mathbf{C}}) + \frac{2\mu}{Re \cdot \rho} \left(|\nabla \xi|^2 + |\nabla \eta|^2 + |\nabla \zeta|^2 \right) \right\} \right]_{i,j,k} \quad (2.37)$$

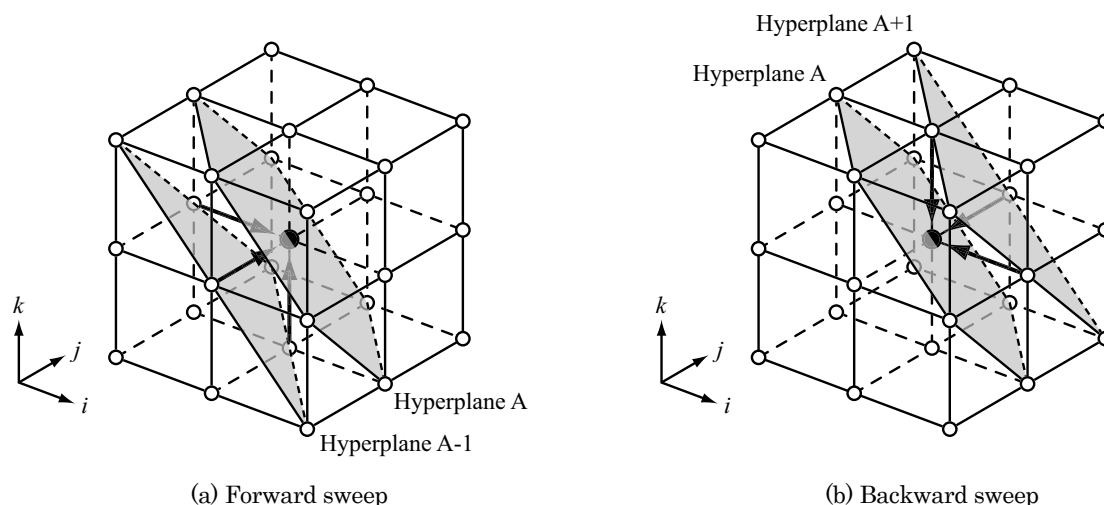


Figure 2.1 Hyperplane

式(2.35)に示す計算の第 1 ステップでは、 (i, j, k) 点における $\Delta\tilde{Q}^*$ を求めるにあたって $(i-1, j, k)$, $(i, j-1, k)$, $(i, j, k-1)$ の情報が必要になる。そこでこの計算には一般的にハイパー面 ($i+j+k = const.$ である面) を利用したループが用いられる。図 2.1 の A 面上の点での $\Delta\tilde{Q}^*$ は互いに独立であり A-1 面上の点での $\Delta\tilde{Q}^*$ によってのみ決定される。ループは A-1 面→A 面→A+1 面の向きに回すことになり、そのためこの第 1 ステップの計算は Forward Sweep と呼ばれる。一方、式(2.36)に示す計算の第 2 ステップでは、 (i, j, k) 点における $\Delta\tilde{Q}$ は $(i+1, j, k)$, $(i, j+1, k)$, $(i, j, k+1)$ の情報から決定される。そのためこの第 2 ステップの計算は Backward Sweep と呼ばれ、ループは A+1 面→A 面→A-1 面の向きに回すことになる。

2.1.5 粘性項の評価

粘性項は、

$$\Delta Q = [RHS] - \Delta t \left(\frac{\partial \tilde{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{G}_v}{\partial \zeta} \right) \quad (2.38)$$

のように陽的に評価する。粘性項の空間微分の評価と、その際に使用する速度勾配の評価には 2 次精度中心差分を用いた。

式(2.37)を、

$$D_{i,j,k} = I + \lambda \Delta t \left[\alpha \{ \rho(\tilde{A}) + \rho(\tilde{B}) + \rho(\tilde{C}) \} + \frac{4\mu}{\rho} (|\nabla \xi|^2 + |\nabla \eta|^2 + |\nabla \zeta|^2) \right]_{i,j,k} \quad (2.39)$$

とすることで左辺の係数行列の優対角性を増している。

2.1.6 乱流モデル

乱流とは流体が不規則に乱れて運動する状態をいい、大きなスケールでの渦から粘性散逸のような小さなスケールの渦に至るまでの連続した渦を伴う流れである。乱流の数値解析にあたり Navier-Stokes 方程式を直接解くには、乱流現象を正確に再現するために流れ場と同じスケールの大きな渦から粘性散逸に至る小さな渦までを捉えなければならない。格子の幅を非常に小さくして最小の渦のスケールに合わせなければならない。通常発達した乱流ではそれを構成する渦の最小寸法はコルモゴロフ (Kolmogorov) スケールであるため、これを捉えるためには最小格子幅がこの大きさよりも小さくなければならない。コルモゴロフスケールは、

$$l_k = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (2.40)$$

で定義される．ここで ε は乱流エネルギー散逸， ν は動粘性係数である．流れの代表速度を \bar{U} ，代表長さを L とすると乱流エネルギー散逸は

$$\varepsilon = \frac{\bar{U}^3}{L} \quad (2.41)$$

と表すことができ，以下の関係が成り立つ．

$$\frac{L}{l_k} = \left(\frac{\bar{U}L}{\nu} \right)^{3/4} = Re^{3/4} \quad (2.42)$$

代表長さを計算領域の最大幅程度で考えると， L/l_k は乱流を直接的に捉えようとする場合の格子点数に対応する．よって，直接乱流を三次元解析しようとする場合，その格子点数はレイノルズ数の $9/4$ 乗よりも大きくする必要がある．これに従うと，本研究で対象とする遷音速圧縮機の流れ場 ($Re = 10^5 \sim 10^6$) の解析にはおおよそ $10^{11} \sim 10^{14}$ 点の格子点が必要であることになり，非現実的な規模の計算機が必要となる．従って多くの場合，乱流を解析するにはその乱流現象にモデル化を施し，格子幅をコルモゴロフスケールにまで下げることなく解く方法が採用される．ここでは工学的に広く用いられているレイノルズ平均モデル (RANS: Reynolds Averaged Navier-Stokes equation) を採用した．

レイノルズ平均モデル

Navier-Stokes 方程式を時間平均することで，大きなスケールの運動と微小擾乱を分けて考え，この微小擾乱を乱流モデルで置き換えるのがレイノルズ平均モデルである．3次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式において，連続の式と運動方程式は，

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.44)$$

$$\sigma_{ij} = \mu \left(2S_{ij} - \frac{2}{3} S_{kk} \delta_{ij} \right), \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.45)$$

で記述され， u, p, ρ, μ はそれぞれ瞬間の速度ベクトルの各成分，圧力，密度，粘性係数である．物理量 f はレイノルズ平均量 \bar{f} と，変動分 f' に分けることができる．また，ファール平均量 $\tilde{f} = \overline{\rho f} / \bar{\rho}$ を定義し，ファール平均量からの変動成分を f'' と定義する．

$$f = \bar{f} + f' = \tilde{f} + f'' \quad (2.46)$$

式(2.46)を連続の式(2.43)と運動方程式(2.44)に代入して変形し，以下の式を得る．

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.48)$$

$$\bar{\sigma}_{ij} = 2\bar{\mu}\left(S_{ij} - 1/3 S_{kk}\delta_{ij}\right) \approx 2\bar{\mu}\left(\tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3}\tilde{S}_{kk}\delta_{ij}\right), \quad \tau_{ij} = -\bar{\rho}u_i^*u_j^* \quad (2.49)$$

式(2.49)のように近似すれば、 $\bar{\sigma}_{ij}$ は平均流速 (\tilde{u}_i) から算出できる。 τ_{ij} はレイノルズ平均化操作によって新たに加わった項で、レイノルズ応力と呼び、この未知のレイノルズ応力が現れるためにこの方程式はこのままでは閉じなくなってしまう。

レイノルズ平均化された方程式を解くためには、レイノルズ応力に何らかのモデルを適用しなければならない。ここでは τ_{ij} を Boussinesq の提案した方法で近似する。 τ_{ij} を平均速度の勾配に比例するとして以下のように近似する。 k を乱流エネルギーとして、

$$\tau_{ij} = 2\mu_t\left(\tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3}\tilde{S}_{kk}\delta_{ij}\right) - \frac{2}{3}\bar{\rho}k\delta_{ij}, \quad k = \left[(u_1^*)^2 + (u_2^*)^2 + (u_3^*)^2\right]/2 \quad (2.50)$$

このようなモデルは渦粘性モデルと呼ばれる。この渦粘性モデルにおいて乱流粘性係数 μ_t は未知数であり、各種存在する乱流モデルはこの μ_t を求めるための補助方程式の数によって0, 1, 2方程式モデルなどと大別される。

Baldwin-Lomax モデルのような0方程式モデルでは壁乱流など流れが比較的単純でその特性が十分わかっている場合にはモデル化が可能であるが、剥離や衝撃波と境界層の干渉などの複雑な流れ場に対しては適用が難しい。それに対し1方程式または2方程式モデルでは乱流の速度スケール及び長さスケールに対する方程式を解くことによって乱流粘性係数 μ_t を求めるため、上流での流れの生成が下流の流れ場に与える影響を考慮することができる。本計算では2方程式モデルの $k-\omega$ モデルを採用した。

Wilcox の $k-\omega$ 2方程式モデル

$k-\omega$ 乱流モデルでは乱流エネルギー k と、単位乱流エネルギーあたりの散逸率 ω (乱流の渦度あるいは乱流の時間スケールの逆数であり $\omega = \varepsilon/k$ で定義される)に関する輸送方程式を計算し、流れ場に応じた乱流粘性係数 μ_t を算出する。ただし、 ε は粘性散逸率($\varepsilon = \overline{\sigma_{ij}^*u_{ij}^*}/\bar{\rho}$)である。

Wilcoxにより開発されたモデルで、壁近くまでの計算で $k-\varepsilon$ よりも頑丈であり、密度勾配に依存しない。最大の特徴は粘性底層で減衰関数を必要としないこと、および境界条件がディリクレ条件で与えられるため計算が安定化することである。

乱流エネルギー k と比散逸率 ω に対する方程式は、

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j k) = \tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \beta^* \bar{\rho} \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\bar{\mu} + \sigma^* \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j \omega) = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \beta^* \bar{\rho} \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\bar{\mu} + \sigma \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (2.52)$$

となる。ここで得られた k および ω を使って乱流粘性係数 μ_t が計算される。乱流散逸率および長さスケールは $\varepsilon = \beta^* \omega k$, $l = k^{1/2}/\omega$ であり、乱流レイノルズ数は $Re = k/\omega\nu$ である。 μ_t は $\mu_t = \alpha^* \rho k/\omega$ となる。また、圧縮性の効果として

$$\beta^* = \beta_0^* \left[1 + \xi^* F(M_t) \right], \quad \beta = \beta_0 - \beta_0^* \xi^* F(M_t), \quad F(M_t) = \left[M_t^2 - M_{t0}^2 \right] H(M_t - M_{t0}) \quad (2.53)$$

と修正する。 H はHeavisideのステップ関数で、各定数は以下の通りである。

$$\beta_0^* = 9/100, \quad \alpha = 5/9, \quad \beta_0 = 3/40, \quad \sigma = \sigma^* = 1/2, \quad \xi^* = 3/2, \quad M_{t0} = 1/4, \quad \alpha^* = 1$$

レイノルズ平均操作により、エネルギー方程式にも追加項が現れる。最終的に $k-\omega$ モデルを組み込んだレイノ

ルズ平均 Navier-Stokes 方程式は式(2.47), 式(2.48), 上式の k, ω の 2 式にエネルギー式,

$$\frac{\partial \bar{\rho} E}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_j H)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\tilde{u}_i \bar{\sigma}_{ij} + \tilde{u}_i \tau_{ij} + (\mu + \sigma^* \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} - \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial h}{\partial x_j} \right] \quad (2.54)$$

を加えた合計 7 式となる. なお, E および H は $E = e + k + u_k u_k / 2$, $H = h + k + u_k u_k / 2$ と定義する.

2.1.7 物性値

分子粘性係数

流体をニュートン流体であると仮定すれば, 摩擦力 (応力) と速度勾配 (歪み) は比例する. このときの比例定数が分子粘性係数である. 分子粘性係数は解離が存在しない場合には非常に広範囲で圧力に無関係であり, 温度のみの関数とみなせることが実験によって確かめられている. そこで本研究では, Sutherland の公式

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T_0 + S}{T + S} \right) \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2.55)$$

基準温度: $T_0 = 288.15$ [K]

Sutherland 定数: $S = 110.40$ [K]

基準粘性係数: $\mu_0 = 1.82 \times 10^{-5}$ [Pa · sec]

を用いた. この Sutherland の公式は 120~1500 [K] の範囲でよい近似を与える.

分子熱伝導係数, 乱流熱伝導係数

分子熱伝導係数も解離が存在しない場合には, 圧力に無関係で温度のみに依存する. 分子熱伝導係数と分子粘性係数とは密接な関係にあり, プラントル数を介して次のように表される.

$$\kappa = \frac{\mu C_p}{Pr} \quad (2.56)$$

一方, 渦熱伝導率も同様に乱流プラントル数を設定し乱流粘性係数から算出した.

$$\kappa_t = \frac{\mu_t C_p}{Pr_t} \quad (2.57)$$

2.1.8 重合格子法

ケーシングトリートメントを壁面に施した圧縮機翼列のような複雑な形状まわりの解析を実施する際に問題となるのが格子生成である. 複雑形状まわりの格子生成の難しさに対応するためのアプローチは一般に複合格子と非構格子に大別される. 複合格子は計算格子をいくつかの領域に分割し, それぞれに対して独立した構造格子を生成することで複雑形状を表現する方法であり, 分割された領域の重なりを許さない接合格子と重なりを許す重合格子という, 大きく分けて 2 つの分類が存在する. 接合格子では, 分割された領域の接合面で格子点を一对一に重ねて共有化するなど, 接続法の取り扱いに何らかの工夫を施すことによって保存則を維持することが可能であるが, 形状の複雑性が高まると格子分割は必ずしも容易ではない. これに対し重合格子は格子同士の重複を許し自由度を高めたもので, それぞれの格子は独立に設定できるため, 適用可能な形状の幅が広い. 重合格子は一般に内挿を伴うため保存則を満足しないことや, 内挿による計算時間の増大が問題点として挙げられる.

周方向溝型ケーシングトリートメントを対象としたこれまでの研究では, 通常の圧縮機流れの解析の延長とし

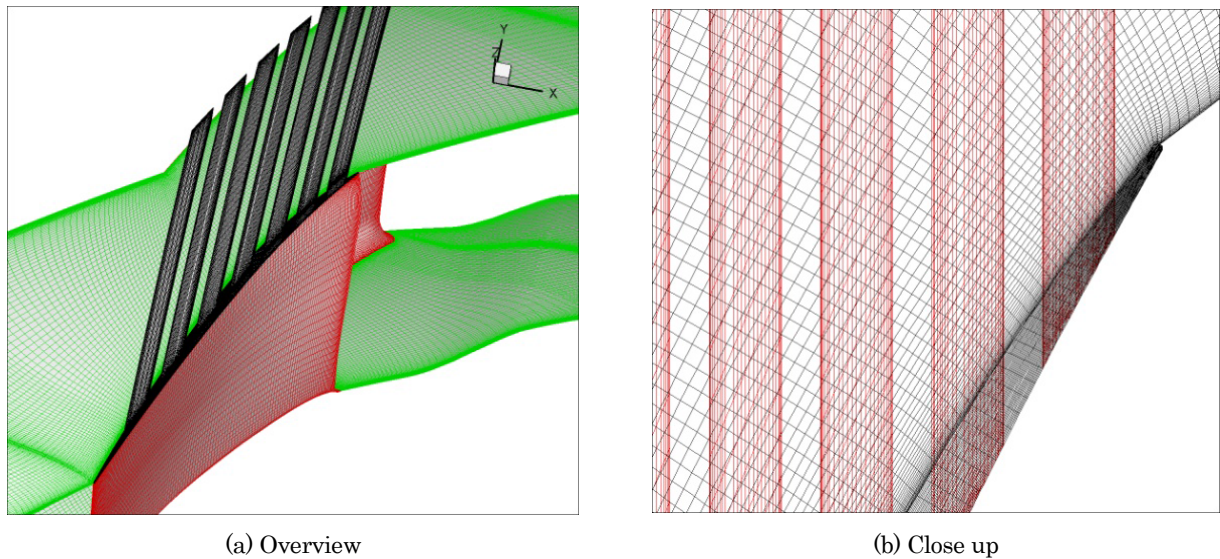


Figure 2.2 Grid for circumferentially grooved casing treatment with unmatched interface [47]

て翼列流路の計算格子のうち壁面に近い位置のものを歪めることによって溝の形状を表現した格子を作成する手法^[58]や、計算格子を翼列流路と溝内部の領域とに分割した接合格子を用いる手法^[47] (図 2.2)、非構造格子を用いる方法^[39, 59]などが採られている。前者の手法では計算信頼性の観点から許容できる最低限の格子直行性を維持したまま再現できるケーシングトリートメントの形状が限定され、中者の手法では分割した翼列側の格子と溝側の格子との接続の取り扱いが問題となる。翼形状に適合するよう作成された格子の上面に周方向溝の格子を接合する際、それぞれの格子線が接続面で連続的に繋がるよう格子を作成するのは一般には難しい。このため、接合格子を利用している研究では接続面における格子線の不連続を許し、そのうえで接続面において保存則が満足されるような解析手法が開発・導入されている。このような不連続接合格子を使用した手法にも、しかし以下のような問題点が存在する。周方向溝型ケーシングトリートメントの溝幅は一般に翼端コード長の数パーセント程度に設計されるため、翼列と溝内部とでは現象のスケールに隔たりが存在する。そのため翼列流れの解析に一般的に使用される規模の格子点数 ($10^5 \sim 10^7$ 点程度) では、溝と流路の接続部における現象の様子を捉えるうえで溝幅内に必要となるだけの格子点数が不足する。また不連続接合格子ではケーシング壁面と溝の間の縁の形状を再現する格子が流路側には存在しておらず、従って流れ場が大きく変化する溝近傍の流れを実際に流路側の格子では解析できない点にも留意する必要がある。

以上の問題点を背景に、本研究では接合格子と重合格子の組み合わせによってケーシングトリートメントの形状を表現する手法を導入した。重なり合う格子間での流れ場の情報交換には Fujii^[60]の提案した手法に基づいて解強制置換法 (FSA: Fortified Solution Algorithm) を用いた。格子配置の詳細については後述することとし、以下では本研究における重合格子法の取り扱いを述べるうえで必要となる事項について FSA の概要を述べる。

解強制置換法 (Fortified Solution Algorithm)

解強制置換法では、重なり合う格子間で交互に支配方程式を解き、その都度格子間で流れ場の情報を伝達しながら全体の流れ場を求める。ここでは FSA における支配方程式の立式を、次に示す 2 次元 Navier-Stokes 方程式を例に説明する。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \eta} = 0 \quad (2.58)$$

FSA における支配方程式は通常の Navier-Stokes 方程式の右辺に強制項を加えた式(2.59)のような形式で表現される。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \eta} = \chi (\hat{Q}_f - \hat{Q}) \quad (2.59)$$

ここで、 χ は強制パラメータ、 \hat{Q}_f は重なり合うもう一方の格子系から強制的にあてはめる物理量である。式(2.59)の意味するところをより明確にするため、式(2.59)に対して離散化を施し以下の形式に整理する。

$$\hat{Q}^{n+1} = \frac{\chi \Delta t}{1 + \chi \Delta t} \hat{Q}_f + \frac{1}{1 + \chi \Delta t} (\hat{Q}^n + \Delta \hat{Q}_r) \quad (2.60)$$

ただし、

$$\Delta \hat{Q}_r = -\Delta t \left\{ \lambda \left(\frac{\partial \hat{E}^{n+1}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}^{n+1}}{\partial \eta} \right) + (1 - \lambda) \left(\frac{\partial \hat{E}^n}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}^n}{\partial \eta} \right) \right\} \quad (2.61)$$

$\hat{Q}^n + \Delta \hat{Q}_r$ は通常の Navier-Stokes 方程式を解いた際の解 \hat{Q}^{n+1} を与えることから、十分に大きい χ が与えられたところでは \hat{Q}^{n+1} が \hat{Q}_f によって強制的に置き換えられる。一方、 $\chi = 0$ としたところでは支配方程式は通常の Navier-Stokes 方程式に帰着し、格子内部の流れ場の計算がそのまま行われる。

強制解

非零の強制パラメータ χ を設定された格子要素に対して与えられる強制解 \hat{Q}_f は、もう一方の格子系で得られた解析結果に基づいて適切に評価されなければならない。二次元の場合を例に重なり合う格子系の様子を図 2.3 に示す。格子 B の網掛けを施した格子要素に対して、格子 A から \hat{Q}_f を与えるものとする。ここでは、格子要素の相加重平均座標点（以下、“要素中心点”）が格子要素全体の代表値を保有するものと想定し、格子 B の要素中心点を取り囲むような要素中心点を 3 点（三次元であれば 4 点）格子 A から探索し、それらの点の空間上の位置と保有する代表値をもとに格子 B の要素中心点の位置における物理量を線形補間によって内挿したものを強制解とする。三次元の場合の強制解の内挿の概念図を図 2.4 に示す。ここで黒丸と白丸はそれぞれ格子 A と格子 B の要素中心点を表す。図中に示す記号の定義に基づいて、強制解 \hat{Q}_f は以下の通り計算される。

$$\bar{x}_p = s\bar{x}_1 + t\bar{x}_2 + u\bar{x}_3 \quad (2.62)$$

$$\hat{Q}_f = (1 - s - t - u)\hat{Q}_0 + s\hat{Q}_1 + t\hat{Q}_2 + u\hat{Q}_3 \equiv \sum_{i=0}^3 C_i \hat{Q}_i \quad (2.63)$$

解強制置換法では格子要素の代表値を単純な線形補間によって置き換えているため、強制解の受け渡しを行う 2 つの格子系の密度比が極端に異なる場合解析の精度が低下してしまう。少なくとも、強制パラメータ χ の設定が切り替わる箇所では両格子系による流れ場の解像度が同程度である必要がある。本研究では計算格子の領域設定と格子の刻み幅を調整することによって、この問題による影響を出来る限り小さくしている。実際に解析に使用した計算格子については後述する。

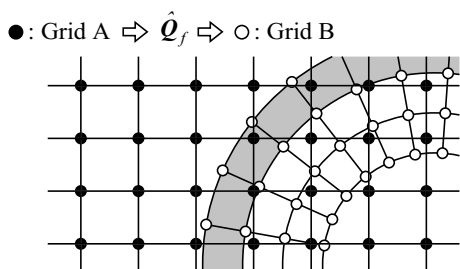


Figure 2.3 Schematic of overlapping grid system

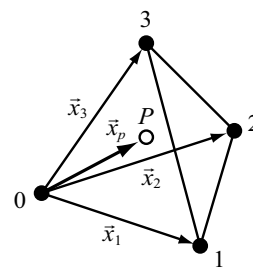


Figure 2.4 Linear interpolation of fortified solution

格子間位置情報の検索

解強制置換法に基づいた重合格子の解析においては、強制パラメータ χ を設定し流れ場の情報を伝達する強制解 \hat{Q}_f を求めるために、重なり合う格子それぞれの格子要素の位置情報を予め把握することが必要となる。図 2.5 はある格子要素中心 P を取り囲むような 4 つの格子要素中心をもう一方の格子から見つけ出す様子を示したものである。図に示すように、任意に選び出した 4 点のうち 1 点を基準にして残り 3 点の位置ベクトル $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$ を与え、それらの線形和によって点 P の位置ベクトル \vec{x}_p を表す。

$$\vec{x}_p = s\vec{x}_1 + t\vec{x}_2 + u\vec{x}_3 \Rightarrow \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} = s \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} + u \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} \tag{2.64}$$

変形により式(2.64)は以下のように整理される。

$$\begin{bmatrix} s \\ t \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} \tag{2.65}$$

右辺の係数行列は $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$ が線形独立である限り反転可能であるため、正しく作成された計算格子であれば線形和の係数 s, t, u は解析的に求まる。点 P が 4 点の内部に存在するとき、これらの係数は以下の条件を満足する。

$$0 \leq s, 0 \leq t, 0 \leq u, s+t+u \leq 1 \tag{2.66}$$

4 点の組み合わせを変えながら以上の判定を行うことによって、点 P を取り囲むような格子要素中心を特定するのが位置情報検索の基本的な流れとなる。計算領域を隙間無くかつ効率的に検索しようとした場合、8 つの隣接する要素中心によって構成される六面体を図 2.6 のように 5 通りの四面体に分割し、それぞれに対して上述した判定を行えばよい。しかし、実際に解析に用いるような計算格子では六面体のそれぞれの面は曲面により形成され、4 つの頂点が同一平面上に存在しないことが多い。このような場合には図 2.6 の 1 パターンのみで分割しただけでは検索漏れが生じる可能性がある。以下ではその原因と必要となる対策について述べる。

図 2.7 の状況を想定する。図中の黒丸はそれぞれ格子要素の中心を表し、点 A, B, C, D は同一平面上に存在しない。六面体 $ABCDEFGH$ と六面体 $ABCDE'F'G'H'$ をそれぞれ図 2.6 のパターンに従って分割した際に面 $ABCD$ がどのような三角形に分割されるかに注目する。六面体 $ABCDEFGH$ を分割して出来る四面体のうち面 $ABCD$ と面を共有するのは type 1 と type 3 の四面体であり、これらによって面 $ABCD$ は $\triangle ABD$ と $\triangle BCD$ に分割される(図 2.8)。一方六面体 $ABCDE'F'G'H'$ を分割して出来る四面体のうち面 $ABCD$ と面を共有するのは type 2 と type 4 の四面体であり、これらによって面 $ABCD$ は $\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ に分割される(図 2.9)。点 A, B, C, D が同一平面上に存在するのであれば $\triangle ABD + \triangle BCD = \triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABCD$ となるため特に問題となる要因は無い。しかし同一平面上に存在しない場合は $\triangle ABD, \triangle BCD, \triangle ABC, \triangle ACD$ はそれぞれに重なり合わず、

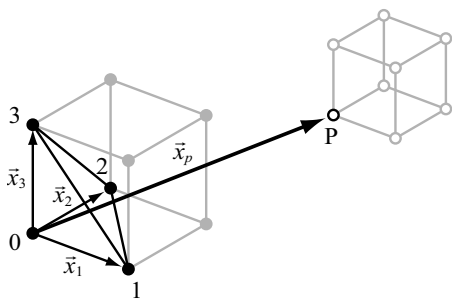


Figure 2.5 Schematic of grid searching procedure

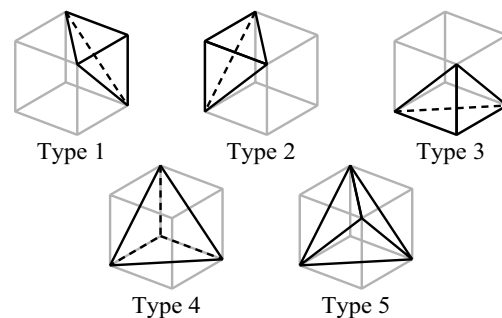


Figure 2.6 Segmentation patterns of hexahedron

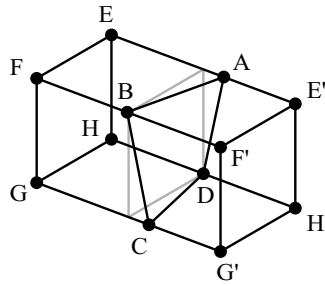


Figure 2.7 Pair of distorted hexahedron

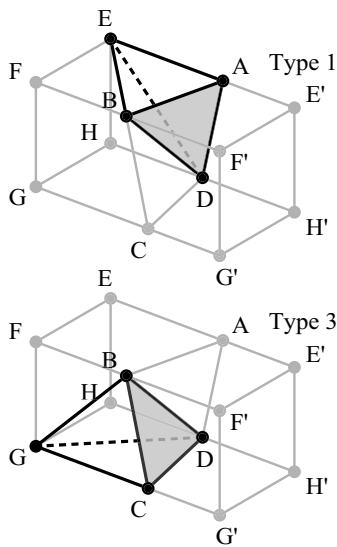


Figure 2.8 Segmentation of hexahedron ABCDEFGH according to the patterns defined in Figure 2.6

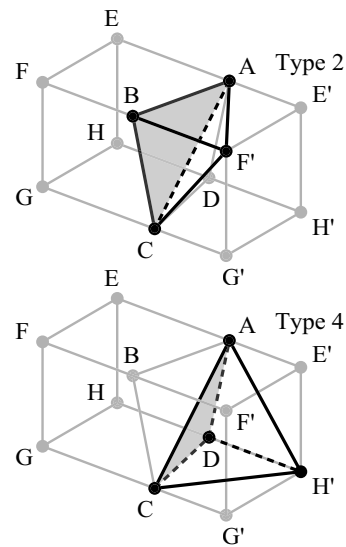


Figure 2.9 Segmentation of hexahedron ABCDE'F'G'H' according to the patterns defined in Figure 2.6

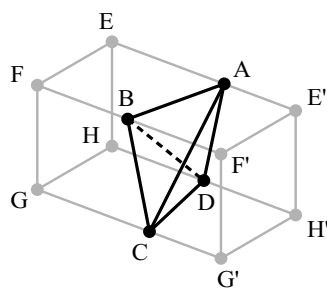


Figure 2.10 Tetrahedron ABCD generated between hexahedron ABCDEFGH and hexahedron ABCDE'F'G'H'

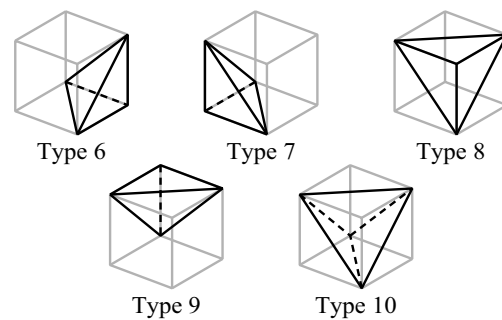


Figure 2.11 Additional segmentation patterns of hexahedron

四面体を構成する (図 2.10). この四面体 ABCD の内部に検索の対象となる点 (図 2.5 における点 P) が存在する場合, その点は六面体 ABCDEFGH と六面体 ABCDE'F'G'H'のいずれの内部にも存在するとは扱われず, 検索から漏れてしまう. このような検索漏れを回避する一つの方法は, 六面体の分割パターンを隣り合う六面体同士で変化させることである. 並びあう六面体に対して, 分割するパターンを例えば type 1~6 (図 2.6) と type 6~10 (図 2.11) で交互に切り替えることによって六面体の面の分割方法が隣り合う六面体で異なるという状況を防ぐことができる.

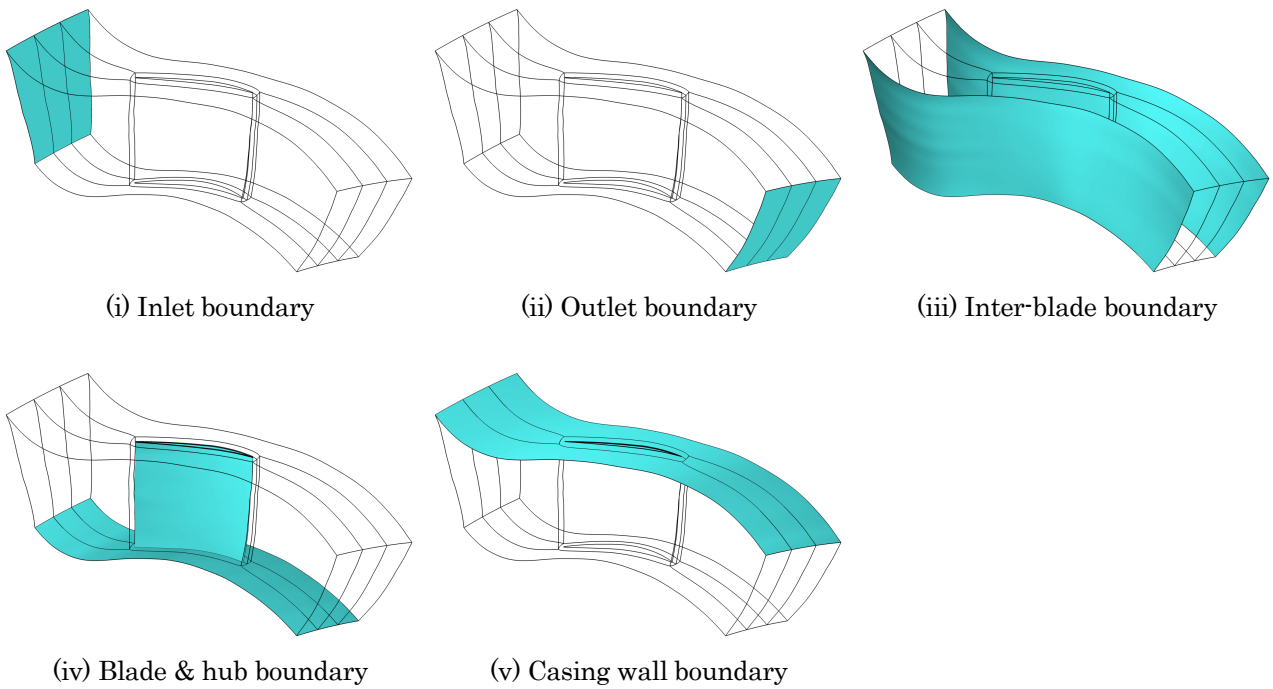


Figure 2.12 Numerical domain and boundary surfaces

2.1.9 境界条件

本研究で使用した解析コードでは境界条件として速度 $\mathbf{u}=(u, v, w)$, 圧力 p , 温度 T , 乱流運動エネルギー k と比散逸率 ω を与える. 回転翼列流路の計算領域に対して設定する境界条件は, 大きく分けて図 2.12 の 5 通りが存在する. 以下ではそれぞれの境界条件とその与え方について述べる.

(i) 流入境界

計算領域の入口境界条件には流れの特性量 (Riemann 不変量) を用いた準 1 次元無反射境界条件を与えた. 計算領域内から計算領域外へと向かう Riemann 不変量は, 入口境界の一つ内側の格子要素における値から次のように計算できる.

$$r_3 = u - \frac{2c}{\gamma - 1} \quad (2.67)$$

この Riemann 不変量と全温 T_t を用いることで, 流入速度 u_{inlet} は次のようにして計算できる.

$$u_{inlet} = \frac{(\gamma - 1)r_3 + \sqrt{4\gamma(\gamma + 1)RT_t / (\gamma - 1) - 2(\gamma - 1)r_3^2}}{\gamma + 1} \quad (2.68)$$

本計算では入口境界において全圧 p_t , 全温 T_t , 流入角を外挿し, Riemann 不変量から計算した u_{inlet} と流入角から境界に与える速度三成分を, 流入全圧 p_t から静圧を求めている. 入口境界に与える乱流運動エネルギー k と比散逸率 ω は, 遷音速圧縮機 NASA Rotor 37 を対象として実施された CFD 検証ワークショップにて一律で課された主流乱れ度 $i = 0.03$ の条件^[70]と, Menter^[62]が推奨する一様流中の比散逸率の計算式に従って, それぞれ次のように計算した.

$$k = \frac{3}{2}(\bar{U} i)^2 = \frac{3}{2} \times 0.03^2 \times \bar{U}^2, \quad \omega = \frac{10\bar{U}}{L} \quad (2.69)$$

ここで \bar{U} と L はそれぞれ流れの代表流速と代表長さである.

(ii) 流出境界

計算領域の出口では流れの単純半径平衡を仮定して圧力を固定した。軸方向旋回流では、流れの周方向速度成分による遠心力に釣り合うような圧力分布が半径方向に生じる。本研究では出口境界の hub 位置 ($r = r_{hub}$) における静圧 p_{hub} を基準圧力として固定し、圧縮機回転軸から半径 r の位置における静圧を次のようにして計算し、境界条件として設定した。

$$p = p_{hub} \left(1 - \frac{r - r_{hub}}{r} \frac{u_{\theta}^2}{RT} \right)^{-1} \quad (2.70)$$

流速 u, v, w と静温 T は出口境界面から一つ内側の格子要素における値を外挿した。

(iii) 流路間境界

本研究で使用する格子はピッチ方向の境界面上で周期的に格子線が接続するよう作成してある。そこで上流側の計算領域と下流側の計算領域それぞれから境界面の一つ内側の格子要素における物理量を持ち寄り、それらを平均した値を境界値として与えることで周期境界条件を与えた。

(iv) 翼面・ハブ壁面境界

翼面とハブ壁面は動翼相対系に対して静止しているため、境界における流速は $u = v = w = 0$ を、静圧と静温には一つ内側の格子要素における値を外挿することで滑り無し断熱壁条件を適用した。壁面における乱流運動エネルギーと比散逸率は、Menter^[62]の推奨する評価に従い以下の通り計算した。

$$k = 0 \quad , \quad \omega = 10 \frac{6\nu}{\beta_1 (\Delta y)^2} \quad (2.71)$$

ここで Δy は境界条件を与える格子要素の要素中心点と壁面との間の距離であり、 β_1 は $\beta_1 = 0.0750$ なる定数である。

(v) ケーシング壁面境界

動翼相対系においてケーシング壁面は圧縮機の角速度 $\dot{\phi}$ に応じた周速で移動する。そこでケーシング壁面において流れは移動する壁面に付着しているとして、以下の計算によって求めた壁面移動速度を境界条件として与えた。

$$\mathbf{u} = \dot{\phi} \mathbf{e}_x \times \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\phi} z \\ -\dot{\phi} y \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

速度三成分以外の境界条件は翼面やハブ壁面と同様の条件を設定し断熱壁とした。

2.2 流れ場の可視化と現象の抽出法

2.2.1 無次元ヘリシティ

計算機性能の向上と大型計算機の普及は、従来は難しかった三次元粘性流れ場に対しても数値解析的手法を適用することを可能とした。数値解析によって得られる情報量は極めて多く、一般に5つの特性量（運動量、密度、エネルギー）がそれぞれの計算格子要素に対して取得できる。しかし、計算規模が増大するほど、そして対象とする流れ場が複雑化するほど、出力される膨大な情報を処理して流れ場の全貌を把握することは困難になる。そのため何らかの手法によって出力結果を処理し、特徴的な現象を抽出することが重要となる。

流れ場における渦構造を同定する方法としては、 Q 値を利用する方法や密度及び圧力の低い領域を抽出する方法などがある。これに対し、Levy ら^[63]は以下の式(2.73)によって定義される無次元ヘリシティ H_n を用いて渦構造を可視化することを提案した。

$$H_n = \frac{\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\xi}}{|\mathbf{u}| \cdot |\boldsymbol{\xi}|} \quad (2.73)$$

Levy らは、縦渦の中心では一般に流速ベクトル \mathbf{u} と渦度ベクトル $\boldsymbol{\xi}$ のなす角が 0 に近づくことを利用することで、流れ場に存在する縦渦の位置を H_n の絶対値によって、その渦の回転の向きを H_n の符号によって可視化できることを示した。本研究において注目する現象の一つである翼端漏れ渦も典型的な縦渦であるため、その挙動を把握するのに無次元ヘリシティは適している。特に翼端漏れ渦のような縦渦と衝撃波との干渉によって渦崩壊が発生した際には、干渉位置のすぐ下流において渦度が消失あるいは反転することが知られている^[64]。以上のことから、無次元ヘリシティと次に述べる渦中心の同定手法を併せて用いることによって、翼端漏れ渦と衝撃波の干渉の様子を観察する。

2.2.2 渦中心

渦構造の中心線を特定する際には上述の無次元ヘリシティは用いず、反復的な処理を必要としない簡便な渦中心同定手法として Sawada の特異点理論に基づいた渦中心同定法^[65]を用いた。この手法では、ベクトル場の局所線形性の仮定のもと、速度勾配テンソルを固有値解析することにより渦構造の有無を識別し、中心線の抽出を行う。以下でその概要について述べる。

計算領域から図 2.13 に示すように4つの点を選び出すと、その内部の点の座標 \mathbf{x} とそこでの流速 \mathbf{u} は局所座標 $\mathbf{p} = (p, q, r)$ を用いて以下のように表すことができる。

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_1 + (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)p + (\mathbf{x}_3 - \mathbf{x}_1)q + (\mathbf{x}_4 - \mathbf{x}_1)r, \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + (\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1)p + (\mathbf{u}_3 - \mathbf{u}_1)q + (\mathbf{u}_4 - \mathbf{u}_1)r \quad (2.74)$$

ただし、

$$0 \leq p, \quad 0 \leq q, \quad 0 \leq r \text{ かつ } p + q + r \leq 1 \quad (2.75)$$

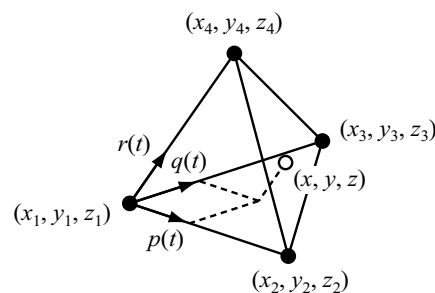


Figure 2.13 Schematic of local coordinate system

ある時刻における流線の方程式は仮想時刻 τ を用いた媒介変数に用いることにより以下の形式で与えられる。

$$\frac{dx}{u} = d\tau \quad (2.76)$$

この式は式(2.74)と式(2.76)によって

$$\frac{d\mathbf{p}}{d\tau} = \mathbf{a}\mathbf{p} + \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad (2.77)$$

と変形できる。ここで係数行列 \mathbf{a} 及び係数ベクトル \mathbf{b} の成分はいずれも式(2.74)の係数行列中に現れる各点における物理量から解析的に得られる値である。この式はさらに変形が可能であり、整理することによって以下の三階線形微分方程式が導かれる。

$$\frac{d^3 p}{d\tau^3} - \alpha \frac{d^2 p}{d\tau^2} + \beta \frac{dp}{d\tau} - \gamma p = k \quad (2.78)$$

この微分方程式の一般解は特性方程式 $\lambda^3 - \alpha\lambda^2 + \beta\lambda - \gamma = 0$ がどのような根を有するか、そして係数行列 \mathbf{a} が正則であるか否かによって異なった形式をとる。

まずは係数行列 \mathbf{a} が正則であり、かつ特性方程式 $\lambda^3 - \alpha\lambda^2 + \beta\lambda - \gamma = 0$ が三つの根 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ を有する条件を想定すると、一般解は以下のように表せる。

$$\begin{cases} p(\tau) = A_1 e^{\lambda_1 \tau} + A_2 e^{\lambda_2 \tau} + A_3 e^{\lambda_3 \tau} - k_p / \gamma \\ q(\tau) = B_1 e^{\lambda_1 \tau} + B_2 e^{\lambda_2 \tau} + B_3 e^{\lambda_3 \tau} - k_q / \gamma \\ r(\tau) = C_1 e^{\lambda_1 \tau} + C_2 e^{\lambda_2 \tau} + C_3 e^{\lambda_3 \tau} - k_r / \gamma \end{cases} \quad (2.79)$$

ここで、特性方程式の根と上述した係数行列 \mathbf{a} の固有値とは一致する。また、式(2.79)の各係数はいずれも初期値を与えることによって一意に定まる定数である。

式(2.79)によって与えられる流線が渦となる（＝螺旋軌道を描く）のは特性方程式の根のうち1つ（仮に λ_1 とする）が実固有値で残り2つ（ λ_2, λ_3 ）が複素固有値の場合のみである。この時、流線の方程式は三角関数的成分を含むことになり、螺旋形状をとる。その際の流線の挙動は各固有値の実部の正負によりある程度判別が可能で、例えば全ての固有値の実部が静であるならばある点を始点として τ の増大に伴って拡散する渦形状となり（図 2.14a）、逆に負ならば一つの点に集束する渦形状をとる（図 2.14b）。また、 λ_1 の符号と λ_2, λ_3 の実部の符号が逆の場合は一つの直線（渦中心線）に沿って漸近あるいは発散する渦となる（図 2.14c）。ここで、係数行列が必ず実行列である関係上、 λ_2 と λ_3 もまた必然的に共役となる点に留意する。

以上の条件下では、渦の中心線の方程式は単純に式(2.79)から周期成分を取り除くことで以下のように得られる。

$$\begin{cases} \hat{p}(\tau) = A_1 e^{\lambda_1 \tau} - k_p / \gamma \\ \hat{q}(\tau) = B_1 e^{\lambda_1 \tau} - k_q / \gamma \\ \hat{r}(\tau) = C_1 e^{\lambda_1 \tau} - k_r / \gamma \end{cases} \quad (2.80)$$

従って最終的に渦中心の方程式は

$$\frac{\hat{p}(\tau) + k_p / \gamma}{A_1} = \frac{\hat{q}(\tau) + k_q / \gamma}{B_1} = \frac{\hat{r}(\tau) + k_r / \gamma}{C_1} \quad (2.81)$$

により与えられる. 分母の係数に関しては多少の変形の後 $(A_1, B_1, C_1)^t$ が実固有値 λ_1 に対応した固有ベクトルであることが示せるため,

$$A_1 : B_1 : C_1 = a_{12}a_{23} - a_{13}(a_{22} - \lambda_1) : a_{21}a_{13} - a_{23}(a_{11} - \lambda_1) : (a_{11} - \lambda_1)(a_{22} - \lambda_1) - a_{21}a_{12} \quad (2.82)$$

の関係が成り立つ. 以上が, 係数行列 \mathbf{a} が正則でかつ特性方程式が一つの実固有値と二つの共役な複素固有値を有する場合の渦中心の算出法である.

一方, 係数行列 \mathbf{a} が正則でない場合にも四面体内の流線は渦を描く可能性がある. その際に流線は $\tau \rightarrow \infty$ と $\tau \rightarrow -\infty$ のいずれの極限においても漸近線及び集束点を有さず, 完全な縦渦や平面渦を描く (図 2.15). そのような特殊な状況では, 式(2.78)の各係数は以下の条件を満たす.

$$\begin{cases} \alpha = \beta = 0, \gamma > 0 & \dots \text{縦渦} \\ \alpha \neq 0, \beta \neq 0, \gamma = 0, \alpha^2 - 4\beta < 0 & \dots \text{平面渦} \end{cases} \quad (2.83)$$

これらの場合には別の計算式により渦中心の方程式を求めることが可能であるが, 詳細についてはここでは省略する.

以上が渦中心の算出法の概要である. 実際に解析結果に対して渦中心の同定を行う場合には, 算出された渦中心が目する四面体を通る場合のみ, 渦中心が存在するとして取り扱う. 具体的には, 渦中心の存在を表す変数 (仮に c とする) を用意し, 渦中心がいずれかの面と交差すると判定された四面体の 4 つの頂点に対しては $c = 1$, 内部を渦中心線が通過しない四面体の頂点に対しては $c = 0$ を与えることで, 適当な閾値 (仮に $c = 0.8$) で等値面を描くと渦中心が可視化できる.

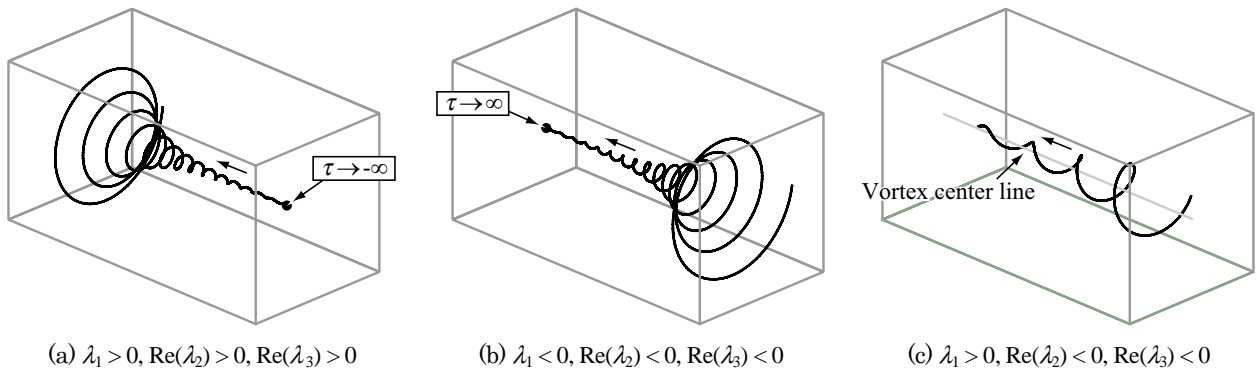


Figure 2.14 Streamlines of vortical flow when the coefficient matrix (\mathbf{a}) is regular

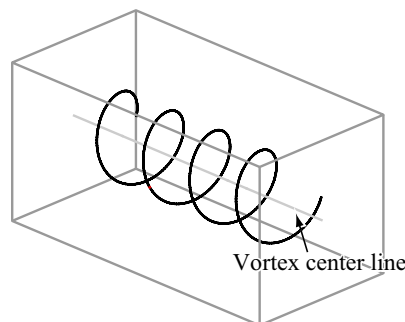


Figure 2.15 Streamlines of vortical flow when the coefficient matrix (\mathbf{a}) is not regular

2.3 流れ場の特性とその評価

2.3.1 失速点

本研究ではチョーク条件から徐々に出口境界の設定圧力を上昇させ、その都度収束解が得られるまで計算を進めることによって特性曲線を取得した。解析結果が収束したかどうかは入口と出口の流量および温度と圧力の残差履歴に基づいて判定した。いずれかの評価値が一定の値に漸近しなくなった時点で計算が数値的な不安定に陥ったとみなし、最後に収束解が得られた解析条件を本研究では失速点と定義した。ある計算条件における出口流量と静温の残差の履歴を図 2.16 と図 2.17 に例として示す。本論文で示す特性曲線は、個別に説明を加えた場合を除き流量が最小の作動点が失速点を表すものとする。なお、失速点の判定を公平に行うために失速点近傍の設定圧力の刻み幅は全ての解析で基準大気圧の 0.1% に統一した。

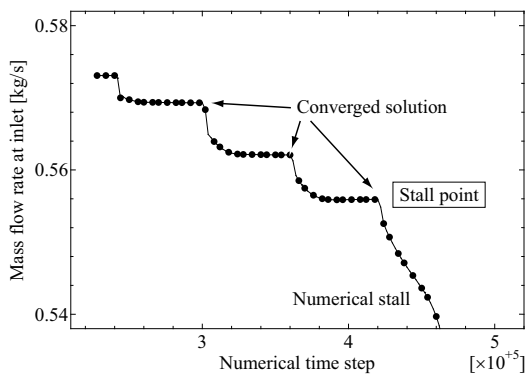


Figure 2.16 Time history of outlet mass flow rate at near stall operating point

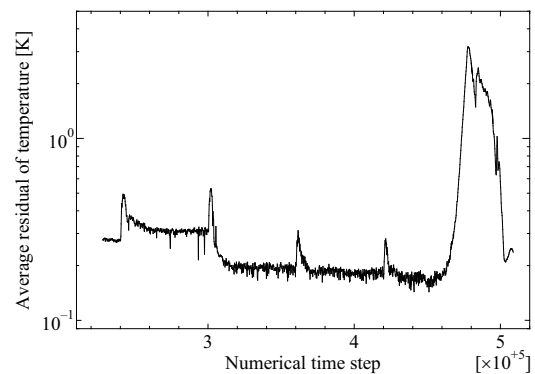


Figure 2.17 Time history of average residual of temperature at near stall operating condition

2.3.2 ブロッキング領域

過去の研究におけるブロッキング

圧縮機では壁面近傍の流れが全体性能や安定性に強い影響をもつことが以前より知られている。ここで特に問題とされるのが壁面に形成される境界層と、翼端と壁面との隙間から生じる翼端漏れ流れによってもたらされる壁面に沿うような低速流れである。これらの低速流れによる損失は低速の軸流圧縮機における全損失の半分以上を占めるとされ、また作動負荷が増大した際に低速領域が発達することで流路出口の有効面積が減少し、動翼仕事が低下することが圧力上昇性能に上限を与える。圧縮機内に形成されるこのような低速流れは“ブロッキング”と一般的に呼称され、その重要性が指摘されてきた。しかし、ブロッキングという単語の意味するところは明確ではなく、過去の研究でブロッキングという単語が使用された場合には、それは速度場の観察から見出せる定性的な意味での低速領域の言い換えでしかないことが多かった。ブロッキングが注目されるもとの要因である流路出口の有効断面積との関連に加えて、近年ではスパイク型失速初生と翼端漏れ流れの関連に関心が集まるなか、主流と翼端漏れ流れの界面を上流へと押し上げるような流れの効果もまたブロッキングと呼称されることが増えている。

圧縮機を対象として行われたブロッキングを定量的に見積もる試みで代表的なものは Khalid ら^[66]による取り組みと、Suder ら^[24]による取り組みである。Khalid らは翼端漏れ流れが圧縮機性能に及ぼす影響を議論するために翼負荷を表す loading parameter とブロッキングの面積を表す blockage parameter を導入し、複数の条件で両パラメータと翼端間隙との関係について整理した。Suder らは遷音速圧縮機 NASA Rotor 37 を対象にレーザ流速計を使用した計測を実施し、得られた翼間速度分布の情報に基づいてブロッキングの発達を見積もることにより、翼端漏れ渦と衝撃波の干渉によって生じる低速領域が圧力上昇特性に与える影響を考察した。両者で共通するのは、ブロッキングを見積もることによって流路出口の有効面積を算出しようとした点であり、そのた

め両者ともにブロッキングの特定に際して境界層理論における境界層排除厚さの考え方を導入している。

圧縮性流体における境界層の排除厚さ δ^* は図 2.18 中の記号を使用して以下の式(2.84)により定義される。

$$\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty} \right) dy \quad (2.84)$$

この考え方を二次元に拡張し、圧縮機回転軸に垂直な断面内に占めるブロッキングの面積 A_{block} を定義する。

$$A_{block} = \iint \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \right) dA \quad (2.85)$$

ここで問題となるのが、境界層理論における主流速度 u_∞ に相当する非粘性流速 u_e をどのようにして見積もるかである。圧縮機の内部では半径方向の位置によって主流の速度が異なるため、一様な u_∞ を設定することが出来ない。そのため Khalid と Suder は、流路断面内の速度勾配に着目して定義した以下のような評価関数が設定した閾値を越えた位置をブロッキング領域と主流との境界と定め、ブロッキングの境界における流速を非粘性流速 u_e と定めている。

$$\text{Khalid: } \left| \vec{\nabla}(\rho u) \right| \quad (2.86)$$

$$\text{Suder: } \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| + \left| \frac{\partial u}{\partial(r\theta)} \right| \quad (2.87)$$

例として Suder の手法で特定されたブロッキング境界の例を図 2.19 に示す。ブロッキング境界における流速は流路内の位置によって異なるため、Khalid と Suder は式(2.85)で流路内を積算する際に、ある半径高さのブロッキング境界における流速をその半径高さ全域における非粘性流速 u_e であるとしている。

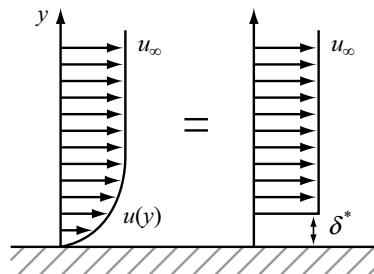


Figure 2.18 Schematic of displacement thickness of boundary layer

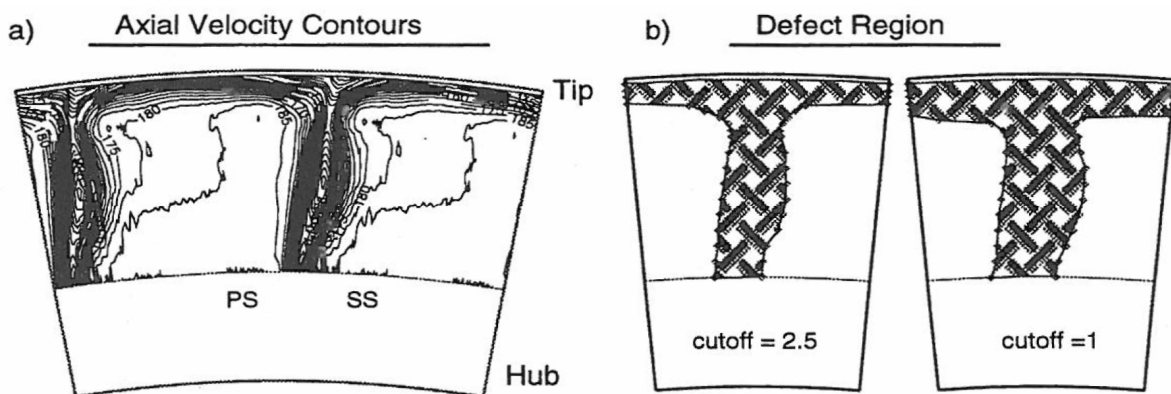


Figure 2.19 Procedure to calculate blockage downstream of the blade row

(a): actual axial velocity contour, (b): edge of the defect region [24]

本研究におけるブロックージ

これらの手法を導入した Khalid らと Suder らの意図は、前述したように、流路出口における有効流路面積を定量的に見積もり、ブロックージが圧力上昇特性に与える影響を明確に議論することであった。一方、本研究において焦点となるのは対象とする圧縮機において主流を阻害し失速を誘発するような流れとしてのブロックージであり、Khalid らや Suder らの意味するブロックージと本研究の意味するブロックージとはそもそも別のものである。また、Khalid らと Suder らの手法はあくまで積算した値としてのブロックージ領域の面積を求める手法であり、ブロックージ領域を可視化することを目的としていない。式(2.86)と式(2.87)によって判別されるブロックージの境界が指し示すのはあくまで速度勾配が大きい箇所であり、ブロックージ効果によって流れが排除される領域は積算値としてのブロックージ領域の面積にしか反映されない。ブロックージ境界の位置とそこでの流速が同じであってもブロックージ内部の流速によってブロックージによる排除厚が変化する例を図 2.20 に示す。そこで、主流を阻害し圧縮機を失速に陥れるような流れを適切に評価し、異なる条件間で定量的に比較できるような手法を本研究では新たに導入した。以下ではブロックージ領域を抽出する手順を示す。

計算領域を通過するような x 一定の断面 S を想定する。この断面 S によって切断される格子要素が N 個あるとして、そのうち i 番目の格子要素の断面積を A_i 、代表値から算出される質量流束を $(\rho u)_i$ とする (図 2.21)。まず、各格子要素の $(\rho u)_i$ を値の大きいものから順に並べ変えた配列を $(\rho u)_j$ とする (図 2.22)。

$$(\rho u)_j \geq (\rho u)_{j+1} \quad (j = 1, \dots, N - 1) \tag{2.88}$$

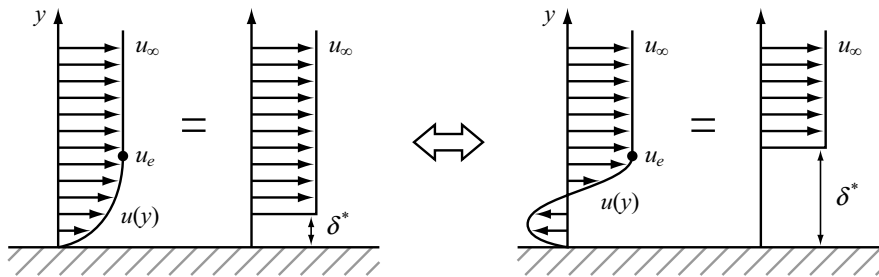


Figure 2.20 Effect of velocity distribution within the defect region to displacement thickness

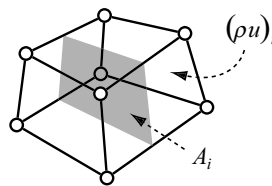


Figure 2.21 Schematic of evaluation procedure of blockage region: cross section of numerical cell

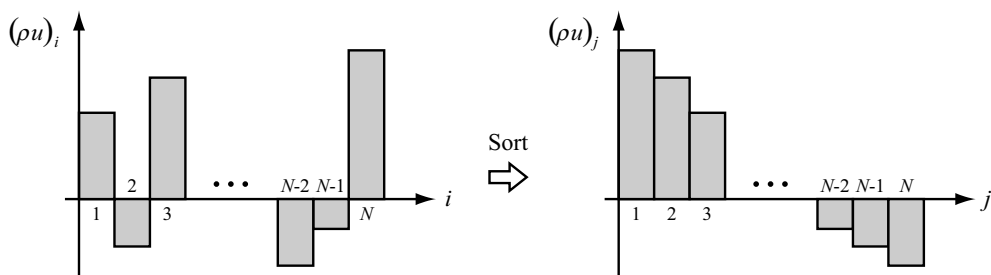


Figure 2.22 Schematic of evaluation procedure of blockage region: array containing mass flux of each cell

それぞれの格子要素の切断面を通過する流量 $A_j(\rho u)_j$ を $j=1$ から $j=N$ にかけて積算していった際に、もし注目する断面にブロックage流れが存在するならば積算値は一度オーバーシュートした後に、断面を通過する全流量と一致した値をとる (図 2.23)。

$$\dot{m}_j = \sum_{k=1}^j A_k(\rho u)_k \quad , \quad \dot{m} = \sum_{k=1}^N A_k(\rho u)_k \quad (2.89)$$

断面 S を通過する流量に実際に寄与しているのはオーバーシュートする直前の格子要素までであり、従ってそこでの質量流束 $(\rho u)_{j_{crit}}$ を閾値として、それよりも質量流束が小さい格子要素をブロックageと判定する。実際の解析では、下式に示すような変数 Ω をブロックage領域の識別指標として導入し、 $\Omega = 0$ の等値面によってブロックage領域の分布を可視化した。

$$\text{Blockage indicator: } \Omega = \begin{cases} 1 & ((\rho u)_j < (\rho u)_{j_{crit}}) \\ -1 & ((\rho u)_j \geq (\rho u)_{j_{crit}}) \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{: blockage} \\ \text{: non blockage} \end{matrix} \quad (2.90)$$

この手法の利点はブロックageの境界を定義するために恣意的な閾値を導入する必要が無いことと、ブロックage領域を空間として抽出できるため、任意の断面においてブロックage領域の大きさを定量的に評価できる点である。ただし定義から明らかなように、ここで導入する blockage indicator は検査断面 S 内に大規模な剥離や翼端漏れ流れなどの強い対向速度成分を有する現象が存在しない限り負の値をとることがない。すなわち、境界層や wake などは基本的にブロックageとして見なしておらず、主流の流れを積極的に阻害する現象にのみ焦点を当てていることに相当する。

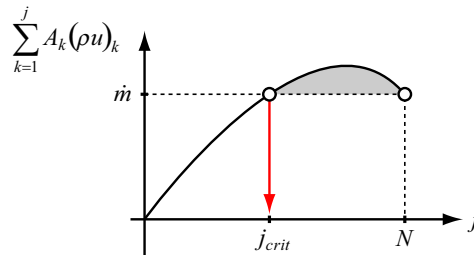


Figure 2.23 Schematic of evaluation procedure of blockage region: definition of j_{crit}

第3章 遷音速圧縮機 NASA Rotor 37 の 流れ場と失速特性

3.1 本章の概要

本章ではケーシングトリートメントの影響を議論する際の前提として把握しておくべき smooth wall 条件における解析結果を示す. 本研究が解析対象とする NASA Rotor 37 について流れ場の特性と失速に陥るメカニズムの考察を行うことで, ケーシングトリートメントが失速特性へ与える影響を議論する際の足がかりとする.

3.2 解析対象

NASA Rotor 37 は 1970 年代の NASA Lewis Research Center にて航空機用コアエンジンの圧縮機初段動翼を模擬して開発された試験回転翼である (図 3.1). Rotor 37 の主要な設計諸元を表 3.1 に示す. 本来は後置静翼と共に一組の圧縮機段として設計されており, 並行して製作された Stage35, 36, 38 と共に Stage37 として段特性の計測と性能の評価がなされた. 設計の詳細および段特性の計測結果については Moore ら^[67] および Reid ら^[68] に詳しい. Rotor 37 はその後 1994 年に ASME/IGTI (International Gas Turbine Institute) の主導により第 39 回国際ガスタービン会議で実施された CFD 検証ワークショップにおける blind test モデルとして採用され, それに併せて静翼を排した動翼単体の Rotor 37 として再度実験が実施された. 数値解析コードの検証を目的とした計測が信頼できる設備と手法に基づいて実施され, かつその結果が広く公開されていることから Rotor 37 はワークショップ以後も多くの研究で解析対象として取り上げられてきた^[18, 19, 25, 26, 69]. これら豊富な数値解析結果と, 実験における流れ場の計測結果^[22, 23]などを比較することで, 現在も Rotor 37 の複雑な流れ場に関して様々な考察が行われている. NASA Lewis Research Center において試験が実施された際の試験設備の概観を図 3.2 に, テストセクションの子午断面内における Rotor 37 の動翼と流路の形状および各種計測が可能な断面の位置を図 3.3 にそれぞれ示す.

Table 3.1 Design specification of NASA Rotor 37

Number of rotor blades	36
Tip solidity	1.288
Rotor inlet hub-to-tip diameter ratio	0.7
Rotor blade aspect ratio	1.19
Tip clearance [mm (%span)]	0.356 (0.45)
Rotor tip relative inlet Mach number	1.48
Mass flow rate [kg/s]	20.93
Design wheel speed [rad/s]	1800
Tip speed [m/s]	454.136
Rotor total pressure ratio	2.106
Rotor adiabatic efficiency	0.877

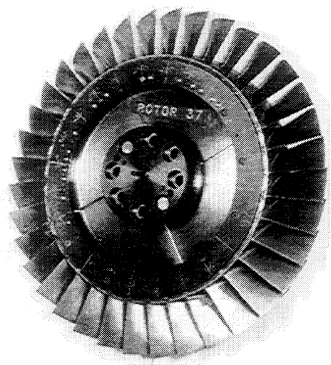


Figure 3.1 Photograph of rotor wheel geometry [23]

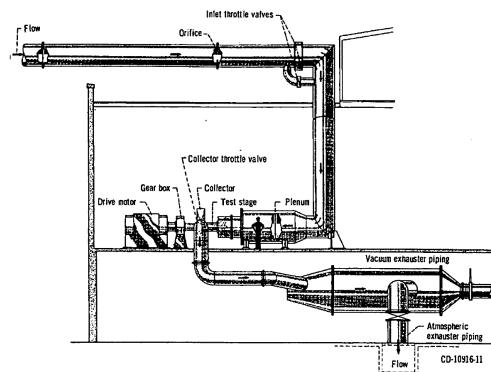


Figure 3.2 Schematic of test facility in NASA LRC [23]

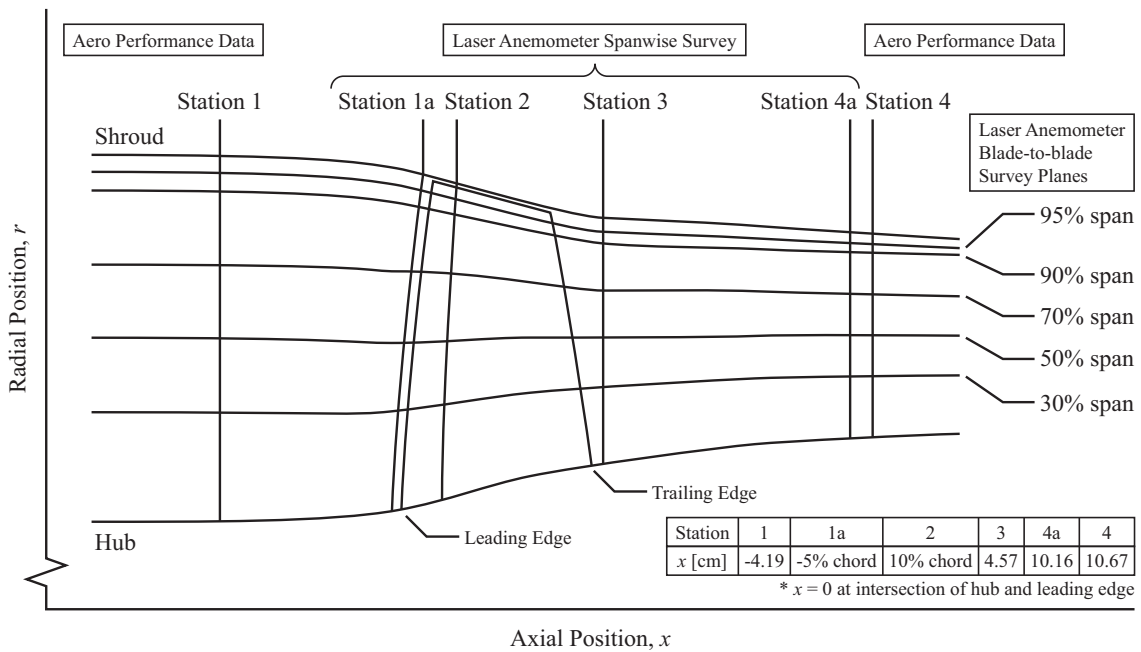


Figure 3.3 Meridional view of NASA Rotor 37 showing locations at which experimental data were acquired [69]

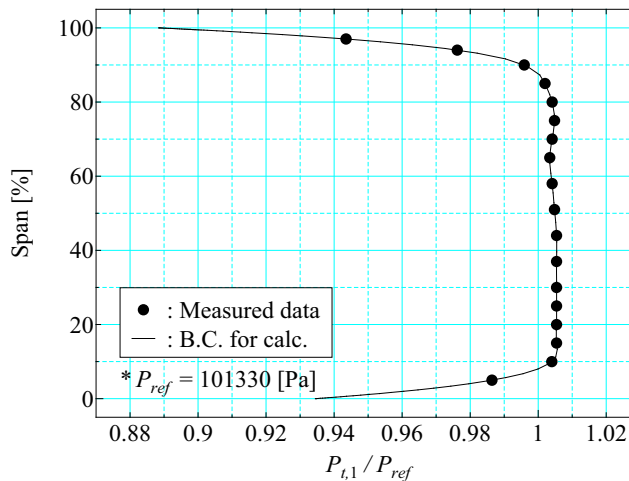


Figure 3.4 Upstream total pressure condition at measuring station 1

3.3 計算領域と計算条件

本研究では定常計算を実施するため、流れの周期性を仮定し翼列一流路分を計算領域に設定した。計算領域の入口境界と出口境界は、過去の実験でプローブを用いたスパン方向計測が実施された station 1 と station 4 にそれぞれ設定した。解析は NASA Rotor 37 が設計点回転数で作動する条件を対象に実施した。Station 1 の位置で計測された全温、全圧に基づいて境界条件を設定することで、実験における作動大気条件と壁面境界層厚みを再現した。入口境界に付与した全圧の分布を図 3.4 に示す。なお、全温は $T_t = 288.15$ [K] としてスパン方向一様に設定した。設計回転数での作動時、Rotor 37 への相対流入速度は全作動域、全スパンにわたって超音速であるため衝撃波に起因した様々な現象が生じる。Rotor 37 に特徴的な現象として翼端漏れ渦と衝撃波との干渉による低速領域の形成が挙げられる。過去の研究ではこの低速領域がブロックージとして作用するために衝撃波が上流に押し出され、かつケーシングからスパン高さ 10% もの範囲にわたってロスが生じることなどが指摘されている^[22, 23]。これらのことから Rotor 37 は tip critical な圧縮機であると考えられている。

3.4 計算格子

NASA Rotor 37 の解析で使用した計算格子の概観を図 3.5 に示す。計算領域全域で高い直交性を維持するために格子は 7 つに分割した領域によって構成した。翼周りには O 型格子 (#3) を配置し、その前後を H 型格子 (#1, #2) で挟んだものをさらに両側から H 型格子 (#4, #5) で挟みこんだ。翼端間隙部には HO 型格子 (#6, #7) の 2 領域を埋め込んだ。格子の作成には NUMECA の回転機械専用マルチブロック構造格子自動生成ソフトウェア AutoGrid5™ を使用した。固体壁面上の最小格子幅は、 $y^+ \leq 1$ の条件を満足し境界層が解像できるよう 5.0×10^{-6} [m] に設定した。格子の概観を図 3.5 に、それぞれの領域における格子点数の概要を表 3.2 に示す。

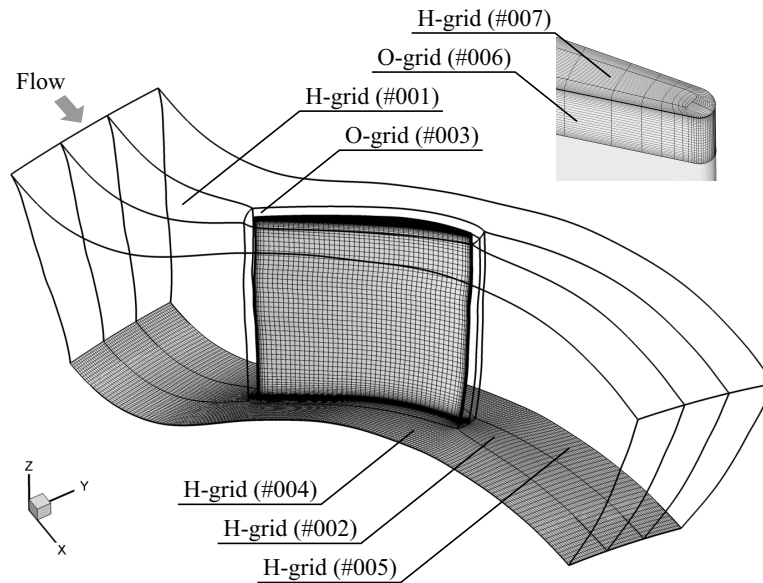


Figure 3.5 Numerical grid for NASA Rotor 37 analysis

Table 3.2 Number of numerical cell

	Zone number	Number of cell
Passage	Zone #001~#005	1,433,600
Tip clearance	Zone #006~#007	87,360
Total		1,520,960

* Number of cell in axial direction : 148
 tangential direction : 60
 radial direction : 112

3.5 解析結果と考察

3.5.1 実験結果との検証

計算によって得られた NASA Rotor 37 の圧縮機特性曲線を実験結果と比較したものを図 3.6 に示す。横軸の流量は、計算結果と実験結果のいずれも実験におけるチョーク流量によって無次元化した。なお、実験におけるチョーク流量が 20.93 ± 0.14 [kg/s]であったところを、計算によって得られたチョーク流量は 20.78 [kg/s]であった。実験ではスパン方向の各位置で取得された全圧と全温をそれぞれエネルギー平均および流量平均した値から特性曲線を算出している。計算式を以下に示す。

$$\frac{\bar{P}_t}{P_{ref}} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N_r} \left(\frac{P_{t,i}}{P_{ref}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \rho_i (u_x \Delta A_{an})_i}{\sum_{i=1}^{N_r} \rho_i (u_x \Delta A_{an})_i} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad \bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} T_i \rho_i (u_x \Delta A_{an})_i}{\sum_{i=1}^{N_r} \rho_i (u_x \Delta A_{an})_i} \quad (3.1)$$

$$\eta = \frac{\left(\frac{\bar{P}_{t4}}{\bar{P}_{t1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{\bar{T}_4}{\bar{T}_1} - 1} \quad (3.2)$$

式(3.1)で添字の i はスパン方向の計測位置を、 N_r はスパン方向の計測点数を表す。 ΔA_{an} は計測点が代表する流路のアニュラス面積を表し、station 1 と station 4 の i 番目の計測点の $(\Delta A_{an})_i$ はそれぞれ表 3.3、表 3.4 により与えられる。計算結果と実験結果との比較を行うにあたりデータ処理の方法の違いによって不公平が生じないように、実験での計測位置における物理量を計算結果から内挿し、上記と同一の手順で入口と出口における全圧と全温の平均値を計算した。図 3.6 より、解析結果は全体的に圧力比を過大に、効率を過小に評価する傾向にあることがわかる。この傾向は他の研究者による RANS 解析結果の多くでも確認できる^[69, 70]ことから、RANS 解析による予測精度に限界があるか、あるいは一般的に使用される計算条件の設定が実際の現象を忠実に反映していないなどの可能性が考えられる。以下ではスパン方向の性能分布を実験結果と比較することによって、それぞれの可能性について検証する。

98%流量作動点と 92%流量作動点の station 4 における全圧、全温、絶対流出角、断熱効率、翼端周速 (454.14 [m/s]) で無次元化した絶対周方向流速、静圧それぞれのスパン方向分布を実験結果^[69]と比較したものを図 3.7 と図 3.8 に示す。いずれの分布も実験結果の傾向を、概ね良好に再現していることが確認できる。まず全

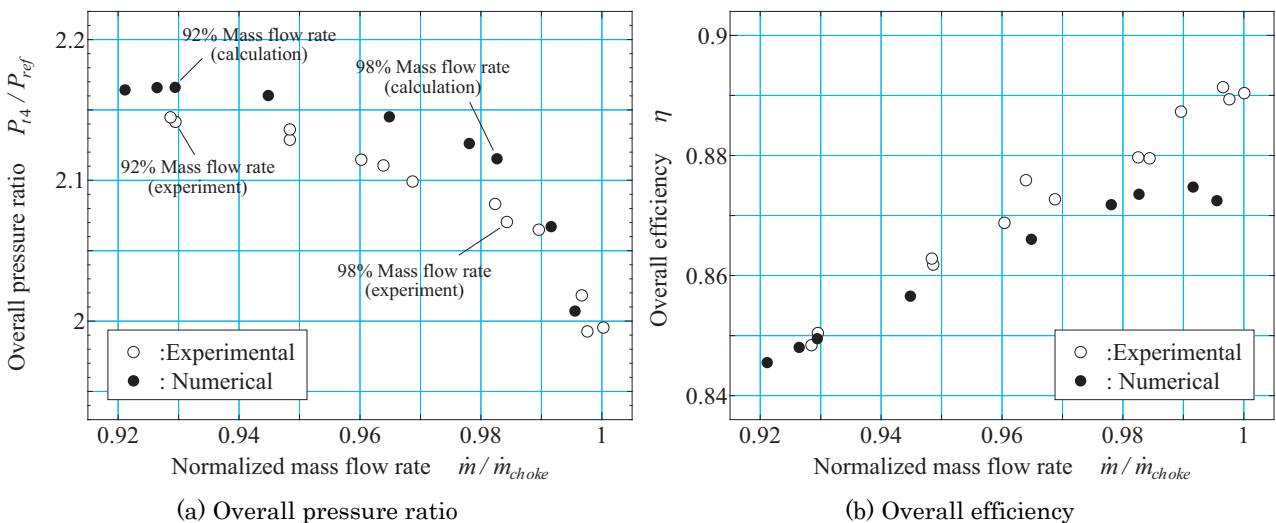


Figure 3.6 Comparison of rotor performance characteristics at design speed

Table 3.3 Aerodynamic survey measurement locations [70]

(a) Station 1, $z = -4.19$ cm				(b) Station 4, $z = 10.64$ cm			
Point	Span [%]	Radius [cm]	ΔA_{an} [cm ²]	Point	Span [%]	Radius [cm]	ΔA_{an} [cm ²]
1	97.0	25.4203	59.3723	1	97.0	23.7134	25.3625
2	94.0	25.1765	45.7621	2	94.0	23.5915	22.5758
3	90.0	24.8412	57.0518	3	90.0	23.4086	31.3590
4	85.0	24.4450	63.1837	4	85.0	23.1648	33.2834
5	80.0	24.0182	62.1197	5	80.0	22.9514	30.7671
6	75.0	23.6220	58.8042	6	75.0	22.7381	32.6485
7	70.0	23.2258	60.0314	7	70.0	22.4942	32.3201
8	65.0	22.7990	69.7699	8	65.0	22.2809	36.2286
9	58.0	22.2504	78.8012	9	58.0	21.9761	42.0868
10	51.0	21.6713	78.8530	10	51.0	21.6713	43.5641
11	44.0	21.0922	74.7585	11	44.0	21.3360	42.9205
12	37.0	20.5435	72.7605	12	37.0	21.0312	40.2774
13	30.0	19.9644	61.3109	13	30.0	20.7264	35.7477
14	25.0	19.5682	50.5746	14	25.0	20.4826	29.4308
15	20.0	19.1414	49.5106	15	20.0	20.2692	27.1778
16	15.0	18.7452	46.6640	16	15.0	20.0558	28.7959
17	10.0	18.3490	47.4221	17	10.0	19.8120	28.4675
18	5.0	17.9222	68.3072	18	5.0	19.5986	39.8218

圧分布では 40%~80%スパンにかけては実験結果との間に良好な一致が見られる。一方で 98%, 92%流量のどちらの条件でも 0~40%スパンの翼根近傍と 80%~100%スパンの翼端近傍では全圧が過大に評価されている。図 3.6(a)においてほとんどの作動点で全圧比が実験値よりも大きいのはこの翼根近傍と翼端近傍における実験値との違いによるものである。まず翼根部分では、10%スパン付近で全圧が低下する“窪み”の深さが数値解析の結果では実験結果に比べて小さく現れている。この窪みは低負荷条件から高負荷条件までの広い作動範囲で発生するとされるコーナー剥離と、実験設備のハブに存在する回転部分と非回転部分との間のキャビティ、及びそこから漏れ出す流れによる影響であることが指摘されている。Castillon ら^[72]は回転部と非回転部分の隙間を再現した解析で主流流量の 0.1%程度の漏れを加味して解析を行うことにより、翼根付近の全圧分布が実験結果に近づくことを示している。本解析では翼根後縁でコーナー剥離に似た流れは再現されていたが、ハブ間隙を考慮していないために実験結果との間で全圧低下の窪みの深さに違いが生じたと考えられる。続いて翼端付近では、90%スパン高さ位置を中心として全体的に全圧の予測値が高くなっている。同じく 90%スパン高さ付近において図 3.7(c)の絶対流出角が実験結果と概ね近い値を予測し、図 3.7(e)の絶対周方向流速が実験よりも大きく評価されていることを考慮すると、本解析では壁面付近の軸方向流速を若干過大に評価していると考えられる。Rotor 37 では翼列入口におけるケーシング壁面の境界層厚さがおおよそ 10%スパン程度となっており、翼列内では翼端流れや衝撃波との干渉によって複雑な挙動を示す。本研究ではケーシング壁面の境界層厚みが実験と比較して薄く評価された結果、翼端の流量が増大し入力仕事が大きく見積もられたと考えられる。

全温分布は図 3.7(b)の 0%~80%スパン高さの範囲で実験結果と良好な一致を示す一方で 80%スパン以上の翼端部では過大に評価される。この背景には本解析で使用した $k-\omega$ 乱流モデルの特性があると考えられる。図 3.9 に 92%流量作動点の 95%スパン断面における相対マッハ数の分布を実験結果^[22]と比較する。前縁から離脱した衝撃波と翼端流れ渦との干渉により低速領域が形成されている様子が図から確認できる。解析は低速領域が形成される位置やその形状については良好に再現できているが、実験結果と比較すると低速領域が流れ方向に長く伸びており、中心部の速度低下も実験結果より若干過大に評価している。このような傾向は $k-\omega$ モデルや $k-\epsilon$ モデルを使用した過去の解析例でも同様に確認でき^{[19][69]}、翼端流れ渦に関連して乱流粘性による散逸が過剰に評価されている可能性がある。

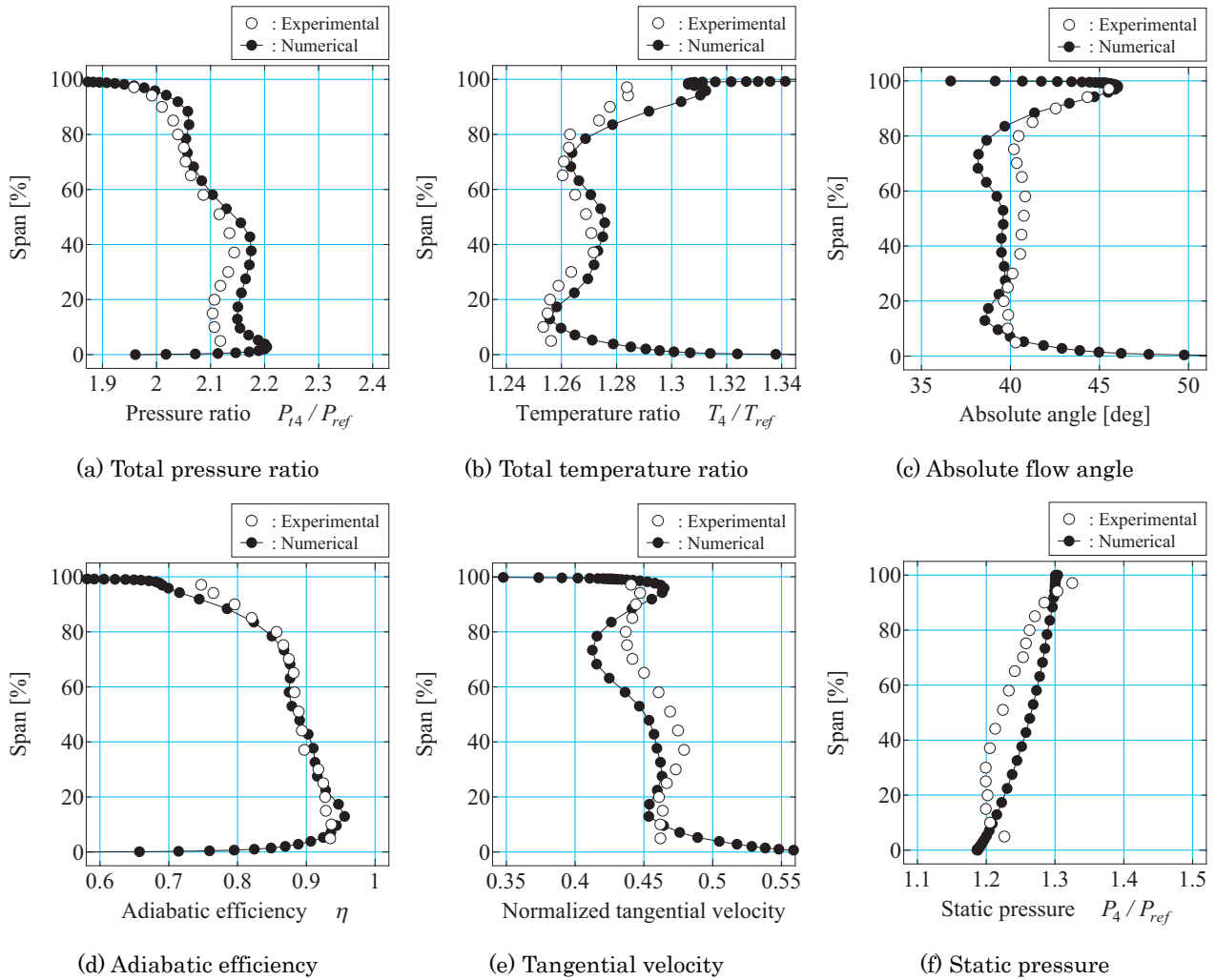


Figure 3.7 Comparison of spanwise flow distribution at station 4 for 98% mass flow rate

図 3.7(c)の絶対流れ角と図 3.7(e)の絶対周方向流速も実験結果を定性的に再現できているといえるが、どちらも 20%~80%スパンの範囲で全体的に実験結果との間に差異が生じる傾向がある。これは出口境界に与えた単純半径平衡の仮定が実際の流れ場を必ずしも正確に反映していないことが原因の一つとして考えられる。図 3.7(f)において、静圧分布の解析結果（設定した背圧の境界条件にほぼ対応）と実験結果とでは特に 20%~80%スパン高さ付近に大きな違いが見られ、全体的に解析結果における静圧は高い値となっている。これによって翼列による全圧上昇に占める静圧上昇と動圧上昇の割合が実際と異なるものになった結果、数値解析では軸流速度が大きめに評価されたと考えられる。絶対流れ角と周方向速度の違いはこれによる影響と考えられる。以上で述べた全圧、全温、絶対流れ角、絶対周方向流速、静圧の傾向は図 3.8 の 92%流量作動点においても同様に確認できる。

ここで示した差異を除けば、本解析結果は NASA Rotor 37 の流れ場を広い作動範囲にわたって定性的に捉えられているといえる。乱流モデルを中心とした現象のモデル化や、実際の形状と環境を再現する計算条件の設定、境界条件の与え方などに改善の余地はあるものの、今回行った解析の結果から確認できる流れ場の特徴は過去の実験で報告されているものと整合性が取れている。このことから本解析で使用した数値解析手法によって遷音速圧縮機内の流れ場を定性的に再現し、ケーシングトリートメントを施した際の流れ場の変化について考察を行うことが可能であると判断した。よって以下では数値解析結果に基づいて NASA Rotor 37 の流れ場の特徴を述べる。

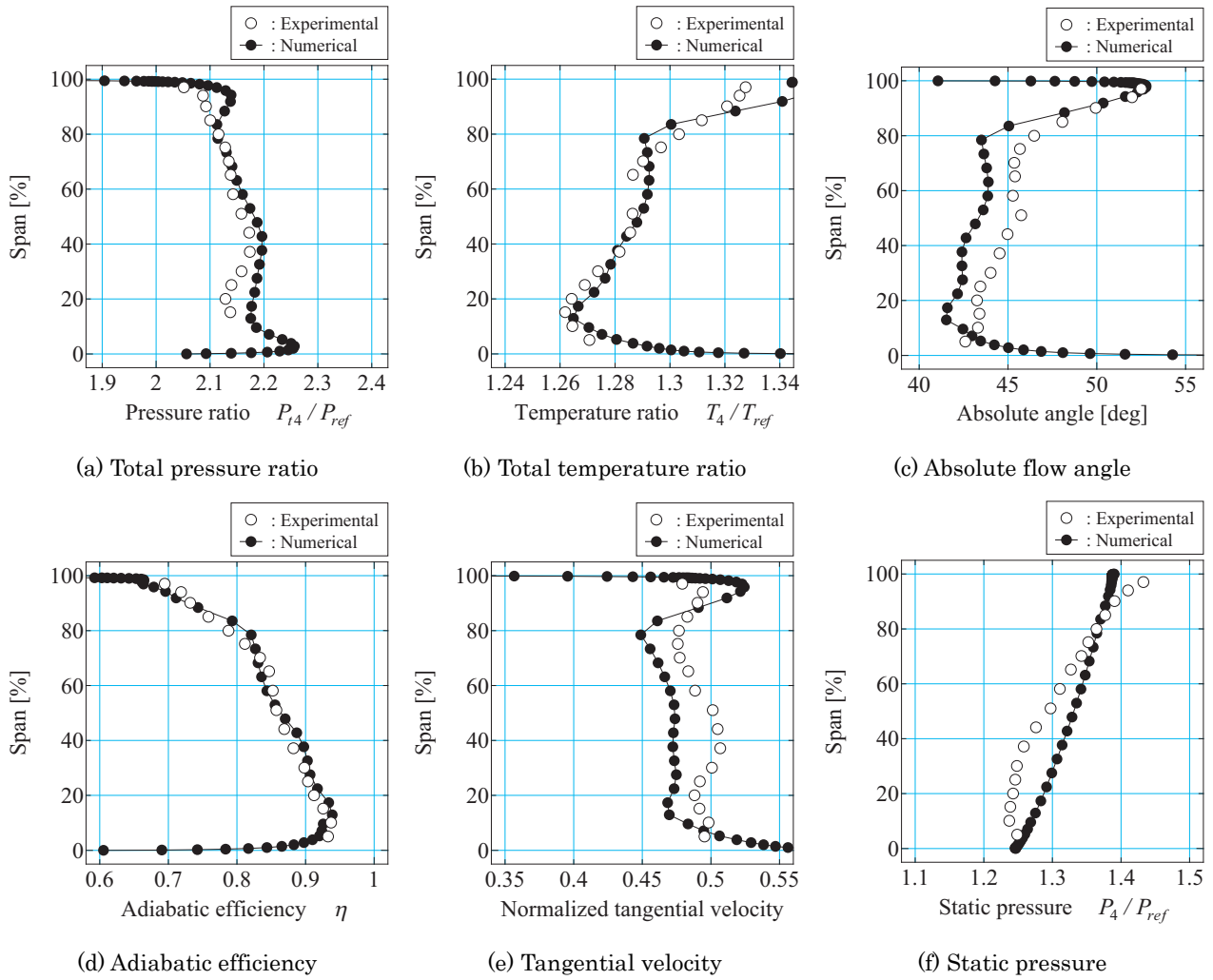


Figure 3.8 Comparison of spanwise flow distribution at station 4 for 92% mass flow rate

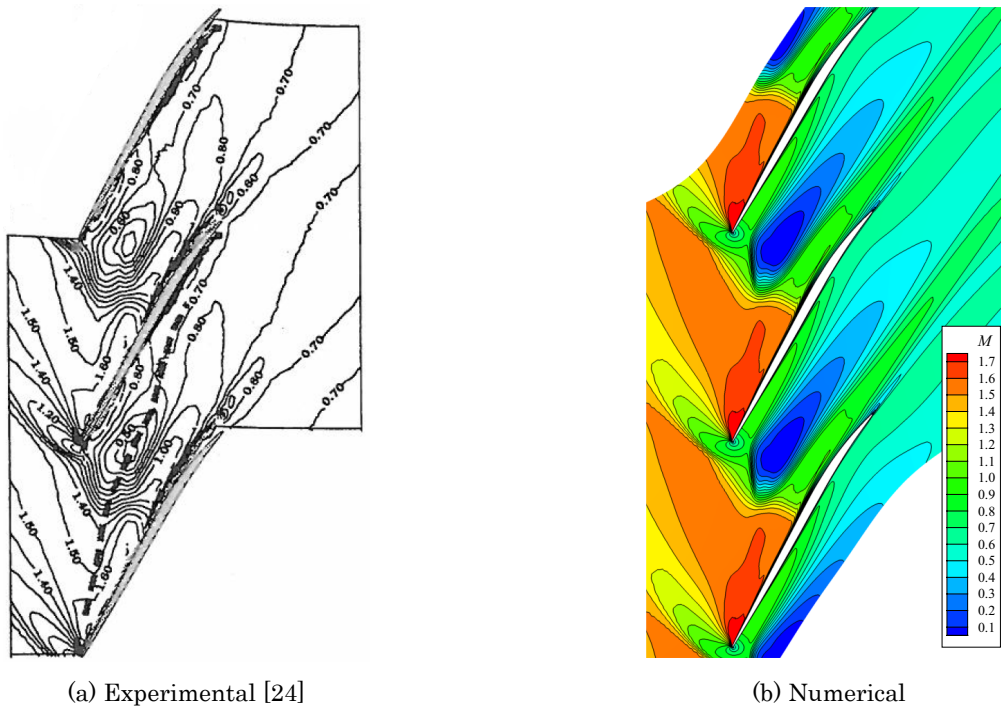


Figure 3.9 Comparison of relative Mach number distribution at 95% span surface (92% mass flow rate)

3.5.2 翼間流れ場と衝撃波の挙動

数値解析結果から得られた特性曲線を図 3.10 に改めて示す。以降の議論における作動点の呼称は基本的に図中の表記に準ずる。ここで作動点 A は解析を行った条件のうち最も断熱効率が高かった作動点、作動点 C は失速点にそれぞれ対応し、作動点 A と作動点 C の中間程度の負荷の作動点として作動点 B を設定した。

30%, 50%, 70% スパン断面での相対マッハ数分布と圧力分布を作動点 A, B, C で比較したものを図 3.11~図 3.13, 図 3.14~図 3.16 にそれぞれ示す。それぞれの図はケーシング側から内側に向かって翼端部を見下ろす構図となっており、流れは左下から右上の向きに流れる。図より、いずれの作動点、スパン断面においても相対流入速度が音速を超える結果、衝撃波が形成される様子が確認できる。衝撃波は 30% スパン断面では作動点 A の時点で、50%, 70% スパン断面では作動点 B の時点で前縁から離脱しており、出口圧力の上昇とともに流路内を上流へ移動する。これに伴い主流と衝撃波のなす角も直角へ近づき、衝撃波による圧力上昇も増大するが、作動点 C においても衝撃波は流れに対して完全に垂直にはなっておらず、衝撃波による理論的な最大圧力上昇を達成する前に失速に陥っていることがわかる。

前縁で発生した衝撃波は翼の背側に入射し、境界層と干渉する。この衝撃波 - 境界層干渉は 30%, 50%, 70% スパン高さのいずれの断面でも明瞭に観察でき、衝撃波が入射した位置から翼面に沿って低速領域が下流に広がる。そこで、同じく 30%, 50%, 70% スパン高さの 3 つの断面において相対マッハ数の分布と M_n の等高線およびエントロピー s の等高線を作動点 A, B, C でそれぞれ比較したものを図 3.17~図 3.19 に示す。図中でマッハ数は超音速か亜音速かで色分けをしてある。また図中の太い黒線は $M_n = 1$ の等高線により衝撃波の位置を、図中の白い太線は $s = 50$ の等高線により境界層の外縁をそれぞれ簡易的に表す。 M_n の定義を下式に示す。

$$M_n \equiv \nabla P \cdot \vec{u} / (c |\nabla P|) \tag{3.3}$$

白線に着目すると、いずれの図でも翼背側に衝撃波が入射した位置を境に境界層の厚みが増すことがわかる。一方で翼腹側における境界層の発達はややかで、後縁の wake の厚みの大部分は背側の低速流れが占める。作動点 A, B, C における翼背側の限界流線と軸方向の壁面せん断応力 τ_x の分布を図 3.20 に示す。図から明らかなように、衝撃波と境界層の干渉によって翼根付近の一部を除くほぼ全スパンにわたって境界層が剥離する。剥離した領域では主流に比べて遠心力が強く働き半径方向の速度が誘起されるため、流れ場に複雑な三次元性が生じる。剥離した境界層が翼面に再付着するかどうかは作動点とスパン位置によって異なるが、基本的には作動負荷の増大に伴って剥離域は縮小する傾向が見られた。作動点 A では 40%~80% スパンの範囲で剥離した境界層が後縁においてもなお再付着しない一方で、作動点 C では剥離した流れが全て最大でも 20% コード長程度の剥離泡を形成したのち再付着する。図 3.17~図 3.19 の白線で可視化した境界層のみを取り出し、各作動点で色分けして比較したものを図 3.21 に示す。50% スパンと 70% スパンでは、作動負荷が高くなるほど、剥離流れの再付着によって翼背側の最終的な境界層厚みが薄くなる様子が確認できる。

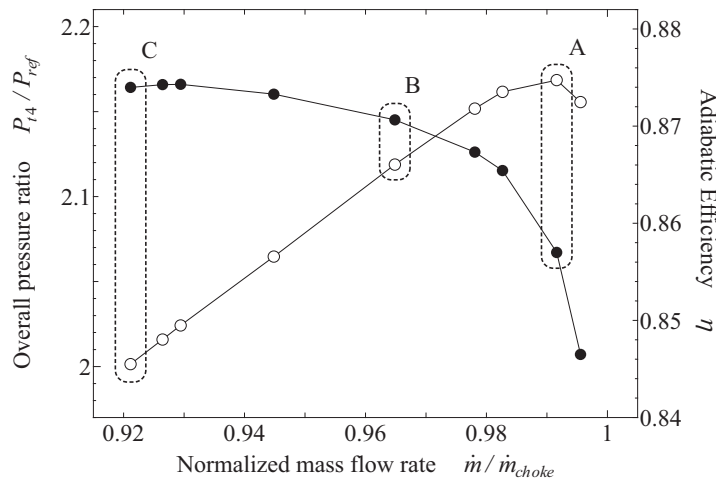
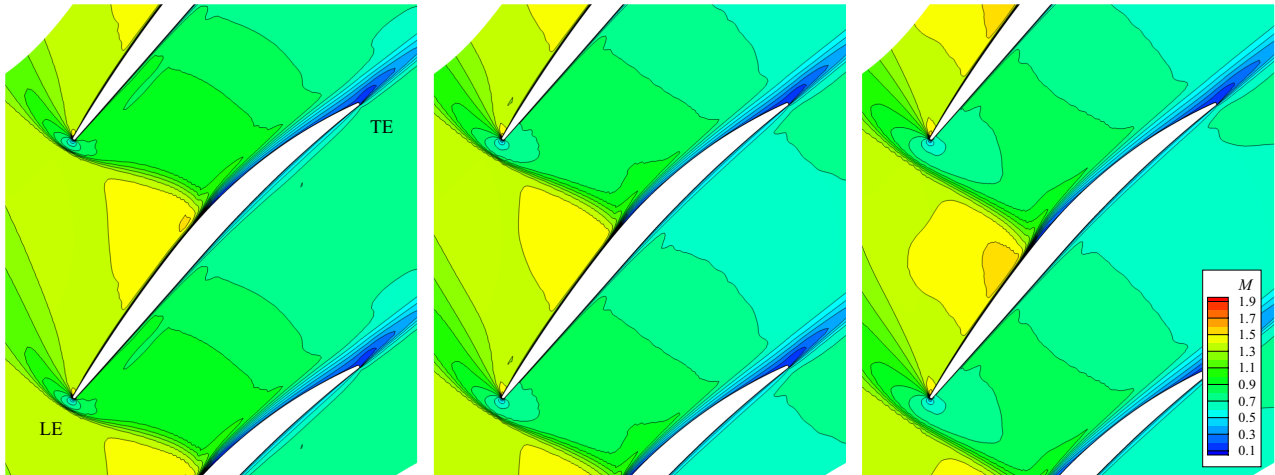


Figure 3.10 Pressure and efficiency characteristics plot and three operating points which will be on focus

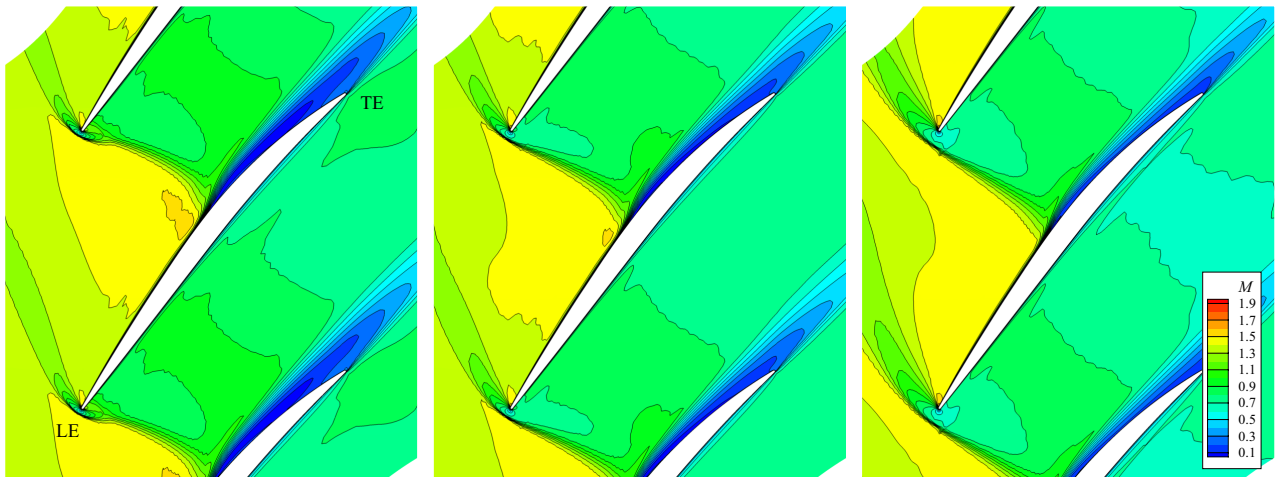


(a) Operating point A

(b) Operating point B

(c) Operating point C

Figure 3.11 Contours of relative Mach number distribution at 30% span surface

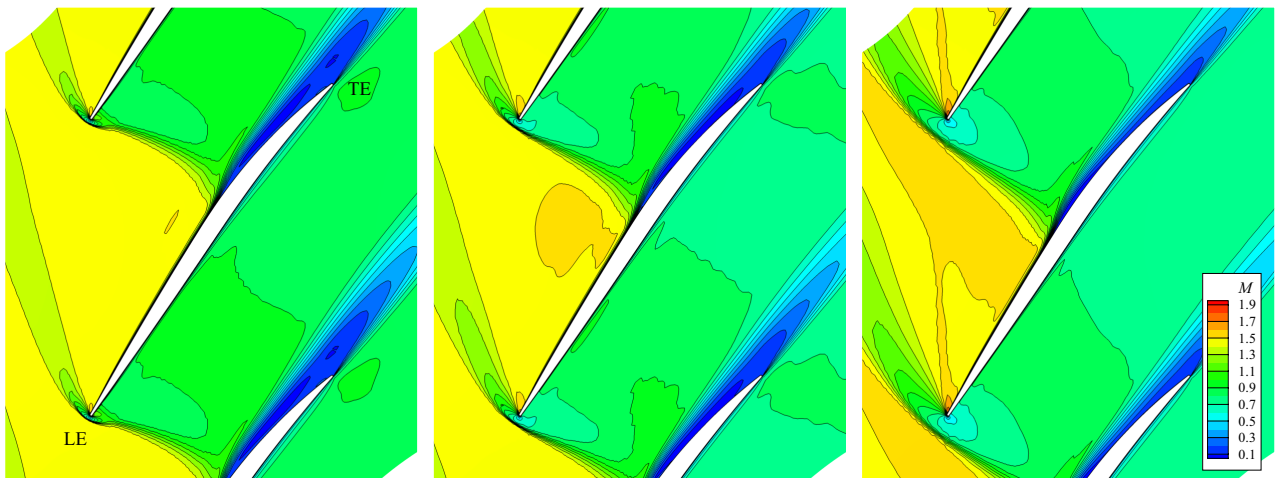


(a) Operating point A

(b) Operating point B

(c) Operating point C

Figure 3.12 Contours of relative Mach number distribution at 50% span surface



(a) Operating point A

(b) Operating point B

(c) Operating point C

Figure 3.13 Contours of relative Mach number distribution at 70% span surface

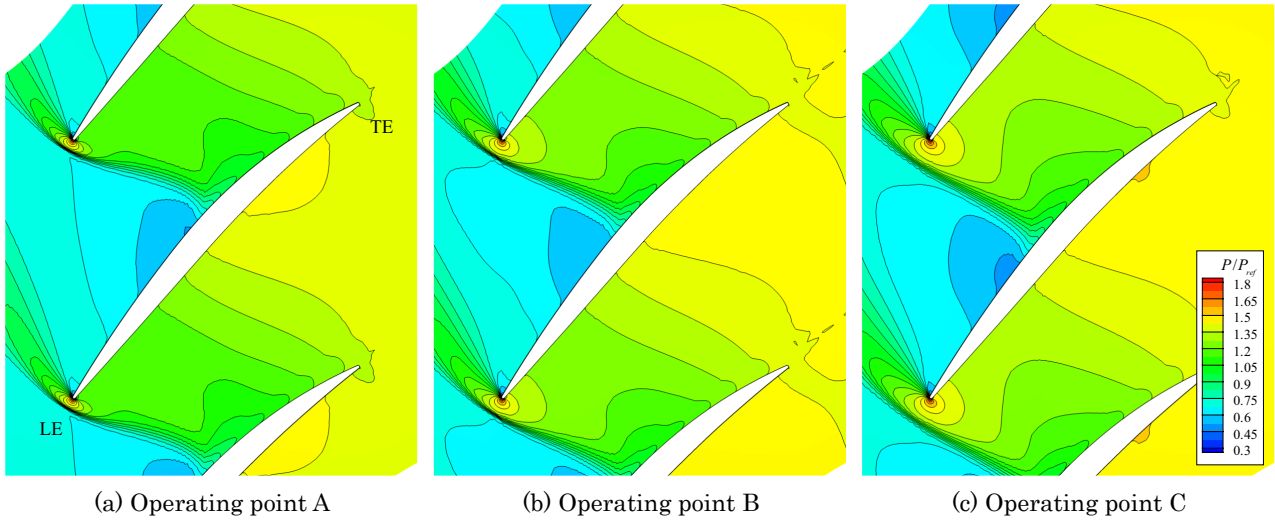


Figure 3.14 Contours of static pressure distribution at 30% span surface

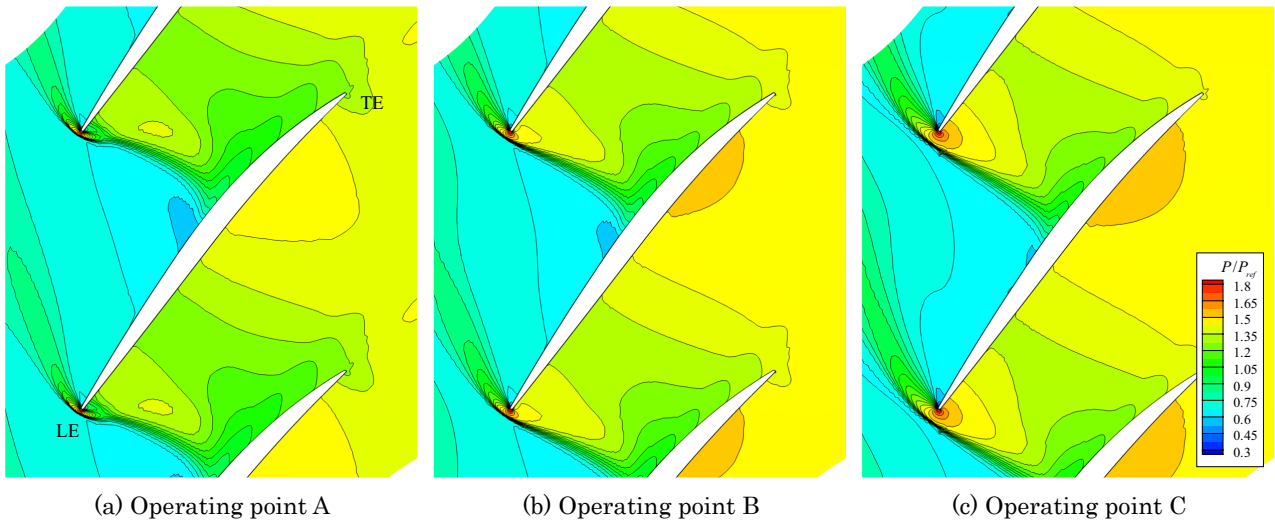


Figure 3.15 Contours of static pressure distribution at 50% span surface

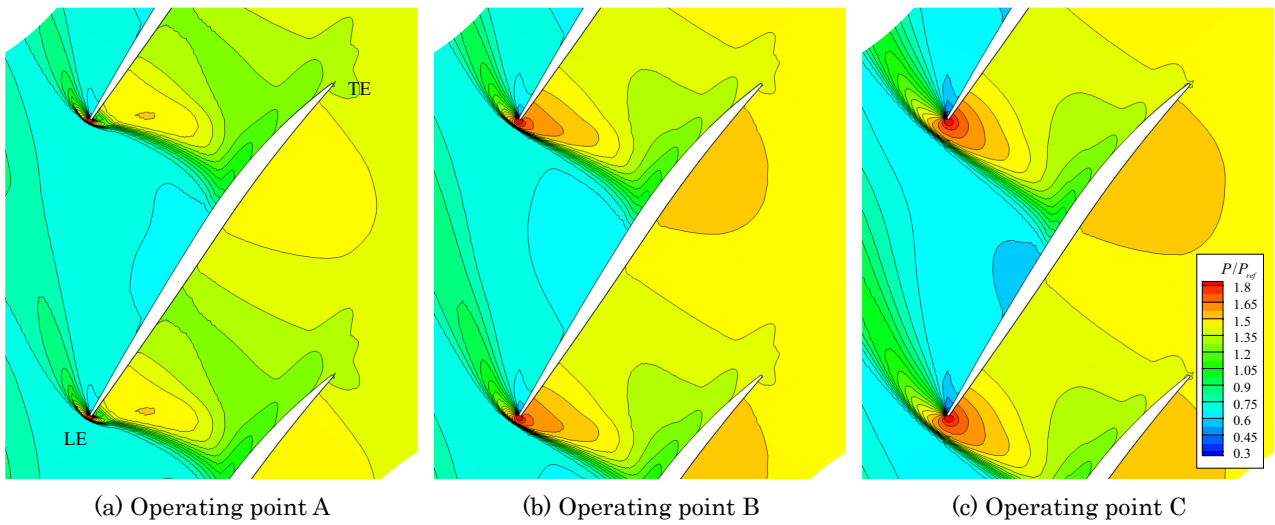


Figure 3.16 Contours of static pressure distribution at 70% span surface

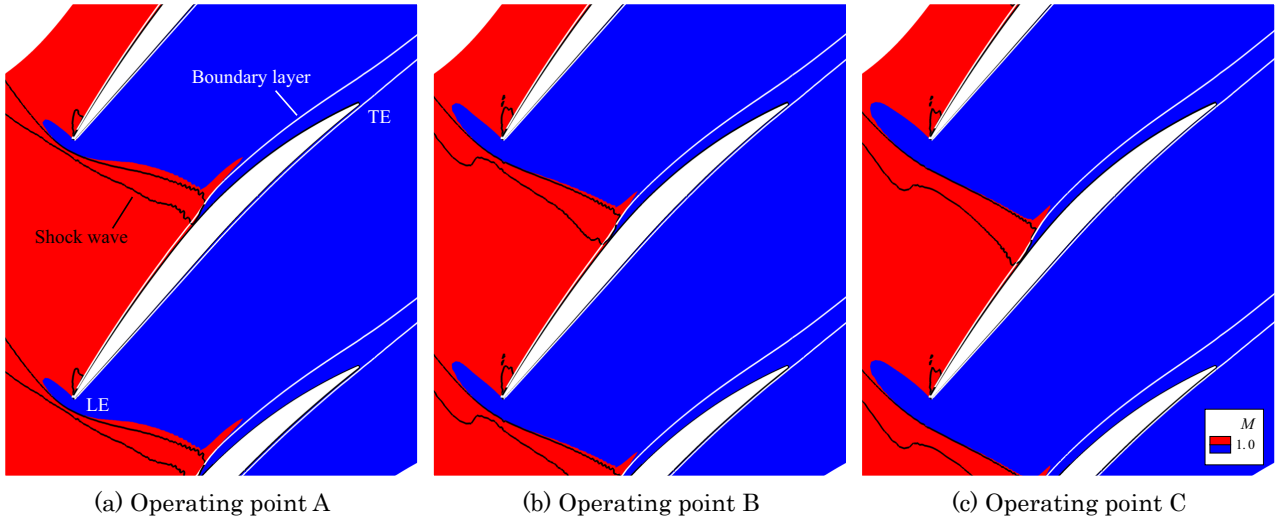


Figure 3.17 Location of shock wave and edge of boundary layer at 30% span surface

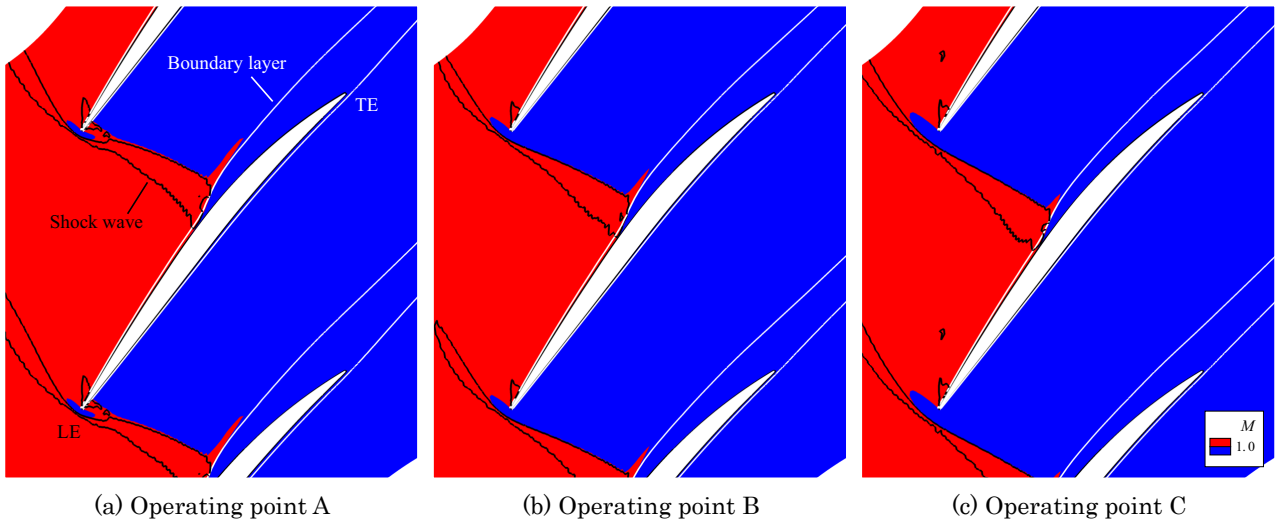


Figure 3.18 Location of shock wave and edge of boundary layer at 50% span surface

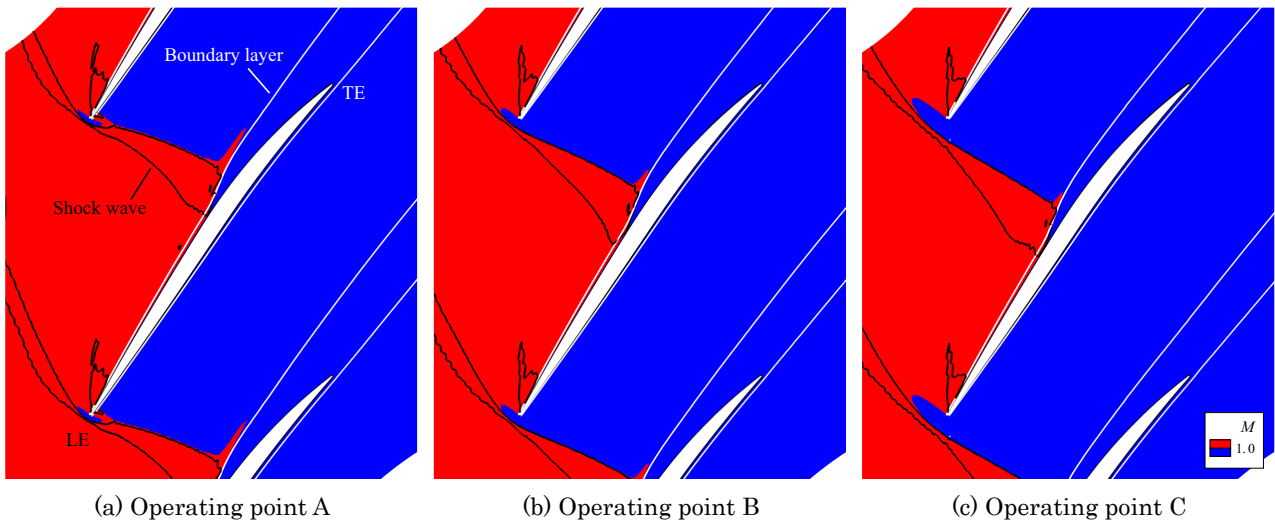


Figure 3.19 Location of shock wave and edge of boundary layer at 70% span surface

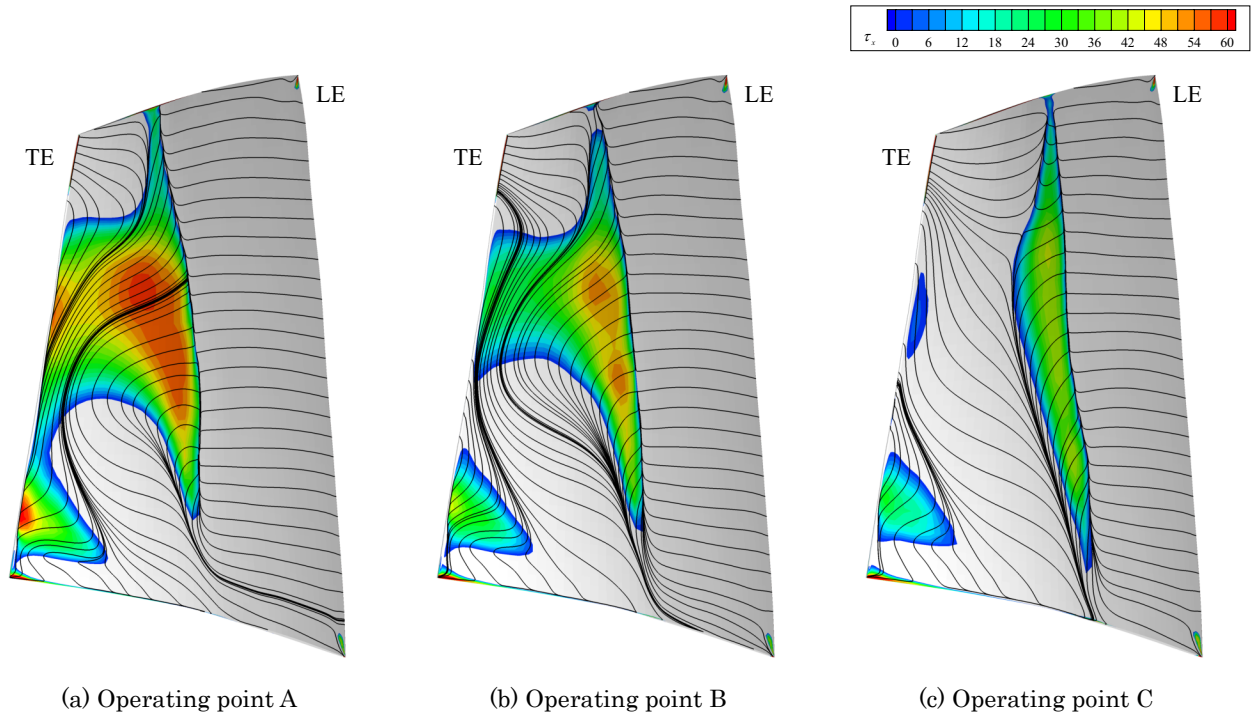


Figure 3.20 Comparison of limiting streamlines and axial shear force distribution at the blade suction surface

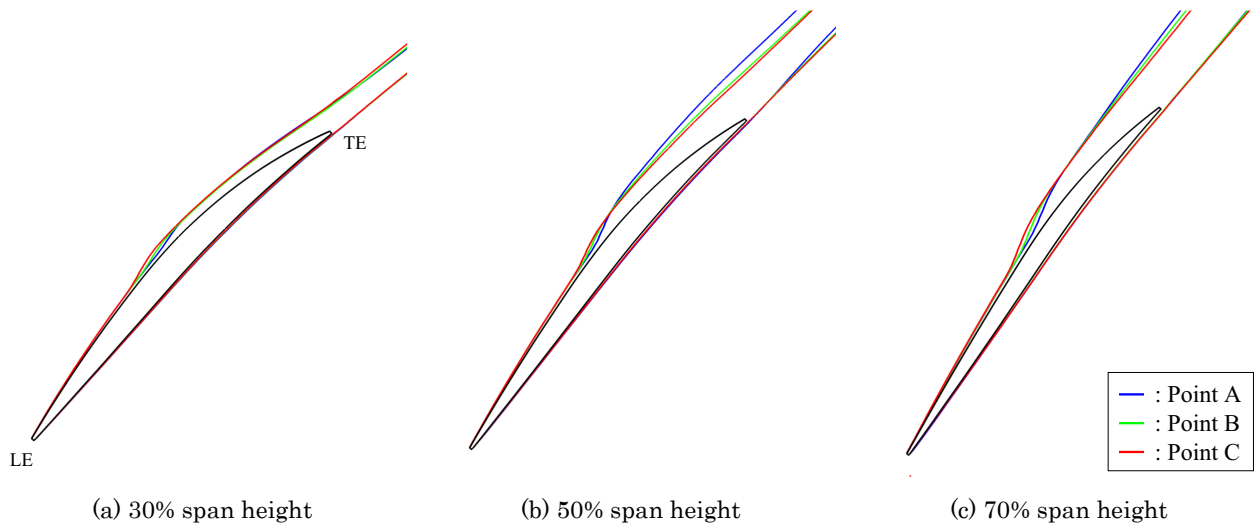


Figure 3.21 Comparison of boundary layer thickness among three different operating points

なおここに示す等高線の設定値 ($s=50$) は恣意的に選択したものであるが、それぞれの作動条件の間の境界層厚みの大小関係が等高線の設定値によって変化することはなかった。

図 3.20 で翼根付近に着目すると、30%~40%コード長位置付近で流線が半径方向外側に向かって曲げられている様子から衝撃波が入射していることが確認できる。しかし衝撃波上流のマッハ数が低いため衝撃波 - 境界層干渉による剥離には至っておらず、明確な逆流域は確認できない。一方で後縁付近には三角形の剥離領域が見られ、コーナー剥離のような流れが形成されている。他研究者により過去に実施された数値解析では翼根後縁でコーナー剥離を捉えている結果と剥離が起きないとしている結果とが混在している。そのため翼根後縁部は特に計算条件や乱流モデルの違いによる影響を受けやすい箇所であることが指摘されている。この翼根付近の剥離は背圧の上昇とそれに伴う衝撃波の前進による変化をほとんど受けず、従って図 3.21(a) に示す 30%スパン断面の境界層厚みも作動点 A から作動点 C にかけて大きく変化することはない。

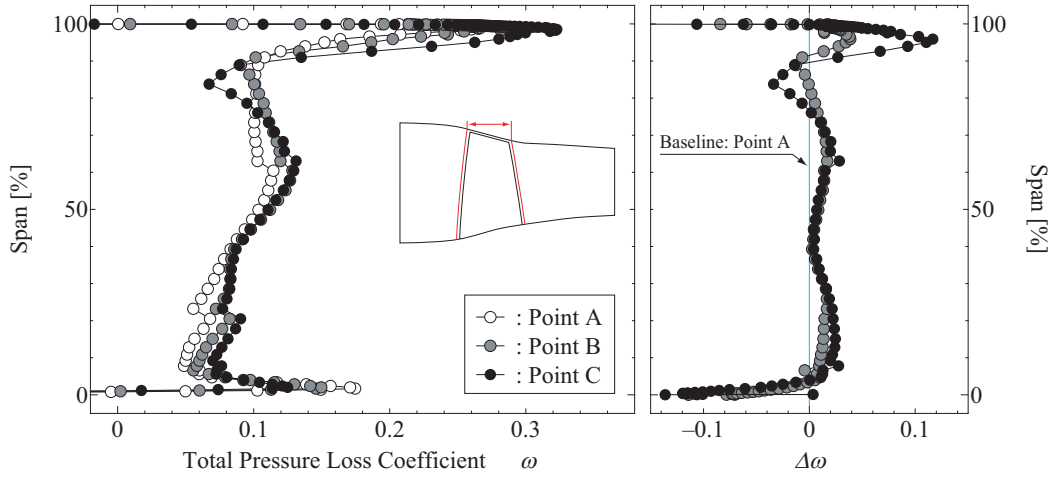


Figure 3.22 Comparison of spanwise distribution of total pressure loss coefficient (Left: total pressure loss coefficient, Right: difference plot from the loss distribution at operating point A)

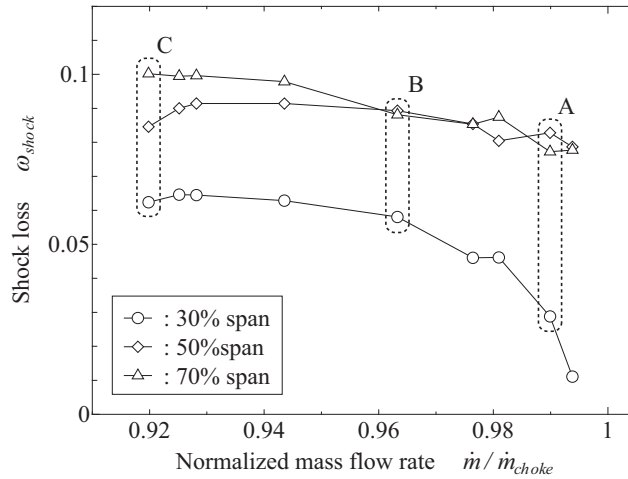


Figure 3.23 Relationship between the operating point and the shock loss at mid-pitch location in three different span height

以上の翼間流路の流れ場と流路内の全圧損失係数の分布との対応を確認する．翼前縁の 5%コード長上流の断面と翼後縁の 5%コード長下流の断面の間の全圧損失係数 ω のスパン方向分布を図 3.22 に示す． ω は式 (3.4) に基づいて、同一スパン断面内で流量平均した物理量を用いて計算した．

$$\omega = \frac{P_{iLE}^* - P_{tTE}}{P_{iLE} - P_{sLE}}, \quad P_{iLE}^* = P_{iLE} \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_R^2 \left\{ 1 - (r_{LE}/r_{TE})^2 \right\} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad M_R = \frac{r_{TE} \dot{\phi}}{\sqrt{\gamma RT_{iLE}}} \quad (3.4)$$

式中の r 、 $\dot{\phi}$ はそれぞれ注目するスパン位置における半径と角速度を、添字 LE と TE はそれぞれ前縁上流と後縁下流を意味しており、前縁上流と後縁下流の“同一スパン高さ”の間の半径の違いによる影響を補正するため理想相対全圧 P_{iLE}^* を導入している．図から、まず 40%~80%スパンの範囲で作動荷の上昇とともに全圧損失がわずかに増大することがわかる．しかしこの領域での損失はおおよそ作動点 B で頭打ちになる．30%、50%、70%スパン高さにおける衝撃波損失の作動点による推移を図 3.23 に示す．縦軸はミッドピッチの位置における衝撃波前後の全圧から計算した衝撃波損失を、横軸は各作動点における流量をそれぞれ表す．図より、負荷上昇に伴う衝撃波損失の増大は失速点に近づくほど鈍化する．これを図 3.21 の境界層厚みの推移と合わせて判断すると、図 3.22 のミッドスパン付近で全圧損失の増加が頭打ちになるのは衝撃波損失、翼のプロファイルロスの上昇がともに鈍化するためであると考えられる．

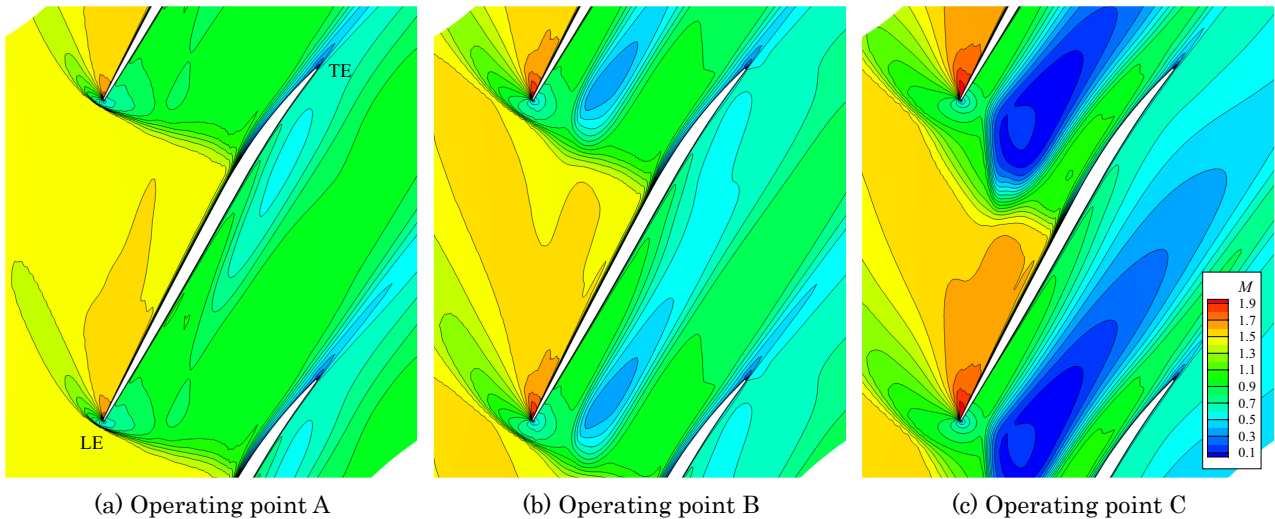


Figure 3.24 Contours of relative Mach number distribution at 96% span surface

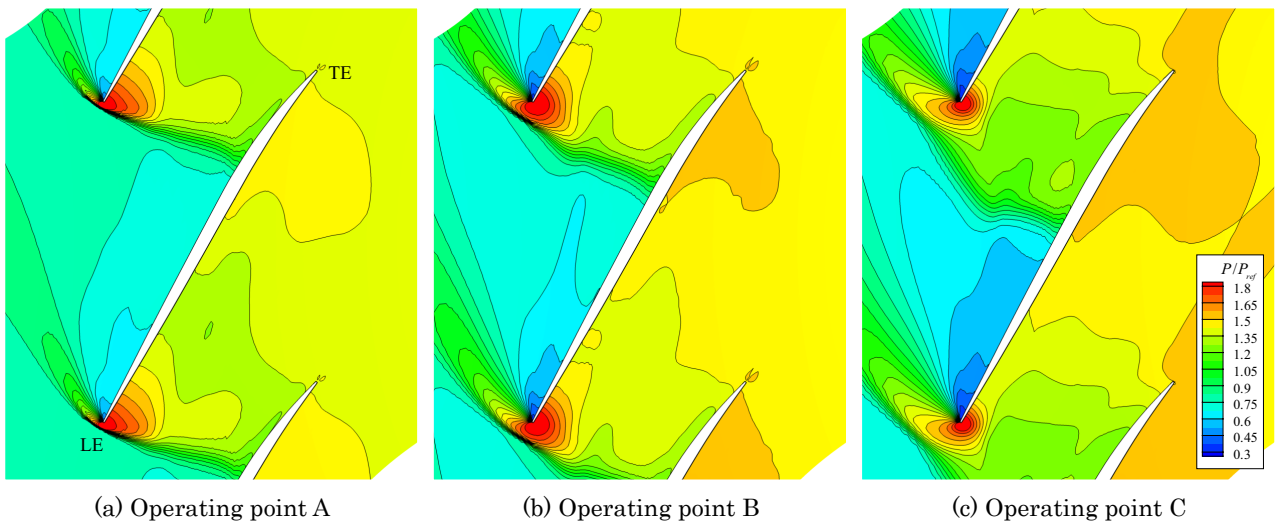


Figure 3.25 Contours of static pressure distribution at 96% span surface

他方で 80%スパン高さ以上の領域では作動点 B から作動点 C にかけて急速に全圧損失が増大する。この変化の特徴的な点として 80%~100%スパン高さの比較的広い範囲で損失が増大する点が挙げられる。そこで 96%スパン高さ断面における圧力とマッハ数の分布を図 3.24 と図 3.25 にそれぞれ示す。図 3.11~3.16 と比較した際にこの 96%スパン断面にのみ見られる特徴として、衝撃波の直下流に広がる低速領域が挙げられる。ここに示した 3 つの作動点のいずれにおいても形成されるこの低速領域は、流れ方向に長く伸びた形状を有しており、その一部は隣接翼腹側の後縁付近に接触する。翼端付近にのみ見られるこのような低速領域は既に述べたように実験においても確認されており、翼端漏れ渦と衝撃波との干渉によるものであることが指摘されている。この低速領域の大きさや中心部における速度の低下の度合いはどちらも作動点 B から作動点 C にかけて大きく変化しており、図 3.22 の全圧損失係数分布で確認された変化の原因となっている。また、失速直前で急激に変化することから翼端漏れ渦と衝撃波の挙動は失速の初生とも何らかの関わりを持つことが示唆される。

3.5.3 ブロッキングと流入角

前節で示された全圧損失係数のスパン方向分布から、Rotor 37 の失速初生には翼端近傍の流れ場が関連していることが推測できる。しかし、全圧損失を招く流れと失速を引き起こす流れとは必ずしも対応するわけではないことから、本節では流路内におけるブロッキング領域の分布が作動負荷の上昇とともにどのように推移するかを観察することにより、主流の進行を阻害し失速をもたらす原因となる流れを探る。

作動点 A, B, C におけるブロッキング領域の分布を図 3.26~図 3.28 に示す。図では、翼列回転軸に垂直な断面を前縁から後縁にかけて複数配置し、それら断面上でブロッキングインディケータ Ω が $\Omega=1$ を満たす領域のみ色付けすることによりブロッキング領域の分布を示している。なお図は翼面背側からの構図となっており翼面腹側の様子が示されていないが、いずれの作動点においても翼正圧面上ではブロッキングの形成は確認されなかった。まず作動負荷の低い作動点 A で特徴的なブロッキングとして翼背側のミッドスパン付近が挙げられる。ミッドコードよりも下流のおよそ 30%スパンから 90%スパンにかけて拡大しながら伸びるこのブロッキングは、衝撃波境界層干渉によって剥離した境界層に対応している。図 3.21(b)で確認されたように、作動点 A の特にミッドスパン位置の剥離による再循環領域は比較的大きい厚みをもって存在しており、それがブロッキングとして流れに作用することが改めて確認できる。他には翼根後縁部のコーナー剥離や翼端漏れ流れがブロッキングとして特定されているが、空間的な占有率は翼面境界層剥離と比較すると小さい。作動点 B に移ると、翼面境界層の剥離によるブロッキング領域は次第に減少する。これも前節の図 3.20

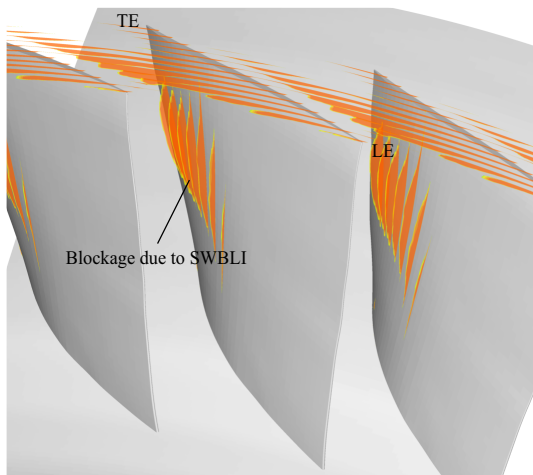


Figure 3.26 Blockage region distribution within the blade passage (operating point A)

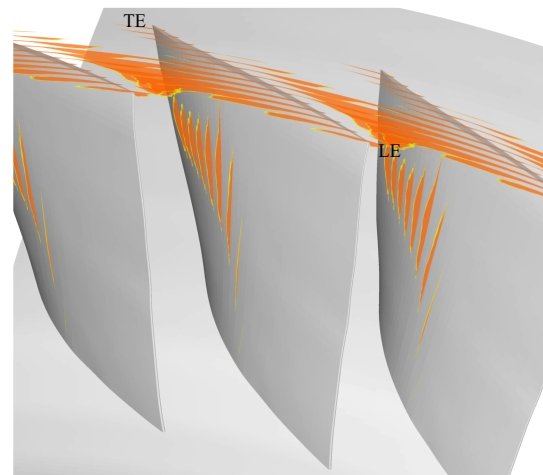


Figure 3.27 Blockage region distribution within the blade passage (operating point B)

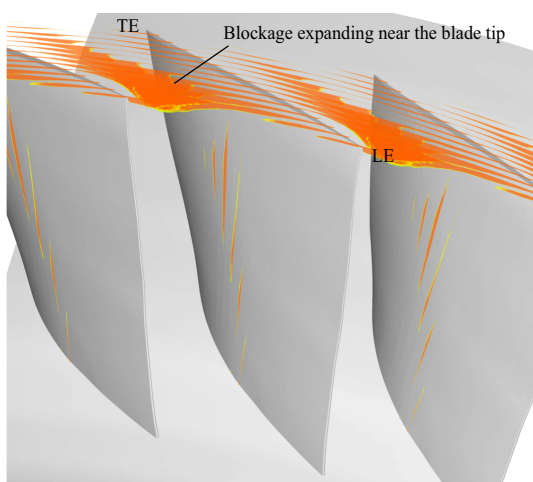


Figure 3.28 Blockage region distribution within the blade passage (operating point C)

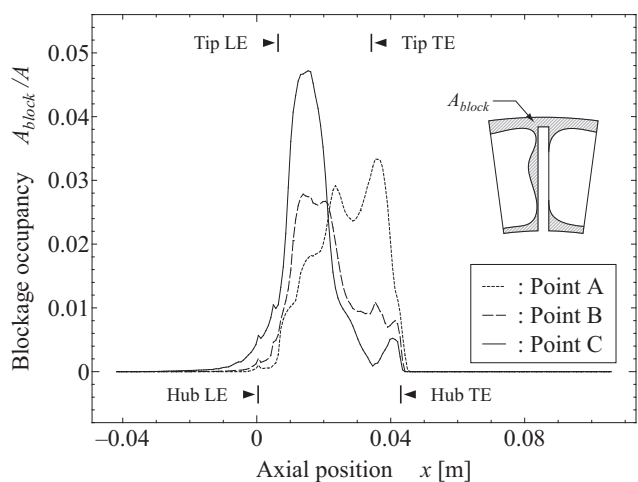


Figure 3.29 Comparison of blockage occupancy among three different operating points

で示されたように、負荷の上昇に伴って剥離流れが後縁よりも手前で再付着するようになるためである。このブロッケージは負荷の上昇とともに縮小を続ける結果、作動点 C ではその影響力がほぼ無視できる程度にまで低下する。一方で失速点に近づくに従って急速に卓越するのが翼端付近のブロッケージ領域である。流路内のブロッケージ領域の占有率をそれぞれの作動点についてプロットしたものを図 3.29 に示す。ブロッケージ領域の占有率は軸に垂直な断面内でブロッケージ領域が流路の幾何面積に占める割合として算出した。翼のミッドコードから後縁にかけてブロッケージが卓越する作動点 A から翼の前縁付近でブロッケージが卓越する作動点 C に向かって、支配的なブロッケージの位置が前進している様子が確認できる。この際ブロッケージ領域が流路断面に占める割合のピーク値も作動点 A における 3% から作動点 C における 5% へと、負荷が上昇するに従って増大する。このことは流路断面内において流れが活発な領域と流れが停滞し周囲の流れを阻害するような領域との偏りが失速点に向かうにつれて拡大する傾向にあることを意味している。

失速点に近づくとともに翼端腹側近傍に発達するブロッケージ領域の影響によって、翼前縁上流における流入角にも変化が生じる。前縁から 5% 軸コード長上流の断面における相対流入角の分布を、作動点 A, B, C について図 3.30~図 3.32 に示す。流れ角は、軸方向速度成分と周方向速度成分の値に基づいて、半径一定の断面上での流れの角度として定義した (図 3.33)。作動点 A と作動点 B の間では、流れ角が全体的に僅かに増大するのみで分布そのものには大きな変化が見られないのに対し、作動点 C では顕著な流れ角の変化が翼端近傍に現れる。作動点 A と作動点 B では衝撃波による流れの急激な偏向を示す密な等高線がミッドスパ

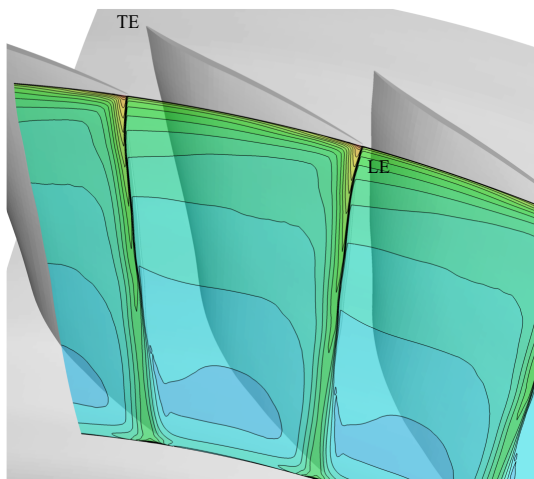


Figure 3.30 Flow angle distribution at the surface
5% c_x upstream of LE (operating point A)

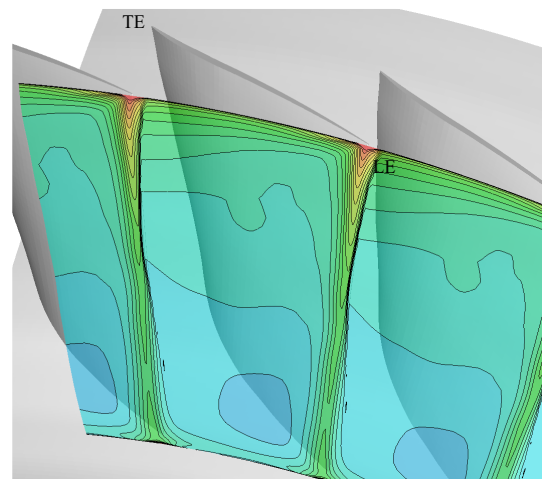


Figure 3.31 Flow angle distribution at the surface
5% c_x upstream of LE (operating point B)

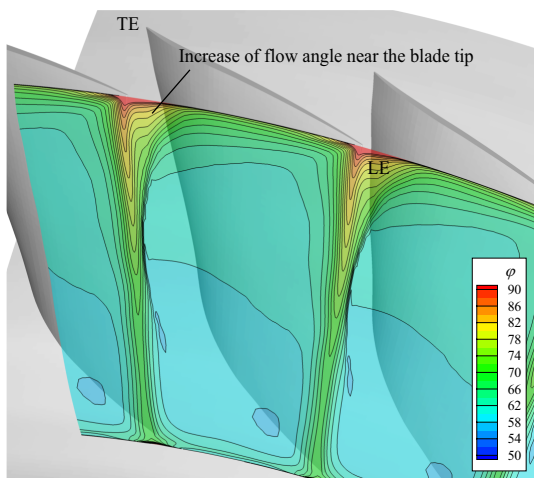


Figure 3.32 Flow angle distribution at the surface
5% c_x upstream of LE (operating point C)

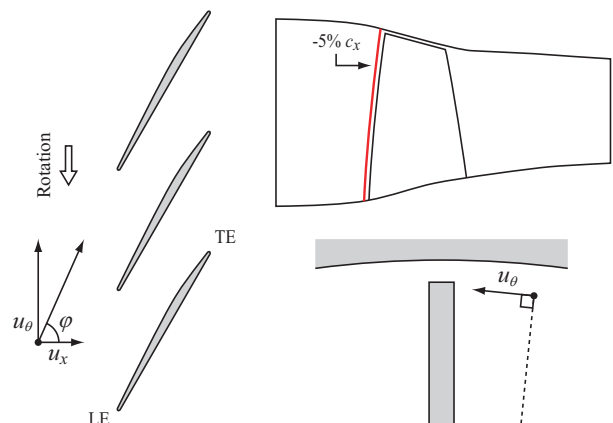


Figure 3.33 Definition of coordinate system and
location of the surface 5% c_x upstream of LE

ンからケーシングにかけて確認できるのに対し、作動点 C のケーシング付近では 80%ピッチ位置付近から緩やかに流れの向きが曲げられている。そこで 30%, 50%, 70%, 96%スパン高さ断面における流れ角の分布を図 3.34~図 3.37 に示す。図中の太い白線は $M_n = 1$ の等高線により衝撃波の位置を、図中の黒い太線は $\Omega = 1$ の等高線によりブロックエッジの境界を表す。なお、96%スパン高さ断面にブロックエッジ領域が存在するのは作動点 C のみであり、従って黒い太線は図 3.37(c)にしか描かれていない。図 3.34~図 3.36 から、30%~70%スパン高さの範囲では衝撃波の位置と、流れ角が急峻に変化し等高線が密になっている箇所とが対応していることが確認できる。衝撃波は翼間流路において流れの角度を曲げる最も大きな要因の一つであり、図 3.35(c)や図 3.36(c)などの作動点 C においては、衝撃波が前縁から離脱していることによって翼前縁における流れの角度が低負荷の作動点に比べて大きくなっている。図 3.37 の 96%スパン高さ断面では、断面内に翼端漏れ渦が存在するためその影響が図中に現れている。作動点 A, B ではまだ翼端漏れ渦によるブロックエッジ効果が弱く、翼前縁上流の流れ角度にまで影響を及ぼすようなことはない。これに対し作動点 C では、太白線で示す衝撃波と太黒線で示すブロックエッジとの間に急激に流れの角度が増加する領域が存在する。これは衝撃波を通過し流れの向きを変えられた流れが、下流に存在するブロックエッジ領域によって更に流れの向きを曲げられることを示している。なお、ブロックエッジによって下流の有効面積が減少したことで翼端近傍の衝撃波もそれまでの作動点と比べて上流方向へとせり出す。衝撃波による流れの転向とブロックエッジによる流れの阻害が相乗的に作用し、負荷の低い作動点に比べてより広い範囲で流れの角度が増大している様子が図 3.32 と併せて確認できる。

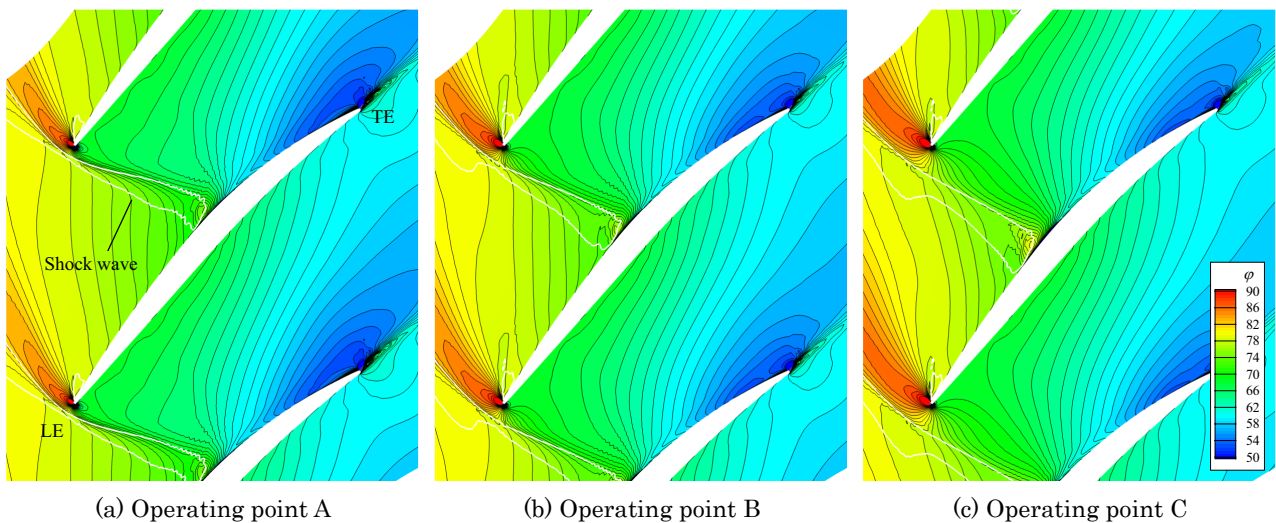


Figure 3.34 Comparison of flow angle distribution at 30% span surface

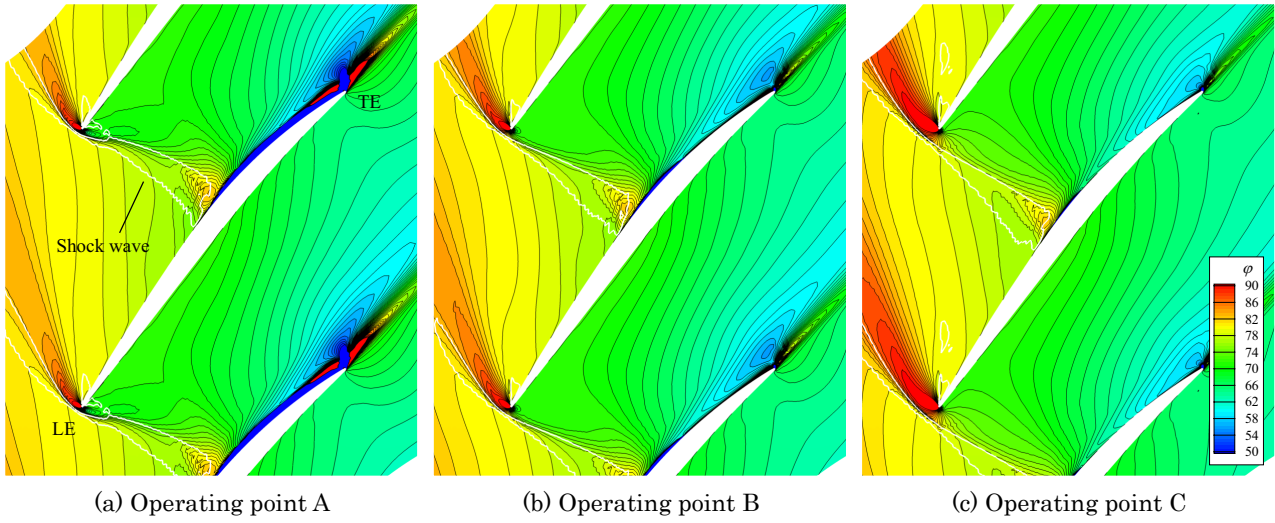


Figure 3.35 Comparison of flow angle distribution at 50% span surface

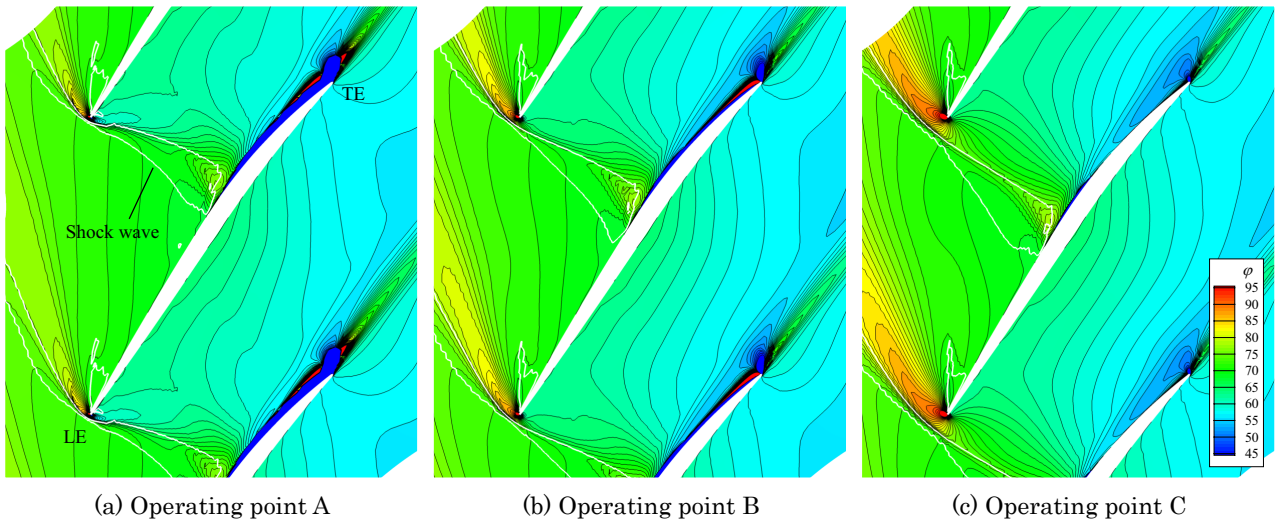


Figure 3.36 Comparison of flow angle distribution at 70% span surface

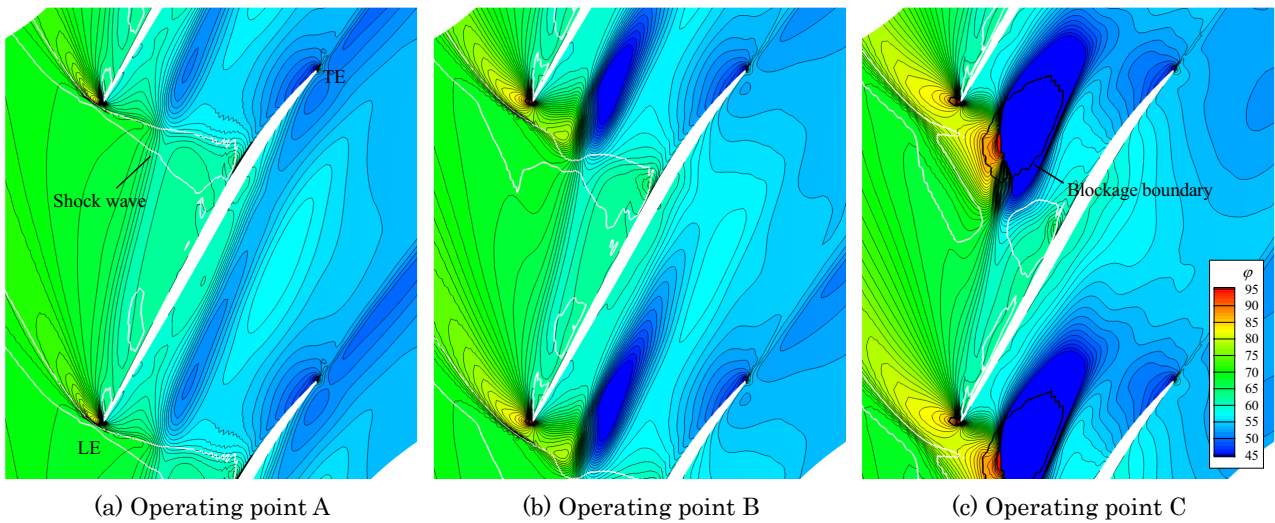


Figure 3.37 Comparison of flow angle distribution at 96% span surface

3.5.4 翼端漏れ流れと翼端漏れ渦

前節で示されたブロック領域と翼前縁上流の流れ角の変化は、Rotor 37 における失速初生が翼端近傍の流れのブロック効果によって引き起こされることを示唆するものである。そこで本節では翼端漏れ流れと翼端漏れ渦の挙動が作動負荷の違いによってどのように変化するかを概観し、その後ブロック効果をもたらす原因となる現象について考察する。

翼端漏れ流れとは、翼の圧力面と負圧面の圧力差によって動翼先端とケーシング壁面との間の隙間を通過して主流部へと漏れ出した流れをいう。翼端漏れ流れと主流の間には速度せん断によって渦層が生じ、それが自己の誘起速度によって巻き上がることで翼端漏れ渦が形成される。軸流圧縮機動翼列における翼端付近の流れ構造を図解したものを図 3.38 に示す。軸流圧縮機では翼間の圧力差によって流路内に引き起こされる二次流れがタービンなどと比較して弱く、またケーシング壁面が動翼から生じた翼端漏れ流れの移動方向と相対的に同じ方向に移動するため、翼端漏れ流れは助長される傾向にある。翼端漏れ流れおよび翼端漏れ渦が主流との混合によってもたらす損失は流れ全体の損失のかなりの割合を占め、またブロック効果として翼間流路の有効面積を狭めることによって圧力上昇の低下を引き起こすなど、圧縮機性能に多大な影響を及ぼすことが知られる。さらに、これまでも述べたとおり、スパイク型の失速初生と翼端漏れ流れの挙動との間には密接な関連があることが近年の研究で指摘されている。

チョーク流量から失速点までの広い作動点における翼端漏れ流れの流線を図 3.39 に、Sawada の手法によって同定した渦中心を等値面として表現したものを図 3.40 に示す。図 3.39 の流線は翼端間隙高さ 25%位置に発生点を配置することで作成し、無次元ヘリシティで色付けた。図中に同時に表示しているコンターは 96%スパン高さ断面における相対マッハ数の分布を表す。図 3.40 の渦中心は流線と同様無次元ヘリシティで色付けをし、98%スパン高さ断面における $M_n = 1$ の等高線と同時に表示している。

翼端前縁で発生した翼端漏れ渦は下流へと流されていく途中で衝撃波を通過し、その際に渦 - 衝撃波干渉が生じる。図 3.39(a)~(b)の低負荷作動点では、衝撃波と干渉する前後で翼端漏れ渦に沿った無次元ヘリシティの値に特に大きな変化は見られない。図 3.39(c)~(e)でも流線に大きな変化は見られないが、マッハ数分布からは翼端漏れ渦と衝撃波の干渉位置の下流に低速領域の形成が確認できる。一方で図 3.40(f)では衝撃波を翼端漏れ渦が通過した位置から約 10%軸コード長下流で渦中心の軌跡が振れるような挙動を示すとともに、無次元ヘリシティの値にも僅かに変化が見られるようになる。このとき翼端漏れ渦の流線は渦状の螺旋構造から一転、ほどけるようにして広がる様子を見せ、その中心部には明確にマッハ数が低い領域が現れる。更に負荷が上昇した図 3.40(g)では渦中心の振れはさらに大きくなり、渦中心に沿った無次元ヘリシティの符号が反転する。渦中心の等値面を通過するような等スパン断面上で相対流速をベクトルにより可視化したものを図 3.41 に示す。図から、当該位置では流速の絶対値が周囲に比べて非常に小さく、かつ逆流を生じていることが確認できる。このような、衝撃波との干渉位置の下流で逆流を生じ無次元ヘリシティの符号が反転するという特徴は渦 - 衝撃波干渉によるバブル型の渦崩壊の特徴 (図 3.42) と共通する点が多く、衝撃波との干渉によって翼端漏れ渦が渦崩壊を引き起こしたことを示している。

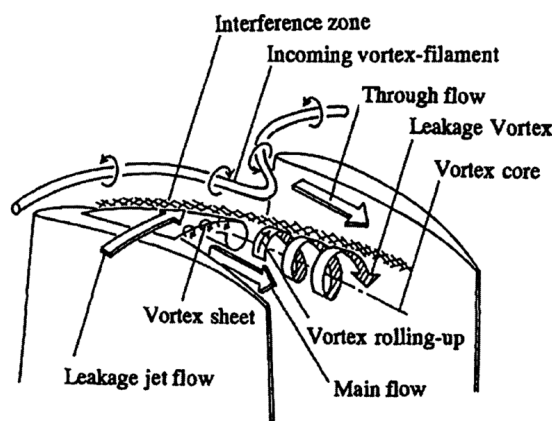


Figure 3.38 Schematic of the flow field near the rotor blade tip [73]

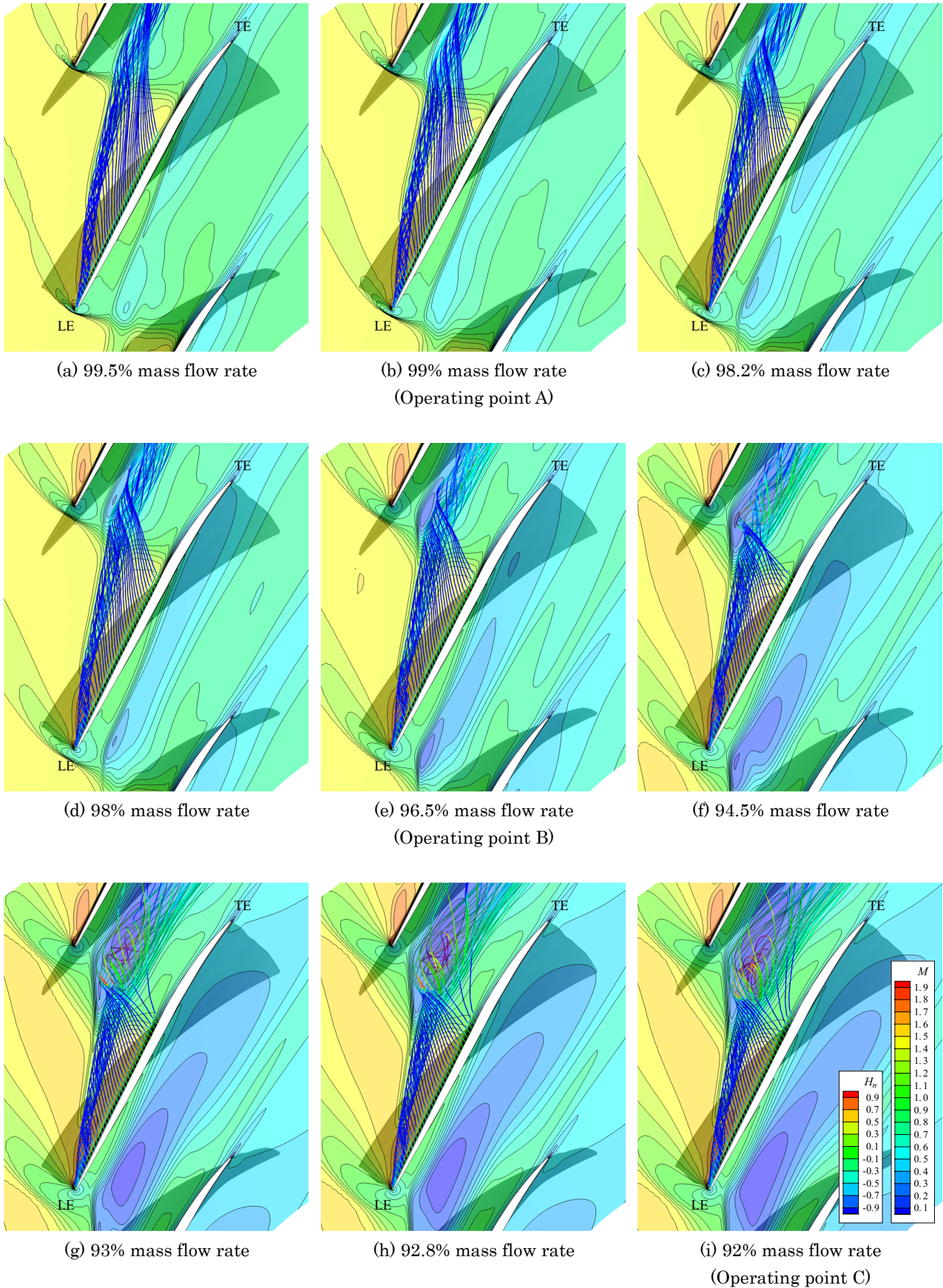


Figure 3.39 Leakage flow streamlines colored with normalized helicity and relative Mach number distribution at 96% span surface

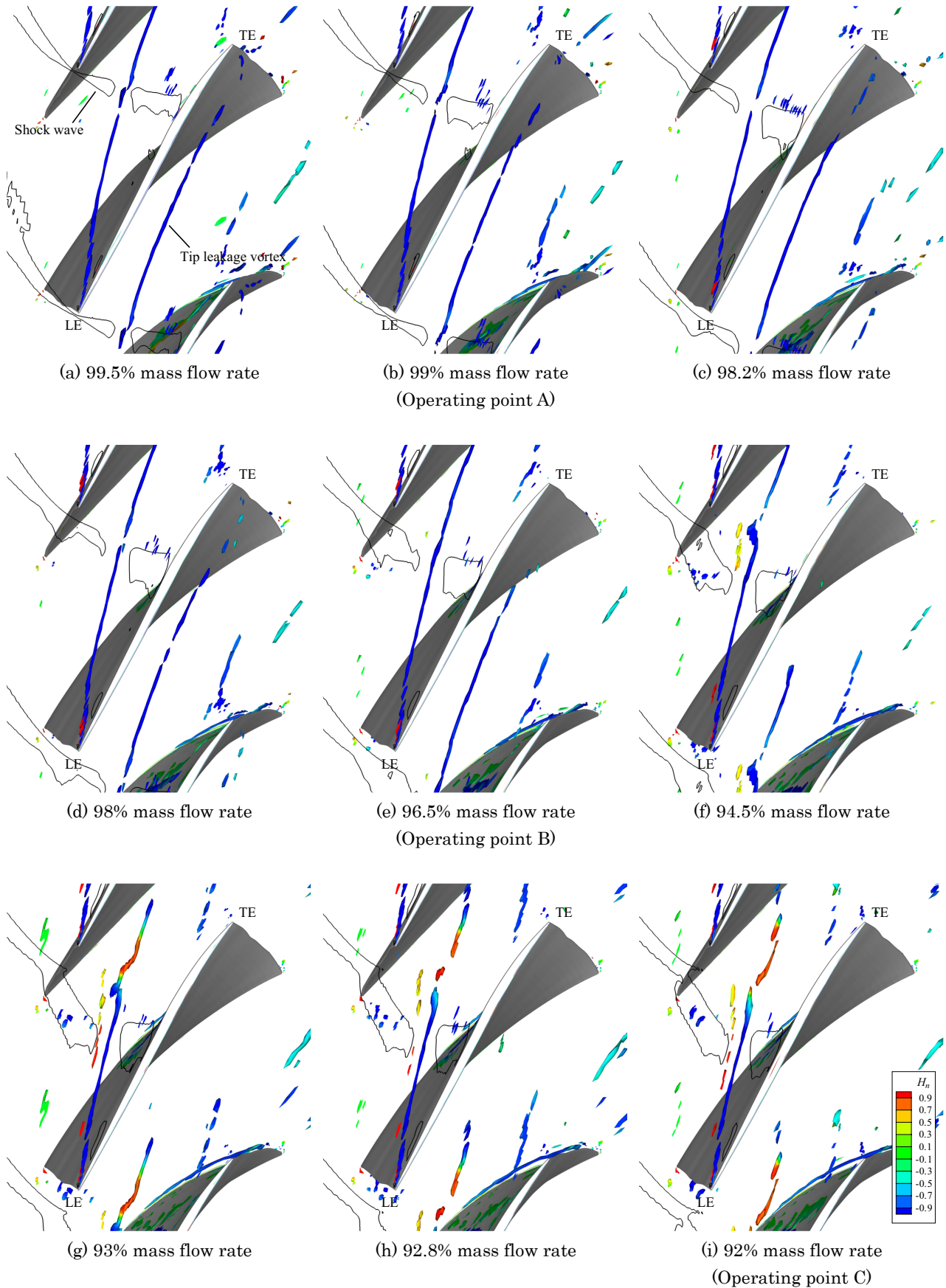


Figure 3.40 Vortex core within the blade passage expressed by iso-surface colored with normalized helicity
(bold line: shock wave at 96% span surface)

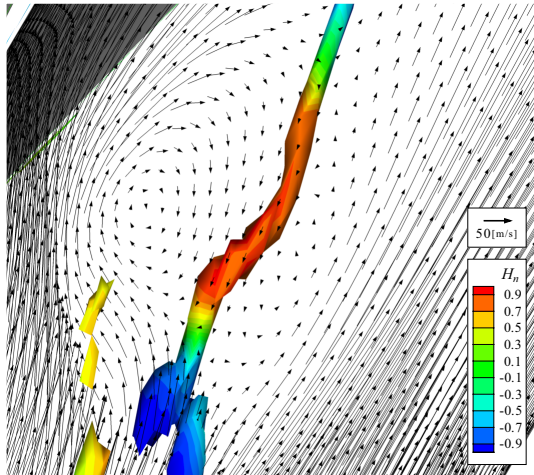


Figure 3.41 Close up view of the vortex core near the position where it interacts with shock wave (93% mass flow rate, vector: relative velocity)

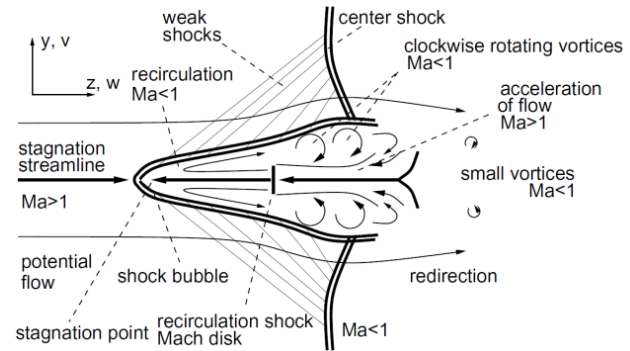


Figure 3.42 Flow schematic for strong vortex breakdown caused by shock-vortex interaction [64]

渦崩壊は、衝撃波による圧力上昇に渦の中心部の動圧が耐えられず逆流を起こすために起きる。そのため衝撃波と渦の交差する角度が直角に近いほど、渦のスワール数が大きいほど渦崩壊は発生しやすいとされる。スワール数 τ の定義は式(3.5)の通りである。

$$\tau = \frac{\Gamma}{2\pi r_{core} V_a} = \frac{A_{max}}{V_a} \quad (3.5)$$

ここで Γ は渦の循環， r_{core} は渦中心の半径， V_a は渦軸方向速度成分， A_{max} は渦中心における旋回方向速度成分の最大値である。本解析で取り扱うような系では渦のスワール数を正確に求めるのは難しいため、代わりに渦中心の軌跡に沿った静圧と渦の進行方向の動圧を作動点 A, B, C で比較する。Sawada の手法により同定した渦中心を図 3.43 のような一連の折れ線として捉え、渦中心を構成する各点における静圧と動圧をプロットすることで図 3.44, 図 3.45 の分布を取得した。まず図 3.43 より翼端漏れ渦の渦中心の軌跡は作動点の違いによる影響をあまり受けず、低負荷条件から失速点まで概ね同じ経路を辿ることがわかる。このとき渦中心上の静圧および動圧は作動点 A から作動点 B にかけて低下する傾向を示す。静圧と動圧の低下はどちらも翼端漏れ渦のスワール数を増大させる方向に、すなわち渦崩壊を促進させる方向へと働く。作動点 B から作動点 C にかけては動圧と静圧に顕著な低下は見られないが、他方の衝撃波は上流へと前進を続け、より高い圧力上昇をもたらす。以上から、本解析における Rotor 37 では作動点 B 付近から高いスワール数を維持する翼端漏れ渦に対して、衝撃波による圧力上昇が失速点近傍で閾値を超えることで渦崩壊が引き起こされるものと推測される。

渦中心に沿った無次元ヘリシティの符号が衝撃波との干渉位置の下流で反転するようになった時点で渦崩壊が生じたと判断するのであれば本解析における渦崩壊発生点は 94.5%流量作動点と 93%流量作動点の間に存在することになる。前述したように、翼端漏れ渦と衝撃波の干渉位置の下流では渦崩壊発生のかんに関わりなく低速領域が形成されるが、この低速領域のピッチ方向およびスパン方向の空間的な広がりには渦崩壊の発生後に特に大きくなる。作動点 A, B, C における翼端漏れ渦の流線とエントロピーの分布を図 3.46 に示す。流線は図 3.39 と同様 25%翼端間隙高さに発生点を配置した。エントロピーは翼列回転軸に平行な複数の断面について可視化し、損失の大きい領域に限定して着目するために $s \geq 100$ の範囲のみ図示した。圧縮機内部における圧縮過程は基本的に断熱であると仮定でき、その際には圧縮機内の損失は非可逆的な変化によるエントロピーの生成と関連付けることができる[75]。従って図中のエントロピーコンターは翼端近傍における特徴的な損失源と、その寄与の大きさを示す。作動点 A と B では、衝撃波を通過する前後で翼端漏れ渦のスパン方向の厚みはそれほど大きくは変化せず、衝撃波との干渉や翼端漏れ渦による混合などによって高い損失が生じる領域は流路高さの数%に満たない。これに対して渦崩壊が発生している作動点 C では、翼端漏

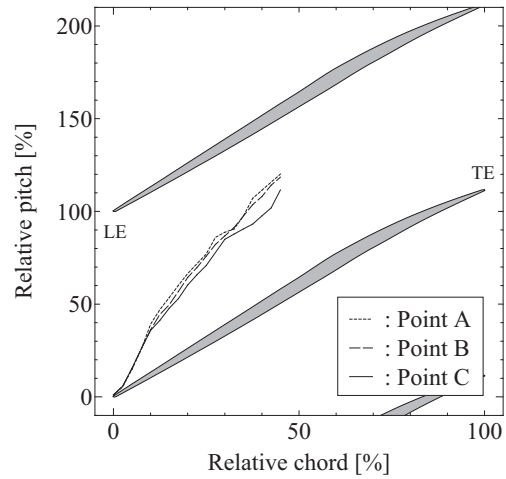


Figure 3.43 Trajectory of tip leakage vortex

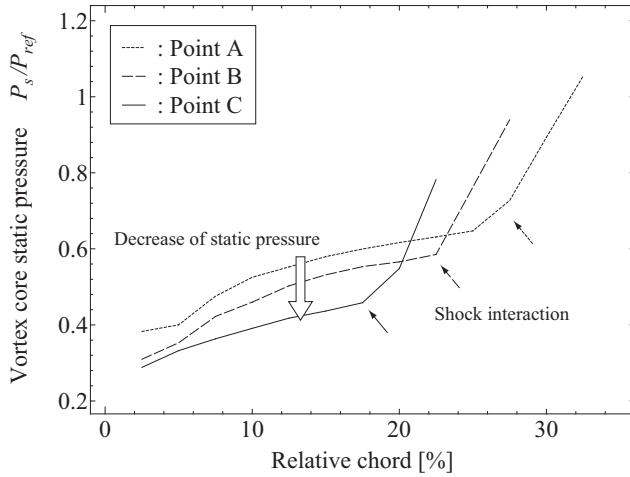


Figure 3.44 Static pressure along the core of the tip leakage vortex

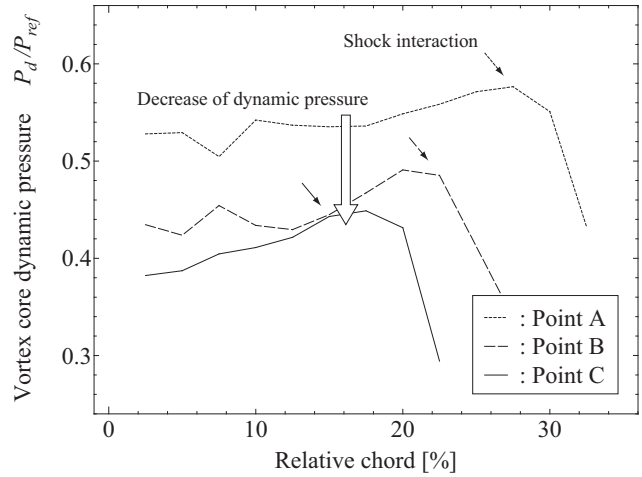
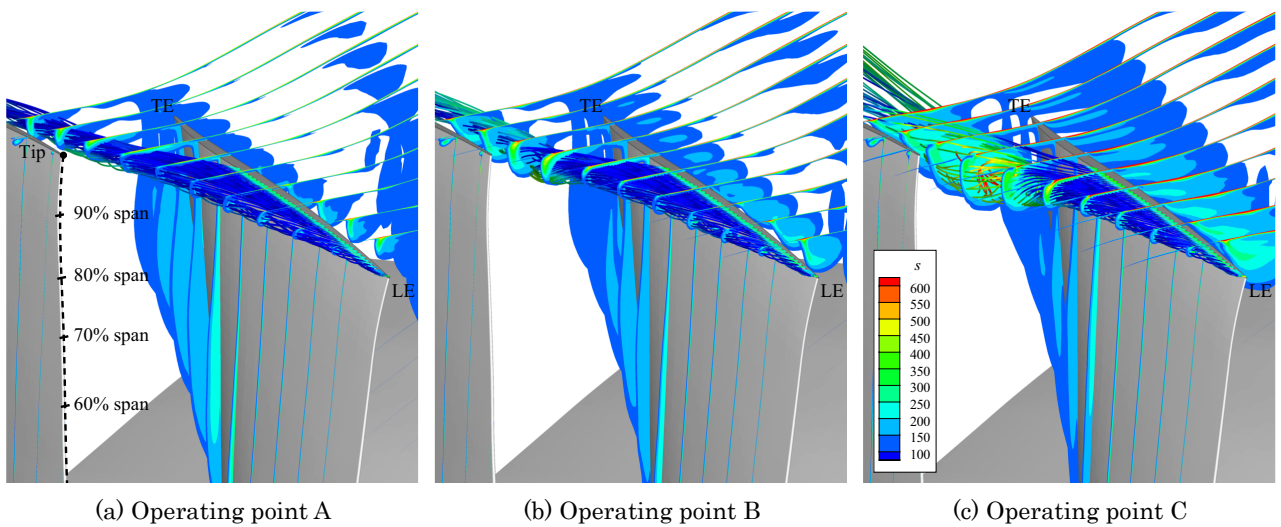


Figure 3.45 Dynamic pressure along the core of the tip leakage vortex



(a) Operating point A

(b) Operating point B

(c) Operating point C

Figure 3.46 Streamlines of tip leakage vortex and entropy distribution

れ渦の流線はケーシング壁面から 10%流路高さ程度まで広がりをもつようになり、エントロピーが広範な領域で生成されるようになる。このことから図 3.22 の全圧損失係数分布で作動点 C の 90%~100%スパンの範囲で全圧損失が卓越するのは、翼端漏れ渦の崩壊に伴う混合損失の増大が関係していることがわかる。

以上で述べたような渦崩壊が発生することによって生じる低速領域が、前節で示した作動点 C の翼端近傍に広がるブロック領域の中心を成す。しかし、実際に主流の進行を阻害し流れの向きを変える働きをするのは、渦崩壊による低速流れとは別の流れである。作動点 C について、異なる翼端間隙高さを通過する翼端漏れ流れの流線と 96%スパン高さ断面におけるエントロピーの等高線を図 3.47 に示す。図 3.47(a), 図 3.47(b), 図 3.47(c)の流線はそれぞれ翼端間隙高さ 25%, 50%, 90%位置に発生点を配置することで作成し、無次元ヘリシティで色付けした。黒い太線はエントロピー $s=50$ の等高線である。翼端漏れ流れはエントロピーが高く、主流はエントロピーが低いため、両者の干渉面は密なエントロピー等高線により表される。図中の等高線は十分に密になった等高線の中から選択したものであり、主流と翼端漏れ流れとの干渉面を簡易的に表す。まず図 3.47(a)から、渦崩壊に特有の流線が広がる挙動を示しているのは渦の中心を構成するような、低い翼端間隙高さから生じた漏れ流れであることがわかる。しかしこの流れは実際には主流と干渉してはおらず、より高い翼端間隙高さから生じた漏れ流れが主流との干渉面を形成する。特に図 3.47(c)の 30%~50%軸コード長位置から生じる翼端漏れ流れは、翼面とのなす角が大きく隣接翼の前縁方向に向かって進行し、翼端漏れ渦及び翼端漏れ渦の渦崩壊領域とケーシング壁面との間をすり抜けた先で主流と干渉している様子が確認できる。この翼端漏れ流れの特徴としては、翼端漏れ渦に巻き込まれその一部を形成するよりも前に主流と干渉することが挙げられる。図 3.37(c)などから、この流れが主流と干渉する位置において特に主流の流れ角の変化が顕著であることがわかる。ミッドコード付近の翼端から生じる漏れ流れに特に注意しながら図 3.39 を見直すと、作動点 A では翼端漏れ流れと翼面のなす角は小さく、翼端漏れ流れは翼端間隙を離れたのち流路内の比較的下流において翼端漏れ渦に合流する。しかし作動点が失速点に向かうに従って翼端漏れ流れと翼面のなす角は拡大し、作動点 C では 60 度程にまでなる。以上より、作動負荷が上昇するとともに流れ角が変化するミッドコード付近の翼端漏れ流れが、翼端漏れ渦とケーシング壁面の隙間をすり抜けた先で主流と干渉し、その界面を上流へと押し上げる（主流の流れ角を偏向させる）ようなブロックとして働くことによって Rotor 37 は失速に陥ると推測される。

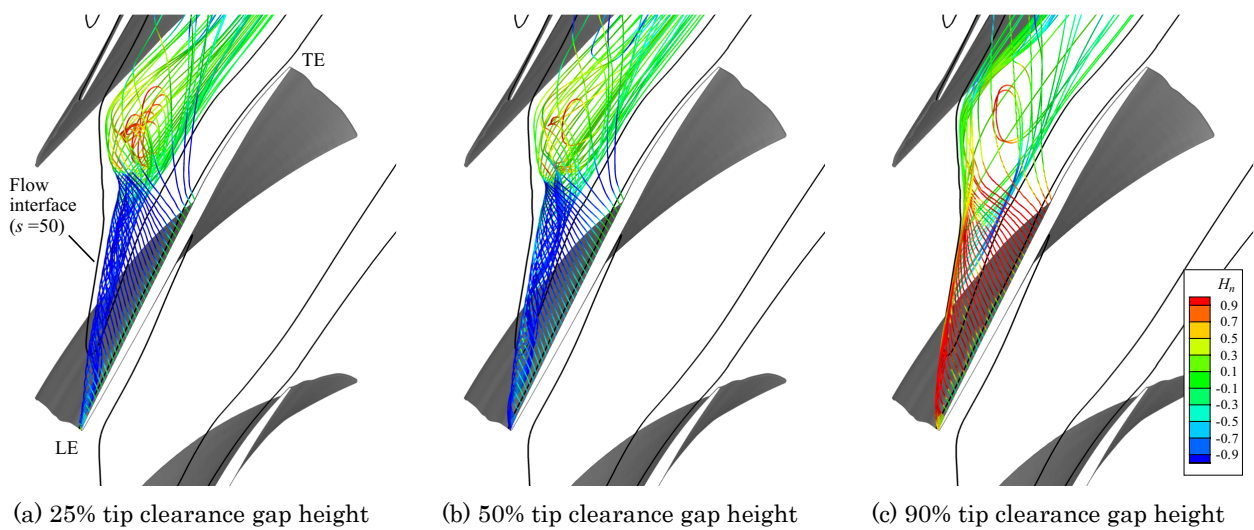


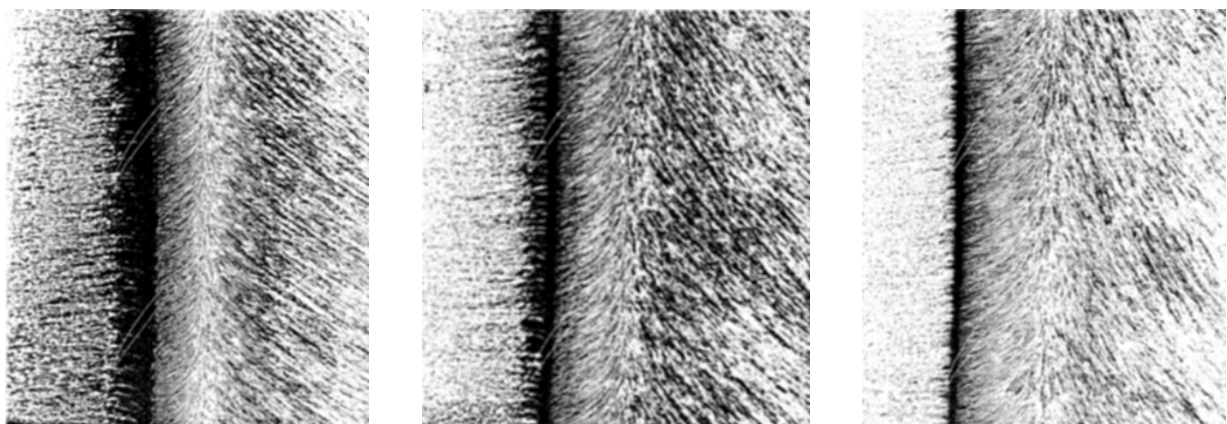
Figure 3.47 Streamlines of tip leakage flow originating from three different tip clearance gap height
(Color: Normalized helicity, Bold line: flow interface at 96% span surface)

3.5.5 翼端漏れ流れと失速発生メカニズム

以上の議論より、NASA Rotor 37 の失速初生に対するミッドコード付近の翼端漏れ流れの関与が示唆された。作動負荷が上昇した際に隣接翼の前縁に向かって進行するような翼端漏れ流れがミッドコード付近から生じ、この流れによるブロック効果が生じ、隣接翼前縁付近で主流の流れの向きを偏向させ、インシデンスを増大させる。このような失速メカニズムはしばしば低速圧縮機において観察される spike 型の失速初生と共通する点が多い。本節ではまず旋回失速とその初生について過去に行われた研究から得られている一般的な知見を概説する。次に、NASA Rotor 37 が失速に陥る際に迎ると推測される、spike 型失速初生についてその発生メカニズムと、流れ場の特徴などを文献調査の結果を引用しながら述べる。

旋回失速は失速により生じた低速領域（失速セル）が動翼の回転と相対的に逆方向に伝播する、圧縮機において古くから見られてきた不安定現象である。主に低回転数・高負荷作動条件にて急激な圧力の低下を伴って現れ、エンジン性能に悪影響を及ぼすだけでなく周期的な流体力変動をもたらすことによって翼の破損を引き起こす恐れがある。失速セルが伝播するメカニズムは Emmons らが提示したモデル（第1章図 1.3）によって、失速セルのブロック効果が隣接翼前縁での流入角を変化させることによるものであると認識されてきた。しかし、近年ではこのモデルは直感的な理解には役立つものの実際の失速初生に伴う現象を必ずしも反映させたものではないといった指摘もなされるようになってきている。特に失速に先立って強い擾乱が高い周波数で現れる、いわゆる spike 型の失速初生を有する圧縮機においては Emmons らのモデルにあるような大規模な翼面上剥離とは別の要因による失速形態が存在することが報告されている。

Spike 型失速初生は翼端近傍の流れの挙動と密接な関係がある。圧縮機には作動負荷の上限を与える“critical incidence”が存在し、翼端におけるインシデンスがこれを上回るような条件に圧縮機が陥った際に、一般に spike と呼ばれる急峻な流速変動が発生し、圧縮機が失速に陥る。翼端におけるインシデンスを増大させる原因となるのが翼端漏れ流れである。Saathoff ら^[14]は軸流圧縮機と直線翼列のケーシング壁面に対して油膜法を適用することによりケーシング壁面上の限界流線を可視化した。その結果によると、流路内の壁面近傍ではほぼ全域にわたって逆流域が形成されており、主流との干渉面において壁面で流れが剥離している。この剥離線は逆流する流れと主流との干渉によって形成され、その位置は流量が低下するほど、翼端負荷が上昇するほど上流へと移動する。異なる流量での作動条件に対して、剥離線の位置を比較したものを図 3.48 に示す。濃い黒線として可視化されている剥離線の位置が、入口流量が減少するほど上流（図中左側）へと移動する様子が確認できる。Vo ら^[13]は複数流路を対象とした非定常数値解析によって、作動負荷の上昇とともに翼端負荷と翼端漏れ流れの運動量が増大し、これが流量の減少に伴い運動量が低下する主流を上流へと押し上げることによって干渉面が前進するとした。Vo らは最終的に干渉面が翼前縁部よりも上流に達した段階で spike 型の失速に陥ると指摘し、これら一連のプロセスに伴って発生する、翼前縁部を翼端漏れ流れが回り込む“tip clearance flow spillage”と翼後縁を翼端漏れ流れが回り込む“tip clearance backflow”

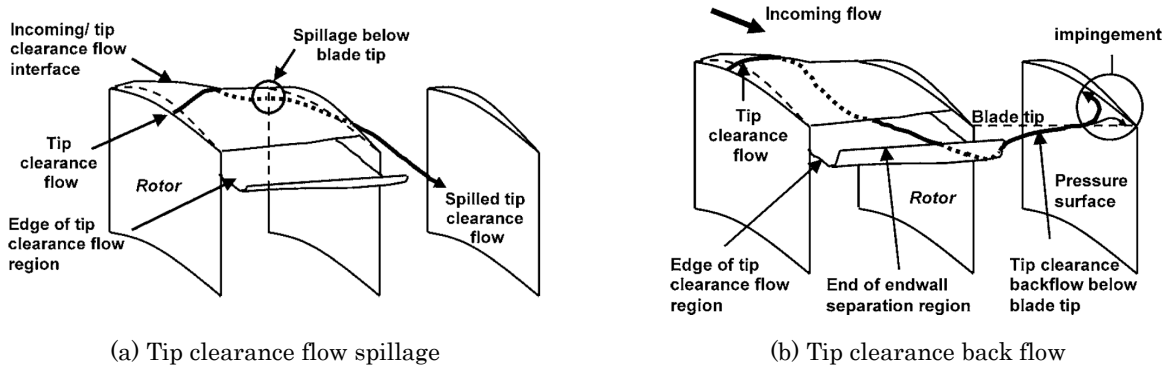


(a) Flow coefficient = 0.60

(b) Flow coefficient = 0.52

(c) Flow coefficient = 0.46

Figure 3.48 Machine casing wall oil flow picture [14]



(a) Tip clearance flow spillage (b) Tip clearance back flow
 Figure 3.49 Schematic of near tip flow which illustrates the criteria which have been proposed to be necessary for the compressor to cause a spike type stall inception [13]

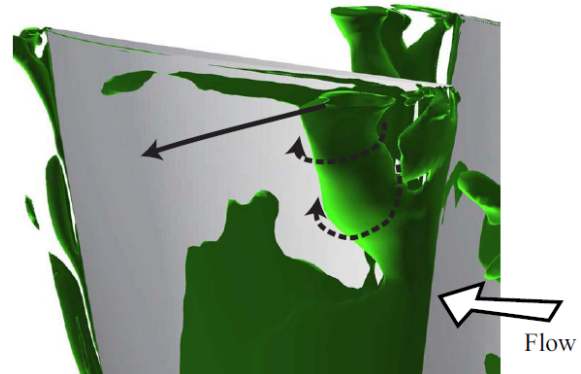
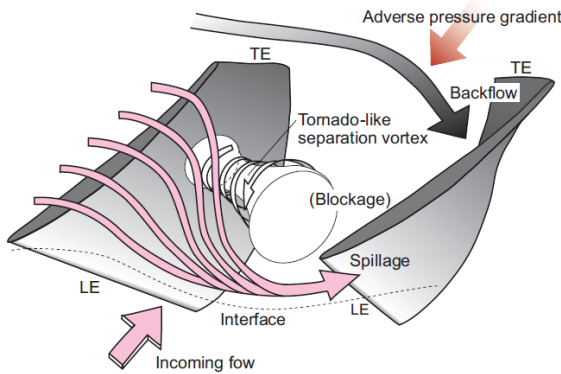


Figure 3.50 Illustration of tornado-like separation vortex and tip clearance flow spillage [15] Figure 3.51 Structure of tornado-like separation vortex visualized by λ_2 vortex criterion [16]

を spike 型失速発生のクライテリアとして提唱した。これら 2 つのクライテリアを翼端近傍の流れとともに図解したものを図 3.49 に示す。なお、これらはあくまで spike 型失速の初生時に発生するとされる流れであり、Vo らが実際に失速を引き起こす原因として考えたのは翼端漏れ流れによるブロック効果である。その後の研究で Yamada ら^[15]や Pullan ら^[16]などは翼端前縁の剥離渦が発達することにより形成される竜巻状の渦が主流を阻害することが失速の要因であるとしているなど、具体的に失速を引き起こす流れについては様々な主張がなされている (図 3.50, 図 3.51)。圧縮機の失速点直前では多様な流れが複雑に関連しあっていると考えられ、どのようなメカニズムによって失速に陥るかは対象とする圧縮機毎に異なる。しかし、低速圧縮機においては、何れかの流れの効果によって主流と流路内流れとの干渉面が翼前縁よりも上流にせり出すことが spike 型失速初生の原因であり、その際には spillage のような流れを伴うであろうという点については、概ね共通した認識が形成されている。

一方で、遷音速圧縮機についても、主流と翼端漏れ流れとの界面が失速の発生にどのように関わるかを明らかにするため、様々な試みがなされてきた。Chen ら^[77]や Davis ら^[78]は遷音速圧縮機 NASA Rotor 35 を対象に非定常解析を実施し、主流と翼端漏れ流れとの界面が失速直前で翼前縁よりも上流へとせり出し、その結果として翼端に失速セルが局在する part span stall に陥ることを示した (図 3.52, 図 3.53)。これらの特徴はいずれも低速圧縮機を対象に実施された実験から得られた spike 型失速の特徴と整合性が取れており、また Vo らの主張する spillage に類似した現象の発生も確認されている。しかし遷音速圧縮機の翼端前縁の負圧面では流れが超音速となることから剥離が発生しにくく Yamada らが指摘する前縁剥離や竜巻渦などが発生しないなど、主流と翼端漏れ流れとの界面を上流へと押し上げる流れのメカニズムについて低速圧縮機で得られている知見を必ずしもそのまま適用できるわけではない。このような超音速の流れ場と衝撃波の存在の影響は、その他にも翼端漏れ渦の渦崩壊など低速圧縮機には見られない現象を引き起こすとの指摘がなされているが、主流と翼端漏れ流れとの界面の位置が失速の発生と深い関わりを有するという点については

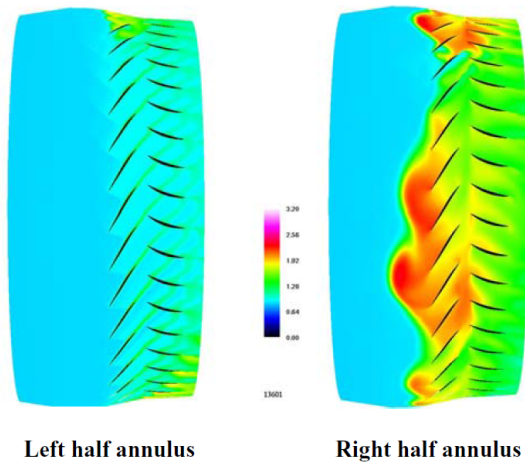


Figure 3.52 Entropy distribution during stall inception process in NASA Stage 35 [77]

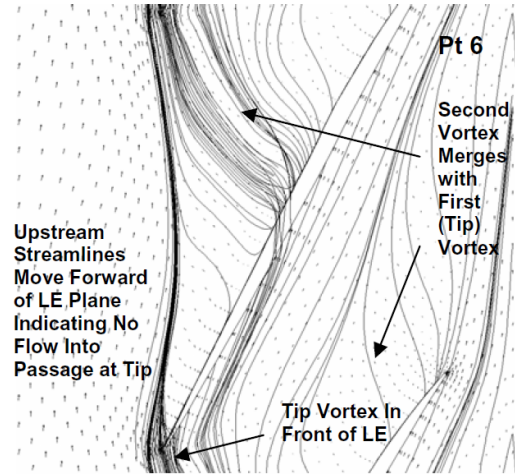


Figure 3.53 Instantaneous streamlines just below rotor tip which is indicating the obstruction of blade passage near the blade tip [78]

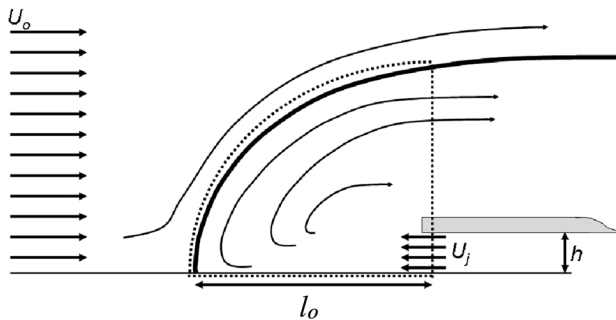


Figure 3.54 Schematic of free-stream and counter-flow wall jet interaction [80]

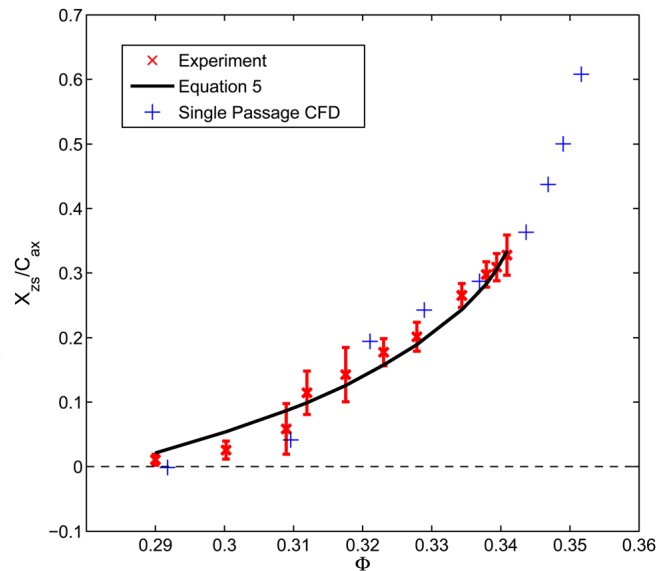


Figure 3.55 Axial location of the incoming flow-leakage flow intersection line as a function of flow coefficient [80]

低速圧縮機と同様に認識が共有されているように思われる。Bennington ら [79, 80] は、遷音速圧縮機のケーシング壁面に対して、Saathoff らが行ったような油膜法を適用し、主流と翼端漏れ流れとの界面が翼負荷の上昇とともに前進する様子を観察した。失速時には界面が前縁よりも上流に位置することを明らかにし、界面の位置と失速初生との関連付けが遷音速圧縮機においても適用可能であることを示唆した。また、幅広い作動点での計測結果に基づいて翼端漏れ流れと主流との界面が形成される位置を予測するモデル式を提案し、その結果界面の位置が翼端漏れ流れと主流との軸方向運動量のバランスによって表せることを示した。以下に Bennington らによる界面の位置の予測モデルの概要を述べる。

壁面近傍の一樣流と対向噴流の干渉を簡略化したモデルを図 3.54 に示す。噴流の高さは h で流速は U_j とする。二つの流れの干渉により壁面で流れは剥離し、その結果図中太線で示したような界面が形成される。図中の破線で示した範囲に検査体積を設定すると、干渉面に沿って噴流に働く単位奥行き長さあたりの力はおおよそ $\rho U_o^2 l_o$ に比例する。一方、検査体積の右側境界から流出する流れの運動量が噴流に比べて十分に小

さいと仮定すれば、主流による力と釣り合うのは壁面噴流の運動量流束による寄与である。

$$\rho U_o^2 l_o \propto \rho U_j^2 h \quad (3.6)$$

従って、

$$\frac{l_o}{h} \propto \left(\frac{U_j}{U_o} \right)^2 \quad (3.7)$$

Bennington らは以上のような想定のもと、主流流速 U_o に対して翼端漏れ流れの平均軸方向流速 U_j を翼端負荷に基づいて見積もることで、翼端漏れ流れと主流との界面の位置 l_o を良好な確度で予測することに成功している。Bennington らによる、界面の位置の実験結果とモデルによる予測結果の比較を図 3.55 に示す。実験によって計測された界面の位置 (x_{2s}) がモデルによって良好に再現されていることがわかる。本研究においても、主流と翼端漏れ流れの界面が主流と翼端漏れ流れとの運動量バランスによって決定されると仮定し、主流を上流へと押し出し失速を引き起こす原因となる現象を探る。特に作動点の違いによる翼端負荷の変化が局所的な翼端漏れ流れの軸方向運動量に与える影響に着目する。

流れの相対運動量密度 Ψ とその軸方向成分 Ψ_x を式(3.8)、(3.9)により定義する。ここで式(3.8)の分母は注目する作動点における計算領域入口の平均軸方向運動量密度を示す。この流れの相対運動量密度を翼端漏れ流れに適用しプロットしたものを図 3.56 に、流れ角 ϕ をプロットしたものを図 3.57 に示す。また、翼端における翼面圧力分布と翼面間圧力差を図 3.59、図 3.60 にそれぞれ示す。 Ψ 、 Ψ_x 及び ϕ の分布は、翼負圧面を高さ方向に延長した面を検査面としてそれぞれの軸コード位置で高さ方向に流量平均した流速と流量を使って算出した。検査面の概念図と流れの向きと角度の定義を図 3.58 に示す。検査面の局所座標に対応する形式で Ψ 、 Ψ_x 、 ϕ の具体的な計算式を書き下したものを式(3.9)、(3.10)、(3.11)に示す。

$$\Psi = \frac{\rho \bar{u} \cdot \bar{u}}{\bar{\rho} \bar{u}^2}, \quad \Psi_x = \frac{\rho u_x^2}{\bar{\rho} \bar{u}^2} \quad (3.8)$$

$$\Psi_i = \frac{\sum_{j=1}^{NJ} (\rho \bar{u} \cdot \bar{u})_{i,j} (\rho \bar{u} \cdot \bar{n} dA)_{i,j}}{\sum_{j=1}^{NJ} (\rho \bar{u} \cdot \bar{n} dA)_{i,j}} \bigg/ \bar{\rho} \bar{u}^2 \quad (3.9)$$

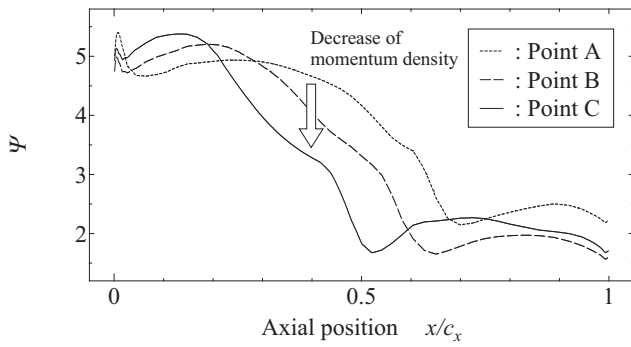
$$(\Psi_x)_i = \frac{\sum_{j=1}^{NJ} (\rho u_x^2)_{i,j} (\rho \bar{u} \cdot \bar{n} dA)_{i,j}}{\sum_{j=1}^{NJ} (\rho \bar{u} \cdot \bar{n} dA)_{i,j}} \bigg/ \bar{\rho} \bar{u}^2 \quad (3.10)$$

$$\phi_i = \cos^{-1} \left(\frac{\sum_{j=1}^{NJ} (u_x)_{i,j} (\rho \bar{u} \cdot \bar{n} dA)_{i,j}}{\sum_{j=1}^{NJ} (\rho \bar{u} \cdot \bar{n} dA)_{i,j}} \bigg/ \frac{\sum_{j=1}^{NJ} |\bar{u}|_{i,j} (\rho \bar{u} \cdot \bar{n} dA)_{i,j}}{\sum_{j=1}^{NJ} (\rho \bar{u} \cdot \bar{n} dA)_{i,j}} \right) \quad (3.11)$$

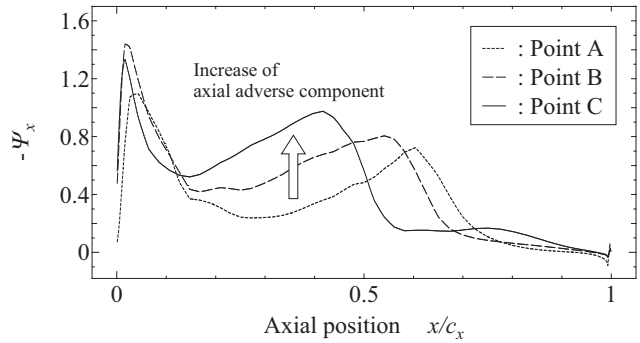
図 3.59 の翼面上圧力分布は、99%翼高さ断面における翼面上静圧を基準大気圧 P_{ref} により無次元化し、同一の軸方向位置における正圧面圧力 P_{PS} と負圧面圧力 P_{SS} の差分として図 3.60 の翼面上圧力差を得た。

図 3.56(a)と図 3.60 の 20%~50%軸コード長の範囲に着目すると、作動負荷の上昇とともに翼面間圧力差が拡大する一方で翼端漏れ流れの運動量密度は低下することがわかる。翼端漏れ流れの運動量密度は、基本的にはそれを構成する翼端近傍の主流の運動量密度に依存する。作動点 A、C における主流の運動量密度分布

を翼列回転軸に垂直な4つの断面について図 3.61 に示す。図より、上流側の隣接翼で生じた翼端漏れ渦とその低速領域が負荷の増大とともに翼腹側に接近し、翼正圧面に沿った流れの運動量が低下することがわかる。この傾向は特に作動点 C において顕著であり、渦崩壊により形成された低速領域が 30%軸コード長位置の断面で既に翼正圧面付近にまで到達している。図 3.56 において 20%軸コード長位置より下流の翼端漏れ流れの運動量密度が負荷の上昇とともに徐々に減少するのは、この低運動量流れが翼端間隙に取り込まれ翼端漏れ流れを形成するためである。一度翼端漏れ流れとして流路内に流れこんだ流体が再度隣接翼で翼端漏れ流れを形成するような現象は一般に *double leakage* と呼ばれる。作動点 A, B, C の 98%スパン高さ断面における相対マッハ数分布と 75%翼端間隙高さを通過する翼端漏れ流れの流線を図 3.62 に示す。図より、*double leakage* が発生する軸コード長位置が負荷の増大とともに徐々に前進していることが確認できる。作動負荷の上昇に伴って 20%~70%軸コード長位置の翼端漏れ流れの運動量密度が低下し続ける一方で、10%~50%の範囲における翼面間圧力差は拡大する。このため 20%~50%軸コード長の範囲では低い運動量の流れが大きい圧力差によって流れの向きを変えられることとなり、翼端間隙を通過した漏れ流れは大きい流れ角を保持して流路内へと流れ込む。図 3.58 から 10%~50%軸コード長位置付近で流れ角が拡大する様子が確認できる。以上の変化により、20%~50%軸コード長の範囲から生じる翼端漏れ流れは運動量 Ψ の絶対値こそ減少傾向にあるものの、 Ψ_x は逆に増大し続け、最終的に作動点 C において主流の軸方向運動量の 80%にまで達する。従ってこの翼端漏れ流れは渦崩壊領域とケーシング壁面の間をすり抜けた先で主流に対して強いブロックージとして作用し、主流と漏れ流れとの境界面を上流へと押し出す効果をもたらす。



(a) Flow momentum density Ψ of tip leakage flow



(b) Axial adverse component of flow momentum density $-\Psi_x$ of tip leakage flow

Figure 3.56 Axial distribution of flow momentum density of tip leakage flow in three different operating points

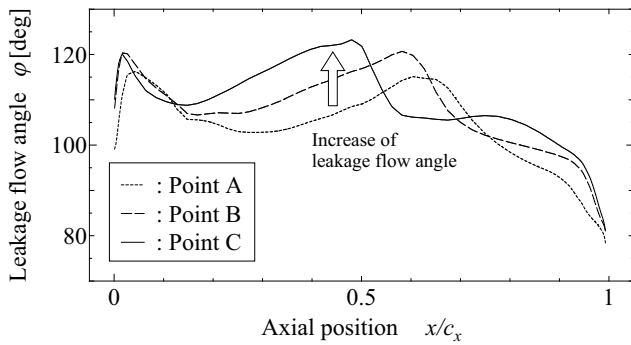


Figure 3.57 Axial distribution of tip leakage flow angle in three different operating points

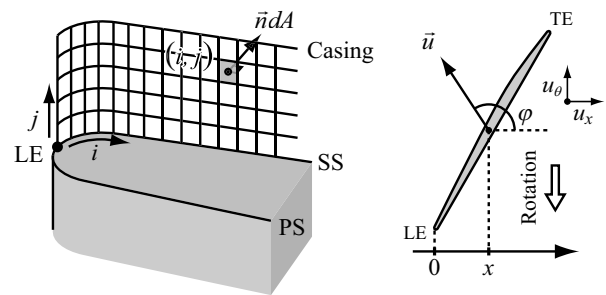


Figure 3.58 Schematic of control surface at the blade tip and the definition of coordinate system

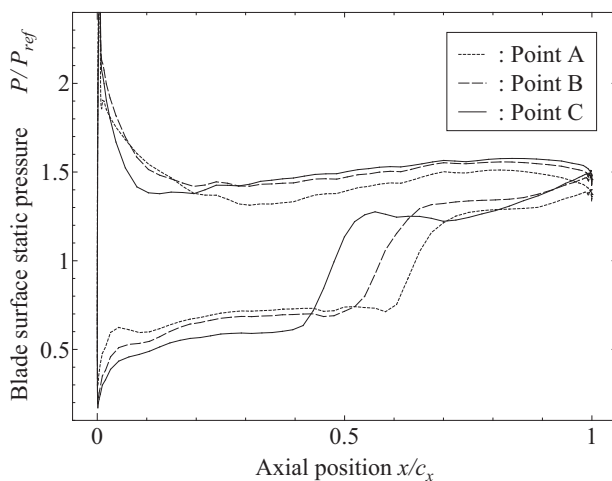


Figure 3.59 Blade surface pressure distribution at 99% blade height in three different operating points

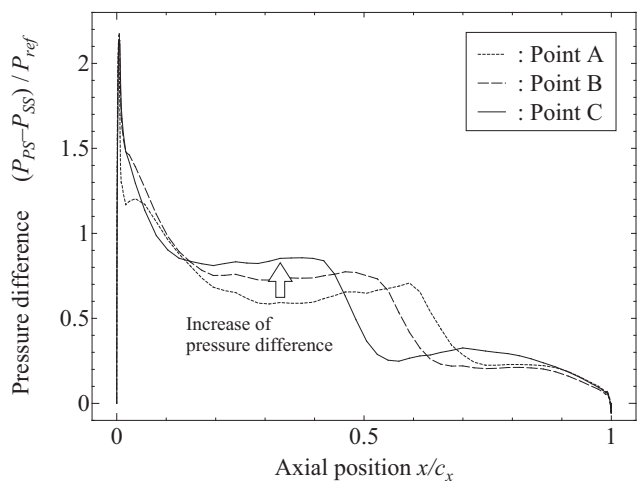
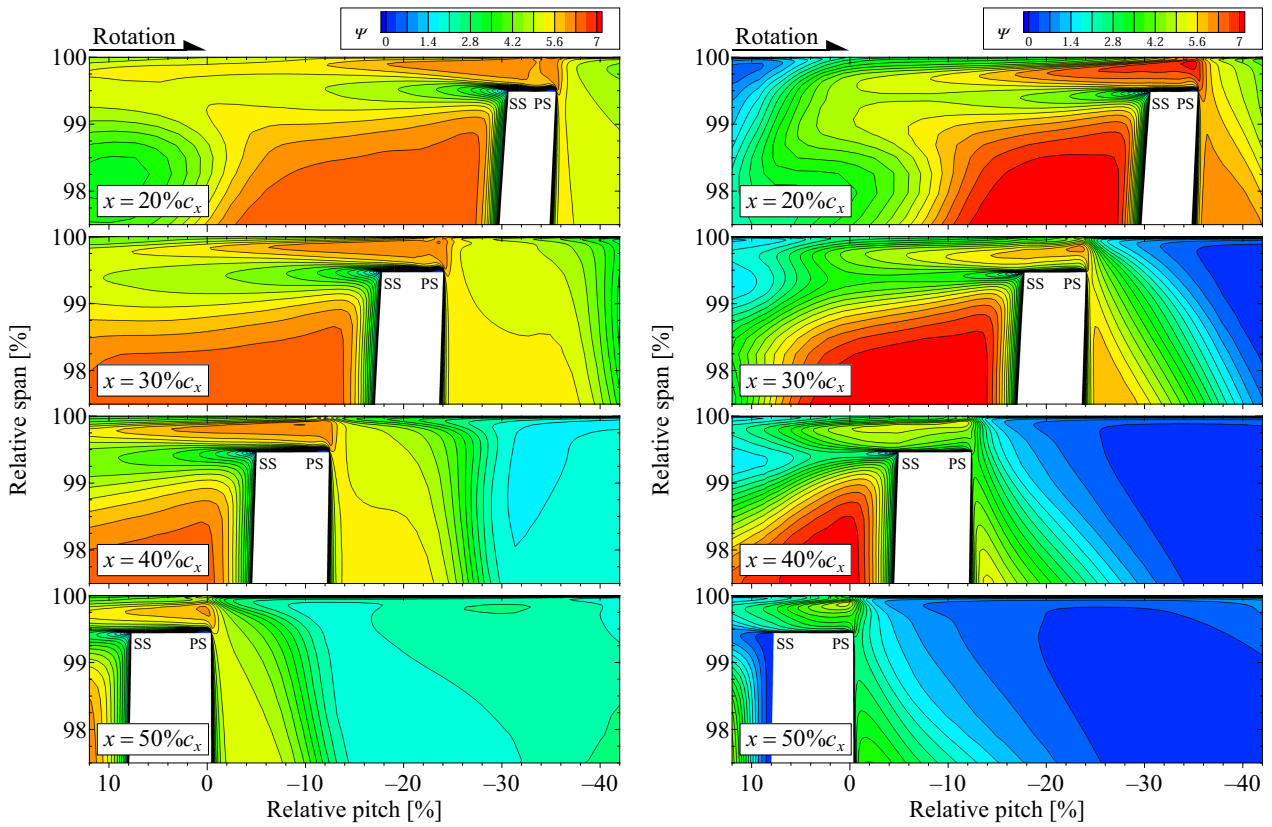


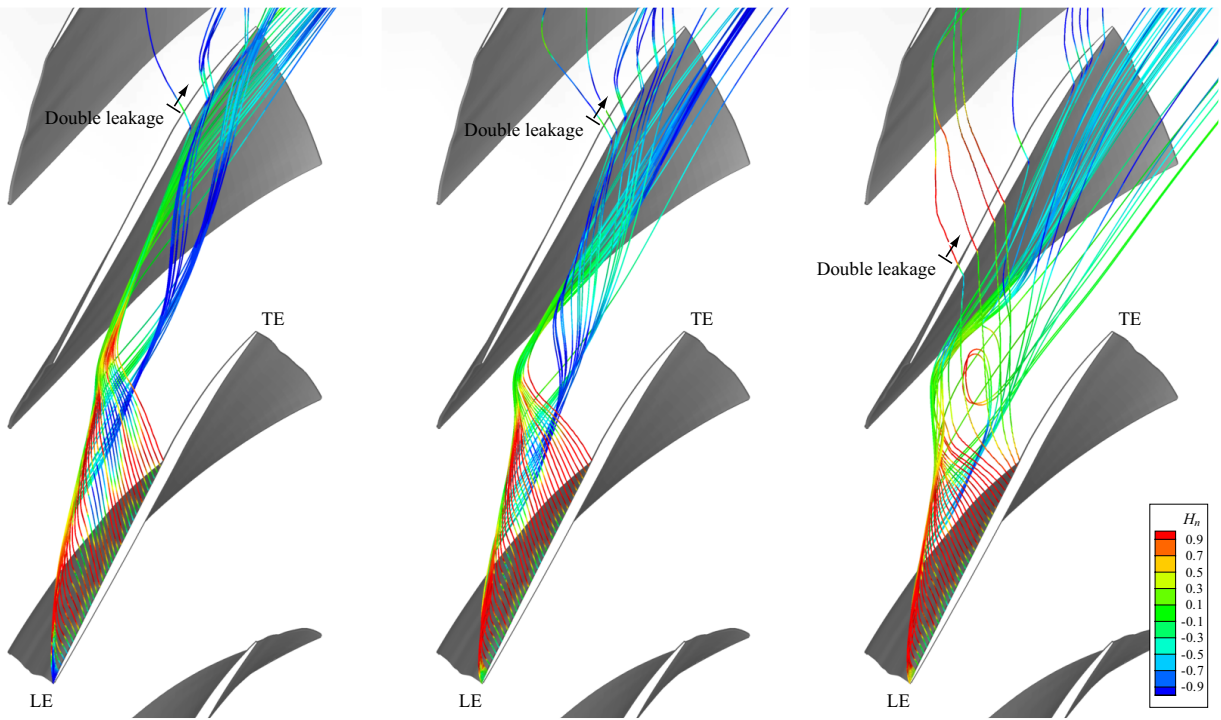
Figure 3.60 Pressure difference between PS and SS at 99% blade height



(a) Operating point A

(b) Operating point C

Figure 3.61 Flow momentum density distribution of the flow near the blade tip region



(a) Operating point A

(b) Operating point B

(c) Operating point C

Figure 3.62 Comparison of streamlines of tip leakage flow in three different operating points

これまでの議論より、本解析における NASA Rotor 37 の失速発生メカニズムを以下のように結論付けた。

まず負荷が増大するに従って衝撃波が上流へと前進し、衝撃波前後での圧力差が拡大する。これにより翼端漏れ渦と衝撃波の干渉が強まり、渦崩壊が引き起こされることによりケーシング壁面近傍の広い範囲にわたって低速領域が形成される。この低運動量流れが隣接翼の腹側付近に接近し、その一部が翼端間隙に取り込まれることでミッドコード付近から生じる翼端漏れ流れの流れ角と軸方向運動量が増大する。特に、20%~50%軸コード長位置から生じる翼端漏れ流れは当該位置における翼面間圧力差が作動負荷の上昇とともに拡大することもあり、翼面に対して約 60 度の角度にまで翼端間隙内で向きを曲げられる。この翼端漏れ流れは翼端漏れ渦の渦崩壊領域とケーシング壁面の間をすり抜け、隣接翼前縁に向かって進行し、そこで上流から流入する主流と干渉する。このブロック効果によって主流が転向され、隣接翼前縁付近の翼負荷が増大し、翼端漏れ渦の崩壊と衝撃波の前進が更に促進される。最終的に翼端漏れ流れと主流との干渉面が翼端前縁よりも上流へと達することによって失速が引き起こされると考えられ、その際には V_0 らの提唱する spillage のような流れを伴う可能性がある。失速点付近の作動条件における翼端近傍の流れの概念図を図 3.63 に示す。

過去に行われた Rotor 37 に関する数値解析的研究では、Chima^[18]や山本ら^[81]が翼端負圧面の衝撃波上流から発生するジェット様の流れ流に着眼し、これが隣接翼腹側のブロック効果を生成する要因であるとした (図 3.64)。一方で Yamada ら^[25, 26]は失速点近くで翼端漏れ渦の渦崩壊が発生するとし、これによる低速領域のブロック効果が spillage を誘発することが失速発生の原因であると結論付けた (図 3.65)。別の遷音速圧縮機を対象とした研究では、Müller ら^[45, 46]は前縁から発生した翼端漏れ渦 (core vortex) に巻き取られた翼端漏れ流れによって形成される core vortex を包みこむような渦 (induced vortex) がブロック領域を構成するとし、これが spillage を誘発すると推測した (図 3.66)。本研究で得られた結果は失速の手前で翼端漏れ渦が渦崩壊を起こすという点で Yamada らと共通するが、主流に対するブロック効果の直接的な原因はむしろ Chima や山本らの解釈に近い。また、主流と直接干渉するのが渦の中心部ではなく、翼端漏れ渦を構成する翼端漏れ流れよりも高い翼端間隙高さから生じた流れ流であると考えた点では本研究の結論は Müller らの結論に似ているが、core vortex に巻き取られる結果生じた induced vortex よりも翼端漏れ渦を構成しないままに主流と干渉する翼端漏れ流れがブロックの要因であるとした点に差異がある。今回見出された失速発生メカニズムは、隣接翼前縁付近におけるブロックの形成がジェット様の翼端漏れ流れと翼端漏れ渦の渦崩壊のいずれか単独の働きではなく、複合的な作用によって引き起こされるとする点でこれらの研究と特徴を異にする。

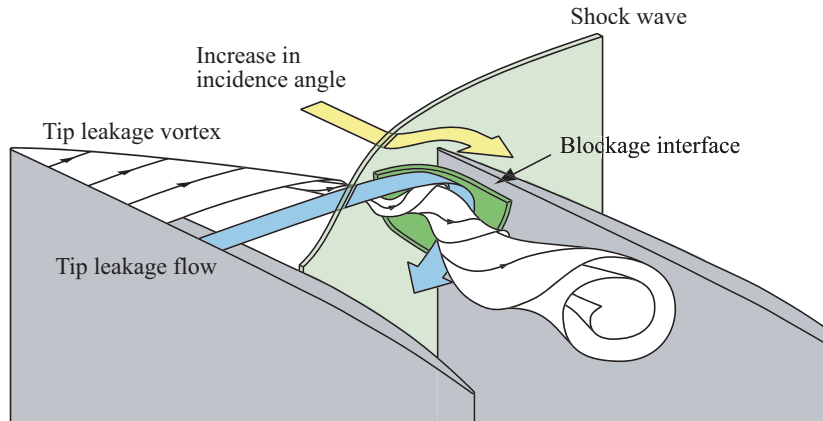


Figure 3.63 Schematic of stall inception mechanism

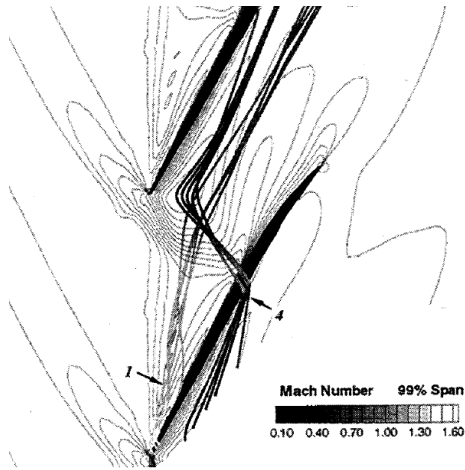


Figure 3.64 Tip leakage vortex and jet-like leakage flow originating from the leg of shock wave [81]

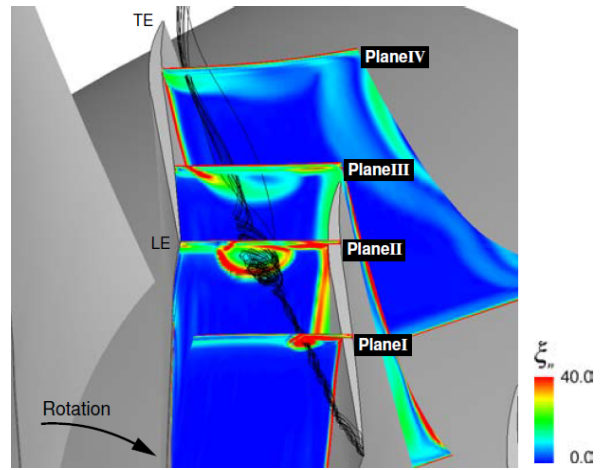


Figure 3.65 Absolute vorticity distributions on crossflow planes at near-stall condition [25]

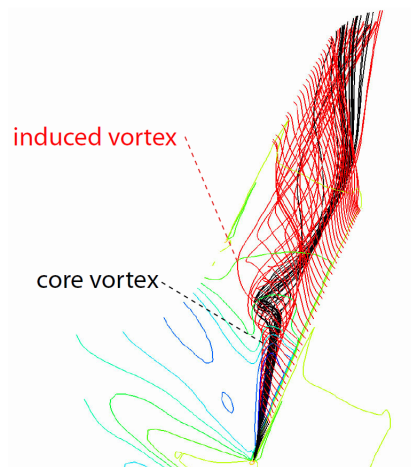


Figure 3.66 Streamtraces from mid-tip gap in near stall condition [46]

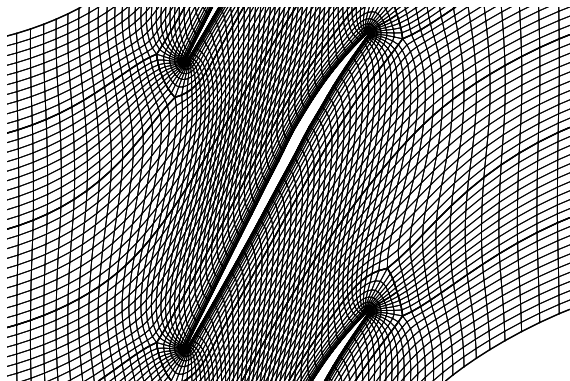
3.5.6 翼端漏れ渦の挙動に格子点数が及ぼす影響

前節までの議論によって、本解析の NASA Rotor 37 における失速初生には翼端漏れ渦の渦崩壊が大きい役割を担うことが示された。そこで本節では計算格子の格子点数が翼端漏れ渦と衝撃波の干渉に与える影響と、渦崩壊発生の有無が失速初生をどのように変化させるかを検証する。

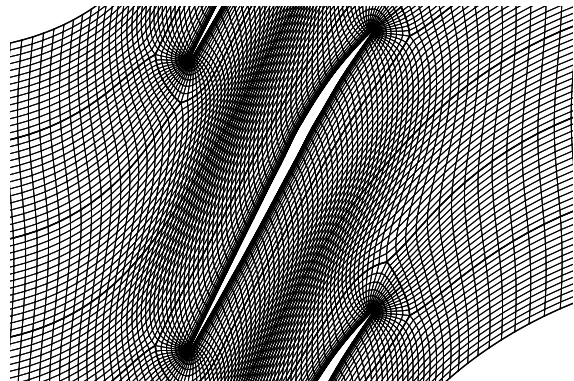
格子点数の異なる 4 種類の計算格子を対象にこれまでと同様の手法により計算を実施し、圧縮機特性曲線を取得した。使用した計算格子はいずれも NUMECA の回転機械専用マルチブロック構造格子自動生成ソフトウェア AutoGrid5™ を使用して同一のトポロジーで作成した。4 通りの解析条件とそれぞれの条件における計算格子の数を表 3.5 に、翼端高さ位置のスパン一定断面上での計算格子を図 3.67 に示す。本研究用の計算格子として採用したのはこれらのうち case 4 で使用した格子である。いずれの格子においても固体壁面上の最小格子幅は $y^+ \leq 1$ の条件を満足し境界層が解像できるよう 5.0×10^{-6} [m] に設定した。境界条件や計算条件は統一し、出口の設定圧を徐々に上昇させながらその都度収束解を取得することによって図 3.68 の特性曲線を得た。図から、計算格子の点数が少ない条件ほど失速点が高流量側に存在し、特性全般が実験結果からかけ離れていく傾向にあることがわかる。以下ではそれぞれの計算条件における結果のうち、case 1 の失速点と同じ流量の作動点を作動点 I、それぞれの計算条件における失速点を作動点 II と呼称し比較を行う。

Table 3.4 Number of numerical cells in each computational case

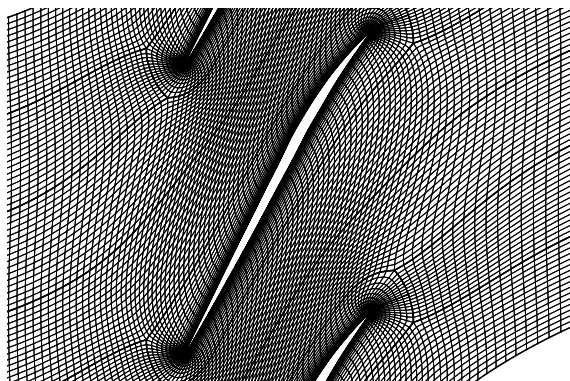
	Number of cells N	$\sqrt[3]{(N/N_{Case 1})}$
Case 1	276,480	1.000
Case 2	559,680	1.265
Case 3	849,920	1.454
Case 4	1,520,960	1.765



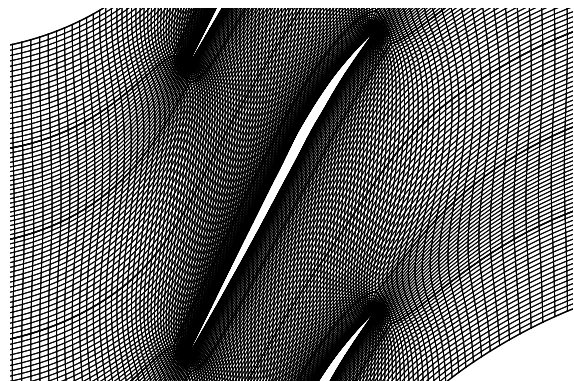
(a) Case 1



(b) Case 2



(c) Case 3



(d) Case 4

Figure 3.67 Comparison of numerical cell at 100% blade height surface

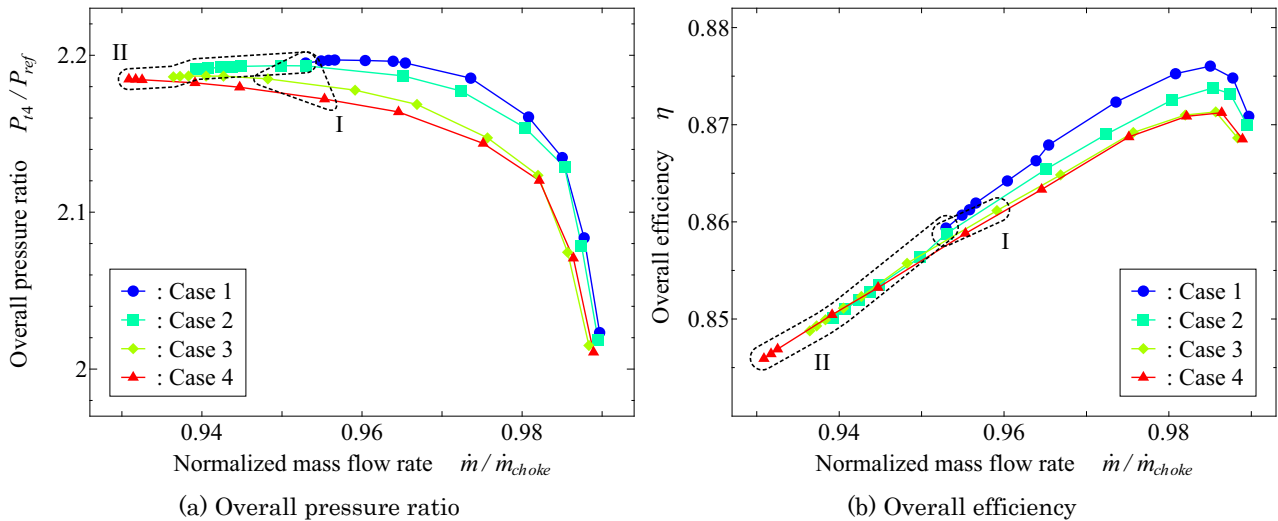


Figure 3.68 Comparison of characteristics plot

作動点 I における翼端漏れ流れの流線と 96% スパン高さ断面における相対マッハ数分布を図 3.69 に示す。流線は 25% 翼端間隙高さ位置に発生点を配置して作成し、無次元ヘリシティで色付けした。まず case 1 に着目すると、case 1 にとって作動点 I は失速点であるにも関わらず、翼端漏れ渦に渦崩壊の兆候は確認できない。一方で衝撃波と翼端漏れ渦との干渉位置の下流に形成される低速領域は広く、かつ隣接翼の腹側のごく近傍にまで接近している。Case 2~4 をこの case 1 と比較すると、case 2~4 における低速領域は隣接翼との間にまだ幾分かの間隔が残されており、かつその間隔は格子点数が多いほど広い。これらのことから衝撃波と翼端漏れ渦の干渉によって生じる低速領域は格子点数が少ないほどその大きさと速度低下が過大に評価される傾向にあることがわかる。Case 1 で渦崩壊が発生していないにも関わらず作動点 I を境に失速に陥ってしまうのは、本来渦崩壊によってもたらされるはずである低速流れの代わりに、過大に評価された翼端漏れ渦下流の低速流れが務めてしまうためであると考えられる。作動点 I における翼端漏れ流れの相対運動量密度の軸方向成分 Ψ_x を図 3.70 に示す。ミッドコード付近における翼端漏れ流れの軸方向運動量は、case 1 において最大、case 4 において最小となっており、以上の議論が翼端漏れ流れの運動量の観点からも裏付けられる。

続いて作動点 II における翼端漏れ流れの流線と 96% スパン高さ断面における相対マッハ数分布を図 3.72 に示す。流線は 25% 翼端間隙高さ位置に発生点を配置して作成し、無次元ヘリシティで色付けした。負荷が上昇したことによって case 2~4 では渦崩壊が発生していることがわかる。渦崩壊の発生により、隣接翼の腹側付近にまで低速領域が拡大しており、これによりミッドコード付近の翼端から生じる翼端漏れ流れのブロック効果が増大する。作動点 II における翼端漏れ流れの相対運動量密度の軸方向成分 Ψ_x を図 3.72 に示す。渦崩壊の発生と低速領域の接近により case 2~4 においてもミッドコード付近の Ψ_x が増大した結果、ミッドコード付近の運動量密度の分布はいずれのケースにおいても case 1 に近いものとなっていることがわかる。

以上により、翼端漏れ渦の渦崩壊を再現するためにはそれなりの空間解像度が要求されること、及び空間解像度が不足した場合には低速流れが過剰に評価される結果渦崩壊が発生しないにも関わらず失速の発生はむしろ早まる傾向にあることがわかった。

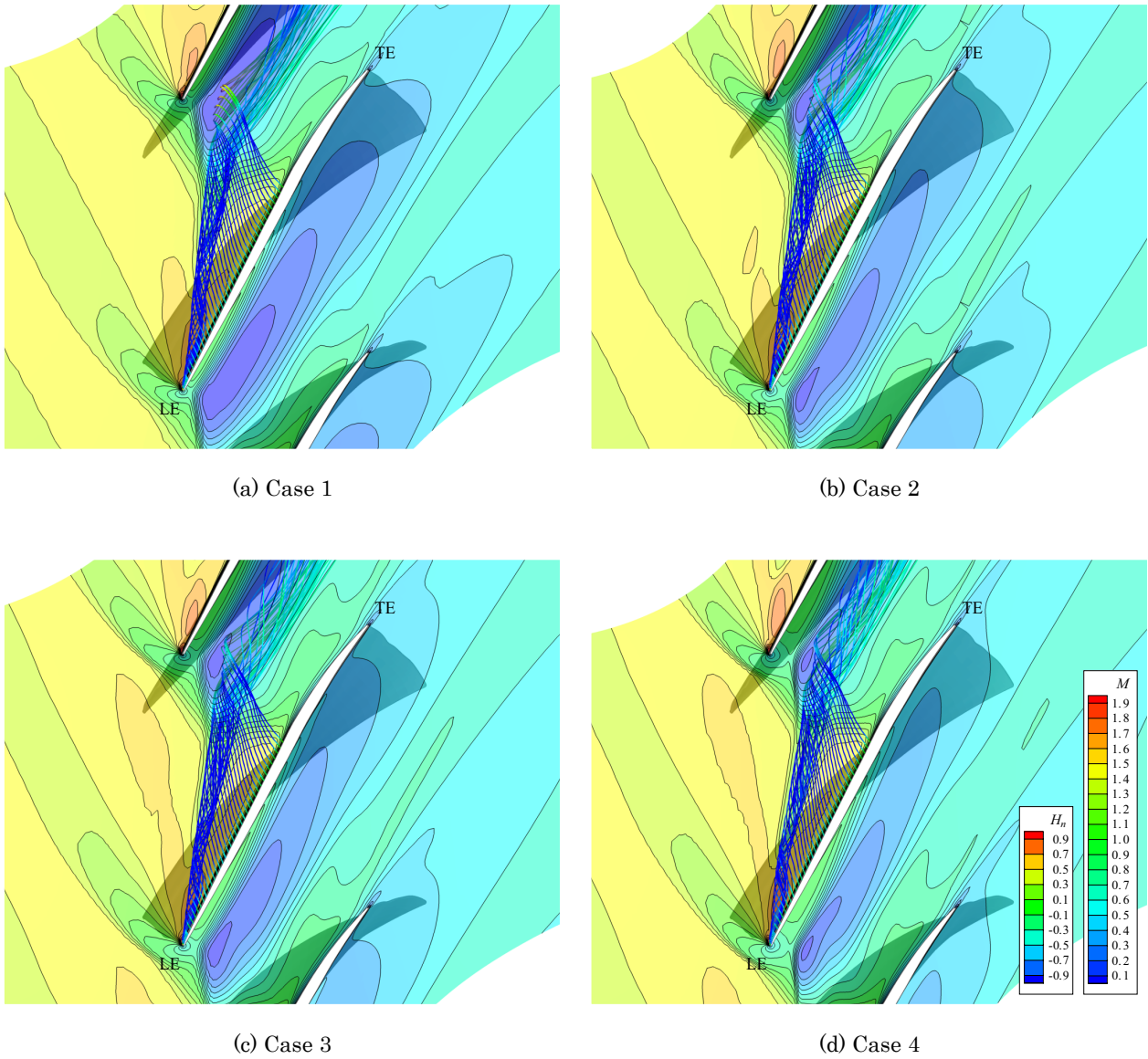


Figure 3.69 Leakage flow streamlines colored with normalized helicity and relative Mach number distribution at 96 % span surface (operating point I)

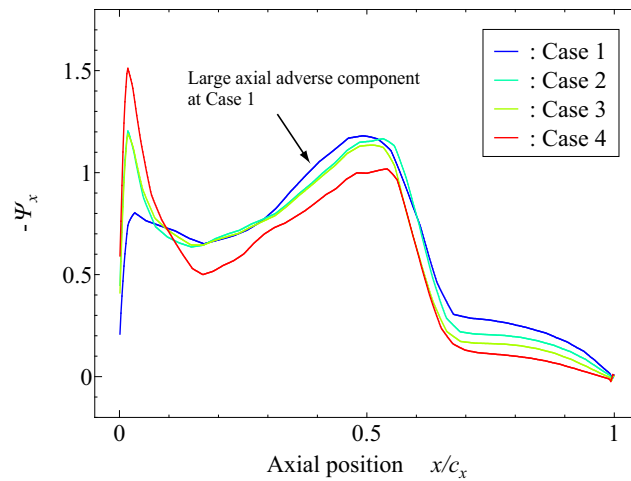


Figure 3.70 Comparison of tip leakage flow momentum density (operating point I)

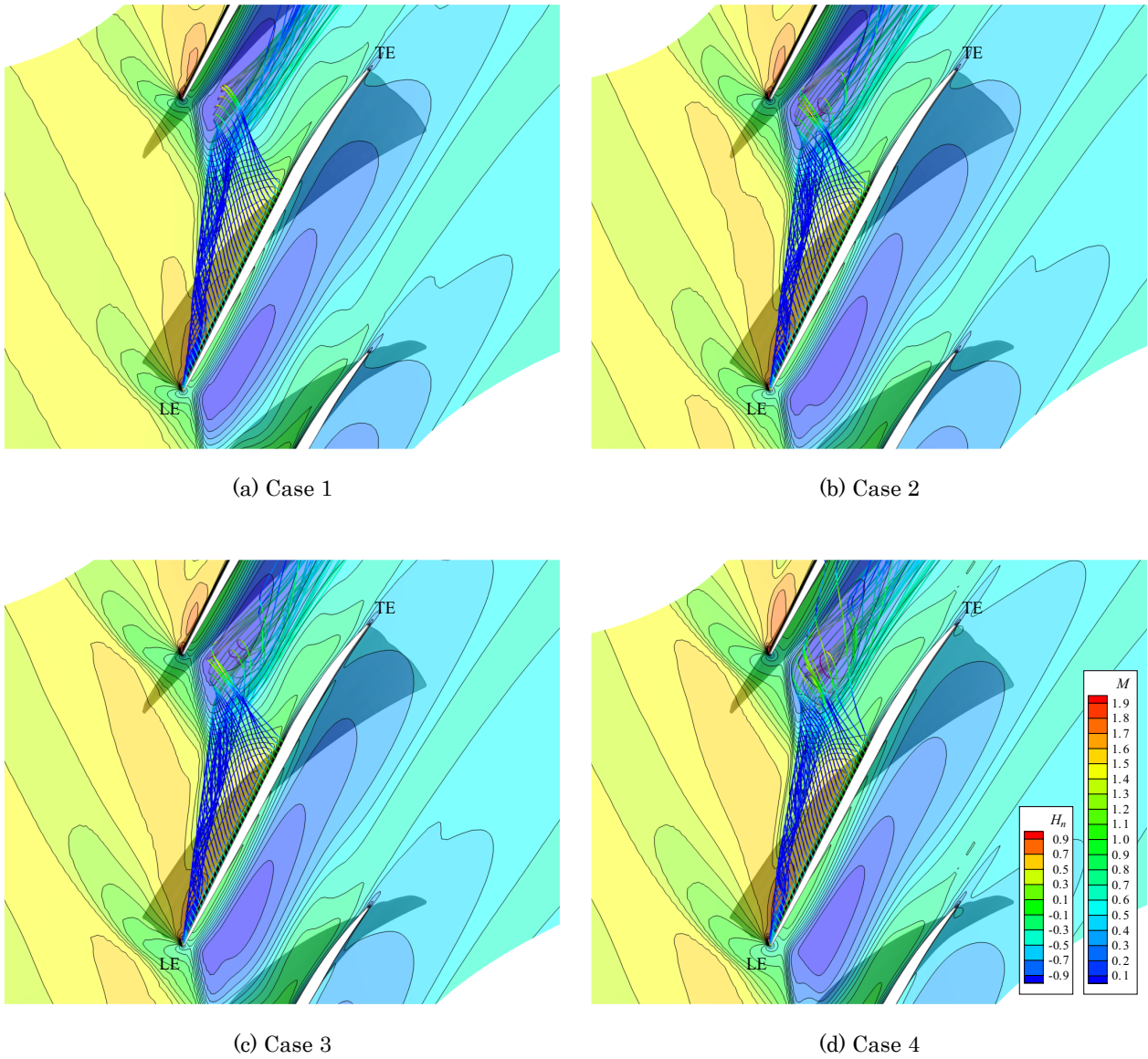


Figure 3.71 Leakage flow streamlines colored with normalized helicity and relative Mach number distribution at 96 % span surface (operating point II)

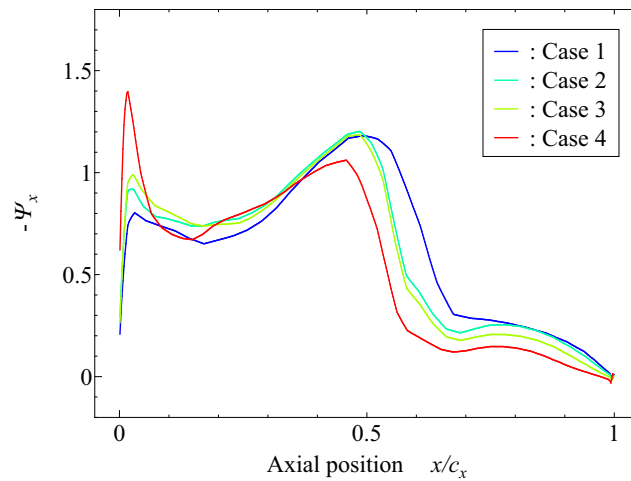


Figure 3.72 Comparison of tip leakage flow momentum density (operating point II)

3.6 本章のまとめ

ケーシングトリートメントを施していない通常の smooth wall 条件の遷音速圧縮機 NASA Rotor 37 を対象として実施した数値解析より以下の結論を得た。

- NASA Rotor 37 の失速点近傍の作動点では翼端漏れ渦が衝撃波と干渉することによって渦崩壊を引き起こす。この渦崩壊はある程度の格子解像度が無ければ数値的に再現されない。
- 翼端漏れ渦の渦崩壊によって生じる低速領域は高負荷作動条件において隣接翼の正圧面近傍にまで到達する。運動量の低い低速領域の流れが翼端間隙に取り込まれると、翼面間圧力差による力積の影響を強く受け、主流に対抗する成分の大きい翼端漏れ流れを形成する。
- NASA Rotor 37 において失速を引き起こす原因となるのは、渦崩壊を起こした翼端漏れ渦による低速領域のブロック効果と、翼端ミッドコード付近から発生するブロック効果の高い翼端漏れ流れである。

第4章 周方向溝型ケーシングトリートメントが NASA Rotor 37 に及ぼす影響

4.1 本章の概要

本章では NASA Rotor 37 にケーシングトリートメントを施した条件で実施した数値解析の結果を示す。まずケーシングトリートメントが圧縮機内流れに及ぼす影響を、前章で獲得した知見を交えて議論する。その後、流れ場の変化が Rotor 37 の失速発生メカニズムにどのように関連するかを考察する。

4.2 解析対象

対象とする翼列には引き続き NASA Rotor 37 を採用し、これにケーシングトリートメントを施した条件で解析を実施した。第 1 章で概説したように、過去に行われてきた研究の中でケーシングトリートメントには様々な形状が提案されている。本研究ではその中でも実用面での利点が多いと考えられる周方向溝型ケーシングトリートメントに着目した。更に溝の本数を 1 本としてその設置位置や溝深さを様々に変化させることにより、遷音速圧縮機の翼端近傍流れに対してケーシングトリートメントが及ぼす影響の解明を試みた。解析を実施した条件を表 4.1 にまとめる。いずれの条件でも溝幅は翼端軸コード長の 7.0% で固定し、軸方向設置位置を前縁から後縁にかけて 10 通り、溝の深さを浅溝 (shallow groove) と深溝 (deep groove) の 2 通りで変化させ、計 20 通りの壁面形状に対して解析を実施した。子午断面における翼端と溝の位置関係を深溝と浅溝について図 4.1 に示す。それぞれの溝位置は翼端前縁を基準とした軸方向の位置 ($\%c_x$) に応じて “config~” と名付けることで区別し、溝の深さは浅溝であれば “S”，深溝であれば “D” を溝位置の名称の後に付けることで区別する。例えば、前縁から 20% c_x 位置に配した深溝は “config020D” と呼称する。

Table 4.1 Casing treatment configurations

	Groove front location [% c_x]	Width w [% c_x]	Aspect ratio AR (D: deep, S: shallow)
Config000	0.0	7.0	D: 3.0, S: 0.33
Config010	10.0	7.0	D: 3.0, S: 0.33
Config020	20.0	7.0	D: 3.0, S: 0.33
Config030	30.0	7.0	D: 3.0, S: 0.33
Config040	40.0	7.0	D: 3.0, S: 0.33
Config050	50.0	7.0	D: 3.0, S: 0.33
Config060	60.0	7.0	D: 3.0, S: 0.33
Config070	70.0	7.0	D: 3.0, S: 0.33
Config080	80.0	7.0	D: 3.0, S: 0.33
Config090	90.0	7.0	D: 3.0, S: 0.33

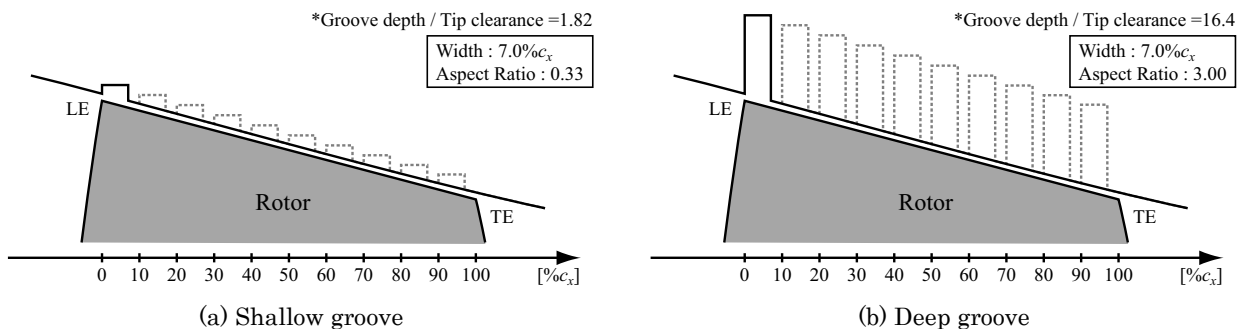
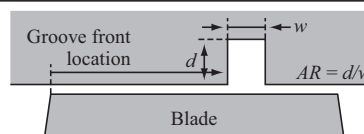


Figure 4.1 Meridional view of groove alignment near the blade tip

4.3 計算領域と計算条件

前章で解析結果を示した smooth wall 条件での解析と同様、翼列一流路分を対象に定常解析を実施した。計算領域の入口境界と出口境界の位置、及び付与する境界条件等は全て smooth wall 条件と統一し、NASA Rotor 37 が設計回転数で作動する条件を対象に解析を実施した。

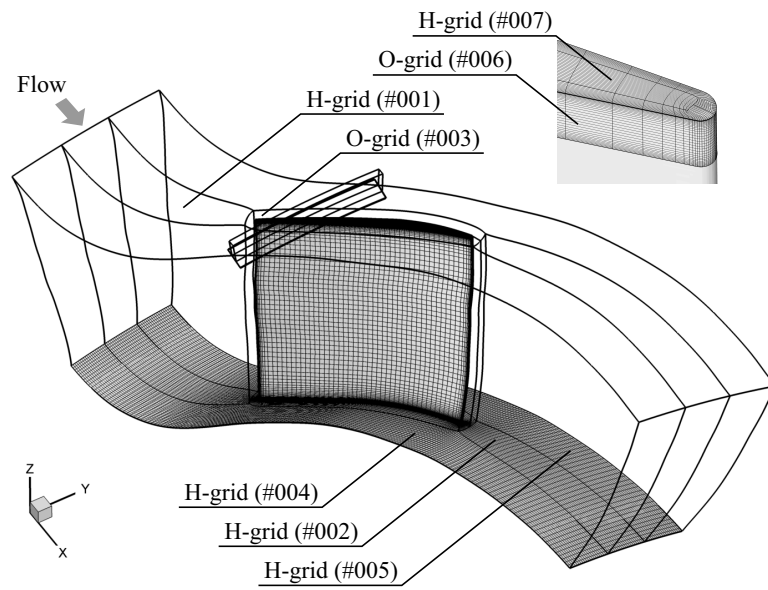
4.4 計算格子

Grooved wall 条件での解析に使用した計算格子の概観を図 4.2 に示す。ここに示した格子は大きく 3 種類に分類できる。1 つ目は本来の Rotor 37 の流路と翼の形状に合わせて作成した“流路格子 (passage grid)”であり、これには図中に示した #1~#7 の領域が相当する。溝近傍を除く翼列の大部分を再現、解析するための格子であり、溝の有無による失速マージンの変化を公平に議論するために smooth wall 条件で使用した格子をそのまま流路格子として使用した。2 つ目はケーシングトリートメント溝の内部を埋める“溝格子 (groove grid)”であり、これには図中に示した #9 の H 型格子が相当する。格子下面は本来のケーシング壁面の形状に、格子上面は溝の底面の形状にそれぞれ合わせて作成し、翼端付近における空間解像度を流路側と同程度に揃えるために周方向の格子間隔は一樣とせず、翼端直上に相当する格子の周方向中心部に格子を多めに集めた。3 つ目は流路格子と溝格子との間を取り持つ“中間格子 (intermediate grid)”であり、これには図中の #8 の H 型格子が相当する。中間格子はケーシング壁面に相当する面から翼端間隙の 80% 高さ分作成し、流路格子の内部に完全に重なるように配置した。

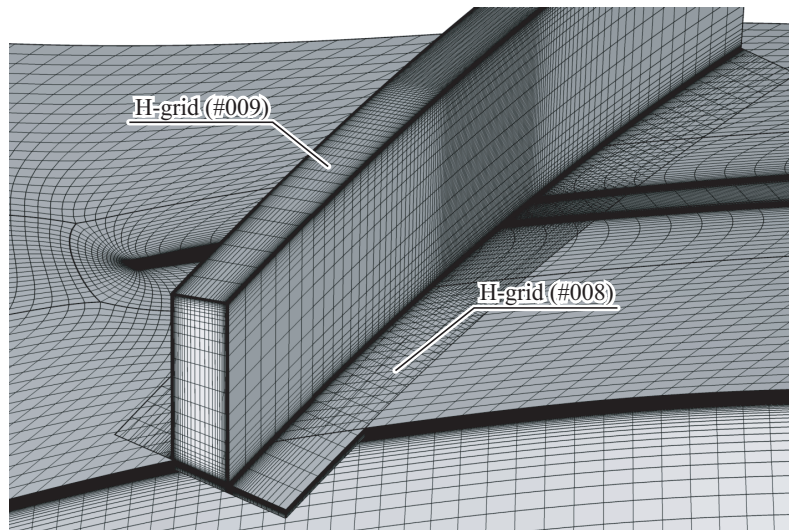
中間格子は流路格子の内部に完全に含まれるため、解析に際しては解強制置換法 (FSA) に基づいて中間格子と流路格子の間で流れの情報を交換する。中間格子と流路格子のそれぞれの要素中心点の位置関係は計算に先立って検索し、参照点と補間係数をデータファイルとして保存しておき、解析実行時に読み込みを行うという手順を踏んだ。中間格子と流路格子、それぞれで非零の強制パラメータ χ を付与した格子要素の位置を config020 用の計算格子を例に図 4.3 に示す。図中で赤く塗りつぶした箇所が中間格子の中で非零の強制パラメータ χ を付与した格子要素を、図中で緑に塗りつぶした箇所が流路格子で非零の強制パラメータ χ を付与した格子要素をそれぞれ示す。すなわちこれら色のついた格子要素における流れ場の情報は、重なり合う他方の格子における流れ場の情報によって強制的に置換されることを意味する。強制パラメータの具体的な設定ルールを以下に示す。

- 中間格子： 計算格子の各境界面から 2 点目までの格子要素に非零の強制パラメータを設定する。ただし、周期境界面は除く。
- 流路格子： 要素中心点が中間格子の内部に存在し、かつ中間格子の参照点となっていないような要素中心点に非零の強制パラメータを設定する。

以上のルールにより、循環参照（一方の格子における被強制要素を他方の格子の要素中心点が参照すること）が起きないように注意した。一方、溝格子は流路格子とは重なり合わず、中間格子と格子線が連続的に接続するよう互いに作成されているため、中間格子と溝格子の間では接合するセル間で直接物理量の受け渡しを行うよう取り扱った。本研究では解析を行う対象とする壁面形状に合わせて中間格子と溝格子を作成し、その都度格子間位置情報の検索を行った。それぞれの領域の格子点数の概要を表 4.2 に示す。

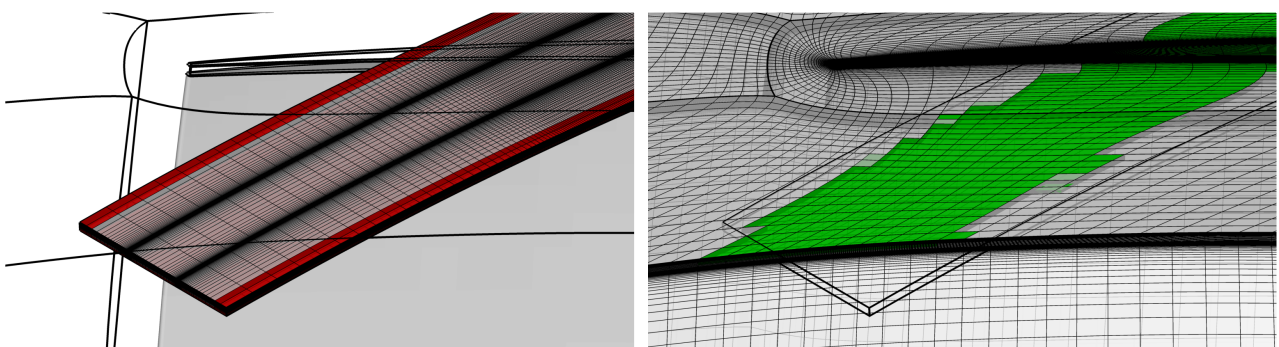


(a) Overview



(b) Near the groove

Figure 4.2 Numerical grid for grooved wall analysis



(a) Intermediate grid

(b) Passage grid

Figure 4.3 Location of the fortified numerical cell for config020 grid
(red: intermediate grid, green: passage grid)

Table 4.2 Number of numerical cell

	Zone number	Number of cell
Passage	Zone #001~#005	1,433,600
Tip clearance	Zone #006~#007	87,360
Intermediate	Zone #008	288,000
Groove	Zone #009	230,400
Total		2,039,360
* Passage grid ······ Number of cell in axial direction : 148		
tangential direction : 60		
radial direction : 112		
** Intermediate grid ···· Number of cell in axial direction : 100		
tangential direction : 144		
radial direction : 20		
*** Groove grid ······ Number of cell in axial direction : 40		
tangential direction : 144		
radial direction : 40		

4.5 解析結果と考察

4.5.1 特性曲線の変化

浅溝と深溝を壁面に施した条件での解析で得られた特性曲線をそれぞれ図 4.4 と図 4.5 に示す。プロットしたそれぞれの曲線の最小流量点は解析における失速点と対応する。また、smooth wall 条件と比較した際の失速マージンの改善率をプロットしたものを図 4.6 に示す。失速マージン SM は式(4.1)に示した Cumpsty^[83]による定義に基づいて計算するものとし、失速マージンの改善量 ΔSM と改善率 SMI をそれぞれ式(4.2)、式(4.3)により定めた。

$$SM = 1 - \left(\frac{PR_{peak} \dot{m}_{stall}}{PR_{stall} \dot{m}_{peak}} \right) \quad (4.1)$$

$$\Delta SM = SM_{GW} - SM_{SW} \quad (4.2)$$

$$SMI = \Delta SM / SM_{SW} \quad (4.3)$$

ここで添字の *peak* と *stall* はそれぞれの特性曲線上における最高効率点と失速点を表す。

まず図 4.4(a)の浅溝条件における圧力比特性曲線に着目すると、作動点 B 付近まではいずれの壁面条件においても特性曲線上での明確な差異は見られない。しかしその後 config000S では圧力比の上昇が頭打ちになり、失速点における圧力比は smooth wall 条件の 92%程度にまで低下する。また config040S~090S における失速点圧力比も config000S ほどではないものの低下する傾向にある。これらの溝条件における失速点は smooth wall 条件に比べて僅かに低流量側にある。しかし本解析が定常計算であること、また解析時の背圧の刻み幅が有限であることを踏まえるとこれらの失速点流量の変化がケーシングトリートメントの効果によるものであるかどうかをこの図からだけで判断することは難しい。これに対し、config010S~030S では圧力比が低下することなく失速点が低流量側へと移動し、失速の発生が抑制されていることがわかる。特に config020S は失速点流量の変化が背圧の刻みに対する流量の変化と比較して十分に大きく、失速を引き起こす流れに対して何らかの抑制効果が働いたことが推測される。深溝を施した条件ではこれらの変化がより明確に特性曲線上に現れるようになり、中でも config010D~config 030D では安定作動域が低流量側へと大きく延長され、より高い失速抑制効果が得られていることがわかる (図 4.5(a))。

圧力比については以上のように幾つかの溝位置において smooth wall 条件から変化が見られるが、一方で効率については溝の位置や有無による影響がほぼ認められない (図 4.4(b), 図 4.5(b))。最高効率点、失速点のいずれにおいても smooth wall 条件と浅溝条件、深溝条件の間には明確な差異は確認できず、いずれの特性曲線もほぼ同一曲線上に重なっている。Config000S に注目すると図 4.5(a)の圧力比特性曲線において作動点 B 付近から圧力比が緩やかに低下するのに対応するように図 4.5(b)の効率特性曲線においても効率が悪化する様子が確認できるが、その変化はごく僅かなものである。低速圧縮機を対象として過去に行われた研究では、失速マージン改善率が大きいケーシングトリートメント形状ほど大きい効率低下を伴うことが指摘されている^[29, 30]が、今回行った解析の結果からはそのような傾向は確認されなかった。遷音速圧縮機に対してケーシングトリートメントを施した際の効率低下が小さいとする同様の傾向は遷音速圧縮機を対象にした他の研究においても報告されており^[49, 50]、遷音速圧縮機ならではの原因によるものであると推測される。このことについては後の節で詳述する。

続いて図 4.6 に着目し、失速マージンの観点からそれぞれのケーシングトリートメントの性能を評価する。失速マージンは config000 の位置を除くほぼ全ての溝位置において正の値になっており、度合いにこそ大小はあるもののケーシングトリートメントによって概ね改善する傾向にある。ここで config000 における失速マージン改善量が負の値となっているのは、失速点での全圧比が smooth wall 条件に比べて低下したことによる寄与であり、失速点流量は僅かに低流量側へと変化している。一方他の溝位置にも着目すると、config020 付近の溝位置における改善量が顕著である一方で前縁やミッドコードから後縁付近にかけての範囲では比較

的効果が薄い。溝を深くすることによって改善率は全体的に向上するが、溝位置の違いに対する傾向に変化はない。このように失速マージンが明確に改善する溝位置がある一方でほぼ効果が得られない溝位置もまた多く存在することについては、2つの理由が可能性として考えられる。1つ目は、溝の位置によって流れ場に生じる変化が異なるという可能性である。これは翼端近傍の複雑な流れ場のために、溝が流れ場に及ぼす影響が溝の位置によって大きく異なり、そのために得られる失速マージンの改善率にも違いが現れるとする推測である。2つ目は、溝が流れ場に及ぼす影響は基本的にどの溝位置においても同一ではあるものの、影響をもたらす位置が異なるために失速を引き起こす現象へ働きかける度合いに違いが生じるという可能性である。以降の節では、これら2つの可能性について流れ場の観点から考察を行う。その際作動点の呼称は図 4.4 と図 4.5 内の表記に準ずるものとする。

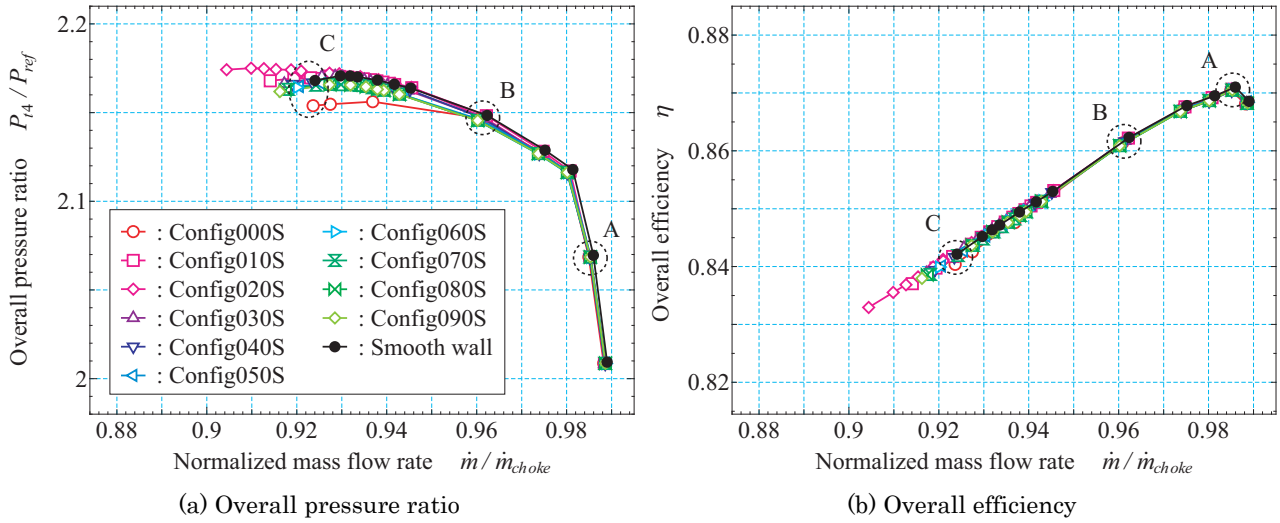


Figure 4.4 Comparison of characteristics plot among grooved wall conditions and smooth wall conditions (Shallow groove)

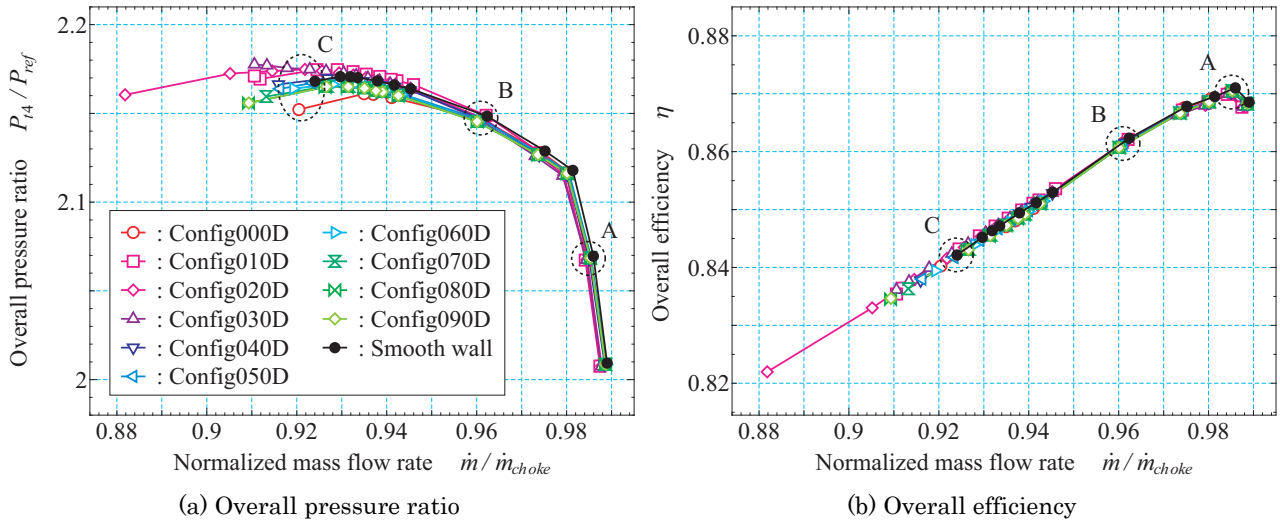


Figure 4.5 Comparison of characteristics plot among grooved wall conditions and smooth wall conditions (Deep groove)

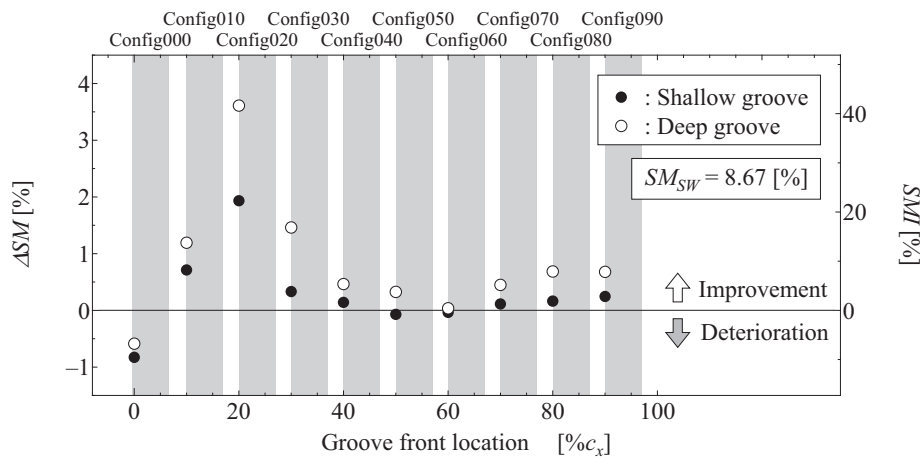


Figure 4.6 Comparison of stall margin improvement among each grooved wall condition

4.5.2 溝近傍の流れの様子

本節ではケーシングトリートメント溝近傍の流れの変化の様子を述べる。まずは溝を出入りする流れが溝位置におけるケーシング近傍の流れ場の状況によってどのように変化するかに着目する。

浅溝条件と深溝条件の作動点 A 及び作動点 C において、溝下面を通過する単位面積あたりの流量 ρu_r の分布を図 4.7~図 4.8 に示す。 ρu_r は溝内に流入する向きを正と定義した。本研究では解析を 1 本の溝に対して実施しており、従って図 4.7 及び図 4.8 はどちらも流量の近い作動点での解析結果を溝位置の異なる条件間で比較している点に留意する。図から確認できる全体的な傾向として、壁面に施したケーシングトリートメントと流路との間では、溝の下面を通じて流れが活発に出入りする。浅溝と深溝とで流れが出入りする位置などの傾向は変わらないものの、出入りする流量の絶対値は深溝条件のほうが大きい。流れが出入りする箇所は溝直下の流れ場の状況と相関がある。Smooth wall 条件の 99.5% スパン断面における圧力の分布を図 4.9 に、同じく smooth wall 条件におけるケーシング壁面上の限界流線と軸方向の壁面せん断応力 τ_x の分布を図 4.10 に示す。以下では図 4.7、図 4.8 と図 4.9、図 4.10 を対応させながら、溝内への流入出が行われている中でも特徴的な 3 つの箇所について述べる。注目する 3 つの領域の呼称は図 4.11 の表記に準ずるものとする。

(A) ケーシング壁面境界層剥離領域

図 4.10 の限界流線から確認できるように、ケーシング壁面境界層は衝撃波との干渉によって一部が剥離する。トリートメント溝内には、主流との速度せん断によって生じるキャビティ渦のような渦構造が存在するが、config000 や config010 などのように溝位置の直下に剥離した壁面境界層が存在する際には、図 4.12(a) に示すように渦構造が主流側にせり出すといった現象が起こる。図 4.7 と図 4.8 の(A)の位置に見られる、溝内から流れが流出する領域と溝内に流れが流入する領域が縦に並ぶような特徴的な分布は、このような効果によってもたらされる。剥離厚さがクリアランス高さと同程度にまで発達する作動点 C の、特に deep groove 条件でこの分布は明瞭に確認できるが、実質的に溝と流路との間で流れの交換が行われているわけではないため、溝下面を通じた流れの収支という観点からはそれほど重要ではない。

(B) 翼端漏れ流れのブロック効果

翼端漏れ渦の位置は図 4.9 において特徴的な圧力の谷として確認でき、その翼端漏れ渦を形成する翼端漏れ流れと主流とが壁面において干渉する位置は図 4.10 の限界流線において剥離線として確認できる。前章の smooth wall 条件における議論でも述べた通り、翼端漏れ流れは主流に対して強いブロック効果として働くため、溝の直下に剥離線が存在するような溝位置では、図 4.12(b) に示すように主流が翼端漏れ流れを避けるようにして溝内に流れ込む。溝内の渦構造がせり出すだけであった(A)の領域とは異なり、主流の積極的な溝内への流入であるため、流れを取り込む許容量の大きい deep groove 条件において流入量が多くなる傾向にある。なお、翼端漏れ流れと主流との界面を境に、界面よりも上流では主流、界面よりも下流では翼端漏れ流れといったように溝内部の流れが溝下面で干渉する流れが切り替わる。従って、作動点にも依るものの基本的に config000~config010 は主流と、config020~config040 は主流及び翼端漏れ流れと、config050~config090 は翼端漏れ流れと溝内の流れがそれぞれ干渉する。

(C) 翼端の翼面間圧力差

いずれの溝条件においても最も顕著な流れの出入りが確認できるのが図中(C)で示した翼端部である。圧力の高い正圧面側では流路から溝内へ流れが流入し、圧力の低い負圧面側では溝内から流路へ流れが流出する。このとき溝に流入する流れは常に溝の後端部を通過して溝内へと流入し、逆に流出する流れは溝の前端部を通過する。Config060~config090 などのミッドコードよりも下流に配置された溝は、溝の直下に衝撃波や翼端漏れ渦などの影響力の強い流れ構造が存在せず、また溝下面の大部分を翼端漏れ流れが覆っているために全体的に溝への流れの出入りが少なく、この翼端部における流れの出入りが溝全体での流れの収支の大部分を占める。

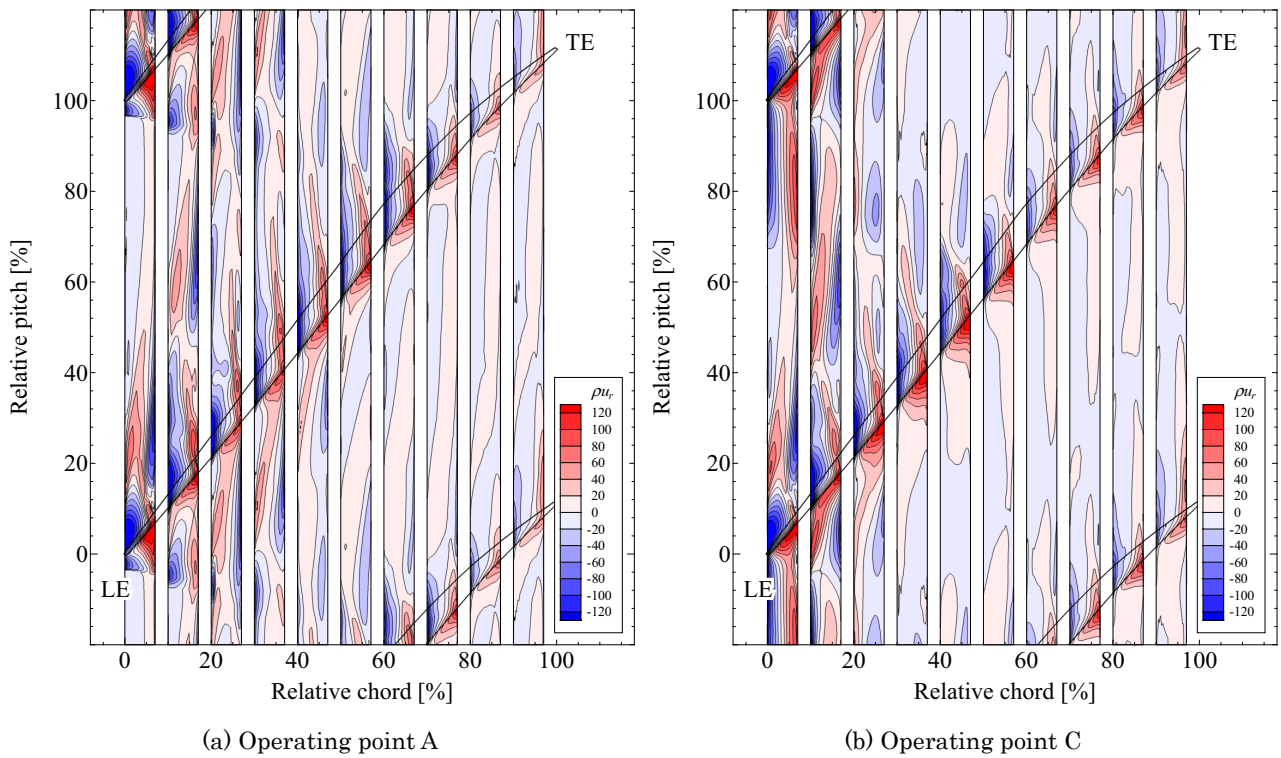


Figure 4.7 Mass flux of the fluid passing through the bottom surface of casing groove (Shallow groove)

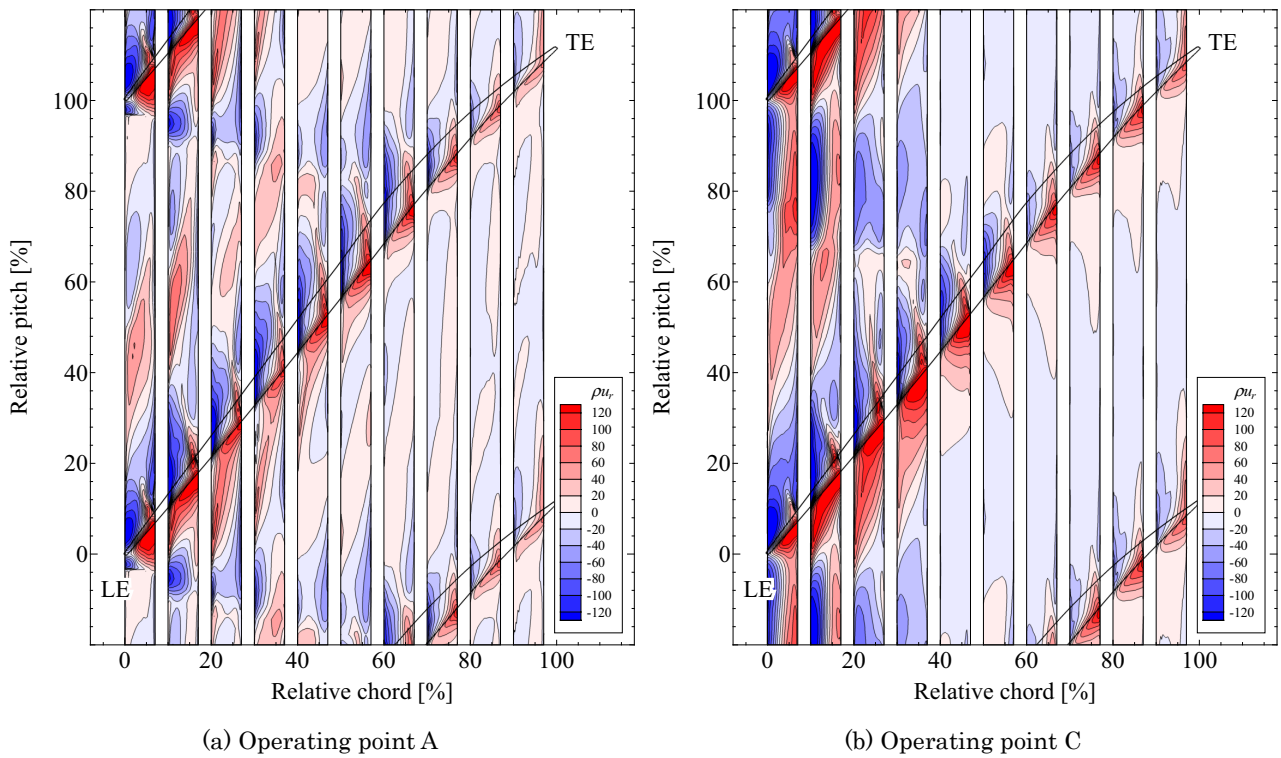


Figure 4.8 Mass flux of the fluid passing through the bottom surface of casing groove (Deep groove)

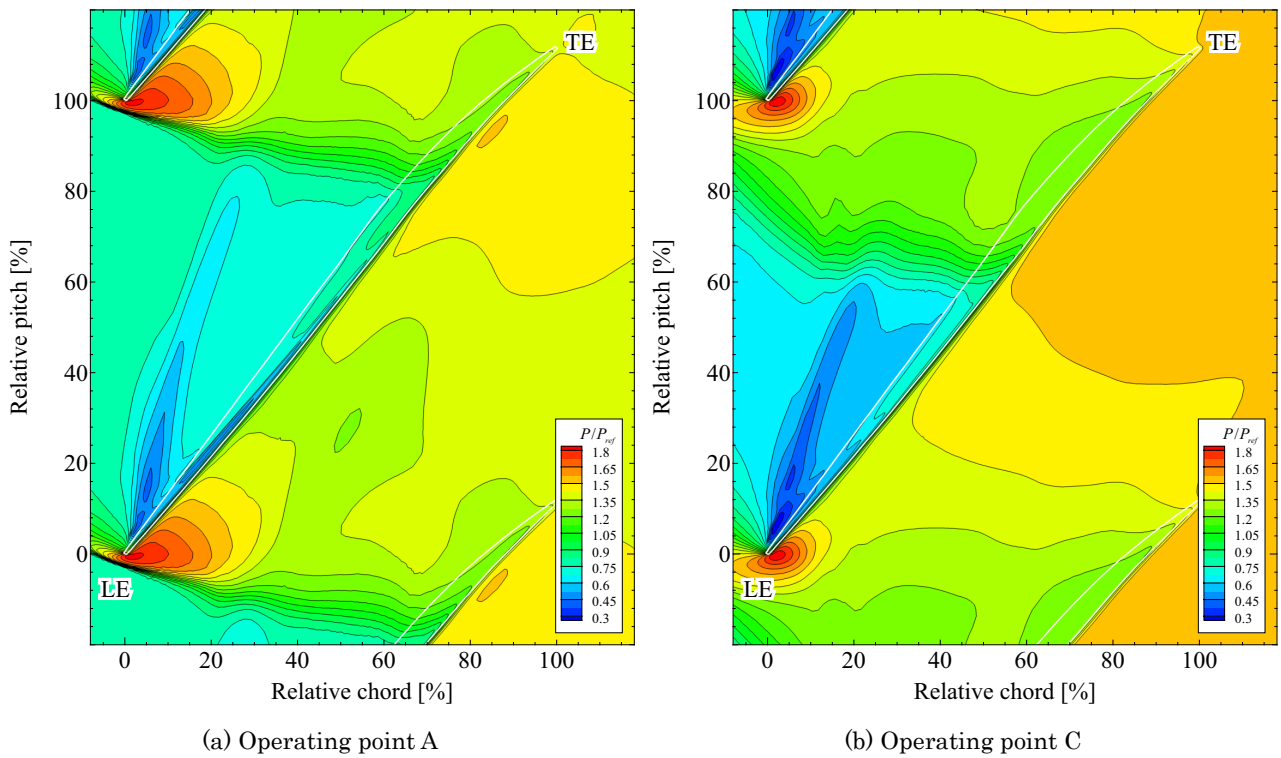


Figure 4.9 Static pressure distribution at 99.5% blade height surface
(Smooth wall)

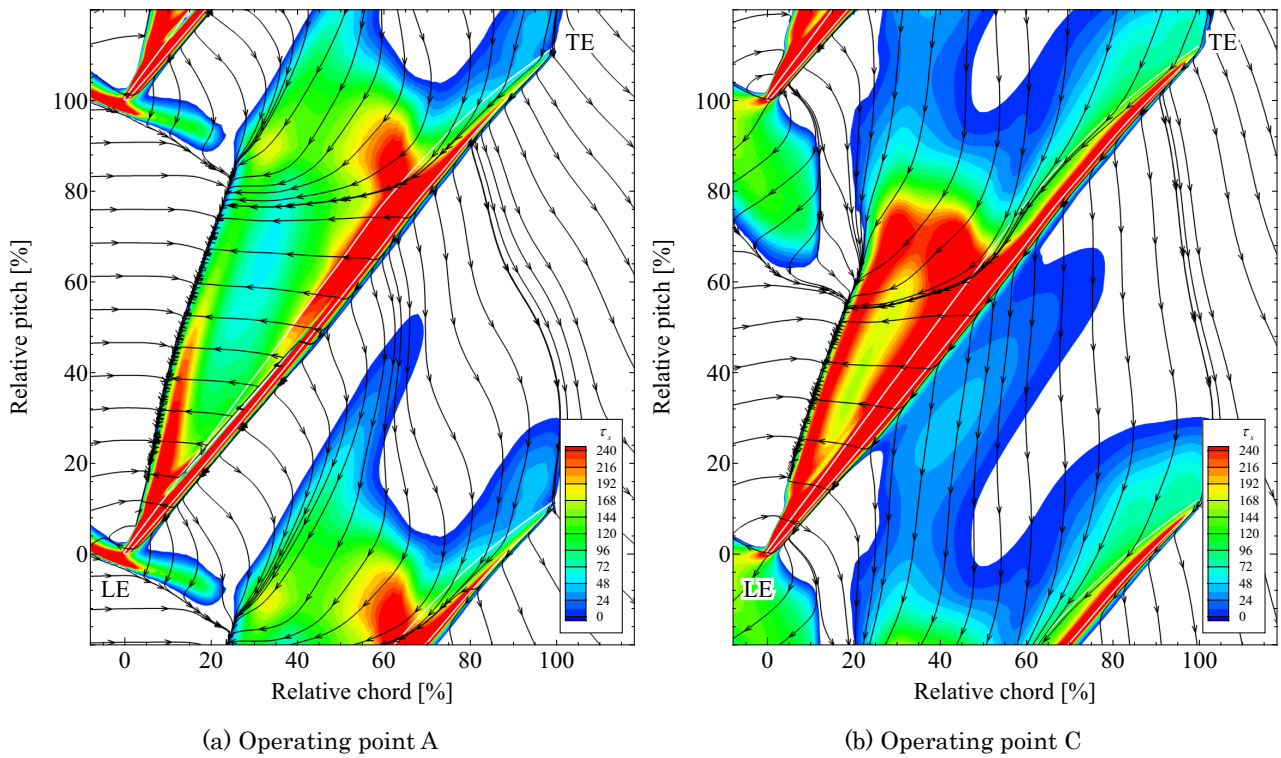


Figure 4.10 Limiting streamlines and axial at the surface of casing wall with axial shear force distribution
(Smooth wall)

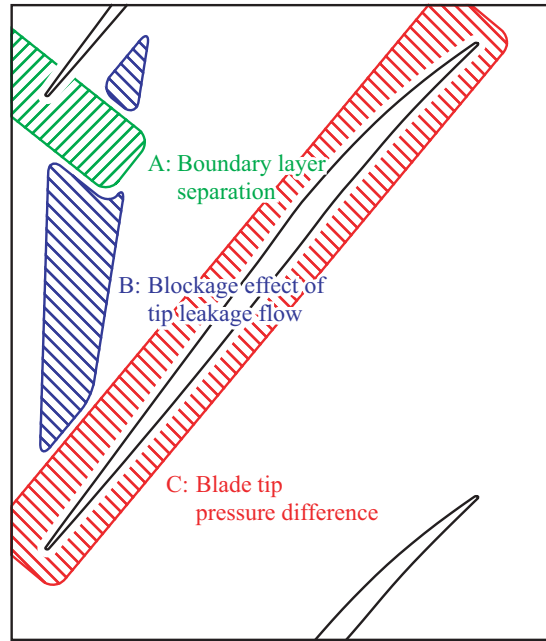


Figure 4.11 Schematic of the region where characteristic pattern of fluid exchange between blade passage and casing groove takes place.

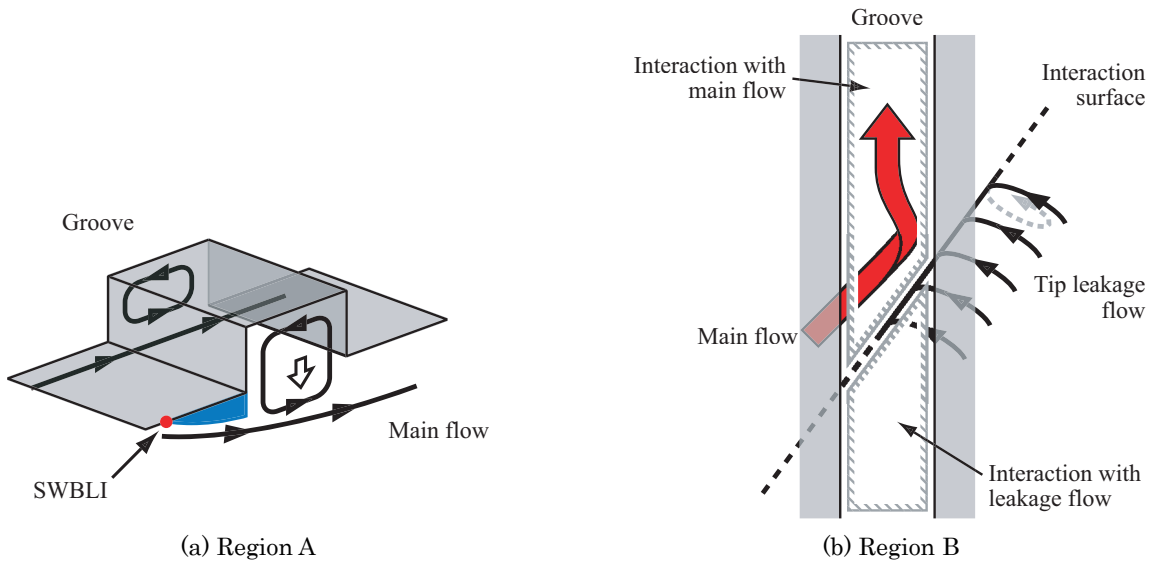


Figure 4.12 Schematic of flow interaction between flow inside the groove and the main flow

続いて、溝下面の微小面積 ΔA を出入りする流れの単位面積あたり流量 ($\dot{m}_r/\Delta A$) の周方向分布をプロットしたものを図 4.13 に示す。ここでピッチ方向位置 l における微小面積 ΔA は、溝直下に存在する翼端のキャンパー線に平行となるように設定した。記号と検査面の定義の詳細は各図の上部に示した。図より、溝下面から溝内へ流入する流量が最も多いのはいずれの溝条件においても翼端部であることがわかる。翼端の正圧面側では急峻な圧力勾配によって溝下面を通過する流量 $\dot{m}_r/\Delta A$ に急峻なピークが立つが、翼負圧面側から流出する際にはそのようなピークは立たず、長いピッチ距離をかけて緩やかに流れが流出する。例外と言えるのは翼端前縁直上に位置する config000 の条件である。急激な流れの膨張と翼端漏れ渦の巻き上がりが生じる翼端前縁部に位置する config000 では、多くの溝内部の流れが流路側へと吸い出され、翼端漏れ渦の一部を形成する。このとき負圧面側における $\dot{m}_r/\Delta A$ のピーク値は正圧面側の正のピークに絶対値で匹敵する。他の溝位置において確認されない以上のような config000 の特徴が、失速マージンの悪化を引き起こす。負圧面における流れの流出と失速マージンの関係は後の節で詳述する。

Config000 以外に着目すると、config010 と config020 の翼端正圧面付近において、溝に流入する流量の大きさが顕著である。Config010 では、溝直下の翼端における高い翼面間圧力差に起因して、多くの流れが溝内に流入するため、正圧面付近以外のほとんどの領域は溝から流路への流れの排出に当てられている。Config020 では、70%ピッチ付近から翼端部にかけて流れが二段階に分けて溝内へと流入する点が特徴的である。これは翼端漏れ流れのプロクレーション効果 (図 4.11 領域(B)) と翼端における翼面間圧力差 (図 4.11 領域(C)) との 2 つの効果によって流路側の流れが溝内部へと流入するためである。同様の傾向は config030 においても確認出来る。溝の位置が下流に移動するに従って、溝内部と流路との間の流れの交換は大幅に減少する。流れの出入りが行われるのは翼端部に限定され、そこでの $\dot{m}_r/\Delta A$ のピーク値も config010 や config020 などと比較すると 3 分の 1 程度にまで低下する。それぞれの溝位置における $\dot{m}_r/\Delta A$ のピーク値は概ね溝設置位置における翼端負荷と対応関係にある。浅溝と深溝それぞれの $\dot{m}_r/\Delta A$ のピーク値と smooth wall 条件における 99%翼高さ断面の翼面間圧力差を作動点 A と作動点 C について比較したものを図 4.14 に示す。図より、config000 などの一部を除いて、 $\dot{m}_r/\Delta A$ ピーク値の立ち上がり位置や全体的な傾向が、翼面間圧力差と対応していることがわかる。

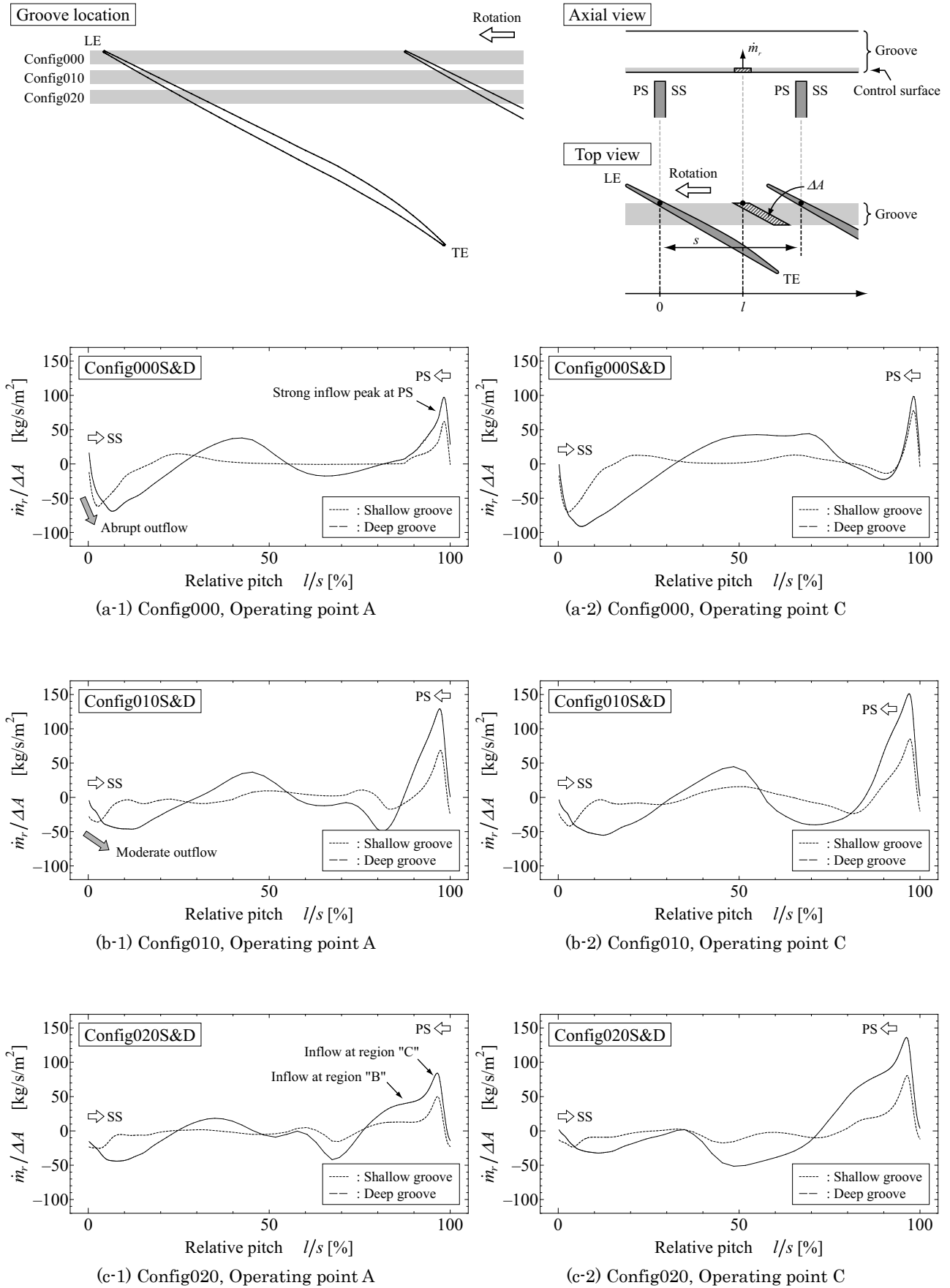


Figure 4.13 Pitch-wise distribution of radial mass flux at the bottom surface of the groove (1/4)

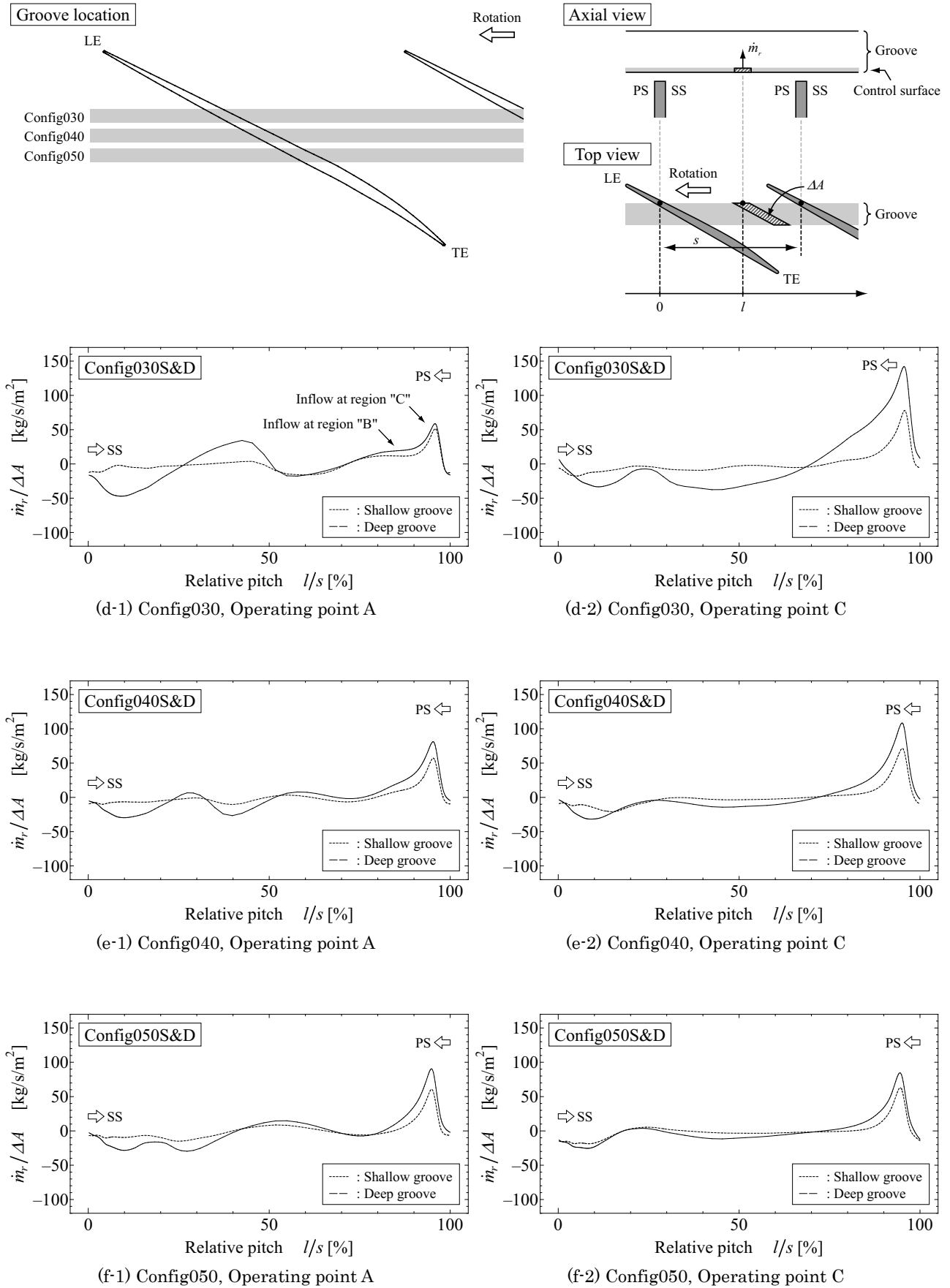


Figure 4.13 Pitch-wise distribution of radial mass flux at the bottom surface of the groove (2/4)

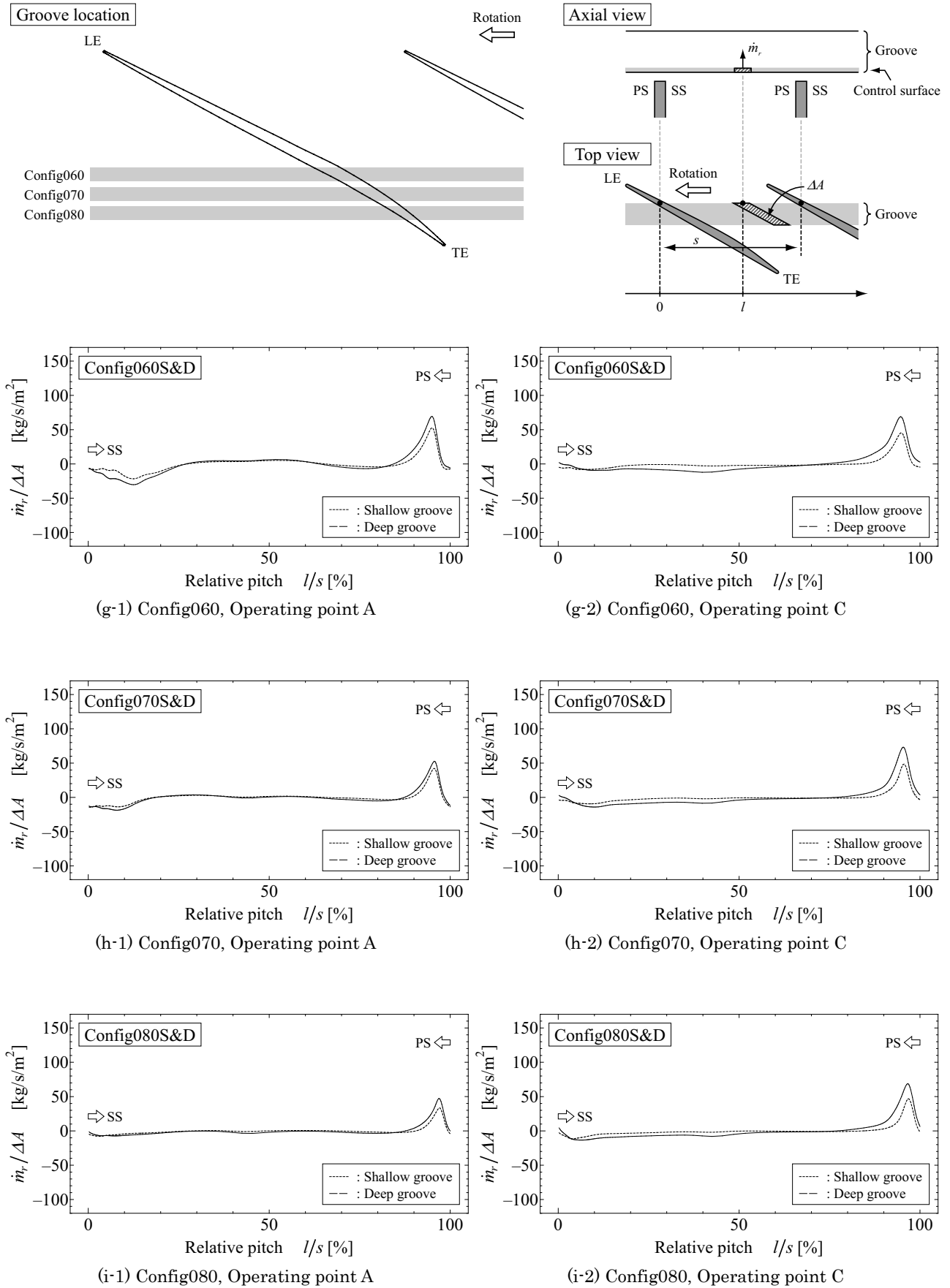
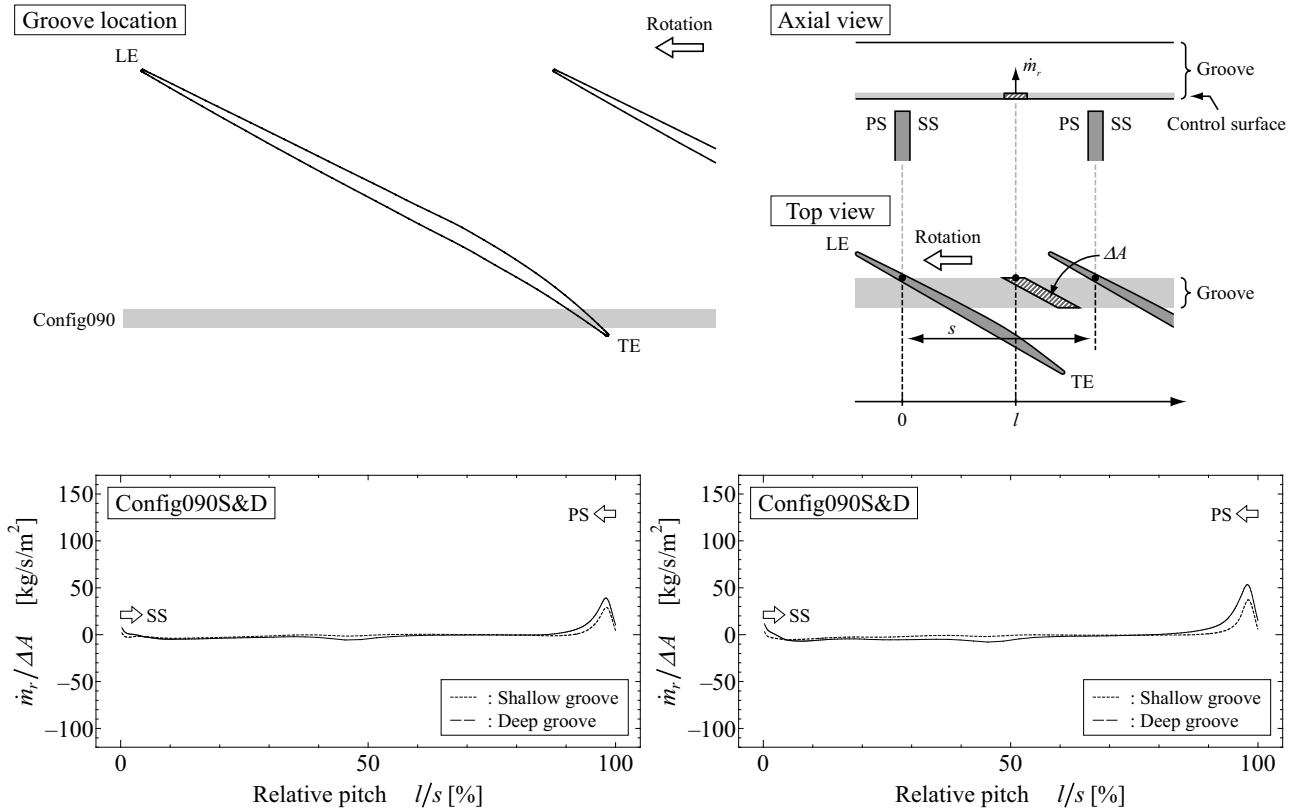
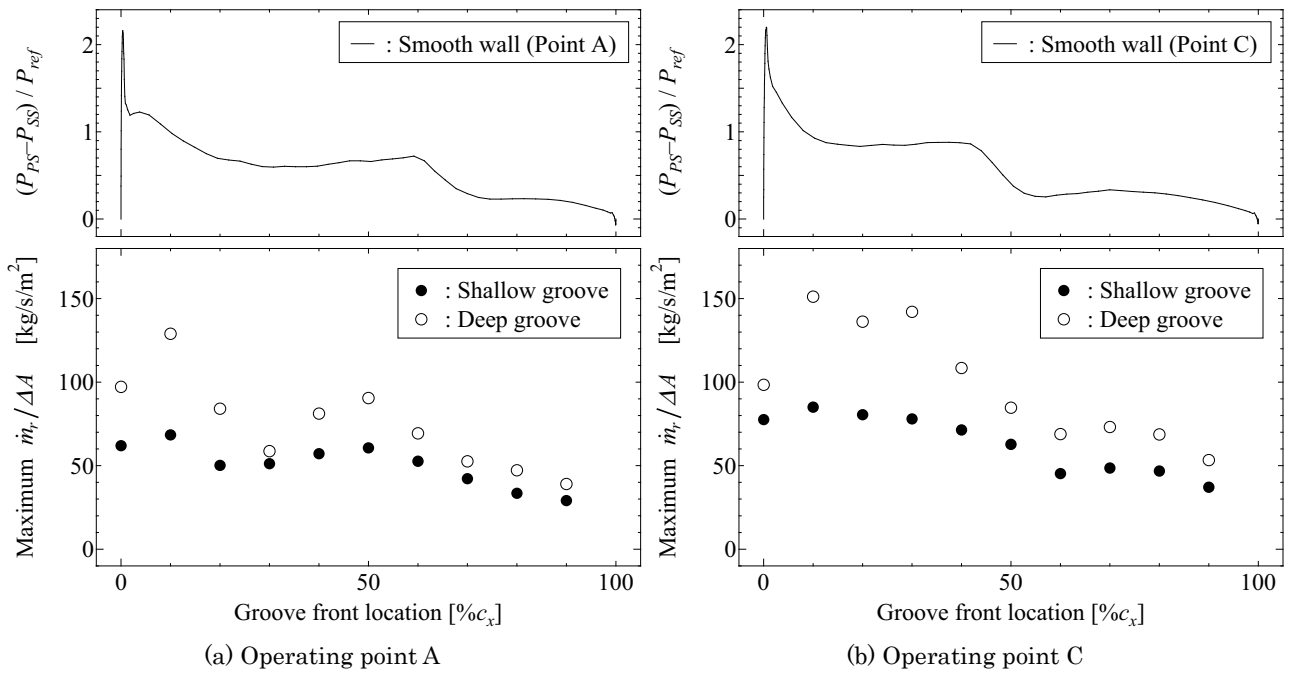


Figure 4.13 Pitch-wise distribution of radial mass flux at the bottom surface of the groove (3/4)



(j-1) Config090, Operating point A (j-2) Config090, Operating point C
 Figure 4.13 Pitch-wise distribution of radial mass flux at the bottom surface of the groove (4/4)



(a) Operating point A (b) Operating point C
 Figure 4.14 Correlation between blade tip pressure difference and maximum value of radial mass flux at the bottom surface of the groove

4.5.3 有効翼端漏れ面積

前節では、トリートメント溝の下面では活発な流れの流入出が行われており、その出入りの様子は溝直下に存在する流れ構造の影響を受けることが示された。しかし一方で、最も流れの流入出が活発となるのはいずれの溝位置、溝深さの条件においても翼端部であり、その流入量は溝位置における翼端負荷の大きさに対応して決まることが明らかとなった。前章で述べたように、NASA Rotor 37 において失速を引き起こすのは翼端漏れ渦と翼端漏れ流れという、いずれも翼端部に起因する流れ現象であった。そこで本節では周方向溝型ケーシングトリートメントが翼端部の流れに及ぼす影響を計る尺度を新しく導入し、考察を行う。

Grooved wall 条件で溝を施した位置における翼端間隙は smooth wall 条件におけるそれと比べると溝の分だけ広がる。しかし、翼端部で溝内部へと流れ込む流量が例えば config020D と config090D とで 3 倍ほど異なることに表されるように (図 4.14(b))、溝直下を通過する際に翼端漏れ流れが実質的に経験することになる翼端間隙の大きさがいずれの溝位置においても全く同様であるとは考えにくい。そこで以下では有効翼端漏れ面積 A_{eff} を導入することで、溝を施した位置における実質的な翼端間隙の大きさを評価する。

流れ場の周方向の周期性から溝下面全体を通過する流量の合計は常に零となる。そこでトリートメント溝の下面に伸縮自在の仮想的な膜が存在するような状況を想定する。この膜により溝内部の流れと流路の流れとは仕切られており、混ざり合うことがない。溝下面のある位置では溝から流路側へ流れが流出しようとし、またある位置では流路から溝へと流れが流入しようとするため、この膜は場所によって流路側へせり出したり溝内へ入り込んだりする。ここで図 4.15 に示すような断面を定め、膜によって仕切られた溝内の流れが占める面積を A_{occu} 、流路側の流れが占める面積を有効翼端漏れ面積 A_{eff} と定めると、 A_{eff} は溝直下を流れる翼端漏れ流れが通過する際の実質的な面積と見なすことができる。以下、 A_{eff} の算出方法を述べる。

図 4.15 に示すように、周方向位置 θ における溝の子午断面を通過する流量を \dot{m}_θ とする。溝下面における流れの出入りに応じて \dot{m}_θ は随時変化するが、平均して溝内に存在する流量 \dot{m}_{occu} を想定し、それが式(4.4)により与えられるものとする。

$$\dot{m}_{occu} = \frac{\int_0^{2\pi/n} \dot{m}_\theta d\theta}{2\pi/n} \quad (4.4)$$

ここで n は動翼枚数である。本研究では、溝下面での流れの出入りがほとんど起きない釣り合い条件において溝内部を流れる流量が \dot{m}_{occu} であると見なし、この \dot{m}_{occu} が翼端部で占有する面積として A_{occu} を定義した。 \dot{m}_{occu} から A_{occu} を見積もるにあたっては、溝内の流れの温度が主流による粘性仕事と溝壁面における散逸の影響で主流よりも高いことを利用した。図 4.15 の検査断面により切断される溝後視の格子要素が N 個あるとして、そのうち i 番目の格子要素の断面積ベクトルを $A_i \cdot \vec{n}$ 、代表値から算出される質量流束を $(\rho \vec{u} \cdot \vec{n})_i$ とする。各格子要素の $(\rho \vec{u} \cdot \vec{n})_i$ を格子要素の代表する温度が高い順に並べ替えた配列 $(\rho \vec{u} \cdot \vec{n})_j$ を積算し、式(4.5)の条件を満たすような J を用いて式(4.6)により A_{occu} を算出した。

$$\sum_{j=1}^J (\rho \vec{u} \cdot A \vec{n})_j \leq \dot{m}_{occu} \leq \sum_{j=1}^{J+1} (\rho \vec{u} \cdot A \vec{n})_j \quad (4.5)$$

$$A_{occu} = (1-C) \sum_{j=1}^J A_j + C \sum_{j=1}^{J+1} A_j, \quad C = \left(\dot{m}_{occu} - \sum_{j=1}^J (\rho \vec{u} \cdot A \vec{n})_j \right) / \left(\sum_{j=1}^{J+1} (\rho \vec{u} \cdot A \vec{n})_j - \sum_{j=1}^J (\rho \vec{u} \cdot A \vec{n})_j \right) \quad (4.6)$$

以上の手順により計算された、浅溝と深溝条件における有効翼端漏れ面積 A_{eff} と smooth wall 条件における 99%翼高さ断面の翼面間圧力差を作動点 A と作動点 C について比較したものを図 4.16 に示す. 図より A_{eff} は全体的に溝が深いほど大きく、また前節の $\dot{m}_r/\Delta A$ のピーク値と同様、溝設置位置における翼端負荷と概ね対応関係にあることがわかる. これは溝内部への流入の大部分が翼端部で行われることから、ある意味では当然と言える. しかし、config020D や config030D の特に作動点 C における A_{eff} に着目すると、明らかに他の A_{eff} の傾向から外れて値が大きいことが分かる. 前節の図 4.13 において、翼端正圧面付近で二段階に分けて溝への流入が起きるのが config020 (図 4.13(c-1)&(c-2)) と config030 (図 4.13(d-1)&(d-2)) の特徴であり、これが翼端漏れ流れのブロック効果と翼端における翼面間圧力差との 2 つの効果によって流路側の流れが溝内部へと流入するためであることは既に述べた. Config020 と config030 では溝位置における翼端負荷も $\dot{m}_r/\Delta A$ のピーク値もいずれも config010 などと比べて小さい. それにも関わらず A_{eff} については config020 と config030 が config010 を大幅に上回るという結果が得られたのは、翼端近傍以外での流れの流入量が config020 と config030 では多いためであると推測される. 図 4.14 と図 4.16 の間に見られる以上のような違いは、翼端部における局所的な流量を表す $\dot{m}_r/\Delta A$ と、溝下面を通過する流量全ての寄与を表す A_{eff} という 2 つの評価の違いを端的に示すものである.

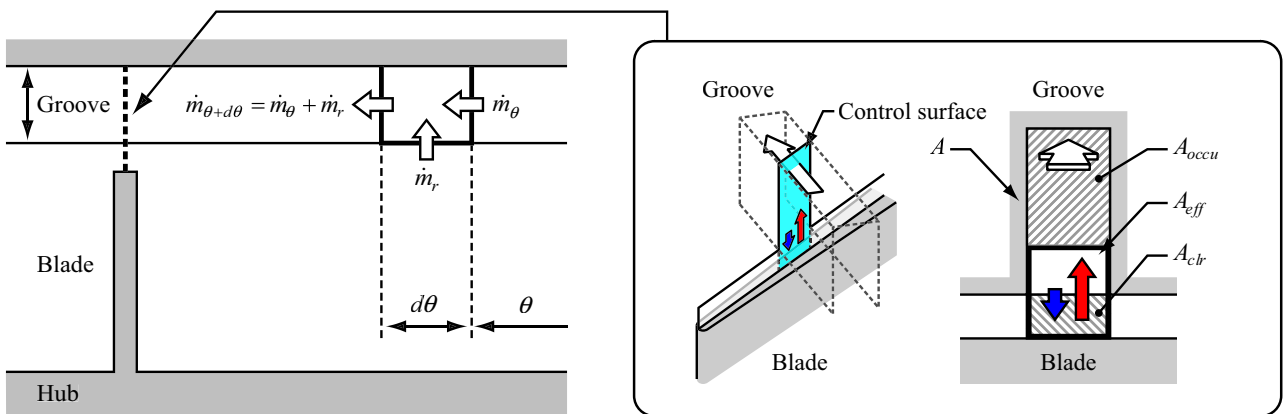


Figure 4.15 Schematic of coordinate system and definition of control surface for calculating effective leakage flow area

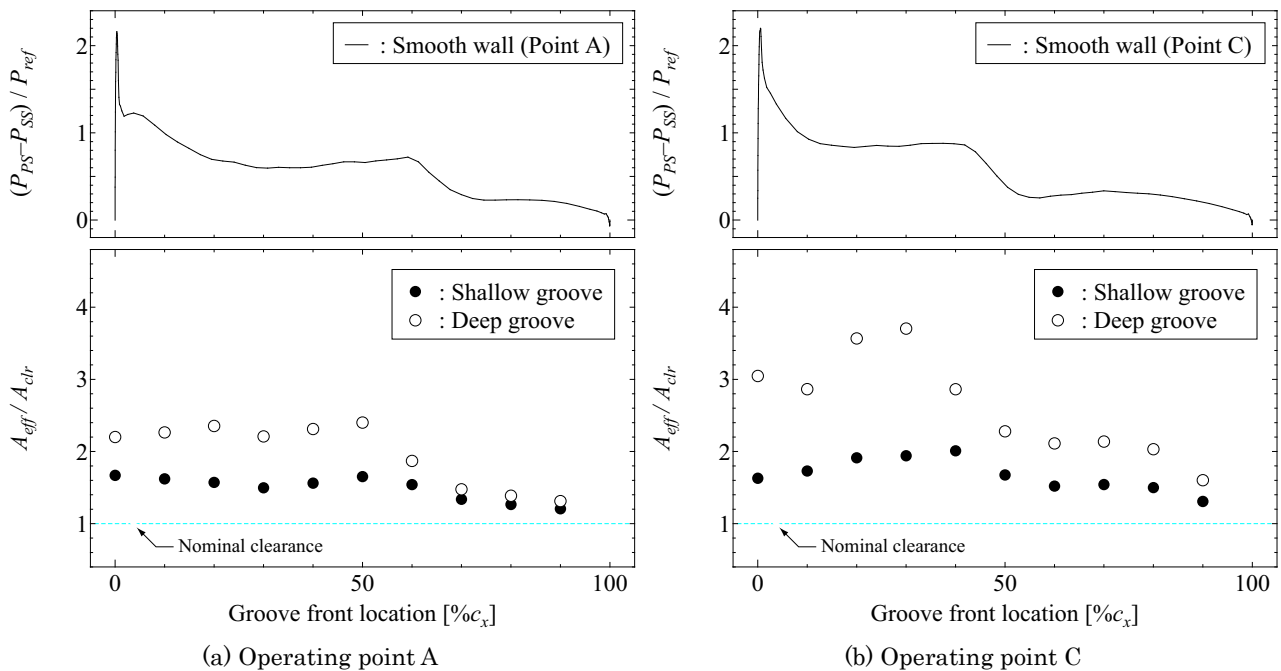


Figure 4.16 Correlation between blade tip pressure difference and effective leakage flow area

4.5.4 翼端負荷の変化と溝近傍の流れ構造

ここまで述べてきた溝近傍の流れの変化にはいずれも翼端負荷が大きい役割を果たしていたが、溝による変化によって翼端負荷もまた影響を受け、変化する。浅溝条件と深溝条件の99%翼高さ断面における翼面上圧力分布を smooth wall 条件と作動点 A 及び作動点 B について比較したものを図 4.17 に示す。なお、図中灰色により強調した箇所は解析において溝が存在する位置を表す。図から、いずれの溝条件においても共通した変化が確認できる。まず正圧面の圧力分布に着目すると、溝の前端部付近では圧力が低下し、後端部においては逆に圧力が上昇する。これらの変化の大きさは溝の位置によって異なるものの、前節までの有効翼端漏れ面積などの議論と同様、翼端負荷が大きい箇所ほど明確な変化を示しているように思われる。また、圧力の変化は溝の上流と下流にそれぞれ $5\%c_x$ ほど広がっており、トリートメント溝による圧力分布への影響は比較的広い領域にまたがるのがわかる。続いて負圧面の圧力分布に着目すると、正圧面とは逆に、溝前端部で圧力が上昇し、後端部で圧力が低下する。これらの変化もまた翼端負荷が大きい箇所ほどはっきりと確認できるが、全体的に変化の割合は正圧面に比べて小さく、ほとんど変化が捉えられないような溝条件も存在する。以上の圧力分布の変化によって、grooved wall 条件では smooth wall 条件に比べて溝前端部では翼負荷が低下し、溝後端部では翼負荷が増大する。溝前端部の翼負荷の低下は、溝によって局所的な翼端間隙が拡大したことによる効果であると解釈できる。一方溝後端部の翼負荷の上昇のうち負圧面の圧力低下については、溝直下から生じる翼端漏れ流れによる影響であると考えられる。詳細は後述するが、溝直下から発生する翼端漏れ流れは、拡大した有効翼端漏れ面積と低下した翼面間圧力差の影響によって、smooth wall 条件と比べて非常に小さい運動量をもって流路へと流れ出す。これによって図 3.38 で説明されるような、翼端から生じる渦層の一部が欠落する形となり、溝位置の下流から再度生じる渦層が再度翼端漏れ渦に似た流れを形成する。このような2つ目の翼端漏れ渦が翼負圧面に沿って流れる際に、翼面上の圧力が低下するものと推測される。翼端漏れ渦が翼に沿って流れることで負圧面の圧力が低下するといった現象は翼端間隙を極端に大きくした圧縮機で確認されており^[84, 85]、類似した現象であると推測される。これに対し、圧力面の圧力上昇は局所的な翼端間隙の拡大などでは説明が付かず、ケーシングトリートメントを施した際に特有の現象であると思われる。そこで、溝近傍の翼端における流れの様子を以下で概説する。

翼端部で溝の下面を出入りする流れの概念図を図 4.18(a)に示す。圧力の正圧面側では流路から溝内へ流れが流入し、圧力の低い負圧面側では溝内から流路へ流れが流出する。既に述べたように、溝に流入する流れは常に溝の後端部を通過して溝内へと流入し（図 4.18(a), 赤矢印）、逆に流出する流れは溝の前端部を通過する（図 4.18(a), 青矢印）。ここで、正圧面側から溝内に流入した流れは必ずしもすぐに負圧面側から流出するわけではなく、その大部分はしばらく溝内に留まり周方向に流されていく。同様に、負圧面側で流出する流れの大部分も元々溝内に存在していた流れからなる。従って翼端近傍では溝内の流れの入れ替えが行われている。

続いて、溝下面を出入りすることなく翼端漏れ流れを形成する流れの様子を図 4.18(b)に示す。溝直下を流れる翼端漏れ流れ（図 4.18(b), 水色矢印）は、溝の影響によって局所的な翼端負荷が軽減され、かつ有効翼端漏れ面積 A_{eff} が本来の翼端間隙の面積 A_{clr} に比べて大きい値をとることにより、smooth wall 条件時に比べて運動量が低下する。低い運動量を有するこのような翼端漏れ流れは溝とほぼ平行に流されていくが、一方そのすぐ下流で生じる漏れ流れ（図 4.18(b), 緑矢印）は smooth wall 条件時と変わらない高さの翼端間隙を通過するため、溝直下を流れる翼端漏れ流れに比べて翼となす角度が大きい。結果、これら2種類の翼端漏れ流れは翼端間隙内で干渉する。

翼面上圧力分布において、溝後端部の正圧面において圧力が上昇する様子が見られるのは、以上の理由により翼端間隙内で流れが干渉することによる影響であると推測される。このような流れの干渉は、溝後端部の翼端間隙を通過する流量を増やすことにもなり、高い圧力差によって駆動される流量の多い翼端漏れ流れは前述した2つ目の翼端漏れ渦を駆動する原動力となる。

なお、以上で述べた翼面上圧力分布の変化とは別に、config020 と config030 の作動点 C では、溝の位置とはまったく関係のない $0\% \sim 20\%c_x$ の範囲で smooth wall 条件に比べて正圧面の圧力が上昇する傾向にある。この変化は失速直前の作動点で翼端正圧面に接近するブロック領域が溝の効果によってその影響力を弱めたことを示すものである。

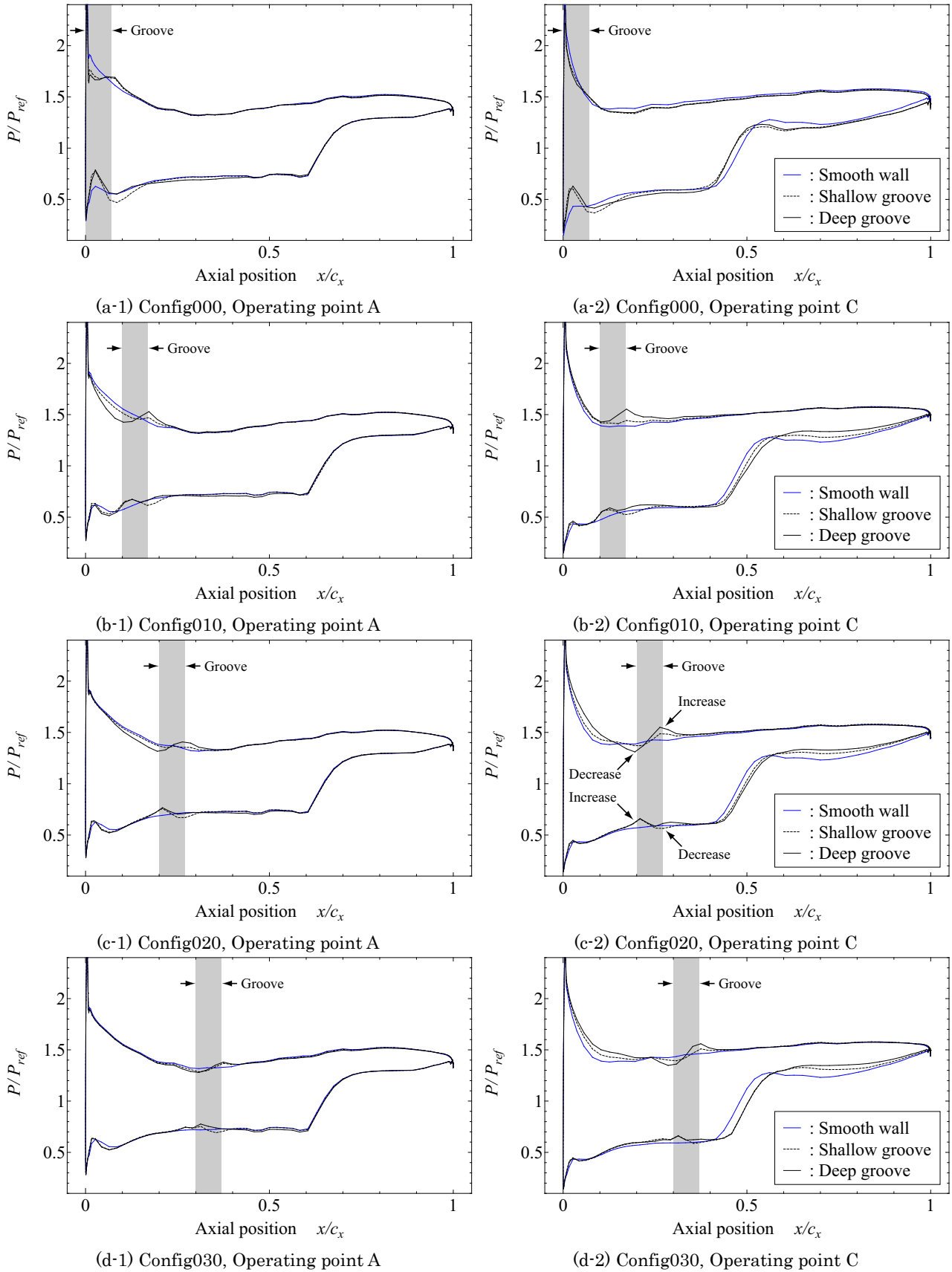


Figure 4.17 Comparison of blade surface pressure distribution at 99% blade height surface among smooth wall condition and grooved wall conditions (1/3)

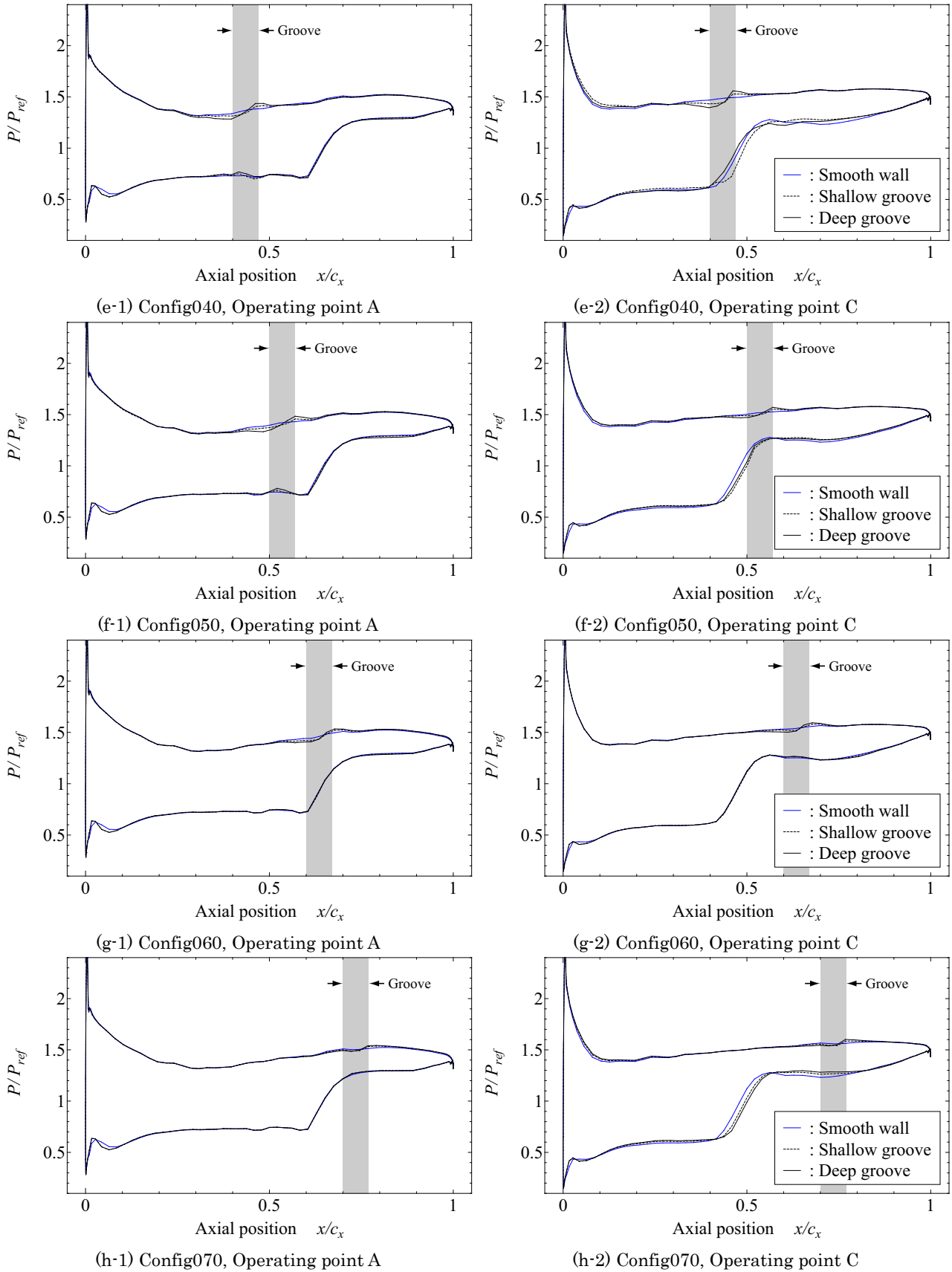


Figure 4.17 Comparison of blade surface pressure distribution at 99% blade height surface among smooth wall condition and grooved wall conditions (2/3)

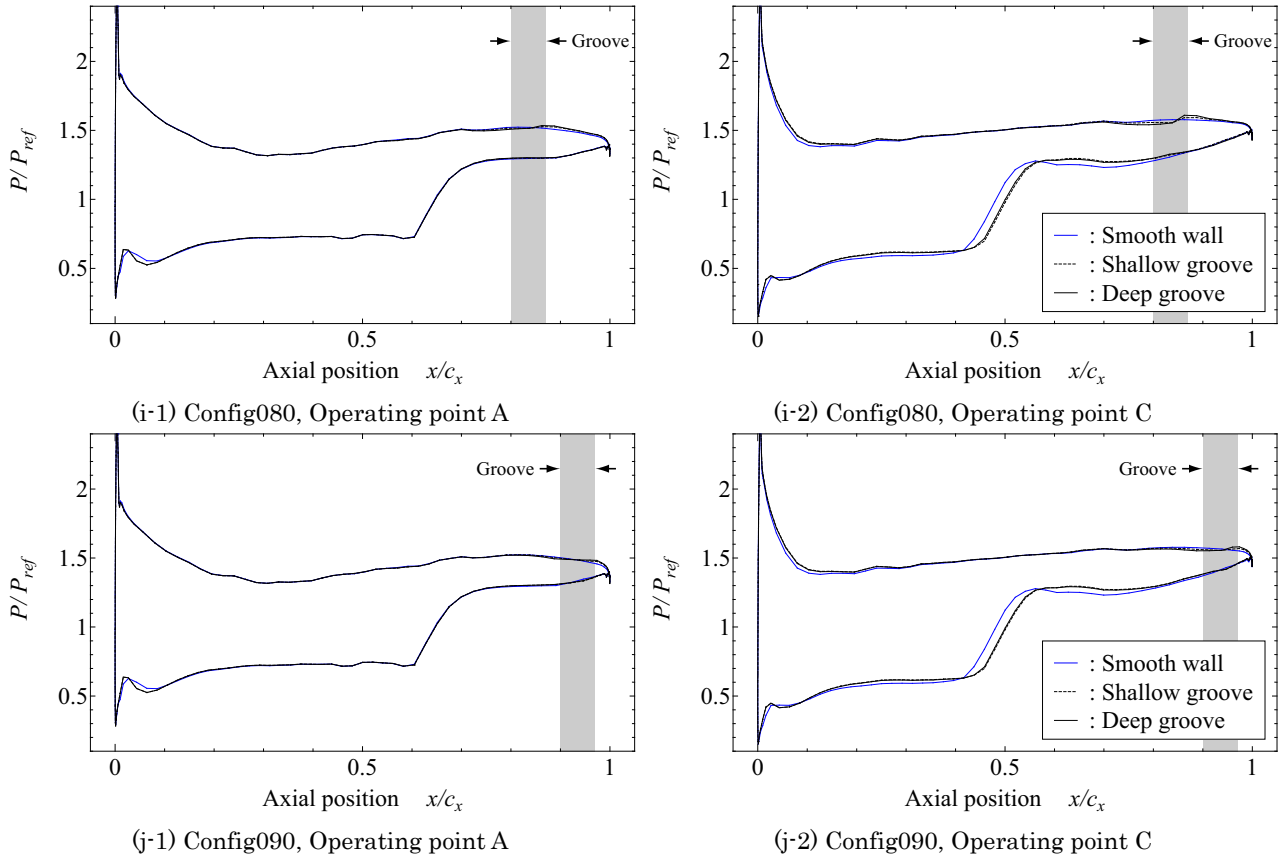


Figure 4.17 Comparison of blade surface pressure distribution at 99% blade height surface among smooth wall condition and grooved wall conditions (3/3)

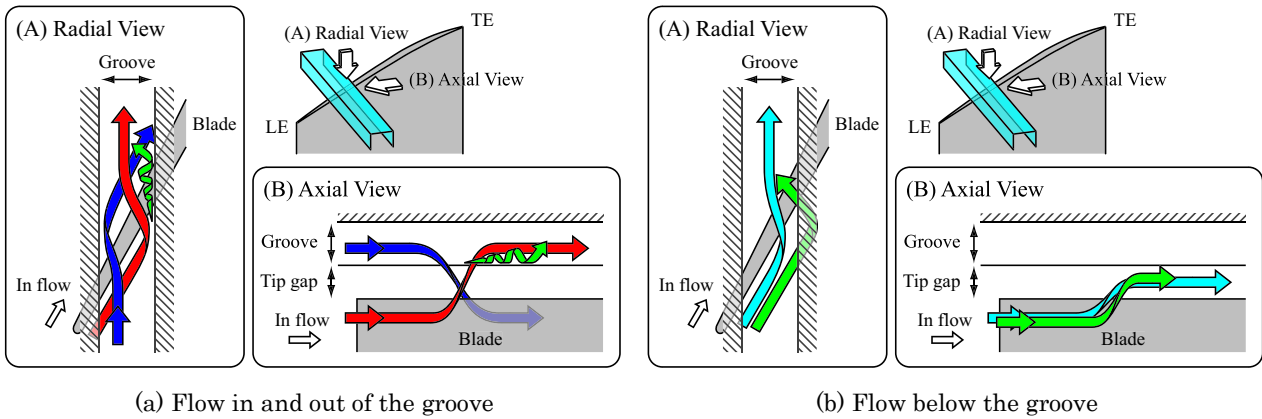


Figure 4.18 Schematic of flow structure at the blade tip in the region near the casing groove

4.5.5 壁面近傍流れ場の変化

ここまでの議論では、ケーシングトリートメントが翼端近傍の流れ場にもたらす変化として、有効翼端漏れ面積の拡大と翼端負荷の低減を挙げた。これら 2 つの変化は基本的には溝が施された位置における翼端負荷が高いほど顕著であった。しかし、例えば図 4.6 の失速マージン改善率と図 4.16 の有効翼端漏れ面積の変化を比較すると、必ずしも有効翼端漏れ面積の変化が大きい溝条件で高い失速抑制効果が得られるわけではないことがわかる。このことは失速を引き起こす要因に対して有効に作用し得る位置に溝が存在することが失速の抑制を図るうえで重要であることを示唆する。そこで本節では溝によってもたらされる翼端近傍の変化が、翼端漏れ渦や渦崩壊など NASA Rotor 37 の失速を引き起こす流れに対してどのように作用するかを観察し、起きている変化と失速マージン改善率との対応関係を議論する。

翼端漏れ流れの流線と運動量密度分布

作動点 C における翼端漏れ流れの流線、相対マッハ数分布、翼端漏れ流れの運動量密度及び漏れ流れの流れ角を smooth wall 条件と grooved wall 条件とで比較したものを図 4.19～図 4.28 に示す。図中(a)は smooth wall 条件における翼端漏れ流れの流線と相対マッハ数分布、図中(b)は翼端漏れ流れの運動量密度 Ψ とその軸方向成分 Ψ_x 及び翼端漏れ流れの流れ角 ϕ の分布、図中(c)と(d)はそれぞれ浅溝条件と深溝条件における翼端漏れ流れの流線と相対マッハ数分布を表す。なお流線は翼端間隙高さ 25%位置に発生点を配置することで作成し、無次元ヘリシティで色付けした。相対マッハ数のコンターは 96%スパン高さ断面における分布を表す。翼端漏れ流れの運動量密度 Ψ とその軸方向成分 Ψ_x 及び翼端漏れ流れの流れ角 ϕ は第 3 章 3.5.5 節で示した定義に従って算出した。

Smooth wall 条件の流線を再度確認すると、翼端漏れ流れの流れ角は翼端前縁からミッドコード付近までの範囲で概ね一定であることがわかる。漏れ流れの流線が翼面となす角は 60 度前後（軸方向となす角は 110 度前後）であり、翼から離れていく過程で翼端漏れ渦に合流する。ここで、翼端前縁で形成されてから衝撃波を通過し渦崩壊を引き起こすまでの間に翼端漏れ渦の形成に寄与するのは翼端の前縁から 30%コード長位置付近までの範囲から生じる漏れ流れである。

Grooved wall 条件では、溝直下で生じた翼端漏れ流れは周囲の漏れ流れよりも小さい流れ角で下流へ流れていく。これは溝位置における翼面間圧力差の低下と、溝による有効翼端漏れ面積の拡大によって翼端漏れ流れの運動量が局所的に低減されるためである。いずれの溝条件においても、溝直下で Ψ が減少している様子が図中(b)から読み取れる。このとき浅溝条件と深溝条件とを比較すると全体的に深溝条件のほうが溝直下における Ψ の減少量が大きい。このことは浅溝条件よりも深溝条件のほうが有効翼端漏れ面積が大きくなる（図 4.16）ことを反映していると推測される。また config000 の溝を除く全ての溝条件において溝直下における漏れ流れの流れ角は 90 度（すなわち $\Psi_x = 0$ ）となっている。以上のような全体を通して共通した傾向を除けば、翼端漏れ流れの運動量密度と流れ角の変化の度合いや、翼端漏れ流れの変化が翼端漏れ渦を始めとする壁面近傍の流れ場に及ぼす影響は溝位置によって異なる。

まず config000 の条件では、溝直下から生じた翼端漏れ流れは smooth wall 条件時と同様、翼端漏れ渦を形成する。しかし溝によって前縁における翼端負荷が低下するため、翼端漏れ渦の発生点は翼端前縁ではなく、やや下流の位置へ移動する。また発生点だけでなく、翼端漏れ渦の翼負圧面からの立ち上がりも遅れるが、この傾向は特に溝直下の翼端漏れ流れの運動量密度の低下が大きい深溝条件において顕著である。

続いて config010, 020, 030 の条件では溝の直下における翼端漏れ流れの運動量が低減され、その進行方向が変化する結果、翼端漏れ渦を形成する渦層が分断される。溝直下から生じる翼端漏れ流れは 2 つ目の翼端漏れ渦を形成し、溝位置よりも下流から生じる翼端漏れ流れは 1 つ目の翼端漏れ渦ではなく、この 2 つ目の翼端漏れ渦に合流する。このようにして翼端漏れ渦が分断されたことによって生じる空間は、翼端漏れ渦よりも低いスパン高さを通り、翼端漏れ渦に巻き取られるようにして空いた空間へと流れ込む流路流れによってその大部分が補填される。Config020D 条件におけるこのような流れの軸方向運動量密度 Ψ_x の分布及び流線を図 4.29 に示す。ここで図 4.29(a)と(b)はそれぞれ smooth wall 条件と config020D 条件における壁面近傍の流れの軸方向運動量密度 Ψ_x の分布を、図 4.29(c)は smooth wall 条件と config020D 条件における Ψ_x

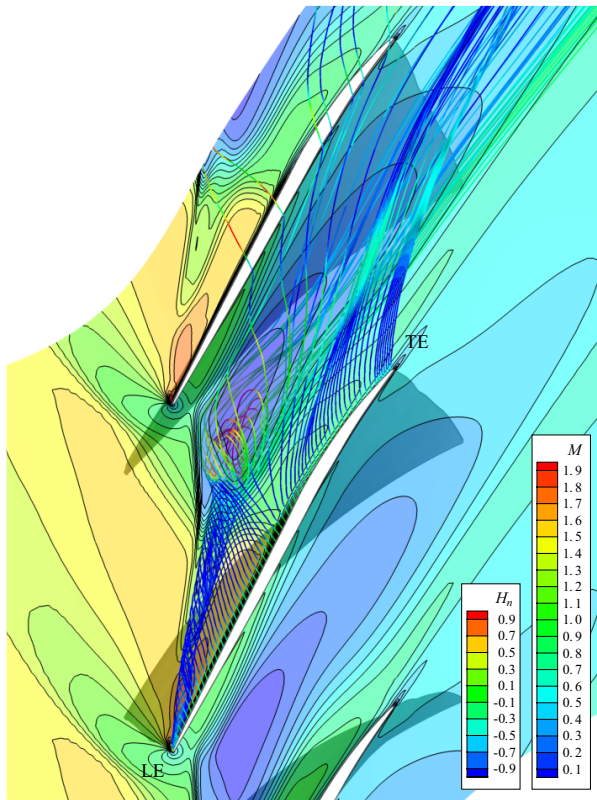
の差分 $\Delta\Psi_x$ (式(4.7)) の分布を、図 4.29(d)は翼端漏れ流れと、翼端漏れ渦に巻き取られた流路流れをそれぞれ無次元ヘリシティで色付けした流線と黒い流線で示している。

$$\Delta\Psi_x = (\Psi_x)_{GW} - (\Psi_x)_{SW} \quad (4.7)$$

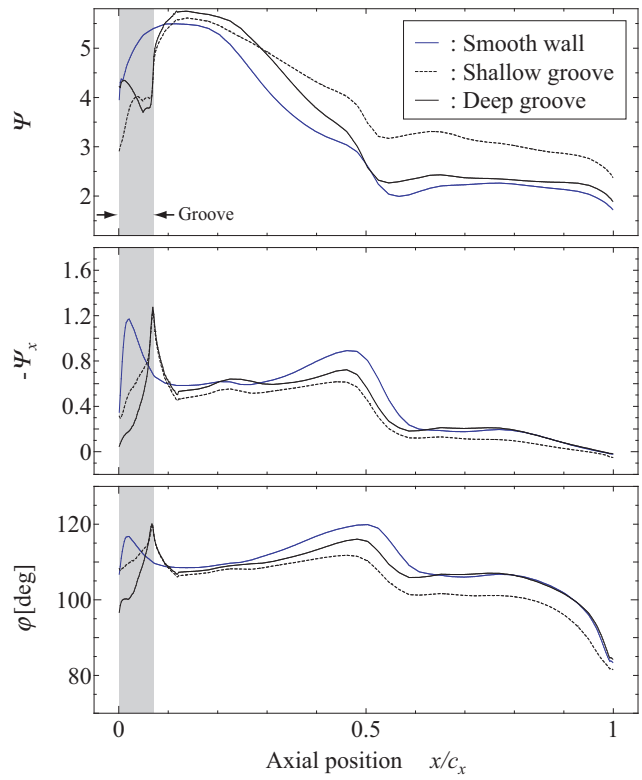
翼端漏れ渦が分断されたことによって生じた空間を補填する流路流れは、翼面間圧力差によって駆動される翼端漏れ流れとは異なり、軸方向に対向する速度成分をほとんど持たない。図 4.30(c)より、config020D 条件における壁面近傍流れの軸方向運動量密度 Ψ_x は、翼端漏れ渦が分断された位置で smooth wall 条件に比べて増大していることが分かる。これはすなわち、溝を施したことによって翼端漏れ渦を構成する壁面近傍流れの、主流に対向する速度成分が一部減少したことを意味する。ここで図 4.20~図 4.22 に戻り、翼端漏れ渦の流線と翼端漏れ渦の挙動に着目する。トリートメント溝の影響によって生じた 2 つ目の翼端漏れ渦は、1 つ目の翼端漏れ渦よりも大きい流れ角で下流へと流れていき、その過程で 1 つ目の翼端漏れ渦に合流する。ここで config010, 020 条件において 1 つ目の翼端漏れ渦が衝撃波を通過するのは 2 つ目の翼端漏れ渦が合流した後であり、1 つになった翼端漏れ渦は smooth wall 条件と同様衝撃波との干渉によって渦崩壊を引き起こす。一方 config030 条件において 2 つ目の翼端漏れ渦が 1 つ目の翼端漏れ渦に合流するのは 1 つ目の翼端漏れ渦が衝撃波を通過した後であり、そのため 2 つの翼端漏れ渦は別々に衝撃波と干渉する。Config030 よりも溝の位置が下流の条件に着目すると、溝直下から生じた翼端漏れ流れは上記の条件などと比べるとそれほど明確な渦構造を形成しない。図 4.23~図 4.28 から、翼端漏れ渦や翼端漏れ渦と衝撃波との干渉にも基本的に影響を及ぼさず、溝位置よりも下流で生じた翼端漏れ流れと共にまとまって下流へと流されていく。

続いて相対マッハ数分布に注目すると、config000 の条件では翼端漏れ渦と衝撃波の干渉位置の下流に形成される低速領域の中心速度が他の条件に比べて低く、かつ低速領域が smooth wall 条件時に比べてピッチ方向に広く拡大していることがわかる。これに対して、config010~config030 の条件では渦崩壊による低速領域は全体的に他の条件に比べてやや小さい。翼端漏れ流れの変化によって衝撃波の上流で翼端漏れ渦が分断されたことで、衝撃波と翼端漏れ渦の干渉が弱まっていると推測される。Config030 では 2 つに分断された翼端漏れ渦がそれぞれ衝撃波と干渉することによって 2 つの低速領域が形成されている。一方、config030 よりも溝の位置が下流の条件では溝による翼端漏れ流れの変化が翼端漏れ渦の挙動などに作用しないため、渦崩壊によって形成される低速領域にも特に大きな変化は認められない。

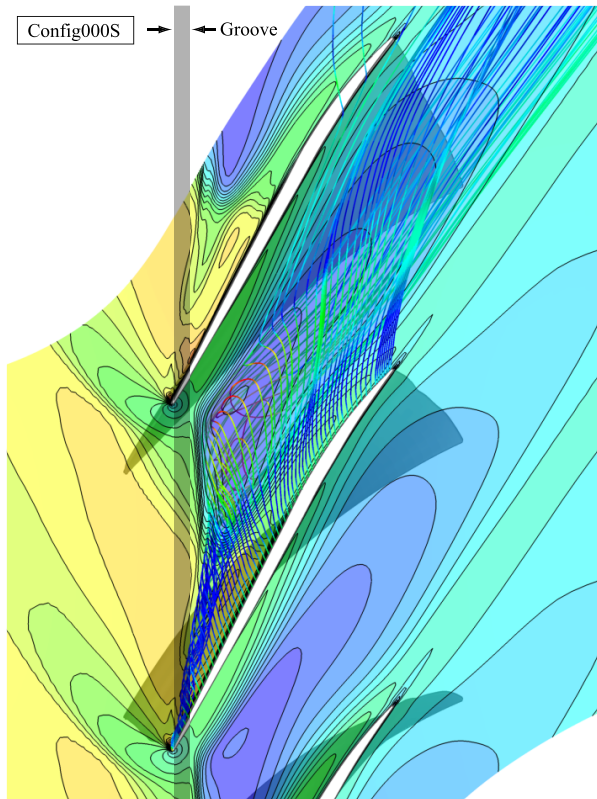
以上の条件のうち config000~config020 条件の溝によって運動量が低減されるのは、いずれも smooth wall 条件において翼端漏れ渦の一部を構成していた翼端漏れ流れである。前章で述べたとおり、翼端漏れ流れと主流との界面の位置、ひいては翼端漏れ渦の軌跡は主流と翼端漏れ流れとの運動量のバランスによって決まると考えられる。Config000D~config030D 条件の作動点 C における翼端漏れ渦の中心の軌跡を図 4.30 に示す。ここで config010D などのように翼端漏れ渦が途中で分断されるような条件に対しては、1 つ目の翼端漏れ渦の中心をプロットし、smooth wall 条件における軌跡と比較した。Config000D では翼端漏れ渦の巻き上がりが遅れる結果、翼端漏れ渦が smooth wall 条件時に比べて翼負圧面に近い位置を通過することが図からも確認できる。前章の図 3.43 で示したように、Rotor 37 において翼端漏れ渦が通過する経路は作動負荷によってほとんど変化しないため、ここに示した config000D による変化はかなり大きい変化であると言える。続いて config010D と config020D 条件では、それぞれの条件に対応する色の矢印で図中に示した位置を境に翼端漏れ渦の軌跡が曲げられる。これは翼端漏れ渦の一部を構成する翼端漏れ流れの進行方向が変えられ、翼端漏れ渦が分断されたことによる影響である。図 4.29(c)について上述したように、分断された翼端漏れ渦によって生じた空間を補填する流路流れは主流に対向する運動量密度成分が小さく、そのため smooth wall 条件に比べて翼端漏れ渦の通過する経路が流路下流側、すなわち翼背側の方向へと主流によって押し込まれたものと推測される。以上のような翼端漏れ渦の軌跡の変化は、翼端漏れ渦が衝撃波と干渉する位置も変化させる。翼端漏れ渦が翼背側に近い位置を通過するように変化する結果、config000D~ config020D では渦崩壊によって生じる低速領域が隣接翼から離れ、翼背側に近づく効果が認められた。これに対し、config030D では翼端漏れ渦の軌跡に特に変化は見られない。これは config030D によって運動量が低減される翼端漏れ渦は元々翼端漏れ渦の形成に寄与しない翼端漏れ流れであるためである。



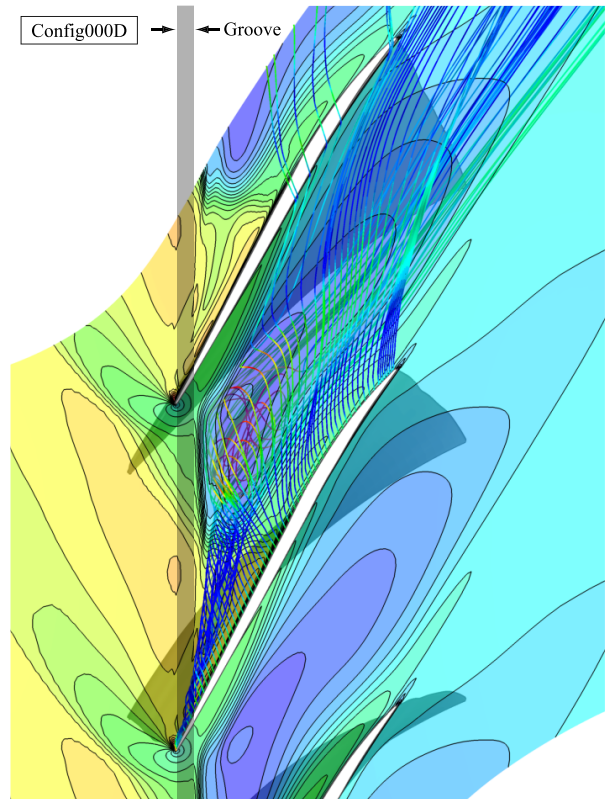
(a) Smooth wall



(b) Leakage flow momentum density and flow angle

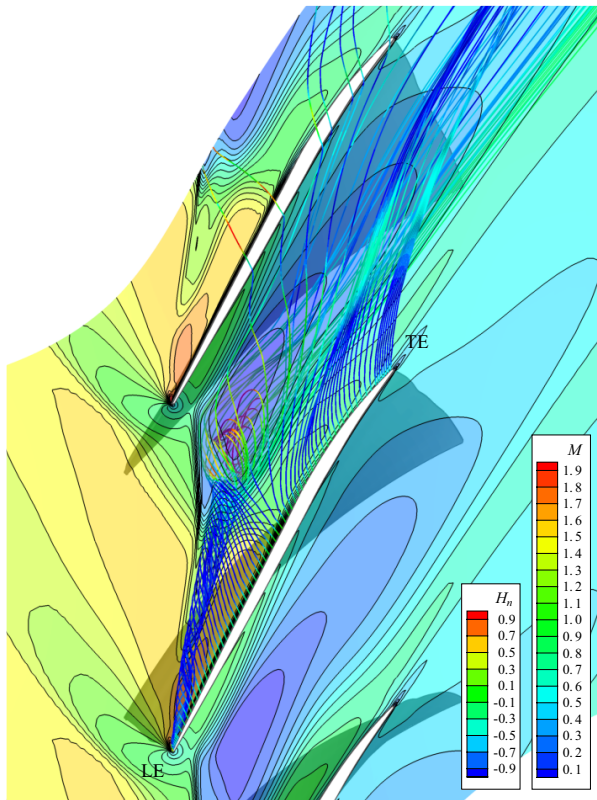


(c) Shallow groove (Config000S)

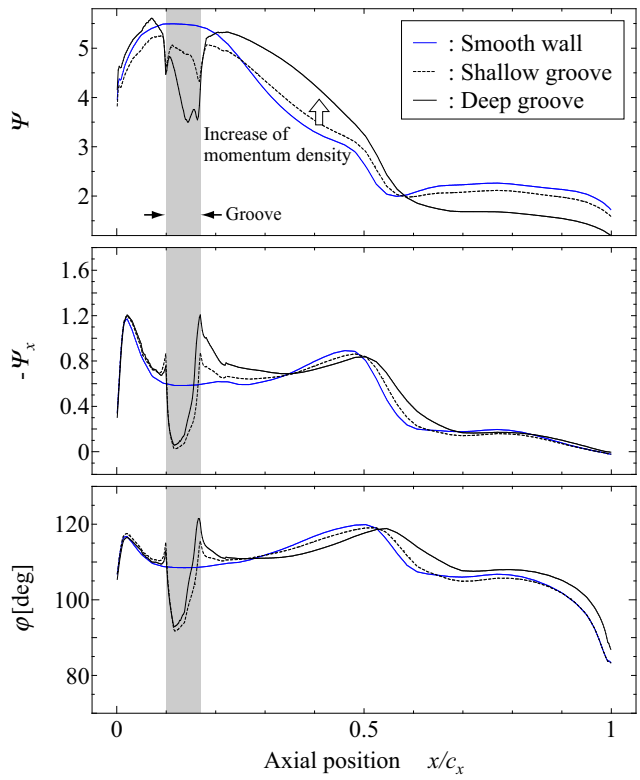


(d) Deep groove (Config000D)

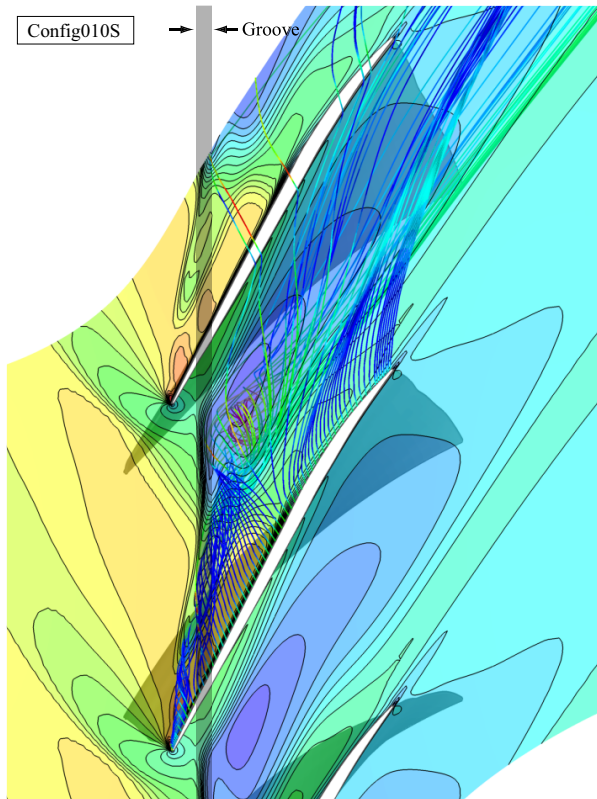
Figure 4.19 Comparison of leakage flow streamlines, relative Mach number distribution at 96% span height and leakage flow momentum density among smooth wall condition and grooved wall conditions (Config000)



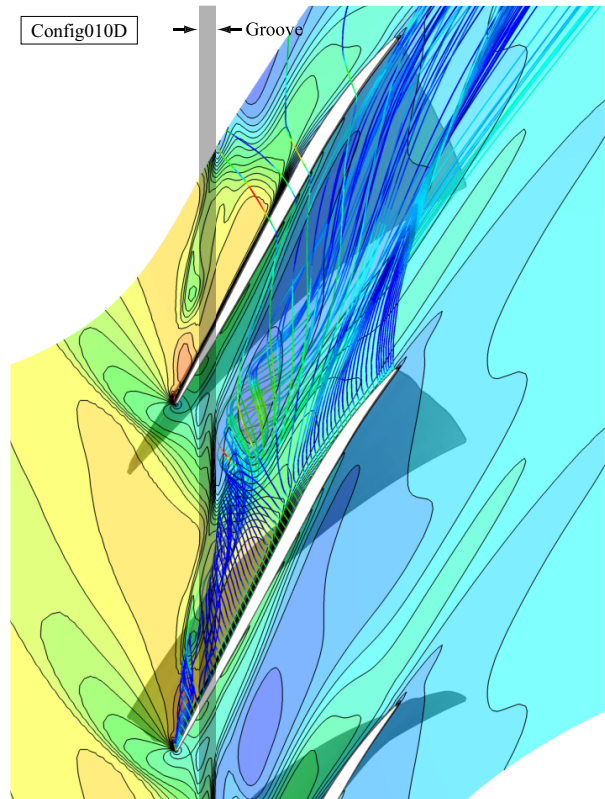
(a) Smooth wall



(b) Leakage flow momentum density and flow angle

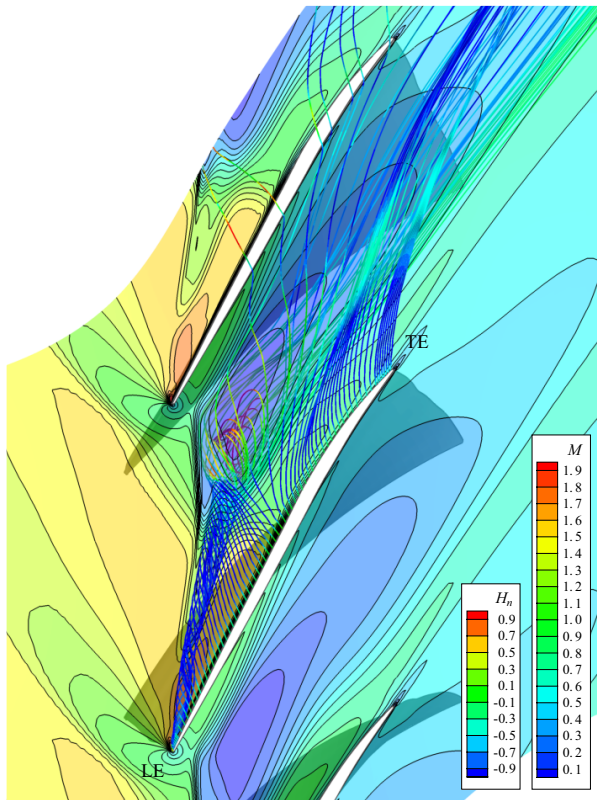


(c) Shallow groove (Config010S)

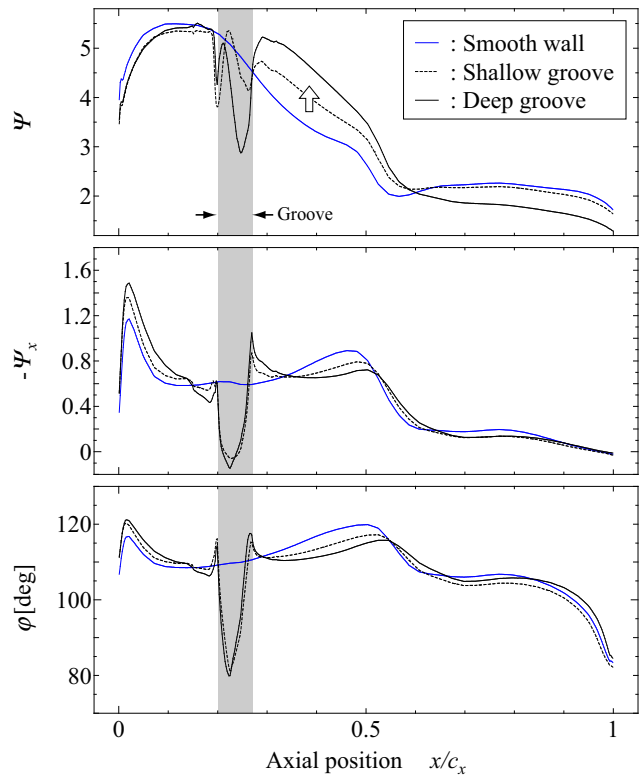


(d) Deep groove (Config010D)

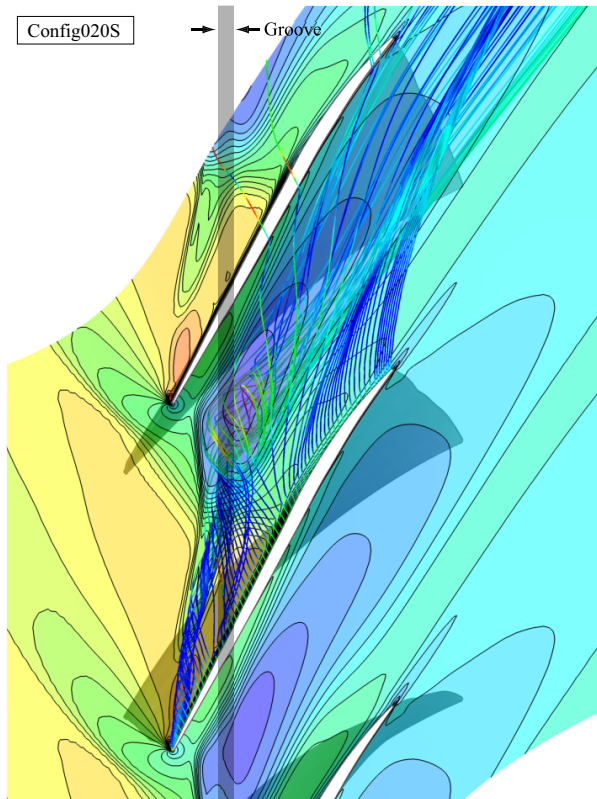
Figure 4.20 Comparison of leakage flow streamlines, relative Mach number distribution at 96% span height and leakage flow momentum density among smooth wall condition and grooved wall conditions (Config010)



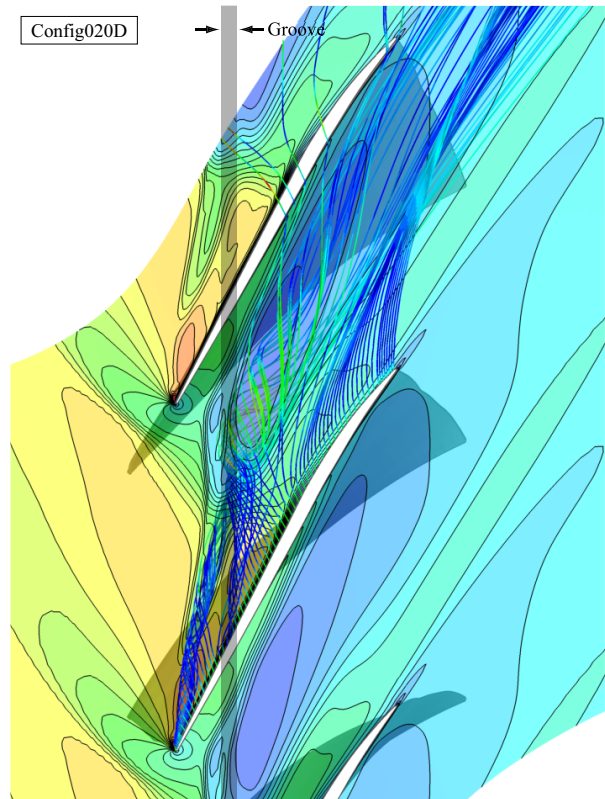
(a) Smooth wall



(b) Leakage flow momentum density and flow angle



(c) Shallow groove (Config020S)



(d) Deep groove (Config020D)

Figure 4.21 Comparison of leakage flow streamlines, relative Mach number distribution at 96% span height and leakage flow momentum density among smooth wall condition and grooved wall conditions (Config020)

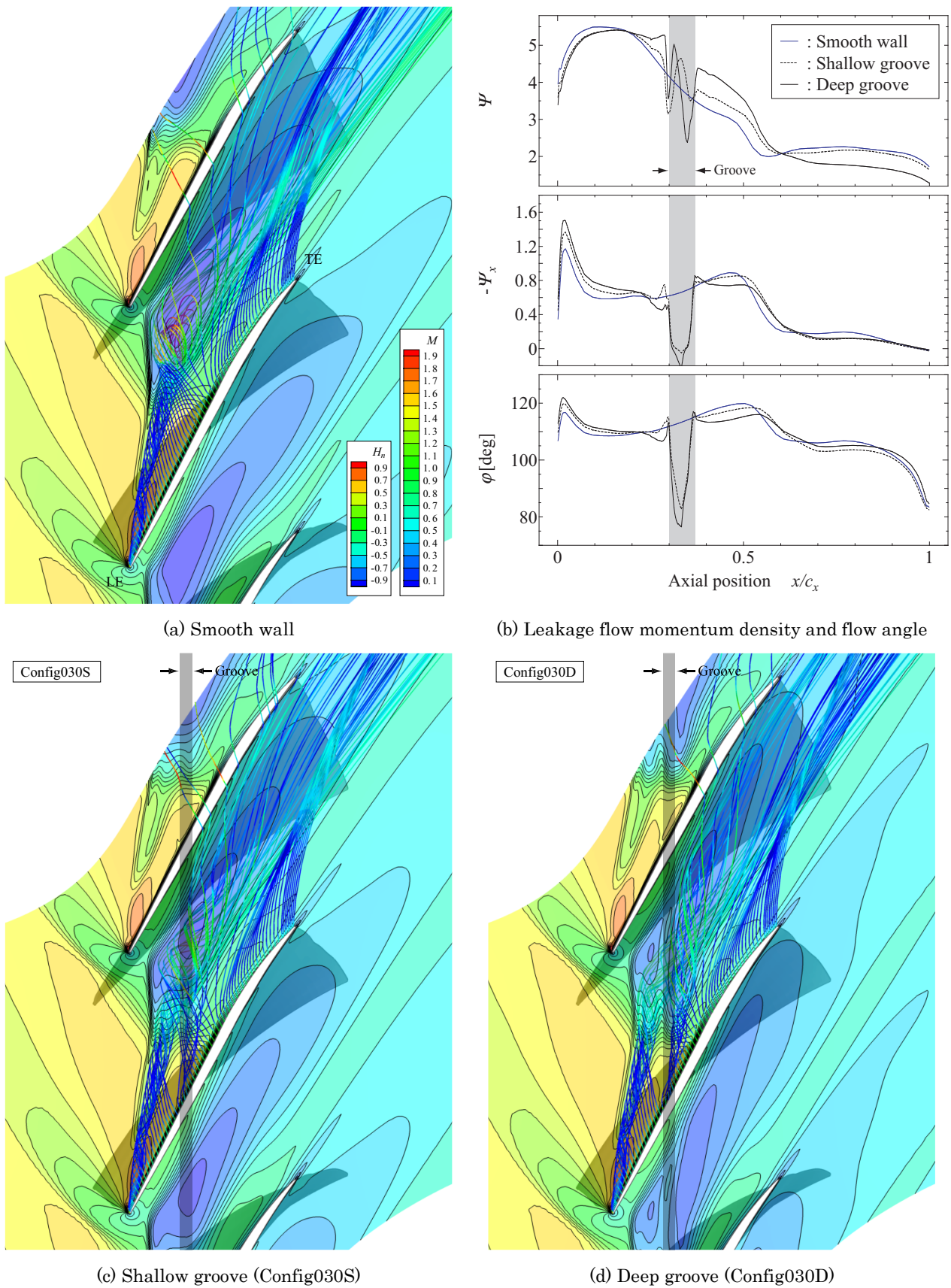
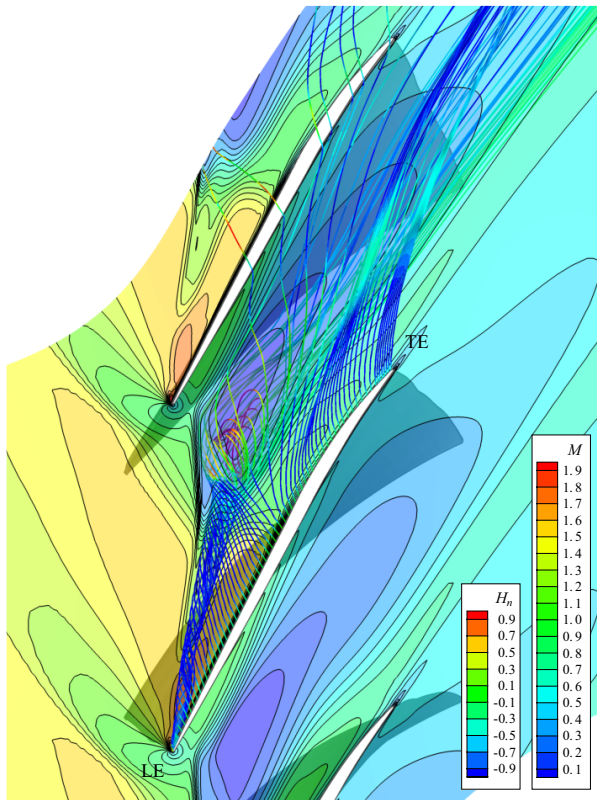
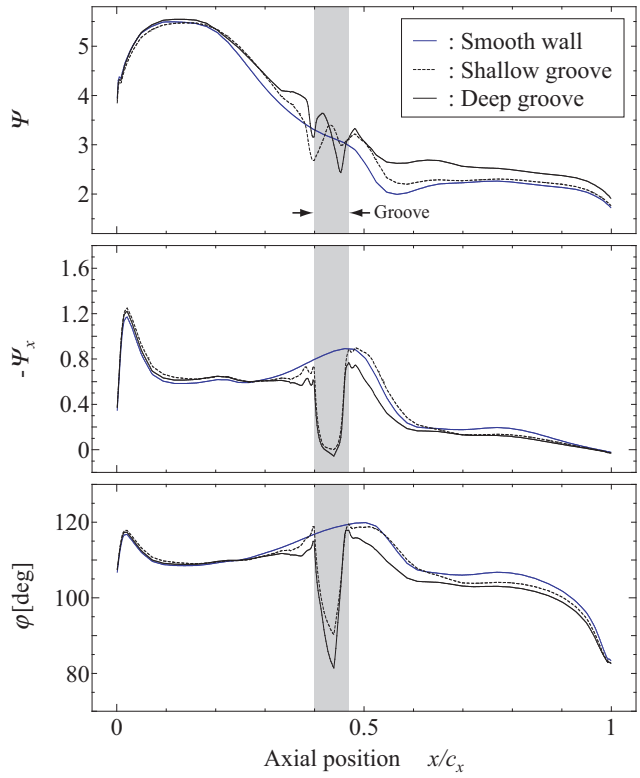


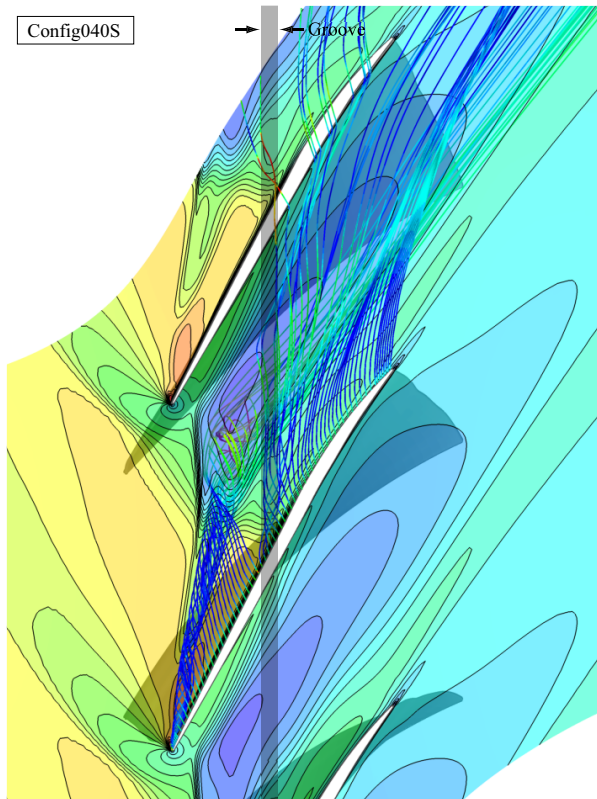
Figure 4.22 Comparison of leakage flow streamlines, relative Mach number distribution at 96% span height and leakage flow momentum density among smooth wall condition and grooved wall conditions (Config030)



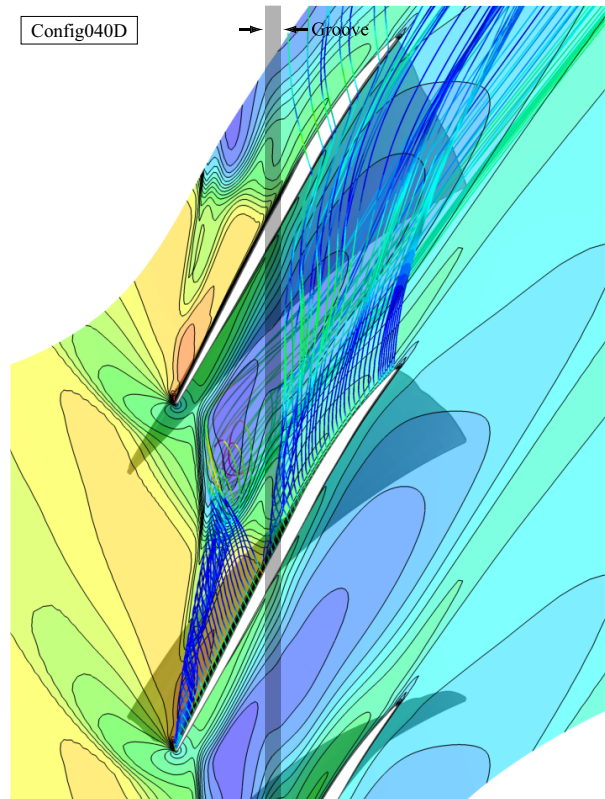
(a) Smooth wall



(b) Leakage flow momentum density and flow angle

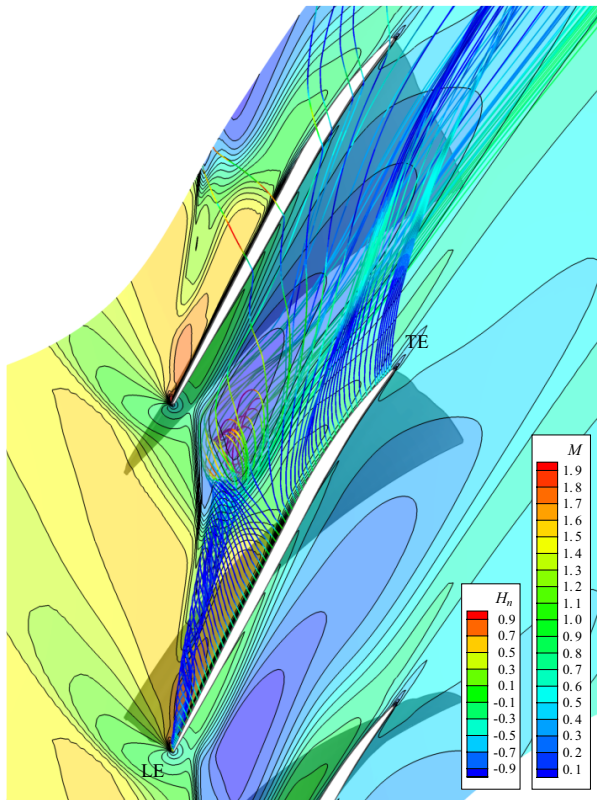


(c) Shallow groove (Config040S)

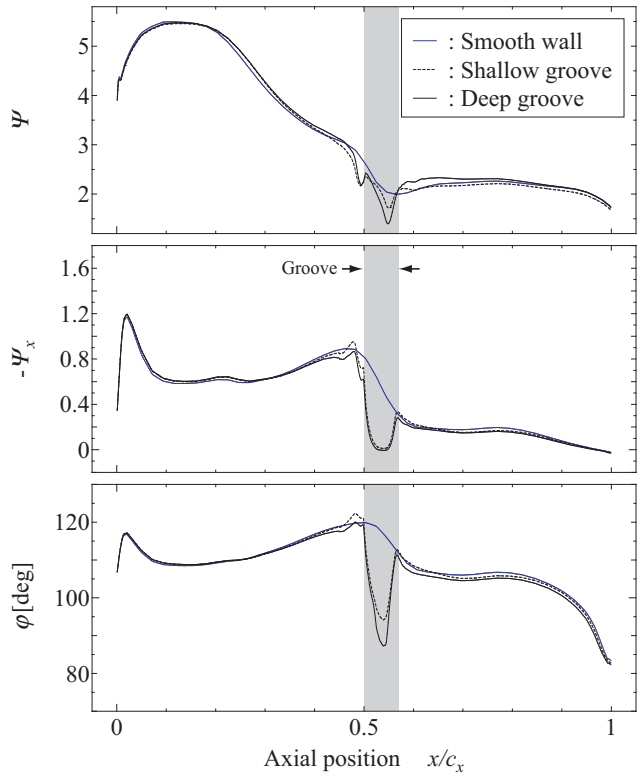


(d) Deep groove (Config040D)

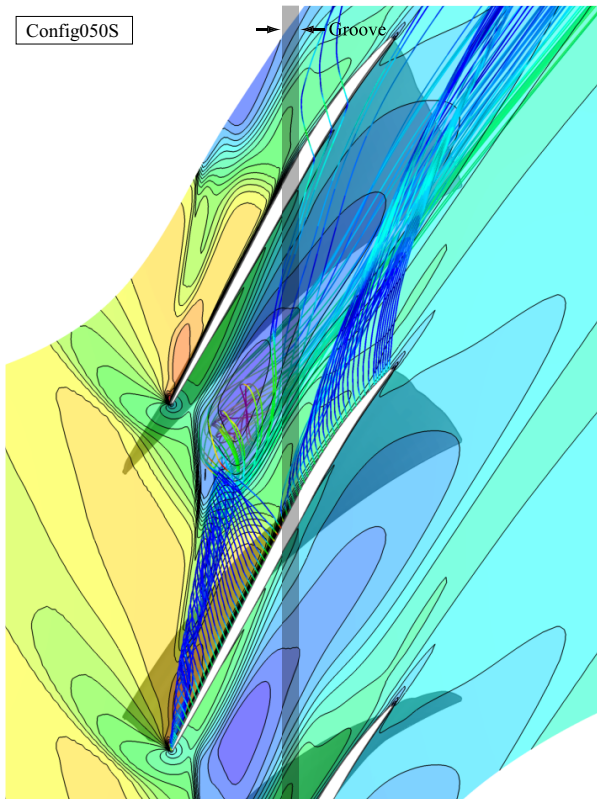
Figure 4.23 Comparison of leakage flow streamlines, relative Mach number distribution at 96% span height and leakage flow momentum density among smooth wall condition and grooved wall conditions (Config040)



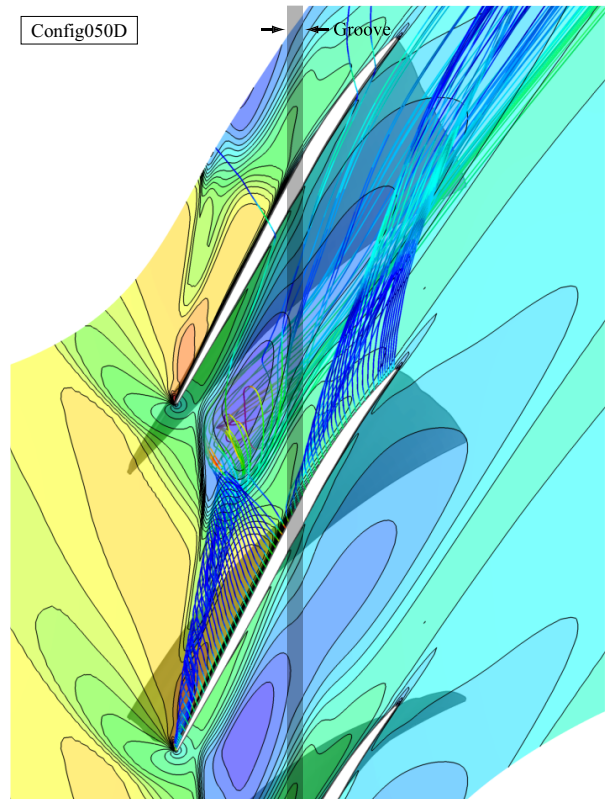
(a) Smooth wall



(b) Leakage flow momentum density and flow angle

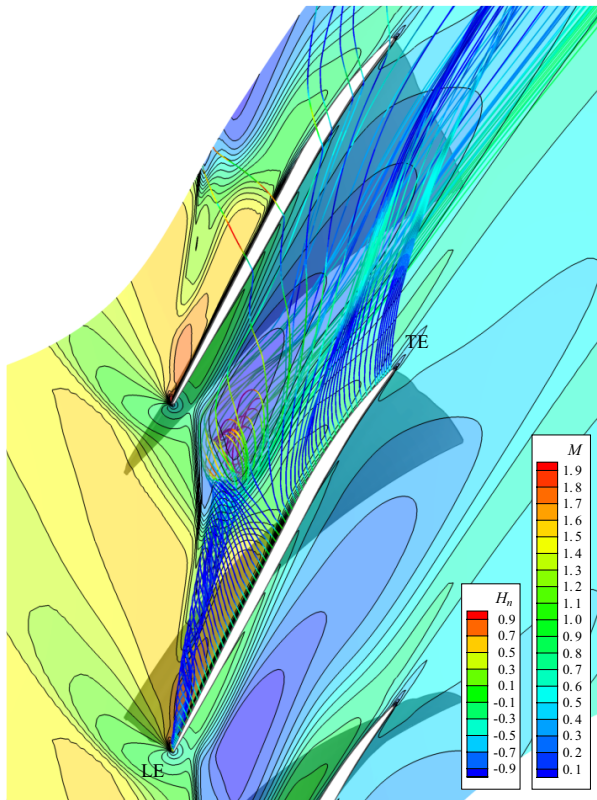


(c) Shallow groove (Config050S)

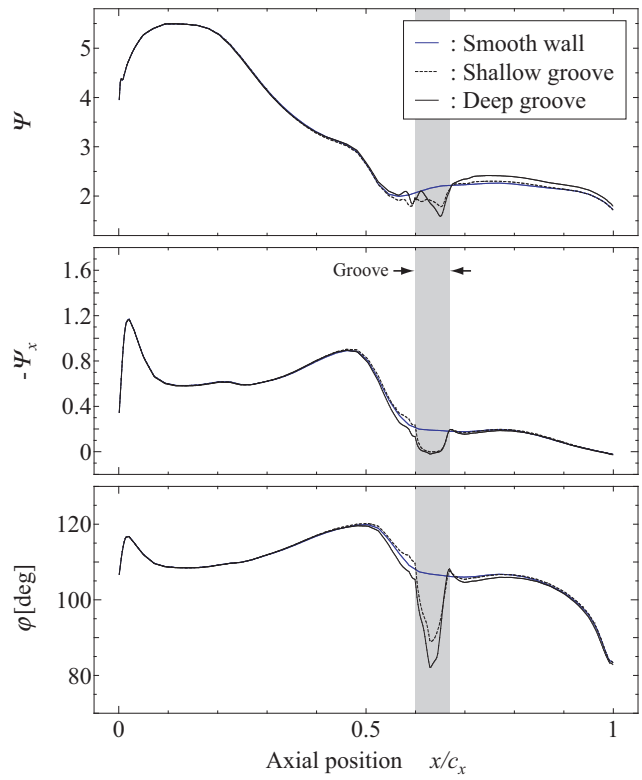


(d) Deep groove (Config050D)

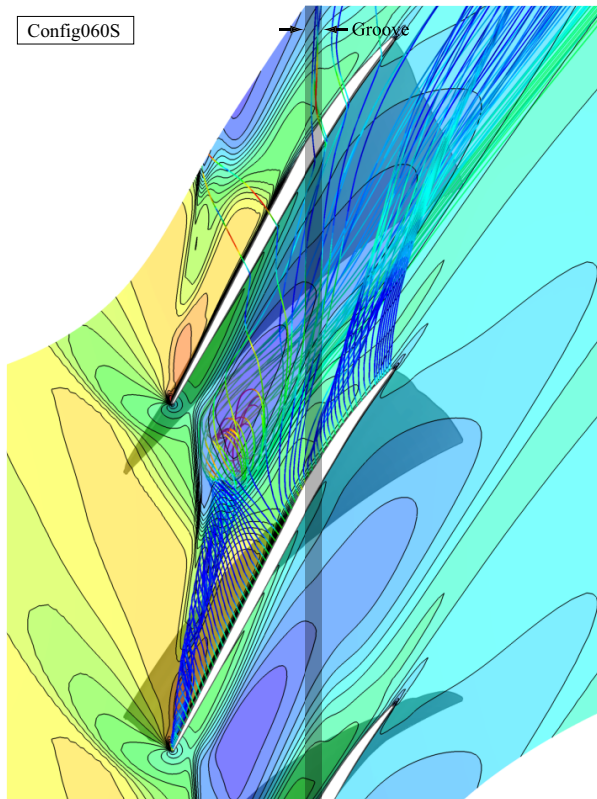
Figure 4.24 Comparison of leakage flow streamlines, relative Mach number distribution at 96% span height and leakage flow momentum density among smooth wall condition and grooved wall conditions (Config050)



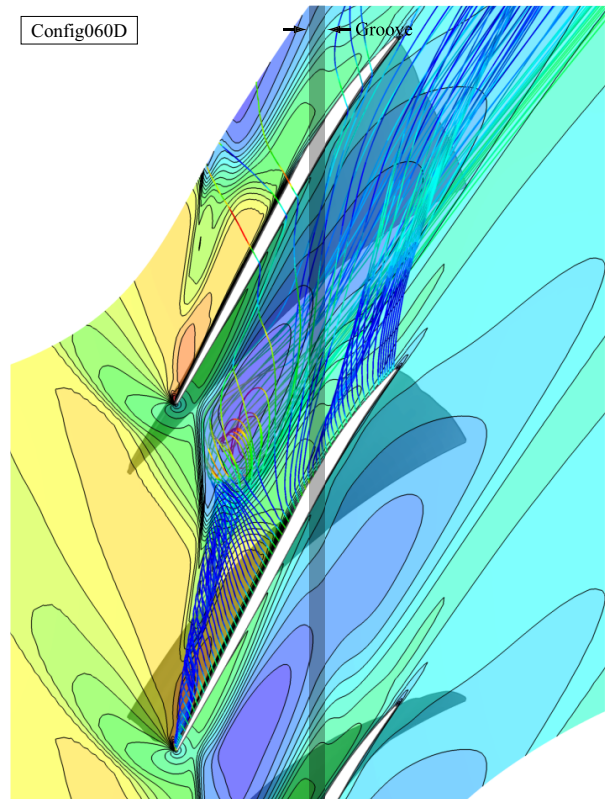
(a) Smooth wall



(b) Leakage flow momentum density and flow angle

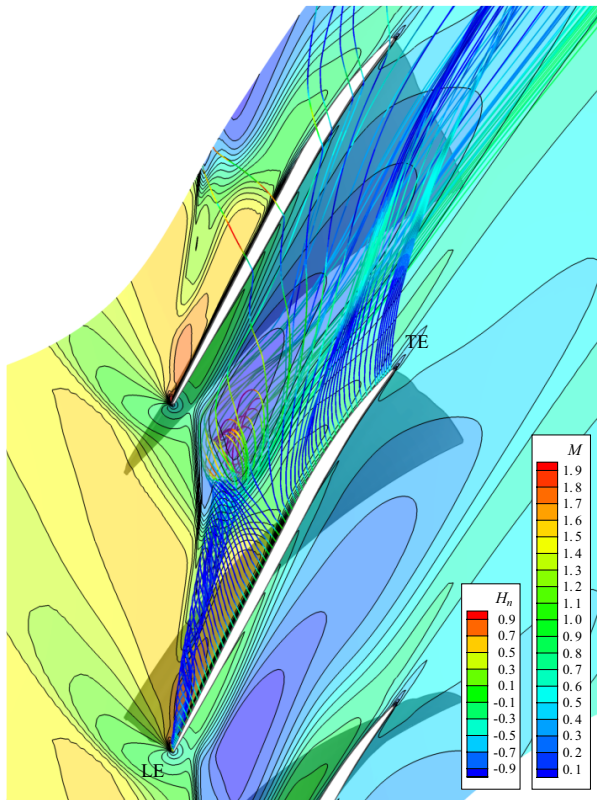


(c) Shallow groove (Config060S)

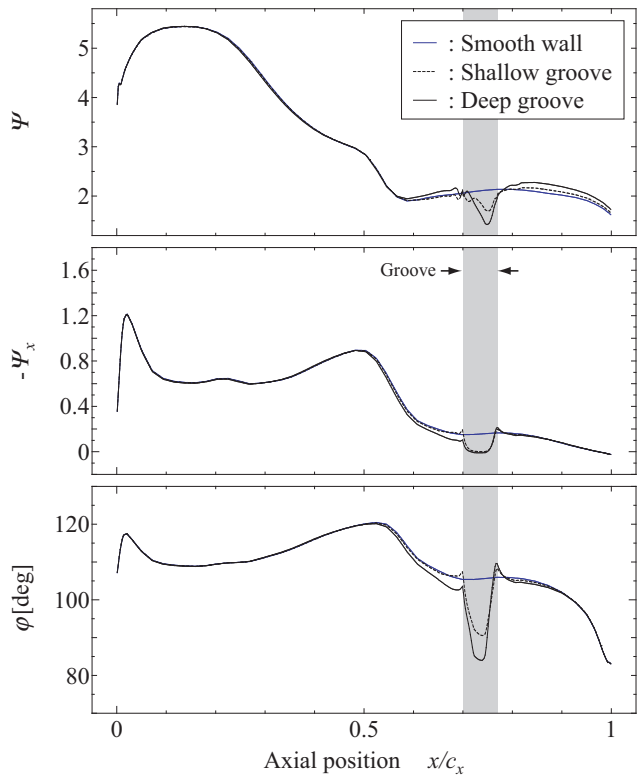


(d) Deep groove (Config060D)

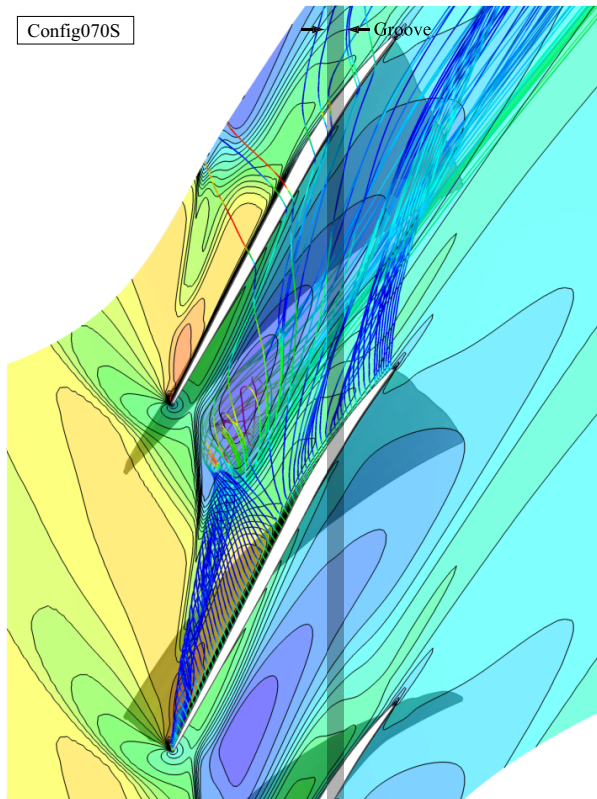
Figure 4.25 Comparison of leakage flow streamlines, relative Mach number distribution at 96% span height and leakage flow momentum density among smooth wall condition and grooved wall conditions (Config060)



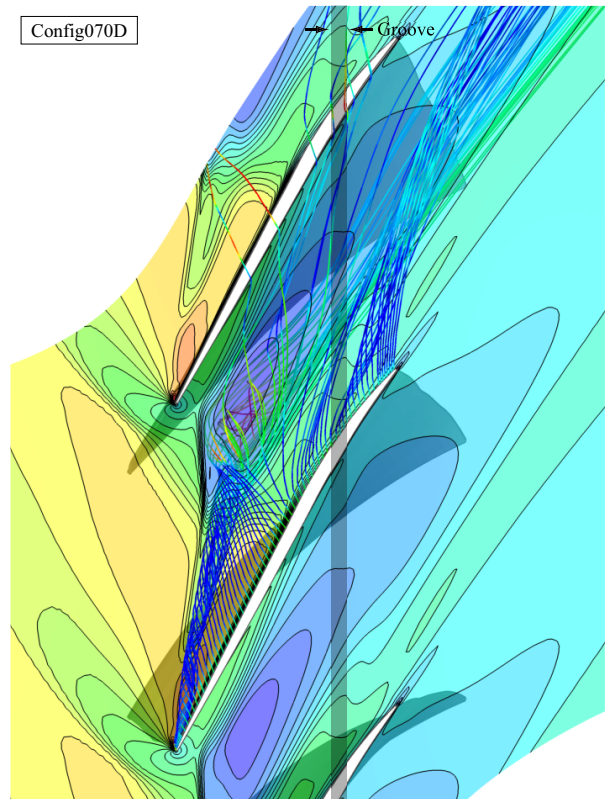
(a) Smooth wall



(b) Leakage flow momentum density and flow angle

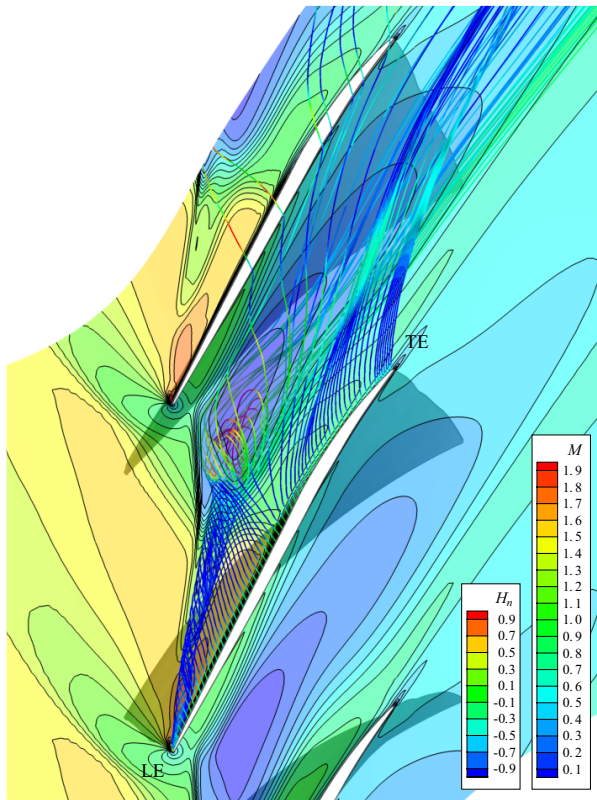


(c) Shallow groove (Config070S)

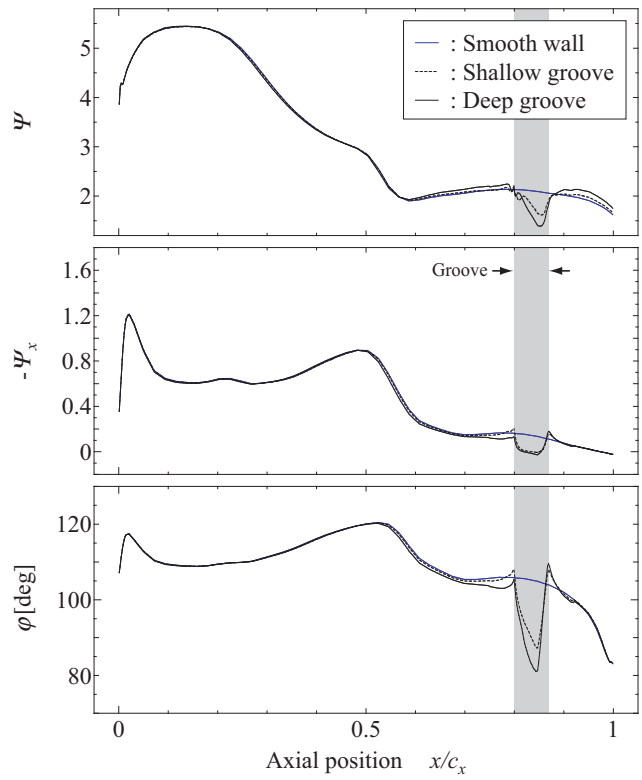


(d) Deep groove (Config070D)

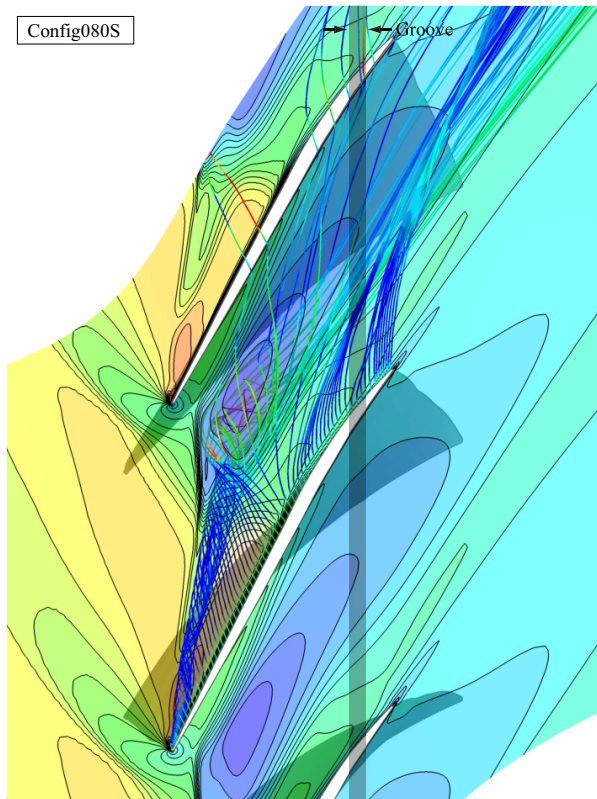
Figure 4.26 Comparison of leakage flow streamlines, relative Mach number distribution at 96% span height and leakage flow momentum density among smooth wall condition and grooved wall conditions (Config070)



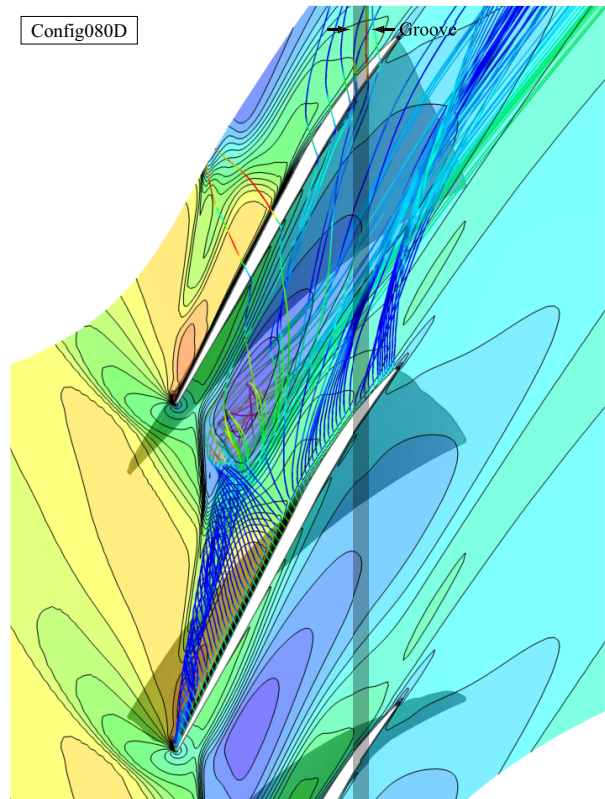
(a) Smooth wall



(b) Leakage flow momentum density and flow angle



(c) Shallow groove (Config080S)



(d) Deep groove (Config080D)

Figure 4.27 Comparison of leakage flow streamlines, relative Mach number distribution at 96% span height and leakage flow momentum density among smooth wall condition and grooved wall conditions (Config080)

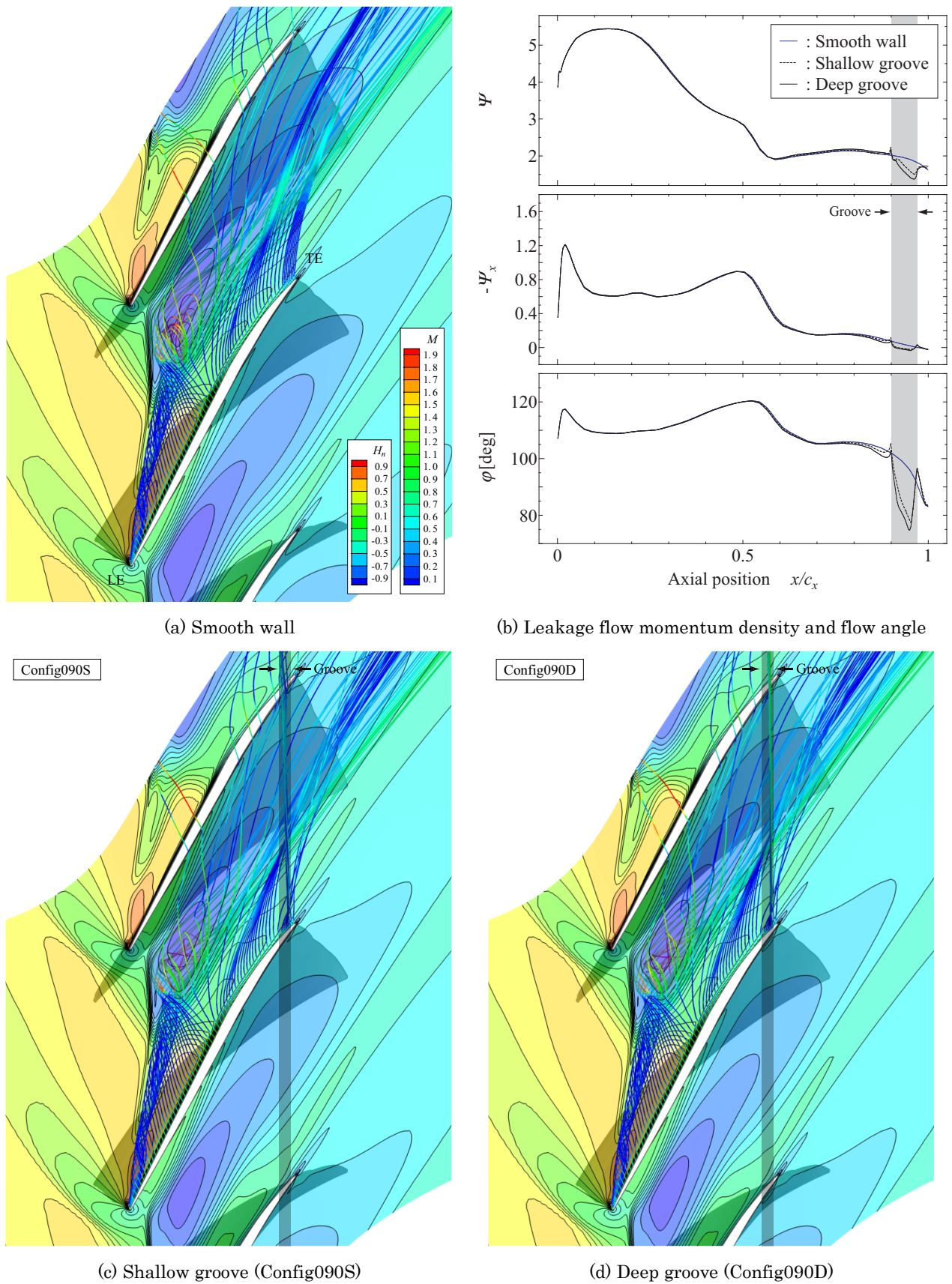
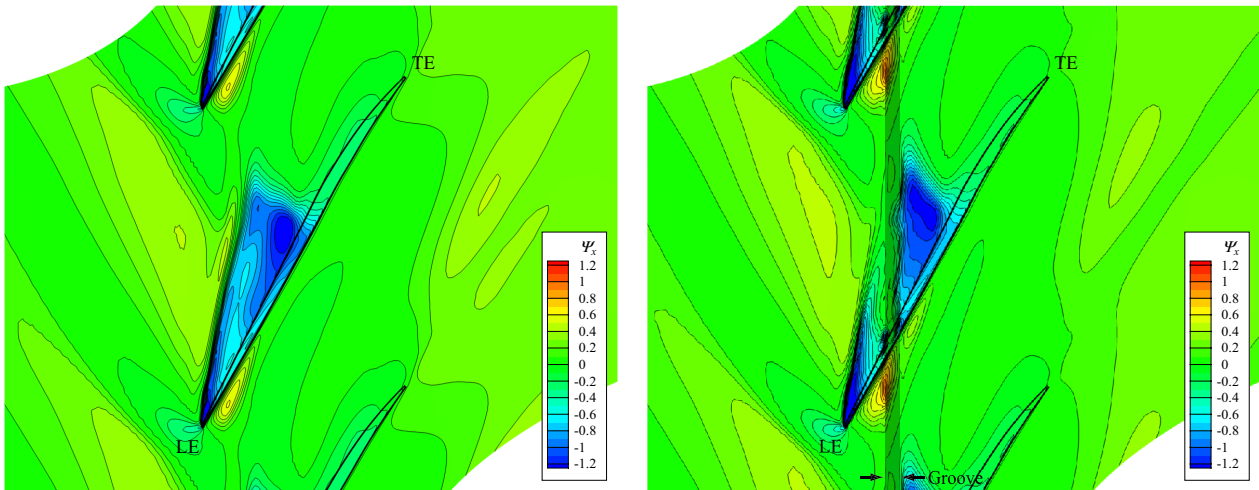
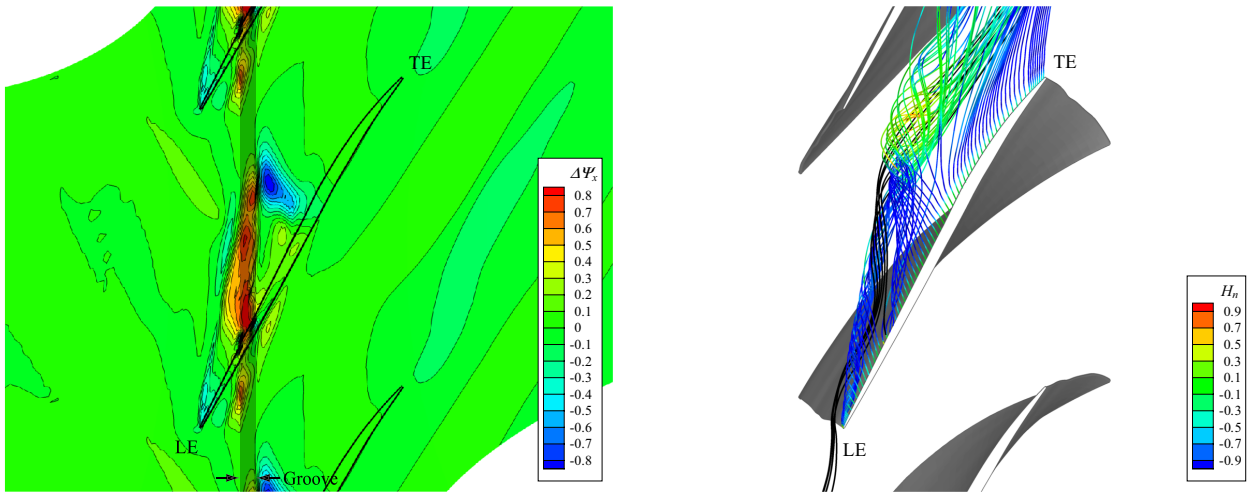


Figure 4.28 Comparison of leakage flow streamlines, relative Mach number distribution at 96% span height and leakage flow momentum density among smooth wall condition and grooved wall conditions (Config090)



(a) Flow momentum density Ψ_x (Smooth wall)

(b) Flow momentum density Ψ_x (Config020D)



(c) Flow momentum density difference $\Delta\Psi_x$ (Config020D)

(d) Leakage flow streamlines (Config020D)

Figure 4.29 Comparison of leakage flow momentum density distribution at 99.75% span height between smooth wall condition and config020D condition, and streamlines of tip leakage flow at config020D condition

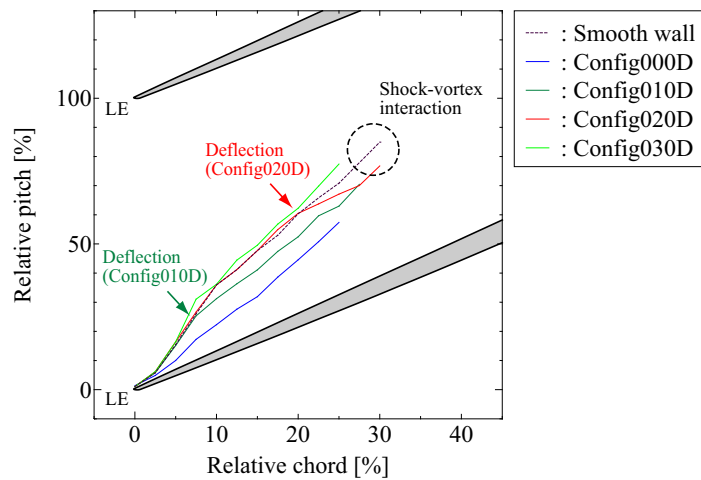


Figure 4.30 Comparison of the trajectory of tip leakage vortex among smooth wall condition and grooved wall conditions (Operating point C)

渦崩壊領域と衝撃波

以上により翼端ミッドコードよりも下流に施した溝は有効翼端漏れ面積などの観点からも翼端近傍の流れ場の変化の観点からも Rotor 37 に対してさほど大きい影響力を発揮しないことがわかった。そこで以下では翼端近傍の流れ場に対してある程度大きな変化をもたらす config000~config040 条件の特に深溝条件に着目し、ケーシングトリートメントを施すことによる翼端近傍の圧力分布の変化について議論と考察を行う。

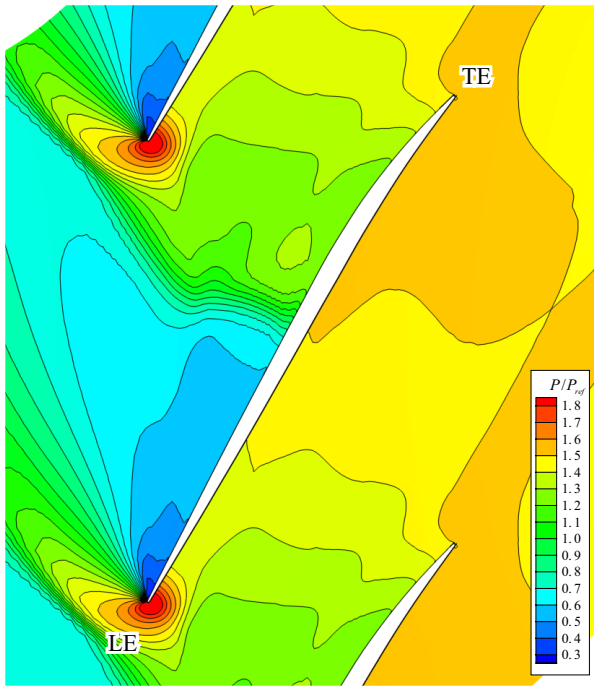
Smooth wall 条件の 96% スパン高さ断面の圧力分布を図 4.31(a) に、config000D~config040D の 96% スパン高さ断面の無次元圧力差分 $\Delta\bar{P}$ の分布を図 4.31(b)~図 4.31(f) に、それぞれ作動点 C について示す。無次元圧力差分 $\Delta\bar{P}$ は以下の式(4.8)により定義した。すなわち図 4.31(b)~(f) はケーシングトリートメントによる圧力の変化量を示しており、図中赤で示された箇所は圧力が上昇した箇所を、図中青で示された箇所は逆に圧力が低下した箇所を表している。

$$\Delta\bar{P} = \frac{P_{CT} - P_{SW}}{1/2 \bar{\rho} u^2} \quad (4.8)$$

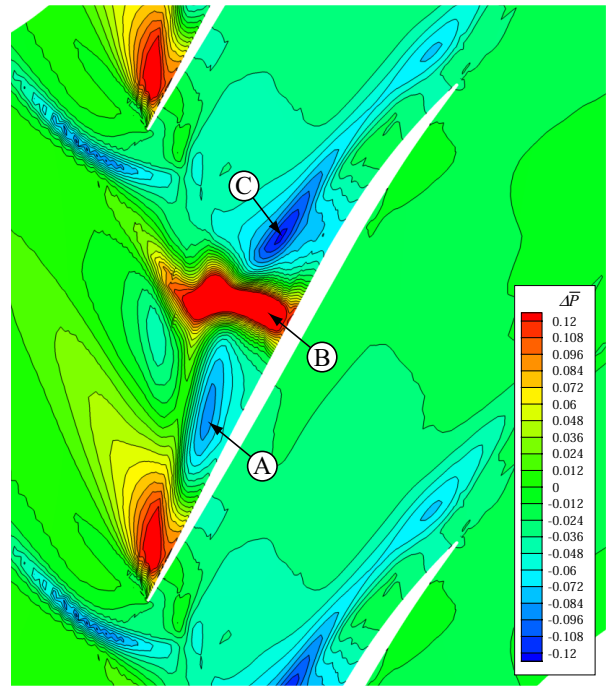
まず図 4.31(a) の config000D 条件では、図中“**A**”で示した箇所における圧力低下と図中“**B**”で示した箇所における圧力上昇、“**C**”で示した箇所における圧力低下が特徴的である。まず“**A**”の圧力低下は翼端漏れ渦の位置が移動したことを表している。溝の影響によって翼端漏れ渦の巻き上がりが遅れる結果、翼端漏れ渦の位置が全体的に翼負圧面に向かって移動していることが圧力分布からも見てとれる。続いて“**B**”の圧力上昇は衝撃波の位置が上流へと前進したことを表す。この衝撃波の移動は比較的翼端に近い領域に限定された局所的な変化である。Config000D~config040D の作動点 C における翼負圧面上の無次元圧力差分 $\Delta\bar{P}$ の分布を図 4.32 に示す。Config000D において、衝撃波が前進し圧力が上昇するのは 80% スパン高さ以上の領域に限定されることが図から確認できる。この衝撃波の前進をもたらすのは、smooth wall 条件時に比べて大きく発達した渦崩壊領域である(図 4.20)。Smooth wall 条件と config000D 条件の作動点 C における渦中心の静圧と渦の進行方向の動圧をプロットしたものを図 4.33 に示す。図から config000D では渦中心における静圧と動圧がいずれも smooth wall 条件に比べて低下しており、激しい渦-衝撃波干渉が起りやすい条件になっていることが分かる。作動点 C における config000D と smooth wall 条件の間の静圧と動圧の差は、smooth wall 条件における作動点 B と作動点 C の間の差に匹敵するほど大きい。溝下面を通過する流量に関する 4.5.2 節の考察で述べたように、config000 条件では溝直下の翼端部において急激な流れの膨張と翼端漏れ渦の巻き上がりが生じている。そのため config000 条件では翼端負圧面で多くの溝内部の流れが急速に流路側へ吸い出されており、これは他の溝条件では確認できない特徴であるとした(図 4.13)。図 4.33 から確認できる渦中心の静圧と動圧の低下は、溝下面を通過して流路へと流れ出した流れが翼端漏れ渦を構成する流れに加わったことで、翼端漏れ渦の旋回が強化されたことを示していると推測される。図 4.31(b) の“**C**”で示す圧力が低下した領域は、翼端漏れ渦における上記の変化によって smooth wall 条件に比べてより激しい渦-衝撃波干渉が発生し、その結果低速領域が拡大したことを表している。衝撃波下流における低速領域の拡大が有効流路面積の縮小を招き、衝撃波を上流へと押し出している。

続いて図 4.31(c)~図 4.31(e) の config010D~config030D に着目する。こちらでは config000D とは逆の変化が生じている。図 4.31(b) の config000D における“**C**”の位置に相当する“**D**”の位置で圧力が上昇し、config000D とは逆に衝撃波の位置が下流へと後退している(“**E**”)。図 4.32 の翼面上の無次元圧力差分の分布から、衝撃波の移動は config000D の時と同様翼端近傍に限定されていることが確認でき、従って衝撃波の後退は衝撃波下流の低速領域が縮小することによってもたらされたと推測される。翼端漏れ渦が 2 つに分断されることによって渦崩壊によって形成される低速領域が縮小している可能性があることは図 4.20~図 4.22 を対象とした議論で既に述べたとおりであり、ここに示した衝撃波の移動はその推測を裏付けるものである。

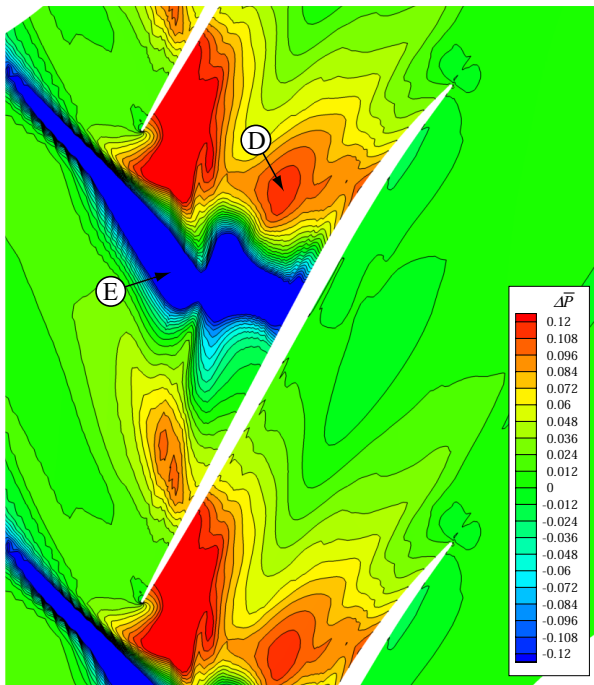
以上の溝条件における変化とは対照的に、config040D では衝撃波の僅かな前進を除いてそれほど顕著な圧力場の変化が認められない。衝撃波以外に圧力場に明確な変化が見られないことから、衝撃波の移動についても比較する作動点間の僅かな違いによるものと推測される。



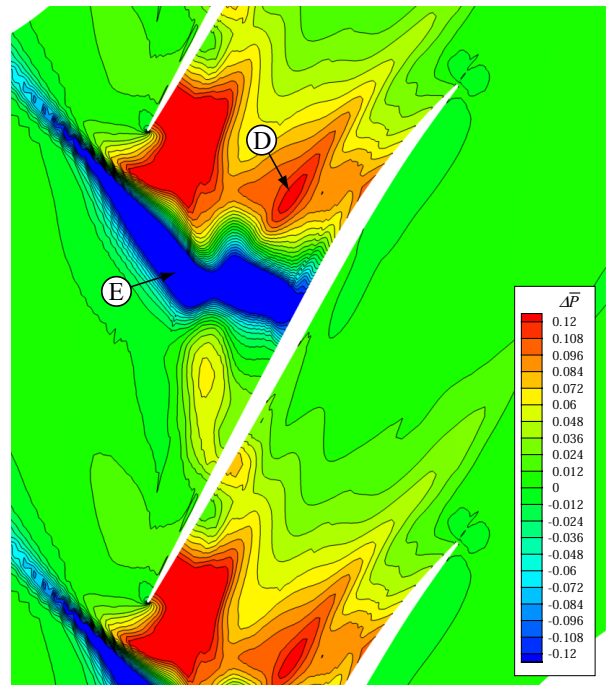
(a) P/P_{ref} (Smooth wall)



(b) $\Delta\bar{P}$ (Config000D)



(c) $\Delta\bar{P}$ (Config010D)



(d) $\Delta\bar{P}$ (Config020D)

Figure 4.31 Comparison of pressure distribution at 96% span height surface among smooth wall condition and grooved wall conditions (Operating point C) (1/2)

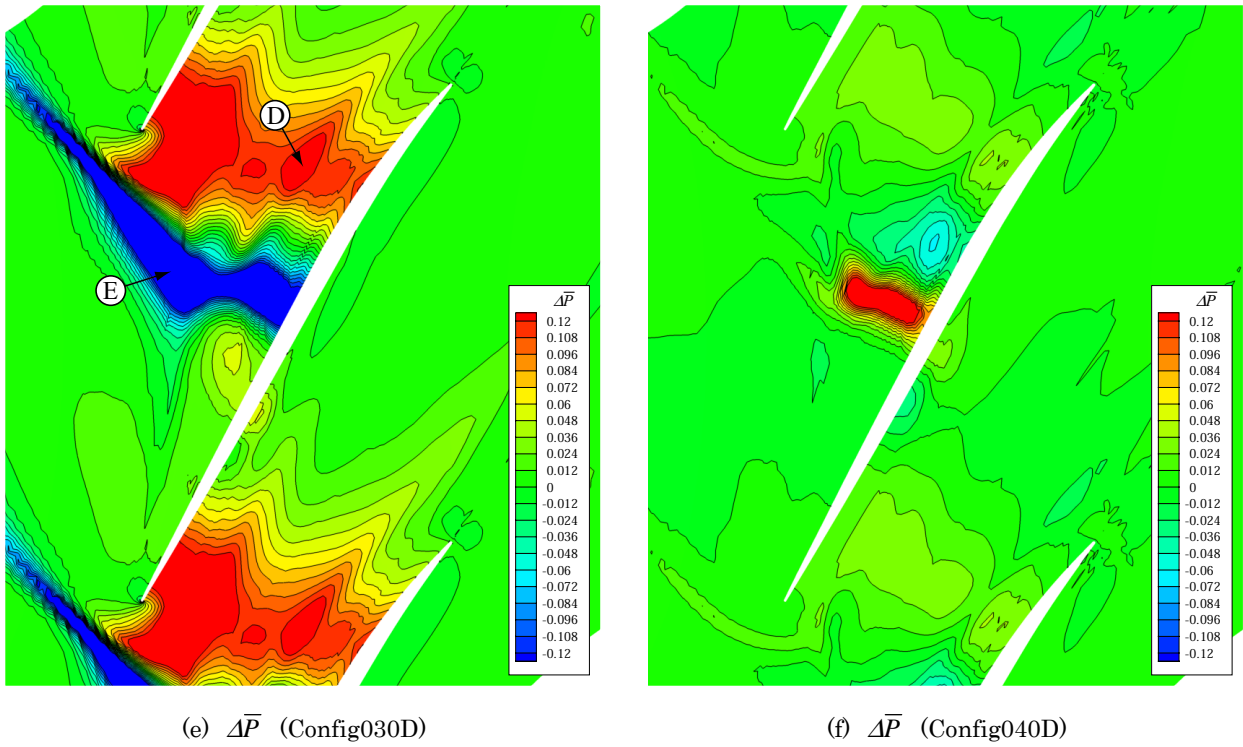


Figure 4.31 Comparison of pressure distribution at 96% span height surface among smooth wall condition and grooved wall conditions (Operating point C) (2/2)

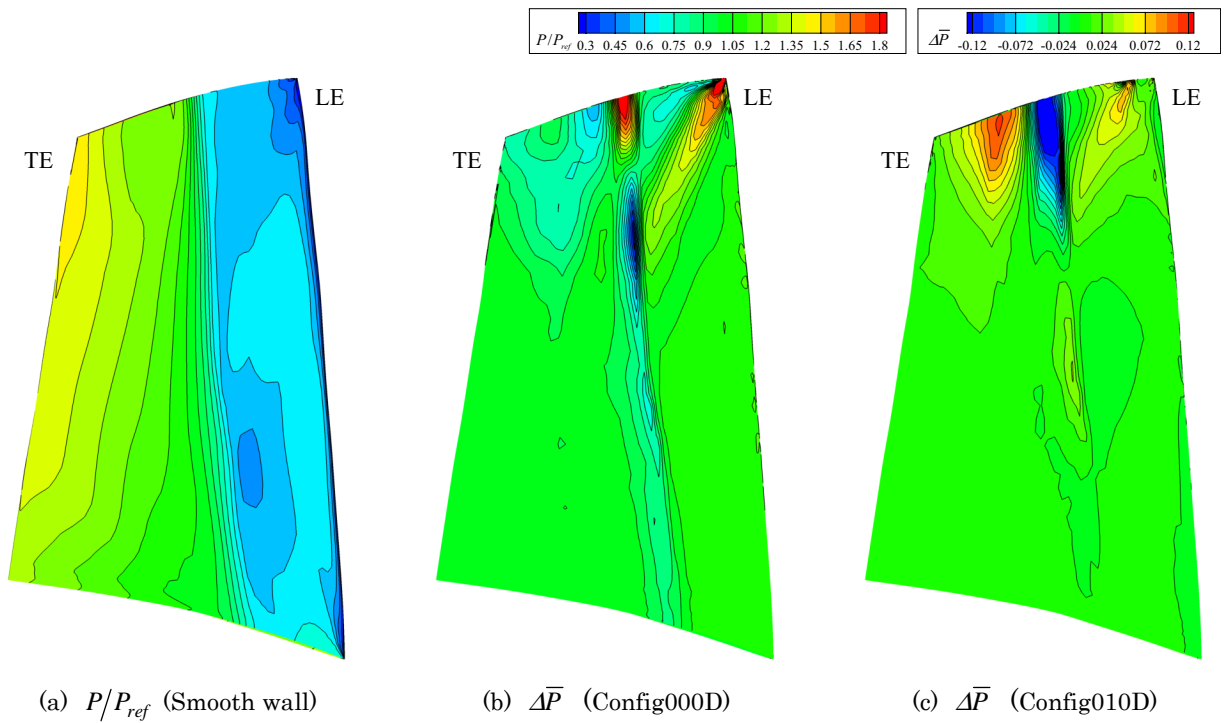


Figure 4.32 Comparison of pressure distribution at the suction side of the blade surface among smooth wall condition and grooved wall conditions (Operating point C) (1/2)

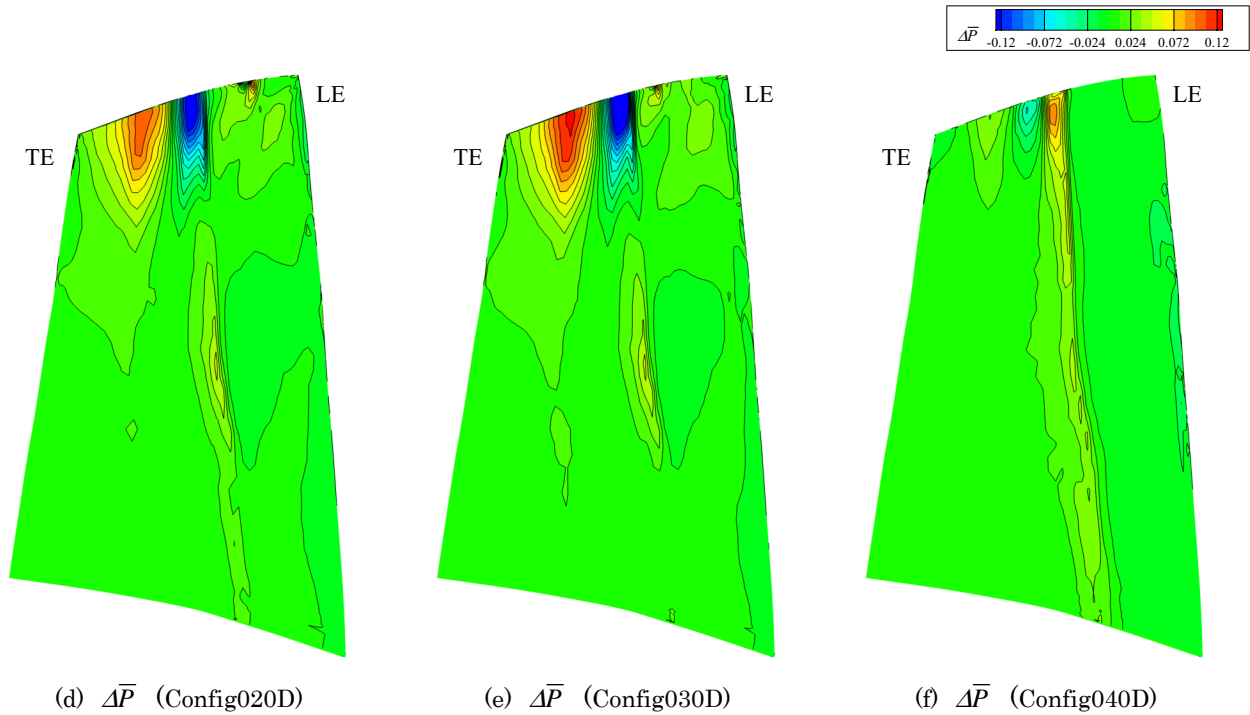


Figure 4.32 Comparison of pressure distribution at the suction side of the blade surface among smooth wall condition and grooved wall conditions (Operating point C) (2/2)

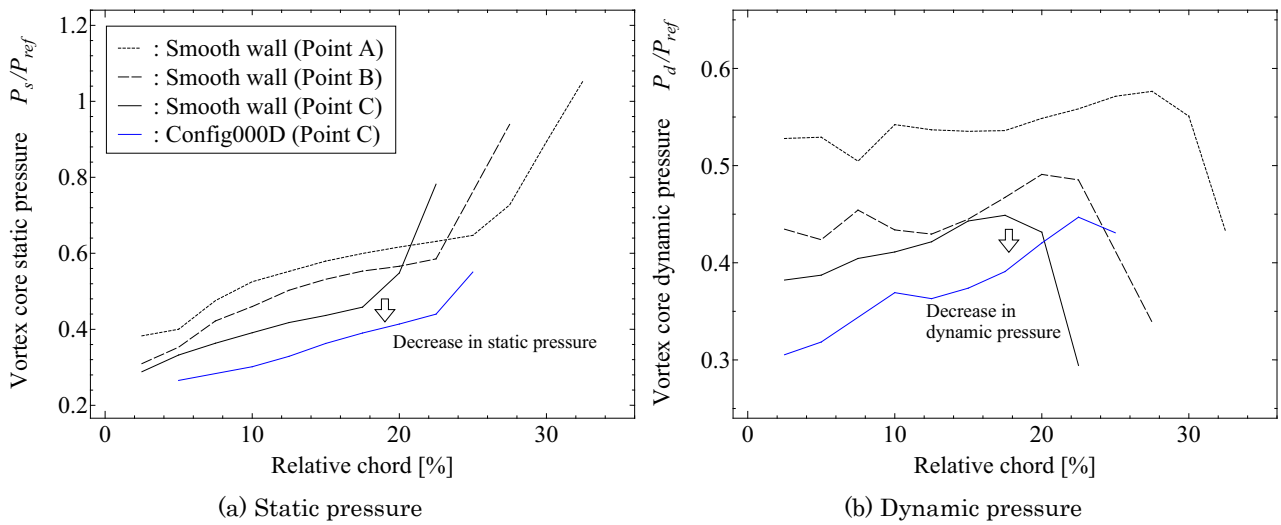


Figure 4.33 Comparison of static and dynamic pressure along the core of the tip leakage vortex among smooth wall conditions and grooved wall condition (Config000D)

ブロッキング領域と失速マージンの変化

Smooth wall 条件における blockage indicator Ω の分布を図 4.34(a)に、config000D~config040D 条件における blockage indicator の変化量 $\Delta\Omega$ の分布を図 4.34(b)~図 4.34(f)に、それぞれ作動点 C の 96% スパン高さ断面について示す。Blockage indicator Ω はブロッキング領域と非ブロッキング領域を識別するために導入した指標であり、2章で述べた手法に基づいた判定の結果に応じて下式で示す値を有する。

$$\Omega = \begin{cases} 1 & \text{:blockage} \\ -1 & \text{:non blockage} \end{cases} \quad (4.9)$$

$$\Delta\Omega = \frac{\Omega_{GW} - \Omega_{SW}}{2} \quad (4.10)$$

従って、図 4.34(a)で赤色の領域はブロッキング領域を、青色の領域は非ブロッキング領域を現している。また、図 4.34(b)~図 4.34(f)で青色の領域は smooth wall 条件においてブロッキングであったのが grooved wall 条件で非ブロッキングへと変化した領域を、赤色の領域は smooth wall 条件において非ブロッキングであったのが grooved wall 条件でブロッキングへと変化した領域を、緑色の領域は Ω の値が変化しなかった領域を示している。

まず図 4.34(b)より、config000D においては翼端近傍のブロッキング領域は一回り拡大することがわかる。これは前述したように、翼端漏れ渦の渦崩壊領域が拡大したことに対応する。一方で、Rotor 37 の失速に直接的に影響すると推測される隣接翼前縁腹側付近のブロッキング領域（図中破線部）は拡大しておらず、むしろ僅かに減少している。このような変化が起きる原因は、翼端漏れ渦の軌跡の変化にある。Config000D 条件では翼端漏れ渦の巻き上がりが遅れることによって翼端漏れ渦の軌跡が翼背側に接近し（図 4.29）、これによって翼端漏れ渦が衝撃波と干渉する位置もまた隣接翼から離れる。活発な渦崩壊の発生によるブロッキング領域の拡大が翼端漏れ渦の軌跡の変化によるブロッキング領域全体の位置の変化によって打ち消されるために、図 4.34(b)に示すような翼背側付近でのみブロッキング領域が増大するといった変化が生じる。この変化を模式図により表現したものを図 4.35(a)に示す。Config000D の失速点流量が smooth wall 条件に比べて僅かに改善するのは、隣接翼前縁付近のブロッキングが減少するためであり、一方で圧力比が低下するのは渦崩壊領域の拡大によって翼端付近の翼仕事が減少するためであると考えられる。

続いて図 4.34(c)~図 4.34(e)より、config010D~config030D 条件においては基本的に翼端近傍のブロッキングは縮小することがわかる。これは翼端漏れ渦が分断されたことによって渦崩壊の結果生じる低速領域が縮小するためである。特に、config010D と config020D において隣接翼前縁腹側付近のブロッキング領域の縮小が顕著であり、このことが失速マージンの改善をもたらしたと考えられる。ブロッキング領域の分布にこのような変化が現れる理由は以下のように解釈される。Config010D と config020D の溝条件では、翼端漏れ流れの運動量が局所的に低下することによって、翼端漏れ渦が分断されるだけでなく、図 4.29 に示したように翼端漏れ渦の軌跡が衝撃波と干渉する手前で折れ曲がる。これによって翼端漏れ渦の渦崩壊領域が隣接翼から引き離される。その結果、隣接翼の翼端腹側における主流の運動量が増大する。このことは図 4.20(b) と図 4.21(b)の 30%~50% c_x の位置における Ψ の増大に反映されている。低速領域が翼腹側から引き離されることによって翼端漏れ流れの運動量が増大し、結果として翼端漏れ流れの流れ角が減少する様子が確認できる。高い運動量を有する翼端漏れ流れは翼端間隙を通過する過程で翼面間圧力差によって流れの向きを転向されにくくなり、smooth wall 時に比べて小さい流れ角で主流へ流れ出す。そのため、漏れ流れの運動量そのものは増大しているが、主流に対抗する運動量成分は減少しており、主流に対するブロッキング効果は低下する。まとめると、config010D と config020D において失速マージンが改善したのは、渦崩壊による低速領域が翼腹側から引き離されたことでミッドコード付近から生じる翼端漏れ流れのブロッキング効果が減少したためであると考えられる。この変化を模式図により表現したものを図 4.35(b)に示す。

以上の config010D、config020D 条件に比べて、config030D ではブロッキング領域の縮小度合いがやや小さい。これは図 4.29 に示したように、config030D では翼端漏れ渦の軌跡が折れ曲がるといった変化が生じないためである。Config030D によって運動量が低減される翼端漏れ流れは元々翼端漏れ渦の形成に寄与し

ないものであるため、config030D では翼端漏れ渦の分断による低速領域の縮小は見込めるものの、config010D や config020D のように低速領域そのものを移動させてしまうといったような効果は期待できない。しかし、代わりに config030D は失速を引き起こすミッドコード付近の翼端漏れ流れの運動量を直接低減する。Config030D における失速マージンの改善は、このような効果によって失速を引き起こすブロックエッジの効果が低下したためであると考えられる。以上の変化を模式的に表現したものを図 4.35(c)に示す。

以上のように、config000D~config030D ではそれぞれの溝が翼端漏れ流れに及ぼす影響によってブロックエッジ領域の分布に変化が認められた。これに対して図 4.34(f)の config040D ではブロックエッジ領域の分布に有意な変化は確認できない。これは config040D が翼端漏れ渦の軌跡と、失速を引き起こすミッドコード付近から生じる翼端漏れ流れのどちらにも適切に作用できないためである。このことを模式図により表現したものを図 4.35(d)に示す。

以上で述べた翼端近傍のブロックエッジ領域の変化が翼前縁における流入角に及ぼす影響を示す。Config000D~config090D 条件の作動点 C に対して、翼前縁から 5% c_x 上流の断面における流れ角の分布を smooth wall 条件における流れ角 ϕ からの変化量 $\Delta\phi$ で示したものを図 4.36 に示す。図 4.6 において有意な失速マージン改善率を示した config010D~config030D の 3 つの溝条件のいずれにおいても、翼端近傍の流れ角が減少している様子が確認できる。これに対してその他の溝条件における流入角は、増大はしていないものの減少もしておらず、ケーシングトリートメント溝が翼端腹側近傍のブロックエッジ領域に対して効果的に作用できていないことが流入角の観点からも確認できる。

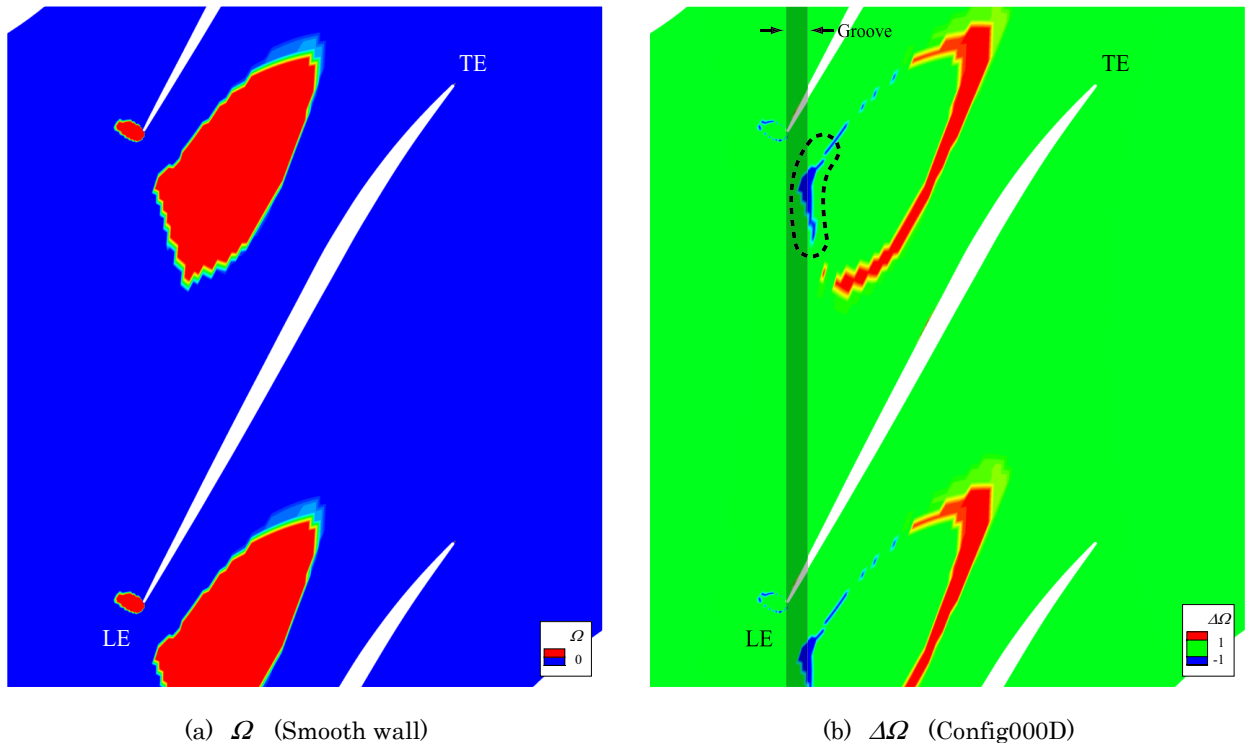
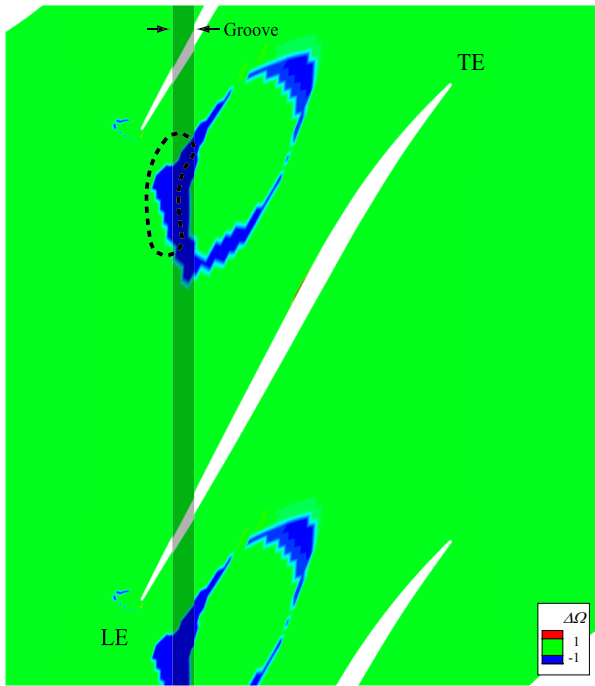
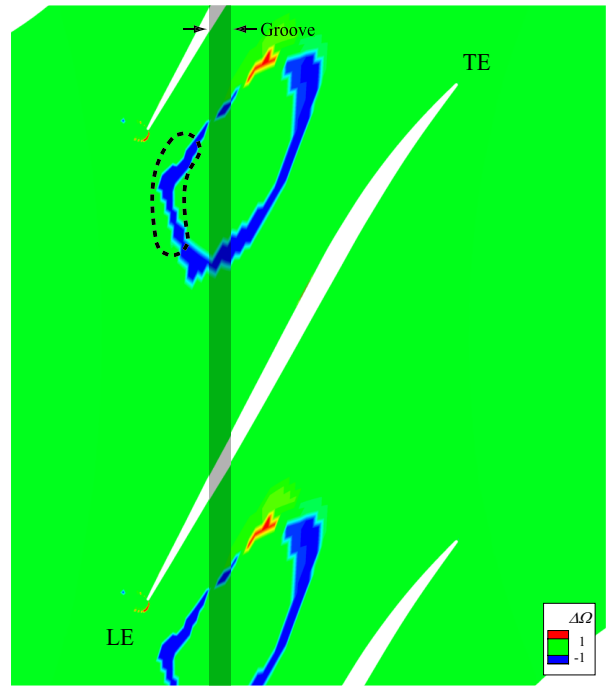


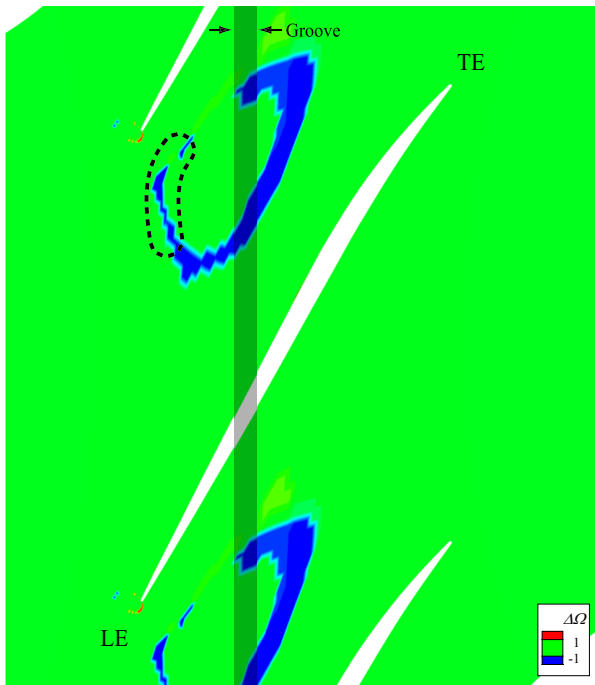
Figure 4.34 Comparison of blockage distribution at 96% span height surface among smooth wall condition and grooved wall conditions (Operating point C) (1/2)



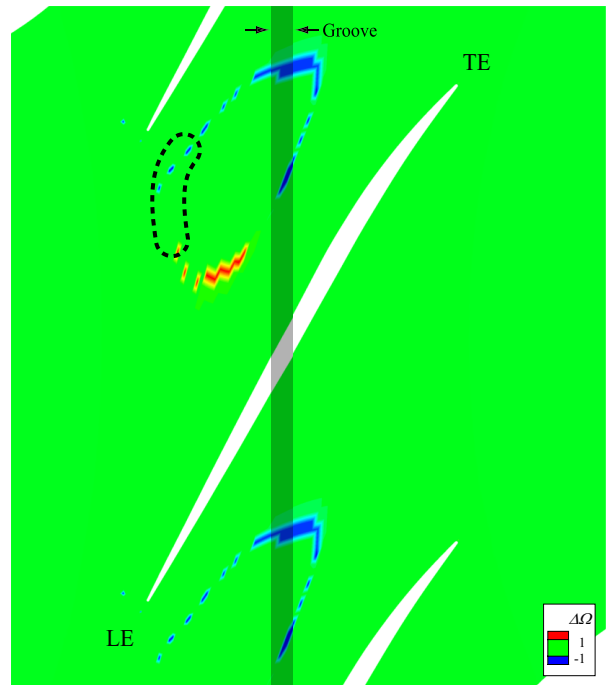
(c) $\Delta\Omega$ (Config010D)



(d) $\Delta\Omega$ (Config020D)

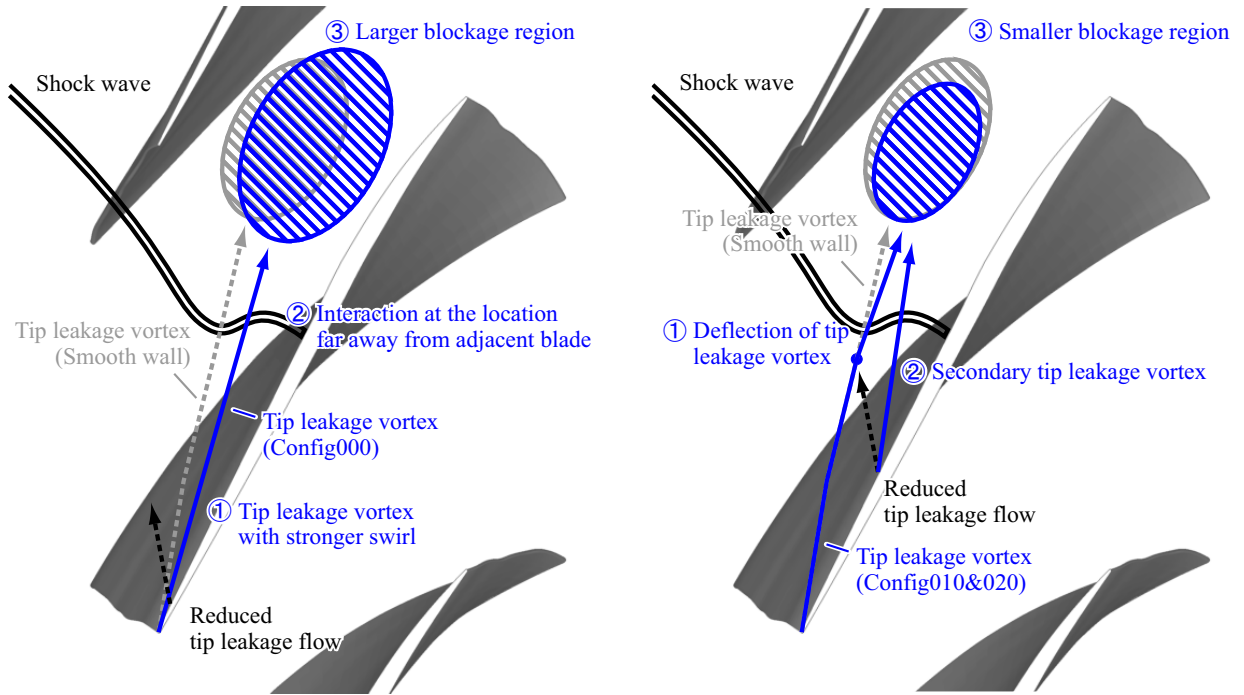


(e) $\Delta\Omega$ (Config030D)



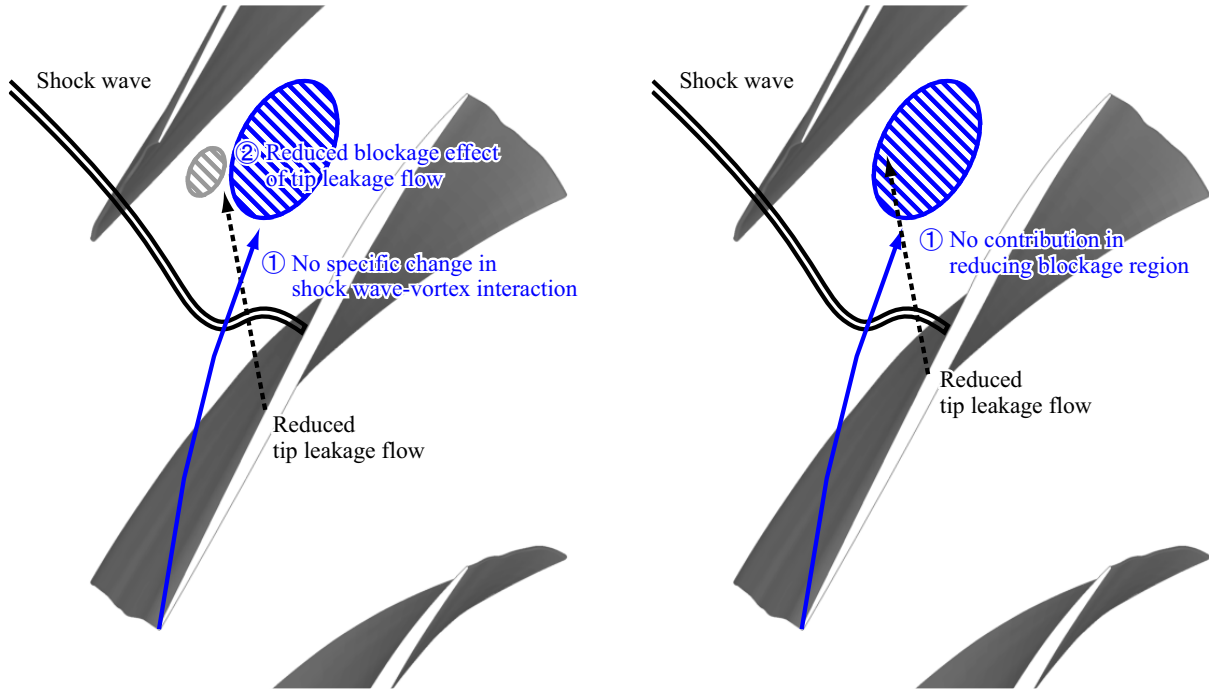
(f) $\Delta\Omega$ (Config040D)

Figure 4.34 Comparison of blockage distribution at 96% span height surface among smooth wall condition and grooved wall conditions (Operating point C) (2/2)



(a) Schematic of the flow changes which take place in config000 condition

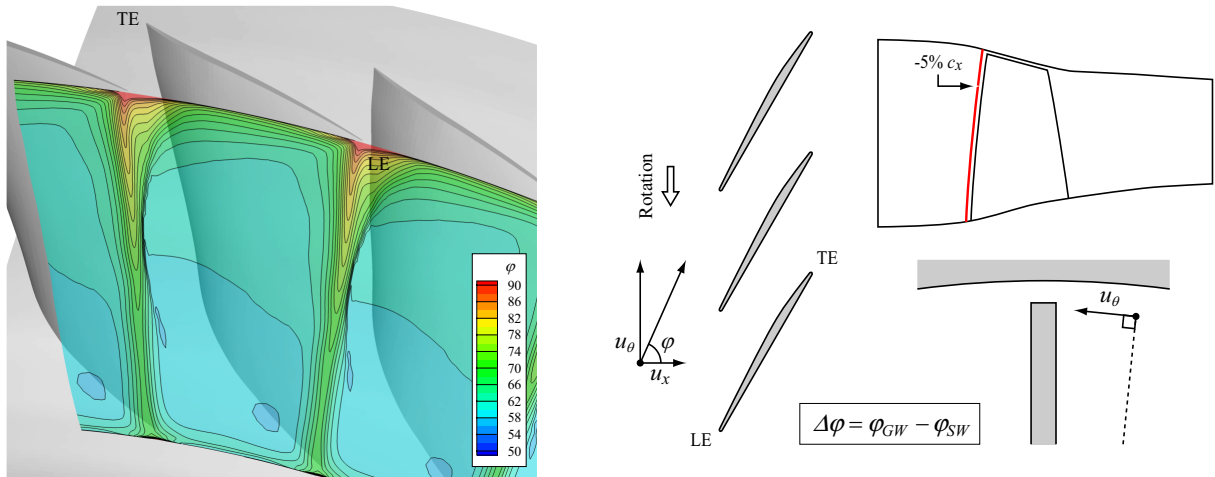
(b) Schematic of the flow changes which take place in config010 & config020 condition



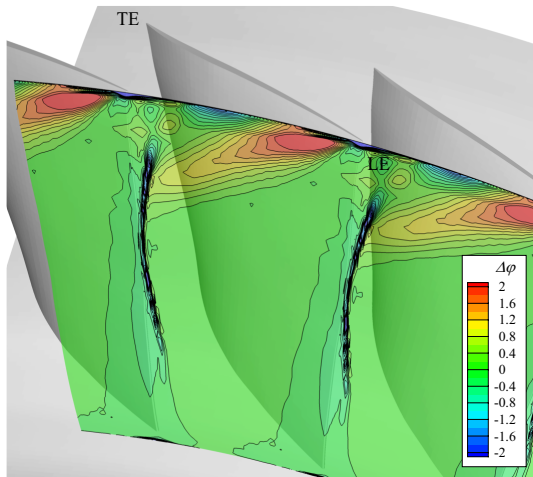
(c) Schematic of the flow changes which take place in config030 condition

(d) Schematic of the flow changes which take place in config040 condition

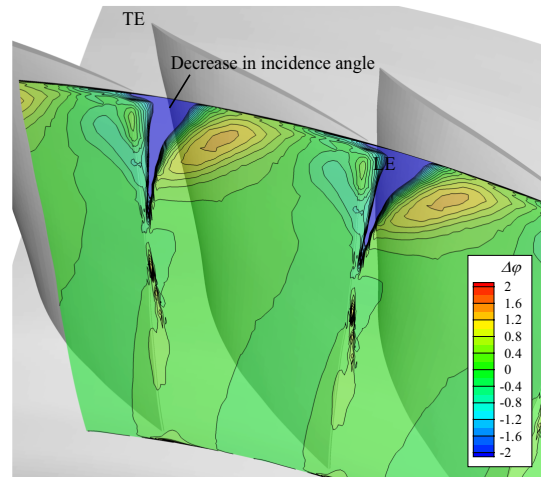
Figure 4.35 Changes in the near tip flow structure caused by applying a casing groove, and its relationship with blockage region



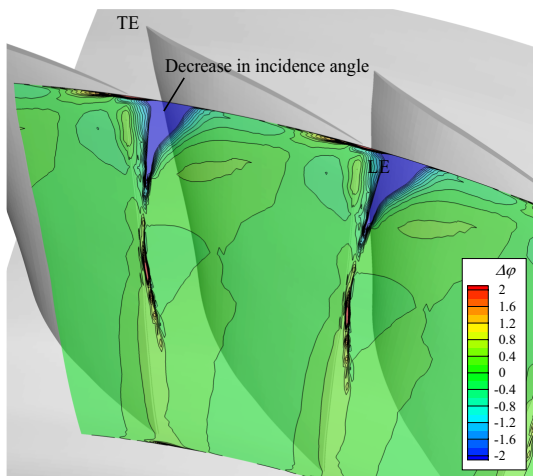
(a) φ (Smooth wall)



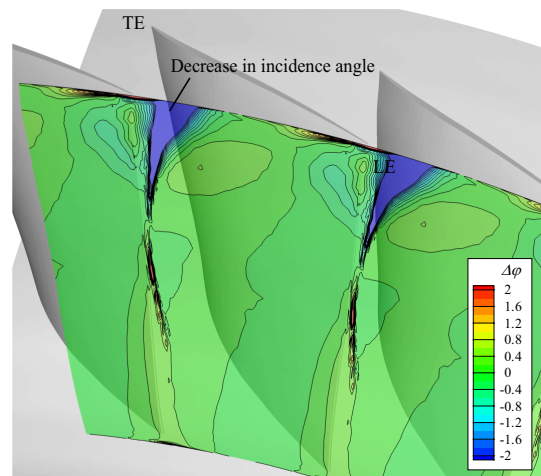
(b) $\Delta\varphi$ (Config000D)



(c) $\Delta\varphi$ (Config010D)



(d) $\Delta\varphi$ (Config020D)



(e) $\Delta\varphi$ (Config030D)

Figure 4.36 Comparison of flow angle distribution at the surface $5\% c_x$ upstream of the leading edge among smooth wall condition and grooved wall conditions (Operating point C) (1/2)

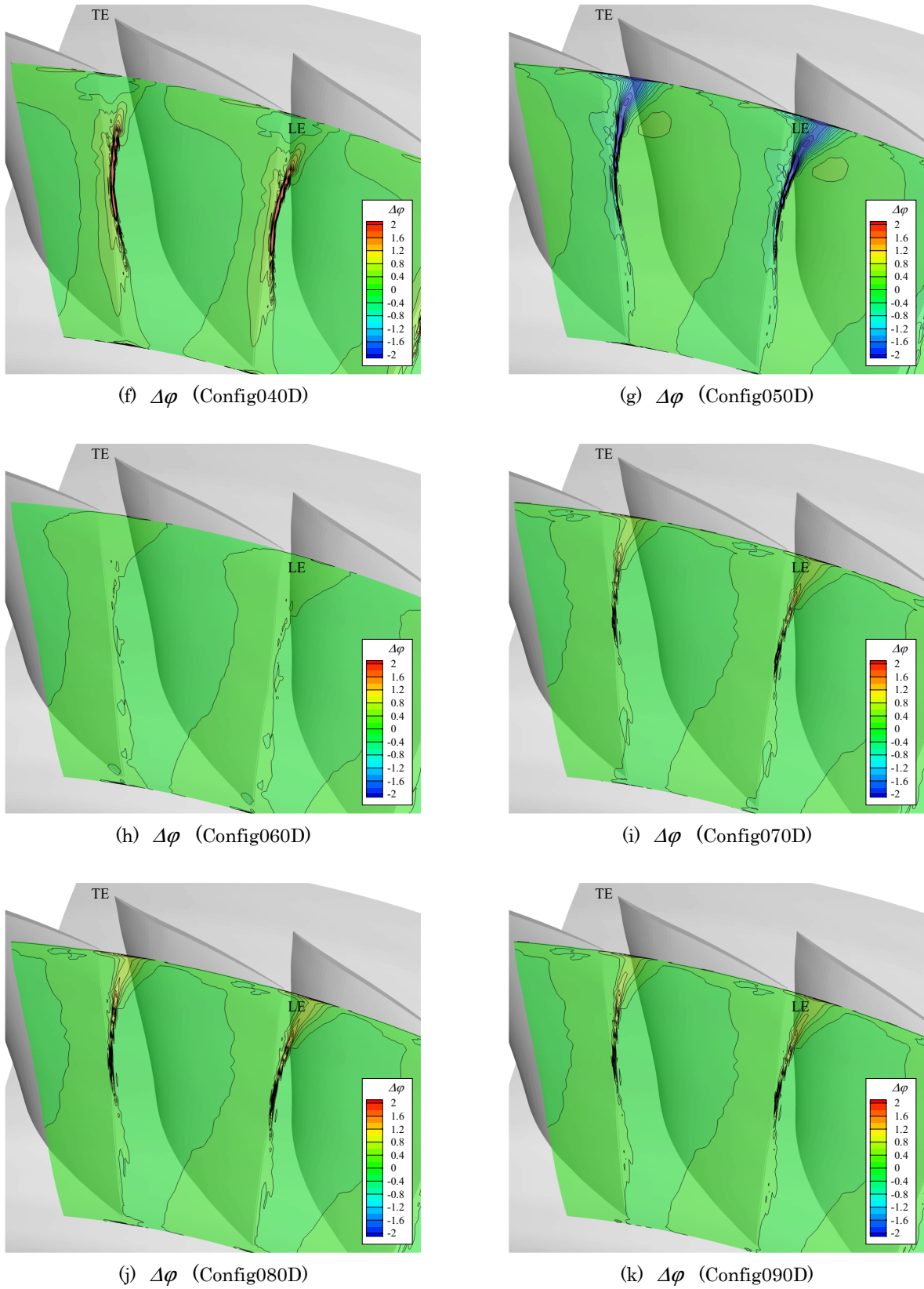


Figure 4.36 Comparison of flow angle distribution at the surface $5\% c_x$ upstream of the leading edge among smooth wall condition and grooved wall conditions (Operating point C) (2/2)

4.5.6 全圧損失係数の変化

前章の 3.5.2 節において、作動負荷の上昇とともに翼端近傍で全圧損失が卓越する Rotor 37 の傾向は、失速を引き起こす翼端流れの挙動と関係があることが示された。本節では全圧損失係数のスパン方向分布が深さと軸方向設置位置の異なるケーシングトリートメントによってどのように変化するかを観察し、各ケーシングトリートメントが Rotor 37 の全体効率に及ぼす影響について述べる。

Smooth wall 条件における全圧損失係数 ω のスパン方向分布と grooved wall 条件における全圧損失係数の変化量 $\Delta\omega$ のスパン方向分布を作動点 A, B, C について図 4.37~図 4.39 に示す。全圧損失係数 ω の計算式は前章の式(3.4)に従うものとし、 ω の増分 $\Delta\omega$ は以下の式(4.11)により計算した。

$$\Delta\omega = \omega_{GW} - \omega_{SW} \quad (4.11)$$

まず図 4.37 の作動点 A に着目する。全体的な傾向として、翼端のミッドコードよりも上流の溝位置では全圧損失係数の変化が比較的顕著である一方、ミッドコードよりも下流の溝位置では壁面のごく近傍を除いてケーシングトリートメントは全圧損失係数に変化を及ぼさないことがわかる。ケーシングトリートメント溝の下面を介してやり取りされる流量は溝設置位置における翼端負荷に左右される。ミッドコードよりも下流に溝を配置した条件で壁面近傍の損失が小さいのは、ケーシングトリートメントを出入りする流れによる混合損失が少ないためである。これに対してミッドコードよりも上流の溝位置では高い翼端負荷に起因して多くの流れが出入りする。活発に出入りする流れは流路側の流れの構造にまで影響を及ぼし、壁面近傍だけでなく、60%スパン高さ程度の位置にまで ω の分布に変化が現れる。Config000 などの条件で確認できるミッドスパン付近における損失の増減は、ケーシングトリートメントの効果によって翼端流れ渦と衝撃波との干渉の強さが変化し、図 4.32 に示したように衝撃波が移動したことによるものであると推測される。なお、全体的に溝が深い条件ほど損失が増大する傾向にあるが、これは溝が深いほど溝を出入りする流量が増大し、主流との混合による損失が増すためである。

作動点 B に移ると、全圧損失係数の変化は作動点 A のときと若干異なった傾向を示す。作動点 A においては基本的にいずれのスパン高さにおいても損失は増大していたのに対して、作動点 B では 95%スパン高さ位置を中心として損失が減る傾向が config000~config050 など幾つかの溝条件に共通して確認できる。これはケーシングトリートメントによって翼端流れ渦の分断などの変化が翼端流れ渦にもたらされた結果、衝撃波との干渉が弱まったためであると推測される。作動点 A に比べると作動点 B では翼端流れ渦と衝撃波との干渉がより激しくなっており、翼端流れ渦が存在するような 95%スパン高さ位置付近では、ケーシングトリートメントによる損失増大よりも干渉が弱められたことによる損失低減が卓越する。ケーシングのごく近傍では依然として溝を出入りする流れによる混合損失や溝内部における粘性散逸による影響と思しき損失増大が確認できる。

最後に作動点 C に着目すると、config010~config030 条件においては作動点 B で見られたような損失軽減が更に顕著に翼端付近に現れることが分かる。作動点 C では本格的に翼端流れ渦の渦崩壊が発生することにより、翼端近傍の比較的広いスパンにまたがって損失が生じるようになる。Config010~config030 の位置に施した溝は、前節の図 4.34 で示したように渦崩壊による低速領域を縮小させるような働きがあり、85%~95%スパン高さの範囲における損失低減はこの効果によるものであると推測される。一方で config000 では逆に損失が大幅に増大するが、これはこれまでの議論で述べてきたように、ケーシングトリートメントによって翼端流れ渦と衝撃波との干渉が強められた結果である。

ケーシングトリートメントは本質的には流れの混合や溝内での散逸によって損失を増大させてしまう働きを有する。しかし一方で、作動点 C の config010~config030 などのように、流路内で卓越した損失源に有効に作用した場合には逆に損失が減少する場合があることが以上の全圧損失係数の分布から明らかとなった。特に Rotor 37 のような遷音速圧縮機においては失速を引き起こす流れと損失をもたらす流れとが同一である場合が多く、失速の抑制がすなわち損失の低減に働く可能性があることについては幾つかの研究において報告がなされてきた^[49, 50]。今回、図 4.4 と図 4.5 の効率特性曲線においてそれといった効率低下が確認されなかったのは、このような理由によるものである。

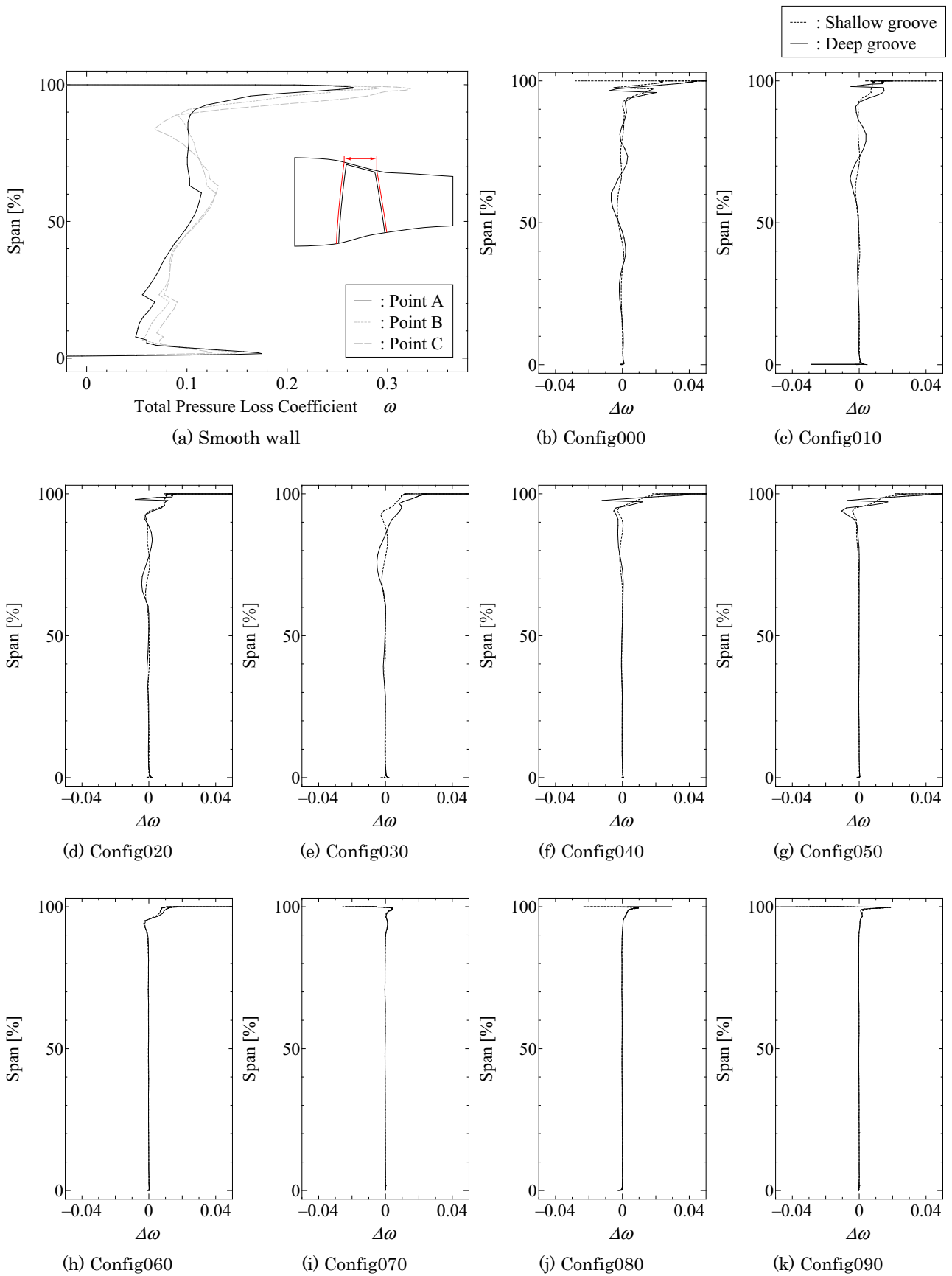


Figure 4.37 Comparison of span wise distribution of total pressure loss coefficient among smooth wall condition and grooved wall conditions (Operating point A)

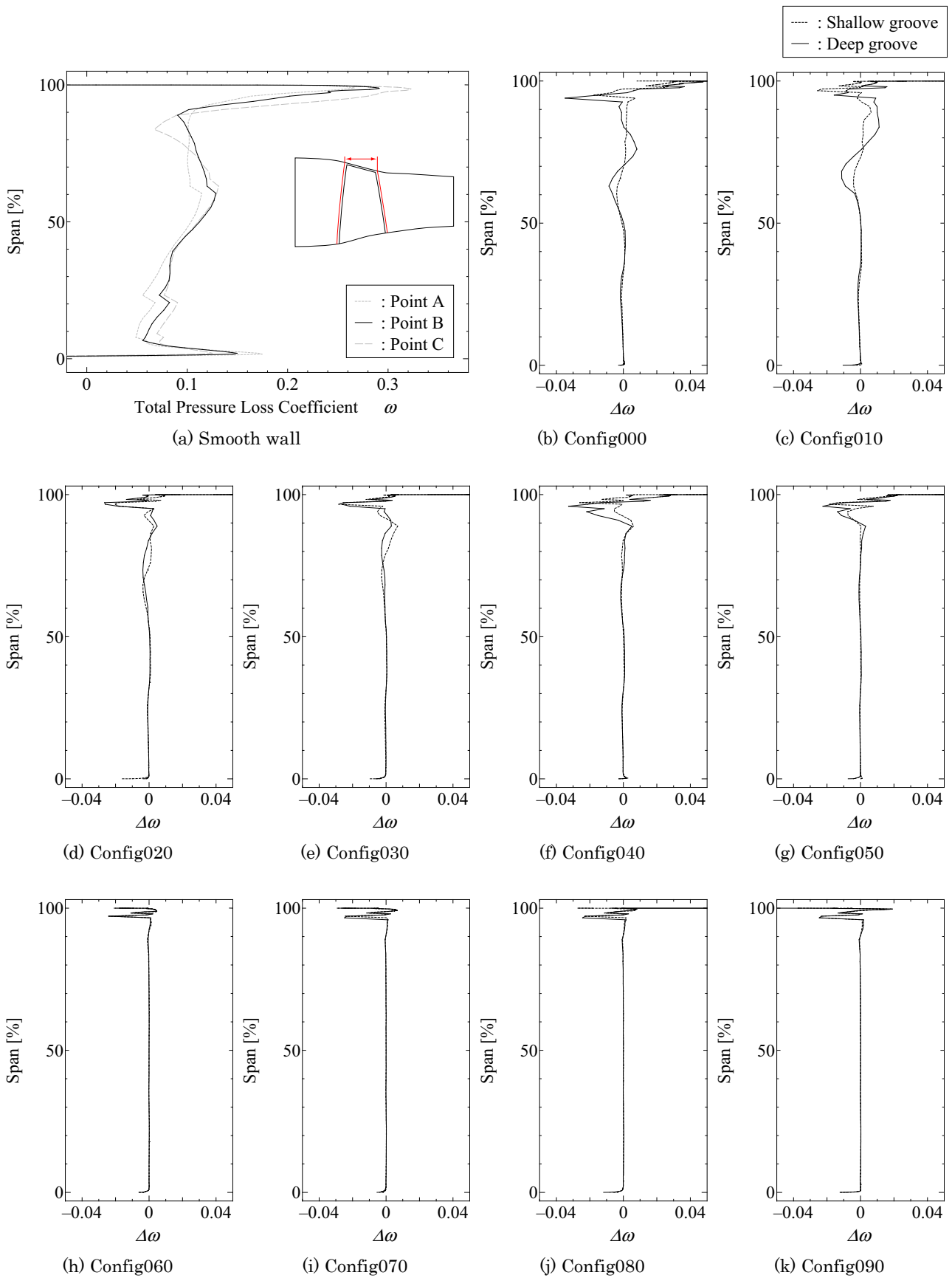


Figure 4.38 Comparison of span wise distribution of total pressure loss coefficient among smooth wall condition and grooved wall conditions (Operating point B)

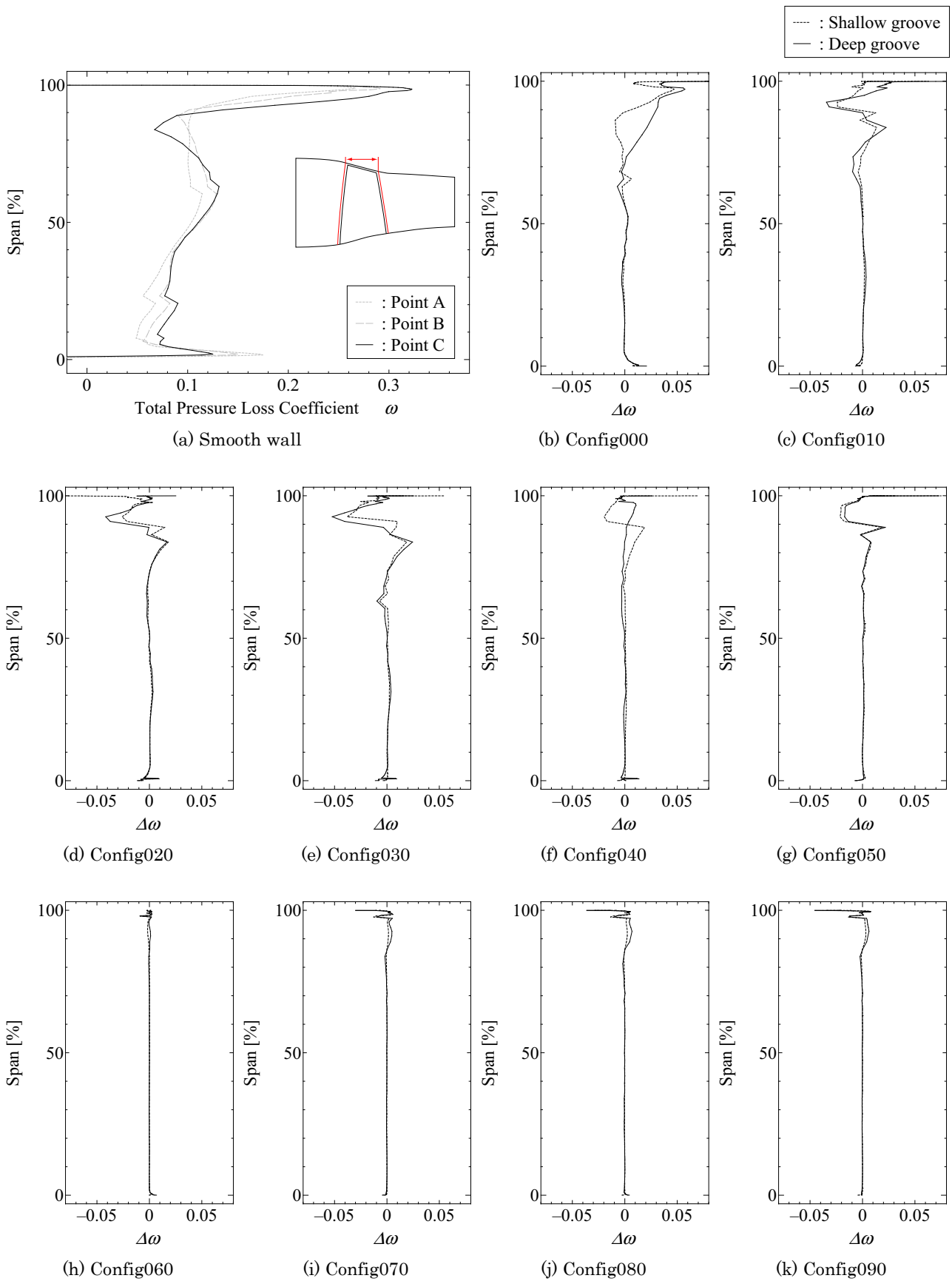


Figure 4.39 Comparison of span wise distribution of total pressure loss coefficient among smooth wall condition and grooved wall conditions (Operating point C)

4.6 周方向溝型ケーシングトリートメントを遷音速圧縮機へ適用する際の指針

第3章では遷音速圧縮機 NASA Rotor 37 の流れ場の特性と失速初生のメカニズムについて考察を行い、本章では単一の周方向溝型ケーシングトリートメントが翼端近傍の流れ場に及ぼす影響を明らかにした。これらの結果をもとに、遷音速圧縮機に対して周方向溝型ケーシングトリートメントを適用する際の設計指針について検討を行う。

4.6.1 ケーシングトリートメントによる流れ場への作用

周方向溝型ケーシングトリートメントが流れ場、特に翼端漏れ流れに及ぼす影響の大きさは、溝の深さとケーシングトリートメントを施す位置における翼端負荷、及び溝直下の流れ場の状況によって決まる。NASA Rotor 37 においては、実質的な翼端間隙を本来の大きさの4倍程度まで局所的に拡大できる可能性があることが有効翼端漏れ面積を導入した議論によって示された。失速点近傍の作動点において最も大きい翼端間隙の拡大効果をもたらしたのは翼端前縁から $40\%c_x$ 下流の位置に設置した溝であった。この条件では溝位置における翼端負荷が比較的高いだけでなく、翼端漏れ流れのブロック効果から逃れる流れを翼腹側付近で有効に取り込めるような条件が整っていた。一方翼端前縁直上のケーシングトリートメントは、流れが溝内に流入する要因が翼端における圧力差程度しか存在せず、それゆえそれほど大きい翼端間隙拡大効果が得られなかった。ミッドコードよりも下流の位置に施したケーシングトリートメントは、溝位置における翼端負荷が小さく、かつ溝直下に翼端漏れ渦など流れの不均一をもたらす流れ構造が存在せず溝直下のほとんどが翼端漏れ流れによって覆われているために、溝と流路との間で活発な流体のやり取りが行われず、翼端間隙に有意な変化は認められなかった。すなわち、翼端間隙の拡大を迫るのであれば、翼端前縁よりもやや下流で、衝撃波の足が翼負圧面に入射する位置よりも上流の位置に溝を設置することが望ましい。このとき溝直下に翼端漏れ流れと主流との界面が存在する場合には、活発な流れの流入が見込める。翼端負荷による溝への流入と翼端漏れ流れのブロック効果による溝への流入が比較的近い位置で起きる条件で最も大きい翼端間隙の拡大効果が見込める。

翼端間隙が拡大することによる流れ場への影響は、基本的には翼端漏れ流れの運動量の低減に集約される。もし運動量が低減されるのが本来翼端漏れ渦の形成に寄与するはずであった翼端漏れ流れであるならば、溝の効果によって翼端漏れ渦を分断するか翼端漏れ渦の形成を遅らせることで、衝撃波との干渉の結果形成される低速領域の影響力を弱めることが可能である。また、もし運動量が低減されるのが本来主流に対して直接ブロック効果として作用するはずであった翼端漏れ流れであるならば、そのブロック効果を直接低減することによって失速を抑制することが可能である。一方、翼端前縁直上に設けた溝は翼端漏れ渦の旋回を強めてしまう働きがあり、そのため翼端漏れ渦と衝撃波との干渉による損失が **smooth wall** 条件に比べて大きくなってしまう。更に、NASA Rotor 37 では確認されなかったが、渦と衝撃波との干渉がより活発となることで失速が早まる可能性もあるため、翼端前縁直上への溝の設置は避けるべきである。

なお、NASA Rotor 37 は圧縮機前方段を模擬しており、後方段などと比較すると翼端間隙が小さい部類に属する。翼端間隙の大きさは溝深さと同様、翼端間隙の拡大効果の大小を左右する非常に重要な要素であると推測される。翼端間隙が大きい条件については、付録において補足的に検討を行った。その結果、翼端間隙が大きい圧縮機に対し周方向溝型ケーシングトリートメントを施した際には翼端間隙の拡大効果と、それによる翼端漏れ流れの運動量の低減効果がともに低下することが確認された。翼端間隙の大きい圧縮機に対してケーシングトリートメントを適用する場合には、一本一本の溝の効果の小ささを溝の本数によって補うか、より大きく運動量を低減できるデバイス（循環型ケーシングトリートメント^[88]など）の導入が必要になると考えられる。

4.6.2 圧縮機の失速初生のメカニズムとの関連

本研究において対象とした NASA Rotor 37 では、翼端漏れ渦の渦崩壊とミッドコード付近の翼端漏れ流れのブロック効果によって失速が引き起こされる。そのため、単一の周方向溝であっても有意な失速抑制効果が得られる条件が存在した。具体的には、翼端漏れ渦の発達を妨げるか、あるいは高いブロック効

果を有する翼端漏れ流れを弱めることさえ出来れば一定の失速マージン改善率が得られた。もしも NASA Rotor 37 に対して複数本の周方向溝を適用するのであれば、翼端前縁のやや下流からミッドコードにかけて溝を並べることで高い失速抑制効果が得られると予想される。この結論は、遷音速圧縮機に対して 3 本溝の周方向溝型ケーシングトリートメントを施し、その位置を対象としたパラメトリックスタディを数値解析により実施した Huang ら^[87]の結論と概ね合致する。Huang らは翼端のミッドコード付近に溝を集中的に配置することによって最大の失速マージン改善率が得られるとし、その理由を翼端漏れ渦の辿る経路が隣接翼から離れるためと結論付けている。本研究では単一の溝で解析を行ったことにより、同じ“ミッドコード付近”であっても例えば前縁から $20\%c_x$ 下流の位置と $30\%c_x$ 下流の位置とでは、失速抑制のメカニズムが異なることが示された。 $20\%c_x$ 下流の位置の溝は翼端漏れ渦の経路を変化させることによって、 $30\%c_x$ 下流の位置の溝は翼端漏れ流れのブロック効果を低減することによって、それぞれ失速を抑制する。この両方の効果が得られるような位置に溝を設置することによって、NASA Rotor 37 のような渦崩壊を伴う tip critical な遷音速圧縮機の失速マージンを適切に改善することが出来ると推測される。ここで、Rotor 37 で失速を引き起こすブロックは同時に圧縮機における最大の損失源でもあることから、失速抑制を狙ったブロック領域の低減が圧縮機効率に対しても良い方向に作用する可能性がある。少なくとも、本研究で取り扱ったような単一溝であれば効率低下はほぼ無視できる範囲内であり、溝の本数を増やした場合でも、その本数に注意さえすれば効率への悪影響をほとんど受けずに失速を抑制できる可能性が存在する。

一方、tip critical でない圧縮機に対してはそれほど有意な失速抑制効果が得られないと推測される。周方向溝型ケーシングトリートメントによる流れ場への影響は翼端近傍に限られており、翼根付近のコーナー剥離や、ハブティップ比の大きいファンなどにおける翼根前縁剥離などを抑制することは難しいと考えられる。失速初生のメカニズムが異なる圧縮機に対するケーシングトリートメントの効果についても、付録において補足的に検討を行った。その結果、周方向溝型ケーシングトリートメントが最も効果を発揮するのは翼端間隙が小さく圧力比が高い、翼端漏れ渦の渦崩壊など翼端近傍のブロックに起因した失速発生メカニズムを有する圧縮機であることが確認された。従って圧縮機にケーシングトリートメントを適用する際には、対象とする圧縮機の失速特性を考慮したうえで、それに合わせて適切な溝形状を選択することが重要となる。

4.7 本章のまとめ

ケーシングトリートメントを施した grooved wall 条件の遷音速圧縮機 NASA Rotor 37 を対象とし、20 通りの溝形状に対して実施した数値解析より以下の結論を得た。

- 一本の周方向溝型ケーシングトリートメントによってもたらされる失速マージン改善率は、溝の位置や深さによって大きく異なる。
- 翼端前縁から 20%軸コード長下流の位置に設置された周方向溝が最も大きい失速抑制効果をもたらした。また、全体的に溝を深くするほど失速抑制効果が大きくなる傾向が確認された。
- トリートメント溝の直下では、翼端間隙を広げた際に起きる変化に類似した変化が翼端圧力場に起きた。これにより局所的に翼端負荷が減少する効果と、実質的な翼端漏れ流れの通過する面積が拡大する効果によって、溝直下では翼端漏れ流れの運動量が大幅に低下する。この変化の度合いは溝設置位置における翼端負荷が大きいほど、また設置する溝が深いほど大きい。
- ケーシングトリートメントによる失速マージンの改善は、翼端漏れ渦の渦崩壊とジェット様漏れ流れによるブロック効果緩和を緩和することでもたらされた可能性が高い。特に config020 位置の溝は翼端漏れ渦の軌跡を翼負圧面側へと曲げる効果があり、これによりブロック領域が隣接翼前縁腹側から引き離されたことが失速抑制の直接的な要因であると思われる。
- NASA Rotor 37 のような翼端間隙が小さく圧力比の高い、翼端漏れ渦の渦崩壊を伴うような圧縮機に対しては、翼端前縁のやや下流からミッドコード付近にかけて溝を施すのが最も効果的である。またその際、ほぼ効率低下を伴うことなく失速を抑制できる可能性がある。
- 本研究で取り扱った NASA Rotor37 は周方向溝型ケーシングトリートメントによる効果が得られやすい形態の失速初生を有していた。翼端間隙が大きい場合や、tip critical な失速初生を有さない場合などには、それに合わせて適切なケーシングトリートメント形状を選択する必要がある。

第5章 結論

「周方向溝型ケーシングトリートメントが遷音速圧縮機の失速特性と流れ場に及ぼす影響」と題して本論文で行った議論の概要、およびその結果明らかになった知見をまとめると以下のようになる。

軸流圧縮機の高負荷作動時に発生する旋回失速などの危険な不安定現象を抑制するため、本研究では受動デバイスの1つであるケーシングトリートメントに着目した。ケーシングトリートメントが流れ場に及ぼす影響とケーシングトリートメントによって失速が抑制されるメカニズムを解明することを目的に、単一の周方向溝型ケーシングトリートメントの軸方向設置位置と溝深さを変化させたパラメトリックスタディを数値解析によって実施した。

数値解析結果と実験結果とを比較すること本研究で使用した数値解析手法の妥当性を検証した結果、以下の結論を得た。

ケーシングやハブの近傍などを除く広い範囲で遷音速圧縮機内部の流れを定性的に再現できていることが確認された。一部実験結果との間に解離が見られた箇所については、実際の実験設備ではハブに存在する回転部位と非回転部位の隙間を解析では再現していないことや、出口境界条件を与える際に想定した単純半径平衡の仮定が現実に完全には即していなかったこと、そして乱流モデルなどの現象のモデル化手法の特性、などを主要な原因として定量的に現象を再現できなかったものと結論付けた。しかし数値解析結果から得られる流れ場の特徴はいずれも過去の実験で報告されているものと整合性がとれていることから、本解析で使用した数値解析手法によって遷音速圧縮機内の流れ場を定性的に再現し、ケーシングトリートメントを施した際の流れ場の変化について考察を行うことが可能であると判断された。

ケーシングトリートメントを施していない条件における NASA Rotor 37 の流れ場の特性と失速初生メカニズムについて、以下の結論を得た。

NASA Rotor 37 では失速点近傍の作動点において衝撃波と翼端漏れ渦の干渉が渦崩壊を引き起こすことが明らかとなった。この渦崩壊領域はケーシング壁面近傍で主流に対して強いブロックージとして作用するだけでなく、隣接翼の腹側付近に接近しているために隣接翼の翼端で再度漏れ流れを形成する、いわゆる **double leakage** を引き起こすことがわかった。Rotor 37 では翼端漏れ渦の渦崩壊により生じた低速流れと **double leakage** によるブロックージ効果が急速に卓越することが確認され、従ってこれらの流れが複合的に作用することによって翼端のインシデンスが増大することが Rotor 37 が失速に陥る原因であることが示された。

ケーシングトリートメントが NASA Rotor 37 の翼端近傍流れに及ぼす影響と、それによって失速が抑制されるメカニズムについて、以下の結論を得た。

ケーシングトリートメントが流れ場におよぼす主要な効果の一つとして、局所的に翼端間隙を拡大する効果が見出された。この効果は翼端近傍において流路と溝との間で行われる流れの流入出と関連付けることができ、溝が深いほど、そして溝設置位置における翼端負荷が大きいほど、溝直下に溝への流入を促すようなブロックージ効果の高い流れが存在するほど、多くの流れがケーシングトリートメント溝内部に流入し、大きい翼端間隙拡大効果が得られることが明らかとなった。翼端間隙の拡大は翼端漏れ流れの運動量を低減する効果をもたらす。幾つかの条件で確認された有意な失速マージンの改善は、この翼端漏れ流れの運動量の低減が失速の引き金となる現象に対して有効に作用したためであることがわかった。また、失速マージン改善率が溝の条件によって異なるのは溝の位置や深さによって翼端間隙を拡大する効果の大きさに違いがあるためと、翼端漏れ流れの運動量の低減が失速抑制に働くためには適切な位置において失速の原因となる流れに作用する必要があるためであると結論付けられた。

最後に、遷音速圧縮機への周方向溝型ケーシングトリートメントの適用可能性について、以下の結論を得た。

NASA Rotor 37 のような、翼端間隙が比較的小さく、圧力比が高い **tip critical** な圧縮機に対しては、単一の溝であっても条件によっては一定の失速抑制効果が得られることが示された。より高い効果を目指す場合には、翼端前縁のやや下流からミッドコード付近にかけて溝を複数設けることによって高い失速抑制効果が得られる可能性がある。なお、翼端間隙が大きく圧力比の小さい圧縮機に対しては周方向溝型ケーシングトリートメントによる翼端間隙の拡大効果が効きにくい。また、流れ場への影響が十分大きい場合であっても、**tip critical** でない圧縮機に対しては周方向溝型ケーシングトリートメントは必ずしも効果的でないと予想され、従って圧縮機に対してケーシングトリートメントを適用する際には予め圧縮機の失速特性を把握したうえで、適切な溝形状を選択することが肝要である。

以上のような結論を踏まえ、**tip critical** な遷音速圧縮機に対して周方向溝型ケーシングトリートメントを施した際、有意な失速マージンの改善が達成できることが示された。また、詳細な流れ場の観察から異なる溝の位置と深さによってトリートメント溝が流れ場に及ぼす影響が異なることが明らかとなった。その知見をもとに、高負荷高速圧縮機に対して周方向溝型ケーシングトリートメントを適用する際の設計指針を示した。

参考文献

- [1] 一般財団法人 日本航空機開発協会: <http://www.jadc.or.jp/>
- [2] Air Transportation Action Group: <http://www.atag.org>
- [3] 高田浩之, 1961, “多段軸流圧縮機の旋回失速,” 東京大学航空研究所集報, **2**(6), pp.305-395.
- [4] Cheshire, L. J., 1945, “The Design and Development of Centrifugal Compressors for Aircraft Gas Turbines,” Proceedings of Institution of Mechanical Engineers, **153**(1), pp.426-440.
- [5] Emmons, H. W., Pearson, C.E., Grant, H. P., 1955, “Compressor Surge and Stall Propagation,” Transaction of the ASME, **77**(3), pp.455-469.
- [6] Epstein, A. H., Ffowcs Williams, J. E., Greitzer, E. M., 1989, “Active Suppression of Aerodynamic Instabilities in Turbomachines,” ASME Journal of Propulsion and Power, **5**(2), pp.204-211.
- [7] Day, I. J., 1993, “Active Suppression of Rotating Stall and Surge in Axial Compressors,” ASME Journal of Turbomachinery, **115**(1), pp.40-47.
- [8] Paduano, J. D., Epstein, A. H., Valavani, L., Longley, J. P., Greitzer, E. M., Guenette, G. R., “Active Control of Rotating Stall in a Low-Speed Axial Compressor,” ASME Journal of Turbomachinery, **115**(1), pp.48-56.
- [9] McDougall, N. M., Cumpsty, N. A., Hynes, T. P., 1990, “Stall Inception in Axial Compressors,” ASME Journal of Turbomachinery, **120**(1), pp.116-125.
- [10] Moore, F. K., Greitzer, E. M., 1986, “A Theory of Post-Stall Transients in Axial Compression Systems: Part 1 – Development of Equations,” ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **108**(1), pp.68-76.
- [11] Day, I. J., 1993, “Stall Inception in Axial Flow Compressors,” ASME Journal of Turbomachinery, **115**(1), pp.1-9.
- [12] Camp, T. R., Day, I. J., 1997, “A Study of Spike and Modal Stall Phenomena in a Low-Speed Axial Compressor,” ASME Journal of Turbomachinery, **120**(3), pp.393-401.
- [13] Vo, H. D., Tan, C. S., Greitzer, E. M., 2008, “Criteria for Spike Initiated Rotating Stall,” ASME Journal of Turbomachinery, **130**(1), 011023-1:9.
- [14] Saathoff, H., Stark, U., 2000, “Endwall boundary layer separation in a single-stage axial-flow low-speed compressor and a high-stager compressor cascade,” Forschung im Ingenieurwesen, **65**, pp.217-224.
- [15] Yamada K., Kikuta, H., Iwakiri, K., Furukawa, M., Gunjishima, S., 2012, “An Explanation for Flow Features of Spike-type Stall Inception in an Axial Compressor Rotor,” ASME TurboExpo 2012, GT2012-69186.
- [16] Pullan, G., Young, A.M., Day, I.J., Greitzer, E. M., Spakovszky, Z. S., 2012, “Origins and Structure of Spike-type Rotating Stall,” ASME TurboExpo2012, GT2012-68707.
- [17] Copenhaver, W. W., Mayhew, E. R., Hah, C., Wadia, A. R., 1996, “The Effect of Tip Clearance on a Swept Transonic Compressor Rotor,” ASME Journal of Turbomachinery, **118**(2), pp.230-239.
- [18] Chima, R. V., 1998, “Calculation of Tip Clearance Effect in a Transonic Compressor Rotor,” ASME Journal of Turbomachinery, **120**(1), pp.131-140.
- [19] Gerolymos, G. A., Vallet, I., 1999, “Tip-clearance and Secondary Flows in a Transonic Compressor Rotor,” ASME Journal of Turbomachinery, **121**(4), pp.751-762.
- [20] Adamczyk, J. J., Celestina, M. L., Greitzer, E. M., 1993, “The Role of Tip Clearance in High-speed

- Fan Stall,” ASME Journal of Turboamachinery, **115**(1), pp.28-39.
- [21] Hoeger, M., Fritsch, G., Bauer, D., 1999, “Numerical Simulation of the Shock-tip Leakage Vortex Interaction in a HPC Front Stage,” ASME Journal of Turbomachinery, **121**(3), pp.456-468.
- [22] Suder K. L., Celestina, M. L., 1996, “Experimental and Computational Investigation of the Tip Clearance Flow in a Transonic Axial Compressor Rotor,” ASME Journal of Turbomachinery, **118**(2), pp.218-229.
- [23] Suder K. L., 1996, “Experimental Investigation of the Flow Field in a Transonic, Axial Flow Compressor With Respect to the Development of Blockage and Loss,” NASA TM-107310.
- [24] Suder K. L., 1998, “Blockage Development in a Transonic, Axial Compressor Rotor,” ASME Journal of Turbomachinery, **120**(3), pp.465-476.
- [25] Yamada, K., Funazaki, K., Sasaki, H., 2008, “Numerical Investigation of Relation Between Unsteady Behavior of Tip Leakage Vortex and Rotating Disturbance in a Transonic Axial Compressor Rotor,” ASME TurboExpo2008, GT2008-50779.
- [26] Yamada, K., Funazaki, K., Furukawa, M., 2007, “The Behavior of Tip Clearance Flow at Near-stall Condition in a Transonic Axial Compressor Rotor,” ASME TurboExpo2007, GT2007-27725.
- [27] 高田浩之, 1977, “Casing Treatment,” GTSJ ガスタービンセミナー資料集(4), pp.3-1:17.
- [28] Takata, H., Tsukuda, Y., 1977, “Stall Margin Improvement by Casing Treatment – Its Mechanism and Effectiveness,” ASME Journal of Engineering for Power, **99**(1), pp.121-133.
- [29] Fujita, H., Takata, H., 1984, “A Study on Configurations of Casing Treatment for Axial Flow Compressors,” Bulletin of JSME, **27**(230), pp.1675-1681.
- [30] 藤田英雄, 高田浩之, 1983, “軸流圧縮機のケーシングトリートメント形状に関する研究,” 日本機械学会論文集 (B 編), **49**(448), pp.2945-2953.
- [31] 柳田光昭, 高田浩之, 1989, “ケーシングトリートメントの失速マージン改善機構に関する研究: 第1報, 周方向平均内部流の計測結果と二次元理論による検討,” 日本機械学会学会論文集 (B 編), **55**(518), pp.3065-3072.
- [32] 柳田光昭, 町田保男, 高田浩之, 1989, “ケーシングトリートメントの失速マージン改善機構に関する研究: 第2報, 翼列出口及び翼間における全圧分布の計測結果と考察,” 日本機械学会学会論文集 (B 編), **55**(518), pp.3073-3081.
- [33] Bailey, E. E., Voit, C. H., 1970, “Some Observations of Effects of Porous Casings on Operating Range of a Single Axial-flow Compressor Rotor,” NASA TM X-2120.
- [34] Bailey, E. E., 1972, “Effect of Grooved Casing Treatment on the Flow Range Capability of a Single-stage Axial-flow Compressor,” NASA TM X-2459.
- [35] Osborn, W. M., Lewis, G. W. Jr., Heidelberg, L. J., 1971, “Effect of Several Porous Casing Treatments on Stall Limit and on Overall performance of an Axial-Flow Compressor Rotor,” NASA TN D-6537.
- [36] Smith, G. D. J., Cumpsty, N. A., 1984, “Flow Phenomena in Compressor Casing Treatment,” ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **106**(3), pp.532-541.
- [37] Crook, A. J., Greitzer, E. M., Tan, C. S., Adamczyk, J. J., 1993, “Numerical Simulation of Compressor Endwall and Casing Treatment Flow Phenomena,” ASME Journal of Turbomachinery, **115**(3), pp.501-512.
- [38] Wilke, I., Kau, H.-P., Brignole, G., 2005, “Numerically Aided Design of a High-efficient Casing Treatment for a Transonic Compressor,” ASME TurboExpo2005, GT2005-68993.
- [39] Houghton, T., Day, I., 2010, “Enhancing the Stability of Subsonic Compressors Using Casing Grooves,” ASME Journal of Turbomachinery, **132**(2), pp.021007-1:11..
- [40] Houghton, T., Day, I., 2011, “Stability Enhancement by Casing Grooves: The Importance of Stall Inception Mechanism and Solidity,” ASME Journal of Turbomachinery, **134**(2), pp.021003-1:8.

- [41] Hathaway, M. D., 2007, "Passive Endwall Treatments for Enhancing Stability," NASA TM 2007-214409.
- [42] Greitzer, E. M., Nikkanen, J. P., Haddad, D. E., Mazzawy, R. S., Joslyn, H. D., 1979, "A Fundamental Criterion for the Application of Rotor Casing Treatment," ASME Journal of Fluids Engineering, **101**(2), pp.237-243.
- [43] Shabbir, A., Adamczyk, J. J., 2005, "Flow Mechanism for Stall Margin Improvement due to Circumferential Casing Grooves on Axial Compressors," ASME Journal of Turbomachinery, **127**(3), pp.708-717.
- [44] Lu, X., Chu, W., Zhu, J., Wu, Y., 2006, "Mechanism of the Interaction Between Casing Treatment and Tip Leakage Flow in a Subsonic Axial Compressor," ASME TurboExpo2006, GT2006-90077.
- [45] Müller, M. W., Schiffer, H.-P., Hah, C., 2007, "Effect of Circumferential Grooves on the Aerodynamic Performance of an Axial Single-stage Transonic Compressor," ASME TurboExpo2007, GT2007-27365.
- [46] Müller, M. W., Biela, C., Schiffer, H.-P., Hah, C., 2008, "Interaction of Rotor and Casing Treatment Flow in an Axial Single-stage Transonic Compressor with Circumferential Grooves," ASME TurboExpo2008, GT2008-50135.
- [47] Chen, H., Huang, X., Shi, K., Fu, S., Ross, M., Bennington, M. A., Cameron, J. D., Morris, S. C., McNulty, S., Wadia, A., 2014, "A Computational Fluid Dynamics Study of Circumferential Groove Casing Treatment in a Transonic Axial Compressor," ASME Journal of Turbomachinery, **136**(3), 031003-1:11.
- [48] Heinichen, F., Gümmer, V., Schiffer, H.-P., 2011, "Numerical Investigation of a Single Circumferential Groove Casing Treatment on Three Different Compressor Rotors," ASME TurboExpo2011, GT2011-45905.
- [49] Nan, X., Du, J., Lin, F., Chen, J., "Peak Efficiency improvement of a Transonic Fan Rotor by Shaping Circumferential Casing Grooves," Asian Congress on Gas Turbines 2012, ACGT2012-1090.
- [50] Streit, J. A., Kau, H.-P., Heinichen, F., "Axial-slot Casing Treatments Improve the Efficiency of Axial Flow Compressors: Aerodynamic Effects of a Rotor Redesign," ASME TurboExpo2013, GT2013-94975.
- [51] 藤井孝蔵, 流体力学の数值計算, 1994, 東京大学出版会.
- [52] 嶋英志, 城之内忠正, 1994, "設計における数值解析の活用について (その 12) 一粒子的風上法とその検証," 航空宇宙技術研究所特別資料 27 号, 第 12 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集, pp.255-260.
- [53] Yoon, S., Jameson, A., 1988, "Lower-Upper Symmetric-Gauss-Seidel Method for the Euler and Navier-Stokes Equations," AIAA Journal, **26**(9), pp.1025-1026.
- [54] 寺坂晴夫, 大林茂, 山崎昇, 2003, "一般状態方程式を用いた圧縮性流体解析コードの開発 (2)," 第 17 回数值流体力学シンポジウム, C11-2.
- [55] 大宮司久明, 三宅裕, 吉澤徹, 乱流の数值流体力学 モデルと計算法, 1998, 東京大学出版会.
- [56] Turbulence Modeling Resource – NASA Langley Research Center: <http://turbmodels.larc.nasa.gov>
- [57] 川北千春, 石川暁, 佐々木壮一, 林秀千人, 1999, "解強制置換法を用いた船体周り流れ場計算法," 日本造船学会論文集, **186**, pp.185-192.
- [58] Ito, Y., Watanabe, T., Himeno, T., 2008, "Effect of Endwall Contouring on Flow Instability of Transonic Compressor," International Journal of Gas Turbine, Propulsion and Power Systems, **2**(1), pp.24-29.
- [59] Lin, W., Sreenivas, K., Webster, R. S., Hyams, D. G., 2013, "Effect of Casing Groove Locations on the Performance of an Axial-Flow Stage," 49th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion

- Conference, AIAA 2013-3632.
- [60] Fujii, K., 1995, "Unified Zonal Method Based on the Fortified Solution Algorithm," *Journal of Computational Physics*, **118**, pp.98-108.
- [61] Benek, J. A., Buning, P. G., Steger, J. L., 1985, "A 3-D chimera grid embedding technique," AIAA Paper 85-1523.
- [62] Menter, F. R., 1994, "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," *AIAA Journal*, **32**(8), pp.1598-1605.
- [63] Levy, Y., Degani, D., Seginer, A., 1990, "Graphical Visualization of Vortical Flows by Means of Helicity," *AIAA Journal*, **28**(8), pp.1347-1352.
- [64] Thomer, O., Schröder, W., Krause, E., 2001, "Normal and Oblique Shock-vortex Interaction," *Proceedings of International Conference RDAMM-2001*, pp.737-749.
- [65] Sawada, K., 1995, "A Convenient Visualization Method for Identifying Vortex Centers," *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, **38**(120), pp.102-116.
- [66] Khalid, S. A., Khalsa, A. S., Waitz, I. A., Cumpsty, N. A., Adamczyk, J. J., Marble, F. E., 1999, "Endwall Blockage in Axial Compressors," *ASME Journal of Turbomachinery*, **121**(3), pp.499-509.
- [67] Moore, R. D., Reid, L., 1980, "Performance of single-stage axial flow transonic compressor with rotor and stator aspect ratios of 1.19 and 1.26, respectively, and with design pressure ratio of 2.05," NASA TP 1659.
- [68] Reid, L., Moore, R. D., 1978, "Design and overall performance of four highly loaded, high-speed inlet stages for an advanced high-pressure ratio core compressor," NASA TP 1337.
- [69] Arima, T., Sonoda, T., Shirotori, M., Tamura, A., Kikuchi, K., 1999, "A Numerical Investigation of Transonic Axial Compressor Rotor Flow Using a Low-Reynolds-Number $k-\omega$ Turbulence Model," *ASME Journal of Turbomachinery*, **121**(1), pp.44-58.
- [70] Dunham, J., 1998, "CFD Validation for Propulsion System Components," AGARD-AR-355.
- [71] Denton, J. D., 1997, "Lessons from Rotor 37," *Journal of Thermal Science*, **6**(1), pp.1-13.
- [72] Castillon, L., Billonnet, G., Peron, S., Benoit, C., 2010, "Numerical Simulations of Technological Effects Encountered on Turbomachinery Configurations with the Chimera Technique," 27th International Congress of the Aeronautical Sciences.
- [73] 山田和豊, 2008, "特集: 流体現象と流れ制御 軸流圧縮機動翼列における翼先端漏れ流れに関連した流動現象," *日本ガスタービン学会誌*, **36**(5), pp.358-364.
- [74] 古川雅人, 山田和豊, 中野智樹, 井上雅弘, 2003, "遷音速圧縮機動翼列における翼端漏れ渦崩壊に起因した自励振動現象," 第31回ガスタービン定期講演会講演論文集, pp.195-199.
- [75] Denton, J. D., 1993, "The 1993 IGTI Scholar Lecture: Loss Mechanisms in Turbomachines," *ASME Journal of Turbomachinery*, **115**(4), pp.621-656.
- [76] Chen, J.-P., Webster, R. S., Hathaway, M. D., Herrick, G. P., Skoch, G. J., 2006, "Numerical Simulation of Stall and Stall Control in Axial and Radial Compressors," 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA 2006-418.
- [77] Chen, J.-P., Hathaway, M. D., 2007, "Pre-Stall Behavior of a Transonic Axial Compressor Stage via Time-Accurate Numerical Simulation," *ASME TurboExpo2007*, GT2007-27926.
- [78] Davis, R. L., Yao, J., 2006, "Axial Compressor Rotor Flow Structure at Stall-Inception," 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA 2006-419.
- [79] Bennington, M. A., Cameron, J. D., Morris, S. C., Legault, C., Barrows, S. T., Chen, J.-P., McNulty, G. S., Wadia, A. R., 2008, "Investigation of Tip-flow Based Stall Criteria Using Rotor Casing Visualization," *ASME TurboExpo2008*, GT2008-51319.
- [80] Cameron, J. D., Bennington, M. A., Ross, M. H., Morris, S. C., Du, J., Lin, F., Chen, J., 2013, "The Influence of Tip Clearance Momentum Flux on Stall Inception in a High-Speed Axial Compressor,"

- ASME Journal of Turbomachinery, **135**(5), pp.051005-1:11.
- [81] 山本一臣, Eulitz, F., Nürnberger, D., Schmitt, S., 1999, “Rotor 37 遷音速圧縮機動翼のチップクリアランス流れと衝撃波の干渉,” 日本ガスタービン学会誌, **27**(5), pp.354-359.
- [82] Engel, K., Zscherp, C., Wofrum, N., Nürnberger, D., Kügeler, E., 2009, “CFD Simulations of the TP400 IPC with Enhanced Casing Treatment in Off-design Operating Conditions,” ASME TurboExpo2009, GT2009-60324.
- [83] Cumpsty, N. A., Compressor Aerodynamics, 1989, Longman Scientific and Technical, ISBN 0-582-01364-X, p.366.
- [84] Sakulkaew, S., Tan, C. S., Donahoo, E., Cornelius, C., Montgomery, M., 2012, “Compressor Efficiency Variation with Rotor Tip Gap from Vanishing to Large Clearance,” ASME TurboExpo2012, GT2012-68367.
- [85] Storer, J. A., Cumpsty, N. A., 1991, “Tip Leakage Flow in Axial Compressors,” ASME Journal of Turbomachinery, **113**(2), pp.252-259.
- [86] Müller, W. M., Schiffer, H.-P., Voges, M., Hah, C., 2011, “Investigation of Passage Flow Features in a Transonic Compressor Rotor with Casing Treatments,” ASME TurboExpo2011, GT2011-45364.
- [87] Huang, X., Chen, H., Fu, S., 2008, “CFD Investigation on the Circumferential Grooves Casing Treatment of Transonic Compressor,” ASME TurboExpo2008, GT2008-51107.
- [88] Weichert, S., Day, I., Freeman, C., 2011, “Self-regulating Casing Treatment or Axial Compressor Stability Enhancement,” ASME TurboExpo2011, GT2011-46042.

付録A 遷音速ファン IHI FRTM の数値解析

本研究で対象とした NASA Rotor 37 は高負荷作動条件において翼端漏れ渦の崩壊が発生し、翼端から失速状態へと陥る典型的な tip critical な圧縮機であった。このような圧縮機は一般にケーシングトリートメントの効果が現れやすいとされる。しかし実機へ搭載する圧縮機を設計するには通常翼端の負荷をある程度抑制した空力設計がなされる。翼端の負荷を最小限にするこのような傾向は近年の小型コア化に伴う相対的な翼端間隙の拡大を背景に、今後益々普及、進展すると考えられる。このような状況を踏まえ、今後の先進的な失速抑制デバイスの開発に向けてより一般に適用可能な知見を獲得するために、本付録では試験回転翼である NASA Rotor 37 とは別に、より実機に近い設計がなされている遷音速ファン IHI FRTM を対象としてケーシングトリートメントを施した際の効果を数値解析的に調査した。

A.1 解析対象

IHI FRTM (FRTM: Fan Rig Test Model) は株式会社 IHI にてファン騒音の低減を目的とした騒音試験に供するために設計・製作された単段の遷音速ファンリグである。主要な設計諸元を表 a.1 に示す。動翼はすべての回転数域において十分な安定作動範囲を持つように設計され、積重軸は直線となっている。IHI FRTM の概観を図 a.1 と図 a.2 に、過去に株式会社 IHI にて性能試験が実施された際のテストセクションの子午断

Table a.1 Design specification of IHI FRTM

Number of rotor blades	20
Tip solidity	-
Rotor inlet hub-to-tip diameter ratio	0.43
Rotor blade aspect ratio	1.34
Tip clearance [mm (%span)]	1.120 (1.22)
Rotor tip relative inlet Mach number	1.49
Mass flow rate [kg/s]	-
Design wheel speed [rad/s]	2453
Tip speed [m/s]	422.812
Rotor total pressure ratio	-
Rotor adiabatic efficiency	-



Figure a.1 Photograph of rotor wheel geometry



Figure a.2 Photograph of single rotor blade

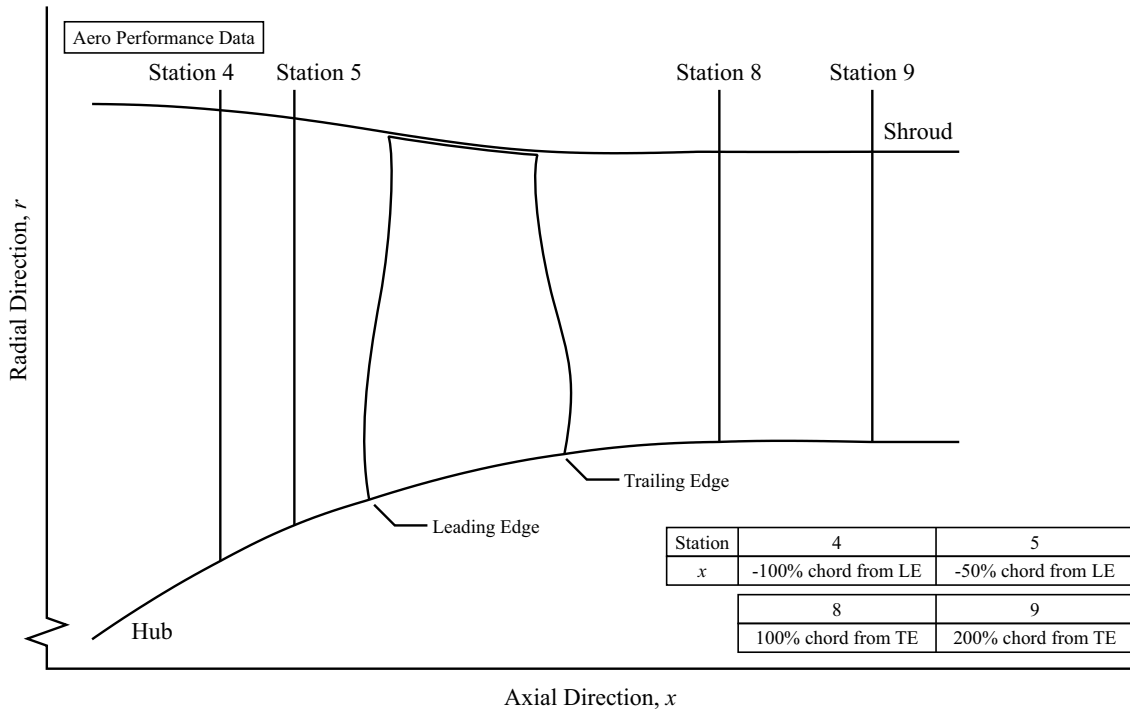


Figure a.3 Meridional view of IHI FRTM

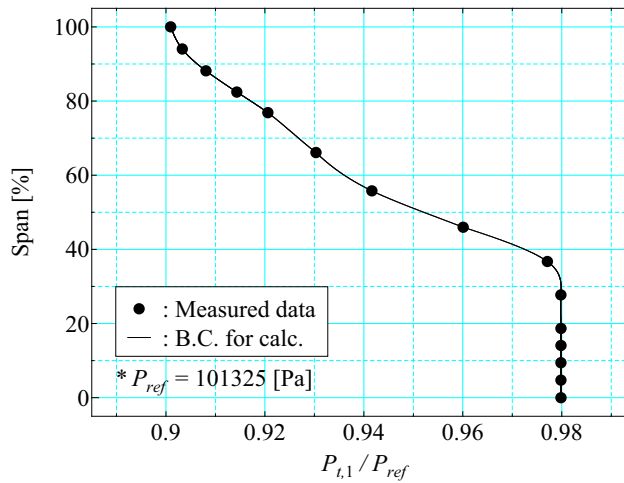


Figure a.4 Upstream total pressure condition at measuring station 4

面内における FRTM の動翼と流路の形状を図 a.3 にそれぞれ示す. FRTM もまた後置静翼と共に一組のファン段として元々設計されたものであるが, ケーシングトリートメントが翼列流れ場に及ぼす影響に純粹に着目するために, Rotor 37 と同様動翼単体としての FRTM を解析対象とする.

A.2 計算領域と計算条件

IHI FRTM を対象とした計算も定常条件で実施するため, 流れの周期性を仮定し翼列一流路分を計算領域に設定した. 計算領域の入口境界は過去に実施された性能試験において入口条件が取得された station 4 に設定した. 出口境界については設定位置の基準となるようなスパン方向流れ計測が過去に動翼後方で実施されていないことから, 後縁から 2 コード長下流の位置にある station 9 に設定した. 解析は IHI FRTM が設計回転数の 95% の回転数で作動する条件を対象に実施した. 入口の境界条件に付与する全温と流れ角は station 4 の位置で計測された値を参考に設定し, 全圧は図 a.4 に示すような分布を与えることによりケーシング側

の計算領域上流に非常に強いインレットディストーションが存在するような条件を想定した。これに加えて、解析を実施するにあたって翼端間隙の高さを本来の設計値よりも大きく設定することで全体的に翼端における空力的な負荷が大きくなるような条件で解析を実施した。表 a.1 中で示した翼端間隙の高さは FRTM 本来の設計値ではなく、本解析における設定値である。

A.3 パラメトリックスタディの実施条件

本文第 4 章における解析と同様、単一の周方向溝型ケーシングトリートメントを対象に、その軸方向設置位置と溝深さを対象としたパラメトリックスタディを実施した。軸方向設置位置は前縁から後縁にかけて 10 通りに変化させ解析を行った。対象としたトリートメント溝の設定形状パラメータの一覧を表 a.2 に、子午断面における動翼と溝の位置関係を図 a.5 に示す。ここで対象とする溝深さは Rotor 37 の解析における深溝条件に対応するため、それぞれの溝条件の呼称は第 4 章における深溝条件の呼び方に準拠する。

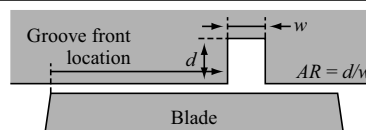
A.4 計算格子

Smooth wall 条件と grooved wall 条件における IHI FRTM の解析は、基本的に NASA Rotor 37 の解析と同様の格子トポロジーを用いて実施した。使用した計算格子の概観を図 a.6 に示す。計算領域全域で高い直交性を維持するために格子は 7 つに分割した領域によって構成した。翼周りには O 型格子 (#3) を配置し、その前後を H 型格子 (#1, #2) で挟んだものをさらに両側から H 型格子 (#4, #5) で挟みこんだ。翼端間隙部には HO 型格子 (#6, #7) の 2 領域を埋め込んだ。格子の作成には NUMECA の回転機械専用マルチブロック構造格子自動生成ソフトウェア AutoGrid5™ を使用した。固体壁面上における最小格子幅は、 $y^+ \leq 1$ の条件を満足し乱流境界層が解像できるよう 3.0×10^{-6} [m] に設定した。格子点数の概要を表 a.3 に示す。

ケーシングトリートメントを施した条件 (grooved wall 条件) に対しては、以上の“流路格子 (passage grid)”に“溝格子 (groove grid)”と“中間格子 (intermediate grid)”の 2 つの H 型格子を加えて解析を行った。溝格子はトリートメント溝内部を埋める格子であり、流れ方向 40 点、ピッチ方向 144 点、スパン方向 50 点の計 230,400 点からなる。中間格子は溝格子と流路格子の間を取り持つ格子であり、流れ方向 40 点、ピッチ方向 144 点、スパン方向 20 点の計 288,000 点からなる。中間格子は流路格子と翼端間隙の 80% 分重なるように作成・配置されており、格子全体が流路格子内に含まれるが、溝格子は流路格子と重なり合わず中間格子と接合する。FSA による物理量の受け渡しは流路格子と中間格子の間でのみ行われ、中間格子と溝格子は接合するセル間で直接物理量の受け渡しを行う。以上の重合格子に関連した計算格子の配置なども全て Rotor 37 の解析に際して使用した手法に準拠している。

Table a.2 Casing treatment configurations

	Groove front location [%c _x]	Width <i>w</i> [%c _x]	Aspect ratio <i>AR</i> (D: deep, S: shallow)
Config000D	0.0	7.0	3.0
Config010D	10.0	7.0	3.0
Config020D	20.0	7.0	3.0
Config030D	30.0	7.0	3.0
Config040D	40.0	7.0	3.0
Config050D	50.0	7.0	3.0
Config060D	60.0	7.0	3.0
Config070D	70.0	7.0	3.0
Config080D	80.0	7.0	3.0
Config090D	90.0	7.0	3.0



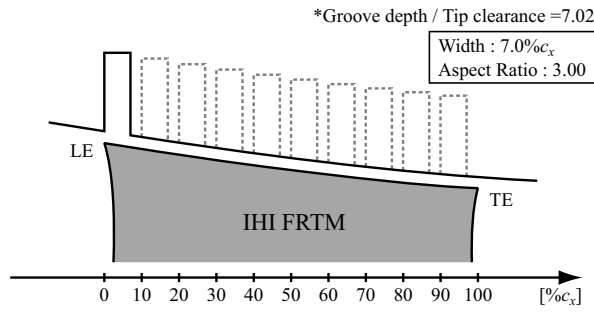


Figure a.5 Meridional view of groove alignment near the blade tip

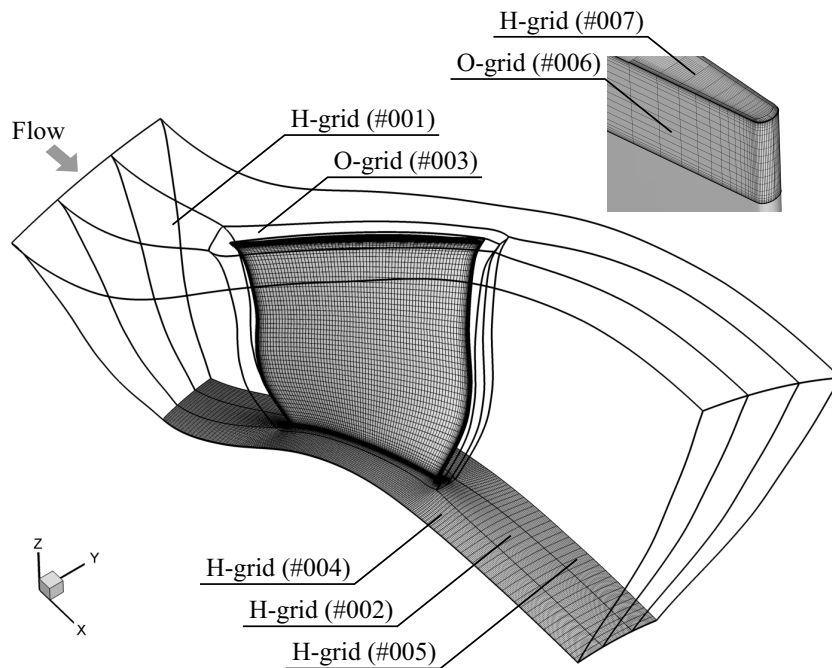


Figure a.6 Numerical grid for IHI FRTM analysis

Table a.3 Number of numerical cell

	Zone number	Number of cell
Passage	Zone #001~#005	1,686,528
Tip clearance	Zone #006~#007	101,376
Intermediate	Zone #008	288,000
Groove	Zone #009	230,400
Total		2,306,304
* Passage grid..... Number of cell in axial direction : 160		
tangential direction : 64		
radial direction : 108		
** Intermediate grid Number of cell in axial direction : 100		
tangential direction : 144		
radial direction : 20		
*** Groove grid Number of cell in axial direction : 40		
tangential direction : 144		
radial direction : 40		

A.4 解析結果と考察

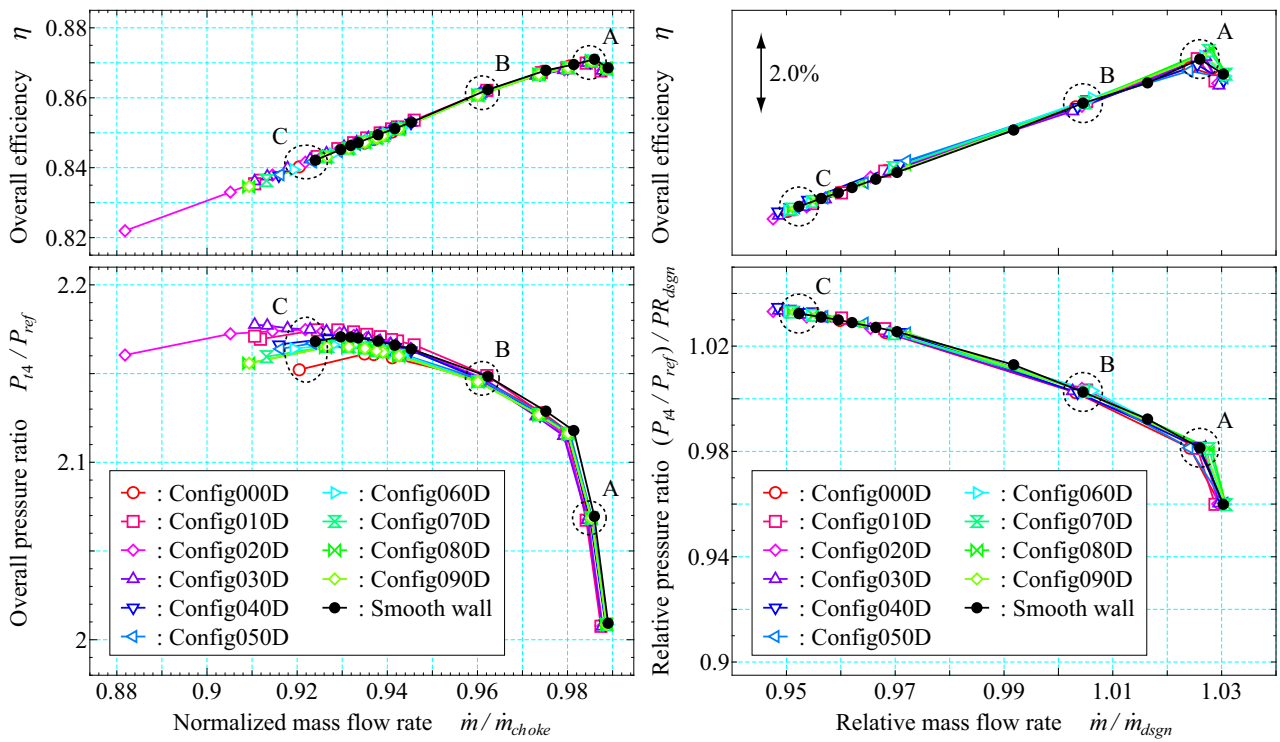
Smooth wall 条件における失速初生

IHI FRTM にケーシングトリートメントを施した際の特性曲線を Rotor 37 の結果とともに図 a.7 に示す。プロットしたそれぞれの曲線の最小流量点は解析における失速点と対応する。また、溝を施していない smooth wall 条件と比較した際の失速マージンの改善率をプロットしたものを図 a.8 に示す。失速マージンの改善量 ΔSM と改善率 SMI はそれぞれ本文第 4 章の式(4.1)と式(4.2)により定義した。図 a.8 において、溝を施したことによる影響が FRTM の失速マージンについても確認できるが、変化の度合いは Rotor 37 に比べると非常に小さい。最も改善率が大きい config040D においても SMI は 5%程度であり、Rotor 37 の config020D による 40%超の SMI に比べると格段に小さい。以下ではまずケーシングトリートメントの影響を議論する際の前提として把握しておくべき smooth wall 条件における解析結果を示す。対象とする圧縮機について流れ場の特性と失速に陥るメカニズムの考察を行うことで、ケーシングトリートメントが失速特性へ与える影響を議論する際の足がかりとする。

作動点 A, B, C における流路内のブロッキング領域の分布を図 a.9 に示す。作動点の呼称は図 a.7 内の表記に従うものとし、作動点 A は最高効率点、作動点 C は失速点、作動点 B は作動点 A と作動点 C の中間程度の付加の作動点に相当する。図から、全ての作動点で翼端近傍のブロッキング領域が最も支配的である。作動点 A では、ブロッキング領域はミッドコード付近から下流のケーシング壁面に沿って広がっている。作動点 A での上昇に伴ってブロッキング領域は全体的に上流へと移動し、作動点 C においては、ブロッキングの大部分は前縁より 20%~50% c_x 下流の位置に分布している。ブロッキング領域の厚みは失速点である作動点 C においてもそれほど変化していない。このことは失速点近傍で翼端漏れ渦の渦崩壊が発生するのを境にブロッキング領域のスパン方向およびピッチ方向の厚みが急速に増す Rotor 37 とは対照的である。

3つの作動点における翼端漏れ流れの流線と 96%スパン高さ断面における相対マッハ数の分布を図 a.10 に示す。流線は翼端間隙高さ 25%の位置に発生点を配置することで作成し、無次元ヘリシティで色付けした。作動点 A では翼端の付加が小さいため、翼端漏れ流れは隣接翼に向かって進行することなく、翼端漏れ渦も翼端の負圧面に沿って下流へと流されていく。図 a.9 におけるブロッキング領域はこの翼端漏れ流れと翼端漏れ渦に対応している。この時点ではブロッキング領域と隣接翼の前縁との間には十分な距離が残されているため、隣接翼の前縁における主流の流入角に影響を及ぼすといった効果はない。作動点 C では、翼端負荷が増大することによってより強い翼端漏れ渦が形成されるようになる。しかし翼端負荷の増大に伴って翼端漏れ渦の旋回が増大してなお、翼端漏れ渦に Rotor 37 の解析結果で確認されたような渦崩壊の特徴は現れておらず、いずれの作動点においても翼端漏れ渦は衝撃波を通過する前後でその形状を大きく変化させない。Müller ら^[86]は翼端漏れ渦と衝撃波の干渉によって渦崩壊が発生する遷音速圧縮機の条件を“圧力比が 1.8 以上、翼端間隙高さが 0.4%スパン高さ以下”としている。Rotor 37 は圧力比が 2.106、翼端間隙が 0.45%スパン高さであり Müller らの条件を概ね満たす一方、FRTM は圧力比が 1.8 以下、翼端間隙高さも 1.22%であり、どちらの条件も満たしていない。

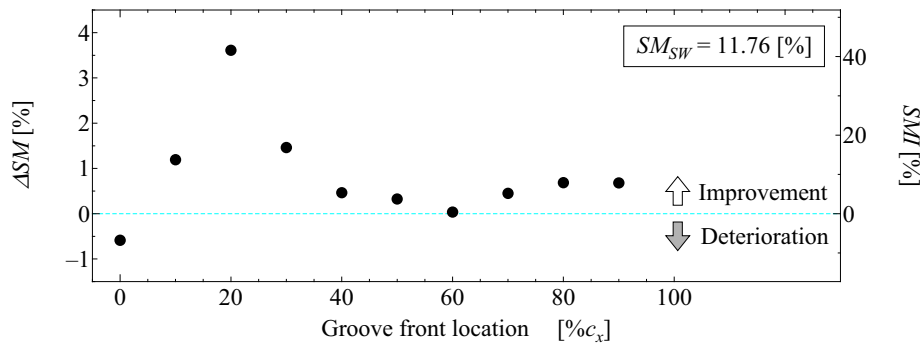
作動点 A と作動点 C における翼端漏れ流れの運動量密度 Ψ と軸方向運動量密度 Ψ_x の分布を図 a.11 に示す。 Ψ 及び Ψ_x を算出する際の検査面と、流れの向きや定義などは本文第 3 章の図 3.59 に従う。FRTM では上述の通り翼端漏れ渦の渦崩壊が発生しないため、隣接翼の翼端正圧面に低速領域が接近するといったことが起こらない。これにより、0%~50% c_x の範囲における翼端漏れ流れの運動量密度は作動点 A から作動点 C まで高いまま維持される。一方で同じ範囲における $-\Psi_x$ の変化に着目すると、作動点 A から作動点 C にかけて次第に大きくなる様子が確認できる。これらのことから、FRTM では主流に対向する翼端漏れ流れの運動量成分 $-\Psi_x$ の増大は単純に翼端負荷の増大によって引き起こされると推測される。これは翼端漏れ流れを構成する流れの運動量が低下することが $-\Psi_x$ 増大の主因であった Rotor 37 とは大きく異なる点である。以上のように、翼端漏れ渦の渦崩壊を伴わず、翼端漏れ流れの流れ角が翼端負荷の増大とともに次第に主流へと逆らう方向へと変化していく様子などから、FRTM は低速圧縮機などにおいて報告されているような典型的な spike 型の失速初生を有すると推測される。すなわち、翼端漏れ流れと主流との単純な運動量バランスの関係に基づいて翼端漏れ流れと主流の界面が上流へ前進し、界面の位置が翼端前縁部に到達した段階で不安定に陥ると考えられる。FRTM の翼端近傍における流れ構造の模式図を図 a.12 に示す。



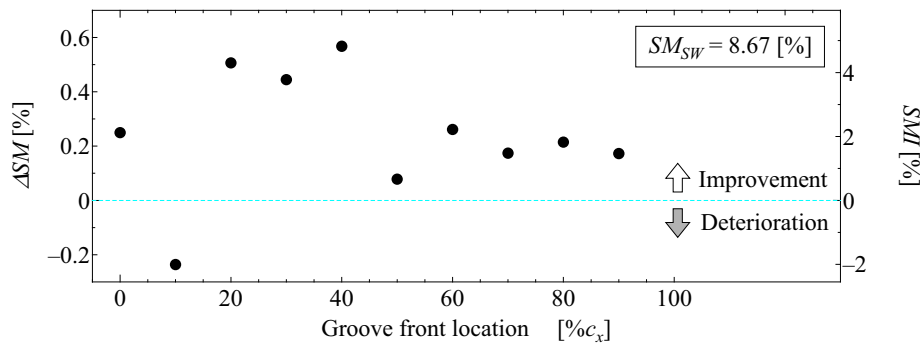
(a) NASA Rotor 37

(b) IHI FRTM

Figure a.7 Comparison of characteristics plot (Deep groove)

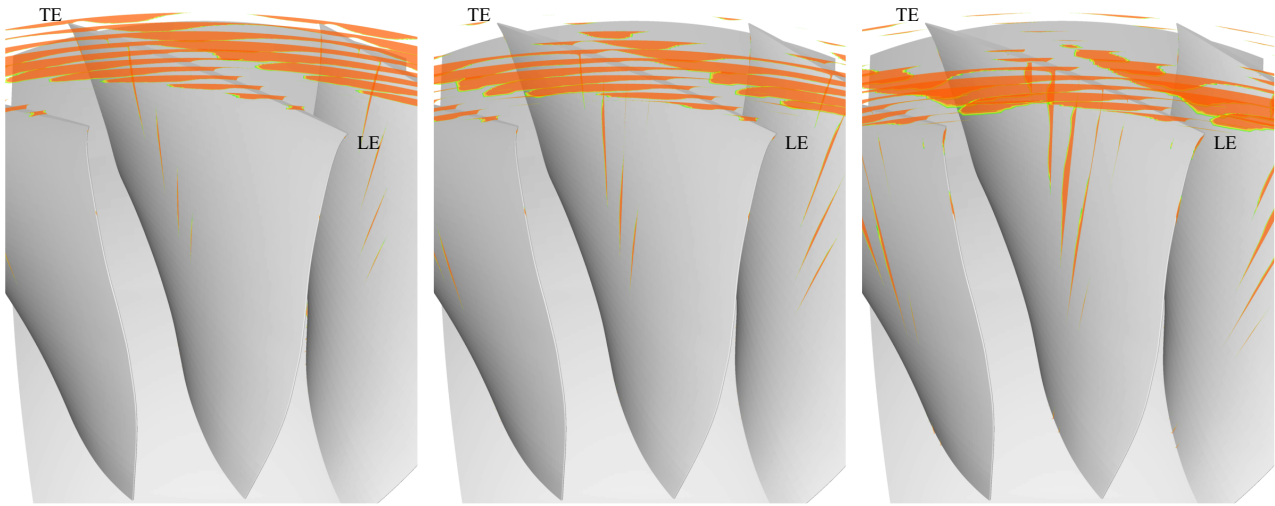


(a) NASA Rotor 37



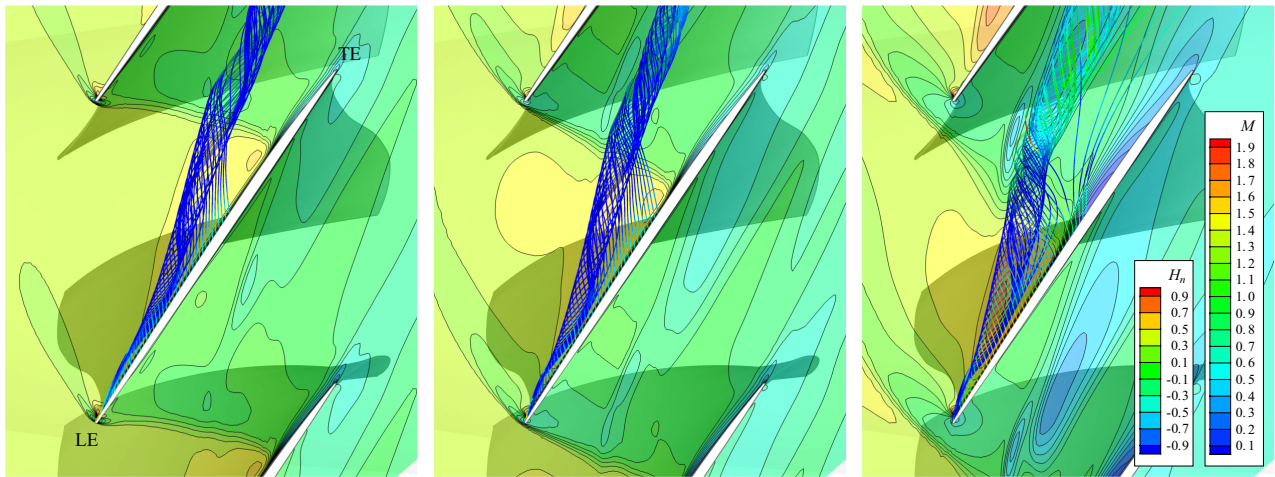
(b) IHI FRTM

Figure a.8 Comparison of stall margin improvement (Deep groove)



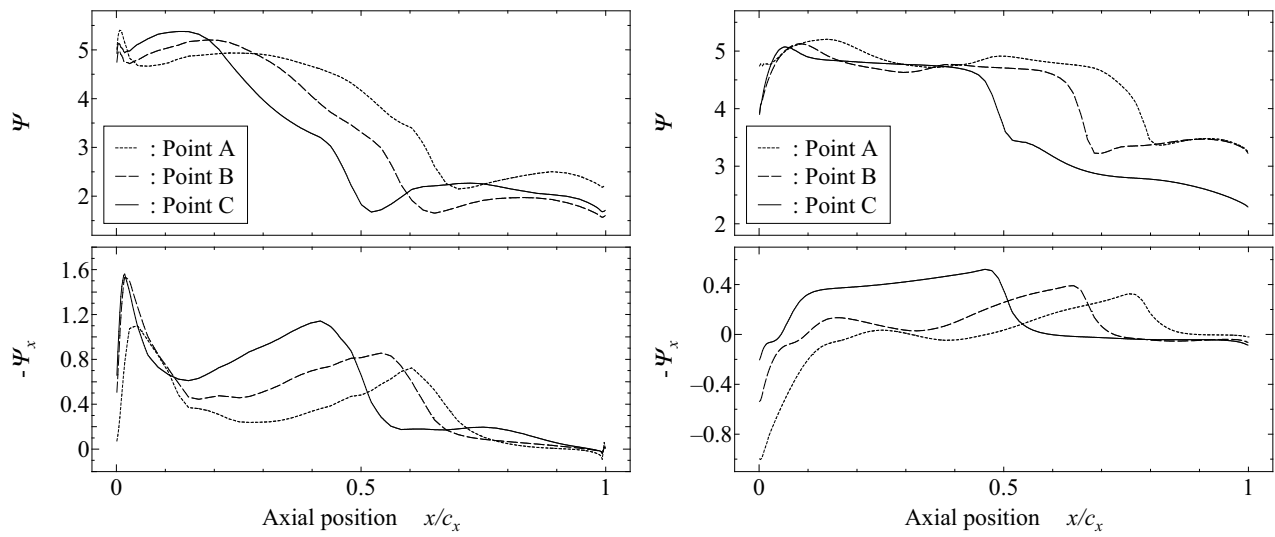
(a) Operating point A (b) Operating point B (c) Operating point C

Figure a.9 Comparison of blockage region distribution within the blade passage



(a) Operating point A (b) Operating point B (c) Operating point C

Figure a.10 Comparison of streamlines of tip leakage flow and Mach number distribution at 96% span height surface



(a) NASA Rotor 37

(b) IHI FRTM

Figure a.11 Comparison of tip leakage flow momentum density among three different operating points

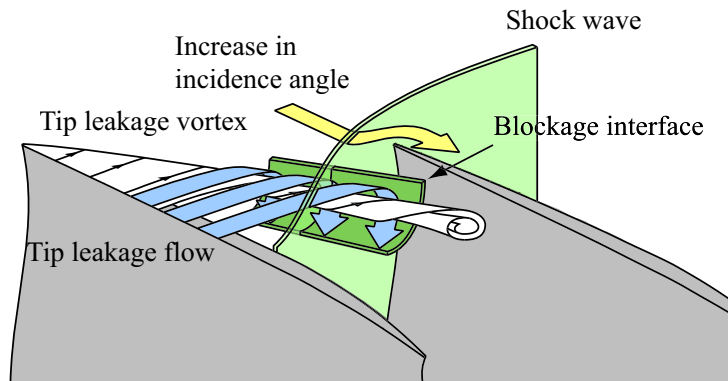


Figure a.12 Schematic of stall inception mechanism

翼端漏れ流れの変化と失速抑制のメカニズム

図 a.8(b)において最も大きい失速抑制効果が得られた config040D の溝条件において翼端近傍に生じる変化を観察する。作動点 C における翼端漏れ流れの運動量密度と軸方向運動量密度の変化を図 a.13 に示す。ケーシングトリートメントによる翼端漏れ流れの運動量密度の低減量は Rotor 37 の時と比較すると小さい。図から、運動量密度がほとんど減少していないことが確認できる。このように、FRTM においてケーシングトリートメントによって翼端漏れ流れに引き起こされる変化は全体的に Rotor 37 よりも小さい。しかしこの効果によって隣接翼へと進行する翼端漏れ流れが一部低減される。作動点 C における翼端漏れ流れの流線を smooth wall 条件と config040D 条件で比較したものを図 a.14 に示す。図から、溝直下の翼端漏れ流れは、本来翼端漏れ渦に合流した位置にまで進行せず、下流へと流されていく様子が確認できる。そこで同じく作動点 C における、96%スパン高さ断面の blockage indicator の分布を図 a.15(a)に、blockage indicator の変化量 $\Delta\Omega$ の分布を図 a.15(b)にそれぞれ示す。ここで $\Delta\Omega$ の定義は本文第 4 章の式(4-8)に従う。図から、溝を施した位置から生じる翼端漏れ流れが本来翼端漏れ渦に合流するはずであった位置において、ブロッキング領域が縮小していることがわかる。しかしブロッキング領域の変化量は小さく、また溝によって十分に翼端漏れ流れの運動量が低減していないために、溝直下から生じた翼端漏れ流れは主流との本来の干渉位置のすぐ下流で主流と干渉を引き起こす。図 15(b)においてブロッキングが拡大している箇所は、このような流れの効果を反映している。図 a.8 において確認された失速マージンの改善は、以上のようなメカニズムによって主流と干渉するブロッキングが減少したことでもたらされたと推測される。

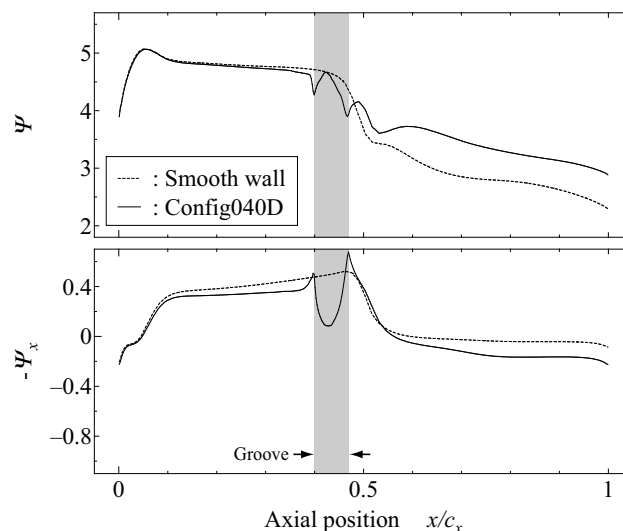


Figure a.13 Comparison of tip leakage flow momentum density between smooth wall condition and config040D condition (Operating point C)

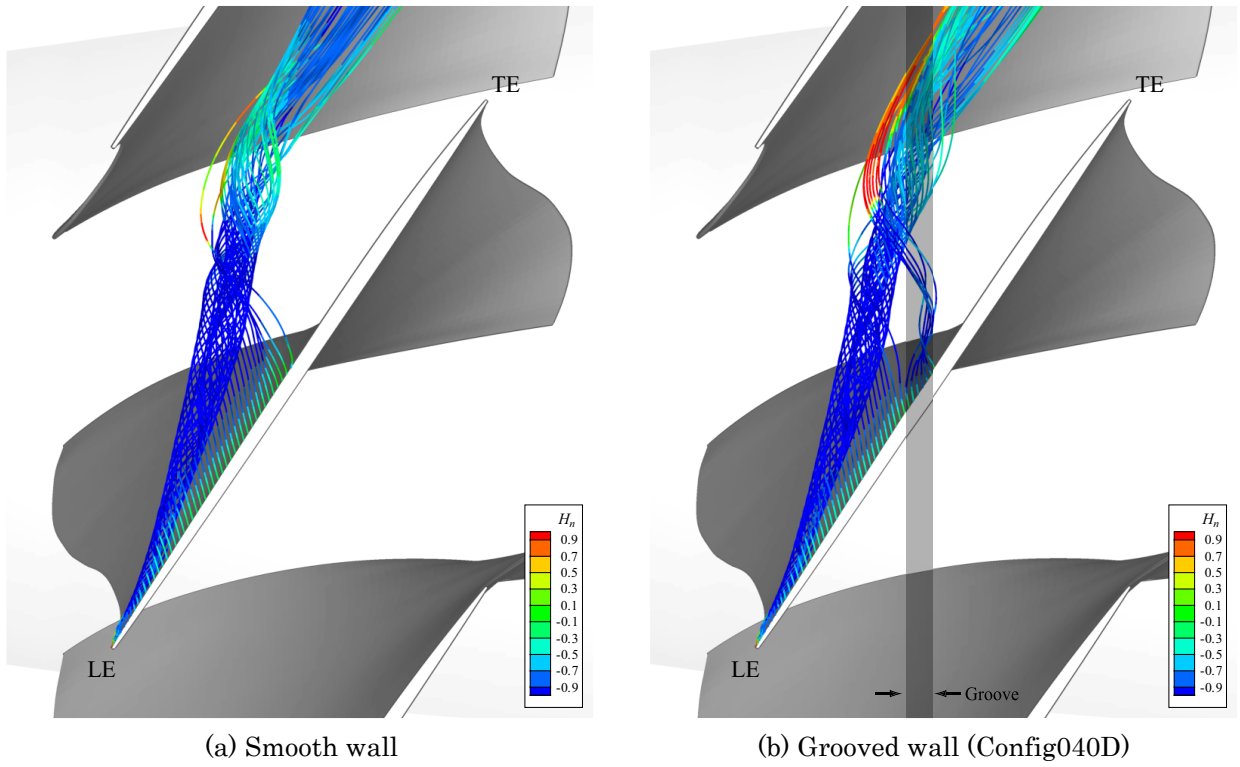


Figure a.14 Comparison of tip leakage flow streamlines between smooth wall condition and config040D condition (Operating point C)

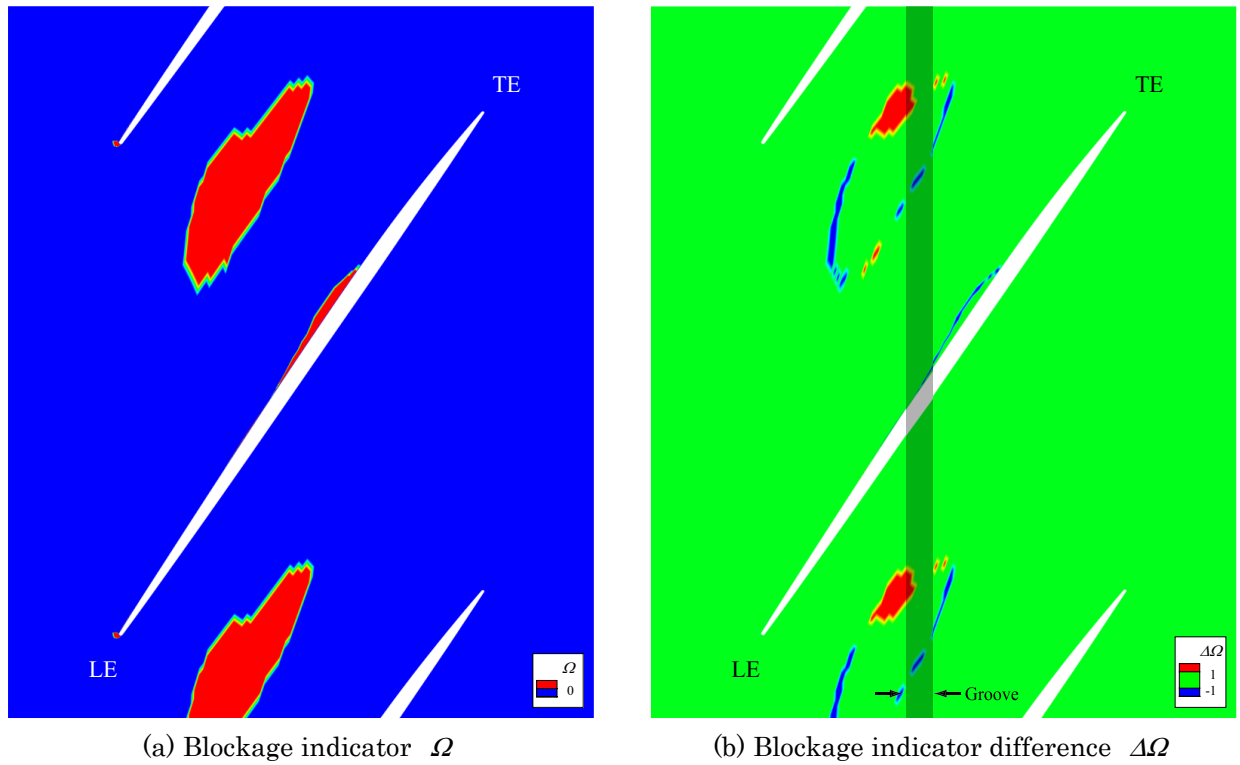


Figure a.15 Comparison of blockage indicator distribution between smooth wall condition and config040D condition (Operating point C)

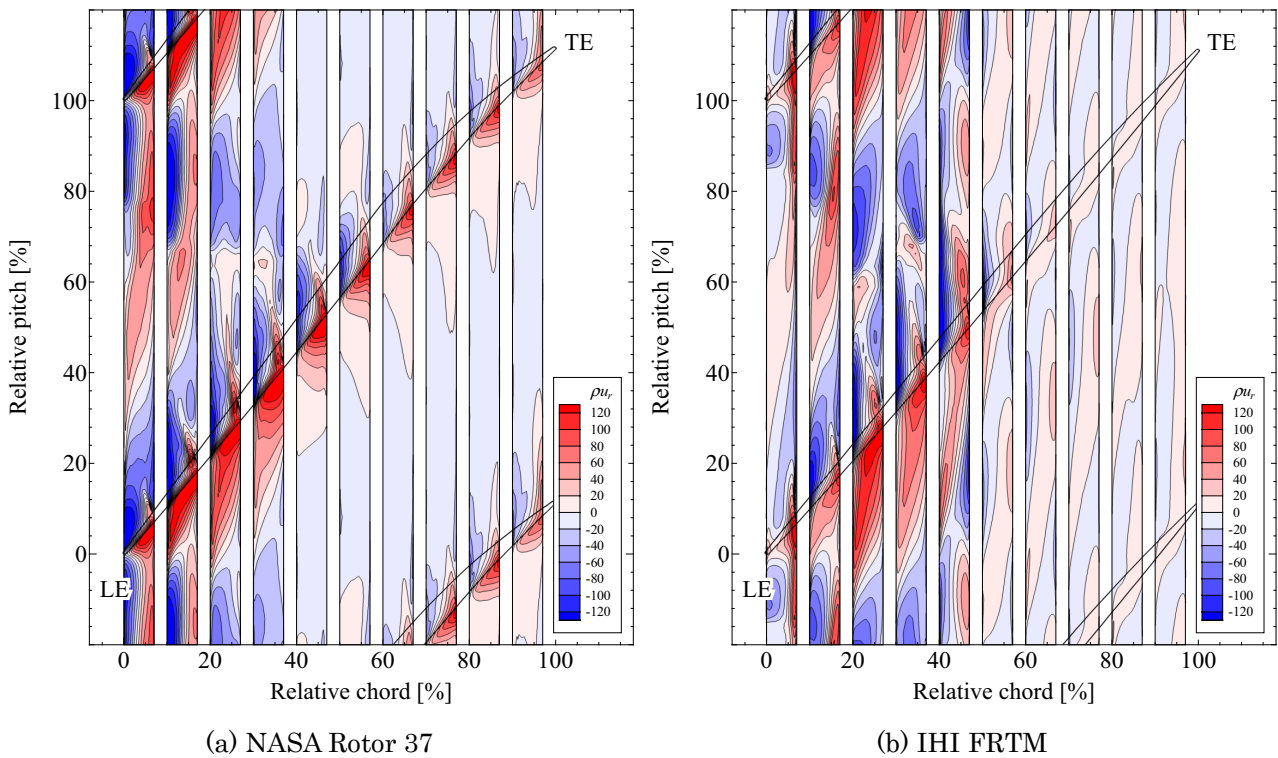


Figure a.16 Mass flux of the fluid passing through the bottom surface of the groove (Operating point C)

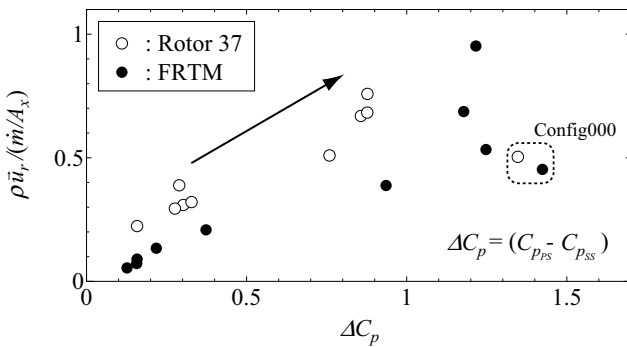


Figure a.17 Relationship between mass flux of the fluid passing through the bottom surface of the groove at the blade tip and the local blade loading at the groove location (Operating point C)

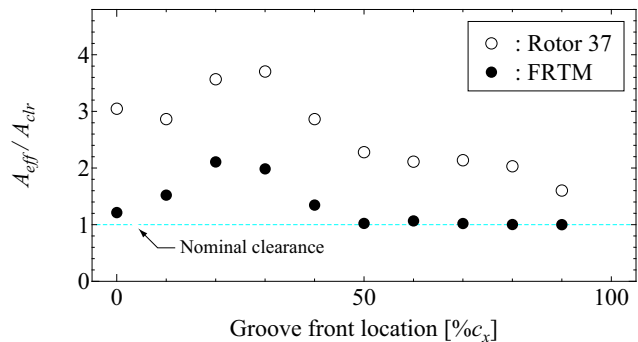


Figure a.18 Comparison of effective leakage flow area between Rotor 37 and FRTM (Operating point C)

翼端近傍の流れ場の変化

ここまでの議論から、たとえ溝の形状が同一であっても単一の周方向溝型ケーシングトリートメントによる失速抑制効果は、施す対象となる圧縮機によって大きく異なることが明らかとなった。FRTMにおける失速マージンの改善率が Rotor 37 に比べて小さいのは Rotor 37 ではミッドコード付近から生じる翼端漏れ流れによるブロック効果低減することが出来れば失速が抑制できたのに対して、FRTM では比較的広い範囲から生じる翼端漏れ流れが失速を引き起こしており、それらのブロック効果を一本の溝によって低減することが難しいことが原因の一つとして考えられる。また、図 a.13 などで示唆されるようにケーシングトリートメントが翼端近傍の流れ場にもたらす変化の度合いがそもそも小さいためという可能性も考えられる。そこで、以下では本文における議論と同様に溝下面を通過する流れの流量に着目し、有効翼端漏れ面積

なども導入しながらケーシングトリートメントが流れ場に及ぼす影響の大きさを評価する。

Grooved wall 条件の Rotor 37 と FRTM において各溝の下面を通過する流量を図 a.16 に比較する。なお作動点はどちらも失速点（作動点 C）である。図より、溝下面を通過する流量は Rotor 37 においても FRTM においても溝直下の流れ場の状況によって変化する。FRTM においても、翼端部やケーシング壁面の境界層剥離が生じる箇所及び溝直下に翼端漏れ渦が存在する箇所において、流れの出入りが活発となっていることが確認できる。中でも最も溝への流れの出入りが激しい翼端部に着目し、溝位置における翼負荷と流入する流量との関係を図 a.17 に示す。図から、翼端部分における溝内への流入量は、局所的な翼端負荷に対応して決まることが FRTM についても確認された。一方で、Rotor 37 のほうが同じ翼端負荷であっても全体的に流入量は多くなる傾向が見てとれる。これは相対的に翼端間隙が小さい Rotor 37 のほうが翼端における圧力勾配が急峻になるためであると考えられる。第 4 章で導入した有効翼端漏れ面積をそれぞれの溝条件について算出したものを図 a.18 にまとめる。改めて、溝を施す位置によって溝が流れ場に及ぼす影響の度合いが異なることが見てとれる。また、有効翼端漏れ面積の大小と失速マージン改善率が必ずしも対応しないことが FRTM を対象とした解析からも確認された。このことは、ケーシングトリートメントによって適切な失速抑制効果を得るためには、失速を引き起こす現象を抑制するような流れ場の変化を、適切な位置で作用させる必要があることを示している。

A.5 本付録のまとめ

本付録では、異なる失速発生メカニズムを有する圧縮機に対して単一の周方向溝型ケーシングトリートメントを施した際に、それによってもたらされる失速マージンの改善率がどのように変化するかを調査した。実機で使用されるファン動翼に近い IHI FRTM を対象として smooth wall 条件と grooved wall 条件の解析を実施した結果、翼端負荷が相対的に低く、広い範囲の翼端漏れ流れが失速を引き起こす IHI FRTM のような圧縮機に対しては単一の周方向溝では十分な失速抑制効果が得られないことが示唆された。一方で、Rotor 37 を対象とした議論により得られた知見は FRTM に対しても適用できることが確認された。すなわち、溝が翼端漏れ流れに及ぼす影響の大小は、溝位置における翼端負荷に左右されることが再認識された。また、より高い失速抑制効果を期待する際には、溝が圧縮機に及ぼす影響を大きくするだけでは不足であり、失速を引き起こす流れに対して有効に作用できるような位置に溝を施す必要があることが引き続き示された。

謝辞

本論分をまとめるにあたり、多くの方からご指導及びご助言を賜り、支えていただきました。

指導教員の渡辺紀徳教授に心から感謝申し上げます。圧縮機の不安定現象の抑制という、工学上非常に重要な課題に取り組む機会を与えて頂きました。学部4年次から6年間向き合った圧縮機とその不安定流れ場は大変に興味深く、取り組む甲斐のあるテーマでした。研究の方向性で思い悩みご相談に伺うことの多かった私に対し、深い知識と考察を基に多くのご助言を与えて下さり、また叱咤激励して頂きました。長年にわたって賜った教授の貴重なご指導無くして本論分は完成し得ませんでした。

姫野武洋准教授に深く感謝いたします。輪講などで様々な貴重なご意見、ご指摘をいただきました。現象の本質を捉えた考察や工学的な見地から広く俯瞰した議論など、私が今後研究者として目指すべき一つの目標を、身をもって示して下さいました。また本研究は姫野准教授の構築された計算コード無くして進めることは出来ませんでした。

西澤敏雄氏、李家賢一教授、寺本進准教授には学位論文審査の際に多くの貴重なご意見やご指摘をいただきました。深く感謝いたします。寺本進准教授、岡本光司准教授には合同輪講の場でも大変貴重なご指摘やご助言をいただきました。合同輪講における議論は自分の研究の立ち位置を確認し、議論の進め方を見直す良い機会であり、また頂いたご意見から考察の穴に気付くことも度々ありました。心より感謝申し上げます。岡井敬一特任准教授には研究室輪講などの場で貴重なご意見をいただきました。また論文をまとめる時期には様々にお気遣いいただきましたこと、深く感謝いたします。

学術支援職員の鶴沢聖治氏には、学部4年次の実験に際して大変お世話になりました。自分の力で問題設定と問題解決を行えるような環境を整えていただき、私が間違いを犯した際には厳しくも丁寧に指導して下さいました。圧縮機の旋回失速現象を対象に実験に取り組んだ経験は、私が修士以降も圧縮機の研究を進めることを決めたまっかけであり、研究の原点でした。また、研究の手段が数値解析的手法に移ってからも日々の生活において常に気を配っていただきました。井上智博特任准教授には日々の生活の中で幅広くご指導いただきました。研究においては常に先を見据えた視点で貴重なご指摘をいただき、研究以外の面についても様々な相談に乗っていただきました。要領が悪く、一步を踏み出すのが遅い私がなんとか楽しく充実した研究生活を送れたのも井上准教授のお気遣いがあればこそでした。秘書の山田陽子さんには出張手続きをはじめ、様々な手続きで大変お世話になりました。煩雑な事務手続きを円滑に進めていただき、私が研究に専念できるよう常にご配慮いただきました。

株式会社IHIの加藤大氏、室岡武氏、周藤由香里氏には研究に関して実機の視点から貴重なご意見をいただきました。研究開発の最新の動向や設計の現場で抱える問題などに関していただいた様々な情報は研究の方向性を考えるうえで大変参考になりました。

梅村悠氏（現JAXA）、岡田隆一氏（現IHI）にはご在学時に研究と私生活の両面で大変お世話になりました。私が博士課程を志すことを決めた過程で両氏の存在は欠かすことが出来ません。両氏は身近にありながら常に私が目指す高い目標であり、楽しく真剣に研究に取り組む姿勢を学ばせていただきました。

博士課程の立石敦君には博士学生として研究に関して様々に議論を行い、研究結果の解釈や現象の分析について新たな見方を教わることが多々ありました。時には私の愚痴にも付き合ってくれ、充実した研究生活を送るのを常に支えてくれました。ありがとう。

最後に、長年のわがままを快く許し不自由なく研究を行えるよう努めてくれた父、何よりも私の研究を優先し常に私を支え励ましてくれた母、奔放に私を応援してくれた姉に最大限の感謝を表し、本論文を締めくくりたいと思います。

平成26年2月3日