論文審査の結果の要旨

氏　名　金 子 勇 治

セルオートマトン（CA）とは，独立変数（時間変数・空間変数）と従属変数（状態変数）の両方が離散値で，かつ，従属変数の値域が有限集合の系である．ノイマンが生物の自己複製を数学的に定式化する為に考案したとされる．現代では交通流のモデリング等にも利用されている．特に単純な CA として，ウルフラムにより考案されたエレメンタリーセルオートマトン（ECA）がある．ECA には 256 種類のルール（時間発展則）が存在し，その単純さにも拘わらず，極めて多様な時間発展パターンが得られる点にある．そういった場合に，多様な時間発展の様相の分類を試みる事は自然である．ECA の分類で最も有名なものは，ウルフラムが数値実験を元に主張した次の分類（ウルフラムの分類）である．

Class1．Evolves to homogeneous state.
Class2．Evolves to simple separated periodic structure.
Class3．Yields chaotic aperiodic patterns.
Class4．Yields complex pattern of localized structure.

本分類が後の研究に与えた影響は非常に大きいが問題点も存在する．根本的な問題の 1 つはその恣意性であり，クラス 2 の simlpe，クラス 3 の chaotic 及び，クラス 4 の localized structure は厳密に定義されたものでなはない．また，数値計算の時間発展をどこで打ち切るかという問題も抱えていた．これに対して本学位論文では，数値計算で扱える十分な時間を明確に定義し，その上で，ルールの挙動をウルフラムの基準に沿って分類できる定量的な指標を与える事を目標としている．

本研究で提案された分類方法は以下のものである． ECA に周期境界条件を課すと，有限個の状態を遷移する決定論的離散力学系となり，すべての軌道は緩和軌道と周期軌道に分かれる．特に長時間のふるまいを見ると任意の初期状態から出発して，必ず周期軌道に落ち着く．したがって，ECA の分類をこれらの周期軌道の分類とみなす．各周期軌道は CA の出力パターンとして考えると，0,1 のみを要素とする（システムサイズ×周期の）長方行列である．さらに，考察を深め，周期軌道ではなく，相対周期軌道が ECA の特徴をより鮮明に表すことを見出し，相対周期パターンに対応する長方行列を扱った．そして，申請者は，この長方行列を特異値分解し，その特異値の間隔分布によって分類することを提案した．特に，初期条件に敏感とならない，背景パターンを特異値によって定義し，背景パターンを構成する特異値間隔分布を各 ECA について考察した．その結果，数値シミュレーションにより，特異値間隔分布関数，および特異値分布に関して，以下の結果を得た．

1. Class 1 では特値分布および特異値間隔分布は自明.
2. Class 2 では特異値分布は Poisson 分布となる.
3. Class 3 では特異値間隔分布は擬 Wigner 分布となる.
4. Class 4 での特異値間隔分布は擬 Wigner 分布ではなく，Poisson 分布と擬 Wigner 分布の中間的な分布となる.

ここでの手法は，ランダム行列理論を用いたものであり，斬新なものである．また，上記の結論は Kolmogorov-Smirnov 検定によって，裏付けてられている．そして，この結論を導出する過程において，rule150 ECA の相対周期に関する，解析的な定理をいくつか証明している.

さらに，申請者は，この提案手法を箱玉系と呼ばれるソリトンセルオートマトン系に適用し，相対周期をパラメータとする，Poisson-Wigner 転移を観測している．Popisson-Wigner 転移を CA 系において観測した例は初めてであり，また，可積分系と分布関数との関係も示唆しており，今後の発展が期待されている.

以上のように，申請者は CA の分類にランダム行列理論を用いた特異値間隔分布による分類指標を提案し，それが分類指標として有効であることを示し，さらにいくつかの解析的な定理を証明し，ソリトンセルオートマトン系の Poisson-Wigner 転移を初めて見出した．これらの成果は今後の CA 理論の発展にたいへん大きな寄与を与えるものと思われる．よって，論文提出者 金子勇治 は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める.