論文審査の結果の要旨

氏　名　　清　水　達　郎

本論文は、有理ホモロジー３球面に対して、その上の複数のベクトル場を補助データとして不変量を構成し、その不変量が補助データによらないものであることを示している。

３次元多様体に対して多くの不変量が定義され、それらの不変量を統制する概念として「有限型」のクラスが定義されており、多くの研究者によって精力的に研究が進んでいる。基本的には物理学の Chern-Simons 理論を背景とする不変量の数学的実現と理解されるが、具体的方法には大きくわけて３通りある。

第一に、結び目量子不変量と直接関係し、研究が最も進んでいるのは LMO 不変量である。

第二に、大域解析的手段を用いるために考察が難しいものが Axelrod-Singer 不変量である。

第三に、位相的に伝播関数を構成し、配置空間を用いて定義される一連の不変量がある。

最後のものは十分な研究は進んでいないが、一種の Massey 積として理解されるなど、古典的な代数トポロジーとの相性が寧ろ期待される性格をもつ。この第三の種類の不変量には、ふたつの定義の仕方があり、Lescop 氏その他の人々によって、両者の一致が予想されていた。

本論文の主定理において、このふたつの定義の仕方による不変量が実際一致することが示された。

本論文において構成される不変量は上述の第三の種類の不変量に属する。その構成方法は、既存の二つの不変量、すなわち第一に framing を補助データとする Kontsevich-Kuperberg-Thurston 不変量（KKT 不変量）、ならびに、第二に複数の Morse 函数を補助データとするし、深谷賢治氏の仕事を発展させる形で渡邉忠之氏によって定義された不変量 Fukaya-Watanabe 不変量（FW 不変量）の構成方法の両者を包含し、さらに一般化したものとなっている。この構成法による不変量の定義可能性は、特に系として、KKT 不変量と FW 不変量の一致を意味している。言い換えると、これら２つの不変量の一致が自然に理解される枠組みが本論文によって提出されている。特に、FW 不変量が非自明な不変量であり、また KKT 不変量と同様に普遍不変量

であることが確定する。
本論文の構成は、ふたつの不変量の構成のいくつかの側面と共通した要素をもつが、それらを越えて、本論文の鍵となった洞察は、複数のベクトル場を用いて配置空間中に位相的伝播関数を多様体として実現する幾何学的構成そのものである。同時に、同時に、論文提出者自身が定義した同境群の計算を利用し、代数トポロジー的考察を重ねながら結論に到達する。二つの構成法がそれぞれ用いる framing と Morse 函数について、それらに共通するベクトル場という本質を見抜き、プログラムを最後まで実行したのは大いに評価される。構成の基礎を取り扱い易いベクトル場に置くことにより、今後、いろいろな公式や具体的な計算が可能性を開いた。

　これを要するに、著者清水達郎は、ホモロジー３球面の普遍有限型不変量の理解を深める新知見を得たものであり、多様体の位相幾何学に対して貢献 するところ大である。よって、論文提出者 清水達郎 は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。