論文審査の結果の要旨

氏　名　松　本　雄　也

代数体や局所体などの数論的に重要な体上定義された代数多様体の研究は数論幾何学における重要な課題である．そのための重要な道具となるのがエタールコホモロジーである．混標数(0,p)の局所体Ｋ上の固有かつ滑らかな代数多様体Ｘが与えられたとき，Ｘのｌ進エタールコホモロジーは自然にＫの絶対ガロア群のｌ進表現となるが，Ｘの幾何学的性質がエタールコホモロジーのｌ進表現としての性質に反映される．例えば，Ｘが良還元を持つとき，すなわちＸがＫの整数環上の固有かつ滑らかなスキームに延びるときはそのｌ進エタールコホモロジーはｌが p と異なるとき不分岐表現，l=p のときクリスタリン表現となる．逆に，エタールコホモロジーのｌ進表現としての性質からＸの幾何学的性質が読み取れるかどうかを考えるのは興味深い問題である．上の例の場合ではＸのl進エタールコホモロジーが不分岐表現あるいはクリスタリン表現であるときにＸが良還元を持つかどうかを問うことになる．これを良還元判定条件問題と呼ぶことにする．一般の代数多様体Ｘに対してはこれは必ずしも成り立たないが，Ｘがアーベル多様体の場合には成り立つことが Serre-Tate(l が p と異なる場合)や Coleman-Iovita, Breuil(l=p の場合)により知られている．

松本氏の博士論文は，この良還元判定問題をＫ３曲面の場合に考えたものである．ＸをＫ混標数(0,p)の局所体Ｋ上のＫ３曲面でそのl進表現が不分岐表現(l が p と異なるとき)あるいはクリスタリン表現(l=p のとき)であるとする．更にＸが豊富な直線束Ｌで $p>L^2+4$ を満たすものを持つと仮定する．このとき，松本氏はＫを適切に有限次拡大した後にＸが代数的空間として良還元を持つこと(すなわちＸが整数環上の固有かつ滑らかな代数的空間に延びること)を証明した．証明はまず Maulik 氏の幾何学的手法を利用する：すなわち，斎藤毅氏による多重曲線に対する半安定還元モデルの構成，川又氏によるこの場合の極小モデル理論，アルティンによる代数的空間の範囲での同時特異点解消により特異ファイバーが対数的Ｋ３曲面となる代数的空間としての半安定還元モデルを構成する．(L が豊富だが非常に豊富ではないときは補足的な構成も必要である．) その後に，このような代数的空間に対する重さ-モノドロミースペクトル系列の構成，そのＥ$_2$退化性，重さ-モノドロミー予想を証明し，Kulikov，中島幸喜氏による対数的Ｋ３曲面の分類を用いることにより証明が完了する．(l=p のときは Olsson 氏による代数的空間に対する兵頭-加藤同型も用いる)．また，スキームの範囲に留まったときには

Ｋ３曲面に対する良還元判定問題に(Ｋの有限次拡大を許したとしても)反例が存在することを具体例を挙げることにより示した．また，この主結果の応用として，次の２つの結果も示している：一つは Madapusi Pera 氏により構成されている次数 2d の準偏極つきＫ３曲面のモジュライ空間からＫ３格子から定まる志村多様体の整モデルへの p 進整数環上の周期写像の全射性である．(但し $p>18d+4$ の仮定が必要である．)これは主定理と久我佐武アーベル多様体を用いることで示される．また，この全射性の結果を逆に用いることにより，$p>9L^2+4$ の仮定の下で桁本氏の主結果において必要であったＫの有限次拡大の拡大次数の上限に関する結果も得られる．もう一つは代数体上定義された虚数乗法を持つ偏極付きＫ３曲面が充分大きな剰余標数である素点において潜在的良還元を持つという結果で，これもアーベル多様体の場合に知られている結果のＫ３曲面への一般化である．

以上に説明した桁本氏の結果は数論的Ｋ３曲面という数論幾何学的に興味深い対象に対する重要な結果であり，本博士論文における研究には充分意義があると思われる．よって，論文提出者　桁本雄也　は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める．