

# 論文の内容の要旨

## 論文題目

### Congruences of Hilbert modular forms over real quadratic fields and the special values of $L$ -functions

(実 2 次体上の Hilbert 保型形式の合同式と  $L$  関数の特殊値)

氏名 平野 雄一

本論文では、総実代数体  $F$  上の Hilbert 固有カスプ形式と Hilbert Eisenstein 級数の間の合同式からそれらに伴う  $L$  関数の特殊値の間の合同式を導く。主定理 (Theorem 0.1=Theorem 3.1) は、Vatsal 氏 [Vat] による  $F = \mathbb{Q}$  及び重さ  $k = 2$  の結果を、適当な仮定の下で総実代数体  $F$  及び平行な重さ 2 の場合に一般化したものである。Vatsal 氏の結果は、Greenberg 氏と Vatsal 氏 [Gre-Vat] によって  $\mathbb{Q}$  上の固有カスプ形式に伴う 2 次元剰余可約表現の岩澤主予想に応用され、その解決をもたらした。この 2 次元剰余可約という希少な表現は、Ribet 氏 [Ri] や Wiles 氏 [Wil] の巧妙なアイデア・議論によって総実代数体上の 1 次元岩澤主予想の解決をもたらした重要な研究対象である。その一方、近年、Skinner 氏と Urban 氏 [Ski-Ur] によって多くの場合に 2 次元岩澤主予想が解決されたが、剰余可約表現は除外されている。そのため、剰余可約表現を扱える方法を構築する必要がある。このような状況下で、本論文では、総実代数体において、ある仮定のもとで、次を示し、Vatsal 氏の結果を一般化した:

- Hilbert Eisenstein 級数に伴う cohomology class の integrality 及びその mod  $p$  non-vanishing (Corollary 2.24);
- Hilbert 固有カスプ形式と Hilbert Eisenstein 級数の間の合同式からそれらに伴う cohomology class の間の合同式を導くこと (Theorem 4.1).

主定理は、これらの結果と後述する Mellin 変換公式から従う。

本論文の構成を述べる。

第1節では, Hilbert modular 多様体及び Hilbert 保型形式に関する解析的性質及び代数的性質について復習する. また, Hilbert Eisenstein 級数の基本性質についても述べる.

第2節では, Stevens 氏の結果 ([Ste1], [Ste2]) を一般化する. 一般の Hilbert 保型形式に伴う group cocycle を構成し, 次のことを示す:

- (i) カスプ形式とは限らない Hilbert 保型形式における Mellin 変換公式 (Proposition 2.19, Proposition 2.20);
- (ii) Hilbert Eisenstein 級数に伴う cohomology class の integrality 及びその mod  $p$  non-vanishing (Corollary 2.24);
- (iii) Hilbert 固有カスプ形式と Hilbert Eisenstein 級数の間の合同式の例 (Example 2.28).

第3節では, Vatsal 氏の結果 [Vat] を一般化する. この節の目的は主定理を示すことである. 上述した (i) 及び (ii) より, 主定理は第4節の主結果 (Theorem 4.1) から従う.

第4節では, Hilbert 固有カスプ形式と Hilbert Eisenstein 級数の間の合同式からそれらに伴う cohomology class の間の合同式を示す (Theorem 4.1).

## 参考文献

- [Gre–Vat] R. Greenberg, V. Vatsal, *On the Iwasawa invariants of elliptic curves*, Invent. Math., **142** (2000) no. 1, 17–63.
- [Ri] K. A. Ribet, *A modular construction of unramified  $p$ -extensions of  $\mathbb{Q}(\mu_p)$* , Invent. Math. **34** (1976), no. 3, 151–162.
- [Ski–Ur] C. Skinner, E. Urban, *The Main Conjecture for  $GL(2)$* , to appear in Invent Math. (2013)
- [Ste1] G. Stevens, *Arithmetic on modular curves*, Progress in Mathematics, **20** Birkhäuser Boston, Inc., Boston, (1982)
- [Ste2] G. Stevens, *The cuspidal group and special values of  $L$ -functions*, Trans. Amer. Math. Soc. **291** (1985) no. 2, 519–550.
- [Vat] V. Vatsal, *Canonical periods and congruence formulae*, Duke Math. J. **98** (1999) no. 2, 397–419.
- [Wil] A. Wiles, *The Iwasawa conjecture for totally real fields*, Ann. of Math. (2) **131** (1990) no. 3, 493–540.