論文審査の結果の要旨

氏　名　　　　　粕　谷　直　彦

多様体上の接触構造の研究は、ダルブーの局所標準形、グレイの安定性などの古典的な結果の後、1960 年代のグロモフのホモトピー原理による接触構造の構成法により、存在とおおまかな分類の問題は開多様体上ではホモトピー理論に帰着されることとなった。グロモフは接触多様体を次元の高い接触多様体に埋め込む問題についてもホモトピー原理を証明している。1980 年代に 3 次元多様体の over twisted 接触構造がサーストン、ベヌカンにより発見されたが、over twisted 接触構造の分類はホモトピー原理に従うことがエリアシュベルグにより示された。一方で over twisted ではない構造はタイトな構造と呼ばれ、エリアシュベルグ、神田、ジルー、本田、エトナイヤー達により、その分類の研究がなされてきた。5 次元以上の接触多様体における接触構造の存在と分類の問題も研究が進められている。その中で接触部分多様体への関心が高まってきている。特に超平面場の 1 つのホモトピー類に複数の接触構造が存在するかという問題との関連で、接触部分多様体を用いる構成が得られている。

論文提出者 粕谷直彦は、接触部分多様体の全体について興味を持ち研究を行った。まず奇数次元ユークリッド空間の余次元 2 の接触部分多様体 (M, ξ) の法シンプレクティク束 ν に注目して、接触多様体の接触超平面場 ξ の全チャーン類 $c(\xi)$ が自明であることが余次元 2 の接触部分多様体となるための必要条件であることを示した。障害が第 1 チャーン類だけではないことを、7 次元球面上 S^7 には Ding-Geiges により無限個の接触構造があるが、9 次元ユークリッド空間に埋め込まれないものも無限個あることを示して注意している。また、第 1 チャーン類が自明であるような 3 次元多様体上の接触構造、単連結 5 次元多様体上の接触構造は、5 次元、7 次元ユークリッド空間のある接触構造に対し接触部分多様体となることを示した。

また、$2m+1$ 次元接触部分多様体 (M^{2m+1}, ξ) は、グロモフにより標準的接触構造を持つ $4m+3$ 次元ユークリッド空間 $(\mathbf{R}^{4m+3}, \eta_0)$ に接触部分多様体として埋め込まれ、$4m+1$ 次元ユークリッド空間 $(\mathbf{R}^{4m+1}, \eta_0)$ には接触多様体としてはめ込まれる。埋め込みの法束のオイラー類は自明となることから、(M^{2m+1}, ξ) が $4m+1$ 次元ユークリッド空間に接触部分多様体として埋め込まれるためのチャーン類に関する必要条件が得られる。その条件が満たされるいくつかの場合、すなわち、m が 3 以上の奇数で $H_1(M; \mathbf{Z}) = 0$, m が 4 以上の偶数で M が 2 連結、$m = 2$ で M が単連結のとき、論文提出者は、(M^{2m+1}, ξ) が $4m+1$ 次

元ユークリッド空間 $(\mathbf{R}^{4m+1}, \eta_0)$ に接触部分多様体として埋め込まれることを示した。

論文提出者の接触部分多様体の埋め込みに関する結果は、これまでほとんどわかっていなかった接触部分多様体についてのまとまった研究であり、今後の接触幾何の研究において重要な意味を持つものである。よって論文提出者 粕谷直彦は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。