

## 論文の内容の要旨

# Global Linear Stability Analysis of Compressible Vortical Flows

(圧縮性渦流れの全体安定性解析に関する研究)

大道 勇哉

流体の不安定性は、実際の流れ場に普遍的に存在する重要な性質である。例えば、円柱などの対称性を持つ物体まわりの流れ場は、定常かつ対称な流れ場をその支配方程式の解として持つ。しかしながらよく知られているように、実際に現れる流れ場は多くの場合に非定常かつ非対称であり、渦の発生を伴った流れ場となる。これは、定常対称流れが不安定なためである。すなわち、その定常対称流れにある擾乱が加わった時、擾乱は時間的・空間的に成長し、流れ場は非定常非対称流れへと遷移するのである。流れ場の安定性解析とはこのような流れ場の解の遷移、擾乱の発達に関する解析であり、特に擾乱の振幅が十分に小さい場合の解析を線形安定性解析と呼ぶ。

流れ場の安定性解析は工学的にも非常に重要な側面を持つ。例えば移動車両の突起部などの柱状構造物から発生するカルマン渦列は、その周期的な生成と消滅の際に騒音を生み出すため、物体形状の工夫などによって流れ場を安定化させる試みは、重要な研究テーマの一つである。一方で渦は積極的に利用されることもある。渦は運動量や物質の輸送を担うため、燃焼流れ中に積極的に渦を生成、崩壊させることで、燃料混合を促進させることが可能である。しかしながら圧縮性流れでは圧縮性によって渦が安定化され、渦の成長およびそれによる燃料混合が阻害されるという問題がある。本研究の目的の一つは、圧縮性が渦流れの安定性にもたらす影響とそのメカニズムを明らかにすることである。

圧縮性渦流れの研究としては、圧縮性混合層の研究がある。燃焼流れの研究において、混合層の成長率は燃料混合の効率の指標の一つである。そして、圧縮性混合層は移流マッハ数が高いほど成長率が減少することが知られている。興味深いことに、線形安定性解析の結果は、実験結果における混合層の成長率の抑制をうまく説明することが分かっている。特に、Sandham と Reynolds は、混合層の線形安定性解析と直接数値計算により、圧縮性に起因するバロクリニックトルクと膨張の効果が、混合層を安定化することを明らかにした。

本研究で取り扱う全体安定性解析とは、流れ場全体の線形安定性解析であり、従来行われてきた局所安定性解析と対比される。従来手法である局所安定性解析では、流れ場に局所平行流近似など

を仮定し、主流方向の波数と時間増幅率、あるいは空間増幅率の関係を求めていた。しかしながら、実際の多くの流れ場は平行流とみなせない場合が多く、局所安定性解析から得られる臨界レイノルズ数（流れ場が安定から不安定に遷移するレイノルズ数）は実際とは異なる。一方で、全体安定性解析では、流れ場に対する平行流近似や空間的な周期性の仮定を用いない。これにより、流れ場全体としての線形安定性を解析可能であり、また、不安定モードの空間的な分布という新たな知見を得ることができる。

全体安定性解析法の一つに、Time-stepping 法と呼ばれる手法がある。Time-stepping 法は、クリロフ部分空間法的一种である Arnoldi 法と CFD(Computational Fluid Dynamics)の時間積分ルーチンを利用したスペクトル変換法を組み合わせることによって全体安定性解析で形成される大規模固有値問題を解く。その大きな利点は、固有値問題における行列を直接形成する必要がないこと及び、従来の流体の数値計算法を用いて解析が可能であることである。本研究では、Time-stepping 法を用いた全体安定性解析コードを構築した。

全体安定性解析は大規模な固有値問題を解くことが必要であるために計算コストが大きい、近年の計算機の急速な発展に伴ってこの 10 年間で研究例が急増している。しかしながら、これまでの研究のほとんどは非圧縮性流れに関する研究であり、圧縮性流れに対して全体安定性解析を行った研究の数は未だ限られている。従って圧縮性流体に対する標準的な全体安定性解析手法はまだ定まっていない状況である。また特に、今後は数値シミュレーション技術および計算機の一層の発達に伴い、圧縮性乱流や空力音響解析などの空間的に高精度を必要とする圧縮性流れの解析対象が増加すると推測される。また、このような数値解析では多くの格子点を必要とするために、全体安定性解析で現れる行列の規模は著しく大きくなる。従って、圧縮性流体に対する、空間的に高精度かつ巨大な固有値問題を解くことが可能な全体安定性解析法を構築する必要がある。

以上から、本研究の大きな目的は 2 つである。1 つ目は圧縮性流体に対する全体安定性解析法を構築し、その検証を行うことである。また、構築する手法に対しては、空間的に高精度であること、巨大な行列の固有値問題を解くことが可能であること、の 2 つの性質が求められる。2 つ目の目的は、構築した手法を用いて圧縮性が渦流れの安定性にもたらす影響およびそのメカニズムを明らかにすることである。またこれらの解析を通して、圧縮性流体に対する全体安定性解析の有効性を実証することを目指している。

本論文の概要は以下のようなものである。第 1 章では、本論文の研究背景と目的を述べた。そして、第 2 章では全体安定性解析の定式化とその数値計算法について説明した。数値計算法としては、大規模行列の固有値問題に対する解法として上述の Arnoldi 法、また、スペクトル変換法として Time-stepping 法と shift-invert 法を説明した。第 3 章では、流体の数値シミュレーション手法を説明した。

第 4 章では、圧縮性流体に対する全体安定性解析法の構築と検証を行った。最初に 2 つのスペクトル変換法、すなわち Time-stepping 法と shift-invert 法の比較と考察を行った。まず計算時間に関して比較すると、Time-stepping 法はスペクトル変換を施すために流体の時間発展計算を行うため、必要な計算時間が shift-invert 法より大きい。しかしながら、shift-invert 法は行列を直接構築

し、それを反転する必要が有るため、必要な計算メモリー量が極端に大きくなる。従って、3次元解析などの多数の格子点を用いる場合には、必要なメモリー量が利用可能な量を越える可能性がある。よって、今後の大規模安定性解析のためには、**Time-stepping** 法が有望とわかった。次に、空間高精度かつ、省メモリー性、様々な流れ場への適用可能性、コーディングの容易さを兼ね揃えた圧縮性流体の全体安定性解析法を構築した。その手法はスペクトル変換法として **Time-stepping** 法を用い、流体の解析法としてコンパクト差分法を用いる方法である。2次元円柱まわりの流れを対象として本手法の検証を行った結果、本手法は直接数値計算や既存の研究の結果を再現できることが確認された。また、流出境界条件による全体安定性解析への影響も調査した。その結果、流出境界条件は全体安定性解析の結果に悪影響を及ぼしうることを、しかし境界条件を適切に設定することでその悪影響は除去可能であることが示された。最後に、本手法の衝撃波を含む流れ場への適用可能性を調査した。そして、本手法が衝撃波を含む流れ場中に存在する物理的な不安定現象を捉えられることが示された。しかしながら、全体安定性解析の結果には、不連続現象である衝撃波を数値的に捉えることに起因する不安定モードも現れるため、結果の解釈には十分な注意が必要と考えられる。

第5章では、圧縮性が渦流れに及ぼす影響とそのメカニズムを解明するために、本研究で構築した手法を用いて圧縮性キャビティ流れの全体安定性解析を行った。まず、先行研究である非圧縮性流れに対する解析結果が本研究の圧縮性流体の全体安定性解析法によっても再現されることが確認された。すなわち、以下のようなものである。まず、キャビティ渦の不安定性は大きく2つのモードに分けられる。1つ目は非粘性渦に関する不安定モードであり、主渦の中心部に存在する。もう1つはせん断層流れに関する不安定モードであり、主渦の外側の領域で起こる。そして、キャビティ流れに非定常振動をもたらす不安定モードはこれら2つのモードの両方の性質を持っており、レイノルズ数が増加することによって、せん断層部の不安定性が支配的となる。本研究では本モードを **mode-I** と呼ぶ。次に、マッハ数を変化させた場合の **mode-I** の変化を調べた。その結果、マッハ数が増大すると **mode-I** は安定化することがわかった。また、マッハ数による **mode-I** の固有ベクトルの比較から、マッハ数が増大することによって **mode-I** の密度変動が大きく増大していくことが明らかとなった。そこで、渦度輸送方程式における圧縮性に起因する項、すなわちバロクリニックトルクと発散項に関する解析を行った。具体的には、**mode-I** の擾乱によって生じるこれらの項の分布を調べた。その結果、まず、せん断層領域において発散項は渦度擾乱を減衰させる効果を有することが明らかとなった。過去の研究において、発散項による流れ場の安定化効果は、圧縮性混合層においても現れることが明らかとなっており、本研究の結果はこれと合致するものである。しかしながら、本研究によって、発散項の大きさはマッハ数によってあまり大きく変化しないことも示された。一方で、バロクリニックトルクはマッハ数の増大に伴ってその振幅も著しく増大し、また、バロクリニックトルクは不安定化しようとする渦の配置を変形させることが明らかとなった。以上から、マッハ数増大による **mode-I** の安定化効果は、バロクリニックトルクの効果がマッハ数増大によって大きくなることに起因すると考えられる。

最後に、第6章では本論文の主な結果をまとめた。本論文で得られた結果は、全体安定性解析が流れ場の遷移現象や非定常現象の解析に有効であることを示している。