

論文の内容の要旨

論文題目 Probabilistic information processing via quantum fluctuation

(量子揺らぎを用いた確率的情報処理)

氏名 大坪 洋介

1. 序論

本研究は、確率的情報処理に量子力学の効果を取り入れたアルゴリズムを考え、理論的に性能評価を行ったものである。

量子効果を取り入れることによって情報処理性能を向上しようとする試みは、1950年代頃から始まり、その後多くのアルゴリズムが考案されてきた。量子アニーリング(QA)は代表的な量子アルゴリズムの一種であり、最適解探索問題を解くために考案された[1][2]。このアルゴリズムはシミュレーテッドアニーリング(SA)にヒントを得ており、熱揺らぎによる状態遷移ではなく、横磁場を量子揺らぎとして用いることによってトンネル効果を誘起させ、基底状態を探索するアルゴリズムである。QAの解探索プロセスは、問題のエネルギー障壁の高さによらないため、NP困難な問題に対しても有効である可能性があり、SAとの性能比較などが盛んに行われている。また、QAにおける近年の最も目覚ましい発展は、量子アニーラーの登場である。量子アニーラーは、ジョセフソン効果を持つ超伝導デバイスを用いて巨視的トンネル効果を実現することによって、極低温でQAを実装するプロセッサであり、512量子ビットまで実装されつつある。これは現在、現実的なサイズの問題を解くことができる唯一の量子コンピュータであり、QAへの注目がさらに高まっている [3]。

QAは基底状態を見つけるためのアルゴリズムであるが、世の中には最適化問題以外にも多数の情報処理課題が存在し、量子揺らぎはそれらに対しても有効である可能性がある。例えば画像修復は、汚れた画像からできる限り綺麗に原画像を推定したいという問題である。また誤り訂正符号のように、通信路を通過してノイズが乗ったメッセージから原情報を知りたいという問題も

ある.このような問題はベイズ推定を用いて確率的な推定が可能であり,確率的情報処理と呼ぶ.興味深いことに,確率的情報処理は統計物理学の定式化と関連が深く,スピングラス理論や平均場理論を用いて性能評価を行うことが可能である.このとき,情報の問題でのビットや通信路ノイズが,統計物理学でのスピンや温度と対応付けられるのである.この分野の大きな目的は,系のパラメータに応じて性能がどのように変化するかを調べることであり,それは復号性能の温度依存性を調べることに対応している.すなわち,熱揺らぎは確率的情報処理において,復号の良し悪しを決める重要なパラメータである.このように確率的情報処理において,熱揺らぎを制御して原情報を推定しようとするアルゴリズムを有限温度推定,あるいは **Maximum a posteriori probability (MPM)**推定と呼ぶ. **MPM** 推定を行うと,復号性能はある温度で最も良くなる.この最適温度は真の通信路ノイズと一致し,西森温度と呼ばれている.

2. 本研究の目的

本研究では, **MPM** 推定に量子揺らぎを導入した量子 **MPM(QMPM)**推定を考え,情報処理の平均性能がどのように変化するかを統計力学の手法によって解析的に評価する.すなわち,確率的情報処理の復号過程に量子揺らぎを導入し,最適な復号を達成できるかどうかを調べる.確率的情報処理は最適解探索問題とは異なるが,熱揺らぎの大きさをコントロールしながら所望の状態を実現しようという点では **SA** と非常に類似した性質がある.したがって,量子揺らぎを系に導入した場合に,熱揺らぎを上手く補完し,従来の **MPM** 推定によって得られた状態より良い状態を実現できる可能性がある.このような課題を理論的に明らかにすることは,量子揺らぎを用いたアルゴリズムの性能を知る上でも重要である.さらに,熱揺らぎと量子揺らぎの変換規則が明らかになれば,極低温で実装されるために熱揺らぎの制御が難しい量子アニーラーが,量子揺らぎ制御のみによる確率的情報処理を行える可能性が出てくる.

本研究では,代表的なデジタル情報処理課題である,白黒画像修復,誤り訂正符号, **CDMA** マルチユーザー復調に焦点を当て,量子揺らぎを用いた復号アルゴリズムの平均性能を解析的に調べ,従来のアルゴリズムによる復号性能との比較を行う.それぞれの結果から **QMPM** 推定の一般的な特性を明らかにする.

3. 量子揺らぎを用いた画像修復

最初の例題として,白黒画像修復に焦点を当てた.ここでは画素にイジングスピンを対応させ,事前確率にマルコフ確率場と呼ばれる画素間のスムーズネスを設定し,画像の汚れはガウス分布に従うとした.ベイズの定理に従って事後確率を計算すると,この問題はランダム磁場をもつ一様相互作用のスピンモデルとして扱うことができる.このとき温度は,画素間のスムーズネスに対応し,低温であれば隣接する画素は揃いやすく,高温では画素間の相関は失われる.ハミルトニアンに量子揺らぎを起こす横磁場を導入し,イジングスピンをパウリスピンと読み替えることで **QMPM** 推定が可能となる.このような研究は **Inoue** によって行われているが [4],本研究では,横磁場を温度と独立に入れることを提案し,先行研究と異なった定式化において解析及び考察を行った.結果, **QMPM** 推定はうまく機能し,従来の **MPM** 推定と同様に,最適な復号を与える量子揺らぎの大きさが存在することが分かった.さらにこのような最適修復性能は従来の **MPM** 推定によって得られた性能とほとんど変わらず,極低温においてもこのような修復は可能であることを示した.さらに西森温度よりも低温において,量子揺らぎによって性能向上が見込める領域を明らかにした.

5. 量子揺らぎを用いた誤り訂正符号

送信者が通信路を通じてメッセージを送る際には、通信路のノイズを加味して、受信者がメッセージを再構成できるために工夫が必要である。誤り訂正符号は、原情報を冗長化する操作（符号化）によって、受信者がメッセージを復号することができる。誤り訂正能力の理論的境界であるシャノン限界を達成する符号の一つに、ソーラス符号がある。メッセージの0と1をスピンと対応させ、通信路ノイズをガウス型と仮定すると、ソーラス符号はランダムな相互作用をする平均場スピングラスモデルで記述できる [5]。本研究では、復号プロセスに量子揺らぎを導入し、復号の平均性能の解析を行った。ランダムな相互作用があるスピン系では、相互作用による平均と熱平均の両者を考慮した解析を行われなければならない。そこで、レプリカ法と呼ばれる、スピングラスモデル特有の解析を用いることによって、巨視的な秩序変数の鞍点方程式と、平均復号性能を表す指標であるオーバーラップに関する自己無撞着方程式を導出した [6]。まず、真の通信路ノイズのSN比によって復号可能領域とそうでない領域の相転移があることが分かった。復号可能領域では、西森温度に代わるオーバーラップのピークを与える量子揺らぎの大きさが存在することを示した。このピークは、熱揺らぎが西森温度よりも低温の領域で存在する。さらにピークの値を調べてみると、従来の推定法で達成された最適性能とほとんど同等であるが、低温領域では悪くなることが分かった。これは、量子揺らぎが熱揺らぎを補完することができるが、温度が小さくなると量子揺らぎによって補うことが難しくなると考えられる。さらに、低温領域に着目して QMPM 推定による復号性能の向上が見込める領域を明らかにした。

6. CDMA マルチユーザー復調器

CDMA（符号分割多元接続、Code-Division Multiple Access）マルチユーザー復調とは、無線通信方式の一種であり、拡散符号と呼ばれる符号を基地局が各ユーザーに割り当てることで、複数のユーザーの干渉を回避するシステムである。通信路をガウス型であると仮定すると、ランダム磁場を持つスピングラスモデルとして記述できる [7]。この課題は、連想記憶モデルなどの神経回路モデルや圧縮センシング(CS)などに関連が深い。特にCSは天文学やMRIなどのデータ分析にも浸透しており、CDMAのQMPM推定を考えることは意義深い。QMPM推定による復調性能評価の結果、ほぼ従来の最適復調を実現するが、やはり低温領域では悪くなることが分かった。また、最適性能は従来の性能を超えることはないが、西森温度よりも低温では、量子揺らぎが熱揺らぎを補完することによって性能の向上が見込めることを示した。また、拡散符号のチップ数を大きくしていった際には、量子揺らぎによって双安定解が消失することが分かった。

7. まとめと展望

量子揺らぎを用いた情報処理アルゴリズムの平均性能評価を、統計力学で用いられる手法を用いて行った。特に平均場スピングラスモデルで記述できる、白黒画像修復、ソーラス符号、CDMAマルチユーザー復調に焦点を当てて、QMPM推定に関する次のような共通の結論を得た。

1. 量子揺らぎによる確率的情報処理は可能である。
2. QMPM推定による最適性能は、従来のMPM推定の最適性能を超えることはないが、極めて近い性能まで実現できる。
3. 低温領域では、QMPM推定による性能向上が起こる。

上記の結論は、本研究で扱った全てのモデルから得られた一般的な性質である。上記の2.に

関しては、オーバーラップに関して不等式を導くことで理論的にも明らかにした。さらに、上記で述べた一般的な性質の他にも、各々の情報処理課題特有の性質なども明らかにした。

低温領域で量子揺らぎが熱揺らぎと同様の効果があることは、極低温で実装される量子アニーレーサーが、量子揺らぎのみの制御を用いて確率的な情報処理が可能であることを示唆する。さらにQMPM推定は、情報統計力学で扱われてきたその他の情報処理課題にそのまま適用可能であり、さらなる進展と拡張が望める。

参考文献

- [1] Kadowaki, T. and Nishimori, H. (1998). Quantum annealing in the transverse Ising model., *Physical Review E*, 58, 5355.
- [2] Farhi, E., Goldstone, J., Gutmann, S., Lapan, J., Lundgren, A., and Preda, D. (2001). A Quantum Adiabatic Evolution Algorithm Applied to Random Instances of an NP-Complete Problem. *Science*, 292, 472.
- [3] D-Wave Systems Inc., <http://www.dwavesys.com/>.
- [4] Inoue, J. (2001). Application of the quantum spin glass theory to image restoration. *Physical Review E*, 63, 046114.
- [5] Surlas, N. (1989). Spin-glass models as error-correcting codes. *Nature*, 339, 693.
- [6] Otsubo, Y., Inoue, J., Nagata, K., and Okada, M. (2012). Effect of quantum fluctuation in error-correcting codes. *Physical Review E*, 86, 05113.
- [7] Tanaka, T. (2001). Statistical mechanics of CDMA multiuser demodulation. *Europhysics Letters*, 54, 540.