

論文審査の結果の要旨

氏名 江本 伸悟

プラズマに現れる多様な構造は渦のバリエーションとして理解できる。例えばエネルギーが一つの固有モードへ集中することで自己組織化するベルトラミ渦や、磁場がトポロジー変化を起こすことで生じるテアリングモードの磁気島など、プラズマの構造形成やその分岐を語る時に渦がトポロジーの指標となる。つまり、渦構造を数学的に特徴づけることがプラズマを理論的に表現する基礎となる。

渦は運動の様相であると同時に運動の幾何学を規定する。ここで幾何学とは、ハミルトン力学の言葉を用いれば、ポアッソン多様体の葉層構造のことである。渦を特徴づける様々な物理量（循環やヘリシティなど）が幾何学的不変量となって運動を束縛するのである。運動の幾何学が運動そのものによって規定されるという非線形性こそがプラズマ物理の（中性流体の力学も包摂する）数学的本質だといえる。

本研究は、プラズマの巨視的運動を記述する電磁流体モデルを非正準ハミルトン力学系として記述する理論を用い、そのカシミール不変量（ポアッソン代数の中心元）をパラメタとして平衡の分岐構造を調べたものである。吉田たちの先行研究では、磁気ヘリシティのカシミール葉の上を、さらに共鳴ヘリカル磁束のカシミール葉が葉層化しており、これによってテアリングモードの分岐と安定性が記述されることが示されている。本研究では、プラズマの流れの効果を考慮したときの分岐構造を調べることで、および共鳴ヘリカル磁束のカシミール元を非線形のポアッソン括弧に拡張することの二点において新たな理論が展開されている。

第1章は序論であり、先行研究のレビューにあてられている。非正準ハミルトン力学系において、力学平衡がカシミール不変量によって分岐し多様化する仕組みを説明し、具体例として、ベルトラミ渦が磁気ヘリシティのカシミール葉上の平衡点であることを述べている。またポアッソン括弧の特異点から生まれる特異的カシミール不変量について説明して、具体例として共鳴特異点から作られる渦であるテアリングモードについて解説している。

第2章では、流れのあるプラズマ平衡であるダブルベルトラミ渦の分岐理論が述べられている。プラズマの流れの効果を正しく記述するモデルとして、イオンの無衝突スキン長の効果を考慮するホール電磁流体モデルを用いており、そのハミルトン形式を定式化している。磁束と正準運動量の循環、および磁気ヘリシティとイオン正準ヘリシティによって位相空間を葉層化したとき、ダブルベルトラミ渦の分岐理論が与えられる。分岐がおこるパラメタ値について必要十分条件を得ている。またスラブ状の領域を考えて具体的なヘリカル分岐解を計算している。

第3章では、ダブルベルトラミ渦に対する線形テアリングモードの解析を行っている。

流れをもつ平衡でも、共鳴ヘリカル磁束のカシミール不変量によってテアリングモードが特徴付けられることが示されている。ハミルトニアン、磁気ヘリシティ、イオン正準ヘリシティからなるエネルギーカシミール汎関数がテアリングモードの自由エネルギーであり、これが負になるテアリングモードが、有限の電気抵抗の特異摂動が加わったときに不安定になることが示唆される。ただし、この自由エネルギーのパラメタ依存性は複雑である。流れが強くなったとき、主要な不安定モードがテアリング不安定性からケルビン-ヘルムホルツ不安定性へと転移することが複雑性の原因であると推論されている。

第4章では、ポアソン括弧を非線形のままであつかう非線形テアリングモードの理論を定式化している。吉田らによって研究された特異カシミール不変量の概念を共鳴ヘリカル磁束にあてはめるために、プラトー特異点を拡張した極値特異点という概念を提案している。まず、適当な座標変換によって、ポアソン括弧の特異点が発生する共鳴点を磁束関数の極値点（停留点）になるようにする。その極値特異点から生じる特異のカシミール不変量が超関数として与えられている。これを加えたエネルギーカシミール汎関数を用いて形式的な計算を行うと、非線形理論として妥当な磁気島をもったテアリングモード解が得られることを示している。

第5章では本論文における研究成果を結論としてまとめている。

以上を要するに、本論文は、プラズマの渦構造を無限次元非正準ハミルトン力学の枠組みで研究し、とくにテアリングモードの理解を深めたものである。この成果は、数理物理学の発展に寄与するのみならず、核融合プラズマの研究にも応用できることから、先端エネルギー工学、とくにプラズマ物理学に資するところが大きい。

なお、本論文の第2章、第3章および第4章の成果は、吉田善章氏との共同研究によるものであるが、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士(科学)の学位を授与できると認める。

以上1986字