

MPMを用いた地盤の大変形・流動解析手法
の開発に関する研究

阿部 慶太

論文要旨

本研究は、斜面崩壊、浸透破壊、液状化、土石流等の地盤の大変形・流動現象に対するリスク低減に向けた対策のうち、ソフト面からの対策として、特に解析ツール等を用いた地盤の挙動予測に着目し、地盤の大変形、崩壊および流動現象の挙動を把握するための詳細な解析ツールの開発を目的としたものである。開発に向けベースとする解析手法として MPM に焦点を絞り、解析ツールの開発、解析ツールの地盤の大変形、崩壊および流動現象への適用について検討を行った。

本論文では、はじめに解析ツールのベースに用いた MPM の特長を示した後、目的とする解析ツールの開発に向け、地盤の大変形、崩壊および流動現象を扱う上で新しく提案した内容について示した。その後、斜面崩壊、盛土の浸透破壊、開削トンネルの液状化による浮き上がり、土石流等の地盤の大変形、崩壊および流動現象に関する模型実験の再現解析、実現象のシミュレーションを行い、開発した解析手法の適用性を示した。

第一章、序論では、研究の背景、研究の目的と実施内容を示した。近年の巨大地震、異常豪雨の発生に伴い、地盤の大変形・流動解析ツールの開発が重要になってきていることを示した。一方、現行において解析ツールとして主流の FEM 解析では、地盤の大変形解析が困難であることを示した。そして、メッシュフリー法では地盤の大変形解析が可能であり、特に大変形時考慮すべき地盤の幾何学的非線形性、不連続体としての挙動の影響を含める上では、FEM に代わる手法の開発が重要であることを示した。

第二章、既往の研究では、メッシュフリー法の地盤への適用に関する研究事例について示した。そして、地盤への適用事例が多いという観点からも、数値解析上の問題からも、メッシュフリー法の中で MPM が最も有効な解析手法であることを示した。

第三章、MPM を用いた地盤の大変形、崩壊解析手法の提案では、MPM で地盤の変形解析を行う上で必要な以下の事項について示した。

- ① MPM へ適用すべき地盤の構成則
- ② MPM の動的解析対応への拡張
- ③ MPM の固液二相系への拡張

構成則については、Drucker-Prager モデル、Mohr-Coulomb モデル、SYS-Cam clay モデル、砂の繰返しモデルについて示した。動的解析対応への拡張については、レーリー減衰に基づいた減衰の表現式を示した。固液二相系への拡張については、固相、液相粒子を用いた手法を示し、一次元圧密問題のシミュレーションにより手法の有効性を示した。

第四章、提案手法を用いた地盤の大変形、崩壊現象への適用では、第三章で示した手法

を用いて以下の現象に対する適用性について示した。

- ① 地震時の斜面崩壊に対する適用性
- ② 盛土の浸透破壊に対する適用性
- ③ 地震時の液状化による浮き上がり現象に対する適用性

上記の現象に関する既往の模型実験の再現解析を行い、提案手法により、大変形後の変形形状も含めて実験結果を概ね再現できることを示した。

第五章、DAMPM を用いた土石流の流動解析手法の提案では、浅水流方程式を MPM に適用した手法（DAMPM）による土石流のモデル化を提案し、乾燥砂と液状化砂の流動実験の再現解析を通じて、提案手法の土石流の流動解析への適用性を確認した。さらに、再現解析結果に基づいて解析パラメータを決定し、既往の高速長距離土砂流動と土石流のシミュレーションを行った。その結果、上記の手法を用いることでこれらの挙動をある程度再現できることを示した。

第六章、結論では、研究のまとめと課題、実用化に向けた課題について示した。今後の課題として、地盤の大変形・不連続体域の挙動に関する実験的な解明の必要性、メッシュフリー法で上記のように地盤の大変形、不連続体挙動を表現できるメカニズムを明確にすることの必要性を示した。また、実用化に向けて、実際の地盤におけるシミュレーション事例の積み重ねが重要であることを示した。

目 次

論文要旨.....	i
図表一覧.....	vi
 第 1 章 序論.....	1
1.1 研究の背景.....	1
1.2 研究の目的と実施内容.....	18
第 1 章の参考文献.....	22
 第 2 章 既往の研究.....	26
2.1 はじめに.....	26
2.2 SPH による地盤の大変形，崩壊および流動解析に関する研究.....	26
2.2.1 SPH の概要.....	26
2.2.2 SPH に関する既往の研究.....	28
2.3 MPS による地盤の大変形，崩壊および流動解析に関する研究.....	32
2.3.1 MPS の概要.....	32
2.3.2 MPS に関する既往の研究.....	33
2.4 EFGM による地盤の大変形，崩壊および流動解析に関する研究.....	36
2.4.1 EFGM の概要.....	36
2.4.2 EFGM に関する既往の研究.....	38
2.5 MPM による地盤の大変形，崩壊および流動解析に関する研究.....	40
2.5.1 MPM の概要.....	40
2.5.2 MPM に関する既往の研究.....	41
2.6 第 2 章のまとめ.....	52
第 2 章の参考文献.....	55
 第 3 章 MPM を用いた地盤の大変形解析，崩壊解析手法の提案.....	59
3.1 はじめに.....	59
3.2 MPM について.....	61
3.2.1 MPM の概要.....	61
3.2.2 支配方程式と離散化.....	63
3.2.3 アルゴリズム.....	70

3.2.4	解析の安定性について.....	87
3.3	地盤の構成則.....	89
3.3.1	Ducker-Prager モデル.....	91
3.3.2	Mohr-Coulomb モデル.....	95
3.3.3	SYS-Cam-clay モデル.....	96
3.3.4	砂の繰返しモデル.....	118
3.3.5	ひずみの局所化の影響について.....	128
3.4	MPM の動的解析対応への拡張.....	130
3.5	MPM の固液二相系への拡張.....	132
3.3.1	MPM における固液二相系解析の概要.....	132
3.3.2	MPM における固液二相系解析(詳細法).....	132
3.3.3	MPM における固液二相系解析(簡易法).....	152
3.6	第3章のまとめ.....	153
	第3章の参考文献.....	154
第4章	提案手法の地盤の大変形, 崩壊現象への適用.....	156
4.1	はじめに.....	156
4.2	地震時の斜面崩壊に対する適用性.....	158
4.2.1	篠田ら, 中村らによる斜面模型振動台実験.....	158
4.2.2	提案手法による再現解析.....	167
4.3	盛土の浸透破壊に対する適用性.....	181
4.3.1	伊勢野らの盛土の浸透破壊実験.....	181
4.3.2	提案手法による再現解析.....	183
4.3.3	パイピングの影響について.....	194
4.4	地震時の液状化による浮き上がり現象に対する適用性.....	198
4.4.1	渡辺らの開削トンネルの振動台実験.....	198
4.4.2	提案手法による再現解析.....	200
4.4.3	トンネル直上における透過流動現象の影響について.....	212
4.5	第4章のまとめ.....	216
	第4章の参考文献.....	217
第5章	DAMPM を用いた土石流の流動解析手法の提案.....	219
5.1	はじめに.....	219
5.2	土石流運動モデルと DAMPM.....	222
5.2.1	土石流の運動モデル.....	222
5.2.2	DAMPM.....	240

5.3 乾燥砂と液状化砂による流動実験の再現解析.....	245
5.3.1 乾燥砂と液状化砂を用いた流動実験.....	245
5.3.2 乾燥砂と液状化砂を用いた流動実験の再現解析.....	261
5.4 高速長距離土砂流動，土石流のシミュレーション.....	277
5.4.1 宮城県沖の地震における築館の高速長距離土砂流動.....	277
5.4.2 信越本線妙高高原関山間の土石流.....	287
5.5 第5章のまとめ.....	296
第5章の参考文献.....	297
 第6章 結論.....	 300
6.1 研究のまとめと今後の課題.....	300
6.2 実用化に向けた課題.....	302
第6章の参考文献.....	305
 謝辞.....	 306

図表一覧

第1章 序論

図 1.1.1	新潟県中越沖地震での信越本線・青海川駅付近での斜面崩壊.....	9
図 1.1.2	日豊本線・竜ヶ水駅での土石流.....	9
図 1.1.3	信越本線妙高高原・関山間で発生した土石流.....	10
図 1.1.4	新潟県中越地震における上越線 221km000m 付近での盛土崩壊.....	10
図 1.1.5	武蔵野線新小平駅での浸透流による被害.....	11
図 1.1.6	福島第一原子力発電所近傍で倒壊した鉄塔.....	11
図 1.1.7	鉄道沿線で発生しうる地盤の大変形, 崩壊および流動現象.....	12
図 1.1.8	有限要素法, 個別要素法の地盤の変形解析への適用性.....	12
図 1.1.9	差分法・有限要素法とメッシュフリー法の違い.....	13
図 1.1.10	メッシュフリー法とその他の手法との関係.....	13
図 1.1.11	不連則体を扱う上での DEM とメッシュフリー法の違い.....	14
図 1.1.12	FEM と SPH および MPS の違い.....	14
図 1.1.13	Tensile instability の概要.....	15
図 1.1.14	SPH および MPS における地盤の不連続体的挙動の扱いの違い.....	15
図 1.1.15	EFGM におけるモデル化の概要.....	16
図 1.1.16	MPM における大ひずみの計算方法.....	16
表 1.1.1	メッシュフリー法または粒子法の特徴.....	14
図 1.2.1	MPM を用いた地盤の大変形, 崩壊および流動現象の解析手法に向けた検討事項.....	20
図 1.2.2	本論文の実施内容と章構成.....	20
図 1.2.3	本論文における章構成と実施フロー.....	21

第2章 既往の研究

図 2.2.2.1	Maeda et al. (2006)による解析手法の概要.....	29
図 2.2.2.2	Maeda et al. (2006)による解析結果の一例.....	29
図 2.2.2.3	森(2008)による解析手法の概要.....	30
図 2.2.2.4	森(2008)による解析結果の概要.....	30
図 2.2.2.5	掘削に伴う斜面崩壊の解析結果.....	31
図 2.3.2.1	弾性体の曲げ・ねじり変形の解析結果.....	34
図 2.3.2.2	多層斜面の応答加速度分布.....	35

図 2.3.2.3	鉛直な崖の自重崩壊解析.....	35
図 2.4.2.1	三軸圧縮試験のシミュレーション結果.....	38
図 2.4.2.2	液状化による斜面の変形解析結果.....	39
図 2.4.2.3	二次元圧密解析の結果.....	40
図 2.5.2.1	砂の流下のシミュレーション結果.....	41
図 2.5.2.2	アンカーの引き抜き試験のシミュレーション結果.....	42
図 2.5.2.3	乾燥砂の流動解析結果.....	43
図 2.5.2.4	斜面の大変形問題のシミュレーション結果.....	44
図 2.5.2.5	擁壁の移動に伴う地盤の大変形問題のシミュレーション結果.....	44
図 2.5.2.6	Newmark 法と MPM との比較結果.....	45
図 2.5.2.7	不規則波による動的解析で得られた塑性ひずみ分布.....	45
図 2.5.2.8	斜面の初期応力解析結果（鉛直応力成分）.....	46
図 2.5.2.9	内部摩擦角を変えた斜面の崩壊解析結果（水平変位分布）.....	46
図 2.5.2.10	飽和土に弾性体が衝突した際の解析結果（間隙水圧分布）.....	47
図 2.5.2.11	MPM と FDM を用いた計算手法の流れ.....	48
図 2.5.2.12	河川水位の上昇に伴う河川堤防の変形解析結果.....	49
図 2.5.2.13	乾燥砂の流動実験の再現解析結果.....	50
図 2.5.2.14	土石流のシミュレーション結果.....	51
表 2.6.1	メッシュフリー法または粒子法の利点と欠点.....	54

第3章 MPM を用いた地盤の大変形，崩壊解析手法の提案

図 3.1.1	MPM を用いた地盤の大変形，崩壊および流動解析現象の解析手法の開発に向けた検討事項.....	60
図 3.2.1.1	MPM の計算過程.....	62
図 3.2.2.1	粒子群とバックグラウンドメッシュで表した連続体.....	69
図 3.2.3.1	アルゴリズムのフロー.....	74
図 3.2.3.2	局所格子点番号と格子の配置.....	74
図 3.2.3.3	USF と USAVG の解析フロー.....	76
図 3.2.4.1	MPM でノイズが発生する構造.....	88
図 3.3.1.1	$I_1 - \sqrt{J_2}$ における Drucker-Prager モデルの概要.....	94
図 3.3.3.1	上負荷面，下負荷面および正規降伏面との関係.....	97
図 3.3.3.2	上負荷面，下負荷面および正規降伏面における相似な配置関係.....	98
図 3.3.3.3	移動則のベクトル方向.....	101
図 3.3.3.4	U の関数形.....	102
図 3.3.3.5	圧縮指数 λ と膨張指数 κ の累積塑性せん断ひずみ γ_p との関係.....	111
図 3.3.3.6	水平移動した正規降伏面.....	113
図 3.3.3.7	q と $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ の関係.....	114

図 3.3.3.8	C の大きさと応力ひずみ関係との関係.....	114
表 3.3.3.1	初期異方性の値 q/p と内部摩擦角との関係.....	117
図 3.3.4.1	砂の繰返しモデルにおける主応力の変化.....	122
図 3.3.4.2	せん断係数の低減方法.....	127
図 3.3.5.1	要素試験結果を用いた応力ひずみ関係のモデル化.....	128
図 3.3.5.2	スミヤード・クラックモデルの概要.....	129
図 3.3.5.3	均質化法の概要.....	129
図 3.4.1	MPM における減衰力と質量, 剛性およびひずみ速度の関係.....	131
図 3.5.1	固液二相系解析における解析の流れ.....	134
図 3.5.2	固液二相系解析におけるアルゴリズムのフロー.....	134
図 3.5.3	圧密試験のシミュレーションに用いた土柱モデル.....	142
表 3.5.1	圧密試験のシミュレーションに用いたパラメータ.....	142
図 3.5.4	間隙水圧の時間変化について Terzaghi の理論解と比較した結果.....	144
図 3.5.5	平均圧密度と時間係数の関係について Terzaghi の理論解と比較した結果.....	144
表 3.5.2	精度の確認に用いたパラメータ.....	145
図 3.5.6	不一致率と時間係数の関係.....	146
図 3.5.7	最大不一致率とバックグラウンドメッシュ長との関係.....	147
図 3.5.8	ボーリング(ヒービング)のシミュレーションによる精度確認.....	148
表 3.5.3	ボーリング(ヒービング)のシミュレーションに用いたパラメータ.....	149
図 3.5.9	掘削深さが浅い場合のシミュレーション結果(最大せん断ひずみ分布).....	150
図 3.5.10	掘削深さが浅い場合のシミュレーション結果(間隙水圧分布).....	150
図 3.5.11	掘削深さが深い場合のシミュレーション結果(最大せん断ひずみ分布).....	151
図 3.5.12	掘削深さが深い場合のシミュレーション結果(鉛直動水勾配分布).....	151

第 4 章 提案手法の地盤の大変形, 崩壊現象への適用

図 4.2.1.1	振動台実験で用いた斜面模型(加振前).....	160
表 4.2.1.1	振動台実験で想定した斜面.....	161
表 4.2.1.2	斜面模型の代表的特徴.....	161
図 4.2.1.2	振動台実験で用いた入力波.....	162
表 4.2.1.3	基盤層, 弱層, 表層の物性.....	162
表 4.2.1.4	入力加速度の最大振幅の履歴.....	162
図 4.2.1.3	斜面模型の崩壊後の状況.....	164
図 4.2.1.4	変位と水平加速度履歴.....	165
図 4.2.2.1	解析モデルの初期形状.....	169
表 4.2.2.1	表層, 基盤層に用いた物性.....	170
表 4.2.2.2	弱層の材料試験の同定に用いた解析パラメータ.....	170

図 4.2.2.2	弱層の材料試験の SYS Cam-clay モデルによる同定結果.....	171
図 4.2.2.3	斜面模型の状態変化の変遷.....	174
図 4.2.2.4	変位と水平加速度履歴.....	175
図 4.2.2.5	応力ひずみ関係.....	177
図 4.2.2.6	応力経路.....	178
図 4.2.2.7	要素レベルにおけるひずみ軟化と除荷・載荷時の挙動.....	180
図 4.2.2.8	モデル 3 における入力波形振幅と応力ひずみ関係.....	180
図 4.3.1.1	盛土模型の形状, 湿潤線の変遷.....	182
表 4.3.1.1	盛土模型の材料物性.....	182
図 4.3.1.2	盛土模型崩壊前後の形状.....	182
図 4.3.2.1	解析モデル (初期状態)	183
表 4.3.2.1	解析パラメータ	184
図 4.3.2.2	ダイレイタンシー角が 0 度の場合の解析結果 (その 1)	185
図 4.3.2.3	ダイレイタンシー角が 0 度の場合の解析結果 (その 2)	186
図 4.3.2.4	ダイレイタンシー角が 0 度の場合の解析結果 (その 3)	187
図 4.3.2.5	ダイレイタンシー角が 0 度の場合の解析結果 (その 4)	188
図 4.3.2.6	ダイレイタンシー角が 15 度の場合の解析結果.....	190
図 4.3.2.7	解析において履歴を確認した点.....	190
図 4.3.2.8	有効応力経路.....	191
図 4.3.2.9	有効主応力, 間隙水圧, 変位の履歴.....	192
図 4.3.2.10	応力経路の確認箇所.....	193
図 4.3.2.11	盛土ののり先での応力経路.....	193
図 4.3.3.1	水平動水勾配履歴の確認箇所.....	195
図 4.3.3.2	盛土ののり先での水平動水勾配履歴.....	195
図 4.3.3.3	Kozney-Carman 式を用いた場合の解析結果.....	196
図 4.3.3.4	間隙率の変化.....	197
図 4.4.1.1	トンネル模型の形状 (初期形状)	199
図 4.4.1.2	模型実験に用いた入力波形.....	199
図 4.4.2.1	非排水三軸繰返し実験の解析結果と実験結果.....	201
表 4.4.2.1	要素実験の同定に用いた解析パラメータ	202
図 4.4.2.2	解析結果について検討を行った位置.....	202
表 4.4.2.2	解析結果について検討を行った時点.....	203
図 4.4.2.3	浮き上がり鉛直変位履歴.....	203
図 4.4.2.4	トンネル周辺の有効応力, 間隙水圧 (ステップ 1)	204
図 4.4.2.5	トンネル周辺の有効応力, 間隙水圧 (ステップ 4)	205
図 4.4.2.6	トンネル周辺の主応力ー偏差応力関係.....	206

図 4.4.2.7	地盤中の主応力－偏差応力関係.....	206
図 4.4.2.8	トンネル周辺の有効応力，間隙水圧履歴.....	207
図 4.4.2.9	地盤中の有効応力，間隙水圧履歴.....	207
図 4.4.2.10	実験結果とシミュレーション結果.....	209
図 4.4.2.11	加振初期の液状化率分布.....	210
表 4.4.2.3	解析における有効応力と過剰間隙水圧の変化.....	211
表 4.4.3.1	透水係数と間隙率の関係.....	212
図 4.4.3.1	検討に用いた解析モデル（初期状態）.....	213
図 4.4.3.2	トンネルの変位履歴.....	214
図 4.4.3.3	地盤表面左側の変位履歴.....	214
図 4.4.3.4	地盤表面中央の変位履歴.....	214
図 4.4.3.5	地盤表面右側の変位履歴.....	214
図 4.4.3.6	地表面の変形形状.....	215

第 5 章 DAMPM を用いた土石流の流動解析手法の提案

図 5.1.1	等価摩擦係数と崩壊土の堆積の関係.....	220
図 5.1.2	等価な流体の概念を用いた土石流のモデル化.....	221
図 5.2.1.1	土石流のタイプの概要.....	223
図 5.2.1.2	本研究での解析モデルと土石流のタイプの関係.....	226
図 5.2.1.3	土石流のタイプ毎の粒度分布.....	227
図 5.2.1.4	Bagnold(1954)の実験の概要.....	228
図 5.2.1.5	Bagnold(1954)の実験結果.....	229
図 5.2.1.6	Larcher(2004)の実験結果.....	229
図 5.2.1.7	浅水流方程式における座標系.....	231
図 5.2.1.8	各要素での応力状態.....	233
図 5.2.1.9	水面下の土石流内の力のつり合い.....	239
図 5.2.2.1	MPM と DAMPM との比較.....	240
図 5.2.2.2	DAMPM における解析モデルの概要.....	242
図 5.3.1.1	流動実験に用いた流路模型と地盤材料の概要.....	245
図 5.3.1.2	流動実験に用いた流路模型と地盤材料の写真.....	246
図 5.3.1.3	流動実験に用いた乾燥砂の初期状態.....	246
表 5.3.1.1	乾燥砂の物理試験結果.....	246
表 5.3.1.2	乾燥砂の三軸圧縮試験の条件一覧(CD 試験).....	247
表 5.3.1.3	乾燥砂の三軸圧縮試験の結果一覧(CD 試験).....	247
図 5.3.1.4	乾燥砂の三軸圧縮試験結果.....	248
図 5.3.1.5	乾燥砂の流動状況（流路勾配 30 度の場合）.....	250

図 5.3.1.6	最大流動距離履歴, 最大流動幅履歴 (流路勾配 30 度の場合)	251
図 5.3.1.7	乾燥砂の流動状況 (流路勾配 45 度の場合)	252
図 5.3.1.8	最大流動距離履歴, 最大流動幅履歴 (流路勾配 45 度の場合)	253
表 5.3.1.4	液状化砂の試料配合表.....	253
表 5.3.1.5	液状化砂の物理試験結果.....	253
表 5.3.1.6	液状化砂の三軸圧縮試験の条件一覧(CD 試験).....	254
表 5.3.1.7	液状化砂の三軸圧縮試験の結果一覧(CD 試験).....	254
図 5.3.1.9	液状化砂の三軸圧縮試験結果.....	255
図 5.3.1.10	液状化砂の流動状況 (流路勾配 30 度の場合)	257
図 5.3.1.11	最大流動距離履歴, 最大流動幅履歴 (流路勾配 30 度の場合)	258
図 5.3.1.12	液状化砂の流動状況 (流路勾配 45 度の場合)	259
図 5.3.1.13	最大流動距離履歴, 最大流動幅履歴 (流路勾配 45 度の場合)	260
表 5.3.2.1	再現解析に用いた解析パラメータ	262
図 5.3.2.1	解析における応力ひずみ関係と実験材料の三軸試験結果.....	262
表 5.3.2.2	再現解析におけるパラメータの組み合わせ.....	263
図 5.3.2.2	流動砂の流下距離, 最大流動幅履歴 (内部摩擦角 5 度)	264
図 5.3.2.3	流動砂の流下距離, 最大流動幅履歴 (内部摩擦角 10 度)	265
図 5.3.2.4	流動砂の流下距離, 最大流動幅履歴 (内部摩擦角 37.6 度)	266
図 5.3.2.5	再現解析結果 (流路勾配 30 度).....	267
図 5.3.2.6	再現解析結果 (流路勾配 45 度).....	268
表 5.3.2.3	再現解析に用いた解析パラメータ	270
図 5.3.2.7	解析における応力ひずみ関係と実験材料の三軸試験結果.....	271
図 5.3.2.8	粘性係数とせん断ひずみ速度の関係.....	271
表 5.3.2.4	再現解析におけるパラメータの組み合わせ.....	272
図 5.3.2.9	流動砂の流下距離, 最大流動幅履歴 (内部摩擦角 10 度)	273
図 5.3.2.10	流動砂の流下距離, 最大流動幅履歴 (内部摩擦角 37.3 度).....	274
図 5.3.2.11	再現解析結果 (流路勾配 30 度)	275
図 5.3.2.12	再現解析結果 (流路勾配 45 度)	276
図 5.4.1.1	斜面崩壊現場の全景.....	278
図 5.4.1.2	築館地区の高速長距離流動の崩壊形状.....	279
表 5.4.1.1	シミュレーションに用いた解析パラメータ	280
表 5.4.1.2	シミュレーションにおけるパラメータの組み合わせ.....	281
図 5.4.1.3	最大流下距離, 流動速度履歴 (ニュートン流体)	282
図 5.4.1.4	土砂の最終堆積形状 (ニュートン流体).....	283
図 5.4.1.5	最大流下距離, 流動速度履歴 (非ニュートン流体)	285
図 5.4.1.6	土砂の最終堆積形状 (非ニュートン流体).....	286

図 5.4.2.1	土石流の流下経路.....	287
表 5.4.2.1	妙高土石流の主要諸元.....	288
図 5.4.2.2	土石流の解析モデルの構築フロー.....	290
表 5.4.2.2	シミュレーションに用いた解析パラメータ.....	290
表 5.4.2.3	シミュレーションにおけるパラメータの組み合わせ.....	291
図 5.4.2.3	シミュレーション結果(ニュートン流体).....	293
図 5.4.2.4	流下距離および流下速度履歴(ニュートン流体).....	294
図 5.4.2.5	流下距離および流動速度履歴(非ニュートン流体).....	295

第1章 序論

1.1 研究の背景

近年、未曾有の巨大地震、異常気象の発生に伴い、斜面崩壊、浸透破壊、液状化、土石流など地盤の大変形、崩壊および流動に関わる現象が頻発している。特に鉄道は、都市部から山間部まで全国一律に分布しており、様々な地盤の大変形、崩壊および流動に関わる現象に影響を受けやすい。以下に、鉄道を中心に過去発生した地盤の大変形、崩壊および流動に関わる事例を示す。

2007年7月に発生した新潟県中越沖地震では、信越本線・青海川駅付近で斜面崩壊が発生し、同線は不通となった（藤原ら，2008）（図1.1.1）。斜面崩壊の原因としては、地震動の影響とともに前々日の台風4号に伴う大雨で地盤が緩んでいたことも影響したと考えられている。

1993年8月に発生した平成5年8月豪雨では、日豊本線・竜ヶ水駅で土石流が発生し4名の死者を出した（柿元ら，2004）（図1.1.2）。この際、土石流の危険を感じた運転士が乗客のいない車両を堤防代わりにすることで、大多数の乗客を避難させることができた。

1978年5月18日には、雪解け時の地すべりを原因とした土石流が、信越本線妙高高原・関山間で発生している（図1.1.3）。押し出された土砂の総量は約90～100m³と言われ、13名の死者を出した。先端部は発生源から約8km下流にある、信越本線に到達し、高盛土を幅25m、高さ20mにわたり崩壊させ、鉄道に大きな被害を与えた（村石ら，2005）。

2004年10月に発生した新潟県中越地震では、上越線221km000m付近で盛土の崩壊が発生している（図1.1.4）。当該箇所は信濃川右岸に位置する崖状に攻撃侵食された谷地形であり、信濃川へ注ぐ石田川の溜まり池をのり尻とした比高約40mの谷渡り盛土区間であった。崩壊の原因として地震動の他に、地山からの浸透水と地震直前の台風23号による降雨により、盛土内の地下水位が高くなり不安定化していたことも考えられている（舘山ら，2008）。

1991年10月には、武蔵野線新小平駅で地盤内の浸透流による浮力の影響で、駅を構成するU型擁壁が崩壊し駅全体が水没するという事故が発生している（金子ら，1992）（図1.1.5）。これは、長期にわたって続いた長雨が原因とされており、構造物により堰き止められ滞留した地盤内の浸透水が、地盤および土構造物の大崩壊の原因となった事例である。

2011年3月に発生した東北地方太平洋沖地震では、巨大津波による甚大な被害に加え、斜面崩壊、鉄道、宅地、河川、道路盛土、切土の崩壊、盛土崩壊に伴う電力鉄塔の転倒（図

1.1.6)，液状化に関わる被害も多発した。盛土崩壊に伴う電力鉄塔の転倒については、盛土が沢埋め盛土であり、盛土底面に位置していた旧表土層（段丘堆積物）が、史上稀に見る強くて長い地震動の繰返し応力で強度低下したことが原因と言われており（東京電力，2012），長時間続く地震動や、盛土内の地下水が盛土崩壊に与える影響等，新たな地盤工学上の課題を浮き彫りにした。

以上示したように、鉄道沿線だけでも数多くの地盤の大変形，崩壊および流動現象が発生している（図1.1.7）。これらの地盤の大変形，崩壊および流動現象は，非常に災害ポテンシャルが大きいものであり，鉄道の安全性および安定性のみならず，市民の安全を確保する上で常に考慮しなければならない現象である。この点を踏まえ，従前から，斜面安定工，砂防ダム等，地盤災害の抑止防止工への投資が継続的に行なわれてきており，その成果もあり過去に比べれば，地盤の大変形，崩壊および流動によるリスクは大幅低減したと考えられる。しかしながら，大地震の発生，台風，豪雨等の発生頻度の増加を考えると，今後はより強大な外的作用にさらされる可能性がある。さらに，そのような強大な力が作用した場合，作用の大きさに比例する形で，今まであまり見られなかったような巨大な地盤の大変形，崩壊および流動現象が発生する危険性があり，想定外の被害をもたらす可能性も十分ありうる。したがって，今後も地盤の大変形，崩壊および流動現象のリスク低減に向けた投資を継続的に行なうことは必須である。

地盤の大変形，崩壊および流動現象のリスク低減に向けた投資としては，斜面安定工や砂防ダムの建設等への設備投資，地盤の挙動の監視や予測等ソフト対策への投資がある。従来は前者のハード対策を中心に投資が行われてきたと言える。これらの対策投資は現在まで上記のリスク低減に向け大きな貢献を果たしてきたが，従来のように，斜面安定工や砂防ダム等ハード対策のみを行う方法は，インフラ整備，環境破壊に対する市民の目が厳しくなっていること，財政健全化に向けインフラ投資の縮減が急務であることを考えれば限界に達しつつある。ハード対策を行うにしても，最もリスクが高い箇所を選定し優先的に対策を行うこと等，対策を実施する上での適切な理由が求められてきている。したがって，近年になり，後者のソフト面からの対策の重要性がますます増大してきており，例えば，斜面崩壊と土石流については，土砂災害防止法の制定により，土砂警戒区域の指定等のソフト面からの対策が行われている（高梨，2002）。また，鉄道においても，鉄道沿線斜面のハザードマップの作成等のソフト面からの対策に関する研究が行われてきており，特に布川ら（2010，2011）の研究では，降雨による浸透水の影響や，リスクマネジメントを考慮した斜面への対策投資の選定方法についても研究が進められている。

ソフト面からの代表的な対策は前述したように監視と予測によるものであるが，具体的には，センサ等を用いたモニタリングによる監視，InSAR（2つの合成開口レーダを用いて，干渉処理により地形の標高や変動量を求める技術）等リモートセンシング技術による監視および予測，解析ツール等による地盤の挙動予測が挙げられる。

センサ等を用いたモニタリングによる監視においては，精度良く，安価で，耐久性のあ

るセンサの開発，無線センサネットワーク等データ伝送方法の開発，取得データによる評価方法の発展等，監視技術およびそれらに関わる学術分野の発展が必要である。例えば，内村ら（2011）の研究等によりこれらの技術および分野に関する成果が得られてきており，今後発展が大いに期待される分野である。

リモートセンシング技術による監視および予測においては，特に地震または豪雨前後の地形変動を読み取る上で有効である。小長井(2010)は，リモートセンシング技術により現地踏査だけでは把握しきれない広域の地形変動を得られる点に着目し，2004年新潟県中越地震，2005年パキスタン・カシミール地震，2008年中国四川地震において，リモートセンシングデータから得られた地震前後での地形の変化が構造物等の被害を与えた影響について分析している。その際，航空写真と航空レーザ計測（LIDAR）から得られた標高モデル（Digital Elevation Model）を用いて，植生や斜面崩壊の影響を受けずに地形変化を解析する技術（Konagai et al., 2009）を開発し，この手法を用いて，魚野川沿い地域の冠水被害（Konagai et al., 2008, Konagai et al., 2009），山岳トンネルの被害（Konagai et al., 2009）の原因，土砂ダムの決壊予測（Konagai and Sattar, 2012）について分析している。今後発生が想定される大規模な地盤被害の予測およびメカニズムの解明に向けて重要な知見を示しており，上記のモニタリング技術に加え今後発展が大いに期待される分野である。

解析ツール等による地盤の挙動予測においては，地盤の大変形，崩壊および流動現象の挙動を把握するための解析ツールの開発，解析結果から現象を評価および予測するための手法の発展が必要である。前述した解析ツールとしては，簡易法から詳細法まで様々なものがある。例えば，円弧すべり法やニューマーク法は簡易法，有限要素法，個別要素法等は詳細法と言える。これらの解析ツールの発展は，斜面崩壊や土石流など大規模地盤災害の予測のみならず，性能照査型設計において変形量照査に移行しつつある，盛土や切土等，土構造物の設計さらには，土留め，基礎構造物等，地盤工学に関わる構造物の設計の発展にも必要なことである。また，鉄道においては，土構造物の設計と維持管理の面からもこれらの解析ツールの発展が強く求められてきている。鉄道構造物等設計標準（2007）において，特に地震時にレベル2地震動に対して変形量照査を行い盛土の安全性を確保することが示されている。現行では，変形量算定手法として，すべり土塊を剛体とみなしたニューマーク法が主に使用されているが，よりの確に盛土の変形量を算定するためには，地盤の変形量を適切に算定できる新たな解析手法の開発が求められる。なお，ニューマーク法に関しては，Rathje and Bray (2000)により，すべり線上の土塊を多自由度系でモデル化し，滑動による変形のみでなく土塊のせん断変形および圧縮変形も含めた手法が提案されている。この手法を用いて，Bray and Travarasrou (2007 and 2009)は，アースダムおよび埋め立て盛土の地震時滑動変位を予測する式を提案している。

また，鉄道構造物等維持管理標準（2007）においては，前述した谷渡り盛土等，地山からの浸透水の影響を受ける箇所では要注意箇所としてこまめに維持管理することが示されており，実際これらの箇所は鉄道における常時，異常時の弱点箇所である。これらの箇所

を維持管理していく上では、浸透流の影響を加味した解析手法により定量的にリスク評価することが求められる。鉄道以外においても、道路盛土や河川堤防で変形量照査の重要性が指摘されている。特に、河川においては、一箇所の河川堤防の決壊が大規模な浸水被害に直結することが多いことから、洪水時などでの変形量や、常時の浸透破壊に対する安全性について検討を行う上で、適切な解析手法により変形量を算定することが重要視されてきている。さらに、地盤の大変形・流動現象の代表例の一つである、液状化現象についても1964年6月の新潟地震、1995年の兵庫県南部地震以降、液状化に伴う地盤の大変形、崩壊および流動解析手法の重要性が示されている。特に、液状化の原理、液状化を取扱可能な構成則については、既に多くの成果が得られており、有限要素解析等を中心として、特に盛土の支持地盤の液状化による沈下等のある程度の精度で再現できるようになってきている（例えば、渦岡，2000）。これらのことは、数値解析による変形量算定に関する研究が地盤の液状化現象の安全性評価に対して多大な貢献をしてきた所以であるとも言える。

このように、地盤の大変形、崩壊および流動現象に対する解析手法が鉄道も含めて各分野で重要視されてきている。一方で、近年の地盤の大変形、崩壊および流動挙動が複雑化し、それらによるリスクが顕在化してきていること、地盤工学の発展、計算機器の発達に伴い詳細で高精度な弾塑性構成則、解析手法が提案され、それらの取扱いが容易になってきていることを考慮すれば、簡易な解析手法に加え、詳細な解析手法の開発、発展も期待される。簡易な手法については上述したRathje and Bray (2000)の方法のように拡張した手法の提案も試みられているが、現実の地盤の挙動を追跡するにはさらなる拡張が必要であり、その際、詳細な解析手法による検討結果が拡張に向けて有効な知見をもたらす可能性も大きい。しかしながら、現行では、これらの現象を扱う際、前述した円弧すべり法やニューマーク法等、簡易法が未だ主流である。その背景として、有限要素法や個別要素法等の代表的な詳細法では、地盤の大変形、崩壊および流動現象を陽に取扱うことができず、実際には、これらの現象の扱いを可能にする解析手法は研究途上であるという実状がある。

図1.1.8に有限要素法と個別要素法の地盤の変形解析への適用性について示す。従来、地盤の変形解析は、一般に地盤を有限要素でモデル化する有限要素法（以後、FEM：Finite Element Method）と、地盤を土粒子の集合でモデル化する個別要素法（以後、DEM：Discrete Element Method）により行われる場合が多い。しかしながら、FEM解析では地盤が大変形するにつれ有限の要素に大きな歪みが生じ解析が不能になるという欠点がある。有限変形理論である、Total Lagrangian法やUpdate Lagrangian法を用いても、要素の変形が過度に大きくなると計算自体の続行が不可能になる上、当然ながら崩壊後の不連続体的挙動は表現することができない。ある程度の変形を解析できた場合でも、要素の変形レベルが大きくなると要素内の積分点でのガウス積分の精度が悪化し解析結果の精度が極端に低下する。ただし、地盤の弾塑性構成則については、ケンブリッジの研究グループによるCam-clayモデル（Roscoe et al, 1963）から始まり、関口・太田らの異方性の表現（Sekiguchi and Ohta, 1976; Iizuka and Ohta, 1987）、橋口らの下負荷面モデルによる過圧密の解消（橋口ら，1996）、浅

岡らの上下負荷面モデル (SYS Cam clay モデル) (Asaoka et al, 2000) による構造劣化の表現により、数パーセントのひずみレベルまでは、地盤の挙動を精度良く表現できるようになってきている。しかしながら、地盤は少しの変形でも地盤内部の拘束圧が変化し強度も大きく変化する。この幾何学的非線形性の影響を考慮できない限り、地盤の大変形現象を適切に扱うことは困難である。

DEM解析では周知の通り地盤の大変形、崩壊を不連続体的挙動も含めて表現することができる。しかしながら、地盤内の土粒子を一つ一つモデル化し、粒子相互間の力をばねとダッシュポット等でモデル化するため、解析規模が大きいと計算効率が極端に低下する上、実際の地盤から得た調査、土質試験データを用いた粒子相互間力のモデル化が困難となる。また、モデル化をした粒子形状が解析精度および解析結果に影響を与え、不確定要素が多い実際の地盤に適用するには現状では困難である。粒子に代わり弾性体のブロックを用いる不連続体解析法 (DDA : Discontinuous Deformation Analysis) による検討も大西ら (2005) を中心に行われているが、岩盤崩壊には適用性があるものの、実際の地盤への適用は、DEMと同様な理由で適用が難しい。

一方、最近になり上記の FEM および DEM 等の地盤の大変形解析に関する欠点を改善し、大変形解析に対応可能なメッシュフリー法や粒子法と呼ばれる解析手法が提案されている。この手法は、図 1.1.9 に示すように、基本的に地盤をラグランジュ粒子という粒子群でモデル化するものであり、FEM のように有限要素を用いないため要素サイズの制限なく地盤の変形を大変形領域まで取り扱うことができる。また、FEM と同様に構成則を用いることができるため、粒子群を用いたモデル化を行っているにも拘らず DEM のようにばねやダッシュポットを用いたモデル化を行う必要がない。さらに、メッシュフリー法の大きな利点として、複雑な物体形状でも粒子群のみで表現することができるためプレ・ポスト処理が容易であるという利点がある。また、固体を扱う場合では剛性マトリックスを陽に作成することがないので計算自体も容易である。

メッシュフリー法 (または粒子法) とその他の解析手法の関係を、応力とひずみレベルの関係で示したものが図 1.1.10 である。前述したように、メッシュフリー法は FEM に比べ弾塑性域での大変形計算を行う上で有利である。この点は、特に幾何学的非線形性を扱う上で有効な点であると考えられる。ただし、メッシュフリー法はあくまで連続体力学に基づいた計算であるので、基本的には「地盤の連続体としての限界」までは、変形問題を正確に扱える手法である。しかしながら、地盤はある程度大変形すると不連続体として挙動する。この領域では、不連続体力学に従った DEM や DDA による計算が基本的に必要である。その理由は、図 1.1.11 (a) に示すように、土粒子間の接触・反発が地盤の挙動に大きな影響をもつようになり、そのような力学的機構は DEM や DDA でなければ表現できないためである。一方、メッシュフリー法における一部の既往の研究 (例えば、Wiekowski (2004), 阿部ら (2007), Andersen and Andersen (2010), Maeda et al. (2007)) において、構成則にモール・クーロンモデルやドラガー・プラガーモデル等の一般的な弾塑性モデルを用いても、乾

燥砂の流動等の地盤の不連続体的挙動を表現できること、それらの挙動は実験結果や経験式からの結果と概ね合致することが示されている。このことは、メッシュフリー法においても、不連続体としての挙動をある程度の精度で表現できることを示している。その際の粒子間の相互作用の状態を示したものが図 1.1.11 (b) である。粒子間の接触・反発力は各ラグランジュ粒子に発生したひずみに応じて発生した応力の大きさにより計算される。これは、DEM において土粒子間の相互作用をモデル化したものとは異なり、真に土粒子間の相互作用についてモデル化したわけではない。

また、不連続体域で大きな影響をもつものとして土粒子の回転の影響がある。この影響については、Chang and Ma (1992), Chang and Gao (1995)にあるような、構成則に粒子接触、回転の影響を取り入れる方法を検討していくこと、さらには粒子間の微視構造での運動を含めた表現を含めることで、連続体力学でも取扱うことが可能になることが考えられるが、現行では研究途上である。現行のメッシュフリー法では Jaumann 率により剛体回転として簡易に影響を取り入れるのが一般的であり、ひずみレベルが大きくなると Jaumann 率を適用できなくなることが知られている。

以上の点を鑑みると、メッシュフリー法は、要素サイズの制限が無い、解析パラメータを決定しやすいという点では、FEM や DEM に比べれば大変形解析を行う上で有利である。しかしながら、特に不連続体域での計算については、詳細にはその適用性が明確になっていない。一方、メッシュフリー法により、地盤の大変形、崩壊および流動現象を、連続体領域での幾何学非線形性の影響も含めて、不連続体域まで連続的にある程度の精度で取扱うことができるということも特徴として挙げられる。この点は、粒子回転や不連続体域でのモデル化には課題があるものの、地盤の大変形解析の実現に向けて多くのハードルがある FEM や DEM に比べれば、地盤の大変形、崩壊および流動解析を行う上で、メッシュフリー法は現状で最も有効な手法であるということを示している。

メッシュフリー法および粒子法には大きく二種類のものがある。一つ目の手法は物体を粒子のみでモデル化し完全 Lagrange 的に解析するものであり、Koshizuka and Oka (1997)により提案された Moving particle semi-implicit (以後、MPS) と Lucy (1977)と Gingold and Monaghan (1977)により提案された Smoothed particle hydrodynamics (以後、SPH) が代表的な手法として挙げられる。なお、一般に国内で粒子法と呼ぶときは前者の MPS を表す。これらの手法は、特に MPS では支配方程式がナビエ・ストークス式であり、粘性項も含めた非圧縮性流体を対象とした流体の解析には適用性が非常に高い。また、これらの手法は図 1.1.12 に示すように粒子群と影響半径を用いるという点で解析手法として共通である。

しかしながら、弾塑性体である地盤への適用については近年研究が進められているが、tensile instability や fixed kernel 等の課題が存在する。前者については特に SPH での課題である。図 1.1.13 に示すように、SPH では粒子の近似関数としてカーネル関数を用いる。この場合、カーネル関数の一次微分は図 1.1.13 に示すように変曲点を有する形になり、運動量保存則から加速度を計算する際、変曲点の前後で発生応力の大きさが急変し解析が不安定

になる。これは、特に強度が小さい引張域で発生することが多く、引張強度を考慮する地盤のような固体を扱う場合とくに問題となる (Li and Liu, 2004)。よって、人工粘性や人工応力を設定し安定化させる必要があり、これらが地盤の大変形挙動に与える影響については、今後の研究課題となっている。

一方、MPS ではこの点を回避するため、後者の **fixed kernel** を近澤 (2001) により導入されたが、重み関数が初期のものとなるため破壊ひずみ (宋ら, 2003) が重要なパラメータとなり地盤の複雑な弾塑性モデルの適用までには至っていない。Suzuki et al. (2004) により、非圧縮性流体の中で弾性体を表現するため、MPS をハミルトニアン系で記述することも進められているが弾塑性体については未だ研究途上である。一方で、吉田(2011)は宋ら(2003)の破壊判定条件に代わる破壊判定式としてモール・クーロンの破壊基準を用いた手法を提案している (詳細については 2.3.2 を参照)。この手法は図 1.1.14 に示すようにある応力を超えると DEM のように粒子が振舞う手法であり、不連続体域の挙動を精緻に扱うという点で発展性を有する手法である。しかしながら、連続体域から不連続体域へ遷移する過程のモデル化については課題があり研究途上である。

上記のように、SPH および MPS は解析手法および解析的課題の点から共通点が多く特に **tensile instability** については地盤を取扱う上で研究課題が多い。また、これらの手法では境界条件を FEM のようにディリクレ型で明確に表現できず、壁粒子の集合等で表現する必要があるため、境界条件の力学的特性の表現が困難であるとも言われている。

その他 Lagrange 的手法であるが、図 1.1.15 に示すようにバックグラウンドセルを用いて有限要素法に手法を近づけたエレメントフリーガラーキン法 (EFGM: Element Free Galerkin Method) (Belytschko et al, 1994) による研究も行われている。この手法は、従来 FEM の節点を自由に移動させる手法であり FEM に近い、剛性マトリクスを作成する、内挿関数の高度化による粒子補間の精度を向上できるという点では弾塑性構成則の適用がしやすい。また、**tensile instability** の課題も回避できる。(鈴木ら, 2006) 以上の点から、地盤の変形解析への適用も行われている。(例えば、佐藤・松丸, 2006) ただし、MPS と SPH 同様、影響半径と近似関数の設定があるほか、ディリクレ型境界条件の設定は困難である。また、節点の移動のみなので、衝突、接触問題は表現できない。従って、不連続体として挙動の表現は困難である。

二つ目の手法は、Lagrange 的手法と Euler 的手法を組み合わせた解析手法であり、Particle in cell (以後、PIC) 法と呼ばれるものである。PIC 法の中でも代表的な手法が Sulsky et al. (1995)により提案された Material Point Method (以後、MPM) である。この手法は、物体を粒子の集合として Lagrange 的にモデル化した上で、粒子群裏に固定した格子群 (バックグラウンドメッシュ) で Euler 的にひずみ増分を計算する。支配方程式が連続体の運動方程式から始まり離散化が内挿関数を用いた弱形式化により行われるため、FEM との共通部分が多い。特に、背面格子 (バックグラウンドメッシュ) により Euler 的に計算する部分は FEM と同様であり、地盤のような構成則が複雑なものにも適用性が良い。さらに、図 1.1.16 に

示すように微小な時間間隔で発生した塑性ひずみを、背面格子により地盤の構成則を適用して計算し大変形時のひずみを塑性ひずみの累積で表現できる。この点は、微小変形理論に基づき展開された地盤の既往の弾塑性構成則を用いる上で有益である。さらに、背面格子の格子点を用いてディリクレ型境界条件を明確に表現することが可能であり、不連続体としての挙動も、粒子間の相互作用（特に粒子間の接触、衝突）という形で表現可能である。また、長年蓄積された FEM の数値解析技術を大きな困難なく適用しやすく、地盤の変形解析で長年スタンダードな手法として普及している FEM の延長線上の手法として、実務での適用可能性を大いに有した解析手法でもある。

一方で、PIC 法特有の粒子が格子間を移動する際に発生する数値拡散や、時間間隔がバックグラウンドメッシュの大きさにより制限されること等の欠点もある。しかしながら、前者の完全 Lagrange 型の手法に比べれば、地盤では不可欠な弾塑性構成則を、人工粘性、人工応力、破壊ひずみ、影響半径、近似関数など、地盤のパラメータ以外に今後検討が必要な数値解析特有のパラメータに対する議論を特に意識せずに適用できる点は、地盤の大変形、崩壊および流動解析に適用する上で大きな利点と考えられる。また、地盤工学で扱う対象は規模が大きいものが多いため、境界条件を FEM のように陽に設定する必要がある。上記のように、MPM はバックグラウンドメッシュでディリクレ型境界条件を設定できるため地盤工学における対象を解析しやすい利点もある。

以上示したメッシュフリー法における解析手法の特徴を表 1.1.1 にまとめる。各解析手法に利点と欠点があることが分かる。ここで、ばらつきと不確定性が大きい地盤を解析対象とすることを改めて考えると、なるべく理論的背景が明確でない解析パラメータは少ない方が良いことが言える。特に、影響半径や人工粘性等の解析固有のパラメータについては、それらの影響が地盤のばらつきと比べて、不確定性が大きい地盤の大変形後の挙動にどの程度影響を有するのか検討する必要性が出てくる。この点から考えると、MPM は格子長や粒子数以外、特殊な解析パラメータがないことは大きな利点であり、地盤の大変形解析ツールの構築を考える上では最も取扱しやすい手法と考えられる。

以上を踏まえ、本研究ではソフト面による対策のうち、地盤の大変形、崩壊および流動現象の挙動を把握するための詳細な解析ツールの開発を目的とし、ベースとなる解析手法としてメッシュフリー法における MPM に焦点を絞り、解析ツールの開発、解析ツールの地盤の大変形、崩壊および流動現象への適用について検討を行うこととした。このような目的を設定することで、従来の解析手法として主流の FEM や DEM に代わり、地盤の大変形、崩壊および流動解析を可能にする解析手法の構築を目標とした。

本論文では、はじめに解析ツールのベースに用いた MPM の特長を示した後、目的とする解析ツールの開発に向け、地盤の大変形、崩壊および流動現象を扱う上で新しく提案した内容について示す。その後、斜面崩壊、盛土の浸透破壊、開削トンネルの液状化による浮き上がり、土石流等の地盤の大変形、崩壊および流動現象に関する模型実験の再現解析、実現象のシミュレーションを行い、開発した解析手法の適用性を示す。なお、再現解析で

対象とする模型実験の一部は、本研究の一環として行ったものである。これらの実験内容、実験結果および考察の内容についても論文中で示す。以上の過程を通して、地盤の大変形、崩壊および流動現象の挙動を把握するための詳細な解析ツールの開発を行うことを目標とした。



図1.1.1 新潟県中越沖地震での信越本線・青海川駅付近での斜面崩壊
(<http://ja.wikipedia.org/wiki/>から引用)



図1.1.2 日豊本線・竜ヶ水駅での土石流（鹿児島大学理学部地学教室応用
地質学講座 <http://www.sci.kagoshima-u.ac.jp/~oyo/caldera.html>から引用）



図1.1.3 信越本線妙高高原・関山間で発生した土石流

(http://www.pref.niigata.lg.jp/HTML_Article/389/226/jyouetuH20.04,0.pdfから引用)



図1.1.4 新潟県中越地震における上越線221km000m付近での盛土崩壊



図1.1.5 武蔵野線新小平駅での浸透流による被害

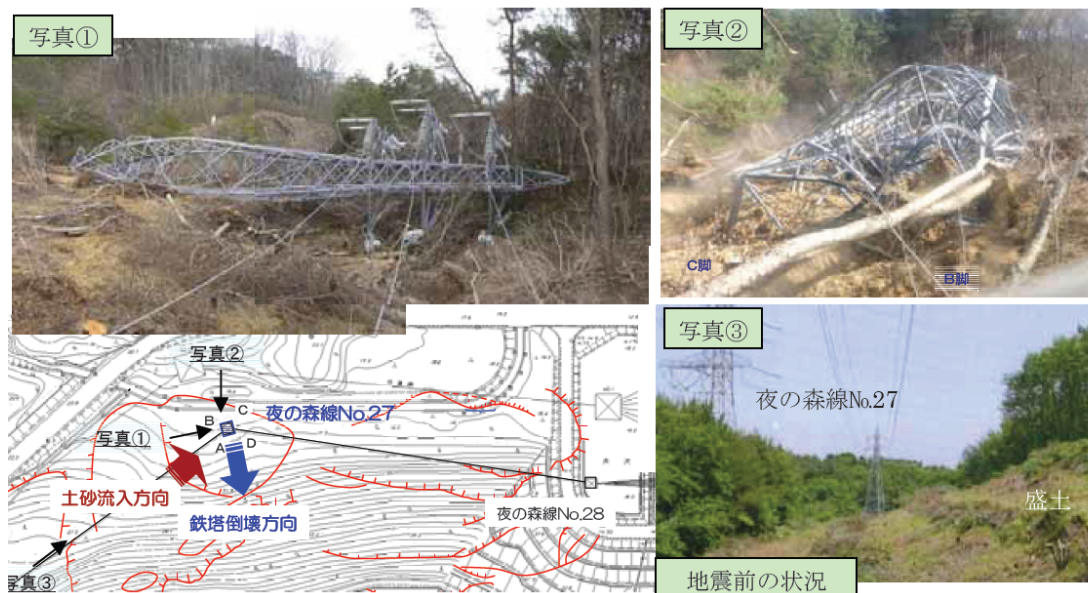


図1.1.6 福島第一原子力発電所近傍で倒壊した鉄塔（東京電力（2012）から引用）

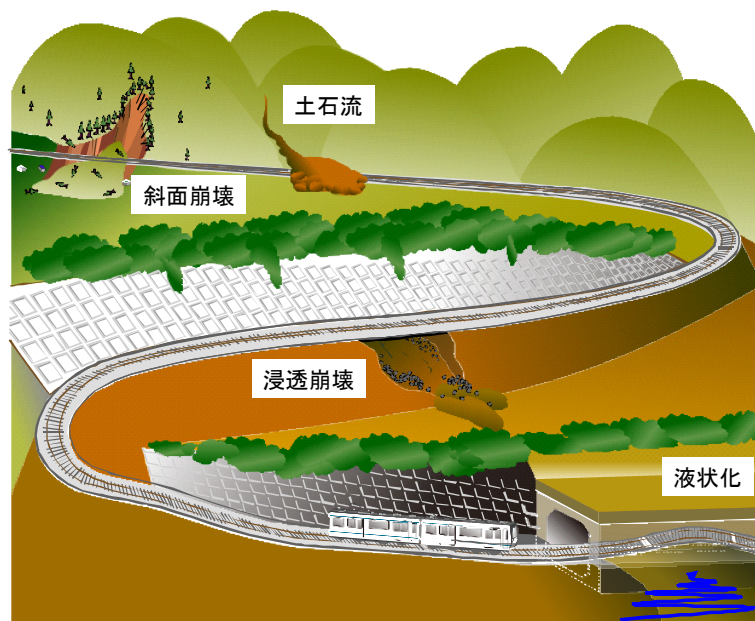
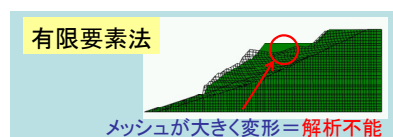


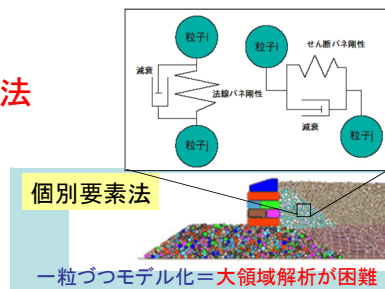
図1.1.7 鉄道沿線で発生しうる地盤の大変形，崩壊および流動現象

地盤の変形解析には通常

有限要素法，個別要素法
が使われている。



地盤を有限の要素の集合でモデル化
大変形時，要素が歪み解析が破綻



地盤を剛体粒子の集合でモデル化
粒子形状、個数、大きさに精度が依存

有限要素法: **要素の大きさが限定している**ため大変形解析不能

個別要素法: **粒子形状，個数，大きさで解析精度，解析結果が大きく変化し，実地盤には適用が難しい**

図 1.1.8 有限要素法，個別要素法の地盤の変形解析への適用性

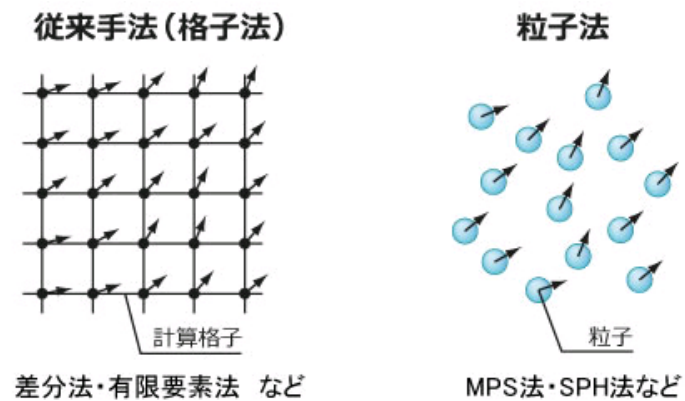


図 1.1.9 差分法・有限要素法とメッシュフリー法の違い
(<http://blogs.yahoo.co.jp/yhakrymd/64289865.html> から引用)

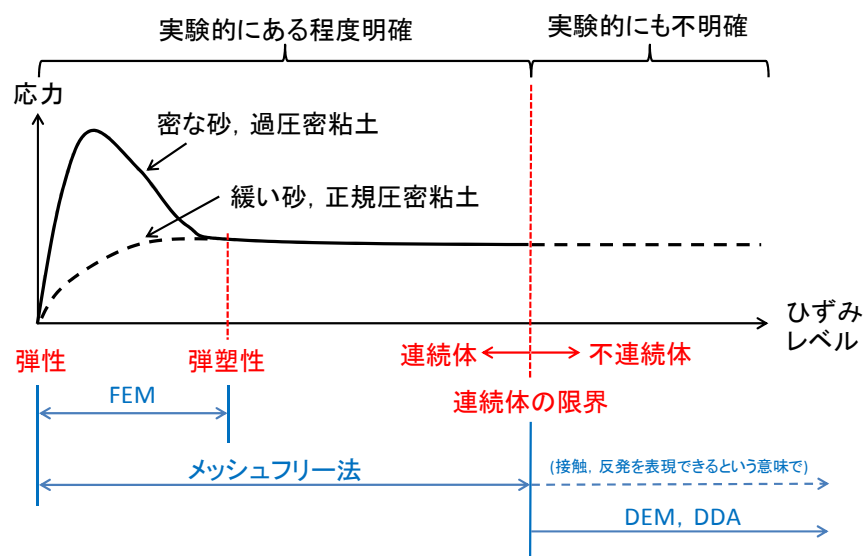


図 1.1.10 メッシュフリー法とその他の手法との関係

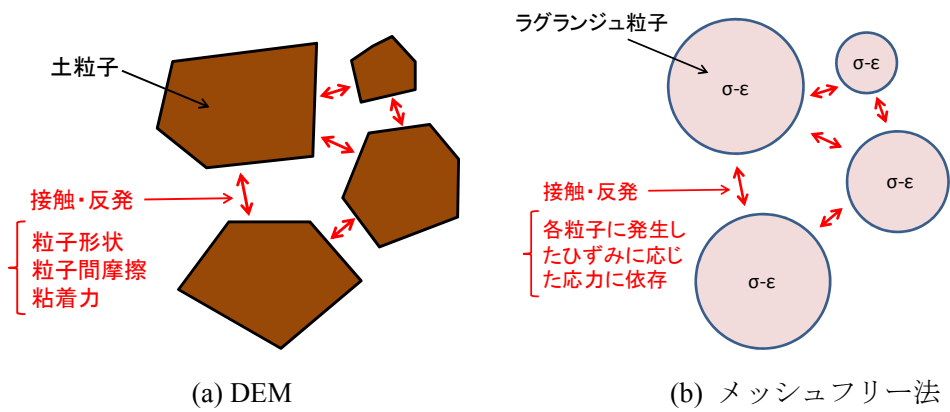


図 1.1.11 不連続体を扱う上での DEM とメッシュフリー法の違い

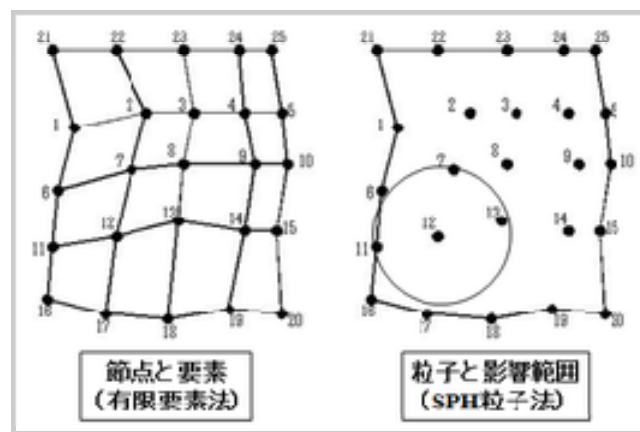
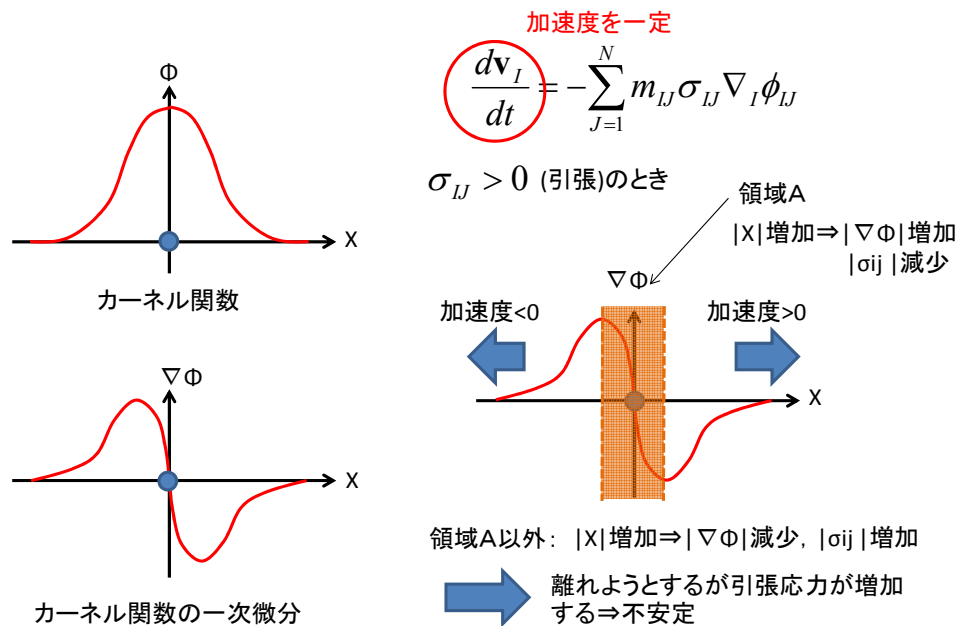


図 1.1.12 FEM と SPH および MPS の違い (横浜国立大学酒井譲研究室より引用)



9

図 1.1.13 Tensile instability の概要

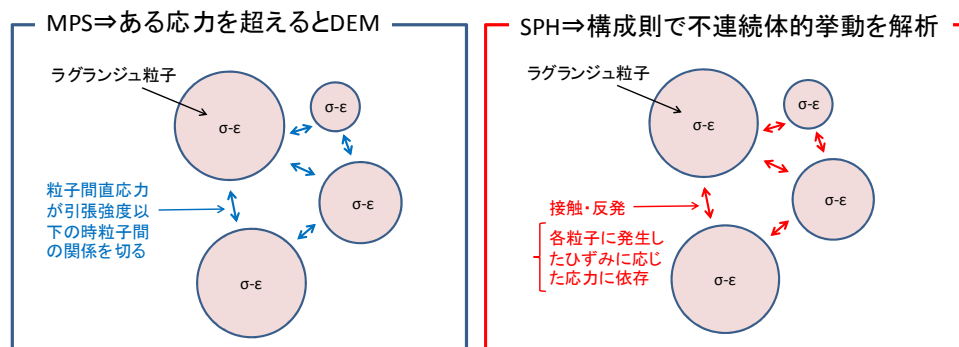


図 1.1.14 SPH および MPS における地盤の不連続体的挙動の扱いの違い

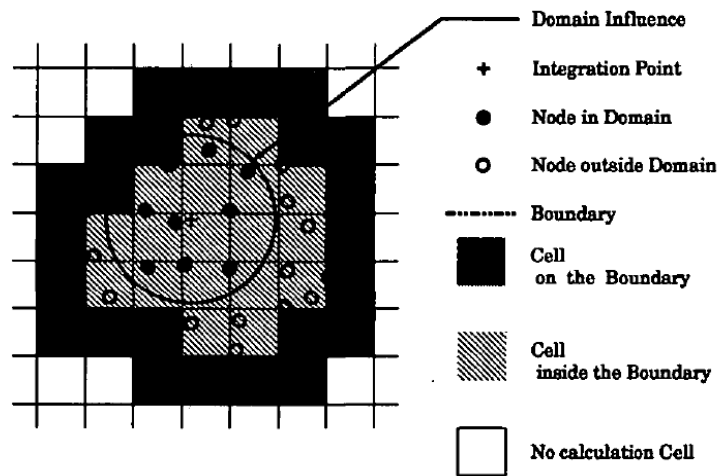


図 1.1.15 EFGM におけるモデル化の概要 (川端ら (1999) より引用)

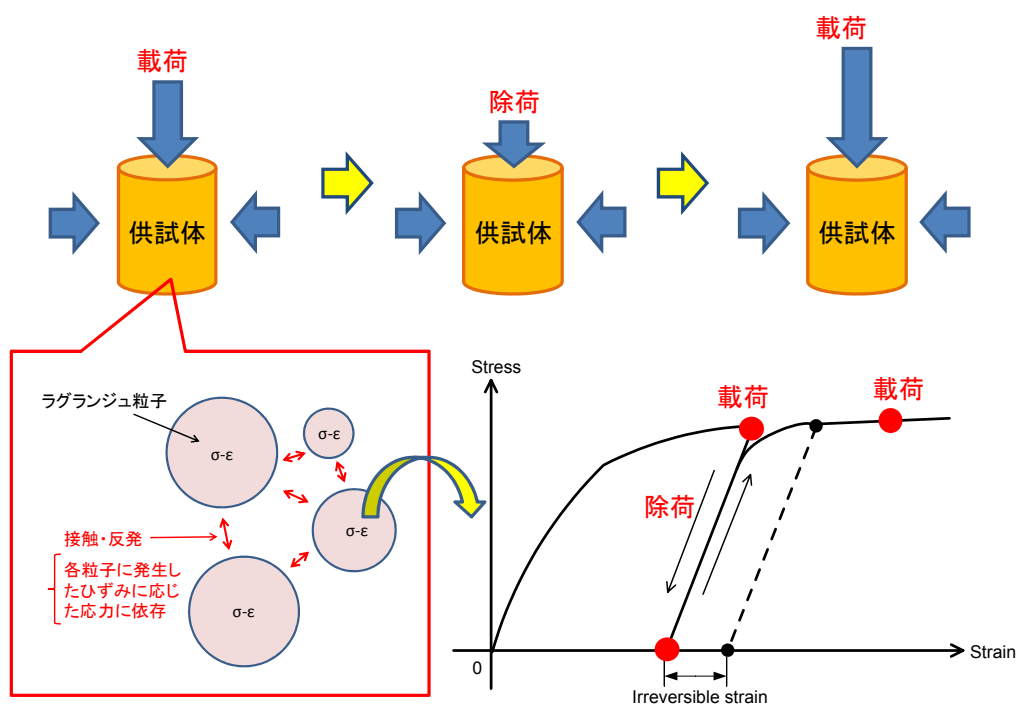


図 1.1.16 MPM における大ひずみの計算方法

表 1.1.1 メッシュフリー法または粒子法の特徴

手法	利点	欠点
Smoothed particle hydrodynamics (SPH)	<ul style="list-style-type: none"> ・履歴依存性を有する材料を扱いやすい。 ・不連続体の挙動の傾向を表現できる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・引張応力が働くと解析が不安定になる (Tensile instability) ・人工粘性, 人工応力により解析を安定化させる必要がある。
Moving particle semi-implicit (MPS, 粒子法)	<ul style="list-style-type: none"> ・ナビエ・ストークス式の粘性項を含めた計算ができる。 ・不連続体の挙動の傾向を表現できる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・Tensile instability を回避するため fixed kernel (固定影響半径) を用いる。 ・塑性体を扱う際, 重み関数に変化しないため破壊ひずみを設定する必要がある。
Element-free Galerkin method (EFGM)	<ul style="list-style-type: none"> ・Tensile instability がない。 ・剛性マトリックスを作成できる。 ・粒子補間の高度化が容易に可能である。 	<ul style="list-style-type: none"> ・影響半径, 近似関数, バックグラウンドメッシュを用いる必要がある。 ・ディリクレ型境界条件の設定が困難である。 ・不連続体の挙動の表現は困難
Material point method (MPM)	<ul style="list-style-type: none"> ・履歴依存性を有する材料を扱いやすい。 ・Tensile instability がない。 ・ディリクレ型境界条件の設定が容易である。 ・アルゴリズムが FEM に近い。 ・不連続体の挙動の傾向を表現できる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・バックグラウンドメッシュをラグランジュ粒子が通過する際のノイズが発生する。

1.2 研究の目的と実施内容

前節で述べたように、本研究では MPM を用いた地盤の大変形、崩壊および流動現象の解析手法の開発を目的とする。そのためには、以下の 3 点に対し具体的に検討を行う必要がある。（図 1.2.1 参照）

- ① MPM への地盤の構成則の適用
- ② MPM の動的解析対応への拡張
- ③ MPM の固液二相系への拡張

①については地盤の一連の現象を扱う上で必要であり、②、③は特に地盤の大変形、崩壊および流動現象は地震時と降雨時に発生しており、その際、動的特性と地盤内の間隙水の影響を考慮しなければならないことによる。

①に示す MPM への地盤の構成則の適用は、MPM を地盤の一連の現象に適用する上で必要な検討課題である。前述したように MPM はバックグラウンドメッシュにより、ひずみ増分を Euler 的に陽に求めることができる。このひずみ増分の計算は各格子点で求めた速度ベクトルの変位微分から求められるものであり、FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua) (Cundall and Board, 1998) 同様にモール・クーロンモデルやドラガー・プラガーモデルのような一般的に有限要素法で用いられている地盤の弾塑性構成則を適用することができる。そこで、これらの構成則を適用しその適用性を確認することで MPM への地盤の構成則の適用を図った。その際、地盤の構成則として近年提案された、岡・渦岡らの砂の繰り返しモデル（渦岡, 2000）、浅岡らの SYS Cam-clay モデル（Asaoka et al, 2000）の適用も行い、前者については液状化に関わる現象、後者については構造劣化（排水条件下の斜面崩壊）に関わる現象のシミュレーションを行い、これらの構成則の適用性を確認した。

②に示す MPM の動的解析対応への拡張は、特に地震時における地盤の大変形、崩壊現象を扱う上で必要な検討事項である。動的解析に対応するために必要な具体的な点は減衰の取り扱いである。地盤における減衰には、一般に材料における減衰と構造における減衰がある。前者は地盤を構成する土質材料の非線形特性によるものであり、適用した構成則により表現され、その精度は繰り返し三軸試験により実験的に確認できる。後者は運動方程式を構成する減衰項における減衰であり、地震の揺れに対し徐々に応答の揺れが小さくなっていく特性を表す。材料における減衰のように構成則等を用いて明確に表すことは難しいが、有限要素法ではレーリー減衰を用いることで表現されることが一般である。そこで、本研究では MPM は有限要素法と同様に節点（格子点）で運動方程式を解くという特徴を生かし、レーリー減衰の考え方を基にして構造における減衰を考慮することとした。

③に示す MPM の固液二相系への拡張は、特に降雨時や地下水を有する地盤の大変形、崩壊現象を扱う上で必要な検討事項である。これらの現象では地盤の中の間隙水が大きな影響を有するため、土を構成する土粒子、間隙水、空気のうち、少なくとも土粒子と間隙水の影響を考慮しなければならない。これらの影響を考慮するものが固液二相系である。固

液二相系は Biot (1962) の式を用いることで表現することができる。そこで、本研究では Biot の式を基本として固相、液相を表す二種類の粒子群で地盤をモデル化することで、MPM の固液二相系への拡張を行った。

以上示した MPM への地盤の構成則の適用、拡張を行って MPM を用いた地盤の大変形、崩壊解析手法を提案した後、代表的な地盤の大変形、崩壊および流動現象への適用を行い、提案した解析手法の適用性、課題を検討した。代表的な地盤の大変形、崩壊および流動現象としては、斜面崩壊、浸透破壊、液状化、土石流を取り上げた。特に、斜面崩壊については地震時での崩壊挙動について、浸透破壊については地下水面を有する盛土の崩壊について、液状化については開削トンネルの浮き上がり挙動について、代表的な既往の実験の再現解析を行いこれらの現象に対する適用性を検討した。なお、土石流については、他の地盤の大変形、崩壊および流動現象と比べて変形強度特性が複雑であること、影響範囲が数 km オーダーの広範囲に及ぶことを考慮し、Depth Average Material Point Method (DAMP) (阿部ら, 2007) という MPM の深さ方向を平均化した柱粒子で構成する手法を用いて、特に地形の影響等に着目し検討を行った。この際、DAMP の適用性を検討するため、乾燥砂または液状化砂を用いて流動実験を実施し、実験から得られた砂の挙動の再現解析と、過去実際に発生した土石流のシミュレーションを行い、災害記録と比較することで適用性を検討した。

図 1.2.2 に本研究での実施内容と本論文での構成、図 1.2.3 にそれらをまとめたフローを示す。第 1 章序論では、研究の背景、目的および実施内容について示した。第 2 章では、メッシュフリー法、粒子法を用いた地盤の大変形、崩壊および流動解析に関する既往の研究について示す。第 3 章では、本研究で提案する MPM を用いた地盤の大変形、崩壊解析手法について示す。具体的には、解析手法のベースとなる MPM の内容、MPM への地盤の構成則の適用について、MPM の動的解析対応への拡張、MPM の固液二相系への適用について述べる。第 4 章では、第 3 章で提案した解析手法の地盤の大変形、崩壊現象への適用性について述べる。具体的には、地震時の斜面崩壊に関する振動台実験の再現解析について、盛土の浸透破壊実験の再現解析について、地震時の開削トンネル模型の浮き上がり実験の再現解析について示す。第 5 章では、DAMP を用いた土石流流動解析への適用性について示す。DAMP について述べた後、乾燥砂、液状化砂を用いた流動実験の再現解析、過去実際に発生した土石流のシミュレーション結果について示す。第 6 章結論では、本研究で得られた結果のまとめ、今後の課題、本研究で開発した解析ツールの実用化へ向けた課題について述べる。

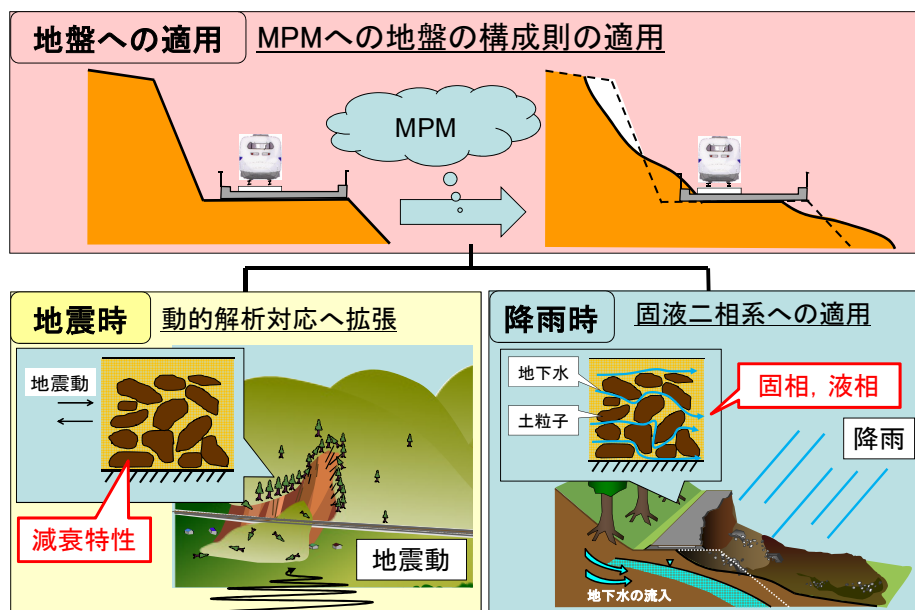


図 1.2.1 MPM を用いた地盤の大変形，崩壊および流動現象の解析手法の開発に向けた検討事項

第1章 序論

研究の背景，目的および実施内容

第2章 既往の研究

メッシュフリー法または粒子法による地盤の大変形，崩壊および流動解析に関する既往の研究

第3章 MPMを用いた地盤の大変形，崩壊解析手法の提案

MPMIについて

MPMへの地盤の構成則の適用

MPMの動的解析対応への拡張

MPMの固液二相系への適用

第4章 提案手法の地盤の大変形，崩壊現象への適用性

地震時の斜面崩壊に対する適用性

降雨時の盛土の振動破壊に対する適用性

地震時の液状化による浮き上がり現象に対する適用性

第5章 DAMPMを用いた土石流流動解析手法の提案

DAMPMについて

乾燥砂，液状化砂を用いた流動実験とDAMPMによる再現解析

DAMPMによる実際の土石流のシミュレーション

第6章 結論

研究のまとめ，今後の課題

実用化に向けた課題

図 1.2.2 本論文の実施内容と章構成

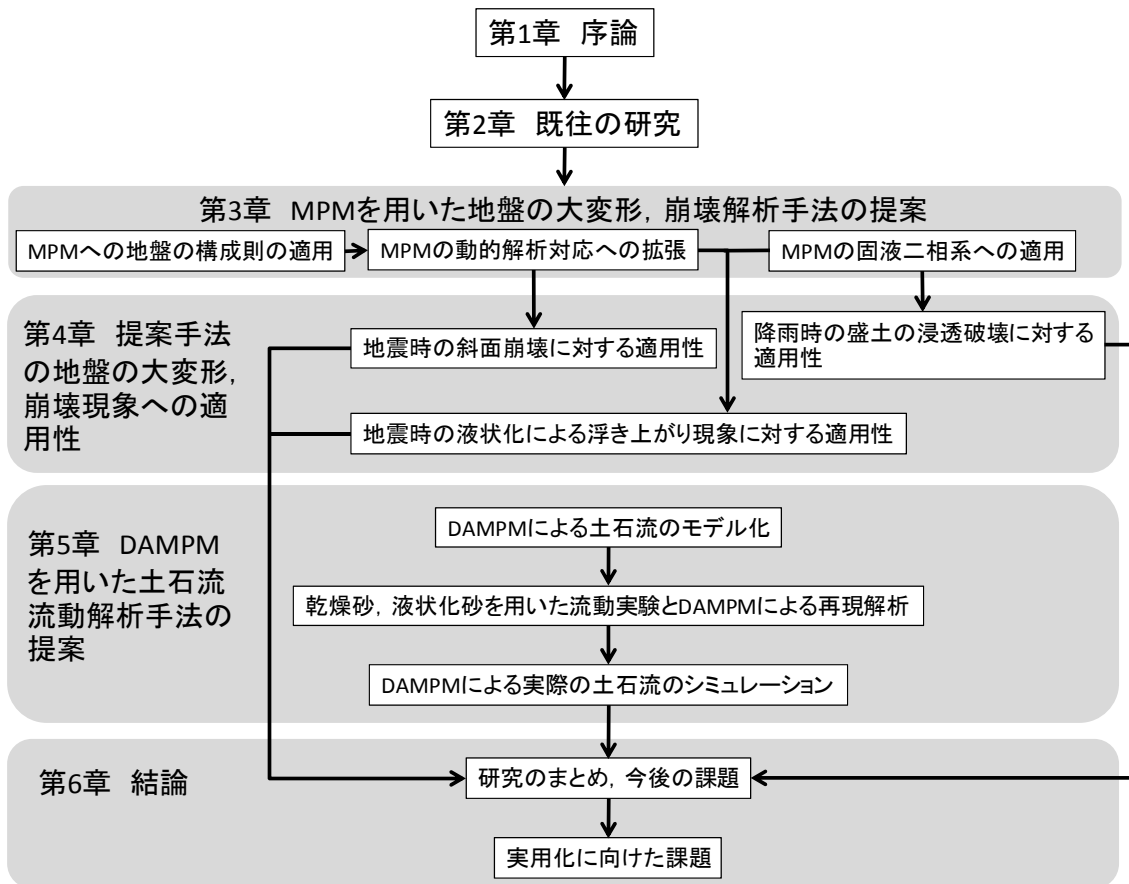


図1.2.3 本論文における章構成と実施フロー

第1章の参考文献

1. 阿部慶太, JOHANSSON Jörgen, 小長井一男 : MPMを応用した高速長距離土砂流動の運動範囲予測のための数値解析手法, 土木学会論文集C, Vol.63 No.1. pp.93-109, 2007.
2. Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *Soils and Foundations*, Vol.40, No.2, pp.99-110, 2000.
3. Andersen, S. and Andersen, H.: “Modelling of landslides with the material-point method,” *Computational geosciences*, Vol. 14, pp. 137-147, 2010.
4. Belytschko, T., Lu, Y. Y. and Gu, L.: Element free Galerkin method, *Int. J. Numer. Math. Anrg.*, Vol.37, pp.229-256, 1994.
5. Bray, J. D. and Travararou, T.: Simplified procedure for estimating earthquake-induced deviatoric slope displacements, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 133, No. 4, pp. 381-392, 2007.
6. Bray, J. D. and Travararou, T.: Pseudostatic coefficient for use in simplified seismic slope stability evaluation, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 135, No. 9, pp. 1336-1340, 2009.
7. Biot, M.A.: “Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media,” *Journal of Applied Physics*, Vol. 33(4), pp. 1482-1498, 1962.
8. Chang, C. S. and Ma, L. : Elastic material constants for isotropic granular solids with particle rotation, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 29, No. 8, pp. 1001-1018, 1992.
9. Chang, C. S. and Gao, J. : Second-gradient constitutive theory for granular material with random packing structure, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 32, No. 16, pp. 2279-2293, 1995.
10. Cundall, P. and Board, M. : A microcomputer program for modeling large-strain plasticity problems, *Numerical Methods in Geomechanics (Innsbruck 1988)*, pp.2101-2108, 1988.
11. Gingold R. A. and Monaghan, J. J.: Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol.181, pp.375-389, 1977.
12. 橋口公一, 上野正実, 陳忠平 : 下負荷面および回転硬化の概念に基づく土の弾塑性構成式, 土木学会論文集, No.547, III-36, pp.127-144, 1996.
13. 藤原寅士良, 谷口善則, 露木寿, 高見満 : 中越沖地震における青海川駅斜面崩壊応急復旧工事, 基礎工, Vol.9, 2008.
14. Iizuka, A. and Ohta, H.: A determination procedure of input parameters in elasto-viscoplastic finite element analysis, *Soils and Foundations*, Vol.27, No.3, pp.71-87, 1987.
15. 柿元淳一, 佐藤新二 : 鹿児島・竜ヶ水地区土石流災害の復旧と対策, 日本鉄道施設協会誌, No.6, pp.30-32, 2004.

16. 金子静夫, 井上寿男, 新掘敏彦: 武蔵野線新小平駅災害復旧工事, トンネルと地下, Vol.23, No.8, pp.651-658, 1992.
17. 川端浩司, 村上章, 青山咸康: EFGMによる水～土連成解析, 応用力学論文集, Vol. 2, pp. 295-302, 1999.
18. 国土交通省監修, 鉄道総合技術研究所編: 鉄道構造物等設計標準・同解説, 土構造, 丸善, 2007.
19. 国土交通省監修, 鉄道総合技術研究所編: 鉄道構造物等維持管理標準・同解説 (構造物編), 土構造 (盛土, 切土), 丸善, 2007.
20. Konagai, K., Fujita, T., Ikeda, T. and Takatsu, S.: "Landform changes in an active folding zone induced by the October 23, 2004, Mid Niigata earthquake, Japan," *The 14th world conference on earthquake engineering, October 12-17, 2008, Beijing, China.*
21. Konagai, K., Fujita, T., Ikeda, T. and Takatsu, S.: "Tectonic deformation buildup in folded mountain terrains in the October 23, 2004, Mid-Niigata earthquake," *Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, Vol. 29, pp. 261-267, 2009.
22. Konagai, K., Takatsu, S., Kanai, T., Fujita, T. and Ikeda, T.: "Kizawa tunnel cracked on 23 October 2004 Mid-Niigata earthquake: An example of earthquake-induced damage to tunnels in active-folding zones," *Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, Vol. 29, pp. 394-403, 2009.
23. 小長井一男: 地形変動の精密計測から浮かび上がる地震被害の痕跡と復興への課題, 第3回近年の国内外で発生した大地震の記録と課題に関するシンポジウム, pp. 175-186, 2010.
24. Konagai, K. and Sattar, A.: "Partial breaching of Hattian Bala landslide dam formed in the 8th October 2005 Kashmir earthquake, Pakistan," *Landslides*, Vol.9 pp.1-11, 2012.
25. Koshizuka, S. and Oka, Y.: Moving-Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid, *Nucl. Sci. Eng.*, 123, 421-434, 1996.
26. Li, S and Liu, W. K. : Meshfree Particle Methods, Springer, 2004.
27. Lucy, L.: "A numerical approach to testing the fission hypothesis," *Astronomical Journal*, Vol. 81, pp.1013-1024, 1977.
28. Maeda, K., Sakai, H. and Sakai, M.: Development of seepage failure analysis method of ground with smoothed particle hydrodynamics, *Structural Eng./Earthquake Eng., JSCE*, Vol.23, No.2, 307s-319s, 2006 October. (Translated from a paper which originally appeared on *Journal of Applied Mechanics*, JSCE, Vol.7, pp.775-786, 2004.8)
29. 村石尚: 信越本線妙高高原・関山間の土石流災害, 日本鉄道施設協会誌, Vol.43, No.5, pp.328-330, 2005.
30. Noda, T., Asaoka, A. and Yamada, S.: Some bearing capacity characteristics of a structured naturally deposited clay soil, *Soils and Foundations*, Vol.41, No.2, pp.285-301, 2007.
31. 布川修, 杉山友康, 太田直之: 地形を考慮した斜面表層部の地下水位変動予測と安定

- 性評価, 鉄道総研報告, Vol.24, No.5, pp.17-22, 2010.
32. 布川修, 杉山友康, 森泰樹, 畑明仁: 鉄道沿線斜面の降雨時リスク評価に基づく防災対策の意思決定方法, 土木学会論文集C (地圏工学), Vol.67, No.1, pp.160-173, 2011.
 33. 大西有三, 佐々木猛, Gen-Hua Shi: 計算力学レクチャーシリーズ, 不連続変形法 (DDA), 日本計算工学会編, 丸善, 2005.
 34. Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Thurairajah, A.: Yielding of clay in states wetter than critical, *Geotechnique*, Vol.13, No.3, pp.211-240, 1963.
 35. Rathje, B. E. M. and Bray, J. D.: Nonlinear coupled seismic sliding analysis of earth structures, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 126, No. 11, pp. 1002-1014, 2000.
 36. リモート・センシング技術センターホームページ (http://www.restec.or.jp/?page_id=59), 2012年8月.
 37. 佐藤忠信, 松丸貴樹: メッシュフリー法による地盤の液状化・流動解析, 土木学会論文集C, Vol.62, No.1, 22-34, 2006.3.
 38. Sekiguchi, H. and Ohta, H.: Induced anisotropy and time dependency in clays, Proc. 9th ICSMFE, Specialty Session 9, Tokyo, pp.229-237, 1977.
 39. 宋武燮, 菅原玲, 越塚誠一, 岡芳明: MPS法による破壊解析, 日本機械学会第16回計算力学講演会講演論文集, 神戸, November 22-24, pp.959-960, 2003.
 40. Sulsky, D., Zhou, S.J. and Schreyer, H. L.: "Application of a particle-in-cell method to solid mechanics," *Computer Physics Communications*, Vol. 87, pp.236-252, 1995.
 41. Suzuki, Y., Koshizuka, S. and Oka, Y.: A Hamiltonian particle method for incompressible fluid flows, Proc. 6th World Cong. Computational Mechanics (WCCM VI), Beijing, September 5-10, 2004.
 42. 鈴木克幸, 長嶋利夫, 萩原世也: 計算力学レクチャーシリーズ, メッシュフリー解析法, 日本計算工学会編, 丸善, 2006.
 43. 舘山勝, 松丸貴樹, 篠田昌弘, 小島謙一, 堀井克己: 新潟県中越地震での降雨の影響を考慮した被災盛土の検証解析, 鉄道総研報告, Vol.22, No.1, pp.41-46, 2008.
 44. 高梨和行: 土砂災害新法制定の経緯, 概要と運用の現状について, 土砂災害と危険度予測研究, 日本地すべり学会関西支部シンポジウム, pp. 1-22, 2002.
 45. 近澤佳隆: 構造物の弾塑性解析のための粒子法の開発, 東京大学博士論文, 2001.
 46. 東京電力株式会社: 福島第一原子力発電所内外の電気設備の被害状況等に係わる記録に関する報告を踏まえた対応について (指示) に対する追加報告について (鉄塔倒壊に関わる福島第一原子力発電所内の盛土の崩壊原因), 平成24年2月17日.
 47. 内村太郎, 瀬古一郎: 斜面災害のモニタリング, 基礎工, Vol.7, pp.50-53, 2011.
 48. 渦岡良介: 地盤の液状化発生から流動までを予測対象とする解析手法に関する研究, 岐阜大学博士論文, 2000.

49. Wieckowski, Z.: "The material point method in large strain engineering problems," *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 193, pp. 4417-4438, 2004.
50. 吉田郁政：MPS法を用いた地盤構造物の地震時破壊挙動解析のための基礎検討，土木学会論文集A2（応用力学），Vol.67, No.1, 93-104. 2011.

第2章 既往の研究

2.1 はじめに

第1章で述べたように、本研究ではMPMを用いた地盤の大変形、崩壊および流動解析手法の提案を目的としている。このような目的を設定した理由は、第1章で示したように、MPMは他のメッシュフリー法と比較して、特に解析固有のパラメータが無いという点で有利であると考えられるためである。この点を明確にするとともに、その他の利点、欠点を明確にするために、本章ではメッシュフリー法または粒子法の概要とそれらの手法による地盤の大変形、崩壊および流動解析に関する既往の研究について示す。

本章で取り上げるメッシュフリー法または粒子法は以下のものである。

- Smoothed particle hydrodynamics (SPH)
- Moving particle semi-implicit (MPS)
- Element-free Galerkin method (EFGM)
- Material point method (MPM)

これらの手法は、地盤の大変形、崩壊および流動解析について研究が特に進められているものとして選定したものである。その他、地盤の大変形、崩壊および流動現象への適用が進められている手法として、Computational fluid dynamics (CFD), Discrete element method (DEM), Discontinuous deformation analysis (DDA)があるが、これらは、メッシュフリー法または粒子法として分類されない（応力ひずみ関係の表現のために弾塑性構成則を用いていない）ため、本章では取扱わないものとした。

2.2 SPHによる地盤の大変形、崩壊および流動解析に関する研究

2.2.1 SPHの概要

Smoothed particle hydrodynamics (SPH)は、Lucy (1977), Gingold and Managan (1977)により元々天文学の分野で圧縮性流体を計算するために開発された手法である。SPHは、運動量保存則、エネルギー保存則等を表現する偏微分方程式をKernel積分式によって近似的に粒子の集合として解く手法である。従来の有限要素法や差分法は格子ベースで空間に固定された

導関数により近似を行うため、ガウス積分点が固定され続け大変形問題を扱うことが難しいが、SPHでは、ガウス積分点が粒子とともに移動するため、大変形問題も扱うことが可能になる。以下にSPHの概要を示す。

任意の位置の物理量 $\phi(\mathbf{x})$ を次式で表す。

$$\phi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \frac{m_i}{\rho(\mathbf{x}_i)} \phi_i w(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|) \quad (2.2.1.1)$$

ここで、 m_i , ϕ_i , \mathbf{x}_i は、粒子 i での質量、物理量および位置ベクトルであり、 ρ は密度、 w はカーネル関数である。密度 ρ は次式で表せる。

$$\rho(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^N m_j w(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|) \quad (2.2.1.2)$$

物理量 $\phi(\mathbf{x})$ の微分は、

$$\nabla \phi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \frac{m_i}{\rho(\mathbf{x}_i)} \phi_i \nabla w(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|) \quad (2.2.1.3)$$

と表され、カーネル関数の微分の和となる。SPHで弾塑性体を扱う場合は、粒子の速度ベクトル \mathbf{u} の微分でひずみテンソルを導出し構成則から応力テンソルを求めることとなる。速度ベクトル \mathbf{u} を有する粒子の運動方程式は、

$$\frac{du_i}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.2.1.4)$$

ここで応力テンソル σ_{ij} は

$$\sigma_{ij} = P \delta_{ij} - S_{ij} \quad (2.2.1.5)$$

P は圧力であり、応力とひずみの関係を時間微分して

$$\dot{S}_{ij} = \mu \bar{\dot{\epsilon}}_{ij} = \mu \left(\dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{kk} \right) \quad (2.2.1.6)$$

となる。ここで、 μ は弾性係数である。Jaumannの方法に従い剛体回転成分を除去すると、

$$\dot{S}_{ij} - S_{ik} \dot{R}_{ik} - \dot{S}_{kj} \dot{R}_{ik} = \mu \bar{\dot{\epsilon}}_{ij} \quad (2.2.1.7)$$

ただし、

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.2.1.8)$$

$$\dot{R}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.2.1.9)$$

塑性体の部分では構成則に従い応力が計算される。計算後応力は次式で更新される。

$$S_{ij}^{n+1} = S_{ij}^n + \Delta t \dot{S}_{ij} \quad (2.2.1.10)$$

ここで、 n はステップ数である。

上式から分かるようにSPHによる計算は陽解法となる。よって、陽解法特有の数値解析上の振動、時間間隔 Δt の制限がある。また、そのまま計算を行うと非物理的な振動が生じて計算が不安定になる。特に、引張状態が生じた場合その不安定性が大きくなることが知られており（*tensile instability*と呼ばれている）、人為的なパラメータを含む人工粘性や人工応力を導入して計算を安定化させる必要がある。これらのパラメータを適当に設定することで、計算の安定性は改善されるが、解析結果自体に対しても影響を与える場合があり、この点については結果を取扱う際に留意する必要がある。

2.2.2 SPHに関する既往の研究

近年におけるSPHによる地盤の大変形、崩壊および流動解析に関する代表的な研究としては、Maeda et al.(2006)、Mori (2008)、Bui et al. (2009)、野々山ら(2011)が挙げられる。これらの研究は、斜面崩壊時の大変形、崩壊解析、間隙水とのカップリングを考慮した浸透による大変形解析等を対象としたものである。その他、McDougall and Hungr (2004)は、浅水流方程式をSPHに応用し、土石流の流動解析への適用性について検討している。以下、それらの研究内容の概要について示す。

Maeda et al. (2006)は、固相、液相、気相の三相の相互作用を考慮して、不飽和状態の地盤の大変形、崩壊および流動解析のための解析手法をSPHに基づき提案した。当該手法の大きな特徴は、固相と固相以外の相（液相と気相）間の相互作用力を陽に次式で表現している点である。

$$\mathbf{f}^{sf} = n \frac{\rho_f g}{k} (\mathbf{v}^s - \mathbf{v}^f), \quad \mathbf{f}^{fs} = n \frac{\rho_f g}{k} (\mathbf{v}^f - \mathbf{v}^s) \quad (2.2.2.1)$$

ここで、 \mathbf{f}^{sf} 、 \mathbf{f}^{fs} は固相と固相以外の相との相互作用力、 n は間隙率、 k は透水係数、 ρ_f は水の単位体積重量、 g は重力加速度、 \mathbf{v}^s は固相の速度、 \mathbf{v}^f は固相以外の相の速度である。

図2.2.2.1にMaeda et al. (2006)の文献に示されている解析手法の概要を示す。当該手法を用いることでアルゴリズムが簡易かつ明確になるが、Biot(1962)が本来提案した混合体理論を厳密には表現していない。厳密にはダルシー則により間隙水の流速を圧力勾配に従って計算し、間隙水の体積変化と土の体積変化を考慮して間隙水圧を計算して、全応力（＝有効応力＋間隙水圧）の下で混合体としての土の運動方程式を解く必要がある。よって、当該手法により厳密に混合体理論に従った計算はできないが、三層の相互作用の様子について結果的に表現できることが示されている。図2.2.2.2にMaeda et al. (2006)の文献に示されている解析結果の一例を示す。圧力の高低差に従い、ヒービング、洗掘が生じる現象を表現できることを示している。上述した人為的なパラメータを含む人工粘性や人工応力につ

いては導入したことが示されているが、実際の値やその影響については詳細な記載がなく、今後、検討が必要な点であると考えられる。

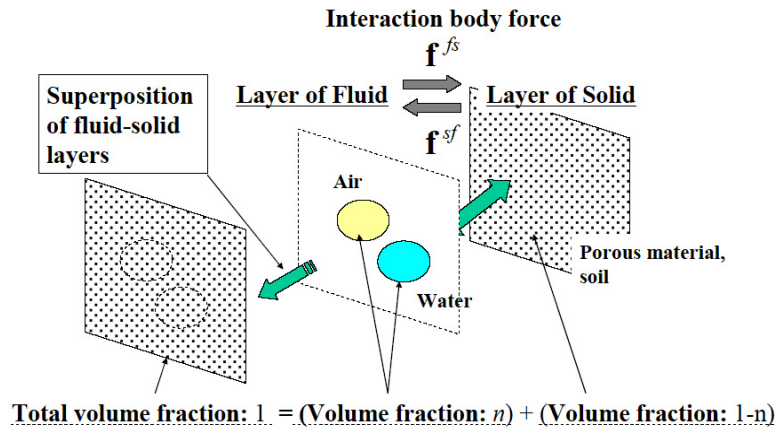


図2. 2. 2. 1 Maeda et al. (2006)による解析手法の概要 (Maeda et al. (2006)より引用)

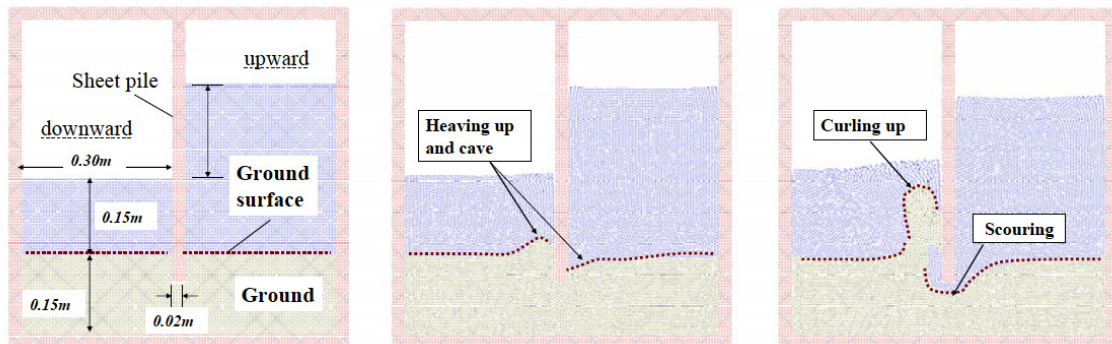


図2. 2. 2. 2 Maeda et al. (2006)による解析結果の一例 (Maeda et al. (2006)より引用)

Mori (2008), 森(2008)は, Biot(1962)が本来提案した混合体理論を厳密にSPHで表現する方法を提案した。当該手法はKlar et al(2010)が提案した次式を基に構築されている。

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{K_w}{S_r n} \left(\frac{1}{\rho_w} \frac{\partial m}{\partial t} - n \frac{\partial S_r}{\partial t} - S_r \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \right) \quad (2.2.2.2)$$

ここで, p は間隙水圧, t は時間, K_w は水の体積弾性係数, S_r は土の飽和度, n は土の間隙率, m は単位大きさの土中に含まれる間隙水の質量, ρ_w は水の密度, ε_v は土の体積ひずみである。上式は間隙水圧の変化を計算する式であり, 間隙水の体積変化, 土の体積変化を考慮して計算することができる。間隙水の体積変化はダルシー則から計算され, 土の体積変化は運動方程式から得られる加速度および速度から計算することができる。その際, 運動方程式は全応力(有効応力+間隙水圧)で計算することができる。Mori (2008), 森(2008)は, 土を固相粒子と液相粒子の集合で表現し, それらの粒子群をSPHでのラグランジュ粒子群として

固液二相系の問題を解くアルゴリズムを提案した。有効応力は固相粒子が有する弾塑性構成則により計算される。間隙水圧は液相粒子で計算され粒子間の相互作用を混合体理論に厳密に従って表現することができる。（図2.2.2.3参照）

森(2008)は、当該手法を用いた土のひずみ速度載荷による圧密試験のシミュレーション結果を示し、理論解を良好に再現できることを示している。（図2.2.2.4参照）しかしながら、浸透破壊等の地盤の大変形問題については未だ的確に再現できていなく、今後の研究の進展が望まれる。

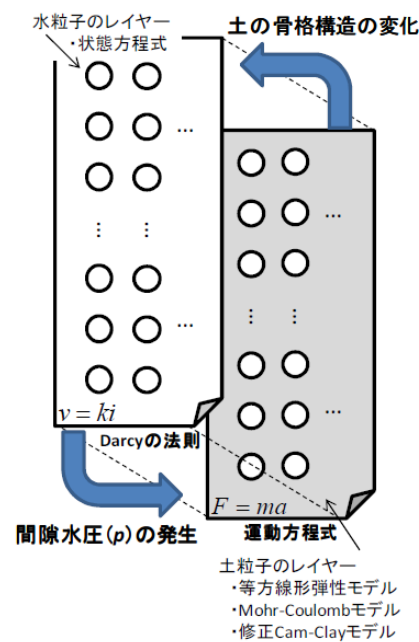


図2.2.2.3 森 (2008)による解析手法の概要 (森 (2008)より引用)

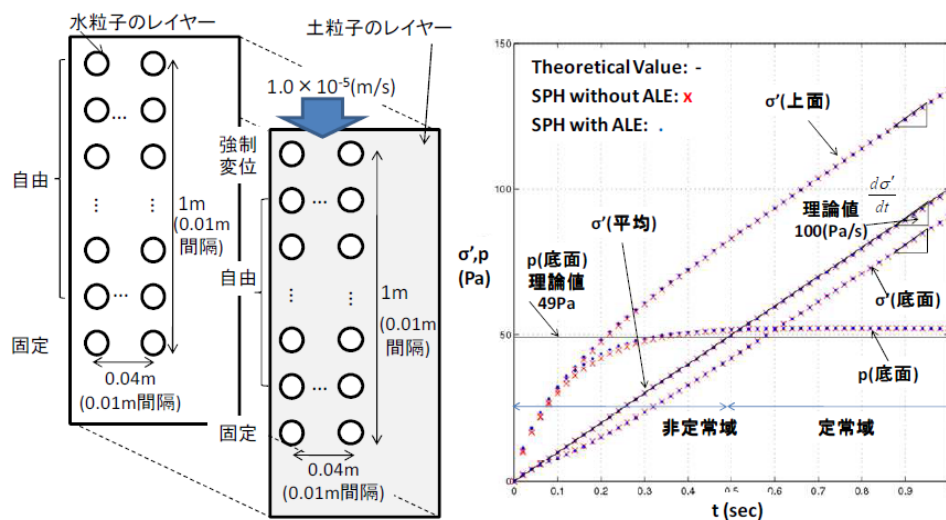


図2.2.2.4 森 (2008)による解析結果の概要 (森 (2008)より引用)

Bui et al. (2007, 2008, 1999, 2011a and 2011b)は、SPHを用いた斜面の安定解析、斜面崩壊のシミュレーションを行っている。弾塑性構成則としては、Drucker-Pragerモデルを適用し、安全率の大きさに従い粘着力と内部摩擦角を低減させる、「せん断強度低減法 (Griffiths and Lane (1999))」を用いた計算を行っている。SPHを用いた解析手法により安全率を変化させて斜面崩壊のシミュレーションを行い、解析の結果、塑性ひずみが卓越した箇所が、同じ安全率を用いて円弧すべり解析から得られたすべり線の位置と同等であることを示している。また、斜面のり先付近では、従来のFEMでは表現できないひずみレベルまで表現できしており、従来のFEMでは取扱困難であったひずみレベルまで解析可能であることを示している。このことは、ひずみレベルが小さい領域では、FEM、円弧すべり解析と同等の精度を有しつつ、ひずみレベルが大きい領域での挙動や斜面の幾何学的非線形性の影響を取扱う際には、SPHは大きな有用性を秘めていることを示している。浸透による間隙水圧の変化の影響や、最終的な崩壊までの挙動は再現できていない、今後の研究の発展が望まれる。

野々山ら(2011)、Nonoyama (2011)は、Bui et al. (2009)同様にDrucker-PragerモデルをSPHに適用し盛土崩壊のシミュレーションを行った。その際、塑性域での計算の際に応力状態が降伏面を超えてしまうことで発生する数値誤差を抑制するために、Tension cracking treatmentとStress-scaling back procedureと呼ばれる手法を用いている。これらの手法は、一旦、正規降伏面または引張降伏面を超えてしまった応力経路を降伏面上に引き戻す効果を有し、これらの手法を用いることで、厳密に土の挙動を追跡することができる。盛土崩壊のシミュレーションでは、盛土のり先付近を掘削した際に発生した盛土の崩壊挙動について扱っており、転圧の有無で崩壊の挙動が異なる様子を再現している。転圧の有無の違いについては、転圧を有した地盤と有さない地盤から得られた試料を用いた室内試験を行い、それらの物性を用いることで表現している。その結果、崩壊の傾向に関して実験結果と概ね一致する結果が得られたことを示している。(図2.2.2.5参照)

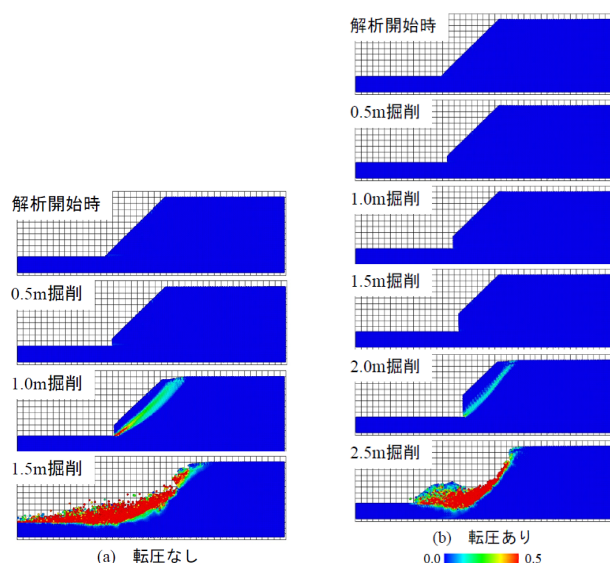


図2.2.2.5 掘削に伴う斜面崩壊の解析結果 (野々山ら (2011)より引用)

また、SPH の流動解析への適用事例として McDougall and Hungr (2004)の研究がある。McDougall and Hungr (2004)は浅水方程式を SPH に応用し、土石流の流動解析への適用性について検討している。Hungr (1995), Iverson (2001)が行ったように、地すべり土塊を等価な流体 (equivalent fluid) とみなし、それを St.Venant 式 (浅水流理論式) に適用し支配方程式を求めた後、SPH に適用することで三次元場での運動を解析するための数値解析手法を構築している。支配方程式として、連続体の支配方程式を深さ方向に積分して深さ方向を平均化した支配方程式 (St.Venant 式) を用いている。すなわち、質量保存式として

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) = \frac{\partial b}{\partial t} \quad (2.2.2.3)$$

ここで、 h は深さ、 v_x , v_y は x , y 方向の平均速度、 b は運動中の侵食等を受ける深さである。また、運動量保存式としては、

$$\rho h \frac{\partial v_x}{\partial t} = \rho h g_x + k_x \sigma_{zz} \left(-\frac{\partial h}{\partial x} \right) + k_{yx} \sigma_{zz} \left(-\frac{\partial h}{\partial y} \right) + \sigma_{zx} \Big|_{z=0} - \rho v_x \frac{\partial b}{\partial t} \quad (2.2.2.4)$$

$$\rho h \frac{\partial v_y}{\partial t} = \rho h g_y + k_y \sigma_{zz} \left(-\frac{\partial h}{\partial y} \right) + k_{xy} \sigma_{zz} \left(-\frac{\partial h}{\partial x} \right) + \sigma_{zy} \Big|_{z=0} - \rho v_y \frac{\partial b}{\partial t} \quad (2.2.2.5)$$

これらの式を SPH で離散化している。そして、構築した手法で乾燥したビーズ等を用いた流動実験や実際に流動した地すべりのシミュレーションを行いその精度を確認している。

2.3 MPSによる地盤の大変形，崩壊および流動解析に関する研究

2.3.1 MPSの概要

MPS (Moving Particle Semi-implicit) 法は、Koshizuka and Oka (1996)により、非圧縮性流体のために開発された手法であり、流体の分裂，混合を伴う問題等の実績がある。また、海岸での砕波，蒸気爆発素過程等での計算でも実績がある。この手法では次式で表す重み関数を用いる。

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & (r < r_e) \\ 0 & (r \geq r_e) \end{cases} \quad (2.3.1.1)$$

ここで r は粒子間の距離、 r_e は相互作用が及ぶ範囲の半径であり影響半径と呼ばれる。この重み関数を用いて変数 f の勾配とラプラシアンをそれぞれ以下のようにモデル化する。

$$(\nabla f)_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{f_j - f_i}{r_{ij}^2} \vec{r}_{ij} w(|\vec{r}_{ij}|) \right] \quad (2.3.1.2)$$

$$(\nabla^2 f)_i = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \neq i} (f_j - f_i) w(|\vec{r}_{ij}|) \quad (2.3.1.3)$$

ただし、添字 i, j は粒子番号、 \vec{r}_i は粒子 i の位置ベクトル、 $\vec{r}_{ij} = \vec{r}_j - \vec{r}_i$ 、 d は空間の次元数、

n^0 は均等な状態の粒子数密度である。また λ は

$$\lambda = \frac{\int w(r) r^2 dv}{\int w(r) dv} \quad (2.3.1.4)$$

で求められる定数である。この粒子間相互作用による離散化は基本的に非圧縮性流体の半陰解法で行われる。一方、構造力学における静的な力のつり合いにも拡張が可能である。

2.3.2 MPSに関する既往の研究

近澤(1999)、越塚(1999)、近澤(2001)は、MPSを構造物の弾性解析・弾塑性解析へ適用する手法について検討している。弾性解析は、粒子間の相対変位から垂直ひずみとせん断ひずみを計算し、弾性体の構成式を通じて弾性応力を計算することで表現している。これは、DEMと同様に粒子間に仮想のばねがあり、それらの相互作用によって応力が計算されていることと同等である。

弾塑性体解析は、構成則に既往の弾塑性モデル、粘塑性モデルを適用することで表現している。その結果、ある程度変形するところまでは解析可能であるが、降伏するとすぐに不安定になる挙動が見られることが確認されている。これは、越塚(2005)によれば、「fixed kernel」を用いているためと考えられている。通常のMPSでは常に「現在」の粒子位置で重み関数の値を計算し直すが、弾性・弾塑性解析では行っていない。これは、ひずみの定義に用いている粒子間距離は影響半径とラップし、粒子が大きく変形しても影響半径も大きくなって、結局は影響半径内が常に弾性体として表現されてしまうことにあると考えられる。また、降伏後すぐに不安定した原因としては、粒子間距離が大きくなってしまい、影響半径の限度を超えてしまったことが考えられる。この点の改善に向け、宋(2003)は破壊ひずみの概念を用いて計算を行っている。これは、粒子間距離が変化してある値を超えたら粒子間で相互作用しないようにすることでモデル化される。初期の粒子配置で互いに近傍と判定された2粒子の距離が L^0 であるとし、現在の粒子配置では L^k に変化したとする。その際、以下の条件を満たしたら破壊したと判定し、重み関数の値をゼロとする。

$$\left| \frac{L^k - L^0}{L^0} \right| > \varepsilon_{\max} \quad (2.3.2.1)$$

この関係を用いることで、ひずみが ε_{\max} までは弾性体としてふるまい、ひずみが ε_{\max} に達した時点で破壊が生じる。しかしながら、塑性領域は、弾性領域から破壊に至るまで生じるものであり、当該手法では的確に表現されていなく、MPSにおける厳密な形で弾塑性解析手法が示されたものではない。

鈴木・越塚(2007)は、MPS法による弾性・弾塑性解析手法の開発の延長として、非線形弾性体に対する粒子法の開発に向けた検討を、全エネルギーの保存性と時間差分スキームの観点から行っている。MPSは上述したように一階微分と二階微分を重み関数でモデル化するところに特徴がある。そして、流体力学に適用する際は、これらの微分演算子を用いてナビエ・ストークス式を離散化するところが根底にある。一方、構造力学では、運動量保存式、質量保存式という支配方程式があり、ある程度エネルギーの保存を満たした上でこれらの支配方程式を離散化することとなる。上述した近澤(2001)による粒子間距離でモデル化する手法は、ほとんどDEMに近く、厳密な支配方程式に基づいたものではない。そこで、鈴木はハミルトニアン（全エネルギー）の保存式から離散化を行い、シンプレックススキームという手法を適用することで運動量の保存を適切に考慮しながらMPSで離散化する方法を提案している。この手法を用いて、弾性体シリンダーの回転変形、弾性棒の曲げ、ねじり変形計算を行い、エネルギーの保存が的確に行なわれることを示している（図2.3.2.1参照）。ただし、弾塑性解析への適用については明確になっていない。

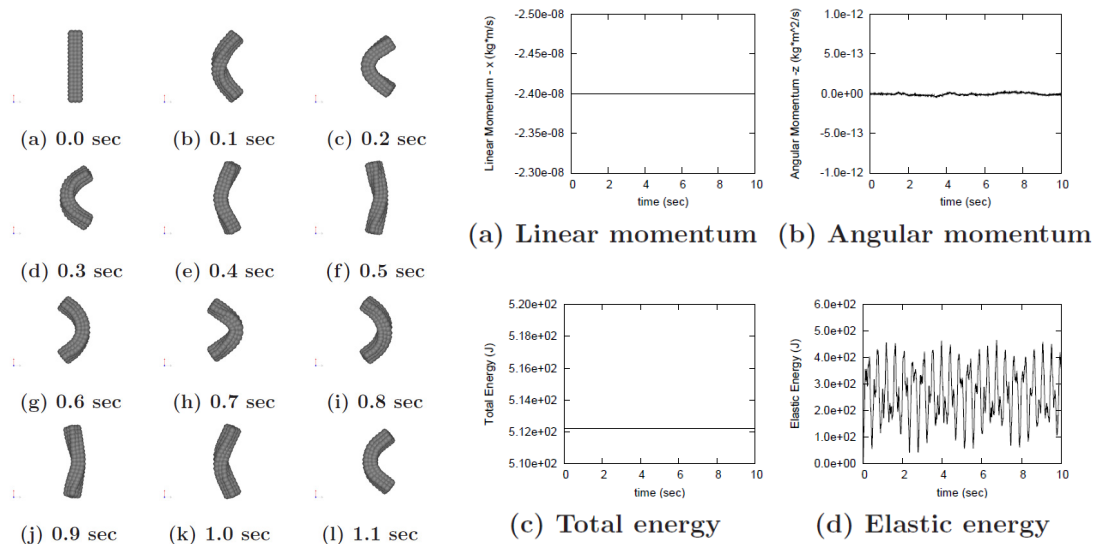


図2.3.2.1 弾性体の曲げ・ねじり変形の解析結果（鈴木・越塚 (2007)より引用）

吉田・石丸(2010)は、上述した近澤(2001)が提案した方法を用いて地震応答解析を行っている。その際、有限要素法で用いられる要素型のレーリー減衰と等価になるようなMPS法

の定式化を行い、多層構造の斜面モデルを用いて2次元有限要素法による結果との比較を行っている。その結果、応答水平加速度の空間分布に関して、それらの結果がほぼ同等になったことを示している。この点は、斜面崩壊前までは、MPS法により斜面の応答特性を適切に表現しうることを示している（図2.3.2.2参照）。今後の課題としては、斜面崩壊後の挙動を追跡するためのモデル構築を挙げており、上述した宋ら(2003)の手法に代わる粘着力、内部摩擦角等の地盤のパラメータを考慮できるモデルの開発が必要であると指摘している。

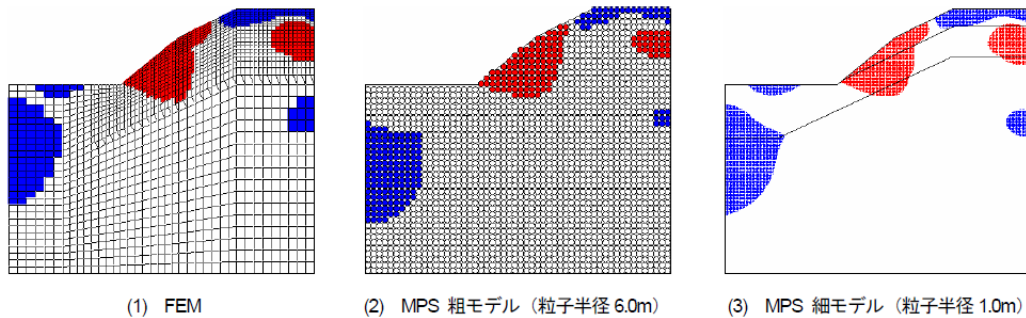


図2.3.2.2 多層斜面の応答加速度分布（吉田・石丸（2010）より引用）

吉田・石丸(2010)の検討結果を踏まえ、吉田(2011)は、宋ら(2003)の破壊判定条件に代わる新たな破壊判定式として次式を提案している。

$$\tau_{\max} = c_{ij} + \sigma_{ij}^n \tan \phi_{ij} \quad (2.3.2.2)$$

ここで、 τ_{\max} は最大せん断応力、 σ_{ij}^n は粒子間の直応力、 c_{ij} は粘着力、 ϕ_{ij} は内部摩擦角であり、それぞれ粒子 i, j の平均値を表す。すなわち、モール・クーロンの破壊基準を採用している。これは、MPSでは、弾性域を超えた場合は、構成則によらないDEMと同じ不連続体としてふるまうためであり、DEMで用いられている解析手法を適用することで崩壊挙動も再現できることを示している。その結果、図2.3.2.3に示す鉛直な崖の自重崩壊を表現できることを示しており、斜面の地震時崩壊過程のメカニズムへの適用に向けて有用な手法になる可能性があることを示している。

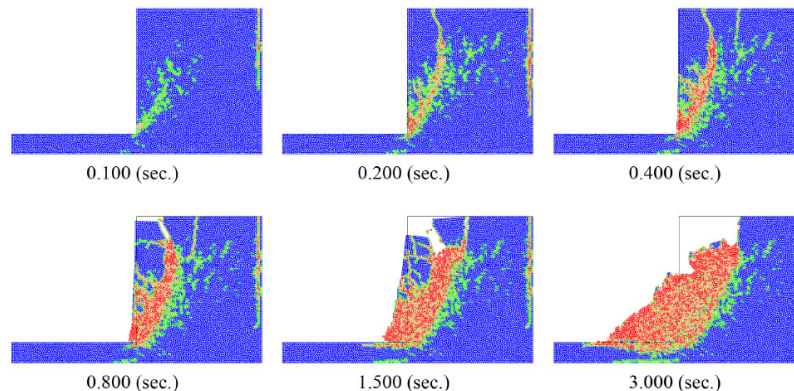


図2.3.2.3 鉛直な崖の自重崩壊解析（吉田（2011）より引用）

2.4 EFGM による地盤の大変形，崩壊および流動解析に関する研究

2.4.1 EFGMの概要

EFGMは，Belytschko et al.(1994)により提案された手法であり，その特徴は，移動最小二乗法を用いることである。移動最小二乗法を用いて，解の連続性と微分可能性を仮定し，連続関数を多項式で近似する。例えば，2次元での1次微分可能な解については，

$$u^h(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x})\mathbf{a}(\mathbf{x}) = [1, x, y]^T [a_0(\mathbf{x}), a_1(\mathbf{x}), a_2(\mathbf{x})] \quad (2.4.1.1)$$

が用いられる。 $\mathbf{p}(\mathbf{x})$ は有限要素法で用いられる形状関数に相当する。有限要素法との差は形状関数を要素毎に定義するのではなく，形状関数の係数 $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ を場の関数として重み関数 $w(\mathbf{x})$ を用いて任意の点 \mathbf{x} の周りで評価するところである。この \mathbf{x} の周りに n 個の計算点を配置し，それぞれ u_I を有しているとする， u^h は以下の J を最小にする値となる。

$$J = \sum_{I=1}^n w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_I) [\mathbf{p}^T(\mathbf{x})\mathbf{a}(\mathbf{x}) - u_I]^2 \quad (2.4.1.2)$$

以上の条件を満たす $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ は

$$\mathbf{a}(\mathbf{x}) = A^{-1}(\mathbf{x})B(\mathbf{x})\mathbf{u}_I \quad (2.4.1.3)$$

ここで，

$$A(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^n w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_I) \mathbf{p}(\mathbf{x}_I) \mathbf{p}(\mathbf{x}_I)^T \quad (2.4.1.4)$$

$$B(\mathbf{x}) = [w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1) \mathbf{p}(\mathbf{x}_1), w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_2) \mathbf{p}(\mathbf{x}_2), \dots, w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_I) \mathbf{p}(\mathbf{x}_I)] \quad (2.4.1.5)$$

$$\mathbf{u}_I^T = [u_1, u_2, \dots, u_I] \quad (2.4.1.6)$$

$u^h(\mathbf{x})$ は最終的には以下の式で表される。

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^n \phi_I(\mathbf{x}) u_I \quad (2.4.1.7)$$

ここで，

$$\phi_I(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^3 p_j(\mathbf{x}) \{A^{-1}(\mathbf{x})B(\mathbf{x})\}_{jI} \quad (2.4.1.8)$$

以上の式から求めた $u^h(\mathbf{x})$ を支配方程式の弱形式に適用し，有限要素法のように空間に固定したメッシュを用いずに解を導く。

静的な問題の場合，運動量の保存則は次式で表される。

$$\nabla \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{b} = 0 \quad (2.4.1.9)$$

ここで， $\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソル， \mathbf{b} は物体力ベクトルである。この式は対象の領域 Ω で満たされているとする。境界条件は Γ_t 上で

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \bar{\mathbf{t}} \quad (2.4.1.10)$$

Γ_u 上では

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad (2.4.1.11)$$

と与えられているとする。ただし、 \mathbf{n} は境界上の法線ベクトルである。仮想仕事の原理から、ラグランジュ未定定数法を用いて弱形式に書き直すと、

$$\int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \int_{\Omega} \delta \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \int_{\Gamma_t} \delta \mathbf{u} \cdot \bar{\mathbf{t}} d\Gamma - \int_{\Gamma_u} \delta \boldsymbol{\lambda} \cdot (\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}) d\Gamma - \int_{\Gamma_u} \delta \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\lambda} d\Gamma = 0 \quad (2.4.1.12)$$

ただし、 $\delta \mathbf{u}(\mathbf{x})$ は試行関数で任意の一次微分可能な関数である。 λ はラグランジュの未定定数であり、境界 Γ_u 上で定義される連続関数である。境界上に積分点が m 個ある場合、

$$\lambda(\mathbf{x}) = \sum_{K=1}^m N_K(s) \lambda_K \quad (2.4.1.13)$$

と表される。ここで、 $N_K(s)$ は K 点周りのラグランジュの多項式、 s は境界上に位置する任意の点に一对一に対応するパラメータである。

式(2.4.1.12)に式(2.4.1.7)を用いて整理すると次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{G} \\ \mathbf{G}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_I \\ \boldsymbol{\lambda}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_I \\ \mathbf{q}_K \end{bmatrix} \quad (2.4.1.14)$$

ここで、マトリックス \mathbf{K} , \mathbf{G} の成分は次式で表される。

$$K_{IJ} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_I^T \mathbf{D} \mathbf{B}_J d\Omega \quad (2.4.1.15)$$

$$G_{IJ} = - \int_{\Gamma_u} \phi_I N_J d\Gamma \quad (2.4.1.16)$$

ベクトル \mathbf{f}_I と \mathbf{q}_K の成分は

$$f_I = \int_{\Gamma_t} \phi_I \bar{\mathbf{t}} d\Gamma + \int_{\Omega} \phi_I \mathbf{b} d\Omega \quad (2.4.1.17)$$

$$q_K = - \int_{\Gamma_u} N_K \bar{\mathbf{u}} d\Gamma \quad (2.4.1.18)$$

と表される。ここで、

$$\mathbf{B}_I = \begin{bmatrix} \phi_{I,x} & 0 \\ 0 & \phi_{I,y} \\ \phi_{I,y} & \phi_{I,x} \end{bmatrix} \quad (2.4.1.19)$$

$$\mathbf{D} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (2.4.1.20)$$

ここで、 $\phi_{I,x}$ は ϕ_I の x 微分を表す。

具体的な計算は、まず式(2.4.1.12)の積分をGauss積分で近似的に実行する。その際、計算点とは別の領域をバックグラウンドセルとして分割しその中央で積分点を配置する。式(2.4.1.15)から式(2.4.1.18)までの積分は、その積分上で値を影響半径内において最小二乗法で内挿することで行われる。式(2.4.1.14)の係数はバックグラウンドセルにおける積分点でGauss積分を行うことで求める。なお、バックグラウンドセルの中心点を評価点と呼ぶ。精度が良い計算結果を得るためには、評価点は実際の節点より多く必要になる。その際、計算時間を短縮するための様々な工夫が行われている。一方、積分点が節点と別であるため、データが複雑になるという欠点、SPHおよびMPS同様、影響半径の設定により解析結果が左右されるという点もある。

2.4.2 EFGMに関する既往の研究

有本ら(2004)は、EFGMによる水～土連成有限変形解析法を提案している。EFGMを土の変形問題に適用する理由として、大変形問題への適用のみでなく、材料挙動としての幾何学的非線形性が重要視されていることへの貢献を挙げている。式形としては、間隙水の連続式を有限変形場で記述したものを用いており、弱形式を最小二乗法による形状関数で離散化することでUpdated-Lagrangian型の定式化を行っている。また、通常、有限要素法で水～土連成問題を扱う際、計算の安定化のため間隙水圧に関する形状関数の次数を、変位に関するものより1次次数が低いものを用いるが、EFGMではそのような操作をしなくても間隙水圧の空間振動といった問題は生じなかったことを示している。解析対象としては三軸圧縮試験を取り上げ、構成則にCam-clayモデルを用いてひずみの局所化についてシミュレーションを行っている。その結果、実際にひずみの局所化が発生しせん断帯が現れること、飽和粘土の解析の際に重要な役割を果たすマイグレーションを妥当に再現できたことを示している。(図2.4.2.1参照) またその結果は有限要素法の結果と同等であることを示し、有限要素法では生じる節点密度の違いによる解の依存性がEFGMでは現れないことを示している。以上から、EFGMはひずみの局所化を扱う上で有用な手法であることを示している。

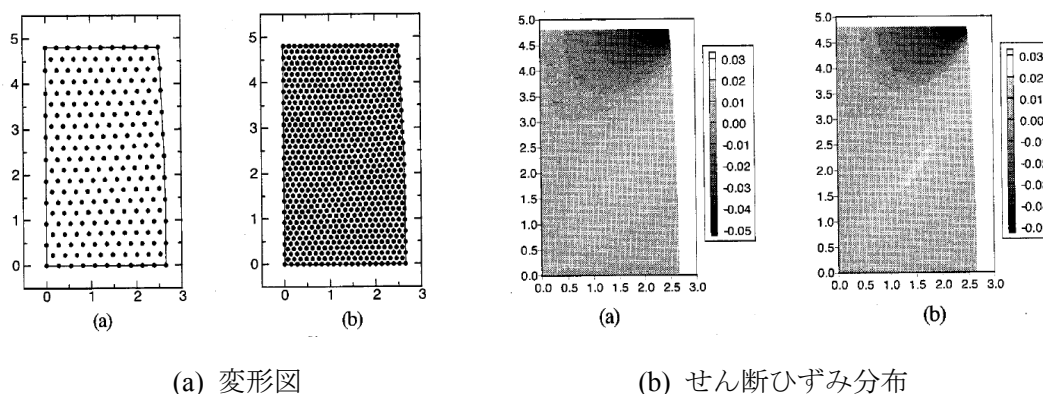


図2.4.2.1 三軸圧縮試験のシミュレーション結果 (有本ら(2004)から引用)

佐藤・松丸(2006)はEFGMを用いた地盤の液状化・流動解析への適用性について検討している。はじめに、強制傾斜土槽の振動台実験を対象とした解析を行い、解析手法の妥当性を検証し、次に、有限変形理論に基づいた解析手法を提案し、1次元圧縮問題の解析を通じて妥当性を確認している。また、斜面の側方流動を想定した解析を行い、解析手法の有用性を示している。特に大きな特徴は、構成則に流・弾塑性構成式を適用している点である。これは、固体の有効応力と流体の粘性応力を組み合わせたものであり、相変化制御関数と呼ばれる関数で、固体から流体への変遷を表現している。支配方程式としては、Biot(1962)の二層混合体理論に基づいたものを用い、有効応力の構成則にはOka et al.(1999)の砂の繰返し弾塑性構成式を用いている。以上の方法を用いて強制傾斜土槽を用いた振動台実験のシミュレーションを行った結果、EFGMによりFEMと同等の解析結果を得られることを示している。さらに、1次元圧縮問題のシミュレーションより、有限変形理論を適用することで理論解を適切に表現できることを示している。斜面の側方流動を想定した解析では、FEMでは表現できなかったひずみレベルの領域まで斜面の変形を再現できることを示している。(図2.4.2.2参照) 以上から、EFGMの地盤の液状化・流動解析への有用性を示している。

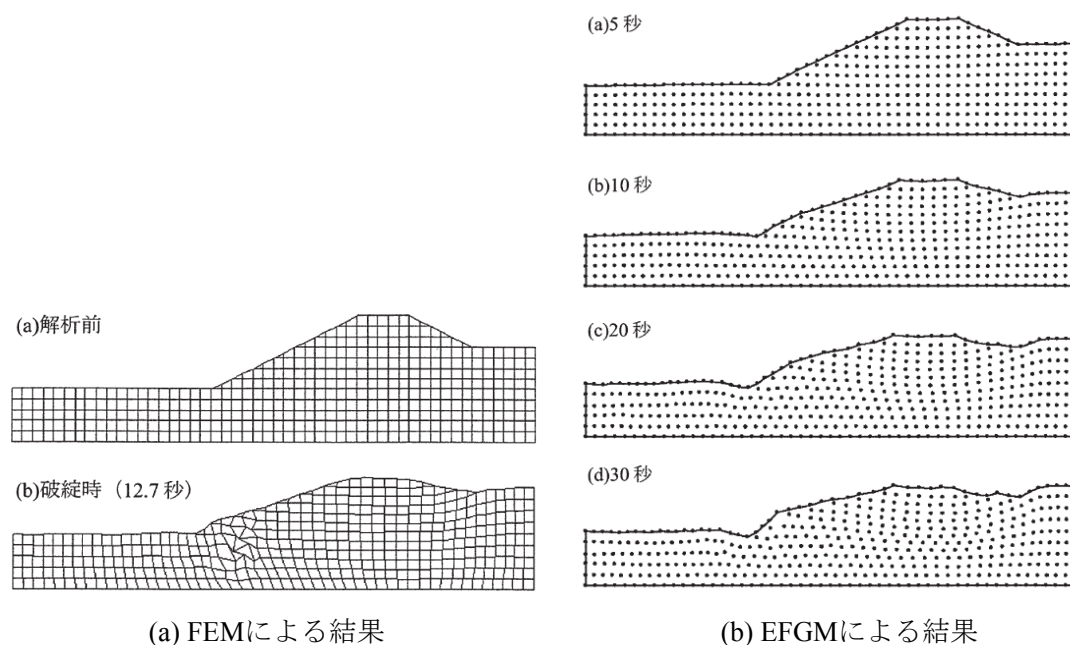


図2.4.2.2 液状化による斜面の変形解析結果（佐藤・松丸(2006)から引用）

Oliaei et al.(2009)は、佐藤・松丸(2006)同様にBiot(1962)の二層混合体理論に基づいたEFGMの陰的な定式化を行い、1次元、2次元圧密問題のシミュレーションを行っている。そして、理論解とFEM解との比較を行い、適切なパラメータ、内挿関数形を選定できれば、安定かつ適切な解析が可能であることを示している。そして、推奨されるパラメータおよび内挿関数を明示している。図2.4.2.3に解析結果の一例を示す。

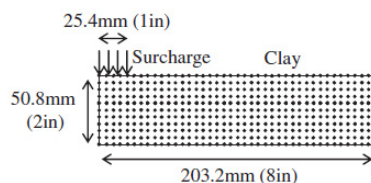


Figure 12. Two-dimensional consolidation problem.

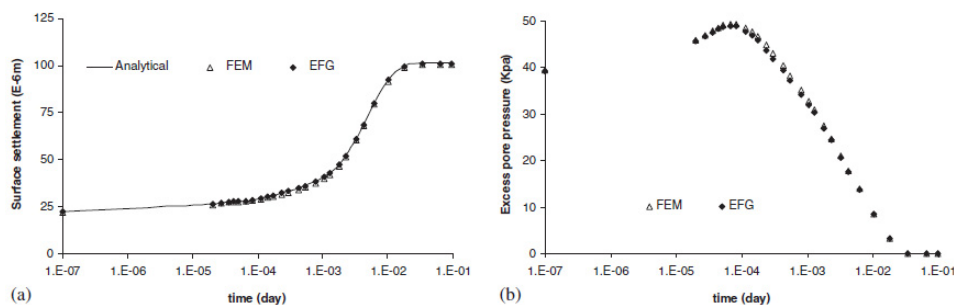


図2.4.2.3 二次元圧密解析の結果 (Oliaei et al.(2009)から引用)

2.5 MPMによる地盤の大変形，崩壊および流動解析に関する研究

2.5.1 MPMの概要

MPMはLagrange的手法とEuler的手法を連成した解析手法であり，Particle in cell (PIC)法と呼ばれる手法の一種である。PIC法の中でも代表的な手法がSulsky et al. (1995)により提案されたMaterial Point Method (MPM)である。この手法では，連続体を粒子の集合としてLagrange的にモデル化した上で，粒子群裏に固定した格子群（バックグラウンドメッシュ）でEuler的にひずみ増分を計算する。ここで，バックグラウンドメッシュでEuler的に計算する部分はFEMと同様であり，地盤のような構成則が複雑なものにも適用性が良く，境界条件も明確に表現することが可能である。また，長年蓄積されたFEMの解析技術を適用可能であり，地盤の変形解析で長年スタンダードな手法として普及しているFEMの延長線上の手法として実務での適用可能性を大いに有した解析手法でもある。さらに，前述したようにMPS，SPHおよびEFGMと比べて解析固有のパラメータを有さないことも大きな利点である。具体的な支配方程式の離散化，アルゴリズムは，第3章で示す。

MPMの地盤の大変形，崩壊および流動解析へ適用については，Wieckowski et al. (1999), Wieckowski (2004), Zhou (1999), Coetzee et al.(2005)の研究が古いものに属する。当初は乾燥した地盤への適用のみであったが，その後，飽和地盤，不飽和地盤への適用も行われてきている。解析対象とする問題は，斜面の崩壊問題がほとんどであるが，ひずみレベルが小さい領域でのFEMとの精度比較を目的としたものも多い。

2.5.2 MPMに関する既往の研究

Wieckowski et al. (1999), Wieckowski (2004)は, MPMにDrucker-Pragerモデルを適用し砂の流動解析を行っている。図2.5.1に砂の流下について, FEM解析と比較した結果を示す。MPMにより, 不連続体域まで解析できることを示し, それらの結果はこれらの問題に対する経験式から得られる結果と同等であることを示している。これらの研究は, MPMに既往の弾塑性モデルを用いても地盤の不連続体挙動を概ね取り扱うことができることを初めて示した論文であり, 以降, MPMにおける地盤の不連続体域での計算の適用性について根拠となる論文である。ただし, そのように適用性できる理由については明確になっていない。

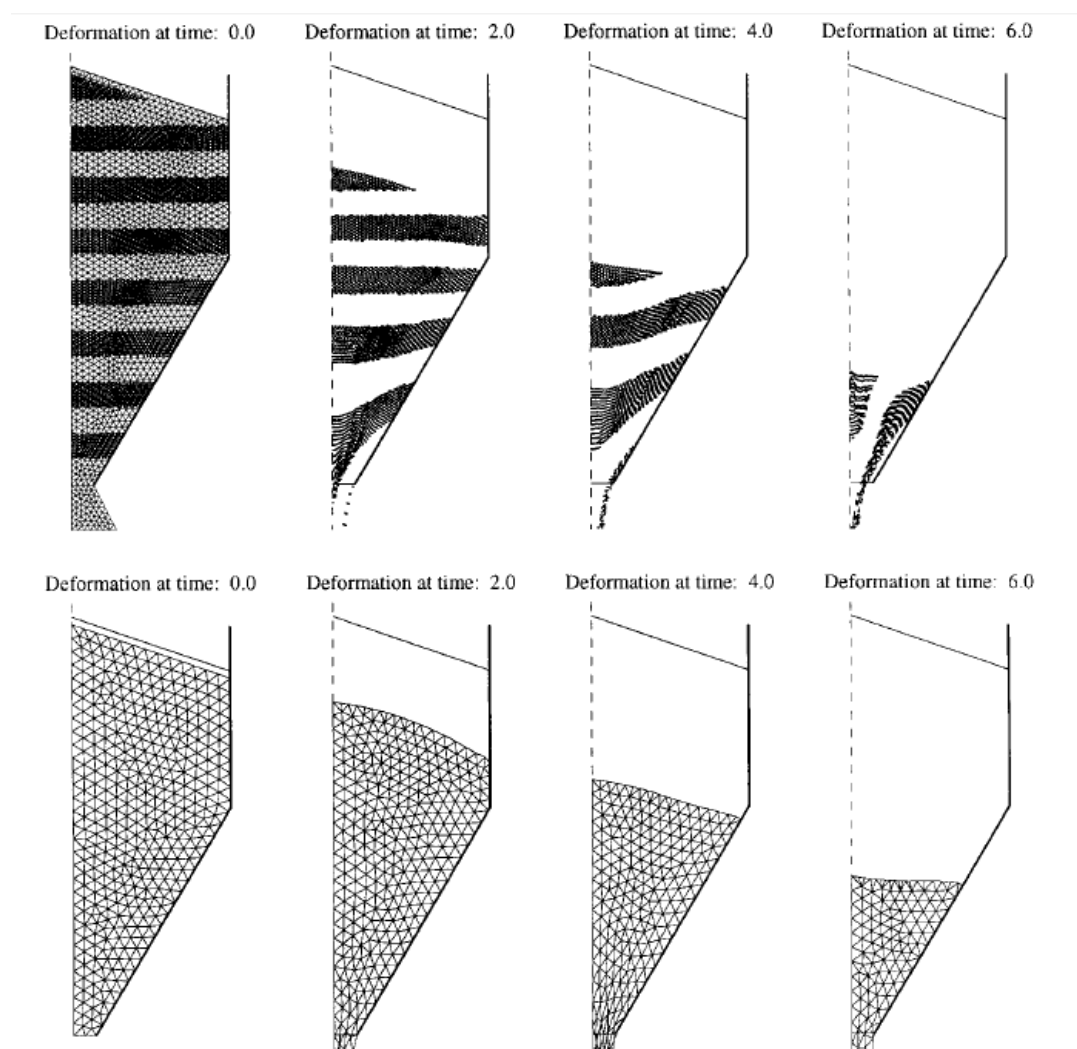


図2.5.2.1 砂の流下のシミュレーション結果（上図：MPM，下図：FEM）（Wieckowski et al.(1999)から引用）

Zhou et al. (1999)はWieckowski et al. (1999), Wieckowski (2004)同様に, MPMにDruker-Pragerモデルを適用し地盤の沈下問題を解析している。

Coetzee et al. (2005)は, MPMを用いてアンカーの引き抜き試験のシミュレーションを行っている。構成則にドラグープラガーモデルまたはモールクーロンモデルを用い, ヤング係数を700MPaまたは1000MPaに変えたケース, 地盤材料とアンカー間の摩擦係数を変えたケースでシミュレーションしている。その結果, 実験から得られた荷重変位関係を良好に再現できること, その際, ヤング係数の大きさ, 地盤材料とアンカー間の摩擦は解析結果に大きな影響を与えないこと, ドラグープラガーモデルとモールクーロンモデルの違いによる解析結果への影響は小さいことを示している。(図2.5.2.2参照) また, アンカーを45度方向に引き抜いた場合のシミュレーションを行い, アンカーの引き抜き極限荷重について, 実験結果を的確に再現できることを示している。さらには, その際の地盤の挙動が実験結果と同等であること, ダイレイタンシーの違いがせん断帯の形成に与える影響についても言及をしている。以上から, MPMに既往の地盤の構成則を適用することで, 地盤の変形挙動を適切に再現できることを示している。さらに, FEMでは地盤材料とアンカー間の摩擦を考慮する場合, インターフェイス要素が別途必要となるが, MPMではこのような要素を陽に設定する必要が無く, この点がMPMの大きな利点であることを示している。ただし, これらの結果は, FEMでも再現が可能なひずみレベルのものであり, MPMの大変形解析への適用性については言及されていない。

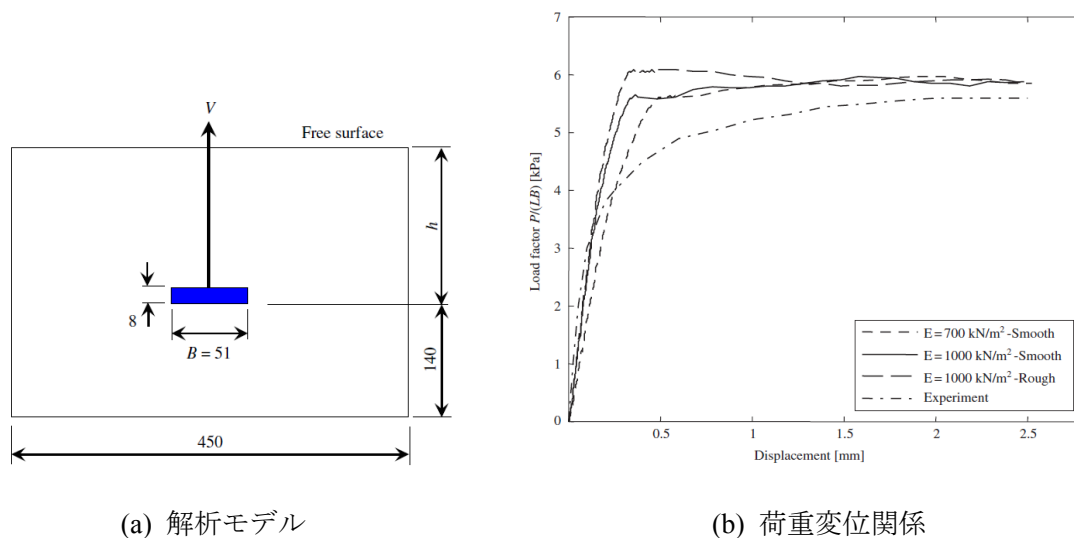


図2.5.2.2 アンカー引き抜き試験のシミュレーション結果 (Coetzee et al.(2005)から引用)

阿部ら(2005)は, MPMを用いて乾燥砂の流動解析を行っている。構成則にはドラグープラガーモデルを用い, 摩擦を有する傾斜平面をバックグラウンドメッシュの格子点でモデル化する手法を提案している。既往の砂の流動実験のシミュレーションを行い, 提案手法を

用いることで、実験で見られた砂の流動挙動を再現できることを示している。（図2.5.2.3参照）また、バックグラウンドメッシュの密度、ラグランジュ粒子の密度の違いが、エネルギーの保存性に与える影響について検討し、両者の密度が大きい場合は、物体のひずみエネルギーの影響を無視できなくなることを示している。

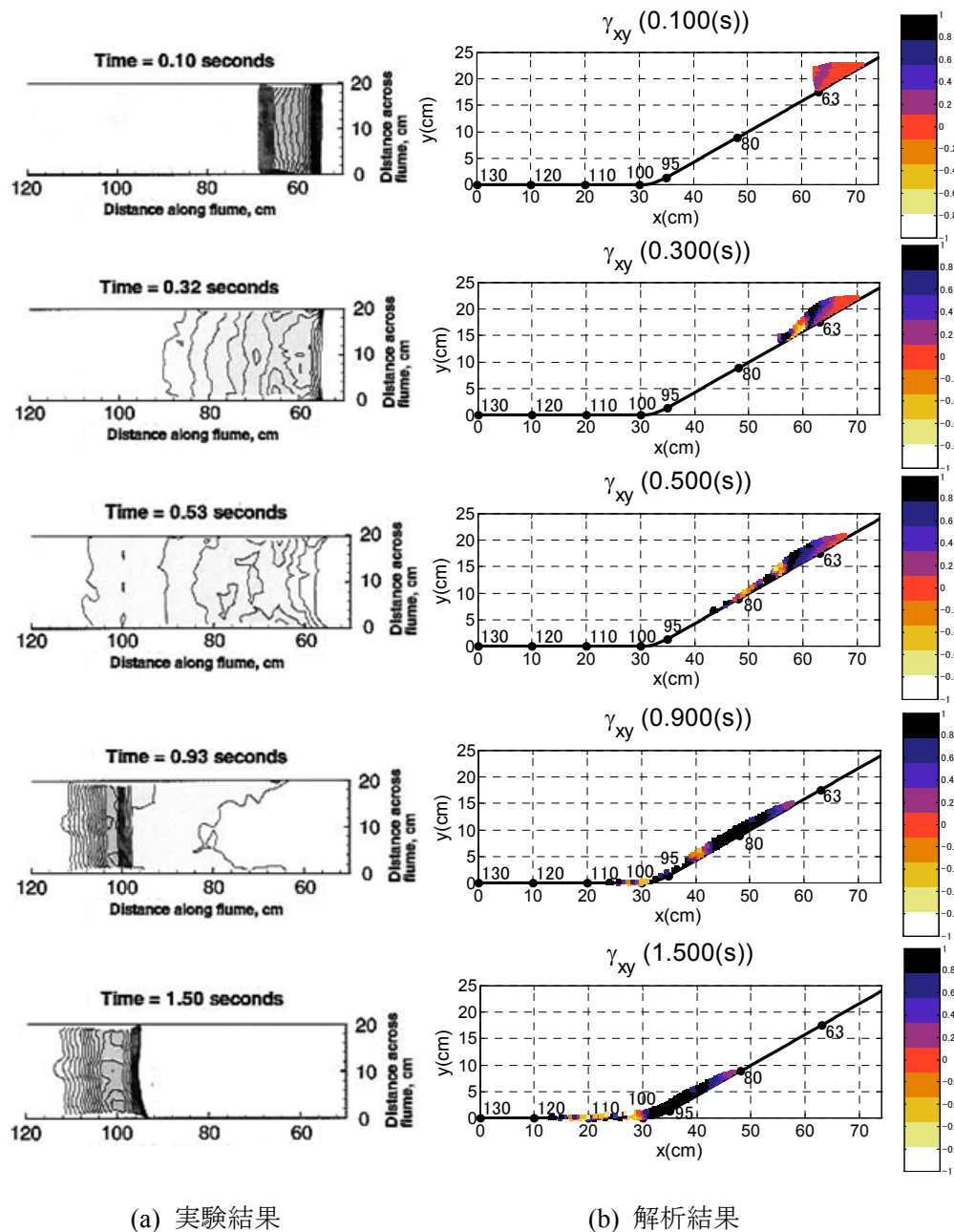


図2.5.2.3 乾燥砂の流動解析結果（阿部ら(2005)から引用）

Vermeer et al. (2008), Beuth et al.(2010)は、MPMを用いて斜面変形と擁壁移動時の地盤の変形問題について検討している。その際、「擬似静的MPM」という手法を提案し、陽解法ではあるが剛性マトリックスを有限要素法と同様にBマトリクスから求める方法を用いた計算を行っている。この手法によって、動的な挙動を追跡することは難しいが、静的な状態で地盤の大変形問題を比較的適切に求めることができる。さらに、当該手法を用いて単位体積重量を変化させた斜面の大変形問題のシミュレーションを行い、FEMの解析結果と比較しMPMにより、FEMでは計算不可能な変形レベルまで解析できることを示している。

(図2.5.2.4参照) また、擁壁が主動または受働側に移動した際の地盤の大変形問題のシミュレーションを行い、受働側に擁壁が移動した際に地盤に明確なせん断帯が発生し、地表面の盛り上がりを表現できること、主動側に擁壁が移動した際に地盤が崩れ不連続体になる様子を表現できることを示している。(図2.5.2.5参照) 以上から、MPMは様々な地盤の変形問題に適用できる可能性があることを示している。

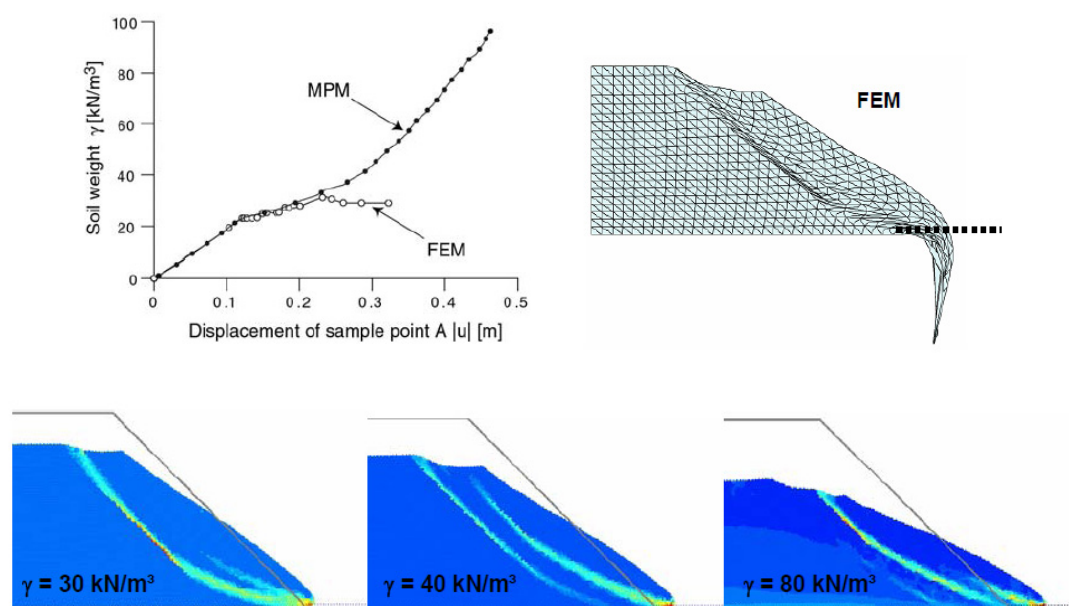


図2.5.2.4 斜面の大変形問題のシミュレーション結果 (Vermeer et al. (2008)から引用)

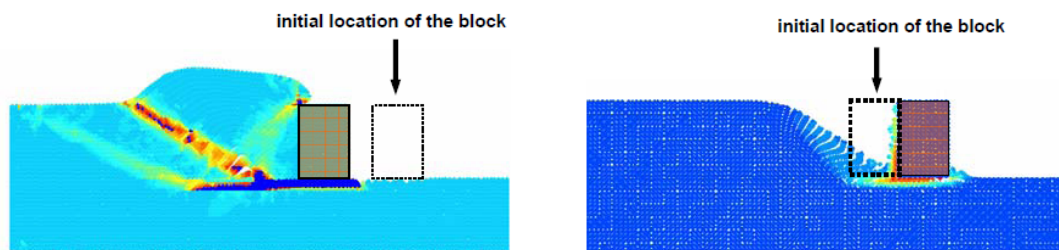


図2.5.2.5 擁壁の移動に伴う地盤の大変形問題のシミュレーション結果 (Vermeer et al. (2008)から引用)

Zabala et al.(2008)は、MPMを用いて地震時のアースダムの変形解析を行っている。構成則としてMohr-Coulombモデルを用い、降伏曲面をLode角の関数とすることで引張領域でのスムージングを行っている。また、内部摩擦角を等価塑性ひずみの関数として表現することで、変位レベルが大きい時のひずみ軟化の様子を表現している。はじめに、正弦波一波を与えた際の挙動を解析し、Newmark法による計算結果と比較することで、ひずみレベルが比較的小さい範囲では、両者の挙動は同様であることを示している。(図2.5.2.6参照) また、2000年の集集地震で観測された不規則波を用いた動的解析を行い、その際のダムの塑性ひずみ分布を確認している。その結果、大きな速度を有するパルス状の波が作用すると、変位が急速に増加する結果が得られている。(図2.5.2.7参照)

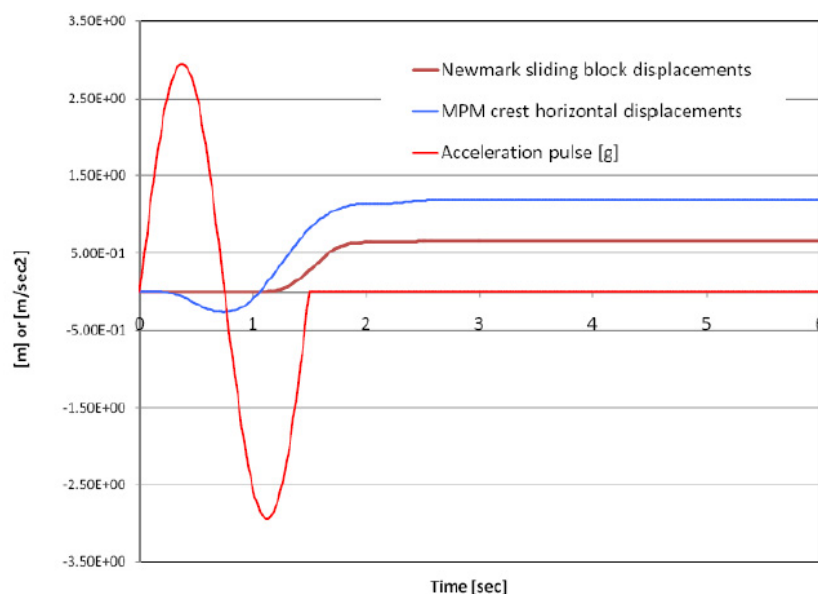


図2.5.2.6 Newmark法とMPMとの比較結果 (Zabala et al. (2008)から引用)

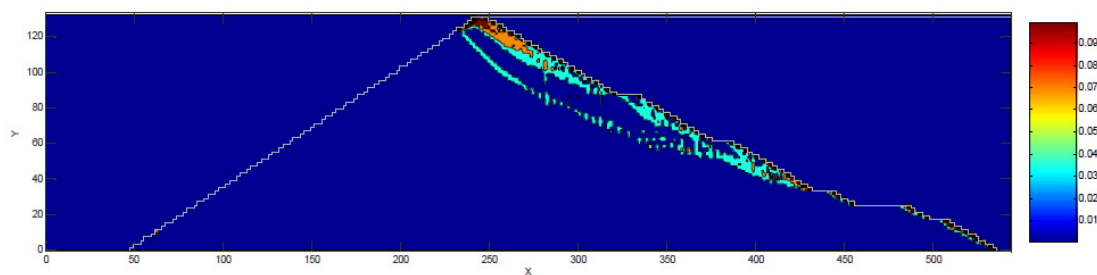


図2.5.2.7 不規則波による動的解析で得られた塑性ひずみ分布 (Zabala et al. (2008)から引用)

Andersen and Andersen (2009), Andersen (2009)は、MPMを用いて地すべりの崩壊と崩壊に伴う斜面上の建物の転倒をシミュレーションしている。アルゴリズムとしてはGIMPMを用い、構成則には、Mohr-Coulombモデルを用いている。その際、斜面の初期応力解析を行い、FEMによる解析結果と比較した結果、鉛直応力分布と水平変位分布について、同等な結果になることを示している。（図2.5.2.8参照）斜面の崩壊解析では、数多くのパラメトリックスタディを行い、粒子数が解析結果に及ぼす影響、内部摩擦角の大きさが斜面崩壊の挙動に及ぼす影響について検討している。その結果、粒子数が多い場合にのみ斜面上の家屋の転倒が発生することを示し、異種間の構成則を有する物体の相互作用を扱う際は、粒子数は重要なパラメータであり、これは、LagrangianとEulerianを組み合わせた解法である、MPMの特徴であることを示している。また、内部摩擦角を対象としたパラメトリックスタディでは、内部摩擦角の大きさが小さいほど液状化した地盤のような挙動になることを示し（図2.5.2.9参照）、斜面の崩壊解析を扱う上で、適切な構成則と強度パラメータを用いることの重要性を示している。

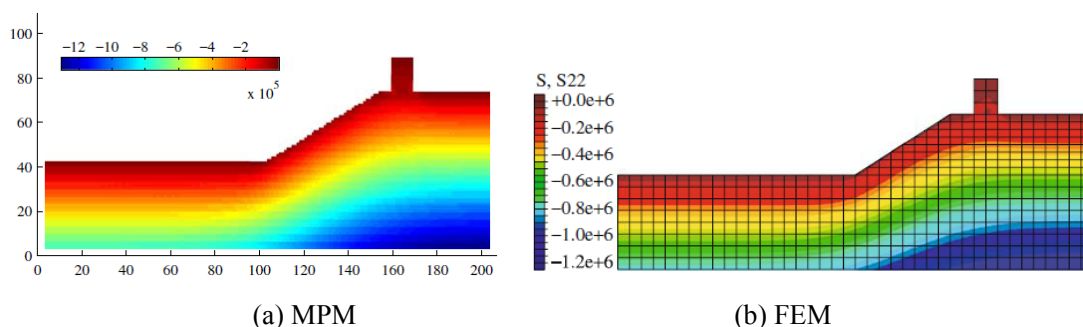


図2.5.2.8 斜面の初期応力解析結果（鉛直応力分布）（Andersen and Andersen (2009)から引用）

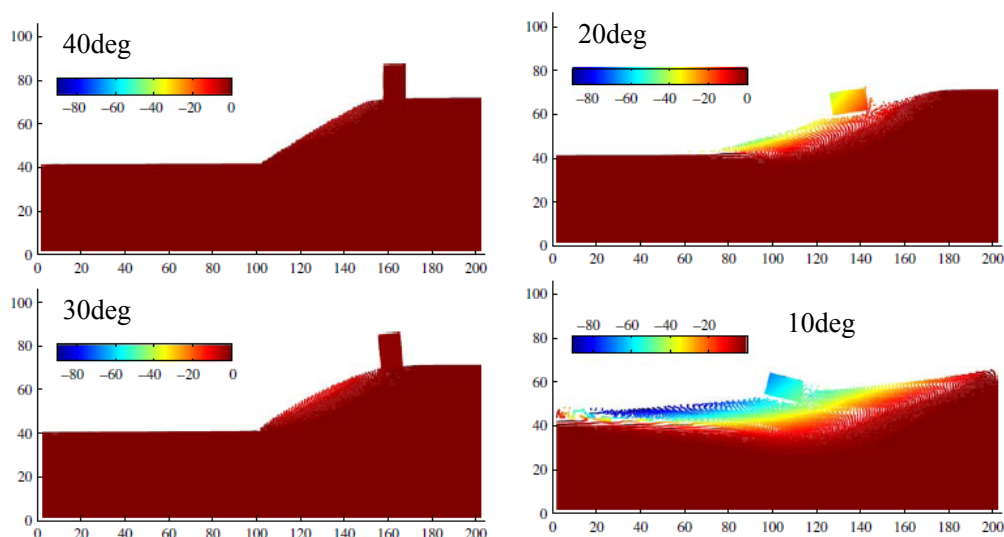


図2.5.2.9 内部摩擦角を変えた斜面の崩壊解析結果（水平変位分布）（Andersen and Andersen (2009)から引用）

Zhang et al. (2009)は, MPMで飽和土の挙動を解析するための手法として, Coupling Material Point Method (CMPM)を提案している。支配方程式としてBoit (1962)の式を採用し, 支配方程式の弱形式化, デルタ関数を用いた離散化を行い, MPMの手法に応じたアルゴリズムを構築している。さらに, 異種の物体間の接触を表現するためのアルゴリズムを構築している。これらのアルゴリズムを用いて, 1次元土柱中の応力伝播解析, 2次元飽和土への鉛直載荷解析, 直接基礎による鉛直載荷解析, 擁壁の裏込め土の表面に鉛直荷重を与えた場合の解析, 土柱の衝突に伴う変形解析, 飽和土に弾性体が衝突した際の解析 (図2.5.2.10参照)を行い, 物体の変形, 間隙水圧の分布に関して, 有限要素法の結果と同等であること, 衝突問題については, 想定される傾向を良好に表現していることを示している。ただし, 地盤が大変形した際の適用性については明確になっていない。

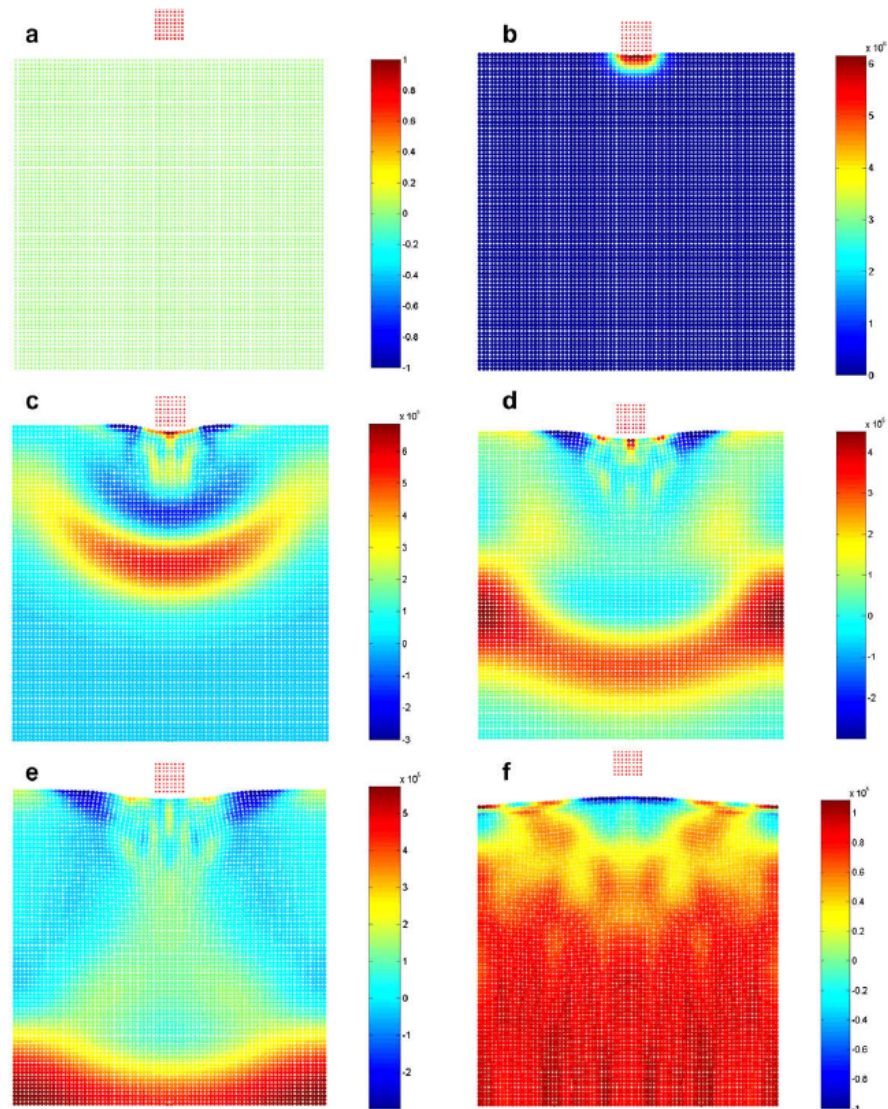


図2.5.2.10 飽和土に弾性体が衝突した際の解析結果 (間隙水圧分布) (Zhang et al. (2009) から引用)

Higo et al. (2010)は、MPMとFDM (Finite difference method) を組み合わせた手法を提案し、不飽和地盤の変形解析手法の構築を行っている。地盤を固相、液相、気相の三相からなるものとし、過剰間隙水圧の計算には背面格子を使用したFDMを用いた手法を用いている。これは、地盤の運動方程式はMPMで計算されるが、過剰間隙水圧はOka et al. (1994)と同様な手法により背面格子の中心で計算されることを意味する。(図2.5.2.11参照) この手法を用いて、平面ひずみ条件での飽和土または不飽和土の圧縮試験、1次元圧密試験のシミュレーションを行い、FEM解析結果および理論解と合致することを示している。さらに、河川堤防背面で河川水位が上昇した場合のシミュレーションを行い、水位の上昇とともに堤防内の飽和度が上昇する様子、累積塑性せん断ひずみが発達していく様子を表現している。また、地盤材料として豊浦砂を用いたケースでは、河川水位が上昇し飽和度が上昇していくにつれて、堤防表面で崩壊が発生する状況表現し、提案手法は浸透破壊に対する堤防の安全性を崩壊挙動も含めて扱うことできる可能性があることを示している。(図2.5.2.12参照)

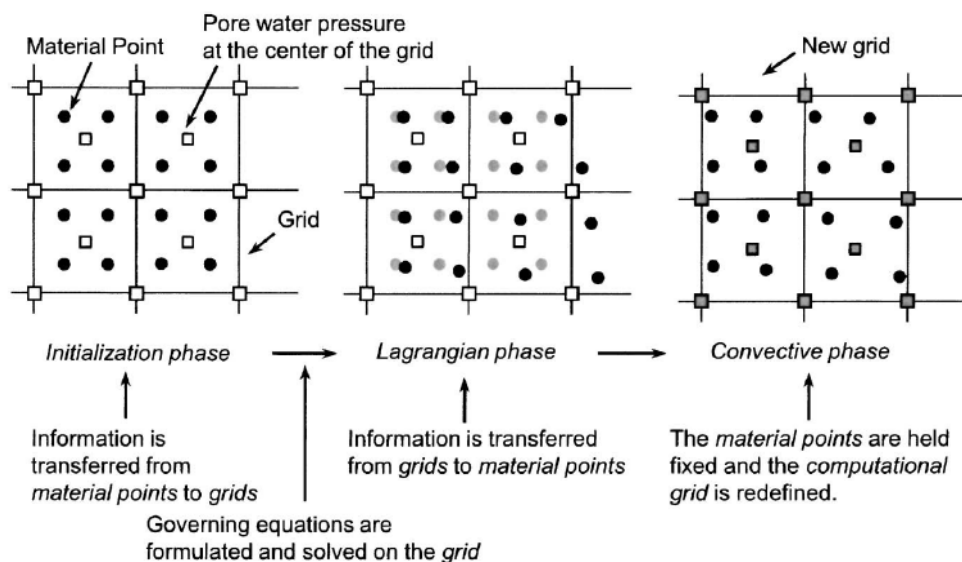


図2.5.2.11 MPMとFDMを用いた計算手法の流れ (Higo et al. (2010)から引用)

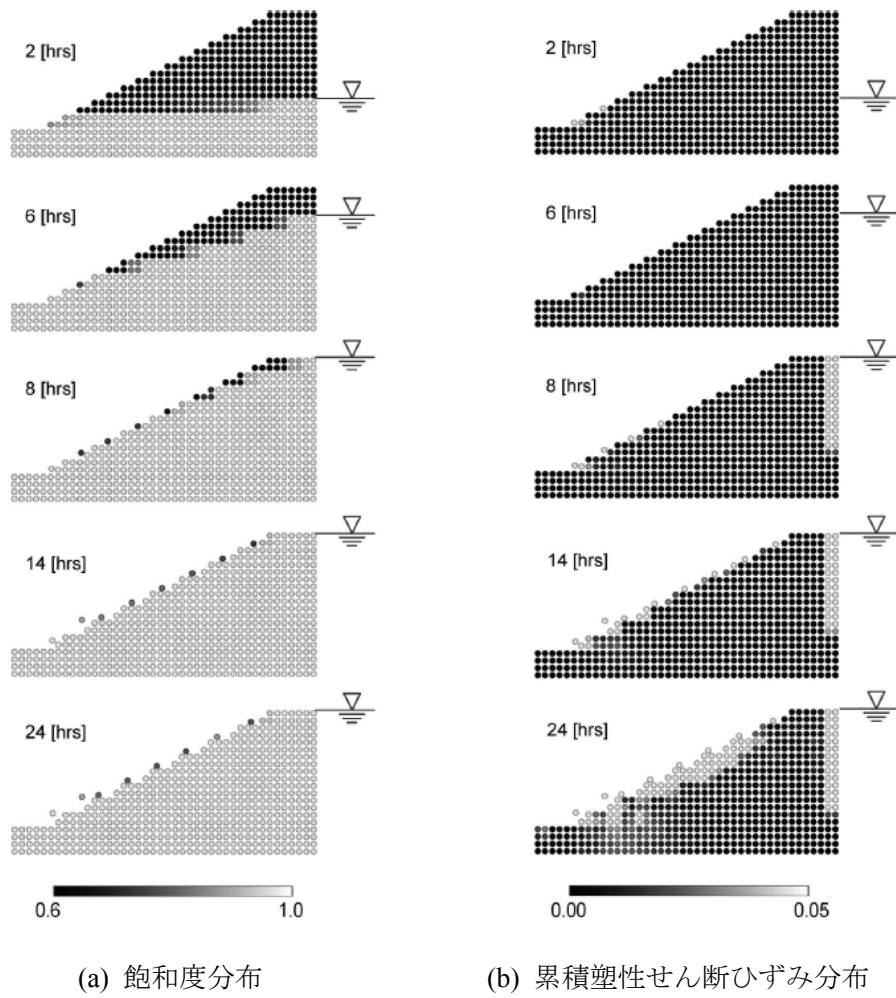


図2.5.2.12 河川水位の上昇に伴う河川堤防の変形解析結果（Higo et al. (2010)から引用）

阿部ら(2007)は、MPMに浅水流方程式を適用した手法を提案している。この手法はSPHに浅水流方程式を適用したMcDougall and Hungr (2004)の研究と類似したものである。支配方程式にはMcDougall and Hungr (2004)と同じ浅水流方程式を用いているが、ひずみ増分をバックグラウンドメッシュから陽に求めている点がMcDougall and Hungr (2004)の手法とは異なる点である。阿部ら(2007)はこの手法を用いて既往の乾燥砂流動実験の再現解析（図2.5.2.13参照）、過去発生した高速長距離土砂流動の再現解析を行っている。そして、前者ではダイレイタンシー角の大きさが与える影響について考察している。

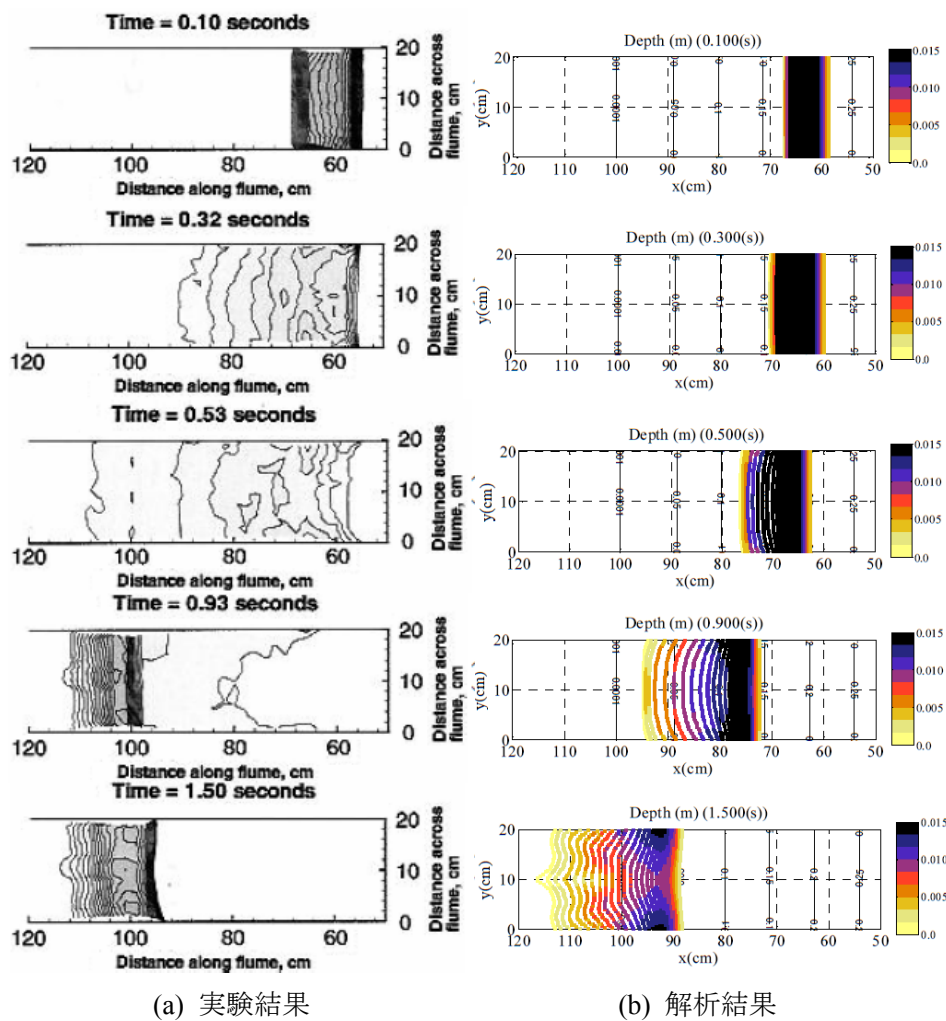


図2.5.2.13 乾燥砂の流動実験の再現解析結果（阿部ら (2007)から引用）

Kazumi et al. (2010)は、上記の阿部ら(2007)の手法を用いて過去パキスタンで発生した土石流の流動解析を行っている。そして、土石流の流速および深さと距離の関係について実測値と比較し、解析パラメータを適切に設定すれば、あるばらつきの下でシミュレーションにより得られたそれらの平均値が実測値と同等になることを示している。（図2.5.2.14参照）さらに、砂防ダムを設置位置が土石流の流速、深さに与える影響について検討し、適切なダムの設置位置について考察している。

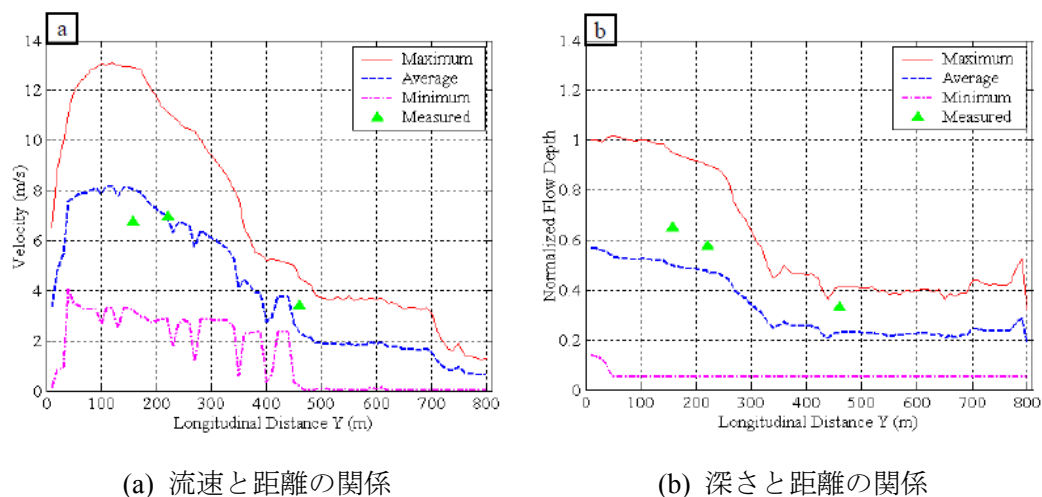


図2.5.2.14 土石流のシミュレーション結果（Kazumi et al. (2010)から引用）

なお、この手法を当該研究ではDepth Average Material Point Method (DAMPM)と呼んでいる。本研究では、この手法を用いて土石流の流動解析手法の構築を行った。その詳細については第5章で示す。

2.6 第2章のまとめ

以上示した既往の研究内容をまとめると、各解析手法の現状は以下のようにまとめることができると考えられる。

SPHは、斜面崩壊、浸透破壊のシミュレーションを中心に適用事例が多く、崩壊後の不連続体状になる変形レベルまで解析可能であることが確認されている。ただし、解析を安定的に行なうには人工粘性、人工応力、影響半径等の解析特有のパラメータの調整が必要であり、これらのパラメータが解析結果に及ぼす影響は明確になっていない。また、浸透破壊の解析では、Maeda et al. (2006)の研究にあるように、ある程度簡易に固相、液相、気相の相互作用をモデル化することで、水中での地盤の大変形解析や、浸透破壊の様子を解析できることが示されているが、Biot (1962)の式を用いて地盤の大変形解析をできることは未だ明確に示されていない。

MPSは、吉田(2011)の研究にあるように、大変形解析における手法としてはDEMと同様な解析方法となる。しかしながら、弾性領域での挙動はFEMの弾性解と大きな違いはない。よって、変形レベルが小さい時はFEM、変形レベルが大きい時はDEMと同様な解析結果になる。このような解析手法は将来的に大きな発展の可能性を秘めているものと考えられるが、微小変形から大変形まで一貫して連続体力学で求めるという点では異なる手法であり、FEMで扱えるひずみレベルからDEMのように地盤の大変形に至るまでの挙動の表現については明確になっていない。また、影響半径等の解析特有のパラメータが与える影響についても検討の余地がある。

EFGMは、不連続体になるまでの大変形問題へは適用されていないが、FEMでは取り扱えない変形レベルまで解析できることが確認されている。ただし、データ構造が複雑になる点、影響半径が与える影響が不明確な点、設定パラメータが多い点等の課題もある。

MPMは、不連続体になるまでの大変形問題への適用事例が多く、変形が小さい時はFEMと同様な精度を有することも確認されている。また、その他のメッシュフリー法が有していた解析特有のパラメータの影響についても特に留意する必要がない。ただし、粒子数とバックグラウンドメッシュ長が解析結果に与える影響については留意する必要があるが、他のメッシュフリー法でも粒子数が解析結果に与える影響を留意する必要があり、その点では、他のメッシュフリーと大きな違いはない。

以上を考慮すると、解析特有のパラメータがないという点に加え、既往の研究で、小さい変形レベルから、不連続体状になる大変形レベルまで適用性が明確になっているという点からも、MPMは、他のメッシュフリー法と比べて、地盤の大変形、崩壊および流動解析を扱う上で現状では最も有効な手法であると考えられる。

一方、地盤の変形解析への適用性という観点からは、ともに不連続体的挙動をラグランジュ粒子内で生じたひずみに応じた応力により表現することで、連続体から不連続体まで

連続的に扱うことができるという点で共通している。（ただし、MPSについてはDEMに従った表現が主流になりつつある。）地盤の変形問題を扱う際、少しでも変形が生じると地盤内の拘束圧に変化が生じ強度も変化するため、今までFEMでは取り扱いが困難であった幾何学的非線形性の影響を考慮する上でも、上記の特長は有用である。

ただし、上述したようにそれぞれの方法に利点、欠点がありそれらをまとめると表2.6.1のようになる。これは、表1.1.1に地盤への適用性も含めて記載したものである。不連続体域を精緻に表現するという点では、MPSは将来性が大きい。ただし、これはMPSの発展とともにDEMの発展にもよるところが大きく未だ発展途上である。地盤の適用事例が多いという点では、SPH、MPMの利点が高い。不連続体域の挙動については、MPSやDEMのように精緻ではないが、上述した方法である程度の精度で表現できる。幾何学的非線形性を扱う上ではFEMよりも有効である。さらに、数値解析上の観点からは、Tensile instabilityがないという点でMPMの利点が高い。これは、Ma et al. (2007)によっても指摘されていることである。バックグラウンドメッシュを粒子が通過する際に発生するノイズの問題についても、Badenhangen and Kober (2004)等により大分改善が見られている。

以上から、MPMは既往の研究から見ても、数値解析の問題から見ても、地盤の大変形問題を行う上で、現行において最も有効な手法であると考えられる。

表 2.6.1 メッシュフリー法または粒子法の利点と欠点

手法	利点	欠点
Smoothed particle hydrodynamics (SPH)	<ul style="list-style-type: none"> ・履歴依存性を有する材料を扱いやすい。 ・斜面崩壊，浸透流解析への適用事例が多い。 ・不連続体の挙動の傾向を表現できる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・引張応力が働くと解析が不安定になる（Tensile instability） ・人工粘性，人工応力により解析を安定化させる必要がある。 ・精緻な形で固液二相系を表現できていない。
Moving particle semi-implicit (MPS，粒子法)	<ul style="list-style-type: none"> ・ナビエ・ストークス式の粘性項を含めた計算ができる。 ・弾性領域での精度が多くの文献で確認されている。 ・将来的に不連続体域を精緻に表現できる可能性を有している。 	<ul style="list-style-type: none"> ・Tensile instability を回避するため fixed kernel（固定影響半径）を用いる。 ・塑性体を扱う際，重み関数が増加しないため破壊ひずみを設定する必要がある。 ・弾塑性モデルの適用性は明確になっていない。
Element-free Galerkin method (EFGM)	<ul style="list-style-type: none"> ・Tensile instability がない。 ・剛性マトリックスを扱うことができる。 ・内挿関数の高度化が可能である。 	<ul style="list-style-type: none"> ・影響半径，近似関数，バックグラウンドメッシュを用いる必要がある。 ・ディリクレ型境界条件の設定が困難である。 ・不連続体の挙動の表現は困難 ・地盤への適用事例が少ない。
Material point method (MPM)	<ul style="list-style-type: none"> ・履歴依存性を有する材料を扱いやすい。 ・Tensile instability がない。 ・ディリクレ型境界条件の設計が容易である。 ・アルゴリズムが FEM に近い。 ・斜面崩壊，浸透流解析を含めた地盤への適用事例が多い。 ・不連続体の挙動の傾向を表現できる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・バックグラウンドメッシュをラグランジュ粒子が通過する際，ノイズが発生する。

第 2 章の参考文献

1. 阿部慶太, JOHANSSON Jörgen, 小長井一男 : MPMを応用した高速長距離土砂流動の運動範囲予測のための数値解析手法, 土木学会論文集C, Vol.63 No.1. pp.93-109, 2007.
2. 阿部慶太, Jorgen Johansson, 小長井一男 : MPMを用いた乾燥砂の流動解析, 土木学会地震工学論文集, Vol.28, No.96, pp.1-9, 2005.
3. Andersen, S. and Andersen, L.: Modelling of landslides with the material-point method, *Comput Geosci*, DOI 10.1007/s10596-009-9137-y, 2009.
4. Andersen, S.: Material-point analysis of large-strain problems: modeling and landslides, PhD thesis, Aalborg University, 2009.
5. 有本慎一, 村上章, 節安竜也, 西山竜朗 : EFGMによる水～土連成有限変形解析, 日本機械学会論文集 (A編), Vol. 70, No.69, pp.114-120, 2004.3.
6. Bardenhagen, S.G. and Kober, E.M. (2004): "The generalized interpolation material point method," *Computer Modeling in Engineering and Science*, Vol. 5, No.6, pp. 477-495.
7. Belytschko, T., Lu, Y. Y. and Gu, L.: Element free Galerkin method, *Int. J. Numer. Math. Anrg.*, Vol.37, pp.229-256, 1994.
8. Beuth, L., Wieckowski, Z. and Vermeer, P. A.: Solution of quasi-static large-strain problems by the material point method, *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, Vol.35, 1451-1465, 2011.
9. Biot, M.A.: "Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media," *Journal of Applied Physics*, Vol. 33(4), pp. 1482-1498, 1962.
10. Bui, H. H., Sako, K. and Fukagawa, R. (2007): "Numerical simulation of soil-water interaction using smoothed particle hydrodynamics (SPH) Method," *Journal of Terramechanics*, Vol. 45, No. 5, pp. 339-346, 2007.
11. Bui, H. H., Fukagawa, R., Sako, K. and S. Ohno (2008): "Lagrangian mesh-free particles method (SPH) for large deformation and failure flows of geomaterial using elastic-plastic soil constitutive model," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.32, No.12, pp.1537-1570.
12. Bui, H. H. and Sako, K.: Slope stability analysis and slope failure simulation by SPH, *Proceedings of the 17th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering M. Hamza et al. (Eds.)*, pp.1578-1581, 2009.
13. Bui, H. H., Fukagawa, R., Sako, K. and Wells, J. C. (2011): "Slope stability analysis and discontinuous slope failure simulation by elasto-plastic smoothed particle hydrodynamics (SPH)," *Geotechnique*, Vol. 61, No. 7, pp. 565-574.
14. Bui, H. H., Sako, K. and Fukagawa, R. (2011): "An improved SPH method for saturated soils and its application to investigate the mechanisms of embankment failure: Case of hydrostatic pore-water pressure," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in*

Geomechanics, (DOI:10.1002/nag.1084).

15. Coetzee, C. J., Vermeer, P.A. and Basson, A. H.: The modeling of anchors using the material point method, *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, Vol.29, 879-895, 2005.
16. Gingold R. A. and Monaghan, J. J.: Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol.181, pp.375-389, 1977.
17. Griffiths, D. V. and Lane, P. A.: Slope stability analysis by finite elements, *Geotechnique*, 49(3):387-403, 1999.
18. Higo, Y., Oka, F., Kimoto, S., Morinaka, Y., Goto, Y. and Chen, Z.: A coupled MPM-FDM analysis method for multi-phase elasto-plastic soils, *Soils and Foundations*, Vol.50, No.4, 515-532, Aug.2010.
19. Hungr, O. (1995): A model for the runout analysis of rapid flow slides, debris flows, and avalanches, *Canadian Geotechnical Journal*, **32**, pp. 610-623.
20. Iverson, R.M. and Denlinger, R.P. (2001): Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain, 1. Coulomb mixture theory, *Journal of Geophysical research*, **106(B1)**, pp. 537-552.
21. Kazumi, Z. A., Konagai, K., Ikeda, T. and Sattar, A.: Calibrating debris flows numerical simulation parameters for proper disaster mitigation strategy –case study of debris flow in Muzaffaribad-, *The 13th Japan Earthquake Engineering, Symposium*, 2072-2079, 2010.
22. Klar, A., Soga, K. and Ng, M.Y.A.: “Coupled Deformation-Flow Analysis for Methane Hydrate Extraction”, *Geotechnique*, Vol. 60, No. 10, pp.765-776, 2010.
23. Koshizuka, S. and Oka, Y.: Moving-Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid, *Nucl. Sci. Eng.*, 123, 421-434, 1996.
24. 越塚誠一, 近澤佳隆, 岡芳明: 弾性体に対する陽的な粒子計算モデルの開発, 計算工学講演会論文集, Vol.4 (1999 年 5 月), pp.33-36, 1999.
25. 越塚誠一: 計算力学レクチャーシリーズ 5 粒子法, 日本計算工学会編, 丸善, 2005.
26. Lucy, L.: “A numerical approach to testing the fission hypothesis,” *Astronomical Journal*, Vol. 81, pp.1013–1024, 1977.
27. Ma, S., Zhang, X. and Qiui, X. M. (2009): “Comparison study of MPM and SPH in modeling hypervelocity impact problems,” *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 36, 272–282.
28. Maeda, K., Sakai, H. and Sakai, M.: Development of seepage failure analysis method of ground with smoothed particle hydrodynamics, *Structural Eng./Earthquake Eng., JSCE*, Vol.23, No.2, 307s-319s, 2006 October. (Translated from a paper which originally appeared on *Journal of Applied Mechanics, JSCE*, Vol.7, pp.775-786, 2004.8)

29. McDougall, S. and Hungr, O.: A model for the analysis of rapid landslide motion across three-dimensional terrain, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.41, pp.1084-1097, 2004.
30. 森啓年, 曾我健一, 小野祐輔: SPH法による圧密解析, 土木学会第63回年次学術講演会(平成20年9月), pp.625-626, 2008.
31. Mori, H.: The SPH method to simulate river levee failures, Master thesis, University of Cambridge, 2008.
32. 野々山栄人, 沢田和秀, 森口周二, 八嶋厚, 伊藤和也: SPH法による実大規模斜面掘削実験の再現解析, 計算工学講演会論文集, Vol.16 (2011年5月), 2011.
33. Nonoyama, H.: Numerical application of SPH method for deformation, failure and flow problems of geomaterials, PhD thesis, Gifu University, 2011 February.
34. Oka, F., Yashima, A., Tateishi, A., Taguchi, Y. and Yamashita, S.: A cyclic elasto-plastic constitutive model for sand considering a plastic-strain dependence of the shear modulus, *Geotechnique*, Vol.49, No.5, pp.661-680, 1999.
35. Oka, F., Yashima, A., Shibata, T., Kato, M. and Uzuoka, R.: FEM-FDM coupled liquefaction analysis of a porous soil using an elasto-plastic model, *Applied Scientific Research*, Vol.52, pp.209-245, 1994.
36. Oliaei, M. N., Soga, K. and Pak, A.: Some numerical issues using element-free Galerkin mesh-less method for coupled hydro-mechanical problems, *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, Vol.33, 915-938, 2009.
37. 宋武燮, 越塚誠一, 岡芳明: MPS法による2次元弾性体の構造解析, 計算工学講演会講演論文集, Vol.8 (2003年5月), pp.133-136, 2003.
38. 佐藤忠信, 松丸貴樹: メッシュフリー法による地盤の液状化・流動解析, 土木学会論文集C, Vol.62, No.1, 22-34, 2006.3.
39. 鈴木幸人, 越塚誠一: 非線型弾性体に対する粒子法の開発, Transactions of JSCES, Paper No.20070001, 2007.
40. Sulsky, D., Zhou, S.J. and Schreyer, H. L.: "Application of a particle-in-cell method to solid mechanics," *Computer Physics Communications*, Vol. 87, pp.236-252, 1995.
41. 近澤佳隆, 越塚誠一, 岡芳明: 弾性体に対する陰的な粒子計算モデルの開発, 計算工学講演会論文集, Vol.4 (1999年5月), pp.37-40, 1999.
42. 近澤佳隆: 構造物の弾塑性解析のための粒子法の開発, 東京大学博士論文, 平成13年2月16日, 2001.
43. Vermmer, P. A., Beuth, L. and Benz, T.: A quasi-static method for large deformation problems in geomechanics, *The 12th international conference of international association for computer methods and advances in geomechanics (IACMAG), 1-6 October, Goa, India*, pp.55-63, 2008.
44. Wieckowski, Z., Youn, S.K. and Yeon, J.H. (1999): "A particle-in-cell solution to the silo discharging problem," *International journal for numerical methods in engineering*, Vol. 45, No.

- 9, pp. 1203-1225.
45. Wieckowski, Z. (2004): "The material point method in large strain engineering problems," *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 193, pp. 4417-4438.
 46. 吉田郁政, 石丸真: MPS法を用いた地震応答解析のための基礎検討, 土木学会論文集A, Vol.66, No.2, 206-218, 2010.4.
 47. 吉田郁政: MPS法を用いた地盤構造物の地震時破壊挙動解析のための基礎検討, 土木学会論文集A2 (応用力学), Vol.67, No.1, 93-104. 2011.
 48. Zabala, F., Rodari, R. D. and Oldecop, L. O.: Seismic analysis of earth dams using a lagrangian particle method, *The 14th world conference on earthquake engineering October 12-17, 2008, Beijing, China*, 2008.
 49. Zhang, H. W., Wang, K. P. and Chen, Z.: Material point method for dynamic analysis of saturated porous media under external contact/impact of solid bodies, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 198(2009), 1456-1472, 2009.
 50. Zhou, S., Stormont, J. and Chen, Z. (1999): "Simulation of geomembrane response to settlement in landfills by using the material point method," *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, Vol. 23, No. 15, pp. 1977-1994.

第 3 章 MPM を用いた地盤の大変形， 崩壊解析手法の提案

3.1 はじめに

1.2 で述べたように，MPM を用いた地盤の大変形，崩壊および流動現象の解析手法の提案を行うためには，以下の 3 点に対し検討を行う必要がある。（図 3.1.1 参照）

- ① MPM への地盤の構成則の適用
- ② MPM の動的解析対応への拡張
- ③ MPM の固液二相系への拡張

①については地盤の一連の現象を扱う上で必要であり，②，③は特に地盤の大変形，崩壊および流動現象は地震時と降雨時に発生しており，その際，動的特性と地盤内の間隙水の影響を考慮しなければならないことによる。これらの具体的対応について，MPM の内容を含めて以下の構成で述べる。

3.2 MPM について

3.3 地盤の構成則

3.4 MPM の動的解析対応への拡張

3.5 MPM の固液二相系への拡張

3.2 MPM についてでは，解析手法のベースとして用いた MPM について示す。具体的には，MPM における連続体の支配方程式の離散化およびアルゴリズムについて示す。

3.3 地盤の構成則では，本研究で用いた地盤の構成則について示す。地盤の構成則としては以下のものを用いた。

Drucker-Prager モデル (Drucker and Prager, 1952)

Mohr-Coulomb モデル (Coulomb, 1776)

SYS Cam-clay モデル (Asaoka, 2000; Noda et al., 2007)

岡・渦岡の砂の繰返しモデル (渦岡, 2000)

3.4 MPM の動的解析対応への拡張では，動的解析を扱う上で必要なレーリー減衰に基づく減衰の表現方法について示す。

3.5 MPM の固液二相系への拡張では，Biot (1962) の式に基づいた MPM の固液二相系への拡張方法と，固相粒子と液相粒子を用いた表現方法，非排水・等積条件での表現方法について示す。

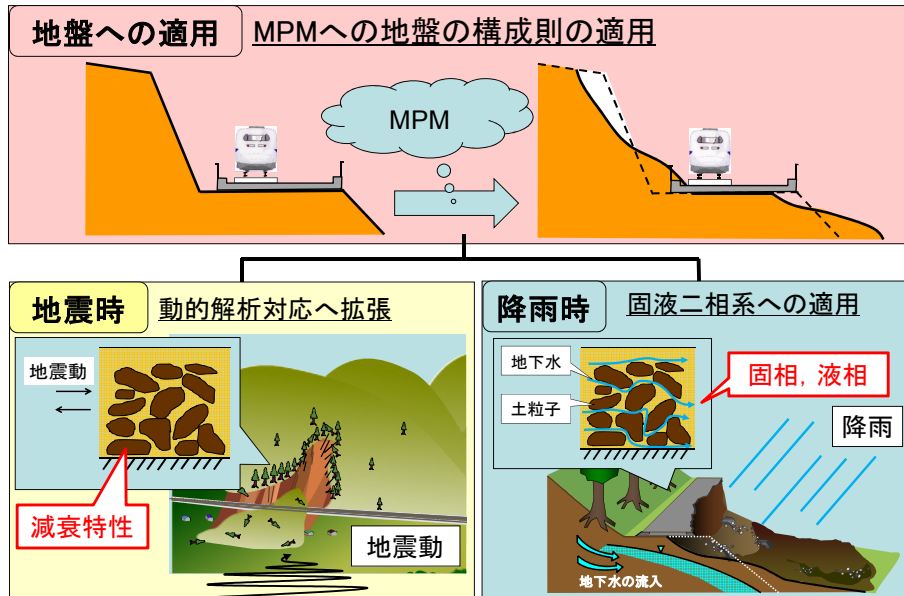


図 3.1.1 MPM を用いた地盤の大変形，崩壊および流動現象の解析手法の開発に向けた検討事項（図 1.2.1 再掲）

3.2 MPMについて

3.2.1 MPMの概要

図 3.2.1.1 に MPM での計算の流れを示す。MPM とは Lagrange 的手法と Euler 的手法を連成した解析手法であり、Particle in cell (PIC) 法と呼ばれる手法の一種である。PIC 法の中でも代表的な手法が Sulsky et al. (1995) により提案された Material Point Method (MPM) である。この手法では、連続体を粒子の集合として Lagrange 的にモデル化した上で、粒子群裏に固定した格子群 (バックグラウンドメッシュ) で Euler 的にひずみ増分を計算する。ここで、バックグラウンドメッシュで Euler 的に計算する部分は FEM と同様であり、地盤のような構成則が複雑なものにも適用性が良く、境界条件も明確に表現することが可能である。また、長年蓄積された FEM の解析技術を適用可能であり、地盤の変形解析で長年スタンダードな手法として普及している FEM の延長線上の手法として実務での適用可能性を大いに有した解析手法でもある。さらに、前述したように MPS, SPH および EFGM と比べて解析固有のパラメータを有さないことも大きな利点である。

アルゴリズムの構造としては、地盤の変形解析コードとして用いられている Fast Lagrangian Analysis of Continua (FLAC) (Cundall and Board, 1988) と同様であり、Updated-Lagrangian 法と陽解法の組み合わせによる手法である。ただし、連続体は粒子群でモデル化を行うので FLAC 以上に大変形および不連続体的挙動を追うことができる。具体的な内容は以下のようなものである。

MPM では連続体を粒子の集合として表し、応力、ひずみ等の物理量を粒子群により輸送する。一定時間刻み Δt 毎にそれらの物理量を粒子群が存在する空間に固定した背面格子 (バックグラウンドメッシュ) の格子点に内挿関数を通じて集約し、運動方程式を解き格子点速度を求める。格子点速度からひずみ増分 $\Delta \epsilon$ を求め、それに伴う格子の変形に従い粒子の位置、物理量を更新する。変形した格子は次ステップの計算に備え粒子を残し元に戻る。微小な時間刻み Δt では微小変形理論が成り立つと仮定し、微小変形理論に基づく既存の弾塑性構成則を用いてひずみ増分 $\Delta \epsilon$ から応力増分 $\Delta \sigma$ が計算され、連続体の全ひずみはひずみ増分 $\Delta \epsilon$ の累積として計算する。以上の流れにより連続体の大変形、崩壊挙動を表現する。

この計算の具体的な流れについて以下の項で示す。

3.2.2 支配方程式と離散化

3.2.3 アルゴリズム

3.2.4 解析の安定性について

3.2.2 支配方程式と離散化では、Sulsky et al. (1995) により示された連続体の支配方程式の粒子および背面格子による離散化の内容について示す。

3.2.3 アルゴリズムでは、Sulsky et al. (1995) により示された元来のアルゴリズムであ

る MUSL, Narin (2003) により示された USAVG, Bardenhagen (2002) により示された USF, Bardenhagen and Kober (2004) により示された GIMP のアルゴリズムについて示す。

3.2.4 解析の安定性については、バックグラウンドメッシュ間を粒子が通過する際に発生するノイズに由来する解析の不安定性について示し、前項で示したアルゴリズムの解析の安定性に対する特徴について示す。

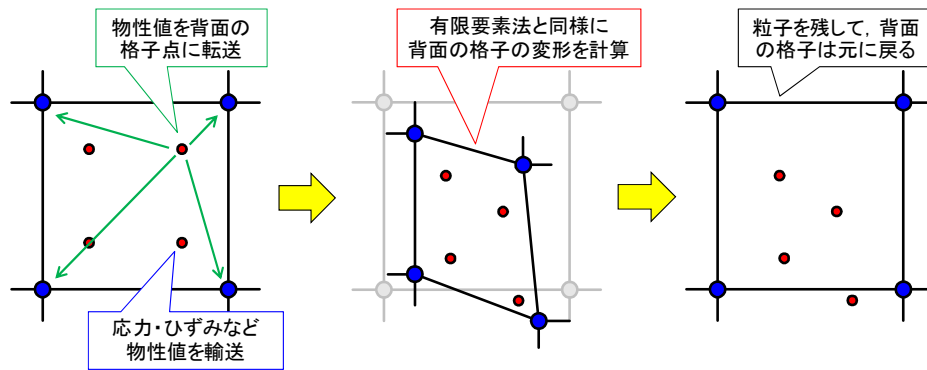


図 3.2.1.1 MPMの計算過程

3.2.2 支配方程式と離散化

1) 連続体の支配方程式

連続体の支配方程式から離散化を行い、MPM のアルゴリズムを導出する過程について示す。連続体力学によれば、連続体の支配方程式は次式により表される。

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho v_{i,i} = 0 \quad (3.2.1)$$

$$\rho a_i = \sigma_{ij,j} + \rho b_i \quad (3.2.2)$$

$$\sigma_{ij} = T_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (3.2.3)$$

$$\frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (3.2.4)$$

ここで、 $\rho(\mathbf{x}, t)$ は質量の密度、 $\mathbf{a}(\mathbf{x}, t) = a_i(\mathbf{x}, t)$ は加速度ベクトル、 $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = v_i(\mathbf{x}, t)$ は速度ベクトル、 $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = \sigma_{ij}(\mathbf{x}, t)$ は応力テンソル、 $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t) = b_i(\mathbf{x}, t)$ は単位体積力ベクトル、 $\mathbf{T} = T_{ijkl}$ は剛性係数テンソル、 $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, t) = \varepsilon_{ij}(\mathbf{x}, t)$ はひずみテンソルである。ただし、 $\mathbf{x} = x_i$ は時刻 t での位置を表し $t=0$ での位置 $\mathbf{X} = X_i$ を用いて $x_i = x_i(\mathbf{X}, t)$ と表せる。すなわち、 $x_i(\mathbf{X}, 0) = X_i$ である。式(3.2.1)は質量の保存則を表し、式(3.2.2)は運動量の保存則を表している。また、角運動量の保存則から応力テンソルが対称であること、すなわち $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ が与えられる。

ここで、次式で示す実質微分

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial v_i} \quad (3.2.5)$$

を用いて、加速度ベクトル a_i は

$$a_i = \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j v_{i,j} \quad (3.2.6)$$

変位ベクトルを $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = u_i(\mathbf{x}, t)$ と定義すると、速度ベクトル v_i は

$$v_i = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j u_{i,j} \quad (3.2.7)$$

ただし、変位ベクトルは $u_i(\mathbf{x}, t) = x_i - X_i(\mathbf{x}, t)$ と表せる。

次に、初期条件および境界 $\partial\Omega$ での境界条件が与えられた 2 次元空間 $\Omega \subseteq \mathbf{R}^2$ を考える。このとき境界条件は次式で表されとする。

$$u_i(\mathbf{x}, t) = g(t) \quad \text{on } \partial\Omega_u \quad (3.2.8)$$

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t) = \tau(t) \quad \text{on } \partial\Omega_\tau \quad (3.2.9)$$

ここで、 $\partial\Omega = \partial\Omega_u \cup \partial\Omega_\tau$ であり $g(t)$ および $\tau(t)$ は境界上で与えられた変位および応力である。

また、3) で式の離散化を考えるが導出を簡易化するため以下の量を定義する。

$$\rho \sigma_{ij}^s = \sigma_{ij} \quad (3.2.10)$$

$$\rho T_{ijkl}^s = T_{ijkl} \quad (3.2.11)$$

ここで σ_{ij}^s 、 T_{ijkl}^s は単位体積あたりの応力および剛性係数テンソルである。

2) 支配方程式の弱形式化

1) で示した支配方程式の弱形式化を行う。はじめに式(3.2.2)について考える。任意のベクトル関数 $\mathbf{w}(\mathbf{x}, t) = w_i(\mathbf{x}, t)$ を両辺にかけて連続体の形状 Ω 上で積分すると

$$\int_{\Omega} \rho a_i w_i d\Omega = \int_{\Omega} \rho \sigma_{ij,j}^s w_i d\Omega + \int_{\Omega} \rho b_i w_i d\Omega \quad (3.2.12)$$

ここで、部分積分より

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \sigma_{ij}^s w_j) d\Omega = \int_{\Omega} \rho \sigma_{ij}^s w_{j,i} d\Omega + \int_{\Omega} \rho \sigma_{ij,i}^s w_j d\Omega \quad (3.2.13)$$

$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ なので

$$\int_{\Omega} \rho \sigma_{ij,j}^s w_i d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \sigma_{ij}^s w_j) d\Omega - \int_{\Omega} \rho \sigma_{ij}^s w_{i,j} d\Omega \quad (3.2.14)$$

ガウスの発散定理より

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \sigma_{ij}^s w_j) d\Omega = \int_{\partial\Omega_r} \rho \sigma_{ij}^s w_j n_i dS + \int_{\partial\Omega_u} \rho \sigma_{ij}^s w_j n_i dS \quad (3.2.15)$$

ここで $w_i = 0$ on $\partial\Omega_u$ とする。

また、 $\rho \sigma_{ij}^s n_i = \sigma_{ij} n_i = \sigma_{ij} n_j = \tau(t)$ ($\because \sigma_{ij} = \sigma_{ji}$) を考慮すると、

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \sigma_{ij}^s w_j) d\Omega = \int_{\partial\Omega_r} w_i \tau(t) dS \quad (3.2.16)$$

と表せる。それゆえ、式(3.2.12)は次式で表せる。

$$\int_{\Omega} \rho a_i w_i d\Omega = \int_{\partial\Omega_r} w_i \tau(t) dS - \int_{\Omega} \rho \sigma_{ij}^s w_{i,j} d\Omega + \int_{\Omega} \rho b_i w_i d\Omega \quad (3.2.17)$$

次に式(3.2.3)について考える。任意のテンソル関数 $\rho \mathbf{W}(\mathbf{x}, t) = \rho W_{ij}(\mathbf{x}, t)$ を両辺にかけて連続体の形状 Ω 上で積分すると

$$\int_{\Omega} \rho W_{ij} \left(\frac{d\sigma_{ij}^s}{dt} - T_{ijkl}^s \frac{d\varepsilon_{kl}}{dt} \right) d\Omega = 0 \quad (3.2.18)$$

同様に式(3.2.4)に対して任意のテンソル関数 $\rho \mathbf{W}^*(\mathbf{x}, t) = \rho W_{ij}^*(\mathbf{x}, t)$ を両辺にかけて連続体の形状 Ω 上で積分すると

$$\int_{\Omega} \rho W_{ij}^* \left\{ \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} - \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}) \right\} d\Omega = 0 \quad (3.2.19)$$

式(3.2.17)は格子上で解かれ、式(3.2.18), (3.2.19)はラグランジュ粒子により表現される。

3) 離散化

支配方程式の離散化を行う。MPM では、連続体はラグランジュ的に質量をもった微小な要素に分けられる。これらの要素は質量 M_p ($p=1, \dots, N_p$) をもった N_p 個の粒子(material point)の集合により表される。

はじめに連続体を微小な単位要素に分ける。ここで、粒子が時刻 t で $\mathbf{X}_p(t) = X_{ip}(t)$ に位置しているとして粒子 p がもつ体積を V_p とする。ここで、物体の密度 $\rho(\mathbf{x}, t)$ を考えると M_p , V_p を用いて

$$\rho(\mathbf{X}_p(t), t) = M_p / V_p \quad (3.2.20)$$

両辺に V_p をかけると

$$\rho(\mathbf{X}_p(t), t) V_p = M_p \quad (3.2.21)$$

と表せる。

ここで両辺に $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}_p(t))$ をかけると

$$\rho(\mathbf{X}_p(t), t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}_p(t)) V_p = M_p \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}_p(t)) \quad (3.2.22)$$

両辺を p に関して和をとると

$$\sum_{p=1}^{N_p} \rho(\mathbf{X}_p(t), t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}_p(t)) V_p = \sum_{p=1}^{N_p} M_p \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}_p(t)) \quad (3.2.23)$$

ここで、任意の \mathbf{x} を考えると

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{V_p} \sum_{p=1}^{N_p} M_p \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}_p(t)) \quad (3.2.24)$$

図 3.2.2.1 に示すように連続体の形状領域が時刻 t において Ω'_p ($p=1, \dots, N_p$) の副領域で構成されているとする。各副領域は質量 M_p と位置 $\mathbf{X}_p(t)$ が定義されたラグランジュ粒子により表現され、時間とともに副領域毎に変形を生じ位置 $\mathbf{X}_p(t)$ が変化する。

ここで、副領域 Ω'_p 上で定数の内挿関数 U_p を定義する。すなわち、 Ω'_p 上では $U_p = 1$ としその他の副領域では $U_p = 0$ となるように定義する。これを、デルタ関数を用いて $U_i(\mathbf{X}_j) = \delta_{ij}$ と表す。この内挿関数を用いて任意のテンソル関数 $W_{ij}(\mathbf{x}, t)$, $W_{ij}^*(\mathbf{x}, t)$ および単位体積あたりの応力テンソル $\sigma_{ij}^s(\mathbf{x}, t)$, ひずみテンソル $\varepsilon_{ij}(\mathbf{x}, t)$ を表すと

$$W_{ij}(\mathbf{x}, t) = \sum_{p=1}^{N_p} W_{ijp}(t) U_p(\mathbf{x}) \quad (3.2.25)$$

$$W_{ij}^*(\mathbf{x}, t) = \sum_{p=1}^{N_p} W_{ijp}^*(t) U_p(\mathbf{x}) \quad (3.2.26)$$

$$\sigma_{ij}^s(\mathbf{x}, t) = \sum_{p=1}^{N_p} \sigma_{ijp}^s(t) U_p(\mathbf{x}) \quad (3.2.27)$$

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{x}, t) = \sum_{p=1}^{N_p} \varepsilon_{ijp}(t) U_p(\mathbf{x}) \quad (3.2.28)$$

ここで、 $\boldsymbol{\sigma}_p^s = \sigma_{ijp}^s$, $\boldsymbol{\varepsilon}_p = \varepsilon_{ijp}$, $\mathbf{W}_p = W_{ijp}$ および $\mathbf{W}_p^* = W_{ijp}^*$ はそれぞれ時間に依存した単位体積あたりの応力テンソル、ひずみテンソルおよび任意のテンソル関数であり、 Ω'_p 上では定

数となる。

ここで、式(3.2.24)を式(3.2.18)に代入して V_p を消去すると

$$\sum_{p=1}^{N_p} M_p W_{ij}(\mathbf{X}_p, t) \left\{ \frac{d}{dt} \sigma_{ij}^s(\mathbf{X}_p, t) - T_{ijkl}^s(\mathbf{X}_p, t) \frac{d}{dt} \varepsilon_{kl}(\mathbf{X}_p, t) \right\} = 0 \quad (3.2.29)$$

と表せる。

ここで、式(3.2.26), (3.2.27), (3.2.28)を考慮すると

$$W_{ij}^*(\mathbf{X}_p, t) = \sum_{p=1}^{N_p} W_{ijp}^* U_p(\mathbf{X}_p) = W_{ijp}^* \quad (3.2.30)$$

$$\sigma_{ij}^s(\mathbf{X}_p, t) = \sum_{p=1}^{N_p} \sigma_{ijp}^s U_p(\mathbf{X}_p) = \sigma_{ijp}^s \quad (3.2.31)$$

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{X}_p, t) = \sum_{p=1}^{N_p} \varepsilon_{ijp} U_p(\mathbf{X}_p) = \varepsilon_{ijp} \quad (3.2.32)$$

したがって、式(3.2.29)は

$$\sum_{p=1}^{N_p} M_p W_{ijp}^* \left\{ \frac{d\sigma_{ijp}^s}{dt} - T_{ijkl}^s(\mathbf{X}_p, t) \frac{d\varepsilon_{klp}}{dt} \right\} = 0 \quad (3.2.33)$$

同様にして、式(3.2.19)は

$$\sum_{p=1}^{N_p} M_p W_{ijp}^* \left\{ \frac{d\varepsilon_{ijp}}{dt} - \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i})_{\mathbf{x}_p} \right\} = 0 \quad (3.2.34)$$

W_{ijp} , W_{ijp}^* が任意の関数であることを考慮すると

$$\frac{d\sigma_{ijp}^s}{dt} = T_{ijkl}^s(\mathbf{X}_p, t) \frac{d\varepsilon_{klp}}{dt} \quad (3.2.35)$$

$$\frac{d\varepsilon_{ijp}}{dt} = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i})_{\mathbf{x}_p} \quad (3.2.36)$$

次に、バックグラウンドメッシュに対する内挿関数について考える。 N_n 個の交点からなる Eulerian 格子 (バックグラウンドメッシュ) を粒子背面に用意する。これらの格子群は格子点の位置 $\mathbf{x}_i(t)$ ($i=1, \dots, N_n$) と座標上での任意の位置 \mathbf{x} の関数である内挿関数 $N_i(\mathbf{x})$ をもったものとする。このとき、任意の位置 \mathbf{x} は次式により表せる。

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{x}_i(t) N_i(\mathbf{x}) \quad (3.2.37)$$

同様にして変位ベクトル $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ は

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{u}_i(t) N_i(\mathbf{x}) \quad (3.2.38)$$

と表せる。同じ内挿関数が位置および変位に適用されているので、内挿関数の実質微分は打ち消される。したがって、速度ベクトル $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ は

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{v}_i(t) N_i(\mathbf{x}) \quad (3.2.39)$$

同様にして、加速度ベクトル $\mathbf{a}(\mathbf{x}, t)$ および任意のベクトル関数 $\mathbf{w}(\mathbf{x}, t)$ は

$$\mathbf{a}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{a}_i(t) N_i(\mathbf{x}) \quad (3.2.40)$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{w}_i(t) N_i(\mathbf{x}) \quad (3.2.41)$$

ここで $\mathbf{v}_i(t)$, $\mathbf{a}_i(t)$ および $\mathbf{w}_i(t)$ はそれぞれ格子点 i におけるベクトルである。

次に、式(3.2.24)を式(3.2.17)に代入すると式(3.2.42)が導出できる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{V_p} \sum_{p=1}^{N_p} M_p w_i(\mathbf{X}_p, t) b_i(\mathbf{X}_p, t) &= \int_{\partial\Omega} w_i(\mathbf{x}, t) \tau(t) dS - \frac{1}{V_p} \sum_{p=1}^{N_p} M_p \sigma_{ij}^s(\mathbf{X}_p, t) w_{i,j}(\mathbf{X}_p, t) \\ &\quad + \frac{1}{V_p} \sum_{p=1}^{N_p} M_p b_i(\mathbf{X}_p, t) w_i(\mathbf{X}_p, t) \end{aligned} \quad (3.2.42)$$

式(3.2.27)を考慮しながら、式(3.2.39), (3.2.40)および(3.2.41)を式(3.2.42)に代入すると

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^{N_p} M_p \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{w}_i(t) N_i(\mathbf{X}_p) \cdot \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{a}_i(t) N_i(\mathbf{X}_p) &= V_p \int_{\partial\Omega} \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{w}_i(t) N_i(\mathbf{x}) \cdot \tau(t) dS - \sum_{p=1}^{N_p} M_p \sigma_{ij}^s \cdot \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{w}_i(t) N_{i,j}(\mathbf{X}_p) \\ &\quad + \sum_{p=1}^{N_p} M_p b_{ip} \cdot \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{w}_i(t) N_i(\mathbf{X}_p) \end{aligned} \quad (3.2.43)$$

ここで、 $\mathbf{b}_p = b_{ip}$ は Ω_p^t 上では定数となる時間に依存した単位体積力ベクトルであり

$$b_i(\mathbf{x}, t) = \sum_{p=1}^{N_p} b_{ip}(t) U_p(\mathbf{x}) \quad (3.2.44)$$

と定義する。よって、

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{w}_i(t) \cdot \sum_{j=1}^{N_a} \sum_{p=1}^{N_p} M_p N_i(\mathbf{X}_p) N_j(\mathbf{X}_p) \mathbf{a}_j(t) &= - \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{w}_i(t) \cdot \sum_{p=1}^{N_p} M_p \sigma_{ij}^s N_{i,j}(\mathbf{X}_p) + V_p \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{w}_i(t) \cdot \int_{\partial\Omega} N_i(\mathbf{x}) \tau(t) dS \\ &\quad + \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{w}_i(t) \cdot \sum_{p=1}^{N_p} M_p b_{ip} N_i(\mathbf{X}_p) \end{aligned} \quad (3.2.45)$$

と表せる。ここで、離散化した時間帯 t^k ($k=1, \dots, K$) で考えると、時間 t^k での式(3.2.45)は

$$\sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{w}_i^k \cdot \sum_{j=1}^{N_a} m_{ij}^k \mathbf{a}_j^k = - \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{w}_i^k \cdot \sum_{p=1}^{N_p} M_p \sigma_p^{s,k} \nabla N_i(\mathbf{x}) \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{X}_p^k} + \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{w}_i^k \cdot \hat{\tau}_i^k dS + \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{w}_i^k \cdot \mathbf{b}_i^k \quad (3.2.46)$$

ただし、

$$\mathbf{w}_i^k = \mathbf{w}_i(t^k), \quad \mathbf{a}_i^k = \mathbf{a}_i(t^k), \quad \sigma_p^{s,k} = \sigma_p^s(t^k), \quad \mathbf{X}_p^k = \mathbf{X}_p(t^k) \quad (3.2.47)$$

$$m_{ij}^k = \sum_{p=1}^{N_p} M_p N_i(\mathbf{X}_p^k) N_j(\mathbf{X}_p^k) \quad (3.2.48)$$

$$\hat{\tau}_i^k = V_p \int_{\partial\Omega} N_i(\mathbf{x}) \tau(t^k) dS \quad (3.2.49)$$

$$\mathbf{b}_i^k = \sum_{p=1}^{N_p} M_p \mathbf{b}_p(t^k) N_i(\mathbf{X}_p^k) \quad (3.2.50)$$

\mathbf{w}_i^k は任意のベクトル関数なので

$$\sum_{j=1}^{N_n} m_{ij}^k \mathbf{a}_j^k(t) = \mathbf{f}_i^{\text{int},k} + \mathbf{f}_i^{\text{ext},k} \quad (3.2.51)$$

ここで,

$$\mathbf{f}_i^{\text{int},k} = - \sum_{p=1}^{N_p} M_p \mathbf{G}_{ip}^k \cdot \boldsymbol{\sigma}_p^{s,k} \quad (3.2.52)$$

$$\mathbf{f}_i^{\text{ext},k} = \mathbf{b}_i^k + \hat{\boldsymbol{\tau}}_i^k \quad (3.2.53)$$

ただし,

$$\mathbf{G}_{ip}^k = \nabla N_i(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=\mathbf{X}_p^k} \quad (3.2.54)$$

同様にして, 式(3.2.35), (3.2.36)も離散化して時間 t^k で考えると

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}_p^{s,k} = \mathbf{T}_p^{s,k} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p^k \quad (3.2.55)$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p^k = \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=1}^{N_i} \left\{ \mathbf{G}_{ip}^k \mathbf{v}_i^k + (\mathbf{G}_{ip}^k \mathbf{v}_i^k)^T \right\} \quad (3.2.56)$$

ここで,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_p^k = \boldsymbol{\varepsilon}_p(t^k), \quad \mathbf{T}_p^{s,k} = \mathbf{T}^s(\mathbf{X}_p, t^k) \quad (3.3.57)$$

であり, Δt は時間間隔であり, $\Delta t = t^k - t^{k-1}$ である。

また, 最後に密度 $\rho(\mathbf{x}, t)$ を Ω_p^t 上では定数となる時間に依存した値 $\rho_p(t)$ を用いて

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_{p=1}^{N_p} \rho_p(t) U_p(\mathbf{x}) \quad (3.2.58)$$

で表すことで, 質量保存則の式(3.2.1)より

$$\rho_p^{k+1} = \frac{\rho_p^k}{1 + \text{tr}(\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p^{k+1})} \quad (3.2.59)$$

となる。ただし, $\rho_p^k = \rho_p(t^k)$ である。

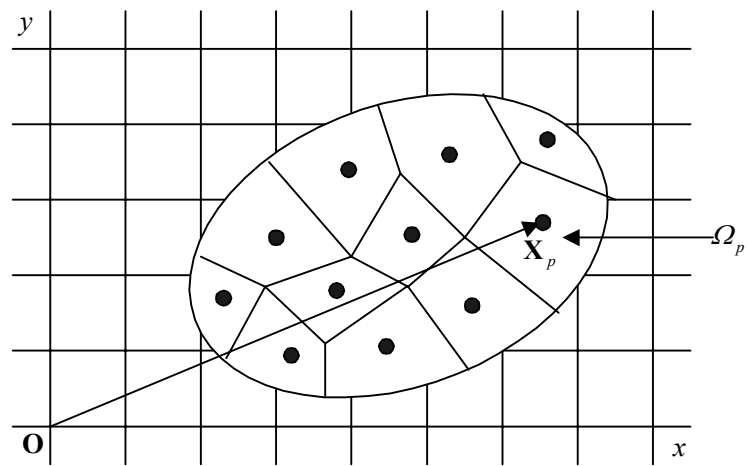


図 3.2.2.1 粒子群とバックグラウンドメッシュで表した連続体

3.2.3 アルゴリズム

前述したようにMPMのアルゴリズムは、FLAC 同様にUpdated-Lagrangian法と陽解法の組み合わせの構造をしている。具体的なFLACとの共通点は、座標系を逐次修正する点と、ひずみ増分 $\Delta\epsilon$ から微小変形理論と通じて応力増分 $\Delta\sigma$ を求める点である。また、Jaumann応力で剛体回転の影響を考慮する点も共通である。ただし、MPMは粒子の移動で座標系を修正しひずみ増分 $\Delta\epsilon$ および応力増分 $\Delta\sigma$ を求めるガウス積分点も移動するので、前述したようにFLAC以上に粒子の動きにより大変形および不連続体的挙動を表現できる。

現在、MPMには主に以下の4つのアルゴリズムが存在する。

MUSL (Modified Update Stress Last)

USF (Update Stress First)

USAVG (Update Stress Averaged)

GIMPM (Generalized Interpolation Material Point Method)

以下、それぞれのアルゴリズムについて示す。

1) MUSLのアルゴリズム

MUSLはSulsky et al. (1995)により示された手法であり現在用いられている一般的なMPMのアルゴリズムである。Sulsky et al. (1995) により提案された元来のMPMのアルゴリズムは、USL (Update Stress Last) と呼ばれ、MUSL中の運動量による格子点速度の計算を除いた構造をなしていた。しかし、この手法は解析が不安定である上、エネルギーの保存を満たさないことがわかり、その後Sulsky et al. (1995) によりMUSLに改善された。MUSL中の運動量による格子点速度の計算では、粒子が有する速度をなめす役割があり、このようにすることで数値誤差により発生した過度に大きい速度を平滑化することができる。さらに、運動量の保存を考慮することで、特に衝突問題でエネルギーの保存に関する精度を向上することができる。図3.2.3.1にMUSLのアルゴリズムのフローを示す。また、以下に具体的なアルゴリズムを示す。

a) 初期条件

はじめに、時刻歴計算を始める段階（解析ステップ $k = 0$ ）での処理を行う。ここでは、粒子がもつラグランジュ変数として初期座標 $\mathbf{x}_p^k = \{x_p^k, y_p^k\}^T$ (k はステップ数を表す)、初期

速度 $\mathbf{v}_p^k = \{v_{x_p}^k, v_{y_p}^k\}^T$ 、初期応力 $\boldsymbol{\sigma}_p^k = \sigma_{ij_p}^k$ 、初期ひずみ $\boldsymbol{\epsilon}_p^k = \epsilon_{ij_p}^k$ および初期密度 ρ_p^k を設定する。

弾塑性構成則で履歴依存性を有するモデルを用いた場合で、別途、初期値設定が必要である場合はそれらの初期値も設定する必要がある。このとき、粒子 p がもつ質量 M_p は

$$M_p = \rho_p^k V_p \quad (3.2.60)$$

ここで、 $V_p = L^2/n_s^2$ であり、 n_s は格子一辺あたりの粒子の個数である。連続体を一定の質量をもった粒子としてモデル化しているので質量 M_p は時刻歴計算中不変の値となる。

b) 初期段階

ここではステップ k での計算を考える。この段階では各ステップで粒子のラグランジュ変数を更新するための準備として内挿関数等が計算される。今、粒子 p が格子点 i を有する格子内に存在しているとする。この格子での局所格子点番号を図 3.2.3.2 に示すように設定する。このとき、粒子 p の座標 $\mathbf{x}_p^k = \{x_p^k, y_p^k\}^T$ を用いて内挿関数 $S_i(\mathbf{x}_p^k)$ ($= S_{ip}^k$) およびその勾配関数 $\nabla(S_{ip}^k)$ ($= \mathbf{G}_{ip}^k = \{G_{xip}^k, G_{yip}^k\}^T$) が計算される。内挿関数をアイソパラメトリック正方要素で考えた場合、内挿関数は次式で表せる。

$$S_i(\mathbf{x}_p^k) = \frac{1}{4}(1 + \xi_i \xi_p^k)(1 + \eta_i \eta_p^k) \quad (3.2.61)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{1p}^k &= \frac{1}{A} \begin{Bmatrix} -l_x + (y_p^k - y_c) & -l_x + (x_p^k - x_c) \end{Bmatrix}^T, \quad \mathbf{G}_{2p}^k = \frac{1}{A} \begin{Bmatrix} l_y - (y_p^k - y_c) & -l_x - (x_p^k - x_c) \end{Bmatrix}^T \\ \mathbf{G}_{3p}^k &= \frac{1}{A} \begin{Bmatrix} -l_y + (y_p^k - y_c) & l_x - (x_p^k - x_c) \end{Bmatrix}^T, \quad \mathbf{G}_{4p}^k = \frac{1}{A} \begin{Bmatrix} l_y + (y_p^k - y_c) & l_x + (x_p^k - x_c) \end{Bmatrix}^T \end{aligned} \quad (3.2.62)$$

ここで、

$$\xi_p^k = \frac{x_p^k - x_c}{l_x}, \quad \eta_p^k = \frac{y_p^k - y_c}{l_y} \quad (3.2.63)$$

ただし、格子点番号として局所格子点番号を用いている。

格子点 i の質量 m_i^k は粒子 p の質量 M_p を用いて次式から求められる。

$$m_i^k = \sum_{p=1}^{N_p} M_p S_{ip}^k \quad (3.2.64)$$

ここで、 N_p は格子点 i を含む格子内に含まれる粒子の総数である。

次に、粒子 p の応力 $\sigma_{ij_p}^k$ を用いて内力としての格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{int},k} = \{f_{xi}^{\text{int},k}, f_{yi}^{\text{int},k}\}^T$ を求め、外力

としての格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{ext},k} = \{f_{xi}^{\text{ext},k}, f_{yi}^{\text{ext},k}\}^T$ を合わせて格子点の加速度 $\mathbf{a}_i^k = \{a_{xi}^k, a_{yi}^k\}^T$ を求める。

まず、内力としての格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{int},k}$ は、粒子 p の密度 ρ_p^k を用いて

$$f_{mi}^{\text{int},k} = - \sum_{p=1}^{N_p} \frac{M_p}{\rho_p^k} (G_{nip}^k \sigma_{nmp}^k) \quad (3.2.65)$$

外力としての格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{ext},k}$ は、体積力 $\mathbf{b}_i^k = \{b_{xi}^k, b_{yi}^k\}^T$ と接触力 $\mathbf{\tau}_i^k = \{\tau_{xi}^k, \tau_{yi}^k\}^T$ を用いて

$$\mathbf{f}_i^{\text{ext},k} = \mathbf{b}_i^k + \mathbf{\tau}_i^k \quad (3.2.66)$$

ここで,

$$\mathbf{b}_i^k = \sum_{p=1}^{N_p} M_p \mathbf{b}(\mathbf{x}_p^k, t^k) S_{ip}^k \quad (3.2.67)$$

$$\boldsymbol{\tau}_i^k = \int_{\partial\Omega_\tau} S_{ip}^k \boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}_p^k, t^k) dS \quad (3.2.68)$$

これらの格子点力を用いて格子点 i の加速度 \mathbf{a}_i^k は

$$\mathbf{a}_i^k = (\mathbf{f}_i^{\text{int},k} + \mathbf{f}_i^{\text{ext},k}) / m_i^k \quad (3.2.69)$$

格子点 i の加速度 \mathbf{a}_i^k を用いて次ステップ $k+1$ での格子点の速度 \mathbf{v}_i^{k+1} は

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{v}_i^k + \mathbf{a}_i^k \Delta t \quad (3.2.70)$$

c) 遷移段階

この段階では次のステップ $k+1$ に向け各粒子のラグランジュ変数を更新する。はじめに粒子 p の座標 \mathbf{x}_p^k は次式で更新される。

$$\mathbf{x}_p^{k+1} = \mathbf{x}_p^k + \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{v}_i^{k+1} S_{ip}^k \quad (3.2.71)$$

同様に、粒子 p の速度 \mathbf{v}_p^k を次式で更新する。

$$\mathbf{v}_p^{k+1} = \mathbf{v}_p^k + \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{a}_i^k S_{ip}^k \quad (3.2.72)$$

ここで, Sulsky et al. (1995) により提案された格子点 i での速度 \mathbf{v}_i^{k+1} の平滑化を行う。 \mathbf{v}_i^{k+1} を次式で再び求める。

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \sum_{p=1}^{N_p} M_p \mathbf{v}_p^{k+1} S_{ip}^k / m_i^k \quad (3.2.73)$$

次に、ステップ $k+1$ での粒子 p の応力 $\sigma_{ij_p}^{k+1}$ を求める。まず、応力増分 $\Delta\sigma_{ij_p}^{k+1}$ を求めるため

粒子 p のひずみ増分 $\Delta\varepsilon_{ij_p}^{k+1}$ を次式から求める。

$$\Delta\varepsilon_{mn_p}^{k+1} = \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=1}^{N_n} (G_{mip}^k v_{ni}^{k+1} + G_{nip}^k v_{mi}^{k+1}) \quad (3.2.74)$$

ただし、せん断ひずみ $\Delta\gamma_{xy_p}^{k+1}$, $\Delta\gamma_{yx_p}^{k+1}$ に関しては

$$\Delta\gamma_{xy_p}^{k+1} = \Delta\gamma_{yx_p}^{k+1} = \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} (G_{xip}^k v_{yi}^{k+1} + G_{yip}^k v_{xi}^{k+1}) \quad (3.2.75)$$

物体の剛性マトリックスを T_{ijkl} としたとき

$$\Delta\sigma_{ij_p}^{k+1} = T_{ijkl} \Delta\varepsilon_{kl_p}^{k+1} \quad (3.2.76)$$

ここで、粒子 p のひずみ $\varepsilon_{ij_p}^{k+1}$ は

$$\varepsilon_{ij_p}^{k+1} = \varepsilon_{ij_p}^k + \Delta \varepsilon_{ij_p}^{k+1} \quad (3.2.77)$$

ここで、剛体回転の影響を考慮する。ここでは、この影響を取り入れるため Jaumann 率を用いる。このとき、応力増分 $\Delta \sigma_{ij_p}^{k+1}$ を用いてステップ $k+1$ での粒子 p の応力 $\sigma_{ij_p}^{k+1}$ は次式で更新される。

$$\sigma_{ij_p}^{k+1} = \sigma_{ij_p}^k + \Delta t (\sigma_{im_p}^k W_{mj_p}^k - W_{im_p}^k \sigma_{mj_p}^k) + \Delta \sigma_{ij_p}^{k+1} \quad (3.2.78)$$

ただし

$$W_{mn_p}^k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_n} (G_{mip}^k v_{ni}^{k+1} - G_{nip}^k v_{mi}^{k+1}) \quad (3.2.79)$$

また、粒子 p の密度 ρ_p^k は次式で更新される。

$$\rho_p^{k+1} = \rho_p^k / (1 + \Delta \varepsilon_{xx_p}^{k+1} + \Delta \varepsilon_{yy_p}^{k+1}) \quad (3.2.80)$$

以上の更新された変数を用いて次ステップでの計算を行う。

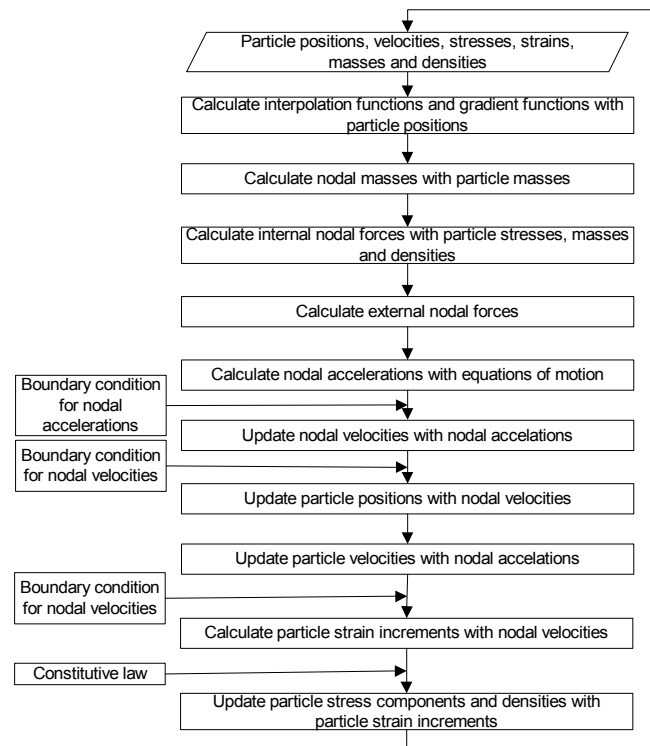


図 3.2.3.1 アルゴリズムのフロー

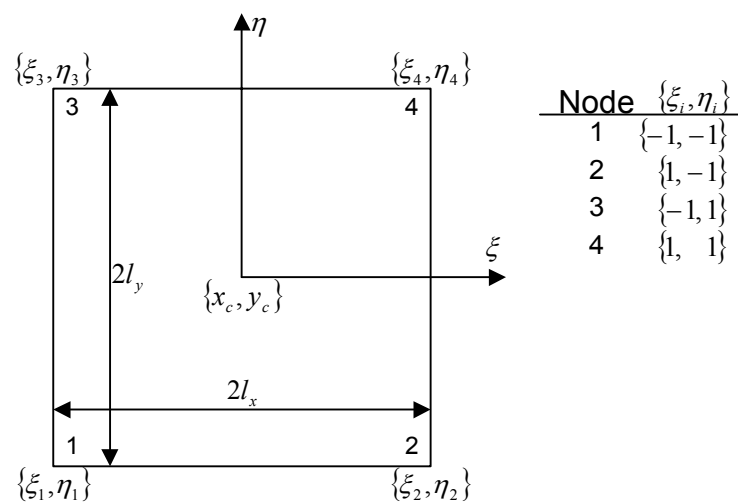


図 3.2.3.2 局所格子点番号と格子の配置

2) USFのアルゴリズム

USF は Bardenhagen (2002)により提案されたアルゴリズムである。この手法は USL と逆にアルゴリズムの始まりで応力，ひずみを更新する手法である。すなわち，はじめに応力，ひずみを更新しその後それらを用いて格子点の速度を更新する。図 3.2.3.3 に USF の解析フローを示す。以下に具体的なアルゴリズムを示す。

ステップ k での計算を考える。はじめに，粒子のラグランジュ変数を更新するための準備として内挿関数を計算する。今，粒子 p が格子点 i をもつ格子内に存在しているとする。はじめに，粒子 p の座標 $\mathbf{x}_p^k = \{x_p^k, y_p^k\}^T$ を用いて内挿関数 $S_i(\mathbf{x}_p^k)$ ($= S_{ip}^k$) およびその勾配関数 $\nabla(S_{ip}^k)$ ($= \mathbf{G}_{ip}^k = \{G_{xip}^k, G_{yip}^k\}^T$) を計算する。

次に，格子点 i の質量 m_i^k は，粒子 p の質量 M_p を用いて次式から求める。

$$m_i^k = \sum_{p=1}^{N_p} M_p S_{ip}^k \quad (3.2.81)$$

ここで， N_p は格子点 i が存在する格子中に含まれている粒子の総数である。

格子点 i の質量 m_i^k と粒子 p の速度 \mathbf{v}_p^k を用いて格子点 i の速度 \mathbf{v}_i^k を次式で求める。

$$\mathbf{v}_i^k = \sum_{p=1}^{N_p} M_p \mathbf{v}_p^k S_{ip}^k / m_i^k \quad (3.2.82)$$

次に，ステップ $k+1$ での粒子 p の応力 $\sigma_{ij_p}^{k+1}$ を求める。まず，応力増分 $\Delta\sigma_{ij_p}^k$ を求めるため

粒子 p のひずみ増分 $\Delta\epsilon_{ij_p}^k$ を次式から求める。

$$\Delta\epsilon_{mnp}^k = \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=1}^{N_n} (G_{mip}^k v_{ni}^k + G_{nip}^k v_{mi}^k) \quad (3.2.83)$$

ただし，せん断ひずみ $\Delta\gamma_{xy_p}^k$ ， $\Delta\gamma_{yx_p}^k$ に関しては

$$\Delta\gamma_{xy_p}^k = \Delta\gamma_{yx_p}^k = \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} (G_{xip}^k v_{yi}^k + G_{yip}^k v_{xi}^k) \quad (3.2.84)$$

物体の剛性マトリックスを T_{ijkl} としたとき

$$\Delta\sigma_{ij_p}^k = T_{ijkl} \Delta\epsilon_{kl_p}^k \quad (3.2.85)$$

ここで，粒子 p のひずみ $\epsilon_{ij_p}^{k+1}$ は

$$\epsilon_{ij_p}^{k+1} = \epsilon_{ij_p}^k + \Delta\epsilon_{ij_p}^k \quad (3.2.86)$$

大変形解析を行うときは，剛体回転の影響も考慮する必要がある。ここでは，この影響

を取り入れるため Jaumann 率を用いる。このとき、応力増分 $\Delta\sigma_{ij_p}^k$ を用いて粒子 p の応力 $\sigma_{ij_p}^k$ は次式で更新される。

$$\sigma_{ij_p}^{k+1} = \sigma_{ij_p}^k + \Delta t (\sigma_{im_p}^k W_{mj_p}^k - W_{im_p}^k \sigma_{mj_p}^k) + \Delta\sigma_{ij_p}^k \quad (3.2.87)$$

ただし

$$W_{mn_p}^k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_n} (G_{mip}^k v_{ni}^k - G_{nip}^k v_{mi}^k) \quad (3.2.88)$$

また、粒子 p の密度 ρ_p^k は次式で更新される。

$$\rho_p^{k+1} = \rho_p^k / (1 + \Delta\varepsilon_{xx_p}^k + \Delta\varepsilon_{yy_p}^k) \quad (3.2.89)$$

次に、粒子 p の応力 $\sigma_{ij_p}^{k+1}$ を用いて内力としての格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{int},k+1} = \{f_{xi}^{\text{int},k+1}, f_{yi}^{\text{int},k+1}\}^T$ を求め外力

としての格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{ext},k+1} = \{f_{xi}^{\text{ext},k+1}, f_{yi}^{\text{ext},k+1}\}^T$ を合わせて格子点の加速度 $\mathbf{a}_i^{k+1} = \{a_{xi}^{k+1}, a_{yi}^{k+1}\}^T$ を求める。まず、内力としての格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{int},k+1}$ は粒子 p の密度 ρ_p^{k+1} を用いて

$$f_{mi}^{\text{int},k+1} = - \sum_{p=1}^{N_p} \frac{M_p}{\rho_p^{k+1}} (G_{nip}^k \sigma_{nm_p}^{k+1}) \quad (3.2.90)$$

外力としての格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{ext},k+1}$ は体積力 $\mathbf{b}_i^{k+1} = \{b_{xi}^{k+1}, b_{yi}^{k+1}\}^T$ と接触力 $\boldsymbol{\tau}_i^{k+1} = \{\tau_{xi}^{k+1}, \tau_{yi}^{k+1}\}^T$ を用いて

$$\mathbf{f}_i^{\text{ext},k+1} = \mathbf{b}_i^{k+1} + \boldsymbol{\tau}_i^{k+1} \quad (3.2.91)$$

ここで、

$$\mathbf{b}_i^{k+1} = \sum_p^{N_p} M_p \mathbf{b}(\mathbf{x}_p^k, t^k) S_{ip}^k \quad (3.2.92)$$

$$\boldsymbol{\tau}_i^{k+1} = \int_{\partial\Omega_i} S_{ip}^k \boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}_p^k, t^k) dS \quad (3.2.93)$$

これらの格子点力を用いて格子点 i の加速度 \mathbf{a}_i^{k+1} は

$$\mathbf{a}_i^{k+1} = (\mathbf{f}_i^{\text{int},k+1} + \mathbf{f}_i^{\text{ext},k+1}) / m_i^k \quad (3.2.94)$$

格子点 i の加速度 \mathbf{a}_i^{k+1} を用いて次ステップ $k+1$ での格子点の速度 \mathbf{v}_i^{k+1} は

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{v}_i^k + \mathbf{a}_i^{k+1} \Delta t \quad (3.2.95)$$

次に、粒子 p の座標 \mathbf{x}_p^k が次式で更新される。

$$\mathbf{x}_p^{k+1} = \mathbf{x}_p^k + \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{v}_i^{k+1} S_{ip}^k \quad (3.2.96)$$

同様に、粒子 p の速度 \mathbf{v}_p^k を次式で更新する。

$$\mathbf{v}_p^{k+1} = \mathbf{v}_p^k + \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{a}_i^{k+1} S_{ip}^k \quad (3.2.97)$$

3) USAVGのアルゴリズム

USAVG (Update Stress Averaged) は Nairn (2003)により提案されたアルゴリズムである。このアルゴリズムは1解析ステップにおける時間増分を半分にして、前半で USF の操作を行い後半で MUSL の操作を行う手法である。このようにすることで、ひずみ増分 $\Delta\epsilon$ を2回の時間増分 $\Delta t/2$ で計算するため精度が向上し、数値誤差も少なくなる。また、エネルギーの保存も向上することが確認されている。図3.2.3.3に USAVG の解析フローを示す。以下、具体的なアルゴリズムを示す。

ステップ k での計算を考える。今、粒子 p が格子点 i をもつ格子内に存在しているとする。

はじめに、粒子 p の座標 $\mathbf{x}_p^k = \{x_p^k, y_p^k\}^T$ を用いて内挿関数 $S_i(\mathbf{x}_p^k)$ ($= S_{ip}^k$) およびその勾配関

数 $\nabla(S_{ip}^k)$ ($= \mathbf{G}_{ip}^k = \{G_{xip}^k, G_{yip}^k\}^T$) を計算する。

格子点 i の質量 m_i^k は粒子 p の質量 M_p を用いて次式から求められる。

$$m_i^k = \sum_{p=1}^{N_p} M_p S_{ip}^k \quad (3.2.98)$$

ここで、 N_p は格子点 i が存在する格子内に含まれている粒子の総数である。

格子点 i の質量 m_i^k と粒子 p の速度 \mathbf{v}_p^k を用いて \mathbf{v}_i^k を次式で求める。

$$\mathbf{v}_i^k = \sum_{p=1}^{N_p} M_p \mathbf{v}_p^k S_{ip}^k / m_i^k \quad (3.2.99)$$

次に、ステップ $k+1/2$ の粒子 p の応力 $\sigma_{ij_p}^{k+1/2}$ を求める。まず、応力増分 $\Delta\sigma_{ij_p}^k$ を求めるため

粒子 p のひずみ増分 $\Delta\epsilon_{ij_p}^k$ を次式から求める。

$$\Delta\epsilon_{mn_p}^k = \frac{\Delta t}{4} \sum_{i=1}^{N_n} (G_{mip}^k v_{ni}^k + G_{nip}^k v_{mi}^k) \quad (3.2.100)$$

ただし、せん断ひずみ $\Delta\gamma_{xy_p}^k$, $\Delta\gamma_{yx_p}^k$ に関しては

$$\Delta\gamma_{xy_p}^k = \Delta\gamma_{yx_p}^k = \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=1}^{N_n} (G_{xip}^k v_{yi}^k + G_{yip}^k v_{xi}^k) \quad (3.3.101)$$

物体の剛性マトリックスを T_{ijkl} としたとき

$$\Delta\sigma_{ij_p}^k = T_{ijkl} \Delta\epsilon_{kl_p}^k \quad (3.2.102)$$

ここで、粒子 p のひずみ $\epsilon_{ij_p}^{k+1/2}$ は

$$\epsilon_{ij_p}^{k+1/2} = \epsilon_{ij_p}^k + \Delta\epsilon_{ij_p}^k \quad (3.2.103)$$

大変形解析を行うときは回転の影響も考慮する必要がある。ここでは、この影響を取り入れるため Jaumann 率を用いる。このとき、応力増分 $\Delta\sigma_{ijp}^k$ を用いて粒子 p の応力 σ_{ijp}^k は次式で更新される。

$$\sigma_{ijp}^{k+1/2} = \sigma_{ijp}^k + \Delta t (\sigma_{im p}^k W_{mj p}^k - W_{im p}^k \sigma_{mj p}^k) + \Delta\sigma_{ijp}^k \quad (3.2.104)$$

ただし

$$W_{mn p}^k = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{N_n} (G_{mip}^k v_{ni}^k - G_{nip}^k v_{mi}^k) \quad (3.2.105)$$

また、粒子 p の密度 $\rho_p^{k+1/2}$ は次式で更新される。

$$\rho_p^{k+1/2} = \rho_p^k / (1 + \Delta\varepsilon_{xx p}^k + \Delta\varepsilon_{yy p}^k) \quad (3.2.106)$$

次に、粒子 p の応力 $\sigma_{ijp}^{k+1/2}$ を用いて内力としての格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{int},k+1} = \{f_{xi}^{\text{int},k+1}, f_{yi}^{\text{int},k+1}\}^T$ を求め外力

としての格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{ext},k+1} = \{f_{xi}^{\text{ext},k+1}, f_{yi}^{\text{ext},k+1}\}^T$ を合わせ格子点の加速度 $\mathbf{a}_i^{k+1} = \{a_{xi}^{k+1}, a_{yi}^{k+1}\}^T$ を求める。

まず、内力としての格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{int},k+1}$ は粒子 p の密度 $\rho_p^{k+1/2}$ を用いて

$$f_{mi}^{\text{int},k+1} = - \sum_{p=1}^{N_p} \frac{M_p}{\rho_p^{k+1/2}} (G_{nip}^k \sigma_{nm p}^{k+1/2}) \quad (3.2.107)$$

外力の格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{ext},k+1}$ は体積力 $\mathbf{b}_i^{k+1} = \{b_{xi}^{k+1}, b_{yi}^{k+1}\}^T$ と接触力 $\boldsymbol{\tau}_i^{k+1} = \{\tau_{xi}^{k+1}, \tau_{yi}^{k+1}\}^T$ を用いて

$$\mathbf{f}_i^{\text{ext},k+1} = \mathbf{b}_i^{k+1} + \boldsymbol{\tau}_i^{k+1} \quad (3.2.108)$$

ここで、

$$\mathbf{b}_i^{k+1} = \sum_{p=1}^{N_p} M_p \mathbf{b}(\mathbf{x}_p^k, t^k) S_{ip}^k \quad (3.2.109)$$

$$\boldsymbol{\tau}_i^{k+1} = \int_{\partial\Omega_i} S_{ip}^k \boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}_p^k, t^k) dS \quad (3.2.110)$$

これらの格子点力を用いて格子点 i の加速度 \mathbf{a}_i^{k+1} は

$$\mathbf{a}_i^{k+1} = (\mathbf{f}_i^{\text{int},k+1} + \mathbf{f}_i^{\text{ext},k+1}) / m_i^k \quad (3.2.111)$$

格子点 i の加速度 \mathbf{a}_i^{k+1} を用いて次ステップ $k+1$ での格子点 i の速度 \mathbf{v}_i^{k+1} は

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{v}_i^k + \mathbf{a}_i^{k+1} \Delta t \quad (3.2.112)$$

次に、粒子 p の座標 \mathbf{x}_p^{k+1} が次式で更新される。

$$\mathbf{x}_p^{k+1} = \mathbf{x}_p^k + \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{v}_i^{k+1} S_{ip}^k \quad (3.2.113)$$

同様に、粒子 p の速度 \mathbf{v}_p^k を次式で更新する。

$$\mathbf{v}_p^{k+1} = \mathbf{v}_p^k + \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{a}_i^{k+1} S_{ip}^k \quad (3.2.114)$$

ここで, Sulsky により提案された格子点の速度 \mathbf{v}_i^{k+1} の平滑化を行う. \mathbf{v}_i^{k+1} を次式で再び求める。

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \sum_{p=1}^{N_p} M_p \mathbf{v}_p^{k+1} S_{ip}^k / m_i \quad (3.2.115)$$

次に, ステップ $k+1$ での粒子 p の応力 $\sigma_{ij_p}^{k+1}$ を求める。まず, 応力増分 $\Delta\sigma_{ij_p}^{k+1}$ を求めるた

め粒子 p のひずみ増分 $\Delta\epsilon_{ij_p}^{k+1}$ を次式から求める。

$$\Delta\epsilon_{mn_p}^{k+1} = \frac{\Delta t}{4} \sum_{i=1}^{N_n} (G_{mip}^k v_{ni}^{k+1} + G_{nip}^k v_{mi}^{k+1}) \quad (3.2.116)$$

ただし, せん断ひずみ $\Delta\gamma_{xy_p}^{k+1}$, $\Delta\gamma_{yx_p}^{k+1}$ に関しては

$$\Delta\gamma_{xy_p}^{k+1} = \Delta\gamma_{yx_p}^{k+1} = \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=1}^{N_n} (G_{xip}^k v_{yi}^{k+1} + G_{yip}^k v_{xi}^{k+1}) \quad (3.2.117)$$

物体の剛性マトリックスを T_{ijkl} としたとき

$$\Delta\sigma_{ij_p}^{k+1} = T_{ijkl} \Delta\epsilon_{kl_p}^{k+1} \quad (3.2.118)$$

ここで, 粒子 p のひずみ $\epsilon_{ij_p}^{k+1}$ は

$$\epsilon_{ij_p}^{k+1} = \epsilon_{ij_p}^{k+1/2} + \Delta\epsilon_{ij_p}^{k+1} \quad (3.2.119)$$

大変形解析を行うときは回転の影響も考慮する必要がある。ここでは, この影響を取り入れるため Jaumann 率を用いる。このとき, 応力増分 $\Delta\sigma_{ij_p}^{k+1}$ を用いて粒子 p の応力 $\sigma_{ij_p}^{k+1/2}$ は次式で更新される。

$$\sigma_{ij_p}^{k+1} = \sigma_{ij_p}^{k+1/2} + \Delta t (\sigma_{im_p}^{k+1/2} W_{mj_p}^{k+1} - W_{im_p}^{k+1} \sigma_{mj_p}^{k+1/2}) + \Delta\sigma_{ij_p}^{k+1} \quad (3.2.120)$$

ただし

$$W_{mn_p}^{k+1} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{N_n} (G_{mip}^k v_{ni}^{k+1} - G_{nip}^k v_{mi}^{k+1}) \quad (3.2.121)$$

また, 粒子 p の密度 ρ_p^k は次式で更新される。

$$\rho_p^{k+1} = \rho_p^{k+1/2} / (1 + \Delta\epsilon_{xx_p}^{k+1} + \Delta\epsilon_{yy_p}^{k+1}) \quad (3.2.122)$$

以上の更新された変数を用いて次ステップでの計算を行う。

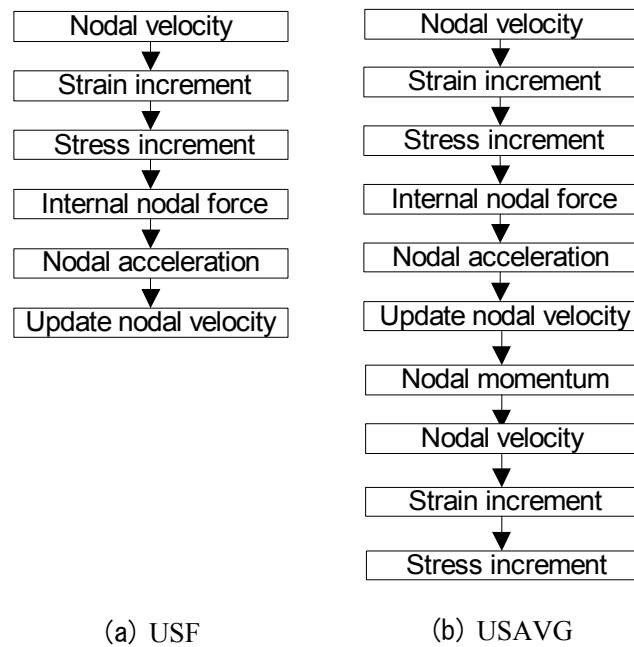


図 3.2.3.3 USF と USAVG の解析フロー

4) GIMPМのアルゴリズム

GIMPМ (Generalized Interpolation Material Point Method) は, Bardenhagen and Kober (2004) により提案されたアルゴリズムである。このアルゴリズムは内挿関数に重み関数を用いることで、境界付近で内挿関数を連続的に変化させる方法であり、特に MPM の欠点である、粒子がバックグラウンド格子を通過する際に発生するノイズを小さくすることができる。以下、支配方程式の離散化とアルゴリズムを示す。

a) 支配方程式の離散化

一般の MPM 同様に以下の式(3.2.17)の離散化を考える。

$$\int_{\Omega} \rho a_i w_i d\Omega = \int_{\partial\Omega_t} w_i \tau(t) dS - \int_{\Omega} \rho \sigma_{ij}^s w_{i,j} d\Omega + \int_{\Omega} \rho b_i w_i d\Omega \quad (3.2.17 \text{ 再閲})$$

図 3.2.2.1 に示すように連続体の形状領域が時刻 $t=0$ において Ω_p^0 ($p=1, \dots, N_p$) の副領域で構成されているとし、それぞれラグランジュ粒子で表現されとする。粒子 p が \mathbf{x}_p に位置しており、粒子が有する初期体積を V_p^0 とする。したがって、連続体の初期密度 $\rho^0(\mathbf{x})$ とすると、粒子の初期体積 V_p^0 、質量 M_p は、

$$V_p^0 = \int_{\Omega_p^0} dV \quad (3.2.123)$$

$$M_p = \int_{\Omega_p^0} \rho^0(\mathbf{x}) dV \quad (3.2.124)$$

と表せる。よって、粒子 p の初期密度 $\rho_p^0(\mathbf{x})$

$$\rho_p^0(\mathbf{x}) = \frac{M_p}{V_p^0} \quad (3.2.125)$$

粒子 p の速度 \mathbf{v}_p 、応力 $\boldsymbol{\sigma}_p$ は、体積積分を Ω_p^0 に対して行うことで以下のように表せる。

$$\mathbf{v}_p = \frac{1}{V_p} \int_{\Omega_p^0} \mathbf{v}(\mathbf{x}) dV \quad (3.2.126)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_p = \frac{1}{V_p} \int_{\Omega_p^0} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) dV \quad (3.2.127)$$

同様にして、粒子 p の体積力 \mathbf{b}_p は次式で表せる。

$$\mathbf{b}_p = \frac{1}{V_p} \int_{\Omega_p^0} \mathbf{b}(\mathbf{x}) dV \quad (3.2.128)$$

ここで、離散化を行うために、粒子特性関数 (particle characteristic functions) χ_p を以下の式により導入する。

$$\sum_{p=1}^{N_p} \chi_p^0(\mathbf{x}) = 1 \quad \forall \mathbf{x} \quad (3.2.129)$$

このとき、初期体積 V_p^0 は次式で表すことができる。

$$V_p^0 = \int_{\Omega_p^0} \chi_p(\mathbf{x}, t) dV \quad (3.2.130)$$

なお, $\chi_p = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p)$ とすれば, 従来の MPM と同様である。この関係を式(3.2.124)から式(3.2.128)に適用する。例えば, 物理量 f_p に対し以下の関係がある。

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{p=1}^{N_p} f_p \chi_p(\mathbf{x}) \quad (3.2.131)$$

このとき, 式 (3.2.17) は次式で表せる。

$$\sum_{p=1}^{N_p} \frac{M_p}{V_p} \int_{\Omega_p} \mathbf{w} \cdot \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} \chi_p dV = \int_{\partial\Omega_\tau} \mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\tau} dS - \sum_{p=1}^{N_p} \boldsymbol{\sigma}_p : \int_{\Omega_p} \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}} \chi_p dV + \sum_{p=1}^{N_p} \frac{M_p \mathbf{b}_p}{V_p} \int_{\Omega_p} \mathbf{w} \chi_p dV \quad (3.2.132)$$

次に, バックグラウンドメッシュに対する内挿関数について考える。 N_n 個の交点からなる Eulerian 格子 (バックグラウンドメッシュ) を粒子背面に用意する。これらの格子群は格子点の位置 $\mathbf{x}_i(t)$ ($i=1, \dots, N_n$) と座標上での任意の位置 \mathbf{x} の関数である形状関数 $N_i(\mathbf{x})$ をもったものとする。このとき, 任意のベクトル関数 $\mathbf{w}(\mathbf{x}, t)$ は

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{w}_i(t) N_i(\mathbf{x}) \quad (3.2.133)$$

$$\frac{\partial \mathbf{w}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{w}_i \frac{\partial N_i(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \quad (3.2.134)$$

形状関数 $N_i(\mathbf{x})$ は以下の特性を有するものとする。

$$\sum_{i=1}^{N_n} N_i(\mathbf{x}) = 1 \quad \forall \mathbf{x}, \quad \mathbf{x} \in \Omega_c \quad (3.2.135)$$

ここで, Ω_c はバックグラウンド格子が存在する計算領域である。

これらの式を(3.2.132)に適用すると以下の式を導出できる。

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{w}_i \cdot \left(\sum_{p=1}^{N_p} M_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} \frac{1}{V_p} \int_{\Omega_p \cup \Omega_i} N_i \chi_p dV \right) &= \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{w}_i \cdot \left(\int_{\partial\Omega_\tau} N_i \boldsymbol{\tau} dS \right) \\ &- \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{w}_i \cdot \left(\sum_{p=1}^{N_p} \int_{\Omega_p \cup \Omega_i} \boldsymbol{\sigma}_p \frac{\partial N_i}{\partial \mathbf{x}} \chi_p dV \right) + \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{w}_i \cdot \left(\sum_{p=1}^{N_p} M_p \mathbf{b}_p \int_{\Omega_p \cup \Omega_i} N_i \chi_p dV \right) \end{aligned} \quad (3.2.136)$$

ここで, Ω_i は形状関数 N_i がゼロでない領域である。

今, 内挿関数とその勾配関数を以下の式により定義する。

$$\bar{N}_{ip} = \frac{1}{V_p} \int_{\Omega_p \cup \Omega_i} N_i \chi_p dV \quad (3.2.137)$$

$$\frac{\partial \bar{N}_{ip}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{1}{V_p} \int_{\Omega_p \cup \Omega_i} \frac{\partial N_i}{\partial \mathbf{x}} \chi_p dV \quad (3.2.138)$$

任意のベクトル関数 $\mathbf{w}(\mathbf{x}, t)$ を消去し、式(3.2.137)と式(3.2.138)を用いると式(3.2.136)は次式のようになる。

$$\sum_{p=1}^{N_p} M_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} \bar{N}_{ip} = \int_{\partial\Omega_\tau} N_i \tau dS - \sum_{p=1}^{N_p} \boldsymbol{\sigma}_p V_p \frac{\partial \bar{N}_{ip}}{\partial \mathbf{x}} + \sum_{p=1}^{N_p} M_p \mathbf{b}_p \bar{N}_{ip} \quad (3.2.139)$$

よって、以下の式のようにまとめることができる。

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \mathbf{f}_i^{\text{int}} + \mathbf{f}_i^{\text{ext}} \quad (3.2.140)$$

ここで、

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \sum_{p=1}^{N_p} M_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} \bar{N}_{ip} \quad (3.2.141)$$

$$\mathbf{f}_i^{\text{int}} = - \sum_{p=1}^{N_p} \boldsymbol{\sigma}_p V_p \frac{\partial \bar{N}_{ip}}{\partial \mathbf{x}} \quad (3.2.142)$$

$$\mathbf{f}_i^{\text{ext}} = \int_{\partial\Omega_\tau} N_i \tau dS + \sum_{p=1}^{N_p} M_p \mathbf{b}_p \bar{N}_{ip} \quad (3.2.143)$$

質量保存則、応力ひずみ関係、ひずみと速度の関係は、従来の MPM と同様に離散化を行い以下のようになる。

$$\Delta \boldsymbol{\sigma}_p = \mathbf{T}_p : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p \quad (3.2.144)$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p = \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=1}^{N_p} \left\{ \mathbf{v}_i \cdot \frac{\partial \bar{N}_{ip}}{\partial \mathbf{x}} + \left(\mathbf{v}_i \cdot \frac{\partial \bar{N}_{ip}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \right\} \quad (3.2.145)$$

$$\rho_p^{k+1} = \frac{\rho_p^k}{1 + \text{tr}(\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p^{k+1})} \quad (3.2.146)$$

となる。ただし、 $\rho_p^k = \rho_p(t^k)$ である。

b) アルゴリズム

ステップ k での計算を考える。今、粒子 p が格子点 i をもつ格子内に存在しているとする。

はじめに、粒子 p の座標 $\mathbf{x}_p^k = \{x_p^k, y_p^k\}^T$ を用いて内挿関数 $N_i(\mathbf{x}_p^k)$ ($= \bar{N}_{ip}^k$) およびその勾配関数 $\nabla(\bar{N}_{ip}^k)$ ($= \mathbf{G}_{ip}^k = \{G_{x_{ip}}^k, G_{y_{ip}}^k\}^T$) を計算する。ここで、 \bar{N}_{ip}^k に三角関数を用いた場合は以下の式となる。

$$\bar{N}_i(\mathbf{x}_p^k) = \bar{N}_{xi}(\mathbf{x}_p^k) \cdot \bar{N}_{yi}(\mathbf{y}_p^k) \quad (3.2.147)$$

ここで、

$$\bar{N}_{xi}(\mathbf{x}_p) = \begin{cases} 0 & x_p - x_i \leq -L - l_p \\ \{L + l_p + (x_p - x_i)\}^2 / 4Ll_p & -L - l_p \leq x_p - x_i \leq -L + l_p \\ 1 + (x_p - x_i)/L & -L + l_p \leq x_p - x_i \leq -l_p \\ 1 - \{(x_p - x_i)^2 + l_p^2\} / 2Ll_p & -l_p \leq x_p - x_i \leq l_p \\ 1 - (x_p - x_i)/L & l_p \leq x_p - x_i \leq L - l_p \\ \{L + l_p - (x_p - x_i)\}^2 / 4Ll_p & L - l_p \leq x_p - x_i \leq L + l_p \\ 0 & L + l_p \leq x_p - x_i \end{cases}$$

$$\bar{N}_{yi}(\mathbf{y}_p) = \begin{cases} 0 & y_p - y_i \leq -L - l_p \\ \{L + l_p + (y_p - y_i)\}^2 / 4Ll_p & -L - l_p \leq y_p - y_i \leq -L + l_p \\ 1 + (y_p - y_i)/L & -L + l_p \leq y_p - y_i \leq -l_p \\ 1 - \{(y_p - y_i)^2 + l_p^2\} / 2Ll_p & -l_p \leq y_p - y_i \leq l_p \\ 1 - (y_p - y_i)/L & l_p \leq y_p - y_i \leq L - l_p \\ \{L + l_p - (y_p - y_i)\}^2 / 4Ll_p & L - l_p \leq y_p - y_i \leq L + l_p \\ 0 & L + l_p \leq y_p - y_i \end{cases}$$

L はバックグラウンドメッシュ長、 $2l_p$ は粒子サイズであり Bardenhagen and Kober (2004)

によれば初期の粒子サイズ $2l_p^i$ を用いている。

格子点 i の質量 m_i^k は粒子 p の質量 M_p を用いて次式から求められる。

$$m_i^k = \sum_{p=1}^{N_p} M_p \bar{N}_{ip}^k \quad (3.2.148)$$

ここで、 N_p は格子点 i を含む格子内に含まれる粒子の総数である。

次に、粒子 p の応力 $\sigma_{ij_p}^k$ を用いて内力としての格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{int},k} = \{f_{xi}^{\text{int},k}, f_{yi}^{\text{int},k}\}^T$ を求め、外力

としての格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{ext},k} = \{f_{x_i}^{\text{ext},k}, f_{y_i}^{\text{ext},k}\}^T$ を合わせて格子点の加速度 $\mathbf{a}_i^k = \{a_{x_i}^k, a_{y_i}^k\}^T$ を求める。

まず、内力としての格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{int},k}$ は、粒子 p の密度 ρ_p^k を用いて

$$f_{m_i}^{\text{int},k} = - \sum_{p=1}^{N_p} \frac{M_p}{\rho_p^k} \left(\sigma_{nmp}^k \frac{\partial \bar{N}_{ip}^k}{\partial x_n} \right) \quad (3.2.149)$$

外力としての格子点力 $\mathbf{f}_i^{\text{ext},k}$ は、体積力 $\mathbf{b}_i^k = \{b_{x_i}^k, b_{y_i}^k\}^T$ と接触力 $\boldsymbol{\tau}_i^k = \{\tau_{x_i}^k, \tau_{y_i}^k\}^T$ を用いて

$$\mathbf{f}_i^{\text{ext},k} = \mathbf{b}_i^k + \boldsymbol{\tau}_i^k \quad (3.2.150)$$

ここで、

$$\mathbf{b}_i^k = \sum_{p=1}^{N_p} M_p \mathbf{b}(\mathbf{x}_p^k, t^k) \bar{N}_{ip}^k \quad (3.2.151)$$

$$\boldsymbol{\tau}_i^k = \int_{\partial\Omega_\tau} N_{ip}^k \boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}_p^k, t^k) dS \quad (3.2.152)$$

これらの格子点力を用いて格子点 i の加速度 \mathbf{a}_i^k は

$$\mathbf{a}_i^k = (\mathbf{f}_i^{\text{int},k} + \mathbf{f}_i^{\text{ext},k}) / m_i^k \quad (3.2.153)$$

格子点 i の加速度 \mathbf{a}_i^k を用いて次ステップ $k+1$ での格子点の速度 \mathbf{v}_i^{k+1} は

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{v}_i^k + \mathbf{a}_i^k \Delta t \quad (3.2.154)$$

粒子 p の座標 \mathbf{x}_p^k は次式で更新される。

$$\mathbf{x}_p^{k+1} = \mathbf{x}_p^k + \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{v}_i^{k+1} \bar{N}_{ip}^k \quad (3.2.155)$$

同様に、粒子 p の速度 \mathbf{v}_p^k を次式で更新する。

$$\mathbf{v}_p^{k+1} = \mathbf{v}_p^k + \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{a}_i^k \bar{N}_{ip}^k \quad (3.2.156)$$

ここで、格子点 i での速度 \mathbf{v}_i^{k+1} の平滑化を行う。 \mathbf{v}_i^{k+1} を次式で再び求める。

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \sum_{p=1}^{N_p} M_p \mathbf{v}_p^{k+1} \bar{N}_{ip}^k / m_i^k \quad (3.2.157)$$

次に、ステップ $k+1$ での粒子 p の応力 σ_{ijp}^{k+1} を求める。まず、応力増分 $\Delta\sigma_{ijp}^{k+1}$ を求めるため

粒子 p のひずみ増分 $\Delta\varepsilon_{ijp}^{k+1}$ を次式から求める。

$$\Delta\varepsilon_{mnp}^{k+1} = \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=1}^{N_n} \left(\frac{\partial \bar{N}_{ip}^k}{\partial x_m} v_{ni}^{k+1} + \frac{\partial \bar{N}_{ip}^k}{\partial x_n} v_{mi}^{k+1} \right) \quad (3.2.158)$$

物体の剛性マトリックスを T_{ijkl} としたとき

$$\Delta\sigma_{ij\ p}^{k+1} = T_{ijkl}\Delta\epsilon_{kl\ p}^{k+1} \quad (3.2.159)$$

ここで、粒子 p のひずみ $\epsilon_{ij\ p}^{k+1}$ は

$$\epsilon_{ij\ p}^{k+1} = \epsilon_{ij\ p}^k + \Delta\epsilon_{ij\ p}^{k+1} \quad (3.2.160)$$

ここで、剛体回転の影響を考慮する。ここでは、この影響を取り入れるため Jaumann 率を用いる。このとき、応力増分 $\Delta\sigma_{ij\ p}^{k+1}$ を用いてステップ $k+1$ での粒子 p の応力 $\sigma_{ij\ p}^{k+1}$ は次式で更新される。

$$\sigma_{ij\ p}^{k+1} = \sigma_{ij\ p}^k + \Delta t \left(\sigma_{im\ p}^k W_{mj\ p}^k - W_{im\ p}^k \sigma_{mj\ p}^k \right) + \Delta\sigma_{ij\ p}^{k+1} \quad (3.2.161)$$

ただし

$$\Delta\epsilon_{mn\ p}^{k+1} = \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=1}^{N_n} \left(\frac{\partial \bar{N}_{ip}^k}{\partial x_m} v_{ni}^{k+1} - \frac{\partial \bar{N}_{ip}^k}{\partial x_n} v_{mi}^{k+1} \right) \quad (3.2.162)$$

また、粒子 p の密度 ρ_p^k は次式で更新される。

$$\rho_p^{k+1} = \rho_p^k / \left(1 + \Delta\epsilon_{xx\ p}^{k+1} + \Delta\epsilon_{yy\ p}^{k+1} \right) \quad (3.2.163)$$

以上の更新された変数を用いて次ステップでの計算を行う。

3.2.4 解析の安定性について

前述したようにMPMは陽解法である。したがって、陽解法特有の時間刻み Δt に関する以下の制約条件を満足する必要がある。

$$c\Delta t \leq L \quad (3.2.164)$$

ここで、 c は弾性波速さでありヤング率 E と密度 ρ を用いて次式で求められる。

$$c = \sqrt{E/\rho} \quad (3.2.165)$$

また、 L は背面格子長である。なお、York II (2000) によれば、1次元MPMでの弾性体の安定解析を行い、MPMではこの制約条件を満たす必要性を解析的に証明している。

さらにMPMでは、空間での離散化のスケールの影響は有限要素法と同様であるが、ラグランジュ粒子がバックグラウンド格子上を動く影響を考慮する必要がある。これは、MPMに拘らずPIC法が有する特徴および欠点であり、特に粒子が格子間を通過する際に発生するノイズについて留意する必要がある。

この原因として考えられていることが内挿関数と格子点加速度に係わるものである。ラグランジュ粒子がバックグラウンドメッシュの境界近傍に位置する時、当該境界以外の境界上に位置する格子点の内挿関数の値が小さくなる。このとき、式(3.2.64)から求められる格子点の質量はゼロに近くなる一方で、内挿関数の勾配関数を用いて式(3.2.65)から求められる格子点力がゼロにならないため、式(3.2.69)で求められる格子点加速度が過度に大きくなることで生じるノイズである。(図3.2.4.1参照)

このノイズにより解析が不安定になりうる。また、数値誤差の蓄積、特に加速度については異常なパルスが発生する。さらに、エネルギーの保存に対する精度が悪化することが言われている。特にバックグラウンドメッシュのメッシュサイズが小さい場合は、ラグランジュ粒子が背面格子境界に隣接する場合が増加するため、とりわけ留意する必要がある。このノイズを回避する方法としては、前述したBardenhagen and Kober (2004) による内挿関数に重み関数を用いることで、境界付近で内挿関数を連続的に変化させるGIMPがある。ただし、この手法を用いた場合、粒子サイズを新たな解析パラメータとして設定する必要がある。Bardenhagen and Kober (2004) によれば、初期状態での粒子サイズを用いれば、ひずみレベルが小さい弾性体の挙動については精度向上を図れることを示しているが、連続体が大変形し粒子サイズの変化を考慮しなければならなくなった場合の適用性や、粒子サイズの変化が解析の精度に及ぼす影響については明確になっていない。そこで、本研究では、浸透破壊のような大変形前のひずみレベルが小さい地盤の状態に焦点を置く現象についてはGIMPを適用し、その他の現象についてはMUSLまたはUSAVGを用いた。その際、解析の不安定性については、時間間隔を小さくすることや、変形係数を全体の挙動に影響を及ぼさない範囲で小さくすることで対応するものとした。

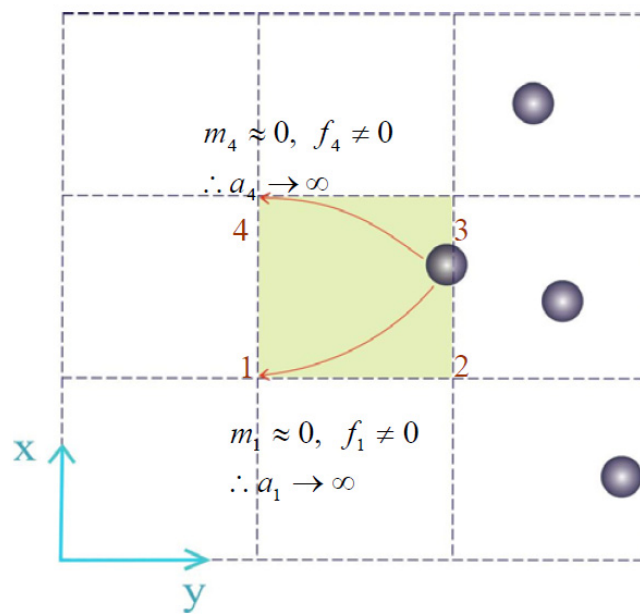


図 3.2.4.1 MPM でノイズが発生する構造

3.3 地盤の構成則

この節では、本研究で用いた地盤の構成則について示す。地盤の構成則は、鋼材やコンクリート等他の土木材料の構成則（ただし、クラック、鉄筋との相互作用、疲労破壊のモデル化は除く）に比べて複雑になる。具体的には、非線形特性、降伏・破壊強度の存在とともに、特に砂質土ではダイレイタンシー特性による、せん断時の体積ひずみ変化、繰返し載荷時のサイクリックモビリティによるせん断強度増加が挙げられる。さらに、地盤は間隙水を含むため、地盤の塑性体積変化が間隙水圧の変化につながり地盤の挙動に影響を及ぼすため、これらの影響も適切に考慮しなければならない。

一方で、既往の研究において数多くの地盤の弾塑性構成則が提案され、実務でも実際に適用されてきている。そこで、様々な地盤の条件下に対応できるよう、既往の地盤の弾塑性構成則の整理、整備および拡張を行い、MPM への適用を図った。具体的に扱った弾塑性構成則は以下のモデルである。

Drucker-Prager モデル (Drucker and Prager, 1952)

Mohr-Coulomb モデル (Coulomb, 1776)

SYS Cam-clay モデル (Asaoka, 2000; Noda et al., 2007)

岡・渦岡の砂の繰返しモデル (渦岡, 2000)

以下、それぞれのモデルの特徴を以下に示す。

1) Mohr-Coulomb モデル, Drucker-Prager モデル

主な解析パラメータは、ヤング係数、ポアソン比、粘着力、内部摩擦角、ダイレイタンシー角のみであり、これらの値は三軸圧縮試験、繰返し三軸試験より簡便に得られるため最も解析を行いやすい。ただし、降伏後のひずみ軟化・硬化を適切に表現できず、通常、弾完全塑性モデルとして用いられる。また、ダイレイタンシー角を一定値でしか表現できないことも欠点である。降伏関数には、Mohr-Coulomb モデル (Coulomb, 1776), Drucker-Prager モデル (Drucker and Prager, 1952) があり、前者の方が精度は良いが、後者は降伏関数が円で単純なため計算が楽で数値解析的に安定である。

2) SYS Cam-clay モデル

正規圧密粘土のモデルとして提案された Cam-clay モデル (Roscoe et al., 1963) に対し、上負荷面、下負荷面を追加したモデルである。上述した Cam-clay モデルが有する非排水条件下における塑性圧縮・膨張による硬化・軟化に加え、上負荷面により構造劣化に伴う塑性圧縮、下負荷面により過圧密解消に伴う塑性膨張を表現できる。一般の砂質地盤は土骨格構造の変化によるひずみ軟化が排水条件下でも生じ、特にセメンテーションが大きい地盤では顕著になる。本モデルは、上・下負荷面の移動速度を制御することで粘性土、中間土も含めたひずみ軟化挙動を考慮できる。

3) 岡・渦岡らの砂の繰返しモデル

移動硬化則を有した応力比一定の降伏関数に、Cam-clay 型の正規圧密線、塑性ポテンシ

ヤル線（限界状態線は変相応力比線と呼ばれる）を有したモデルである。Cam-clay モデルとは前述したように非排水条件下での塑性圧縮・膨張によるダイレイタンスの正負の変化を表現できるモデルであるが、本モデルは塑性ポテンシャル線により過圧密領域での塑性圧縮領域を拡大させて、繰返し载荷とともに負のダイレイタンスを制御できるモデルである。したがって、特に液状化解析への適用性が良い。

これらの特徴から、Mohr-Coulomb モデル、Drucker-Prager モデルは、排水条件下のひずみ軟化や、ダイレイタンスの変化が大きな影響を及ぼさない現象について、SYS Cam-clay モデルは、排水条件下でのひずみ軟化が大きな影響を及ぼす現象について、岡・渦岡らの砂の繰返しモデルは、液状化が大きな影響を及ぼす現象について有用性があると考えられる。そこで、本研究では、以上の点を踏まえそれぞれのモデルを以下の現象に適用するものとした。

Mohr-Coulomb モデル、Drucker-Prager モデル・・・盛土の浸透破壊

理由：浸透水の影響が最も大きい現象であり、地盤の特性としては、降伏応力の大きさと初期のダイレイタンスの大きさが特に重要である。崩壊までのひずみレベルは非常に小さいことから、崩壊に至るまではダイレイタンスを一定と見なすことができる。

SYS Cam-clay モデル・・・地震時の斜面崩壊

理由：地震時の斜面崩壊を取扱う際は、慣性力により発生したすべり線中で、せん断強度がひずみ軟化により低下する挙動を扱う必要がある。この際、排水条件下でのひずみ軟化は重要な挙動であり、SYS Cam-clay モデルを用いる上で適切な現象と考えられる。

岡・渦岡らの砂の繰返しモデル・・・開削トンネルの浮上り等の液状化現象

理由：液状化においては、繰返し载荷に伴う負のダイレイタンスの制御が必要であり、また、繰返し三軸試験の同定を行う必要もある。当該モデルは繰返し三軸試験結果を適切に再現でき、負のダイレイタンスの制御も可能なことから適切なモデルと考えられる。

また、土石流の流動解析では、前述したように柱粒子の集合を用いたモデルを用いている。この際、なるべく解析パラメータを少なくすることを目的に、Drucker-Prager モデルを構成則として用いるものとした。

本節では、以上の背景の基、各弾塑性構成則の詳細と、本研究で行ったモデルの拡張について示す。

3.3.1 Drucker-Pragerモデル

ここでは、降伏関数 f 、塑性ポテンシャル関数 g としてDrucker-Pragerモデル (Drucker and Prager, 1952)を用いた場合の構成式を示す。硬化則として複合硬化によるひずみ硬化体を考え、流れ則は非関連流れ則を考える。このとき降伏関数 f 、塑性ポテンシャル関数 g は次式で表される。

$$f = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k(\varepsilon_p) = 0 \quad (3.3.1)$$

$$g = \alpha_g I_1 + \sqrt{J_2} - \text{const} = 0 \quad (3.3.2)$$

ここで、

$$\alpha_g = \frac{2 \sin \psi}{\sqrt{3}(3 - \sin \psi)} \quad (3.3.3)$$

ψ はダイレイタンシー角を表す。

ここで、移動硬化を考える際、塑性ひずみ増分 $\Delta \varepsilon_{ij}^p$ に対して陰的に α_{ij} を降伏関数 f に取り込むため、以後の計算を応力 σ_{ij} の代わりに低減応力テンソル $\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} - \alpha_{ij}$ を用いて計算する。すなわち、

$$\bar{I}_1 = \bar{\sigma}_{ii} \quad (3.3.4)$$

$$\bar{J}_2 = \frac{1}{2} \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij} \quad (3.3.5)$$

$$\bar{J}_3 = \frac{1}{3} \bar{s}_{ij} \bar{s}_{jk} \bar{s}_{ki} \quad (3.3.6)$$

と定義された不変量を用いる。ただし、 $\bar{s}_{ij} = s_{ij} - (\alpha_{ij} - \alpha_{kk} \delta_{ij} / 3)$ である。移動硬化パラメータ α_{ij} に関しては、

$$\Delta \alpha_{ij} = c(1 - M) \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \Delta \lambda = c(1 - M) \left(\alpha_g \delta_{ij} + \frac{1}{2\sqrt{J_2}} s_{ij} \right) \Delta \lambda \quad (3.3.7)$$

により求められる。ここで、 c 、 $\Delta \lambda$ は定数である。 M は移動硬化の度合いを考慮する係数であり、 $M=1$ のとき移動硬化なしとなる。

次に硬化係数 H' と硬化パラメータ k をもとめる。はじめに等価塑性応力 σ_e を以下のように定義する。等価塑性ひずみ ε_p および低減等価塑性ひずみ $\bar{\varepsilon}_p$ との関係として

$$\Delta \sigma_e = H_p \Delta \varepsilon_p = H_p M \Delta \bar{\varepsilon}_p \quad (3.3.8)$$

と表せる。ここで、 H_p は塑性係数と呼ばれる硬化の特徴を支配するパラメータであり、硬化体はそれが負の値のときひずみ軟化、正の値のときひずみ硬化を示すようになる。なお、定数 c に関して、Chen (1990) により H_p と関係があることがVon Misesを用いた解析により示されている。

ここで、硬化パラメータ k との関係として

$$k(\varepsilon_p) = A\sigma_e^n \quad (3.3.9)$$

と表す。ここで、 A および n は実験結果から求められる定数である。

定数 A および n については、一軸圧縮試験を考慮して応力成分として σ_{xx} のみを考えることで決定することができる。このとき $I_1 = \sigma_{xx}$ 、 $J_2 = \sigma_{xx}/\sqrt{3}$ となり、以下の関係を導ける。

$$A = \alpha + \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad n = 1 \quad (3.3.10)$$

以上から、

$$k(\bar{\varepsilon}_p) = \left(\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \sigma_e \quad (3.3.11)$$

次に等価塑性ひずみ増分 $\Delta\bar{\varepsilon}_p$ は

$$\Delta\bar{\varepsilon}_p = CM \sqrt{\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}} \Delta\lambda \quad (3.3.12)$$

と表せる。ここで、一軸圧縮試験を考慮し応力成分として σ_{xx} のみを考えると次式が表せる。

$$\Delta\varepsilon_{xx}^p = \Delta\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{xx}} \quad (3.3.13)$$

ここで、 $\Delta\bar{\varepsilon}_p = \Delta\varepsilon_{xx}^p$ を仮定すると、

$$C = \frac{\frac{\partial g}{\partial \sigma_{xx}}}{M \sqrt{\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}}} \quad (3.3.14)$$

と表せる。さらに次式

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_{xx}} = \alpha_g + \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \alpha_g \delta_{ij} + \frac{s_{ij}}{2\sqrt{J_2}} \quad (3.3.15)$$

から C は

$$C = \frac{\alpha_g + 1/\sqrt{3}}{M \sqrt{3\alpha_g^2 + 1/2}} \quad (3.3.16)$$

となる。以上から、等価塑性ひずみ増分 $\Delta\bar{\varepsilon}_p$ は次式で表せる。

$$\Delta\bar{\varepsilon}_p = \left(\alpha_g + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \Delta\lambda \quad (3.3.17)$$

よって、

$$\Delta\sigma_e = \left(\alpha_g + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) MH_p \Delta\lambda \quad (3.3.18)$$

したがって、硬化パラメータの増分 Δk は

$$\Delta k = \left(\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \left(\alpha_g + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) M H_p \Delta \lambda \quad (3.3.19)$$

よって、硬化パラメータ k は

$$k = k_0 + \Delta k = k_0 + \left(\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \left(\alpha_g + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) M H_p \frac{H_{ij} \Delta \varepsilon_{ij}^p}{H} \quad (3.3.20)$$

と表せる。また、硬化係数 H' を上式で表すと

$$\begin{aligned} H' &= -CM \frac{\partial f}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \bar{\varepsilon}_p} \sqrt{\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}} \\ &= -CM \frac{\partial f}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \sigma_e} \frac{\partial \sigma_e}{\partial \bar{\varepsilon}_p} \sqrt{\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}} \\ &= M \left(\alpha_g + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \left(\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) H_p \left(H_p = \frac{d\sigma_e}{d\bar{\varepsilon}_p} \right) \end{aligned} \quad (3.3.21)$$

と表せる。以上示した値を用いれば構成則を表すことができる。

さらに、このモデルに引張強度を加味する。本研究で用いるモデルの $I_1 - \sqrt{J_2}$ 空間内での概要を図3.3.1.1に示す。

引張強度を加味するためTension-Cut-Offモデルを用いる。すなわち、

$$f_t = I_1 - k_t = 0 \quad (3.3.22)$$

として $f_t > 0$ のとき

$$\sigma_{ij} = k_t \delta_{ij} / 3 \quad (3.3.23)$$

として応力を更新し $f_t \leq 0$ のときはDrucker-Pragerモデルを用いた応力更新を行う。

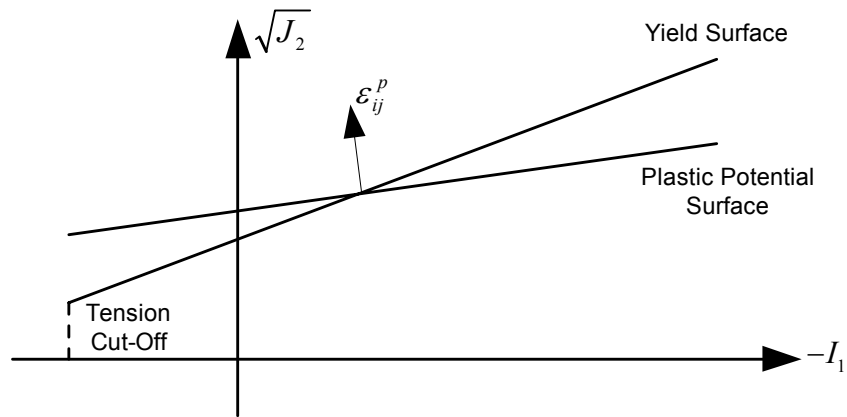


図 3. 3. 1. 1 $I_1 - \sqrt{J_2}$ 空間における Drucker-Prager モデルの概要

3.3.2 Mohr-Coulombモデル

ここでは、降伏関数 f 、塑性ポテンシャル関数 g としてMohr-Coulombモデル(Coulomb, 1776)を用いた場合の構成式を示す。なお、本モデルでは硬化則を用いない場合を考える。

Mohr-Coulombモデル降伏関数 f は次式により表せる。

$$f = \sigma_1 - \sigma_3 N_\phi + 2c\sqrt{N_\phi} \quad (3.3.24)$$

ここで、最大主応力 σ_1 、最小主応力 σ_3 であり、 c は粘着力、 N_ϕ は次式で求められる。

$$N_\phi = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (3.3.25)$$

ここで、 ϕ は内部摩擦角である。

弾性状態での主応力を以下のように定義する。

σ_1^e : 弾性状態での最大主応力

σ_2^e : 弾性状態での中間主応力

σ_3^e : 弾性状態での最小主応力

これらの値から(3.3.24)で降伏関数を計算し、応力状態が降伏関数を超えた場合は、次式で塑性状態での主応力 σ_1^p 、 σ_2^p 、 σ_3^p を求め、応力状態を更新する。

$$\sigma_1^p = \sigma_1^e - \lambda(K - GN_\psi) \quad (3.3.26)$$

$$\sigma_2^p = \sigma_2^e - \lambda G(1 - N_\psi) \quad (3.3.27)$$

$$\sigma_3^p = \sigma_3^e - \lambda(-KN_\psi + G) \quad (3.3.28)$$

ここで、 K は体積弾性係数、 G はせん断係数であり、 N_ψ 、 λ は次式で表せる。

$$N_\psi = \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \quad (3.3.29)$$

$$\lambda = \frac{f}{(K - GN_\psi) - (-KN_\psi + G)N_\phi} \quad (3.3.30)$$

ここで、 ψ はダイレイタンシー角である。

3.3.3 SYS Cam-clayモデル

SYS Cam-clay (Super/subloading Yield Surface Cam-clay model) モデルとは、ケンブリッジの研究グループによる Cam-clay モデル (Roscoe et al, 1963) を降伏関数として、関口・太田らの異方性の表現 (Sekiguchi and Ohta, 1976; Iizuka and Ohta, 1987), 橋口らの下負荷面モデルによる過圧密の解消 (Hashiguchi, 1980; 橋口ら, 1996), 浅岡らの上負荷面モデルによる構造劣化の表現 (Asaoka et al, 2000) による構造劣化の表現を考慮したモデルである。これらを組み合わせることにより、下負荷面は比較的小さいひずみ領域での応力ひずみ関係の非線形性において重要な役割を果たす過圧密の解消とそれに伴う塑性膨張と硬化を下負荷面の拡大で表現し、上負荷面は構造が発達した状態を上負荷面の大きさで表現しつつ構造の破壊による塑性収縮と軟化を上負荷面の縮小で表現することが考慮できる。また、回転硬化を考慮することで異方性の影響も考慮する。前者の下負荷面の挙動は粘性土において特に顕著であり、後者の上負荷面の挙動が砂質土において特に顕著である。これらの挙動を組み合わせることで、中間土も含めた様々な種類の土の挙動を表現することができる。

ただし、本研究ではオリジナルの SYS Cam-clay モデルを用いるのではなく、降伏関数については Cam-Clay モデルや関口・太田モデル Sekiguchi and Ohta, 1976; Iizuka and Ohta, 1987) の一般形であり、降伏面上に特異点が存在しない大野ら (2006) による「EC モデル」を用いて解析的な安定性に配慮した。また、橋口らの移動硬化とせん断硬化 (橋口ら, 1996) も考慮できるようにした。

以上のモデルが有する上負荷面、回転硬化、移動硬化、せん断硬化、下負荷面の力学的な特徴を列挙すると以下のようである。

- ・上負荷面は、土の構造を表現する。
- ・回転硬化は、応力の作用による異方向性の発達を表現する。
- ・移動硬化は、応力の履歴経路の荷重の折り返し時の非線形性を表現する。
- ・せん断硬化は、限界状態線到達後のせん断強度とひずみの関係を表現する。
- ・下負荷面は、比較的小さいひずみ領域での応力ひずみ関係の非線形性を表現する。

本項では、モデルの導出に加え、各解析パラメータの特性についても示す。

a) モデルの導出

ここでは、 q , p 平面を用いてモデルの導出を行うものとする。

①上負荷面、下負荷面および正規降伏面との関係

上負荷面と下負荷面および正規降伏面の関係を図 3.3.3.1 に示す。点線で示す正規降伏面の外に $(0, 0)$ を相似中心と考えて正規降伏面と相似な上負荷面を考える。このときの相似比を R^* とする。次に、 $(\bar{p}'_\alpha, \bar{q}'_\alpha)$ を相似中心として発生している応力を面上にもつ下負荷面を上負荷面の内側に定義し相似比を R とする。よって、上負荷面を考慮したため正規降伏面は通常の場合の正規降伏面と $R^* = 1$ の場合のみ一致する。上負荷面は過圧密比を決める応力状態となり、 $1/R^*$ が過圧密比となる。そして、正規降伏面は現状の土が構造を失って最も軟化した状態で正規降伏面と一致する。

ここで、上述したように下負荷面の相似中心点を $(\bar{p}'_\alpha, \bar{q}'_\alpha)$ 、上負荷面で $(0, 0)$ に相当する下負荷面での相似点を $(\tilde{p}'_s, \tilde{q}'_s)$ とする。このとき、相似比と以下の関係がある。

$$R = \frac{\bar{p}'_0 - \tilde{p}'_s}{\tilde{p}'_0}, \quad 0 < R < 1 \quad (3.3.31)$$

$$R^* = \frac{p'_0}{\tilde{p}'_0}, \quad 0 < R^* < 1 \quad (3.3.32)$$

ここで、 \tilde{p}'_0 , p'_0 , \bar{p}'_0 はそれぞれ上負荷面、正規降伏面および下負荷面の p 軸との交点である。ただし、 \bar{p}'_0 は上負荷面での \tilde{p}'_0 に相当する下負荷面での相似な点である。

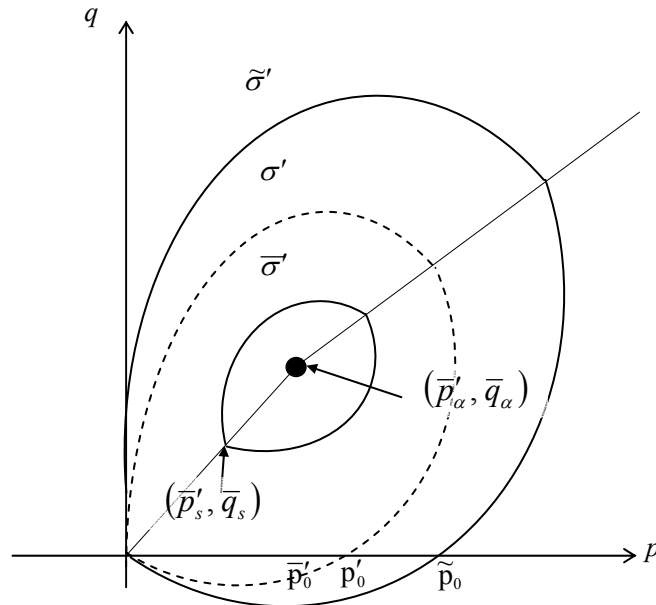


図3.3.3.1 上負荷面、下負荷面および正規降伏面との関係

以上の関係は、下負荷面と上負荷面、正規降伏面と上負荷面はそれぞれ相似な配置となることを示している。例えば図 3.3.3.2 に示すように、下負荷面が移動することで、上負荷面の形状が変化し、正規降伏面の形状も変化する。

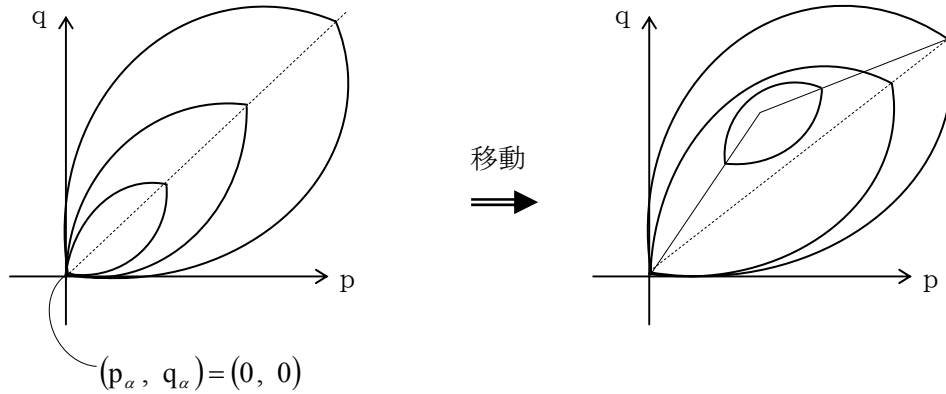


図 3.3.3.2 上負荷面、下負荷面および正規降伏面における相似な配置関係

②上負荷面、下負荷面および正規降伏面

次に、上負荷面、下負荷面および正規降伏面の関数表示について考える。

まず、正規降伏面を大野ら（2004）により提案された EC モデルにて表現する。

$$f(\bar{\sigma}', \varepsilon_v^\rho, z) = MD_{lm} \frac{\bar{p}'}{\bar{p}_0} + \frac{D}{n_E M^{n_E-1}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \|\eta_{ij} - \eta(0)_{ij}\| \right)^{n_E} - \varepsilon_v^\rho - z \quad (3.3.33)$$

ここで、 M は限界状態線の傾き、 D はダイレイタンシー係数であり、 $D = (\lambda - \kappa)/Mv_0$ (λ : 圧縮指数、 κ : 膨張指数、 v_0 : 初期比体積) である。 ε_v^ρ は体積硬化、 z は橋口のせん断硬化

のパラメータ、 $\eta_{ij} = \bar{S}_{ij} / \bar{p}'$ (\bar{S}_{ij} は偏差応力テンソル)、 n_E は EC モデルのパラメータである。

大野らは $\eta^* = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\eta_{ij} - \eta(0)_{ij}\|$ を表記として用いているが、ここでは上式のように用いないものとする。

下負荷面を f_s とすると

$$f_s(\bar{\sigma}', \varepsilon_v^\rho, z) = MD_{ln} \frac{\bar{p}' - \bar{p}_s'}{\bar{p}_0' - \bar{p}_s'} + \frac{D}{n_E M^{n_E-1}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \frac{\bar{S}_{ij} - \bar{S}_{sij}}{\bar{p}' - \bar{p}_s'} - \frac{\bar{S}_{\alpha ij} - \bar{S}_{sij}}{\bar{p}_\alpha' - \bar{p}_s'} \right\| \right)^{n_E} - \varepsilon_v^\rho - z \quad (3.3.34)$$

ここで、相似の関係から $\frac{\bar{S}_{\alpha ij} - \bar{S}_{sij}}{\bar{p}'_\alpha - \bar{p}'_s}$ は(3.3.33)中の正規降伏面の $\eta_{(0)ij}$ と同じになる。

よって、

$$f_s(\bar{\sigma}', \varepsilon_v^\rho, z) = MD_{lm} \frac{\bar{p}' - \bar{p}'_s}{\bar{p}'_0 - \bar{p}'_s} + \frac{D}{M^{n_E-1}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \frac{\bar{S}_{ij} - \bar{S}_{sij}}{\bar{p}' - \bar{p}'_s} - \eta_{(0)ij} \right\| \right)^{n_E} - \varepsilon_v^\rho - z \quad (3.3.35)$$

ここで

$$\frac{R^*}{R} = \frac{\tilde{p}'_0}{\bar{p}'_0 - \bar{p}'_s} \cdot \frac{p'_0}{\tilde{p}'_0} = \frac{p'_0}{\bar{p}'_0 - \bar{p}'_s} \quad \text{より} \quad \bar{p}'_0 - \bar{p}'_s = \frac{R}{R^*} p'_0 \quad \text{となる。}$$

下負荷面と上負荷面は相似な配置なので、 $R(\bar{p}_\alpha, \bar{q}_\alpha) = (\bar{p}_\alpha - \bar{p}_s, \bar{q}_\alpha - \bar{q}_s)$ の関係がある。
よって、

$$\bar{p}'_s = (1-R)\bar{p}'_\alpha, \quad \bar{q}_s = (1-R)\bar{q}_\alpha \quad (3.3.36)$$

以上から $\bar{s}_{sij} = (1-R)\bar{s}_{\alpha ij}$ の関係も成立する。したがって、

$$\begin{aligned} f_s(\bar{\sigma}, \varepsilon_v^\rho, z) &= MD_{ln} \frac{\bar{p}' - (1-R)\bar{p}'_\alpha}{p'_0} \cdot \frac{R^*}{R} + \frac{D}{M^{n_E-1}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \frac{\bar{s}_{ij} - (1-R)\bar{s}_{\alpha ij}}{\bar{p}' - (1-R)\bar{p}'_\alpha} - \eta_{(0)ij} \right\| \right)^{n_E} - \varepsilon_v^\rho - z \\ f_s(\bar{\sigma}', \varepsilon_v^\rho, z) &= MD_{ln} \frac{\bar{p}' - (1-R)\bar{p}'_\alpha}{p'_0} + MD_{ln} R^* - MD_{ln} R \\ &\quad + \frac{D}{M^{n_E-1}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \frac{\bar{s}_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{\bar{p}' - (1-R)\bar{p}'_\alpha} - \eta_{(0)ij} \right\| \right)^{n_E} - \varepsilon_v^\rho - z \end{aligned} \quad (3.3.37)$$

以上より f_s を正規降伏面 p'_0 と R , R^* と応力 $\bar{\sigma}'$ で表すことができる。なお、 $R = R^* = 1$ の場合は EC モデルの正規降伏関数と一致することとなる。

③相似中心の移動則

相似中心の移動則を考える。相似中心は常に上負荷面の内側にあるので、相似中心 σ'_α が $R=1$ の条件で上負荷面上に一致した場合を考える。このとき

$$f(\sigma'_\alpha) = MD_{ln} \frac{p'_\alpha}{p_0} + \frac{D}{M^{n_E-1}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \eta_{ij} - \eta_{0ij} \right\| \right)^{n_E} + MD_{ln} R^* \leq \int_0^t (\dot{\varepsilon}_v^\rho + \dot{z}) J dt \quad (3.3.38)$$

両辺を時間微分すると

$$\frac{\partial f(\sigma'_{\alpha ij})}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \cdot \dot{\sigma}'_{\alpha ij} + \frac{\partial f(\eta_{0ij})}{\partial \eta_{0ij}} \cdot \dot{\eta}_{0ij} + \frac{MD}{R^*} \cdot \dot{R}^* \leq J(\dot{\epsilon}_v^p + \dot{z}) \quad (3.3.39)$$

なお, $J = \frac{1+e}{1+e_0}$ である。ここで, 剛体回転について Jaumann 微分を用いて下式で考慮する。

$$\overset{\circ}{\sigma}'_{\alpha ij} = \dot{\sigma}'_{\alpha ij} + \dot{\sigma}_{\alpha kl} W_{klj} - W_{ijkl} \dot{\sigma}_{\alpha kl} \quad (3.3.40)$$

$$\overset{\circ}{\eta}_{0ij} = \dot{\eta}_{0ij} + \dot{\eta}_{0kl} W_{klj} - W_{ijkl} \dot{\eta}_{0kl} \quad (3.3.41)$$

ここで $\frac{\partial f(\sigma_\alpha)}{\partial \sigma_{\alpha ij}}$ と $\frac{\partial f(\eta_0)}{\partial \eta_{0ij}}$ の対称性から,

$$\frac{\partial f(\sigma_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \overset{\circ}{\sigma}'_{\alpha ij} + \frac{\partial f(\eta_0)}{\partial \eta_{0ij}} \overset{\circ}{\eta}_{0ij} + \frac{MD}{R^*} \cdot \dot{R}^* - J(\dot{\epsilon}_v^p + \dot{z}) \leq 0 \quad (3.3.42)$$

ここで $\frac{\partial f(\sigma_\alpha)}{\partial \sigma_{\alpha ij}}$ の単位ベクトルを \hat{n}_{\sim} とすると

$$\frac{\left\| \frac{\partial f(\sigma'_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \right\|^2}{\left\| \frac{\partial f(\sigma_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \right\|} \hat{n}_{\sim} \cdot \overset{\circ}{\sigma}'_{\alpha ij} + \frac{\partial f(\eta_0)}{\partial \eta_{0ij}} \overset{\circ}{\eta}_{0ij} + \frac{MD}{R^*} \cdot \dot{R}^* - J(\dot{\epsilon}_v^p + \dot{z}) \leq 0 \quad (3.3.47)$$

$$\therefore \hat{n}_{\sim} \cdot \overset{\circ}{\sigma}'_{\alpha ij} - \frac{\left\| \frac{\partial f(\sigma'_\alpha)}{\partial \sigma_{\alpha ij}} \right\|}{\left\| \frac{\partial f(\sigma'_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \right\|^2} \left\{ J(\dot{\epsilon}_v^p + \dot{z}) - \frac{MD}{R^*} \cdot \dot{R}^* - \frac{\partial f(\eta_0)}{\partial \eta_{0ij}} \overset{\circ}{\eta}_{0ij} \right\} \leq 0$$

$$\therefore \hat{n}_{\sim} \cdot \overset{\circ}{\sigma}'_{\alpha ij} - \frac{\hat{n}_{\sim} \cdot \hat{n}_{\sim}}{\left\| \frac{\partial f(\sigma'_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \right\|} \left\{ J(\dot{\epsilon}_v^p + \dot{z}) - \frac{MD}{R^*} \cdot \dot{R}^* - \frac{\partial f(\eta_0)}{\partial \eta_{0ij}} \overset{\circ}{\eta}_{0ij} \right\} \leq 0$$

$$\therefore \hat{n}_{\sim} \cdot \left[\overset{\circ}{\sigma}'_{\alpha ij} - \frac{\hat{n}_{\sim}}{\left\| \frac{\partial f(\sigma'_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \right\|} \left\{ J(\dot{\epsilon}_v^p + \dot{z}) - \frac{MD}{R^*} \cdot \dot{R}^* - \frac{\partial f(\eta_0)}{\partial \eta_{0ij}} \overset{\circ}{\eta}_{0ij} \right\} \right] \leq 0$$

$$\therefore \hat{n} \left[\sigma'_{\alpha ij} - \frac{\frac{\partial f(\sigma'_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}}}{\left\| \frac{\partial f(\sigma'_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \right\|^2} \left\{ J \left(\dot{\epsilon}_\nu^p + \dot{z} \right) - \frac{MD}{R^*} \cdot \dot{R}^* - \frac{\partial f(\eta_0)}{\partial \eta_{0ij}} \dot{\eta}_{0ij} \right\} \right] \leq 0$$

以上から上式のカッコ内は、正規降伏面に対し内向きのベクトルである。

カッコ内のベクトルを次式のように表し、不等式を満足させる。（図 3.3.3.3 参照）

$$\sigma'_{\alpha ij} - \frac{\frac{\partial f(\sigma'_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}}}{\left\| \frac{\partial f(\sigma'_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \right\|^2} \left\{ J \left(\dot{\epsilon}_\nu^p + \dot{z} \right) - \frac{MD}{R^*} \cdot \dot{R}^* - \frac{\partial f(\eta_0)}{\partial \eta_{0ij}} \dot{\eta}_{0ij} \right\} = C \cdot J \cdot \left\| \dot{\epsilon}_{ij}^p \right\| (\sigma'_{ij} - \sigma'_{\alpha ij}) \frac{1}{R} \quad (3.3.44)$$

ここに、 C は移動硬化のパラメータ、 $\frac{1}{R}$ は、上負荷面（ R は過圧密比に対応する）に正規化する係数である。 J は右辺のひずみ係数を揃えるために乗じたものである。以上から相似中心の移動則を次式とする。

$$\sigma'_{\alpha ij} = C \cdot J \cdot \left\| \dot{\epsilon}_{ij}^p \right\| (\sigma'_{ij} - \sigma'_{\alpha ij}) \frac{1}{R} + \frac{\frac{\partial f(\sigma'_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}}}{\left\| \frac{\partial f(\sigma'_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \right\|^2} \left\{ J \left(\dot{\epsilon}_\nu^p + \dot{z} \right) - \frac{MD}{R^*} \cdot \dot{R}^* - \frac{\partial f(\eta_0)}{\partial \eta_{0ij}} \dot{\eta}_{0ij} \right\} \quad (3.3.45)$$

ただし $\sigma'_\alpha = 0$ の場合 $\frac{\partial f(\sigma'_{\alpha ij})}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} = 0$ とする。

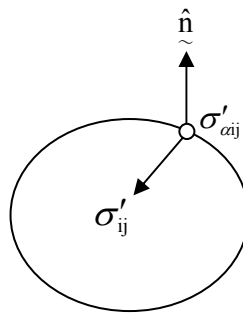


図 3.3.3.3 移動則のベクトルの方向

④過圧密，構造，異方性およびせん断硬化の発展則

相似比の発展則を考える。相似比 R の発展則すなわち過圧密の発展則としては，塑性ひずみの時間微分を関数とした以下の式を用いる。

$$\dot{R} = JU \|\dot{\varepsilon}^p\| \quad (3.3.46)$$

ここで，

$$U = -\frac{m}{D} \ln(R) \quad (3.3.47)$$

m は過圧密の解消速度を決める材料定数であり，正規圧密土化指数と呼ぶ。 m が大きいほど過圧密の解消が速く弾性的挙動を示すようになる。なお，スカラー関数 U は図示すると図 3.3.3.4 のような関係になる。

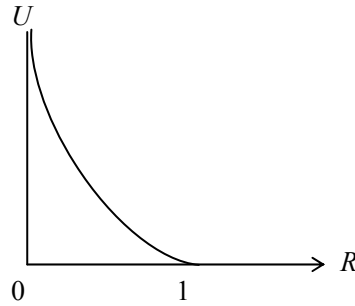


図 3.3.3.4 U の関数形

相似比 R^* の発展則すなわち構造の発展則としては以下の式を用いる。

$$\dot{R}^* = JU^* \cdot \|D^p\| \quad (3.3.48)$$

ここで， $\|D_s^p\| = \left\| \hat{\varepsilon}_{ij}^p - \frac{1}{3} \varepsilon_{mm}^p \right\|$ であり塑性ひずみの偏差成分である。また，

$$U^* = -\frac{a}{D} R^{*b} (1 - R^*)^c \quad (3.3.49)$$

であり， a, b, c は構造の劣化速度を決める正の材料定数であり，構造劣化指数と呼ばれる。本研究では $b=1.0$ ， $c=1.0$ として用いる。 a が大きいほど構造の劣化が速い。

η_{0ij} の発展則すなわち異方性の発展則は次式で表される。

$$\dot{\eta}_{0ij} = \frac{b_r}{D} J \|\dot{\varepsilon}_{sij}^p\| \left\{ m_r (\bar{\eta}_{ij} - \eta_{0ij}) - \sqrt{\frac{3}{2}} \|\bar{\eta}_{ij} - \eta_{0ij}\| \eta_{0ij} \right\} \quad (3.3.50)$$

b_r は異方性の発達速度を決める材料定数であり回転硬化指数と呼ぶ。この値が大きいほど異方性の発達が速い。 m_r は回転硬化における $\sqrt{\frac{3}{2}}\|\eta_{0ij}\|$ の上限値であり回転硬化限界定数と呼ぶ。また、 $\bar{\eta}_{ij} = \frac{s_{ij}}{p'_\alpha}$ である。

せん断硬化の発展則は次式で表される。

$$\dot{z} = \mu \|\dot{\epsilon}_s^p\| \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|s_{ij}\|}{p'} - MD \right) \quad (3.3.51)$$

ここで、 μ は解析パラメータである。

⑤流れ則の適用と λ の項の導出

下負荷面の関数は次式で表される。

$$\begin{aligned} fs(\sigma', \epsilon_v^p, z) = MD \ln \frac{p' - (1-R)p'_\alpha}{p'_0} + MD \ln R^* - MD \ln R \\ + \frac{D}{n_E M^{n_E-1}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\| \right)^{n_E} - \int J(\epsilon_v^p + z) dt \end{aligned} \quad (3.3.52)$$

よって、コンシステンシー条件は

$$\begin{aligned} fs = \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \dot{\sigma}'_{ij} + \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \dot{\sigma}'_{\alpha ij} + \frac{\partial f_s}{\partial \eta_{0ij}} \dot{\eta}_{0ij} + \frac{\partial f_s}{\partial R^*} \dot{R}^* + \frac{\partial f_s}{\partial R} \dot{R} - J(\dot{\epsilon}_v^p + \dot{z}) = 0 \\ \therefore \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \dot{\sigma}'_{ij} + \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \dot{\sigma}'_{\alpha ij} + \frac{\partial f_s}{\partial \eta_{0ij}} \dot{\eta}_{0ij} + \frac{\partial f_s}{\partial R^*} \dot{R}^* + \frac{\partial f_s}{\partial R} \dot{R} - J(\dot{\epsilon}_v + \dot{z}) = 0 \end{aligned} \quad (3.3.53)$$

流れ則を適用すると

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}}, \quad \lambda > 0 \quad (3.3.54)$$

(3.3.53)のコンシステンシー条件に発展則を代入する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \dot{\sigma}'_{ij} + \frac{\partial f_s}{\partial \eta_{0ij}} \left[\frac{b_r}{D} J \|\dot{\epsilon}_{sij}^p\| \left\{ m_r (\bar{\eta}_{ij} - \eta_{0ij}) - \sqrt{\frac{3}{2}} \|\bar{\eta}_{ij} - \eta_{0ij}\| \eta_{0ij} \right\} \right] \\ + \frac{MD}{R^*} \cdot JU^* \|\dot{\epsilon}_{ij}^p\| - \frac{MD}{R} JU \|\dot{\epsilon}_{ij}^p\| - J \delta_{lm} \dot{\epsilon}_{ij}^p - J \mu \|\dot{\epsilon}_s^p\| \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|s_{ij}\|}{p} - MD \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.3.55)$$

ここで、下負荷面の関数は

$$f_s(\sigma'_{ij}, R^*, R, \varepsilon_v^p, z) = MD \ln \frac{p' - (1-R)p'_\alpha}{p'_0} + MD \ln R^* - Md \ln R \\ + \frac{D}{M^{n_E-1}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\| \right)^{n_E} - \int_0^T J \left(\varepsilon_v^p + \dot{z} \right) dt \quad (3.3.56)$$

であるので

$$\frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} = MD \frac{\partial}{\partial \sigma'_{ij}} \left\{ \ln \frac{p' - (1-R)p'_\alpha}{p'_0} \right\} + \frac{D}{M^{n_E-1}} \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\| \right)^{n_E} \quad (3.3.57)$$

ここで

$$\frac{\partial}{\partial \sigma'_{ij}} \left\{ \ln \frac{p' - (1-R)p'_\alpha}{p'_0} \right\} = \frac{1}{3} \delta_{ij} \cdot \frac{1}{p' - (1-R)p'_\alpha} \quad (3.3.58)$$

一方、 $A_{ij} = \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij}$ とすると

$$\frac{\partial \|A_{ij}\|^{n_E}}{\partial \sigma_{kl}} = \frac{\partial \|A_{ij}\|^{n_E-1}}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial \|A_{ij}\|}{\partial \sigma_{kl}} \\ = \|A_{ij}\|^{n_E-1} \cdot \frac{1}{p' - (1-R)p'_\alpha} \left\{ \frac{A_{kl}}{\|A\|} - \frac{1}{3} \frac{A_{ij}}{\|A\|} \cdot \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} \delta_{kl} \right\} \quad (3.3.59)$$

以上より

$$\frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} = \frac{MD}{3} \cdot \frac{\delta_{ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} \\ + \frac{D}{M^{n_E-1}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \|A\| \right)^{n_E-1} \cdot \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{p' - (1-R)p'_\alpha} \left[\frac{A_{ij}}{\|A\|} - \frac{1}{3} \frac{A_{kl}}{\|A\|} \cdot \frac{\{s_{kl} - (1-R)s_{\alpha kl}\}}{p' - (1-R)p'_\alpha} \delta_{ij} \right] \\ = \frac{D}{p' - (1-R)p'_\alpha} \cdot \frac{\delta_{ij}}{3} \left[M - \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|A\|}{M} \right)^{n_E-1} \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{A_{kl}}{\|A\|} \cdot \frac{\{s_{kl} - (1-R)s_{\alpha kl}\}}{p' - (1-R)p'_\alpha} \right] \\ + \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|A\|}{M} \right)^{n_E-1} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{D}{p' - (1-R)p'_\alpha} \cdot \frac{A_{ij}}{\|A\|}$$

$$= \frac{D}{p' - (1-R)p'_\alpha} \beta^* \frac{1}{3} \delta_{ij} + \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|A\|}{M} \right)^{n_E-1} \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{D}{p' - (1-R)p'_\alpha} \cdot \frac{A_{ij}}{\|A\|} \quad (3.3.60)$$

ここに $\beta^* = M - \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{A_{kl}}{\|A\|} \cdot \frac{s_{kl} - (1-R)s_{\alpha kl}}{p' - (1-R)p'_\alpha}$ である。

なお、上式の導出の際は、次式の関係を用いた。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_s}{\partial \eta_{0ij}} &= \frac{D}{M^{n_E-1}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \right)^{n_E} \frac{\partial}{\partial \eta_{0ij}} \left\| \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\|^{n_E} \\ &= \frac{D}{M^{n_E-1}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \right)^{n_E} \cdot n_E \left\| \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\|^{n_E-1} \frac{\partial}{\partial \eta_{0ij}} \left(\left\| \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\| \right) \end{aligned} \quad (3.3.61)$$

ここで

$$\left\| \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\|^2 = \left\{ \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\} \left\{ \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\}$$

を η_{0ij} で微分すると、

$$\begin{aligned} 2 \left\| \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\| \frac{\partial}{\partial \eta_{0ij}} \left(\left\| \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\| \right) &= -2 \left\{ \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\} \\ \therefore \frac{\partial}{\partial \eta_{0ij}} \left\| \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\| &= - \left\{ \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\} / \left\| \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\| \end{aligned} \quad (3.3.62)$$

以上から

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_s}{\partial \eta_{0ij}} &= \frac{D}{M^{n_E-1}} \left\{ \sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\| \right\}^{n_E-1} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\partial}{\partial \eta_{0ij}} \left\| \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\| \\ &= - \frac{D \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{M} \cdot \left\| \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\|^{n_E-1} \sqrt{\frac{3}{2}} \left\{ \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\}}{\left\| \frac{s_{ij} - (1-R)s_{\alpha ij}}{p' - (1-R)p'_\alpha} - \eta_{0ij} \right\|} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -D \left\{ \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|A\|}{M} \right\}^{n_E-1} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{A_{ij}}{\|A\|} \\
&= - \left\{ \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|A\|}{M} \right\}^{n_E-1} D \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{A_{ij}}{\|A\|}
\end{aligned} \tag{3.3.63}$$

塑性ひずみについては、以下のように求められる。

$$\frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} = -(1-R) \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \tag{3.3.64}$$

$$\frac{\partial f_s}{\partial R^*} = \frac{\partial}{\partial R^*} (MD \ln R^*) = \frac{MD}{R^*} \tag{3.3.65}$$

$$\frac{\partial f_s}{\partial R} = -\frac{\partial}{\partial R} (MD \ln R) = -\frac{MD}{R} \tag{3.3.66}$$

塑性ひずみを流れ則より求めると

$$\dot{\varepsilon}_v^p = \delta_{ij} \overset{\circ}{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda \delta_{ij} \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} = \lambda \frac{D}{p' - (1-R) p_\alpha} \beta^* \tag{3.3.67}$$

さらに

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ip}^p &= \lambda^2 \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} - \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \\
&= \lambda^2 \left\{ \frac{D}{p' - (1-R) p_\alpha} \right\}^2 \left\{ \beta^{*2} + \frac{3}{2} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|A\|}{M} \right)^{2(n_E-1)} \right\} \\
\therefore \|\dot{\varepsilon}_{ij}^p\| &= \lambda \left\{ \frac{D}{p' - (1-R) p_\alpha} \right\} \sqrt{\beta^{*2} + \frac{3}{2} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|A\|}{M} \right)^{2(n_E-1)}}
\end{aligned} \tag{3.3.68}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon}_{sij} \dot{\varepsilon}_{sij} &= \lambda^2 \left(\frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ll}} \right) \left(\frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ll}} \right) \\
&= \lambda^2 \left\{ \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|A\|}{M} \right)^{n_E-1} \cdot \frac{D}{p' - (1-R) p_\alpha} \right\}^2 \\
\therefore \|\dot{\varepsilon}_{sij}^p\| &= \lambda \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|A\|}{M} \right)^{n_E-1} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{D}{p' - (1-R) p_\alpha}
\end{aligned} \tag{3.3.69}$$

となる。

一方,

$$\frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \sigma'_{ij} + \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \sigma'_{\alpha ij} + \frac{\partial f_s}{\partial \eta_{0ij}} \cdot \eta_{0ij} + \frac{\partial f_s}{\partial R^*} R^* + \frac{\partial f_s}{\partial R} \dot{R} - J(\dot{\varepsilon} \nu + \dot{z}) = 0$$

は次式で表される。

$$\frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij'}} \sigma'^{e}_{ijkl} \left(\dot{\varepsilon}_{kl} - \lambda \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{kl}} \right) + \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \cdot \dot{\sigma}_{\alpha ij} + \frac{\partial f_s}{\partial \eta_{\alpha ij}} \cdot \dot{\eta}_{\alpha ij} + \frac{\partial f_s}{\partial R^*} R^* + \frac{\partial f_s}{\partial R} \dot{R} - J(\dot{\varepsilon} \nu + \dot{z}) = 0 \quad (3.3.70)$$

ここで, (3.3.54)の関係から

$$\dot{R} = JU \|\varepsilon^p\| = \lambda JU \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\| \quad (3.3.71)$$

$$\dot{R}^* = JU \|\varepsilon^p\| = \lambda JU \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\| \quad (3.3.72)$$

$$\dot{\eta}_{0ij} = \lambda \frac{b_r}{D} J \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\|_s \left\{ m_r(\eta_{ij} - \eta_{0ij}) - \sqrt{\frac{2}{3}} \|\eta_{ij} - \eta_{0ij}\| \eta_{0ij} \right\} = \lambda \frac{b_r}{D} J \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\|_s F_{ij}(\eta) \quad (3.3.73)$$

$$\text{ただし, } F_{ij}(\eta) = m_r(\eta_{ij} - \eta_{0ij}) - \sqrt{\frac{3}{2}} \|\eta_{ij} - \eta_{0ij}\| \eta_{0ij}$$

$$\dot{\varepsilon}_\nu = \lambda tr \left(\frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right) \quad (3.3.74)$$

$$\dot{z} = \mu \lambda \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\|_s \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\|s_{ij}\|}{p'} - MD \right) \right) = \mu \lambda \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\|_s \sqrt{\frac{2}{3}} Fz \quad (3.3.75)$$

$$\text{ただし, } Fz = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|s_{ij}\|}{p'} - MD \text{ と表せる。}$$

以上をまとめると, (3.3.45)の 相似中心の移動則は次式で表せる。

$$\dot{\sigma}_{\alpha ij} = \lambda \left[C \cdot J \cdot \left\| \frac{\partial f_s(\sigma'_{ij})}{\partial \sigma'_{ij}} \right\| \cdot (\sigma'_{ij} - \sigma'_{\alpha ij}) \right] \frac{1}{R}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\frac{\partial f(\sigma'_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}}}{\left\| \frac{\partial f(\sigma_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \right\|} \left\{ J \cdot \text{tr} \left(\frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \right) + J \cdot \mu \cdot \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\|_s \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot F_z - \frac{\partial f(\sigma_\alpha)}{\partial \eta_{0ij}} \cdot \frac{b_r}{D} \cdot J \cdot \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \right\|_s F_{ij}(\eta) \right. \\
& \left. - \frac{MD}{R^*} \cdot J \cdot U^* \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\| \right\} \quad (3.3.76)
\end{aligned}$$

ここで, $\frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e \overset{\circ}{\varepsilon}_{kl}$ を考えると,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e \overset{\circ}{\varepsilon}_{kl} &= \lambda \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} D_{ijkl}^e \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{kl}} \\
& - \lambda \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{\alpha ij}} \cdot \left[C \cdot J \cdot \left\| \frac{\partial f_s(\sigma'_{ij})}{\partial \sigma'_{ij}} \right\| (\sigma'_{ij} - \sigma'_{\alpha ij}) \frac{1}{R} \right. \\
& + \frac{\frac{\partial f(\sigma_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}}}{\left\| \frac{\partial f(\sigma_\alpha)}{\partial \sigma'_{\alpha ij}} \right\|} \left\{ J \cdot \text{tr} \left(\frac{\partial f_s(\sigma'_{ij})}{\partial \sigma'_{ij}} \right) + J \cdot \mu \cdot \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\|_s \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot F_z - \frac{\partial f(\sigma_\alpha)}{\partial \eta_{0ij}} \cdot \frac{b_r}{D} \cdot J \cdot \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \right\|_s F_{ij}(\eta) \right. \\
& \left. \left. - \frac{MD}{R^*} \cdot J \cdot U^* \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \right\|_{Cs} \right\} \right] - \lambda \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \eta_{0ij}} \cdot \frac{b_r}{D} \cdot J \cdot \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \right\|_s F_{ij}(\eta) - \lambda \cdot \frac{\partial f_s}{\partial R^*} \cdot J \cdot U^* \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\|_{Cs} \\
& - \lambda \frac{\partial f_s}{\partial R} \cdot J \cdot U \cdot \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\| + \lambda \cdot \text{tr} \left(\frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right) + \lambda \cdot \mu \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\|_s \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot F_z \quad (3.3.77)
\end{aligned}$$

ただし, $\left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\|_s = \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{1}{3} \text{tr} \left(\frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right) \right\|$ である。

なお, (3.3.67)の Cs については以下の法則によるものとする。
Cs=0 ならば粘性土に用いられる式となる。すなわち,

$$\left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\|_{Cs} = \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\| \quad (3.3.78)$$

Cs=1 ならば砂質土に用いられる式となる。すなわち,

$$\left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\|_{C_s} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\|_s \quad (3.3.79)$$

$0 < C_s < 1$ の場合は次式となる。

$$\left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\|_{C_s} = (1 - c_s) \operatorname{tr} \left(\frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right) + c_s \sqrt{\frac{2}{3}} \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\|_s \quad (3.3.80)$$

ここで,

$$\frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e \dot{\epsilon}_{kl} = \lambda \left\{ \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{kl}} + h \right\} \quad (3.3.81)$$

とすると

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} D_{ijkl}^e \dot{\epsilon}_{kl}}{h + \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{kl}}} \quad (3.3.82)$$

となり, λ の項を導出することができる。 h は次式で表される。

$$\begin{aligned} h = & \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{aij}} \left[C \cdot J \cdot \left\| \frac{\partial f_s(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \right\| (\sigma_{ij} - \sigma_{aij}) \frac{1}{R} \right. \\ & + \frac{\frac{\partial f(\sigma_a)}{\partial \sigma'_{aij}}}{\left\| \frac{\partial f(\sigma_a)}{\partial \sigma'_{aij}} \right\|} \left\{ J \cdot \operatorname{tr} \left(\frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \right) + J \cdot \mu \cdot \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\|_s \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot F_z - \frac{\partial f(\sigma_a)}{\partial \eta_{0ij}} \cdot \frac{br}{D} \cdot J \cdot \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \right\|_s F_{ij}(\eta) \right. \\ & \left. \left. - \frac{M \cdot D}{R^*} \cdot J \cdot U^* \cdot \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \right\| \right\} \right] \\ & - \frac{\partial f_s}{\partial \eta_{0ij}} \cdot \frac{br}{D} \cdot J \cdot \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \right\|_s F_{ij}(\eta) \quad (\leftarrow \text{回転硬化を表す。}) \\ & - \frac{\partial f_s}{\partial R^*} \cdot J \cdot U^* \cdot \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \right\| \quad (\leftarrow \text{上負荷面を表す。}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial f_s}{\partial R} \cdot J \cdot U \cdot \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma_{ij}} \right\| && (\leftarrow \text{下負荷面を表す。}) \\
& + \text{tr} \left(\frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \right) && (\leftarrow \text{体積ひずみを表す。}) \\
& + \mu \left\| \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{ij}} \right\|_S \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot F_z && (\leftarrow \text{せん断硬化を表す。})
\end{aligned} \tag{3.3.83}$$

よって、SYS Cam-clay モデルの構成則は、

$$\begin{aligned}
\dot{\sigma}_{ij} &= D_{ijkl}^e \dot{\epsilon}_{kl}^e = D_{ijkl}^e \left(\dot{\epsilon}_{kl} - \lambda \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{kl}} \right) \\
&= D_{ijkl}^e \dot{\epsilon}_{kl} - \lambda D_{ijmn}^e \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{mn}} \\
&= D_{ijkl}^e \dot{\epsilon}_{kl} - \frac{D_{ijmn}^e \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{mn}} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{st}} D_{stkl}^e \dot{\epsilon}_{kl}}{h + \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{st}} \cdot D_{stop}^e \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{op}}} \\
&= \left(D_{ijkl}^e - \frac{D_{ijmn}^e \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{mn}} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{st}} D_{stkl}^e}{h + \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{st}} \cdot D_{stop}^e \frac{\partial f_s}{\partial \sigma'_{op}}} \right) \dot{\epsilon}_{kl}
\end{aligned} \tag{3.3.84}$$

⑥ 圧縮指数と膨張指数の塑性ひずみ依存性に向けた拡張

シミュレーションにおいて解析パラメータを決定する際、三軸試験結果のみならず、繰返し三軸試験結果も取扱う必要がある。繰返し三軸試験においては、せん断剛性と減衰定数のひずみレベル依存性が試験結果となる。すなわち、 $G-\gamma$ 、 $h-\gamma$ 関係の同定が必要である。渦岡（2000）によれば、繰返し三軸試験を同定する際には、弾性係数に対応する圧縮指数 λ と膨張指数 κ に塑性ひずみ依存性を与えることで良好に同定できることが示されている。そこで、本研究でも同様に、圧縮指数 λ と膨張指数 κ に塑性ひずみ依存性を与えるものとした。

まず、膨張係数 κ について累積塑性せん断ひずみとその基準ひずみ γ_r の関数として表現する。体積弾性係数は $k_v = (1 + e_0) \times \sigma_m' / \kappa$ であり、 $G-\gamma$ 曲線の形状を模することを考慮して κ の逆数を下記の式で表現する。

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{1}{\kappa_{\min}} \{1 - f(\gamma_p)\} + \frac{1}{\kappa_{\max}} f(\gamma_p) \quad (3.3.85)$$

$$f(\gamma_p) = \frac{1}{1 + (\gamma_p / \gamma_r)^{a_\kappa}}$$

ここで、 γ_p は累積塑性せん断ひずみ、 γ_r は γ_p の基準ひずみ、 a_κ は乗数パラメータである。ただし、 $\kappa_{\max} < \lambda_{\min}$ (圧縮指数 λ の最小値) の関係がある。

累積塑性せん断ひずみは、塑性せん断ひずみ増分の和として算出される。よって、単調載荷の場合は塑性せん断ひずみに一致する。繰り返し載荷の場合は、繰り返しごとの塑性せん断ひずみの和に対応する。したがって、ひずみレベルが小さい領域では繰り返しを生じて塑性成分は小さいので弾性係数の減少はほぼ無視できることとなる。

次に、圧縮指数 λ については、ひずみレベルが小さい領域で圧縮指数の最大値 λ_{\max} とし、ひずみレベルが大きな領域で圧縮指数の最小値 λ_{\min} とするため、膨張指数と同様に関数を考える。

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_{\min}} \{1 - f(\gamma_p)\} + \frac{1}{\lambda_{\max}} f(\gamma_p) \quad (3.3.86)$$

$$f(\gamma_p) = \frac{1}{1 + (\gamma_p / \gamma_r)^{a_\lambda}}$$

ここで、 γ_p は累積塑性せん断ひずみ、 γ_r は γ_p の基準ひずみ、 a_λ は乗数パラメータである。以上の関係を図 3.3.3.5 に示す。

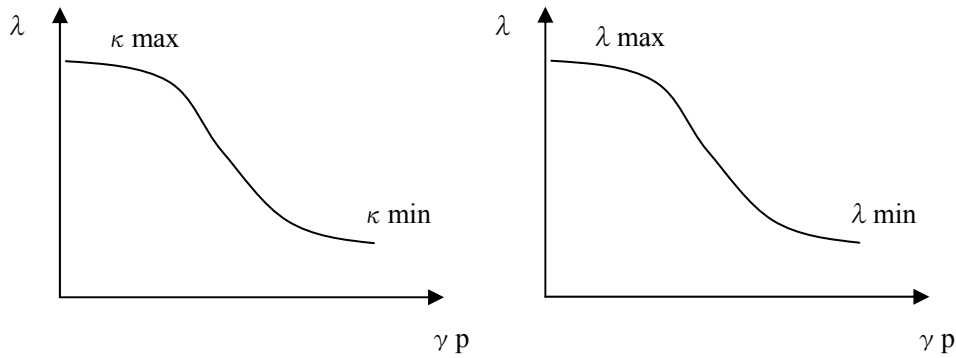


図 3.3.3.5 圧縮指数 λ と膨張指数 κ の累積塑性せん断ひずみ γ_p との関係

⑦粘着力の付加

元来の SYS Cam-clay モデルが粘着力の効果を下負荷面で表現している。しかしながら、粘着力が 5.0kPa 程度以上になってくると、粘着力分が受け持つ強度分を下負荷面のみで表現できなくなってくる。これは、降伏関数として用いている Cam-clay 型の関数は正規圧密粘土を想定したものであり、限界状態が正規圧密状態でない土に対しては適用できないためと考えられる。しかしながら、実際の自然地盤では粘着力が支配的なものも多くこれらの取扱も考慮しなければならない。そこで、本研究では正規降伏面を引張領域に水平移動させる方法を用いて、限界状態での粘着力の影響を考慮するものとした。

正規降伏面を $P'_a < 0$ (圧縮を正) だけ水平移動した場合、以下のように表せる。 (図 3.3.3.6 参照)

$$f(\sigma - P'_a I) = MD \ln \left(\frac{P'}{P'_o - P'_a} \right) + \frac{D}{n_E M^{n_E-1}} \sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \frac{S_{ij}}{P' - P'_a} - \eta_{oij} \right\|^{n_E} \quad (3.3.87)$$

ここで

$$P'_a = \frac{-C \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{3M}{6+M} \right)^2}}{\left(\frac{3M}{6+M} \right)} \quad (3.3.88)$$

ただし、 $\eta_{oij} = \frac{S_{oij}}{P'_o - P'_a} = \frac{S_{oij}}{P'_{oa}}$, $P'_{oa} = P'_o - P'_a$ であり、 C は粘着力である。

(P', S_{ij}) に相似中心を導入し、下負荷面内を相似中心が移動すると考える。一方、下負荷面を f_s とすると、

$$R = \frac{(\bar{P}'_o - P'_a) - (\bar{P}'_s - P'_a)}{\tilde{P}'_o - P'_a}, \quad R^* = \frac{P'_o - P'_a}{\tilde{P}'_o - P'_a} \quad (3.3.89)$$

ここで、

$$\frac{R^*}{R} = \frac{P'_o - P'_a}{(\tilde{P}'_o - P'_a)} \cdot \frac{\tilde{P}'_a - P'_a}{(\bar{P}'_o - \bar{P}'_a) - (\bar{P}'_s - P'_a)} = \frac{P'_o - P'_a}{(\bar{P}'_o - P'_a) - (\bar{P}'_s - P'_a)} \quad (3.3.90)$$

以上より $(\bar{P}'_o - P'_a) - (\bar{P}'_s - P'_a) = \frac{R}{R^*} (P'_o - P'_a)$ となる。

b) 解析パラメータの特性について

①移動硬化パラメータ C

移動硬化パラメータ C の感度分析を, $\frac{1}{\kappa} = \frac{1}{0.001073} = 931$ として検討した。図 3.3.3.7 に

q と $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ の関係を示す。 C を大きくすると応力ひずみ関係のピークに達するまでの応力ひずみ関係の傾きが大きくなる。ただし、 C をある程度大きくすると応力ひずみ関係は同じ経路に重なる。(図 3.3.3.8 参照)

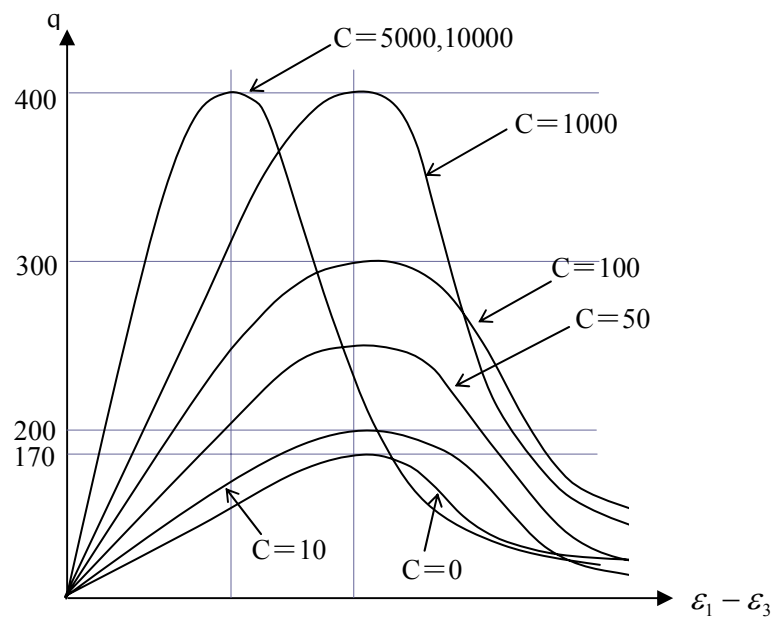


図 3.3.3.7 q と $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ の関係

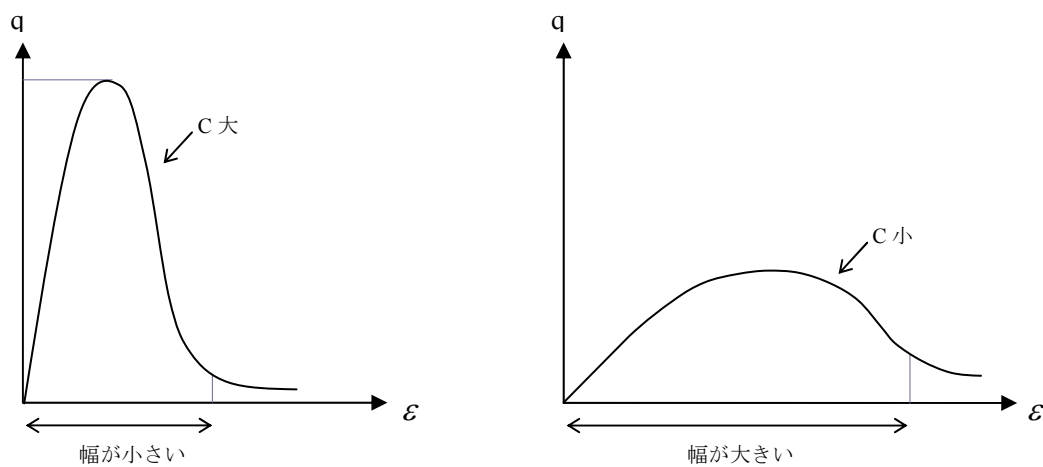


図 3.3.3.8 C の大きさと応力ひずみ関係との関係

②正規圧密土化指数 m

下負荷面の発展則は次式で表せる。

$$R = -\frac{m}{D} J \ln(R) \varepsilon_p \quad (3.3.95)$$

一次元を考慮するとせん断応力 τ と軸応力 σ を考慮して

$$\frac{\Delta \tau}{\sigma} = -\frac{m}{D} \ln\left(\frac{\tau}{\sigma}\right) \varepsilon_p \quad (3.3.96)$$

$\frac{\tau}{\sigma} = 0.5$ の状態を想定すると,

$$\frac{\Delta \tau}{\sigma} = 0.69 \frac{m}{D} \varepsilon_p \quad (3.3.97)$$

となる。ここで $D = \frac{\lambda - \kappa}{(1 + e_0)M}$ より

$$\frac{\Delta \tau}{\sigma} = 0.69 \frac{(1 + e_0)M}{\lambda - \kappa} \cdot m \varepsilon_p \quad (3.3.98)$$

となる。 $0.69 \frac{(1 + e_0)M}{\lambda - \kappa} m$ が塑性成分の傾き、 $\frac{1}{\kappa}$ が弾性の傾きと考えられるので $\frac{m}{\lambda} \gg \frac{1}{\kappa}$ の

場合は弾性となり、 $\frac{m}{\lambda} \ll \frac{1}{\kappa}$ の場合は完全弾塑性となる。砂と粘土の標準的なパラメータについて比較すると、粘性土は

$$m \approx \frac{\lambda}{\kappa} \quad (\text{例 } m=10.0, \lambda/\kappa=5.5)$$

となり、砂質土は

$$m \ll \frac{\lambda}{\kappa} \quad (\text{例 } m=0.08, \lambda/\kappa=4.16)$$

となる。

③構造劣化指数 a

下負荷面と同様に考えると ($R^* = 0.5$ 程度を考える) $\frac{a}{\lambda} \gg \frac{1}{\kappa}$ は弾性、 $\frac{a}{\lambda} \ll \frac{1}{\kappa}$ は完全弾塑性となり砂と粘土の標準的なパラメータについて比較すると、粘性土の場合は、

$$a < \frac{\lambda}{\kappa} \quad (\text{例 } a=0.5, \lambda/\kappa=5.5)$$

砂質土の場合は、

$$a \approx \frac{\lambda}{\kappa} \quad (\text{例 } a=2.75, \lambda/\kappa=4.16)$$

となる。

④回転硬化指数 b_r

br の値の大きさの影響について、他の解析パラメータ同様一次元で考えると、

$$\eta_{0ij} = \frac{b_r}{D} J \left\| \varepsilon_{sij} \right\|^D \left\{ m_r (\eta - \eta_{0ij}) - \sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \eta_{0ij} - \eta_{0ij} \right\| \eta_{0ij} \right\} \quad (3.3.99)$$

は次式で表せる。

$$\frac{\Delta \tau_0}{\sigma_0} - \frac{\tau_0}{\sigma_0^2} \Delta \sigma_0 = \frac{b_r}{D} J \varepsilon_s^p \left(m_r - \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\tau}{\sigma} \right) \left(\frac{\tau}{\sigma} - \frac{\tau_0}{\sigma_0} \right) \quad (3.3.100)$$

各値の大きさをオーダーで考えると次式でまとめることできる

$$\frac{\Delta \tau_0}{\sigma_0} \div \frac{b_r}{D} J \varepsilon_s^p \quad (3.3.101)$$

$D = \frac{\lambda - \kappa}{(1 + e_0) M}$ なので

$$\frac{\Delta \tau}{\sigma_0} = \frac{(1 + e_0) M}{\lambda - \kappa} b_r J \varepsilon_s^p \quad (3.3.102)$$

$\lambda \gg \kappa$ なので

$$\frac{\Delta \tau}{\sigma_0} \approx \frac{(1 + e_0) M}{\lambda} b_r J \varepsilon_s^p \quad (3.3.103)$$

各値の大きさのオーダーを考えると、(3.3.103)のオーダーが $\frac{b_r}{\lambda}$ で決定されると言える。

したがって、 $\frac{b_r}{\lambda}$ が $\frac{1}{\kappa}$ より大きいと弾性に近くなり $\frac{b_r}{\lambda}$ が小さくなると塑性に近くなる。

砂と粘土の標準的なパラメータについて比較すると粘性土は $b_r \ll \frac{\lambda}{\kappa}$ となり降伏面の回転は

ほとんどしない（例 $br=0.001$, $\lambda/\kappa=5.5$ ）。砂質土は $br \approx \frac{\lambda}{\kappa}$ となり降伏面の回転が発

生する（例 $br=3.55$, $\lambda/\kappa=4.16$ ）。

⑤初期異方性 q/p

初期パラメータとして、q/p は土の異方性を支配する。その感度は次式に支配される。

$$\overset{\circ}{\eta}_{0ij} = \frac{br}{D} J \left\| \varepsilon_{sij}^p \right\| \left\{ m \left(\bar{\eta}_{ij} - \eta_{0ij} \right) - \sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \bar{\eta}_{ij} - \eta_{0ij} \right\| \eta_{0ij} \right\} \quad (3.3.104)$$

$$= \frac{br}{D} J \left\| \varepsilon_{ij}^p \right\| \left\{ mr - \sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \frac{s_{ij}}{p} \right\| \right\}$$

σ_{v0} , $\sigma_h = k_0 \sigma_{v0}$, $p' = \frac{1+2k_0}{3} \sigma_{v0}$ とすると,

$$s_1 = (\sigma_v - p') = \frac{3-1-2k_0}{3} = \frac{2}{3} \frac{1-k_0}{3} \sigma_{v0}$$

$$s_2 = s_3 = (\sigma_h - p') = k_0 \sigma'_v - \frac{1+2k_0}{3} \sigma'_{v0} = -\frac{1-k_0}{3} \sigma_{v0}$$

$$\left\| s_{ij} \right\|^2 = s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = \left(\frac{4}{9} + \frac{2}{9} \right) (1-k_0)^2 \sigma_{v0}^2 = \frac{2}{3} (1-k_0)^2 \sigma_{v0}^2$$

$$\left\| s_{ij} \right\| = \sqrt{\frac{2}{3}} (1-k_0) \sigma_{v0}$$

ここで、初期異方性の値 q/p を求めると

$$\frac{q}{p} = \sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \frac{s_{ij}}{p} \right\| = (1-k_0) \frac{3}{1+2k_0} = 3 \left(\frac{1-k_0}{1+2k_0} \right) \quad (3.3.105)$$

$k_0 = 1 - \sin \phi_d$ として q/p を求めると表 3.3.3.1 のようになる。q/p は内部摩擦角の影響を大きく受け、内部摩擦角が 30deg 程度の場合 0.75~1.0 である。

表 3.3.3.1 初期異方性の値 q/p と内部摩擦角との関係

ϕ_d 度	0	5	10	20	25	30	35	40	50	60
k_0	1	0.9	0.82	0.65	0.57	0.5	0.42	0.35	0.23	0.13
q/p	0	0.11	0.21	0.45	0.60	0.75	0.92	1.12	1.56	2.04

3.3.4 砂の繰返しモデル

砂の繰返しモデルとは、岡らにより提案され、渦岡により拡張された砂の液状化を扱うためのモデルである。砂の液体化を扱うためには、液状化に伴うサイクリックモビリティ時の変形を再現する必要があるが、その際、繰返し载荷中に発生する 10%程度の大きなひずみレベルまでを表現する必要がある。本研究で用いるモデルは上記の表現とともに、多様な砂の繰返し挙動を再現できるように主に下記の拡張を行ったものである。

- ①応力パラメータとして Sekiguchi and Ohta (1977) により提案された相対応力比を用いており、主応力の回転などの多次元応力状態を考慮できる。
- ②硬化則として非線形移動硬化則を用いており、繰返し载荷時において応力反転する際の硬化パラメータを初期化する操作を含まないため地震時の不規則な波にも適用性が良い。
- ③境界曲面として、Oka (1999) による過圧密境界面を用いて変相応力比を決定できるため、過圧密の解消に伴うダイレイタンスの減少を表現できる。
- ④一般化した流動則を用いており、多様な砂が有するストレスダイレイタンス関係を表現できる。
- ⑤塑性ひずみに応じたせん断係数を用いることで、せん断ひずみ 10%程度までの砂の挙動を再現できる。

以上の特徴から、このモデルは SYS Cam-clay モデルの上・下負荷面を除いたものと類似していると考えられる。一方、当該モデルは LIQCA という解析コードに用いられており、多くの液状化解析に実績がある。以上を踏まえ、特に液状化解析に用いるモデルとして適用を行った。以下、モデルの詳細を示す。

a) 降伏関数

応力比パラメータとして $\eta_{ij} = s_{ij} / \sigma'_m$ と定める。ここに、 s_{ij} は偏差応力テンソル、 σ'_m は平均有効応力であり、以下の関係がある。

$$s_{ij} = \sigma'_{ij} - \sigma'_m \delta_{ij} \quad (3.3.106)$$

ここに、 σ'_{ij} は有効応力テンソル、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。さらに、 η_{ij} と同じ次元の移動硬化パラメータ χ_{ij} を用いて相対応力比を以下のように定める。

$$\bar{\eta}(\chi) = \{ (\eta_{ij} - \chi_{ij}) (\eta_{ij} - \chi_{ij}) \}^{1/2} \quad (3.3.107)$$

ここで、液状化の解析を想定し、せん断降伏のみを取り扱うものとし次式の応力比一定の降伏関数を定義する。

$$f = \bar{\eta}(\chi) - k = 0 \quad (3.3.108)$$

k は弾性域の大きさを規定する数値パラメータであるが、理論上ゼロとして扱う。

b) 硬化則

現在の塑性ひずみテンソル e_{ij}^p を以下のように定める。

$$e_{ij}^p = \varepsilon_{ij}^p - \frac{1}{3} \varepsilon_{ij}^p \delta_{ij} \quad (3.3.109)$$

ここに ε_{ij}^p は塑性ひずみテンソルである。また、塑性偏差ひずみ増分テンソル de_{ij}^p の第二不変量を

$$d\gamma^p = \left(de_{ij}^p \cdot de_{ij}^p \right)^{1/2} \quad (3.3.110)$$

と定める。移動硬化パラメータ χ_{ij} は以下の非線形移動硬化に基づくものとして

$$d\chi_{ij} = B \left(A de_{ij}^p - \chi_{ij} d\gamma^p \right) \quad (3.3.111)$$

とする。ここに A , B は硬化パラメータであり、破壊比 M_f , 平均有効応力で正規化した塑性せん断係数 G^p とせん断力弾性係数 G^e に関係している。なお, M_f は破壊に達した時の応力比 $\eta = (\eta_{ij} \eta_{ij})^{1/2}$ の値である。

c) 硬化則パラメータ A, B の導出

ここで A , B の硬化パラメータと破壊応力比 M_f , 平均有効応力で正規化した塑性せん断係数 G^p , 微小ひずみでのせん断剛性 G_0 との関係について双曲線モデルの硬化関数と比較することにより決定する。

一成分せん断状態 ($\sigma_{12} \neq 0$, $e_{12} \neq 0$, 他の応力, ひずみ成分は全て 0) を仮定すると,

$$d\chi_{12} = B \left(A - \sqrt{2} \chi_{12} \right) de_{12}^p \quad (3.3.112)$$

上式を積分すると

$$\chi_{12} = \frac{A}{\sqrt{2}} \left\{ 1 - \exp \left(-\sqrt{2} B e_{12}^p \right) \right\} \quad (3.3.113)$$

以上から

$$\chi_{12} \Big|_{e_{12}^p \rightarrow \infty} = \frac{A}{\sqrt{2}} \quad (3.3.114)$$

$$\frac{\chi_{12}}{e_{12}^p} \Big|_{e_{12}^p \rightarrow 0} = AB \quad (3.3.115)$$

一方, 応力比の上限を M_f とした双曲線型の硬化関数として

$$\eta = \frac{M_f G^p \gamma^p}{M_f + G^p \gamma^p} \quad (3.3.116)$$

とすると，上述の一成分せん断状態（ $\sigma_{12} \neq 0$ ， $e_{12} \neq 0$ ，他の応力、ひずみ成分は全て 0）では，

$$\eta_{12} = \frac{M_f G^p e_{12}^p}{M_f + \sqrt{2} G^p e_{12}^p} \quad (3.3.117)$$

となる。以上から

$$\eta_{12} \Big|_{e_{12}^p \rightarrow \infty} = \frac{M_f}{\sqrt{2}} \quad (3.3.118)$$

$$\frac{\eta_{12}}{e_{12}^p} \Big|_{e_{12}^p \rightarrow 0} = G^p \quad (3.3.119)$$

以上より

$$A = M_f \quad (3.3.120)$$

$$B = G^p / M_f \quad (3.3.121)$$

となる。さらにせん断ひずみの弾性成分を添え字 e で表現すると

$$\frac{\gamma^e}{\eta_{12}} + \frac{\gamma^p}{\eta_{12}} = \frac{1}{G_e} \sigma'_m + \frac{2}{G^p} \sigma'_m \quad (3.3.122)$$

一方，

$$\frac{\gamma^e}{\eta_{12}} + \frac{\gamma^p}{\eta_{12}} = \frac{\gamma^e + \gamma^p}{\tau_{12}} \sigma'_m = \frac{\sigma_m}{G_0^{Ep}} \quad (3.3.123)$$

以上より

$$\frac{1}{G_0^{Ep}} = \frac{1}{G_e} + \frac{2}{G_p} \quad (3.3.124)$$

の関係が成り立つ。この関係式から G_0^{Ep} ， G_p を入力とする場合

$$G_e = \frac{G_0^{Ep} G_p}{G_p - 2G_0^{Ep}} \quad (3.3.125)$$

の関係がなり立つことより $G_p - 2G_0^{Ep} > 0$ の条件が成立するように G_p を決める必要がある。

また， G_e が弾性成分である事から

$$G_e > G_0^{Ep} \quad (3.3.126)$$

が必要であるが、上式は下記に示すように $G_0^{Ep} > 0$ とすれば自動的に成立する。

$$\frac{G_0^{Ep} G_p}{G_p - 2G_0^{Ep}} = G_e > G_0^{Ep} \quad (3.3.127)$$

一般には、 $G_0^{Ep} = G_0$ とし、 $\gamma = 10^{-6}$ 程度の G 値とする。ただし、入力パラメータは $G_p = M_f B$ の関係を利用し $B_0 = G_p / M_f$ として、

$$G_p = \frac{2}{1 - G^{Ep} / G^E} G_0^{Ep} \quad (3.3.128)$$

の関係より B の初期値を推定するものとする。 B はひずみの発生量と B_0 より算定する関係式を後ほど示す。

c) 塑性ポテンシャル

ここでは、渦岡に従って塑性ポテンシャルを設定する。渦岡によれば、Cam-clay 型の塑性ポテンシャル関数 g を用いて、塑性ポテンシャルを下式で示している。

$$g = \bar{\eta}(\chi) + \tilde{M} \ln(\sigma'_m / \sigma'_{ma}) = 0 \quad (3.3.129)$$

σ'_{ma} は塑性ポテンシャルと移動硬化パラメータ χ_{ij} 一定線との交点における平均有効応力 σ'_m の値である。ただし、変相応力比 \tilde{M} は以下のように決定される。

過圧密境界曲面 $f_b = 0$ を下式で定義する。

$$f_b = \bar{\eta}_{(0)} + M_m \ln(\sigma'_m / \sigma'_{mb}) = 0 \quad (3.3.130)$$

ここに、 $\bar{\eta}_{(0)}$ は圧密終了時（地震作用前）と現在（地震作用中）の相対応力比であり、以下のように定義する。

$$\bar{\eta}_{(0)} = \left\{ (\eta_{ij} - \eta_{ij(0)}) (\eta_{ij} - \eta_{ij(0)}) \right\}^{1/2} \quad (3.3.131)$$

ここに、圧密終了時の応力比テンソル $\eta_{ij(0)}$ を以下のように定義する。

$$\eta_{ij(0)} = (s_{ij} / \sigma'_m)_{(0)} \quad (3.3.132)$$

$\eta_{ij(0)}$ は塑性ポテンシャルに地震作用前の応力状態の影響による異方性を伝えるパラメータであり、液状化により地震作用時に過去の応力の影響を失うと考えると次式を定義する。

$$\sigma'_{mc} = \sigma'_{mb} \exp \left\{ \exp(\xi) \eta_{(0)} / M_m \right\}, \quad \xi = -C_d \gamma^p \quad (3.3.133)$$

ここで、応力比 $\eta_{(0)}$ は以下のように定められる。

$$\eta_{(0)} = (\eta_{ij(0)} \eta_{ij(0)})^{1/2} \quad (3.3.134)$$

ただし、 $\gamma^P = \int_0^t d\gamma^P$ とする。なお、実際には液状化中に $\eta_{ij(0)}$ が 0 となり、圧密中に $\eta_{ij(0)}$ が自然地盤の η_{ij} になるような式が最適であるが、上式の σ'_{mc} は地震作用中に $\eta_{ij(0)}$ が 0 になるようにすることで、上記の状態を表現している。

ここで、塑性ポテンシャル関数で用いている変相応力比 \tilde{M} に戻る。 \tilde{M} は過圧密境界面を用いて、正規圧密領域 ($f_b \geq 0$) および過圧密領域 ($f_b < 0$) において以下のように定義する。

$$\tilde{M} = \begin{cases} M_m & (f_b \geq 0) \\ -\frac{\eta}{\ln(\sigma'_m/\sigma'_{mc})} & (f_b < 0) \end{cases} \quad (3.3.135)$$

ただし、 $\frac{-\eta}{\ln(\sigma'_m/\sigma'_{mc})} > M_m$ なら $\tilde{M} = M_m$ とする。ここに、 $\eta = (\eta_{ij}\eta_{ij})^{1/2} = \frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma'_m}$ である。また、 $f_b > 0$ の場合 f_d の硬化を考慮し

$$M \ln(\sigma'_{mb}/\sigma'_m) = \bar{\eta}_{(0)} \quad (3.3.136)$$

$$\therefore \sigma'_{mb} = \sigma'_m \exp\left(\frac{\bar{\eta}_{(0)}}{M}\right) \quad (3.3.137)$$

により σ'_{mb} を更新する。(図 3.3.4.1 参照)

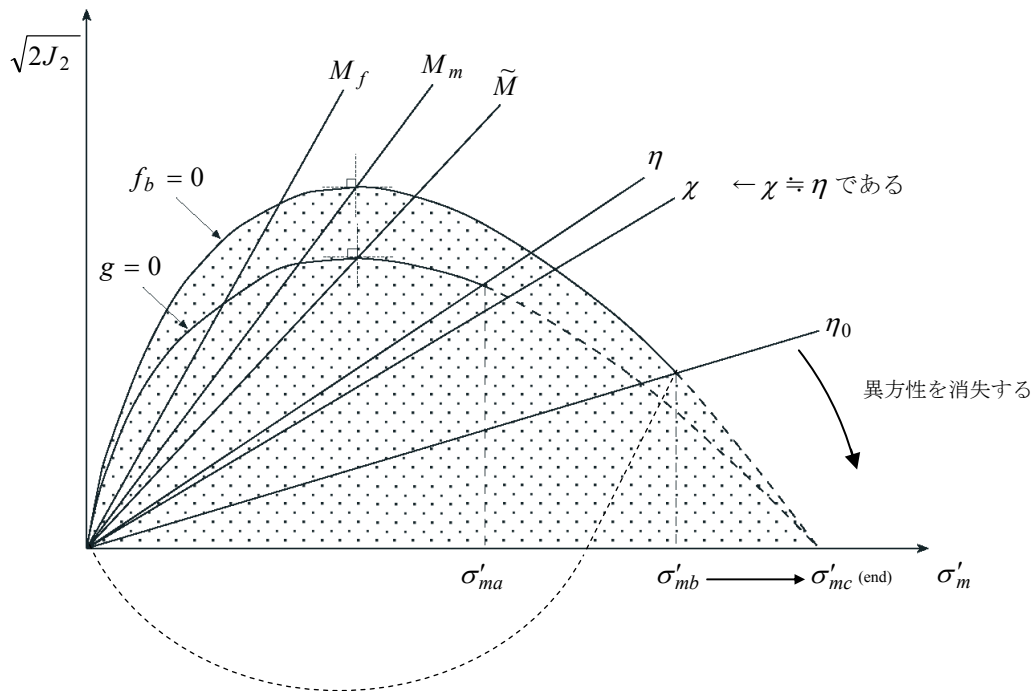


図 3.3.4.1 砂の繰返しモデルにおける主応力の変化

d) 流れ則

一般的に塑性ひずみ増分を表現するため、硬化係数に4階の等方テンソル H_{ijkl} を用いる。

$$d\varepsilon_{ij}^p = H_{ijkl} \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{kl}} \quad (3.3.138)$$

ここに

$$H_{ijkl} = a\delta_{ij}\delta_{kl} + b(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (3.3.139)$$

また,

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{kl}} &= \frac{\partial \bar{\eta}(\chi)}{\partial \sigma'_{kl}} + \tilde{M} \frac{\sigma'_{ma}}{\sigma'_m} \cdot \frac{1}{\sigma'_{ma}} \frac{\partial \sigma'_m}{\partial \sigma'_{kl}} \\ &= \frac{1}{\sigma'_m} \left\{ \frac{\eta_{kl} - \chi_{kl}}{\bar{\eta}(\chi)} - \frac{\delta_{kl}}{3} \cdot \frac{\eta_{st}(\eta_{st} - \chi_{st})}{\bar{\eta}(\chi)} \right\} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\tilde{M}}{\sigma'_m} \delta_{kl} \\ &= \frac{1}{\sigma'_m} \cdot \frac{\eta_{kl} - \chi_{kl}}{\bar{\eta}(\chi)} + \frac{\delta_{kl}}{3\sigma'_m} \left\{ \tilde{M} - \eta_{st} \cdot \frac{(\eta_{st} - \chi_{st})}{\bar{\eta}(\chi)} \right\} \end{aligned} \quad (3.3.140)$$

ここで, χ_{st} はバックストレスと呼ばれる応力比であり, $\eta_{st} - \chi_{st}$ は応力比の増分方向を指すベクトル量である。

以上より, 塑性偏差ひずみ de_{ij}^p 及び塑性体積ひずみ dv^p を求める。

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{ij}^p &= H_{ijkl} \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{kl}} \\ &= \frac{b}{\sigma'_m} \cdot \frac{2}{\bar{\eta}(\chi)} \{ \eta_{ij} - \chi_{ij} \} \\ &\quad + \left(\frac{a}{\sigma'_m} \delta_{ij} + \frac{b\delta_{ij}}{3\sigma'_m} + \frac{b\delta_{ji}}{3\sigma'_m} \right) \left\{ \tilde{M} - \eta_{st} \cdot \frac{(\eta_{st} - \chi_{st})}{\bar{\eta}(\chi)} \right\} \\ &= \frac{2b}{\sigma'_m} \cdot \frac{\eta_{ij} - \chi_{ij}}{\bar{\eta}(\chi)} + \frac{\delta_{ji}}{3\sigma'_m} (3a + 2b) \left\{ \tilde{M} - \eta_{st} \cdot \frac{(\eta_{st} - \chi_{st})}{\bar{\eta}(\chi)} \right\} \end{aligned} \quad (3.3.141)$$

$$dv^p = d\varepsilon_{ll}^p = (3a + 2b) \left\{ \tilde{M} - \eta_{st} \cdot \frac{(\eta_{st} - \chi_{st})}{\bar{\eta}(\chi)} \right\} \frac{1}{\sigma'_m}$$

$$\begin{aligned} de_{ij}^p &= d\varepsilon_{ij}^p - \frac{\delta_{ij}}{3} dv^p \\ &= 2b \cdot \frac{(\eta_{ij} - \chi_{ij})}{\bar{\eta}(\chi)} \cdot \frac{1}{\sigma'_m} \end{aligned} \quad (3.3.142)$$

2 次の不変量を求めると

$$d\gamma^p = \left(de_{ij}^p \cdot de_{ij}^p \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2b}{\sigma'_m} \quad (3.3.143)$$

ストレス-ダイレイタンス-関係を求めると

$$\frac{dv^p}{d\gamma^p} = \frac{3a + 2b}{2b} \cdot \left\{ \tilde{M} - \eta_{st} \frac{(\eta_{st} - \chi_{st})}{\bar{\eta}(\chi)} \right\} \quad (3.3.144)$$

D を次式で定義する。

$$D = \frac{3a + 2b}{2b} \quad (3.3.145)$$

D はダイレイタンス係数であり、応力比 \tilde{M} を境界に塑性体積ひずみの正負が変化する。よって、

$$a = \frac{1}{3}(2bD - 1) \quad (3.3.146)$$

となることから a は塑性変差ひずみのパラメータであり、 b とダイレイタンス係数 D が決まると自動的に決まる値である。あるいは、

$$d\varepsilon_{ij}^p = 2b \cdot \frac{\eta_{ij} - \chi_{ij}}{\bar{\eta}(\chi)} \cdot \frac{1}{\sigma'_m} + 2bD \frac{\delta_{ij}}{3} \left\{ \tilde{M} - \eta_{st} \frac{(\eta_{st} - \chi_{st})}{\bar{\eta}(\chi)} \right\} \frac{1}{\sigma'_m} \quad (3.3.147)$$

$$\therefore d\varepsilon_{ij}^p = 2b \frac{\partial g}{\partial s_{ij}} + 2bD \frac{\partial g}{\partial \sigma'_m} \cdot \frac{\delta_{ij}}{3} \quad (3.3.148)$$

と表現すると $2b$ が一般によく利用される流れ則の係数 λ に対応する。（ $d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma'_{ij}}$ なる

表現）ここで、さらに応力比によって変化するダイレイタンス量を評価できるように次式により D を与える。

$$D = D_0 \left(\frac{\tilde{M}}{M_m} \right)^n \quad (3.3.149)$$

D_0 , n はダイレイタンスパラメータである。 b の値は $2b$ が流れ則の係数 λ に対応するため、適応条件より導かれる。降伏関数は有効応力テンソルと移動硬化パラメータ χ_{ij} の関数であるから適応条件は次式のようになる。

$$df = \frac{df}{\partial \sigma'_{ij}} d\sigma'_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \chi_{ij}} d\chi_{ij} = 0 \quad (3.3.150)$$

$$2b = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} d\sigma'_{ij}}{\left(\frac{\eta_{ij} - \chi_{ij}}{\bar{\eta}(\chi)} \right) \left(A \frac{\eta_{ij} - \chi_{ij}}{\bar{\eta}(\chi)} - \chi_{ij} \right) \frac{B}{\sigma'_m}} \quad (3.3.151)$$

$$h = 1 / \left(\frac{\eta_{ij} - \chi_{ij}}{\bar{\eta}(\chi)} \right) \left(A \frac{\eta_{ij} - \chi_{ij}}{\bar{\eta}(\chi)} - \chi_{ij} \right) \frac{B}{\sigma'_m} \quad \text{とすると}$$

$$\begin{aligned} 2b &= h \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} d\sigma'_{ij} \\ &= h \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \left(D_{ijkl}^e (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p) \right) \\ &= h \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} D_{ijkl}^e \left\{ d\varepsilon_{kl} - 2b \left(\frac{\partial g}{\partial s_{kl}} + D \frac{\partial g}{\partial \sigma'_m} \frac{\delta_{kl}}{3} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.3.152)$$

よって

$$2b \left\{ 1 + h \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} D_{ijkl}^e \left(\frac{\partial g}{\partial s_{kl}} + D \frac{\partial g}{\partial \sigma'_m} \cdot \frac{\delta_{kl}}{3} \right) \right\} = h \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} D_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl} \quad (3.3.153)$$

$$2b = \frac{h \cdot \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} D_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl}}{1 + \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} D_{ijkl}^e \left(\frac{\partial g}{\partial s_{kl}} + D \frac{\partial g}{\partial \sigma'_m} \cdot \frac{\delta_{kl}}{3} \right)} \quad (3.3.154)$$

e) 弾性ひずみ増分

弾性偏差ひずみ増分テンソル de_{ij}^e は次式で算定する。

$$de_{ij}^e = \frac{1}{2\tilde{\mu}} ds_{ij} \quad (3.3.155)$$

せん断弾性係数 $\tilde{\mu}$ はひずみ発生による低減を考え

$$\tilde{\mu} = \frac{\tilde{\mu}_0}{1 + \gamma_{ap}^p / \gamma_r^e} \quad (3.3.156)$$

$$\tilde{\mu}_0 = \frac{G_0}{\sigma'_{m0}} \sigma'_m \quad (3.3.157)$$

G_0 は初期せん断弾性係数, σ'_{m0} は初期平均有効応力である。また, 体積弾性係数は

$$dv^e = d\varepsilon_{kk}^e = \frac{\kappa}{(1+e)\sigma'_m} d\sigma'_m = \frac{1}{K} d\sigma'_m \quad \text{より}$$

$$K = \frac{(1+e)}{\kappa} \cdot \sigma'_m \quad (3.3.158)$$

f) 応力ひずみ関係

弾性ひずみ増分テンソル $d\varepsilon_{ij}^e$ に関して等方弾性体の構成式より応力増分～ひずみ増分

関係は弾性マトリックス D_{ijkl}^e を用いて次式で与えられる。

$$\begin{aligned} d\sigma'_{ij} &= D_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl}^e \\ &= \tilde{\lambda} d\varepsilon_{kk}^e \delta_{ij} + 2\tilde{\mu} d\varepsilon_{ij}^e \\ &= \left(\tilde{\lambda} + \frac{2}{3} \tilde{\mu} \right) d\varepsilon_{kk}^e \delta_{ij} + 2\tilde{\mu} d\varepsilon_{ij}^e \end{aligned} \quad (3.3.159)$$

ここで、体積弾性係数 K を用いると

$$K = \tilde{\lambda} + \frac{2}{3} \tilde{\mu} \quad (3.3.160)$$

となる。ここで低減前の剛性を考えると

$$\tilde{\lambda}_0 = K - \frac{2}{3} \tilde{\mu}_0 = \frac{1+e}{\kappa} \sigma'_m - \frac{2}{3} \tilde{\mu}_0 \quad (3.3.161)$$

次に、塑性ひずみ増分 $d\varepsilon_{ij}^p$ は

$$d\varepsilon_{ij}^p = 2b \frac{\partial g}{\partial s_{ij}} + D \cdot 2b \frac{\partial g}{\partial \sigma'_m} \frac{\delta_{ij}}{3} \quad (3.3.162)$$

なので

$$\begin{aligned} d\sigma'_{ij} &= D_{ijkl}^e \left(d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p \right) \\ &= D_{ijkl}^e \left\{ d\varepsilon_{kl} - \left(\frac{\partial g}{\partial s_{kl}} + D \frac{\partial g}{\partial \sigma'_m} - \frac{\delta_{kl}}{3} \right) 2b \right\} \\ &= \left\{ D_{ijab}^e \frac{D_{ijkl}^e \left(\frac{\partial g}{\partial s_{kl}} + D \frac{\partial g}{\partial \sigma'_m} \cdot \frac{\delta_{kl}}{3} \right) h \frac{\partial f}{\partial \sigma_{st}} D_{stab}^e}{1 + \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} D_{ijkl}^e \left(\frac{\partial g}{\partial s_{kl}} + D \frac{\partial g}{\partial \sigma'_m} \cdot \frac{\delta_{kl}}{3} \right)} \right\} d\varepsilon_{ab} \end{aligned} \quad (3.3.163)$$

ここで、渦岡も用いたせん断係数を低減する方法を適用する。このようにすることで大きなひずみレベルまで取り扱うことができる。渦岡（2000）によれば、変相線に応力が到達した時点からの $d\gamma^p$ の値の累積を用いている。ここでは、過去最大の $\gamma = (\varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij})^{1/2}$ を用いた式を用いる。このようにすることで、既往の非線形構成則である、H-D モデルや R-O モデルとの対応を試みる。

本研究では、以下の式で弾性係数の低減を考慮する。（図 3.3.4.2 参照）

$$\tilde{\lambda} = \frac{\tilde{\lambda}_0}{1 + \left(\gamma_{DP} / \gamma_r^e \right)^{n_E}} \quad (3.3.164)$$

$$\tilde{\mu} = \frac{\tilde{\mu}_0}{1 + \left(\gamma_{DP} / \gamma_r^e \right)^{n_E}} \quad (3.3.165)$$

$$B = \frac{B_0}{1 + \left(\gamma_{DP} / \gamma_r^p \right)^{n_E}} \quad (3.3.166)$$

ここで、 γ_r^e は弾性基準ひずみ、 γ_r^p は塑性基準ひずみ、 γ_{DP} は既往最大ひずみ、 n_E はフィッティングパラメータである。ただし、 $B < B_1$ の場合 $B = B_1$ とする。また、 $\tilde{\mu}_0 = \frac{G_0}{\sigma'_{m0}} \sigma'_m$ 、 $\tilde{\lambda}_0 = \frac{1+e}{\kappa} \sigma'_m - \frac{2}{3} \tilde{\mu}_0$ 、 $B_0 = G^p / Mf$ である。なお、 $G^p - 2G_0^{EP} > 0$ を常に満足しなければならないので、 B と $\tilde{\mu}$ の低減の設定にはこれらに対する注意が必要である。

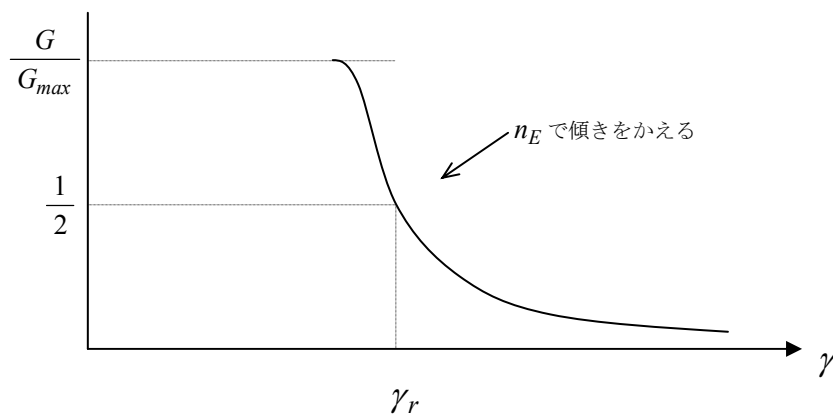


図 3.3.4.2 せん断係数の低減方法

3.3.5 ひずみの局所化の影響について

以上示したいずれの構成則を用いた場合でも、図 3.3.5.1 に示すように、三軸圧縮試験や繰返し三軸試験をはじめとした要素試験から得られた結果を用いて応力ひずみ関係のモデル化を行う。この際、要素試験に用いる供試体にはせん断帯等が生じ、ひずみの局所化が発生する。上述した要素試験から得られた応力ひずみ関係は、これらの局所化したひずみを供試体スケールで平均化して求めたものであり、ひずみの局所化の影響を適切に表現できていない。地盤の変形および崩壊現象が、地盤内の応力ひずみ関係を平均的に取り扱っても支障がないものであれば問題はないが、実際の地盤では、地盤内のひずみの局所化は特に地盤の大変形現象を扱う上で大きな影響を及ぼす可能性がある。

ひずみの局所化の影響を解析モデルに取り入れるには、解析手法が連続体力学に基づく限り、せん断帯の形成等ローカル（局所的）な変形をいかに **Smearing** してマクロ（平均的）な挙動として表現するかが重要になる。例えば、図 3.3.5.2 に示すスミヤード・クラックモデル（Bazant, 1983, 高橋ら, 2009）、図 3.3.5.3 に示す均質化法（例えば、車谷・寺田, 2006）等の手法を用いることにより表現が可能になる可能性がある。また、Li and Liu (2001) によれば、メッシュフリー法を用いることで、固体の変形の局所化に対するメッシュ依存性を軽減できるという報告もある。（応用力学委員会 計算力学小委員会, 2012）しかしながら、これらの研究は発展途上であり、実際は地盤の応力ひずみ関係を上述したように要素試験結果から取り入れるのが現状である。

以上を踏まえ、本研究では、地盤の応力ひずみ関係を要素試験結果から構成則でモデル化するものとした。しかしながら、特に地盤の大変形または崩壊問題を扱う上ではひずみの局所化の影響を考慮していくことは重要と考えられる。**Smearing** の高度化に向けた研究の発展とともにひずみの局所化の影響を考慮していくことは今後の重要な課題である。

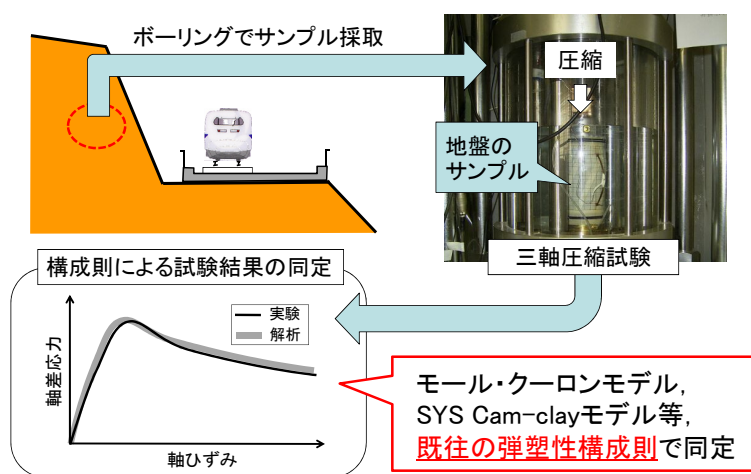


図 3.3.5.1 要素試験結果を用いた応力ひずみ関係のモデル化

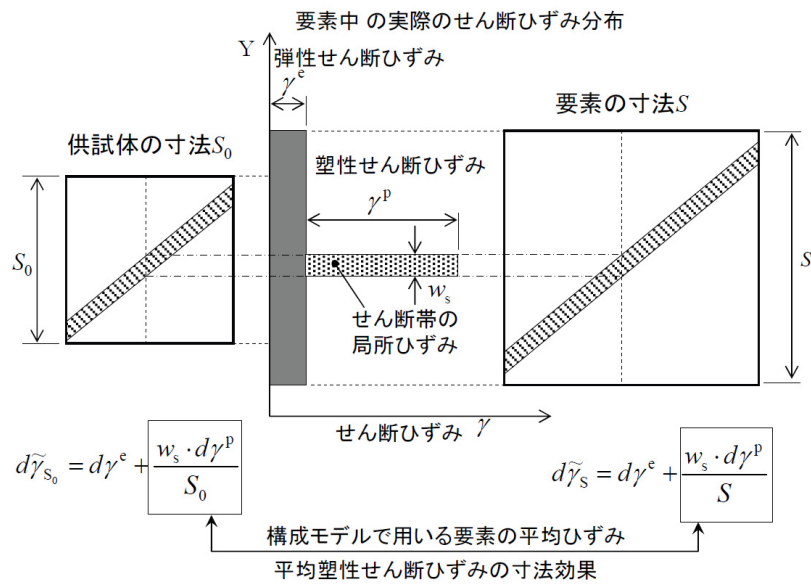


図 3.3.5.2 スミヤード・クラックモデルの概要（高橋ら（2009）より引用）

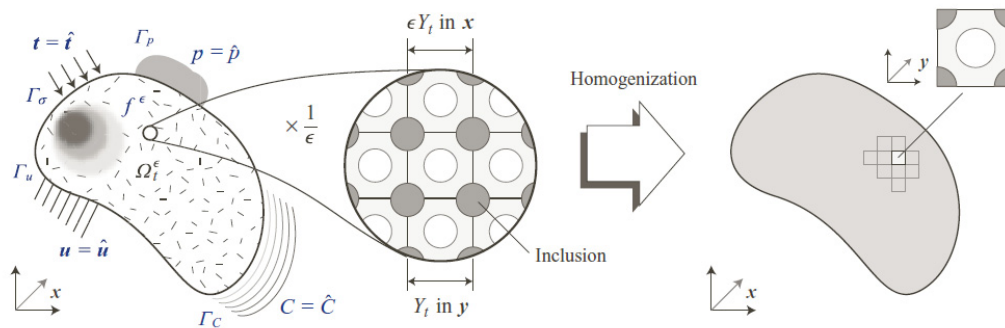


図 3.3.5.3 均質化法の概要（車谷・寺田（2006）より引用）

3.4 MPMの動的解析対応への拡張

前述したように、斜面崩壊をはじめとした地盤の大変形、崩壊現象は、地震時に多く発生している。したがって、これらの現象を扱う上で地震時に観測された地震動を用いて動的解析を行う必要がある。動的解析を行う上で特に考慮しなければならないことは、減衰の設定である。動的解析で扱わなければならない減衰としては、大きく二種類のものがある。一つ目は地盤材料の非線形特性に由来する減衰である。これは、解析に用いる構成則の履歴特性により表現される。また、その特性も繰返し三軸試験により実験的に把握することができる。二つ目の減衰は見掛けの減衰と呼ばれるもので、地下散逸減衰と散乱の減衰を総合した減衰である。

前者は、地盤中を波動が伝播していくときに解析領域で運動エネルギーが減少し波動が小さくなる現象であたかも減衰があるような挙動をするものである。この原因として、地盤が振動を受け、地盤内を構成する土粒子が、当初、並進変形のみがあったものが、並進変形に加え回転変形も加わるようになり、この回転変形に伴い消費されたエネルギーが減衰として現れている可能性が考えられる。例えば、Muhlhaus and Oka (1996)は、粒子接触および回転の影響を考慮した波動伝播式を提案し、波形のせん断速度成分と粒子回転速度成分の大きさに、粒子サイズおよび垂直剛性とせん断剛性の比の違いが与える影響について解析的に検討している。その結果、特に粒子サイズが大きく、せん断剛性が垂直剛性に対して大きい場合は、せん断速度成分とともに粒子回転速度成分も減少する傾向があり、せん断剛性が垂直剛性に対し小さい場合は、せん断速度成分は減少する一方、粒子回転速度成分は増加する傾向があることを示している。このことは、粒子表面が滑らかでせん断剛性が小さい地盤の場合では、粒子の回転が発生しやすいことを示していると考えられ、上記に示したように、振動により土粒子の回転変形が加わることに同意と考えられる。ただし、このことは実験的には明確になっていない。また、この振動により粒子回転が発生し、それが減衰の大きさに与える影響については明確になっていない。今後、実験的検討やDEMによる検討を進めることで、粒子回転が減衰としていかに機能するか明確になってくるものと考えられる。

後者は主に地盤の不均質性によるもので、解析で想定した地盤は均質であるとする減衰のあるものとして挙動が現れる現象である。この減衰のメカニズムを忠実に表現することは困難であり、現状ではRayleigh減衰が使われることが多い。この減衰は、質量マトリックスと剛性マトリックスの線形結合で定義されるものであり、以下の式で表現される。

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (3.4.1)$$

ここで、 \mathbf{C} は減衰マトリックス、 \mathbf{M} は質量マトリックス、 \mathbf{K} は剛性マトリックス、 α と β は減衰定数である。また、第1項を質量比例減衰、第2項を剛性比例減衰と呼ぶ。この減衰は数値計算上扱いやすいこともありFEM解析で多く用いられている。

本研究では、MPMを用いて地盤の動的解析を行う上で、上記のRayleigh減衰をベースとして減衰のモデル化を行った。ただし、MPMでは物体を粒子の集合で表現するため、粒子の質量 m_p と粒子の弾性剛性 \mathbf{T}_p^E を用いて減衰を表現する必要がある。一方、運動方程式はバックグラウンドメッシュの格子点で解かれるので、粒子が有する質量 m_p と弾性剛性 \mathbf{T}_p^E を内挿関数を通じてバックグラウンドメッシュにて減衰力を表現する必要がある。(図3.4.1参照) この表現には新たな式が必要であり、本研究では以下の式を用いて考慮するものとした。

$$\mathbf{f}_i^{dmp} = -\alpha \sum_p^{N_p} m_p N_i(\mathbf{x}_p) \mathbf{v}_p - \beta \sum_p^{N_p} \frac{m_p}{\rho_p} \left\{ \nabla N_i(\mathbf{x}_p) \cdot \left(\mathbf{T}_p^E : \frac{\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p}{\Delta t} \right) \right\} \quad (3.4.2)$$

ここで、 \mathbf{f}_i^{dmp} はバックグラウンドメッシュの格子点 i での減衰力、 N_p はバックグラウンドメッシュ内の粒子数、 $N_i(\mathbf{x}_p)$ はバックグラウンドメッシュの格子点 i での内挿関数、 \mathbf{v}_p は粒子の速度、 ρ_p は粒子の密度、 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p$ は粒子のひずみ増分、 Δt は時間増分である。右辺の第1項は質量比例減衰、第2項は剛性比例減衰を表している。なお、減衰定数 α 、 β はFEM解析に用いられる値を基本的に用いるものとした。これは、前述したようにMPMは運動方程式を解く際にFEMと類似した計算を行うためである。ただし、上式は地盤の変形が小さい時に適用すべき式であり、地盤の変形が大きい時の影響は別途検討する必要がある。

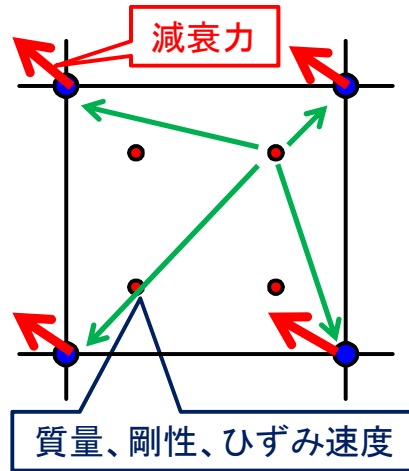


図 3.4.1 MPM における減衰力と質量、剛性およびひずみ速度の関係

3.5 MPMの固液二相系への拡張

3.5.1 MPMにおける固液二相系解析の概要

地盤の大変形，崩壊解析を扱う上では，地盤内の間隙水の挙動の表現も重要である。間隙水の挙動は，前述したようにBiot（1962）の式により固液二相系として表現可能である。そこで，本研究ではBiotの式をベースとして，MPMの固液二相系への拡張を行った。

MPMの特徴として粒子の集合で地盤をモデル化するという点がある。そこで，固相と液相を代表する粒子を二種類用意し，後者で地盤内を間隙水が浸透する挙動を表現しつつ，前者で地盤の大変形までの挙動を表現する手法を提案した。このようにすることで，浸透破壊をはじめとした，間隙水の浸透に伴う地盤の不安定化を大変形後の挙動も含めて表現が可能になると考えられる。

また，特に液状化への適用を踏まえ，完全非排水条件を考慮した簡便法も提案した。この手法は，液状化のような過剰間隙水圧の上昇が急激に生じる現象や，透水性が低く排水端まで距離が遠い現象では，地盤内は非排水・等体積条件をほぼ仮定できるとし，地盤中の透水・浸透の影響は考えないものとしたものであり，FEMによる液状化解析でも用いられている方法を応用したものである。

3.5.2 MPMにおける固液二相系解析（詳細法）

ここでは，固相と液相を代表する粒子を二種類用意して固液二相系解析を行う方法（詳細法）について示す

a) 一般

はじめに，時刻歴計算を始める段階（解析ステップ $k = 0$ ）での処理を行う。ここでは，粒子がもつラグランジュ変数として初期座標 $\mathbf{x}_p^k = \{x_p^k, y_p^k\}^T$ （ k はステップ数を表す），初期

速度 $\mathbf{v}_p^k = \{v_{xp}^k, v_{yp}^k\}^T$ ，初期応力 $\boldsymbol{\sigma}_p^k = \sigma_{ijp}^k$ ，初期ひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}_p^k = \varepsilon_{ijp}^k$ および初期密度 ρ_p^k を設定する。

弾塑性構成則で履歴依存性を有するモデルを用いた場合で，別途，初期値設定が必要である場合はそれらの初期値も設定する必要がある。このとき，粒子 p がもつ質量 M_p は

$$M_p = \rho_p^k V_p \quad (3.2.60)$$

ここで， $V_p = L^2/n_s$ であり， n_s は格子一辺あたりの粒子の個数である。連続体を一定の質量をもった粒子としてモデル化しているので質量 M_p は時刻歴計算中不変の値となる。これらは一般の MPM と同様である。

ここでは、連続体を以下の二種類の粒子の集合で表現する。(図 3.5.1 参照)

- ・ 固相粒子 ($\mathbf{x}_{sp}^k = (x_{sp}^k, y_{sp}^k)$) に位置した N_s 個の粒子群で構成)
- ・ 液相粒子 ($\mathbf{x}_{wp}^k = (x_{wp}^k, y_{wp}^k)$) に位置した N_w 個の粒子群で構成)

時間 t^k (k : ステップ数) において、固相粒子の速度は v_{sp}^k 、液相粒子の速度は v_{wp}^k となる。

液相粒子では、運動方程式から導出される間隙水圧、Darcy 則に基づく液相粒子の速度を計算する。一方、固相粒子では、有効応力、固相の変形と速度を計算する。図 3.5.2 にアルゴリズムの流れを示す。

バックグラウンドメッシュは $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i)$ ($i = 1, \dots, N_n$) に位置しているものとする。格子点 i において、固相および液相の格子点に関わる諸量は、各粒子位置における内挿関数 $N_i(\mathbf{x}_p^k)$ を用いて計算される。なお、ここでは、なるべくバックグラウンドメッシュを粒子群が通過する時に発生するノイズを低減させるため、上述した GIMPM を内挿関数に用いるものとした。関数を三角関数として下式により計算する。

$$N_i(\mathbf{x}_p^k) = N_{xi}(x_p^k) \cdot N_{yi}(y_p^k) \quad (3.5.1)$$

$$N_{xi}(x_p) = \begin{cases} 0 & x_p - x_i \leq -L - l_p \\ \{L + l_p + (x_p - x_i)\}^2 / 4Ll_p & -L - l_p \leq x_p - x_i \leq -L + l_p \\ 1 + (x_p - x_i)/L & -L + l_p \leq x_p - x_i \leq -l_p \\ 1 - \{(x_p - x_i)^2 + l_p^2\} / 2Ll_p & -l_p \leq x_p - x_i \leq l_p \\ 1 - (x_p - x_i)/L & l_p \leq x_p - x_i \leq L - l_p \\ \{L + l_p - (x_p - x_i)\}^2 / 4Ll_p & L - l_p \leq x_p - x_i \leq L + l_p \\ 0 & L + l_p \leq x_p - x_i \end{cases}$$

$$N_{yi}(y_p) = \begin{cases} 0 & y_p - y_i \leq -L - l_p \\ \{L + l_p + (y_p - y_i)\}^2 / 4Ll_p & -L - l_p \leq y_p - y_i \leq -L + l_p \\ 1 + (y_p - y_i)/L & -L + l_p \leq y_p - y_i \leq -l_p \\ 1 - \{(y_p - y_i)^2 + l_p^2\} / 2Ll_p & -l_p \leq y_p - y_i \leq l_p \\ 1 - (y_p - y_i)/L & l_p \leq y_p - y_i \leq L - l_p \\ \{L + l_p - (y_p - y_i)\}^2 / 4Ll_p & L - l_p \leq y_p - y_i \leq L + l_p \\ 0 & L + l_p \leq y_p - y_i \end{cases}$$

ここで、 L は格子長、 $2l_p$ は粒子サイズである。本研究では、粒子サイズとして初期の粒子サイズ $2l_p$ を用いるものとした。

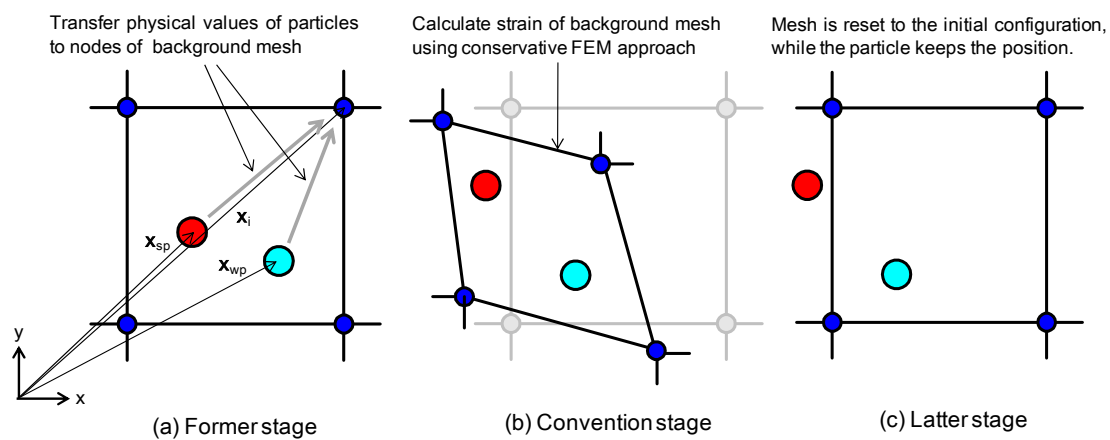


図 3.5.1 固液二相系解析における解析の流れ

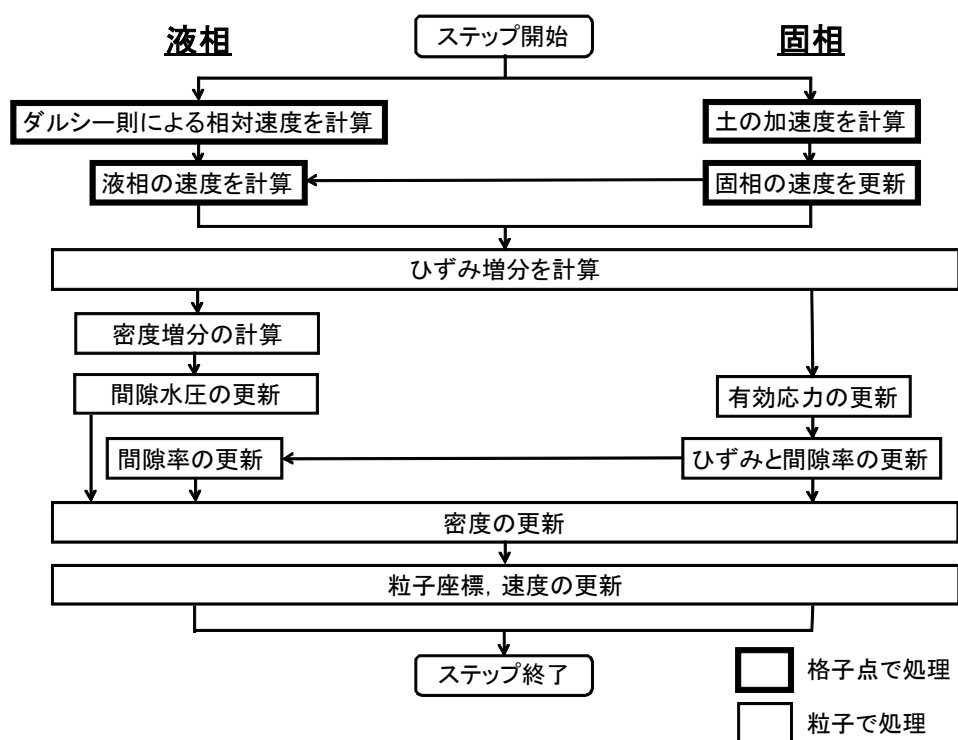


図 3.5.2 固液二相系解析におけるアルゴリズムのフロー

b) 液相の表現

飽和土中の間隙水の挙動は、下記の構成則とダルシー則により支配される。

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = \frac{K_w}{\bar{\rho}_w} \left(\frac{\partial m_w}{\partial t} - \frac{\bar{\rho}_w}{n} \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \right) \mathbf{I} \quad (3.5.2)$$

$$\mathbf{v}_w^* = -\frac{k_s}{\bar{\rho}_w g} \left\{ \nabla \mathbf{p} + \frac{\bar{\rho}_w}{n} (\mathbf{g} - \mathbf{a}_s) \right\} \quad (3.5.3)$$

ここで、 \mathbf{p} は間隙水圧、 $\mathbf{v}_w^* (= \mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s)$ は土骨格に対する間隙水の相対速度、 \mathbf{g} は重力加速度、 g は重力加速度の大きさ、 t は時間、 K_w は水の体積弾性係数、 m_w は間隙水の質量、 ε_v は土の体積ひずみ、 \mathbf{a}_s は固相の加速度、 k_s は土の透水係数である。ここでは、間隙は完全に乾燥しているか飽和しているかであり、不飽和状態は考慮していない。それゆえ、間隙水に関する項は、乾燥状態では真空、飽和状態では水の挙動を表現している。 n は間隙水の土の全体積に対する体積比率である。 ρ_w は間隙水の平均密度で液相を占める間隙水の質量を液相の体積で除したものであり、飽和状態では水の密度と等価となる。 $\bar{\rho}_w$ は土の全体積に対する間隙水の平均密度であり、 $\bar{\rho}_w = \rho_w n$ と表せる。

ダルシー則から得られる間隙水の速度は、式(3.5.3)の離散化を用いて以下のように求められる。はじめに、式(3.5.3)の弱形式として下式が得られる

$$\int_{\Omega} \bar{\rho}_w g \mathbf{v}_w^* \cdot \mathbf{w} d\Omega = k_s \left\{ \int_{\Omega} \bar{\rho}_w \mathbf{p}^s : \nabla \mathbf{w} d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\bar{\rho}_w}{n} (\mathbf{g} - \mathbf{a}_s) \mathbf{w} d\Omega \right\} \quad (3.5.4)$$

ここで、 $\mathbf{p}^s = \mathbf{p} / \bar{\rho}_w$ であり、 $\mathbf{w}(\mathbf{x})$ は任意の関数である。式(3.5.4)は、有限要素解析でも行われるように部分積分とガウスの発散定理を用いることで得ることができる。

液相の密度を、時間 t^k で位置 \mathbf{x} における液相粒子の質量の総和により下式のように表現する。

$$\bar{\rho}_w^k(\mathbf{x}) = \sum_{wp=1}^{N_w} m_{wp} \delta\{\mathbf{x} - \mathbf{x}_{wp}^k\} \quad (3.5.5)$$

ここで、 m_{wp} は時間 t^k で位置 \mathbf{x}_{wp}^k における液相粒子 wp の質量であり、 $m_{wp} = \rho_{wp} V_{wp}$ (V_{wp} : 液相粒子 wp の体積) または、 $m_{wp} = \bar{\rho}_w V$ (V : 全体積) である。 δ はクロネッカーのデルタ、 N_w は一格子中に存在する液相粒子の総数である。

式(3.5.5)を式(3.5.4)に代入することで下式を得ることができ、時間 t^k で格子点 i における間隙水の相対速度 \mathbf{v}_{wi}^{*k} を得ることができる。

$$\mathbf{v}_{wi}^{*k} = k_s \left[\sum_{wp=1}^{N_w} \left(m_{wp} / \bar{\rho}_{w wp}^k \right) \mathbf{G}_{i wp}^k \cdot \mathbf{p}_{wp}^k - \left\{ \sum_{wp=1}^{N_w} \left(m_{wp} / n_{wp}^k \right) N_{i wp}^k \right\} \left(\mathbf{g} - \mathbf{a}_{si}^k \right) \right] / m_{wi}^k \quad (3.5.6)$$

$$m_{wi}^k = \sum_{wp=1}^{N_w} m_{wp} g N_{i wp}^k \quad (3.5.7)$$

ここで、 $N_{i wp}^k (= N_i(\mathbf{x}_{wp}^k))$ は \mathbf{x}_{wp}^k における内挿関数、 $\mathbf{G}_{i wp}^k = \nabla N_{i wp}^k$ 、 \mathbf{p}_{wp}^k は \mathbf{x}_{wp}^k における間隙水圧、 \mathbf{a}_{si}^k は格子点 i での固相の加速度、 $\bar{\rho}_{w wp}^k$ と n_{wp}^k は時間 t^k で \mathbf{x}_{wp}^k における間隙水の平均密度と全体積に対する平均体積比である。土の変形が小さい時は、 $\bar{\rho}_{w wp}^k$ は土の初期間隙率と水の密度を乗じた値 ($\bar{\rho}_{w wp}^k = n_0 \rho_w$ 、 n_0 は初期間隙率) となり、 n_{wp}^k は土の間隙率となる。しかしながら、土の変形が大きい時は、MPM 粒子の混合と分離に応じて背面格子から求められることとなり、上記の値と異なることとなる。

\mathbf{x}_{wp}^k に位置する液相粒子 wp の間隙水圧の増分は、式(3.5.2)に基づき下式より求められる。

$$\Delta \mathbf{p}_{wp}^{k+1} = \left(K_w / \bar{\rho}_{w wp}^k \right) \left(\Delta \bar{\rho}_{w wp}^{*k+1} - \left(\Delta \bar{\rho}_{s wp}^{k+1} / n_{wp}^k \right) \right) \mathbf{I} \quad (3.5.8)$$

ここで、 \mathbf{x}_{wp}^k に位置する液相粒子の密度増分 $\Delta \bar{\rho}_{w wp}^{*k+1}$ と、固相粒子の密度増分 $\Delta \bar{\rho}_{s wp}^{k+1}$ が必要となる。これらについては、以下のように求められる。

式(3.5.6)から求められた \mathbf{v}_{wi}^{*k} を用いて、 \mathbf{x}_{wp}^k に位置する液相粒子 wp の浸透に伴う間隙水のひずみ増分 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{w wp}^{*k+1}$ は次式で求められる。

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{w wp}^{*k+1} = \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=1}^{N_n} \left\{ \mathbf{G}_{i wp}^k \mathbf{v}_{wi}^{*k} + \left(\mathbf{G}_{i wp}^k \mathbf{v}_{wi}^{*k} \right)^T \right\} \quad (3.5.9)$$

よって、 \mathbf{x}_{wp}^k に位置する液相粒子 wp の浸透に伴う密度増分は

$$\Delta \bar{\rho}_{w wp}^{*k+1} = -tr \left(\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{w wp}^{*k+1} \right) \bar{\rho}_{w wp}^k \quad (3.5.10)$$

同様に、 \mathbf{x}_{wp}^k における固相粒子のひずみ増分は

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{s wp}^{k+1} = \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=1}^{N_n} \left\{ \mathbf{G}_{i wp}^k \mathbf{v}_{si}^{k+1} + \left(\mathbf{G}_{i wp}^k \mathbf{v}_{si}^{k+1} \right)^T \right\} \quad (3.5.11)$$

ここで、 \mathbf{v}_{si}^{k+1} は固相の速度であり、後述する固相の運動方程式から求められる。式(3.5.11)

を用いて、 \mathbf{x}_{wp}^k での固相の体積ひずみ増分による液相の密度増分は

$$\Delta \bar{\rho}_{s_{wp}}^{k+1} = -tr(\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{s_{wp}}^{k+1}) \bar{\rho}_{w_{wp}}^k \quad (3.5.12)$$

以上から、 \mathbf{x}_{wp}^k における液相粒子の間隙水圧増分 $\Delta \mathbf{p}_{wp}^{k+1}$ は式(3.5.10)と式(3.5.12)を式(3.5.8)

に代入すること求められる。よって、 \mathbf{x}_{wp}^k に位置する液相粒子 wp の間隙水圧 \mathbf{p}_{wp} は次式で更新される。

$$\mathbf{p}_{wp}^{k+1} = \mathbf{p}_{wp}^k + \Delta \mathbf{p}_{wp}^{k+1} \quad (3.5.13)$$

c) 固相の表現

土の運動方程式は次式により表せる。

$$\rho \frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = \nabla \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} \quad (3.5.14)$$

ここで、 ρ は土の体積であり、 $\rho = \bar{\rho}_s + \bar{\rho}_w$ 、ただし、 $\bar{\rho}_s = (1-n)\rho_s$ (ρ_s は土粒子の密度、 n は間隙水の体積比)、 \mathbf{v}_s は固相の速度、 $\boldsymbol{\sigma}$ は土の全応力であり、 $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + \mathbf{p}$ ($\boldsymbol{\sigma}'$ は固相の有効応力)、 \mathbf{b} は土の体積力である。この式は固相に対する間隙水の相対加速度が固相の加速度に対し非常に小さいと仮定した上で成り立つ式である。Zienkeiwicz et al. (1990)によれば、間隙水の相対加速度は、加速度の振動数が一般的な地震動の振動数程度であれば大きな影響は及ぼさないことを示している。そこで、本研究でも同様な仮定の下、土の運動方程式を考慮するものとした。

固相と液相の質量保存式は次式により表現される。

$$\frac{d\bar{\rho}_s}{dt} + \bar{\rho}_s \nabla \cdot \mathbf{v}_s = 0 \quad (3.5.15)$$

$$\frac{d\bar{\rho}_w}{dt} + \bar{\rho}_w \nabla \cdot \mathbf{v}_w = 0 \quad (3.5.16)$$

MPM における離散化手法を用いて、式(3.5.14)と式(3.5.15)および式(3.5.16)を以下のように表現する。

時間 t^k での格子点 i における土の内力 $\mathbf{f}_i^{\text{int},k}$ 、固相の外力 $\mathbf{f}_{si}^{\text{ext},k}$ 、液相の外力 $\mathbf{f}_{wi}^{\text{ext},k}$ を式(3.5.17)、式(3.5.18)および式(3.5.19)で求める。

$$\mathbf{f}_i^{\text{int},k} = -\sum_{sp=1}^{N_s} \left(m_{sp} / \bar{\rho}_{sp}^k \right) \mathbf{G}_{isp}^k \cdot \boldsymbol{\sigma}'_{sp}{}^k - \sum_{wp=1}^{N_w} \left(m_{wp} / \bar{\rho}_{w wp}^k \right) \mathbf{G}_{i wp}^k \cdot \mathbf{p}_{wp}^k \quad (3.5.17)$$

$$\mathbf{f}_{si}^{\text{ext},k} = \sum_{sp=1}^{N_s} m_{sp} \mathbf{b}_{sp}^k N_{isp}^k + \sum_{sp=1}^{N_s} \left(m_{sp} / \bar{\rho}_{sp}^k \right) \boldsymbol{\tau}_{sp}^k h^{-1} N_{isp}^k \quad (3.5.18)$$

$$\mathbf{f}_{wi}^{\text{ext},k} = \sum_{wp=1}^{N_w} m_{wp} \mathbf{b}_{wp}^k N_{i wp}^k + \sum_{wp=1}^{N_w} \left(m_{wp} / \bar{\rho}_{w wp}^k \right) \boldsymbol{\tau}_{wp}^k h^{-1} N_{i wp}^k \quad (3.5.19)$$

ここで、 m_{sp} は \mathbf{x}_{sp}^k に位置する固相粒子 sp の質量であり、 $m_{sp} = \rho_{sp} V_{sp}$ (V_{sp} : 固相粒子 sp の体積) または $m_{sp} = \bar{\rho}_{sp} V$ (V : 土の体積) である。 $N_{isp}^k (= N_i(\mathbf{x}_{sp}^k))$ は \mathbf{x}_{sp}^k における内挿関数、 N_s は一格子内に存在する固相粒子の総数、 $\mathbf{G}_{isp}^k = \nabla N_{isp}^k$ 、 \mathbf{b}_{sp}^k は \mathbf{x}_{sp}^k での外力、 \mathbf{b}_{wp}^k は \mathbf{x}_{wp}^k での外力、 $\boldsymbol{\tau}_{sp}^k$ は固相粒子 sp が受ける外的応力、 $\boldsymbol{\tau}_{wp}^k$ は液相粒子 wp が受ける外的応力、 h は $\boldsymbol{\tau}_{sp}^k$ と $\boldsymbol{\tau}_{wp}^k$ が作用する層厚 (平面ひずみ状態) である。

時間 t^k での格子点 i において、固相の加速度 \mathbf{a}_{si}^k は次式により求められる。

$$\mathbf{a}_{si}^k = \left(\mathbf{f}_i^{\text{int},k} + \mathbf{f}_{si}^{\text{ext},k} + \mathbf{f}_{wi}^{\text{ext},k} \right) / m_i^k \quad (3.5.20)$$

$$m_i^k = \sum_{sp=1}^{N_s} m_{sp} N_{isp}^k + \sum_{wp=1}^{N_w} m_{wp} N_{i wp}^k \quad (3.5.21)$$

d) 粒子位置と格子点速度の更新

式(3.5.20)を用いて、固相の格子点速度 \mathbf{v}_{si}^k は次式で更新される。

$$\mathbf{v}_{si}^L = \mathbf{v}_{si}^k + \mathbf{a}_{si}^k \Delta t \quad (3.5.22)$$

液相の見掛け上の速度 \mathbf{v}_{wi}^L は \mathbf{v}_{si}^L とダルシー則から求めた相対速度 \mathbf{v}_{wi}^{*k} より次式でも求められる。

$$\mathbf{v}_{wi}^L = \mathbf{v}_{wi}^{*k} + \mathbf{v}_{si}^L \quad (3.5.23)$$

\mathbf{v}_{si}^k と \mathbf{a}_{si}^k を用いて、時間 t^{k+1} での固相粒子 sp の位置と速度は次式により求められる。

$$\mathbf{x}_{sp}^{k+1} = \mathbf{x}_{sp}^k + \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{v}_{si}^L N_{isp}^k \quad (3.5.24)$$

$$\mathbf{v}_{sp}^{k+1} = \mathbf{v}_{sp}^k + \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{a}_{si}^k N_{isp}^k \quad (3.5.25)$$

同様にして、液相粒子 wp の位置は次式により求められる。

$$\mathbf{x}_{wp}^{k+1} = \mathbf{x}_{wp}^k + \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} \mathbf{v}_{wi}^L N_{iwp}^k \quad (3.5.26)$$

最終的に、時間 t^{k+1} での固相の格子点速度 \mathbf{v}_{si}^{k+1} は固相粒子の速度 \mathbf{v}_{ssp}^{k+1} から次式により求められる。

$$\mathbf{v}_{si}^{k+1} = \sum_{sp=1}^{N_s} m_{sp} \mathbf{v}_{ssp}^{k+1} N_{isp}^k / m_{si}^k \quad (3.5.27)$$

$$m_{si}^k = \sum_{sp=1}^{N_s} m_{sp} N_{isp}^k \quad (3.5.28)$$

時間 t^{k+1} での液相の格子点速度 \mathbf{v}_{wi}^{k+1} は、時間 t^{k+1} での固相の格子点速度 \mathbf{v}_{si}^{k+1} とダルシー

則から求めた相対速度 \mathbf{v}_{wi}^{*k} から次式で求められる。

$$\mathbf{v}_{wi}^{k+1} = \mathbf{v}_{wi}^{*k} + \mathbf{v}_{si}^{k+1} \quad (3.5.29)$$

e) 粒子におけるひずみ、応力および密度の更新

時間 t^{k+1} での固相と液相の格子点速度を用いて、粒子におけるひずみ、応力および密度を更新する。

(i) ひずみ

固相粒子 sp のひずみ増分は次式により求められる。

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{ssp}^{k+1} = \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=1}^{N_n} \left\{ \mathbf{G}_{isp}^k \mathbf{v}_{si}^{k+1} + \left(\mathbf{G}_{isp}^k \mathbf{v}_{si}^{k+1} \right)^T \right\} \quad (3.5.30)$$

固相粒子 sp のひずみが次式により更新される。

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ssp}^{k+1} = \boldsymbol{\varepsilon}_{ssp}^k + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{ssp}^{k+1} \quad (3.5.31)$$

液相粒子 wp のひずみ増分は次式により求められる。

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{wvp}^{k+1} = \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=1}^{N_n} \left\{ \mathbf{G}_{iwq}^k \mathbf{v}_{wi}^{k+1} + \left(\mathbf{G}_{iwq}^k \mathbf{v}_{wi}^{k+1} \right)^T \right\} \quad (3.5.32)$$

(ii) 有効応力

固相粒子 sp の有効応力増分 $\Delta \sigma'_{sp}{}^{k+1}$ は土の構成則を用いて次式で求められる。

$$\Delta \sigma'_{sp}{}^{k+1} = \mathbf{D} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{sp}{}^{k+1} \quad (3.5.33)$$

ここで、 \mathbf{D} は剛性マトリックスである。

固相粒子 sp の有効応力は次式で更新される。

$$\sigma'_{sp}{}^{k+1} = \sigma'_{sp}{}^k + \Delta \sigma'_{sp}{}^{k+1} \quad (3.5.34)$$

(iii) 密度

固相粒子 sp の密度は次式で更新される。

$$\bar{\rho}_{sp}{}^{k+1} = \bar{\rho}_{sp}{}^k / \left\{ 1 + tr(\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{sp}{}^{k+1}) \right\} \quad (3.5.35)$$

同様に、液相粒子 wp の密度は次式で更新される。

$$\bar{\rho}_{wp}{}^{k+1} = \bar{\rho}_{wp}{}^k / \left\{ 1 + tr(\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{wp}{}^{k+1}) \right\} \quad (3.5.36)$$

(iv) 間隙率

土粒子が非圧縮性である仮定すると、固相粒子 sp における間隙率は固相の体積ひずみ増分から次式のように更新される

$$n_{sp}{}^{k+1} = 1 - \bar{\rho}_{sp}{}^{k+1} / \rho_{sp} \quad (3.5.37)$$

液相粒子 wp の位置における間隙率は各格子内に存在する固相粒子 (n_s 個) で算定された間隙水の平均体積比から求められる。

$$n_{wp}{}^{k+1} = \sum_{sp=1}^{n_s} n_{sp}{}^{k+1} / n_s \quad (3.5.38)$$

f) 固液二相系解析における安定化手法

従来、有限要素法で固液二相系解析を行う際、ガウス積分点における完全積分は数値解析的な不安定性につながる場合が多い。これは、間隙水圧が、有効応力が計算される位置と異なる位置で計算されることによる (Shiomi, 2004)。そこで、次数低減積分を用いて、これらの積分点を一致させる方法や固相の計算に用いる形状関数を一次上げる方法等が用いられている。一方、本研究では、有効応力と間隙水圧が固相と液相それぞれ異なる粒子の位置で計算する手法を用いている。このことは、有効応力と間隙水圧が異なる積分点で計算されていることを示しており、数値解析的な不安定性につながる手法となっている。

そこで、数値解析的な不安定性を最小限にするため、一次低減積分を用いた手法を用いるものとした。具体的には以下のようなものである。

液相で間隙水圧を計算する際、計算位置はバックグラウンドメッシュの中心とする。すなわち、間隙水圧を計算する際に用いる内挿関数 $N_i(\mathbf{x}_{wp}^k)$ を $N_i(\mathbf{x}_{wc}^k)$ として計算する。こ

こで、 \mathbf{x}_{wc}^k は液相粒子が存在するバックグラウンドメッシュ中心の座標である。なお、このようにすることで、粒子がバックグラウンドメッシュ境界近傍に位置した際に発生するノイズの影響を小さくすることができる。同様に、固相で有効応力を計算する際の位置もバックグラウンドメッシュの中心とする。すなわち、有効応力の計算において $\mathbf{G}_{isp}^k \{=\nabla N_i(\mathbf{x}_{sp}^k)\}$ を $\mathbf{G}_{isc}^k \{=\nabla N_i(\mathbf{x}_{sc}^k)\}$ として計算をする。ここで、 \mathbf{x}_{sc}^k は固相粒子が存在するバックグラウンドメッシュ中心の座標である。

g) 圧密試験のシミュレーションによる精度確認

(i) MPM モデル

上記で提案した固液二相系解析手法の精度を確認するために、一次元圧密試験のシミュレーションを行い、Terzaghi (1976) の理論解との比較を行った。ここでは、土を等方弾性体としてモデル化し、間隙水圧分布の時間変化、平均圧密度と時間係数との関係について、Terzaghi の理論解と一致するか検討を行う。用いたバックグラウンドメッシュを図 3.5.3 に示す。バックグラウンドメッシュのサイズは $0.02\text{m} \times 0.02\text{m}$ である。モデルとして用いた土柱は高さ 1.0m 、幅 0.1m である。用いた粒子の総数は各相 1000、合計 2000 であり、各メッシュには初期状態で 4 個の粒子を配置した。時間間隔は $\Delta t = 1.0 \times 10^{-7}\text{sec}$ である。シミュレーションに用いたパラメータを表 3.5.1 に示す。

表面応力としては 10kPa とし土柱の上面に位置する固相粒子群にこの応力を作用させた。ただし、Terzaghi の理論解との比較を目的とするため重力は作用させなかった。土柱の側面境界は鉛直方向のみに移動できるようにした。液相については、はじめに不透水状態で 10kPa を上面に作用させ、初期間隙水圧が全体的に 10kPa になった後、土柱上面のみを透水可能な状態にして間隙水圧が土柱上面から消散していく過程をシミュレーションした。

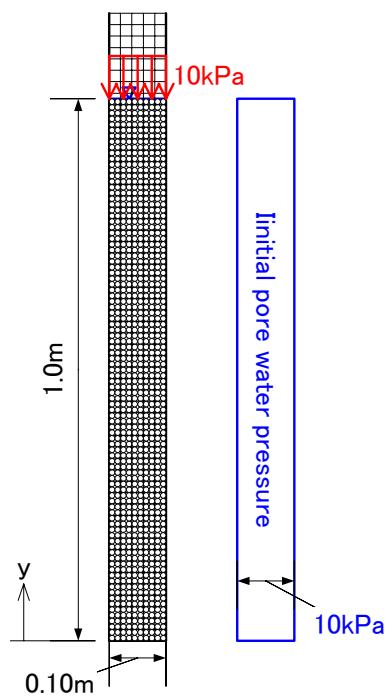


図 3.5.3 圧密試験のシミュレーションに用いた土柱モデル

表 3.5.1 圧密試験のシミュレーションに用いたパラメータ

パラメータ	
土粒子の密度 (kg/m^3)	2.7×10^3
間隙水の密度 (kg/m^3)	1.0×10^3
変形係数 (kPa)	2.0×10^4
ポアソン比	0.30
透水係数 (m/s)	5.0×10^{-4}
水の体積弾性係数 (kPa)	2.2×10^6
土の初期間隙率	0.30
背面格子長 (m)	0.02
時間増分 (s)	1.0×10^{-7}
粒子数	2000 (固相 : 1000, 液相 : 1000)

(ii) シミュレーション結果と考察

図 3.5.4 に間隙水圧の時間変化について Terzaghi の理論解と比較した結果を、図 3.5.5 に平均圧密度と時間係数の関係について Terzaghi の理論解と比較した結果を示す。平均圧密度は圧密沈下量の比 S/S_{cf} 、(S : 圧密沈下量, S_{cf} : 最終圧密沈下量) から求めた。これらの関係からシミュレーション結果は Terzaghi の理論解と良く一致していることが分かる。

MPM の精度は前述したように時間増分、バックグラウンドメッシュのサイズ、粒子の総数により異なる。Oliaei et al. (2009) によれば、正規化した時間係数 $L^2/(c_v \Delta t)$ (L : バックグラウンドメッシュ長, c_v : 圧密係数, Δt : 時間増分) を圧密解析の精度を確認するための指標として用いている。そこで、本研究でも当該指標を変化させつつ、粒子数およびバックグラウンドメッシュ長を変化させて、これらが解析精度に与える影響について検討を行った。粒子数については、各バックグラウンドメッシュが初期に有する数を 1, 4, 9 に変化させ、バックグラウンドメッシュ長については 0.01m または 0.10m とした。これらの変化により、粒子総数を 20 から 18,000 まで変化させた。表 3.5.2 に精度の確認に用いたパラメータを示す。

解析の精度については、以下の式から求めた不一致率を用いて確認した。

$$Error(\%) = |Ur_{MPM} - Ur_{Ana}| / Ur_{Ana} \times 100 \quad (3.5.39)$$

ここで、 Ur_{MPM} はシミュレーションから求めた圧密度、 Ur_{Ana} は Terzaghi の理論解から求めた圧密度である。

上記の不一致率と時間係数の関係を図 3.5.6 に示す。この結果から、不一致率は時間係数の増加とバックグラウンドメッシュ長の減少に伴い小さくなる傾向があることが分かる。とくに、時間係数 $T_v = 0.1$ 以下では不一致率は非常に小さいことが分かる。

図 3.5.7 に最大不一致率とバックグラウンドメッシュ長との関係を一格子に含まれる粒子数毎に示す。バックグラウンドメッシュ長が 0.02m 以上の場合では、不一致率は一格子に含まれる粒子数の増加に伴い減少していることが分かる。しかしながら、バックグラウンドメッシュ長が 0.01m の場合では、逆に不一致率が増加している。これは上述したようにバックグラウンドメッシュの境界を粒子が横切るときに発生する数値解析上のノイズによるものと考えられる。バックグラウンドメッシュが非常に細かく、粒子数が非常に多い場合、粒子が格子境界を横切る可能性が増加しより多くのノイズを発生させる。したがって、精度良い解析を行うためには、特に時間係数 T_v が 0.1 以下の場合では、バックグラウンドメッシュ長と粒子数について適切な選択が必要である。

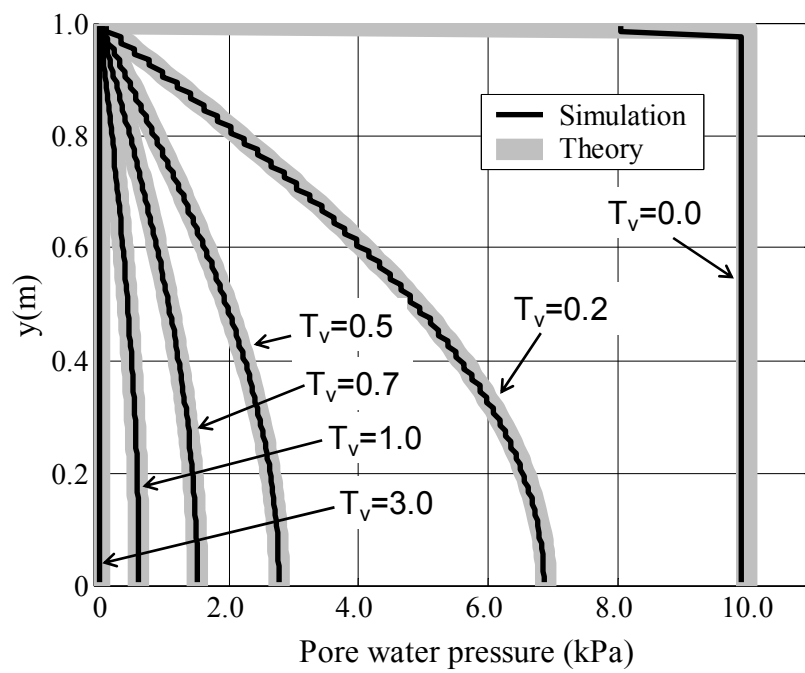


図 3.5.4 間隙水圧の時間変化について Terzaghi の理論解と比較した結果

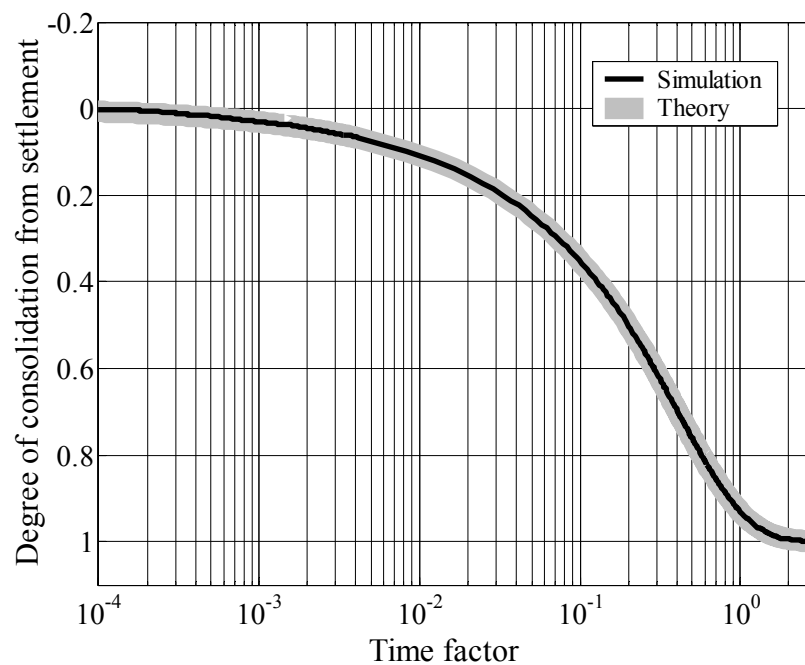


図3.5.5 平均圧密度と時間係数の関係についてTerzaghiの理論解と比較した結果

表 3.5.2 精度の確認に用いたパラメータ

	C_v (m ² /s)	Δt (s)	格子長 L (m)	$L^2/(C_v \times \Delta t)$	一格子あたり の粒子数	総粒子数
Case 1	1.40	1.0×10^{-7}	0.10	72800	1	20
Case 2					4	80
Case 3					9	180
Case 4			0.05	18200	1	80
Case 5					4	320
Case 6					9	720
Case 7			0.02	2912	1	500
Case 8					4	2000
Case 9					9	4500
Case 10			0.01	728	1	2000
Case 11					4	8000
Case 12					9	18000

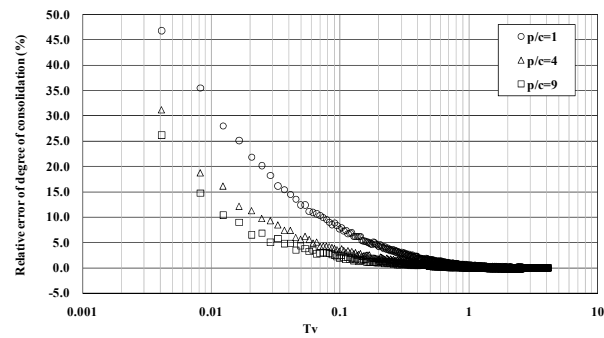
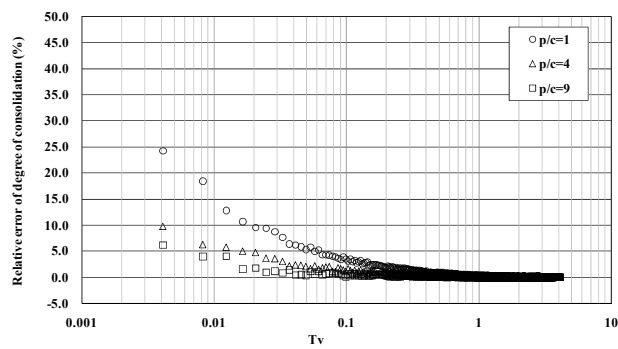
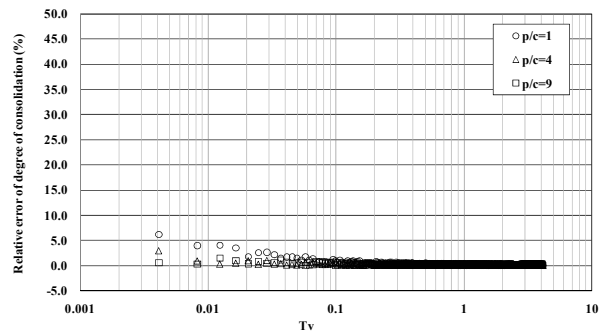
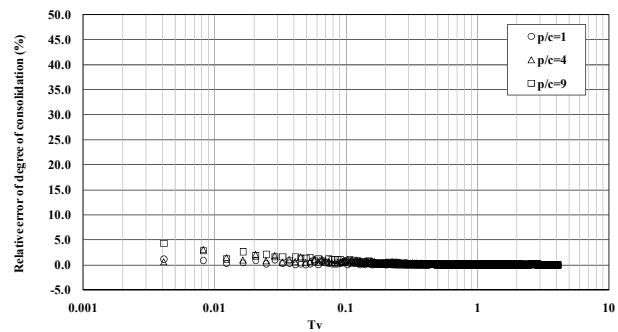
(a) $L = 0.10\text{m}$ (b) $L = 0.05\text{m}$ (c) $L = 0.02\text{m}$ (d) $L = 0.01\text{m}$

図3.5.6 不一致率と時間関数の関係

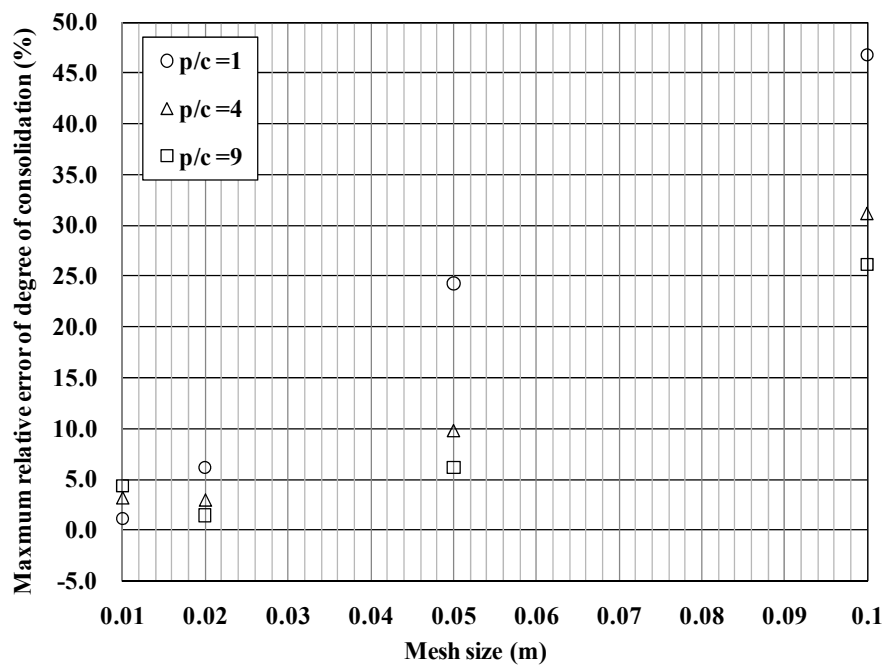


図3.5.7 最大不一致率とバックグラウンドメッシュ長との関係

h) ボイリング（ヒービング）のシミュレーションによる精度確認

(i) MPM モデル

上記で提案した固液二相系解析手法の精度を確認するために、ボイリング（ヒービング）のシミュレーションを行った。ここでは、土をモール・クーロンモデルによる弾完全塑性体としてモデル化し、しきりを設けて土の掘削深さが浅い場合と深い場合で解析を行った。解析モデルを図 3.5.8 に示す。バックグラウンドメッシュのサイズは $0.4\text{m} \times 0.4\text{m}$ とし、用いた粒子の総数は、掘削深さが深いケースで固相 288、液相 272、合計 560、掘削深さが浅いケースで固相 328、液相 312、合計 640 として各メッシュには初期状態で 4 個の粒子を配置した。時間間隔は $\Delta t = 1.0 \times 10^{-4} \text{sec}$ である。シミュレーションに用いたパラメータを表 3.5.3 に示す。

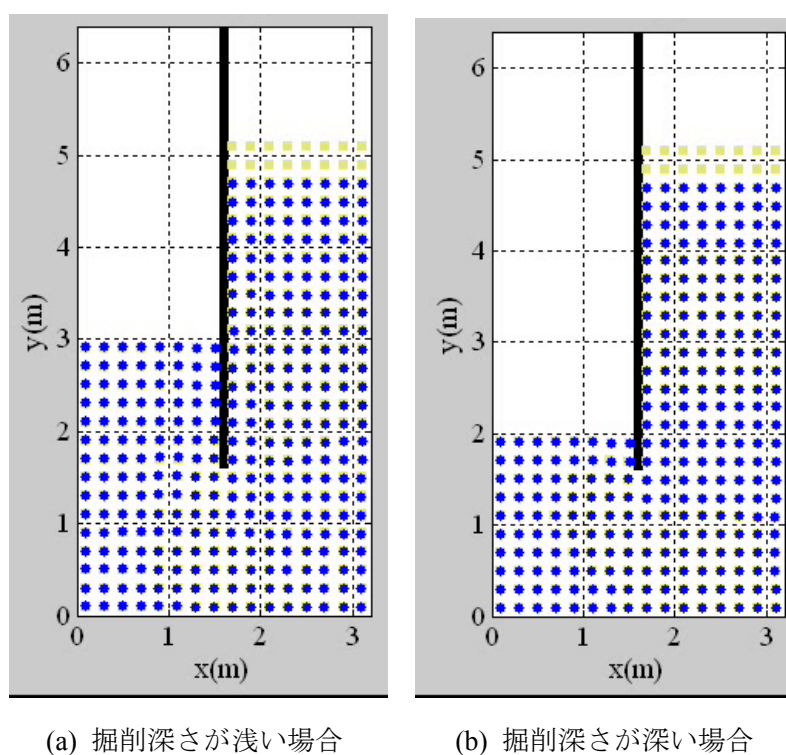


図 3.5.8 ボイリング（ヒービング）のシミュレーションに用いた解析モデル

表 3.5.3 ボイリング（ヒービング）のシミュレーションに用いたパラメータ

パラメータ	
土粒子の密度 (kg/m^3)	2.7×10^3
間隙水の密度 (kg/m^3)	1.0×10^3
変形係数 (kPa)	2.0×10^4
ポアソン比	0.30
粘着力(Pa)	0.10
内部摩擦角(度)	30.0
ダイレイタンシー角 (度)	0.0
引張強度(Pa)	0.0
透水係数 (m/s)	4.5×10^{-5}
水の体積弾性係数 (kPa)	2.2×10^6
土の初期間隙率	0.30
背面格子長 (m)	0.4
時間増分 (s)	1.0×10^{-4}
粒子数	浅い場合 : 640 (固相 : 328, 液相 : 312) 深い場合 : 560 (固相 : 288, 液相 : 272)

(ii) シミュレーション結果と考察

図 3.5.9 に掘削深さが浅い場合の最大せん断ひずみ分布を示す。時間の経過とともに液相粒子が左側に移動し、掘削面で一部地盤の変形が発生した。なお、本解析モデルでは固相と液相の分離をモデル化していないため、液相粒子が固相粒子群から離れようとした時点で解析が終了した。

図 3.5.10 に掘削深さが浅い場合の間隙水圧分布を示す。地盤内の間隙水圧の高低差を解消するように液相粒子が移動していることが確認できる。ただし、MPM および陽解法特有の数値振動が見られる。この点については今後解決に向けた検討が必要である。

図 3.5.11 に掘削深さが深い場合の最大せん断ひずみ分布を示す。掘削深さが浅い場合同様に時間の経過とともに液相粒子が左側に移動し、掘削面で地盤の変形が発生した。地盤の変形について、掘削深さが浅い場合より大きくなった理由としては、左側の土の拘束圧が総じて低いこと、動水勾配が大きく過剰間隙水圧が大きくなったことが考えられる。

図 3.5.12 に掘削深さが深い場合の鉛直動水勾配分布を示す。地盤の変形が生じた箇所では動水勾配は 1.0 近くになった。このことは、ボイリング（ヒービング）により地盤の変形が発生した箇所では限界動水勾配に達したことを示しており、実際のボイリングまたはヒービングの理論的背景と一致する結果である。

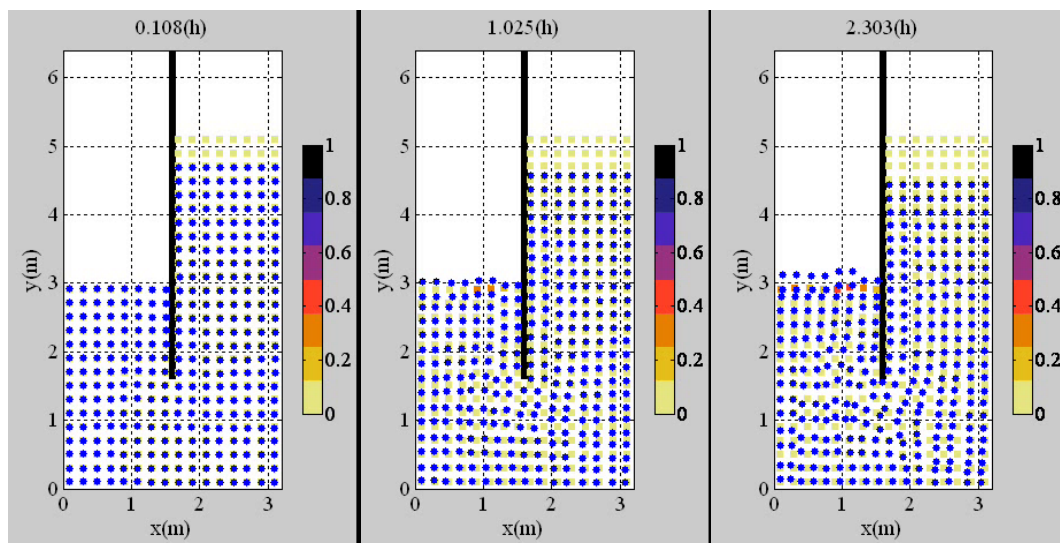


図 3.5.9 掘削深さが浅い場合のシミュレーション結果（最大せん断ひずみ分布）

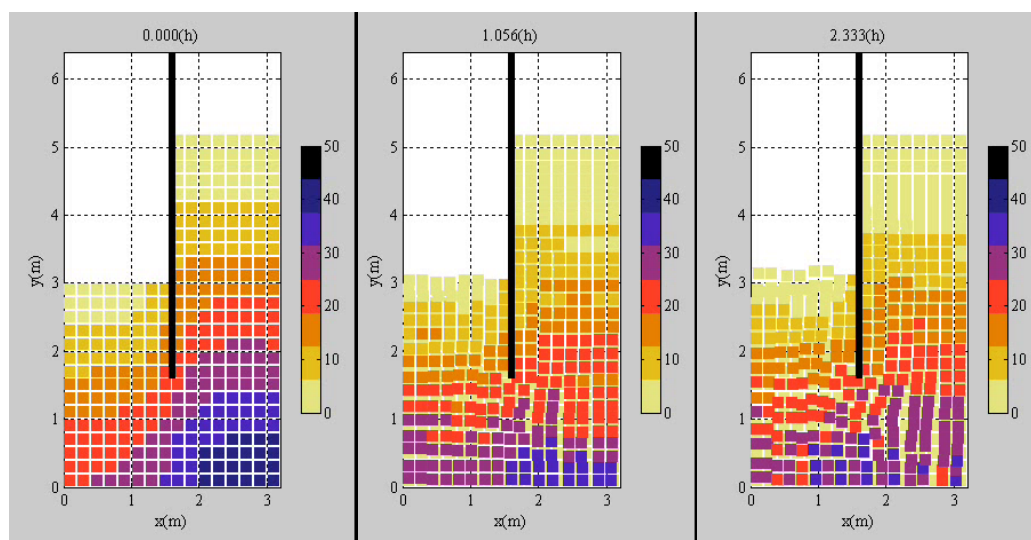


図 3.5.10 掘削深さが浅い場合のシミュレーション結果（間隙水圧分布）

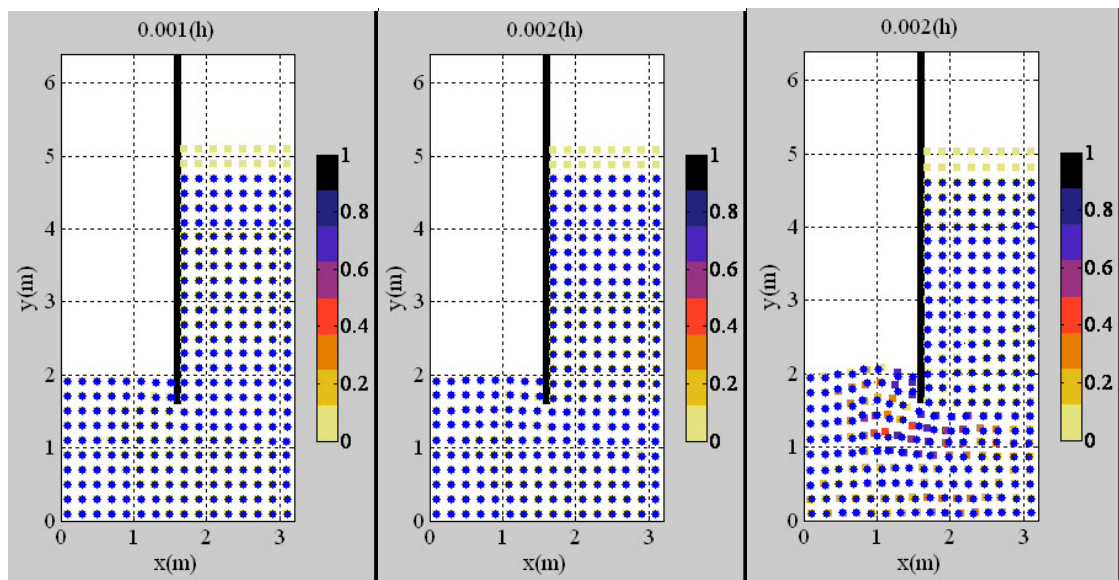


図 3.5.11 掘削深さが深い場合のシミュレーション結果（最大せん断ひずみ分布）

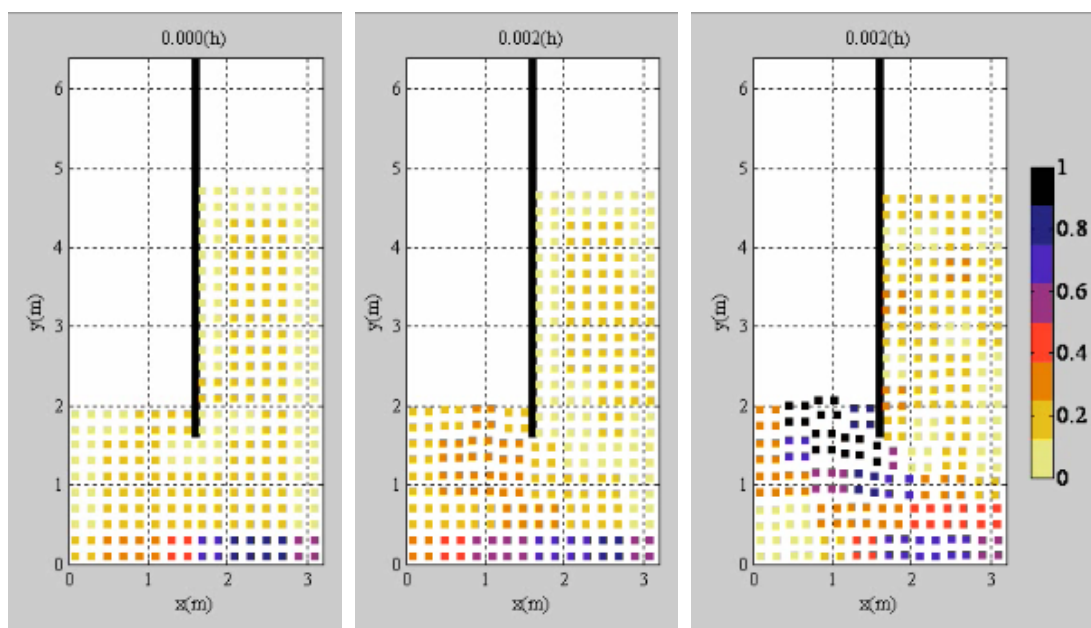


図 3.5.12 掘削深さが深い場合のシミュレーション結果（鉛直動水勾配分布）

3.5.3 MPM における固液二相系解析（簡易法）

液状化のような過剰間隙水圧の上昇が急激に生じる現象や、透水性が低く排水端まで距離が遠い現象では、非排水・等体積条件を仮定した簡易法が有限要素解析において用いられている。この手法の利点としては、透水係数の影響を考慮する必要がないこと、アルゴリズムが単純であること、詳細法に比べれば解析が安定していることがある。これらの利点を踏まえ、本研究でも簡易法として採用するものとした。

地盤中の透水・浸透の影響は考えないものとし、間隙水圧を次式により表現する。

$$p_p = \frac{K_w}{n_p} \text{tr}(\boldsymbol{\epsilon}_p) \quad (3.5.40)$$

ここで、 p_p は粒子の間隙水圧、 K_w は水の体積弾性係数、 n_p は粒子の間隙率、 $\boldsymbol{\epsilon}_p$ は粒子のひずみである。

その後、下式を用いて背面格子点での内力に間隙水圧を含める。

$$\mathbf{f}_i^{\text{int}} = - \sum_p^{N_p} \frac{m_p}{\rho_p} \{ \nabla N_i(\mathbf{x}_p) \cdot (\boldsymbol{\sigma}_p + p_p \mathbf{I}) \} \quad (3.5.41)$$

ここで、 \mathbf{I} は単位行列である。

3.6 第3章のまとめ

本章では、MPMを用いた地盤の大変形、崩壊解析手法の提案について示した。本章のまとめを以下に示す。

- 1) MPMの概要について示した。また、アルゴリズムとして、USL, USF, USAVG, GIMPMがあることを示した。これらのアルゴリズムを扱う上で、解析を安定して行うためには、粒子が背面格子間を通過する際に発生する数値ノイズの影響を考慮する必要があることを示した。
- 2) 地盤の構成則として、Ducker-Pragerモデル、Mohr-Columnモデル、SYS Cam-clayモデル、砂の繰返しモデルを示した。なお、ひずみの局所化の取扱については今後の課題である。
- 3) 動的解析に対応するために、レーリー減衰のMPMにおける定式化を行った。なお、減衰定数の設定については今後の課題である。
- 4) 固相粒子、液相粒子の二種類の粒子を用いたMPMを固液二相系へ拡張する手法を提案した。当該手法を用いて、一次元圧密試験とボーリング（ヒービング）のシミュレーションを行い、前者についてはTerzaghiの理論解と一致すること、後者については掘削深さに応じて地盤が変形すること、変形が発生した時の鉛直動水勾配は限界動水勾配に近くなっていることを示し提案手法の精度を確認した。
- 5) 液状化解析を目的として、等体積・非排水条件を仮定した簡易な過剰間隙水圧の算定法を提案した。

第 3 章の参考文献

1. Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *Soils and Foundations*, Vol.40, No.2, pp.99-110, 2000.
2. Bardenhagen, S.G.: Energy conservation error in the material point method for solid mechanics, *Journal of Computational Physics*, **180**, pp. 383-403, 2002.
3. Bardenhagen, S. and Kober, E.: The generalized interpolation material point method, *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, **5**, 477-495, 2004.
4. Bazant, Z. P. : Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal, *Journal of Engineering Mech.*, Vol. 110, No. 4, pp. 518-535, 1983.
5. Biot, M.A.: "Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media," *Journal of Applied Physics*, Vol. 33(4), pp. 1482-1498, 1962.
6. Chen, W.F. and Mizuno, E.: NONLINEAR ANALYSIS IN SOIL MECHANICS -Theory and Implementation, ELSEVIER, pp. 123-259, 1990.
7. Coulomb, C. A.: *Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problemes de statique relatifs, a la architecture*. Mem. Acad. Roy. Div. Sav., vol. 7, pp. 343-387, 1776.
8. Cundall, P. and Board, M.: A microcomputer program for modeling large-strain plasticity problems, *Numerical Methods in Geomechanics (Innsbruck 1988)*, pp.2101-2108, 1988.
9. Drucker, D. C. and Prager, W.: *Soil mechanics and plastic analysis for limit design*. Quarterly of Applied Mathematics, vol. 10, no. 2, pp. 157-165, 1952.
10. Hashiguchi, K.: Constitutive equations of elasto-plastic materials with elasto-plastic transition, *Journal of Applied Mechanics (ASME)*, Vol.47, pp.266-272, 1980.
11. 橋口公一, 上野正実, 陳忠平: 下負荷面および回転硬化の概念に基づく土の弾塑性構成式, *土木学会論文集*, No.547, III-36, pp.127-144, 1996.
12. Iizuka, A. and Ohta, H.: A determination procedure of input parameters in elasto-viscoplastic finite element analysis, *Soils and Foundations*, Vol.27, No.3, pp.71-87, 1987.
13. 車谷麻緒, 寺田賢二郎: 均質化法に基づく濃度・変位場のマルチスケール連成解析手法, *土木学会論文集C*, Vol. 62, No. 2, pp. 425-439, 2006.
14. Li, S. and Liu, W. K. : Meshfree and particle methods and their applications, *Appl. Mech. Review*, Vol. 55, pp. 1-34, 2001.
15. Muhlaus, H. B. and Oka, F. : Dispersion and wave propagation in discrete and continuous models for granular materials, *International journal of solids and structures*, Vol. 33, No. 19, pp. 2841-2858, 1996.
16. Nairn, J. A. "Material Point Method Calculations with Explicit Cracks". *Computer Modeling in Engineering & Science*, 4:649-664, 2003.

17. Noda, T., Asaoka, A. and Yamada, S.: Some bearing capacity characteristics of a structured naturally deposited clay soil, *Soils and Foundations*, Vol.41, No.2, pp.285-301, 2007.
18. Oka, F., Yashima, A., Tateishi, A., Taguchi, Y. and Yamashita, S.: A cyclic elasto-plastic constitutive model for sand considering a plastic-strain dependence of the shear modulus, *Geotechnique*, Vol.49, No.5, pp.661-680, 1999.
19. 大野進太郎, 飯塚敦, 太田秀樹: 非線形コントラクタンシー表現式を用いた土の弾塑性構成モデル, *応用力学論文集*, Vol.9, pp.407-414, 2006
20. Oliaei, M. N., Soga, K. and Pak, A.: "Some numerical issues using element-free Galerkin mesh-less method for coupled hydro-mechanical problems," *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, Vol. 33, pp. 915-938, 2009.
21. 応用力学委員会 計算力学小委員会: 土木工学における計算力学手法の研究動向, *土木学会論文集A2 (応用力学)*, Vol. 68, No. 1, pp. 33-50, 2012.
22. Roscoe, K. H. and Schofield, A. N. and Thurairajah, A.: Yielding of clay in states wetter than critical, *Geotechnique*, Vol.13, No.3, pp.211-240, 1963.
23. Sekiguchi, H. and Ohta, H.: Induced anisotropy and time dependency in clays, *Proc. 9th ICSMFE, Specialty Session 9, Tokyo*, pp.229-237, 1977.
24. Shiomi, T.: "Considerations for instability and accuracy of u-p formulation," *Computational mechanics, WCCM VI in conjunction with APCOM '04, Beijing*, No.410, 2004.
25. Sulsky, D., Zhou, S.J. and Schreyer, H. L.: "Application of a particle-in-cell method to solid mechanics," *Computer Physics Communications*, Vol. 87, pp.236-252, 1995.
26. 高橋秀明, 田邊成, 安雪暉, 松島学: ひずみ硬化・軟化特性を示す地盤材料の変形の局所化を考慮した弾塑性構成モデルの提案, *土木学会論文集C*, Vol. 65, No. 1, pp. 288-302, 2009.
27. Terzaghi K and Peck RB.: "Soil Mechanics in Engineering Practice (2nd edn)," Wiley: New York, 1976.
28. 渦岡良介: 地盤の液状化発生から流動までを予測対象とする解析手法に関する研究, *岐阜大学博士論文*, 2000.
29. York II, A.R., Sulsky, D. and Schreyer, H.L.: Fluid-membrane interaction based on the material point method, *International journal for numerical methods in engineering*, **48**, pp. 901-924, 2000.
30. Zienkiewicz, O.C., Chan, A. H. C., Pastor, M., Paul, D. K. and Shiomi, T.: "Static and dynamic behavior of soils: a rational approach to quantitative solutions. I. fully saturated problems," *Proceedings of the Royal Society*, Vol. 429, pp. 285-309, 1990.

第4章 提案手法の地盤の大変形，崩壊現象への適用

4.1 はじめに

第3章において，MPMを用いた地盤の大変形，崩壊解析手法の提案を行った。ここでは，提案した解析手法を用いた地盤の大変形，崩壊現象への適用について示す。

1.2で示したように本章では以下の地盤の大変形，崩壊現象への適用性について取り上げる。

- ①地震時の斜面崩壊に対する適用性
- ②盛土の浸透破壊に対する適用性
- ③地震時の液状化による浮き上がり現象に対する適用性

なお，別途，土石流への適用性についても検討した。その際，前述したようにMPMの深さを平均化した手法を用いて，実験的検討も含めて適用性を検討した。この内容については第5章と第6章で示す。

①地震時の斜面崩壊に対する適用性は，第1章で示したように，過去の地震で数多くの斜面崩壊が発生している事実を踏まえ検討を行ったものである。地震時の斜面崩壊に関する研究は，実験的，解析的側面から数多くの検討が行われており，実験的側面からは振動台実験や遠心模型実験による検討事例が多い。また，解析的側面からは有限要素法と極限つり合い法による検討事例が多く，前者は特に応答増幅に着目したもの，後者はすべり線形状や安全率の大きさに着目したものが多く。しかしながら，これらの研究において共通して言えることは，斜面崩壊前の状態に着目したものがほとんどであり，いかに斜面の安定を保つかのみに着目していることである。実際の斜面崩壊は，多くのばらつき，不確定性を含むため，崩壊前の検討のみでは斜面の安全性を評価する上で限界がある。また，斜面崩壊に対する安全性について詳細に評価するためには，崩壊後にどのような崩壊パターン，挙動を示す可能性があるか検討することが重要である。よって，今後の斜面崩壊に対する安全性評価においては，斜面の大変形およびその後の挙動を定量的に表現できるような解析手法が必要になってくる。そこで，本研究はそのような解析手法構築に向け，提案手法による地震時の斜面崩壊に対する適用性について検討を行うものとした。その際，崩壊パターン，崩壊後の挙動の再現性に着目することを目的として，斜面の代表的特徴を表

現した模型を用いた既往の振動台実験に対する適用性について検討するものとした。

②盛土の浸透破壊に対する適用性は、地震時の斜面崩壊同様、特に降雨時に多くの浸透破壊が発生していることを踏まえ検討したものである。盛土の浸透破壊は、谷渡り盛土や腹付け盛土等、背面からの地下水の影響を常時受けている盛土、切土で多く発生している。また、降雨時には安定していても、これらの盛土、切土は常に不安定な状態にあるため、地震時において弱点箇所となりやすい。例えば、先般の地震でも、鉄道のみならず、高速道路や宅地造成地において、この種の盛土で大崩壊が発生している（例えば、舘山ら、2008、小長井ら、2009、中村ら、2012）。この点から、浸透破壊に対する安定性、安全性に関する検討は、降雨時のみならず地震時における安全性評価という観点からも重要な点であると考えられる。また、決壊が生じた際、甚大な被害につながる可能性が大きい堤防盛土の安定性、安全性について検討する上でも重要な点である。一方、既往の浸透破壊の安全性評価は、間隙水圧を考慮した円弧すべり解析による安全率評価と限界透水係数、限界流速に関する安全率評価で行われている（岡本、2009）。しかしながら、このような評価のみでは、斜面崩壊同様、破壊前の評価のみでは安全性評価に限界があると考えられる上、浸透破壊を考える上で重要となる盛土内の地下水位の変化に伴う安定性の変化を的確に表現しきれていないことが考えられる。一方、本研究での提案手法は、前述したように固相と液相を二種類の粒子でモデル化するため、前者により盛土の破壊後も含めた大変形挙動を、後者により盛土内の地下水位の変化を表現できる。そこで、本研究では、盛土内に地下水が浸透し、最終的に破壊に至るまでの盛土の挙動を把握する解析手法の構築を目的として、盛土の浸透破壊を再現した既往の模型実験に対する適用性について検討するものとした。

③地震時の液状化による浮き上がり現象に対する適用性は、提案手法の液状化に関わる現象全般への適用性に向けた一検討として行ったものである。液状化については、第 1 章でも示したように、有限要素法を中心として実験的にも解析的にもおおいに発展しており、特に盛土の支持地盤の液状化に関わる沈下については精度良い解析結果が得られてきている。しかしながら、液状化した地盤が大変形した際、有限要素法では要素が大きく変形し計算が破綻してしまう。一方、提案手法は MPM に基づいているため、大変形後の挙動も計算することができ、ポスト液状化の挙動を把握できる可能性を有している。以上から、提案手法の液状化現象への適用性を踏まえ検討を行った。その際、なるべく条件を明確にし代表的な液状化現象を再現するため、完全飽和状態を再現した開削トンネルの浮き上がり現象を対象とした既往の模型実験に対する適用性について検討するものとした。

以上を踏まえ、本章では以下の構成で述べる。

4.2 地震時の斜面崩壊に対する適用性

4.3 盛土の浸透破壊に対する適用性

4.4 地震時の液状化による浮き上がり現象に対する適用性

4.2 地震時の斜面崩壊に対する適用性

4.2.1 篠田ら，中村らによる斜面模型振動台実験

ここでは，斜面崩壊のシミュレーションで解析対象とした，地震時の斜面崩壊に関する既往の模型実験について示す。対象とした実験は篠田ら（2010），中村ら（2011）による弱層を有する斜面模型を用いた振動台実験である。以下に当該実験の概要とそれらから得られた結果と考察を示す。

1) 実験の概要

実験に用いた斜面模型の加振前の状態を図 4.2.1.1 に示す。斜面模型は，基盤層，弱層，表層の三層で構成されたモデル（以後，三層モデルと呼ぶ）と，基盤層，弱層の二層のみから成るモデル（以後，二層モデルと呼ぶ）の二種類のモデルから成る。前者は，表 4.2.1.1 に示すようなシーム層（弱層）を有した斜面を想定したもので，弱層の位置，形状，特性が地震時での斜面全体の崩壊挙動にどのような影響を及ぼすか検討を行ったものである。後者は，斜面表層が全体的に風化した斜面を想定したものであり，このような斜面も前者の斜面同様，地震による崩壊の危険性が高いことを考慮し検討を行ったものである。

表 4.2.1.2 に各斜面模型の代表的特徴を示す。以後，理解しやすいように各斜面模型を以下のように呼称する。（図 4.2.1.1 参照）

モデル 1： 45 度の勾配の弱層を有し，高さ約 1.0m の三層モデル

モデル 2： 35 度の勾配の弱層を有し，高さ約 1.0m の三層モデル

モデル 3： 45 度の勾配の弱層を有し，高さ約 2.0m の三層モデル

モデル 4： 基盤層と弱層の境界の勾配が 35 度で，高さ約 2.0m の二層モデル

これらのモデルの大きな特徴として，以下の点がある。

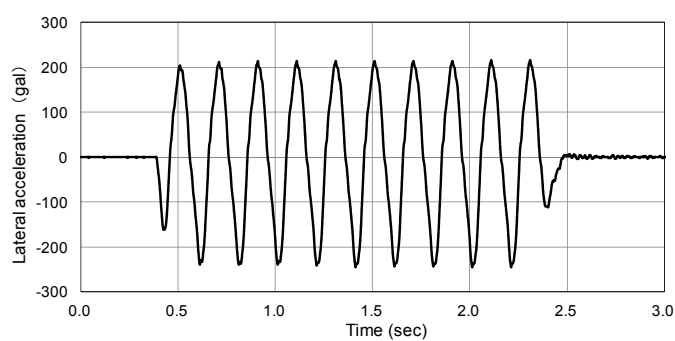
- ①三層モデルにおいて，弱層の勾配が異なる。
- ②高さ約 1.0m のモデル（モデル 1，2）と高さ約 2.0m のモデル（モデル 3，4）がある。
- ③入力波として，モデル 1，2 および 4 では正弦波を用い，モデル 3 では過去の地震で計測された実測波を用いている。

①は，斜面崩壊に大きな影響を及ぼすと考えられる弱層の形状について検討を行ったものである。②は，斜面模型の大きさが斜面崩壊に及ぼす影響について検討を行ったものである。③は，入力波の違いが斜面崩壊に及ぼす影響について検討を行ったものである。図 4.2.1.2 に入力波（水平加速度）として用いた波形（正弦波と不規則波）を示す。正弦波は周波数 5Hz の 10 波であり，不規則波は過去の地震で計測された実測波で卓越振動数は 2～10Hz である。

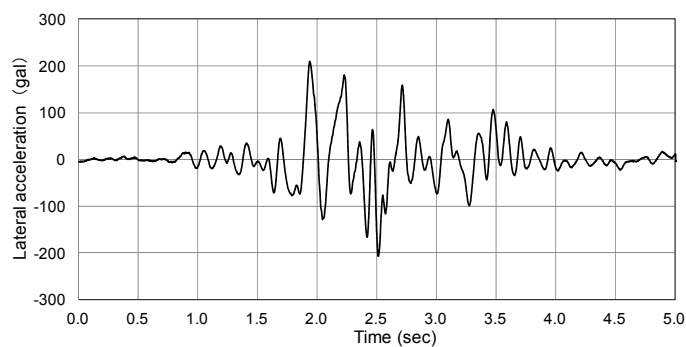
三層モデルにおける基盤層，弱層，表層の物性を表 4.2.1.3 に示す。基盤層は安定した

地山を想定しているため、セメント安定処理した粒度調整砕石を十分に締め固めることによって作製し、加振中の滑動を抑制するためアンカーにより土槽と完全に固定した。弱層については、各層中最も強度が小さい層になるように、珪砂 6 号にベントナイトを重量比 1% で混合した比較的強度が小さい材料で構築した。表層については、起動力確保のため、鉄粉にベントナイトを重量比 10% で混合した材料を用いて構築し自重が他の層に比べ大きくなるようにした。また、基盤層—弱層間、弱層—表層間の層境でのすべりを防ぐために、境界部を段切り構造（モデル 1 では 10mm 幅×10mm 高、モデル 2 では 10mm 幅×7mm 高、モデル 3 では 20mm 幅×20mm 高）とした。模型製作は 1 層（高さ 5cm）毎に所定量の基盤材料を敷き均し人力による締め固めを行い構築した。弱層、表層部分においては、土槽側壁摩擦の影響を完全に排除するために、土槽側壁と模型地盤間にモデル 1、2 では 4mm の隙間、モデル 3 では 8mm の隙間を設けて作製した。計測は、加速度計とレーザー変位計による計測をし、さらに、模型内の各所に画像解析用の標点を設置し高速度カメラを用いて標点の軌跡を追跡することで加振中の模型の 2 次元変形量を計測した。入力波形は、モデル 1、2 では 5Hz の正弦波 10 波を用い、モデル 3 では不規則波を用いた。これらの入力波の加速度振幅を 50gal または 100gal から 50gal または 100gal ずつ段階的に増加させ、模型が大崩壊に至った段階で実験を終了した。表 4.2.1.4 に段階加振で用いた入力波の最大加速度の履歴を示す。モデル 1 では最大振幅が 400gal の時、モデル 2 では最大振幅が 600gal の時、モデル 3 では最大振幅が 200gal の時崩壊した。なお、どのモデルにおいても、崩壊時は斜面天端にテンションクラックが発生し、その後、表層の滑落または進行的変形が追隨する形となった。また、崩壊時の加振ステップ以前では、加速度や変位に大きな変化はなく、外見上も大きな変化は見られなかった。

二層モデル（モデル 4）については、基盤層と弱層のみで構築した。基盤層は三層モデルと同様に安定した地山を想定しているため、セメント安定処理した粒度調整砕石を十分に締め固めアンカーにより土槽と完全に固定した。弱層も三層モデルと同様に珪砂 6 号にベントナイトを重量比 1% で混合した比較的強度が小さい材料で構築した。基盤層—弱層間は、三層モデル同様に層境でのすべりを防ぐため段切り構造（20mm 幅×14mm 高）とし、模型製作は三層モデルと同様にした。また、土槽側面と模型地盤間に 8mm の隙間を設け、土槽側壁摩擦の影響を排除した。計測は三層モデル同様に行い、入力波には 5Hz の正弦波 10 波を用い表 4.4 に示すように加速度の最大振幅を段階的に大きくした。なお、当該モデルの最大振幅は他モデルに比べ不規則に変化しているが、これは崩壊前までに顕著な変状が見られなかったため、崩壊の予測が困難であったためである。当該モデルの崩壊は最大振幅が一度 500gal を経験した後、幾らかの入力波の影響を受け、最大振幅 450gal の入力波が作用した際、基盤層と弱層境界でのクラック発生と同時に斜面のり先付近が崩壊した。



(a) 正弦波



(b) 不規則波

図 4.2.1.2 振動台実験で用いた入力波

表 4.2.1.3 基盤層、弱層、表層の物性

層名	密度 (kg/m ³)	ピーク強度時		残量強度時	
		粘着力(kPa)	内部摩擦角 (度)	粘着力(kPa)	内部摩擦角 (度)
表層	3,000	107	0.0	34.4	28.4
弱層	1,767	2.9	39.5	1.7	36.3
基盤層	1,890	280.5	57.3	5.4	53.4

表 4.2.1.4 入力加速度の最大振幅の履歴

モデル	入力加速度の最大振幅
1	100gal → 200gal → 300gal → 400gal*
2	100gal → 200gal → 300gal → 400gal → 500gal → 600gal*
3	50gal → 100gal → 200gal → 200gal*
4	100gal → 200gal → 300gal → 350gal → 400gal → 450gal → 500gal → 200gal → 300gal → 350gal → 400gal → 450gal*

*斜面崩壊が発生した加振ステップ

2) 実験結果と考察

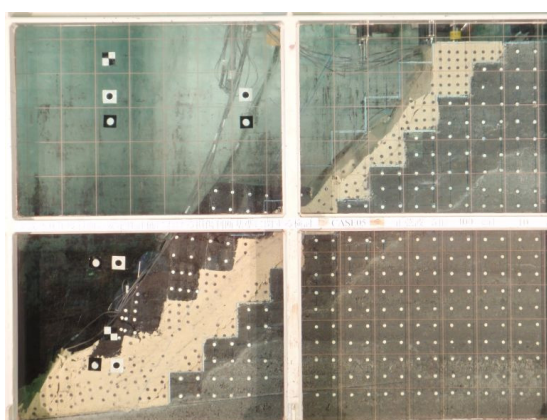
図 4.2.1.3 に崩壊後の斜面模型の状況を示す。モデル 1 とモデル 3 においては，入力波の最大振幅が 400gal（モデル 1），200gal（モデル 3）の時，のり肩にテンションクラックが生じ，弱層内に発生したすべり線に沿って表層が急速に滑落した。モデル 2 においては，入力波の最大振幅が 600gal の時，のり肩にテンションクラックが生じ，弱層内に発生したすべり線の発生とともに表層が進行的に変形し，加振終了とともに表層は振動台底面に堆積せずにその場に停止した。ただし，弱層ののり先付近の土塊は振動台底面に粉末状になって堆積した。モデル 4 の場合，入力波の最大振幅が 450gal の時，基盤層と弱層境界でのクラック発生とともに斜面のり先付近が崩壊し，最終的にのり先付近の土塊が振動台底面に粉末状になって堆積した。

図 4.2.1.4 に図 4.2.1.1 中に示した「Observation point」における変位の履歴を示す。ここでは，画像解析から得られた崩壊時と崩壊時直前における変位履歴について示した。なお，崩壊時直前の加振ステップ以前と，崩壊時直前と崩壊時の間においては，斜面模型に顕著な変化が見られなかったことから図 4.2.1.4 では省略している。「Observation point」の位置から分かるように，三層モデルすなわち，モデル 1，モデル 2 およびモデル 3 の変位履歴は表層の変位履歴，二層モデルすなわちモデル 4 の変位履歴は崩壊が生じたのり先付近の変位履歴を示している。モデル 1 とモデル 3 においては，変位の発生とともに急激に変位が増加しており，前述した滑落挙動を示している。モデル 2 においては，変位発生後，階段状に変位が増加しており，前述した進行的変形を示している。モデル 4 においては，モデル 1 とモデル 3 で見られた滑落挙動とは異なり，のり先付近において初期は段階的にその後急速に崩壊する様子を示している。

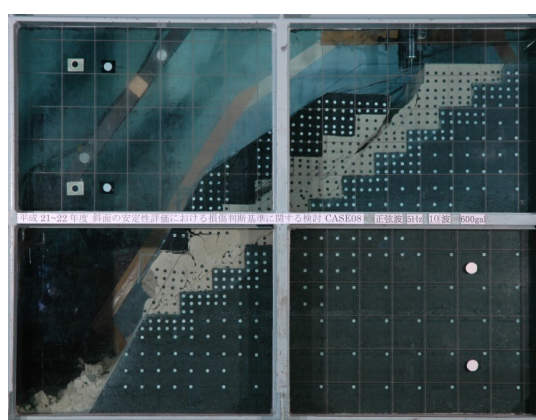
図 4.2.1.4 に図 4.2.1.1 中に示した「Observation point」における水平加速度の履歴を入力水平加速度とともに示す。なお，モデル 4 については正確な値が得られていないため，モデル 4 以外の履歴のみを示している。したがって，これらの加速度履歴は表層に生じた加速度履歴である。モデル 1 においては，変位発生とほぼ同時に正方向の表層加速度がほぼゼロになっていることが分かる。これは，表層に加速度と逆向きに作用する慣性力がほぼゼロになったことを意味し，変位発生と同時に降伏震度がほぼゼロになったことを意味している。一方，モデル 2 においては，変位の増加とともに，正方向の表層加速度が徐々に減少していることが分かる。これは，表層に作用する慣性力が減少していることを示しており，降伏震度が段階的に小さくなっていることを示している。この点は，斜面土塊の滑動変位の簡易算定法であるニューマーク法において考慮されているように，すべり線内の地盤強度がピーク強度から残留強度まで軟化することで降伏震度が小さくなる現象を再現していることを示している。これらのことから，モデル 2 のように進行的変形を示す斜面模型についてはニューマーク法の適用が有用であると考えられるが，モデル 1 のように変位発生と同時に滑動を示す斜面については，別途ニューマーク法の代替となる解解析手法が必要であることが考えられる。または，滑落挙動を示す可能性がある斜面を別途スク

リーニングし、ニューマーク法については、進行的変形を示す可能性がある斜面に対してのみ適用するような方法が別途必要になることが考えられる。

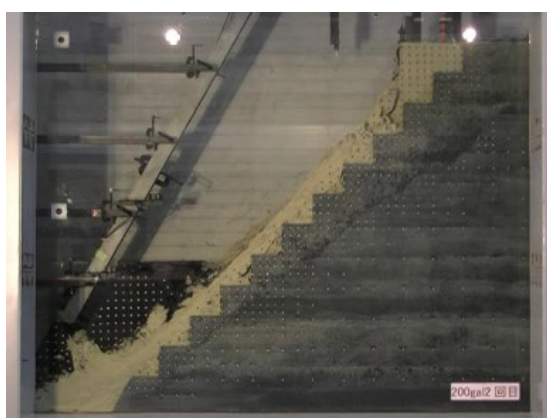
モデル 3 においては、不規則波と加速度計の精度の問題もあり、モデル 1 が示したように正方向の加速度がゼロになる挙動は顕著ではないが、7.2 秒後付近で変位が急増する際に正方向の加速度がほぼゼロになっていることが分かる。このことから、モデル 3 においてもモデル 1 と同様なメカニズムが生じた可能性がある。なお、9.0 秒後付近で大きな正方向の加速度が発生しているが、これは表層が振動台底面に堆積し崩れた際、表層内部の加速度計が回転したためと考えられる。



(a) モデル 1



(b) モデル 2

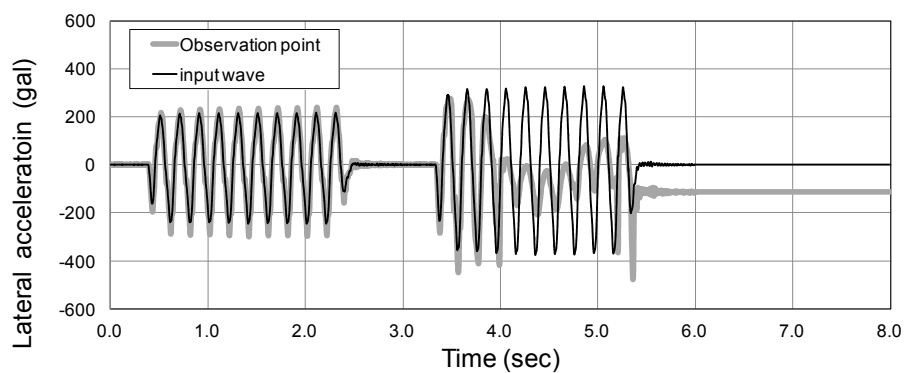
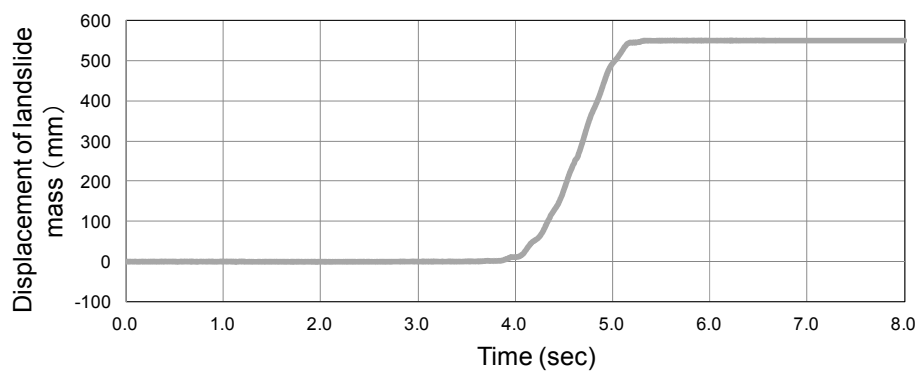


(c) モデル 3

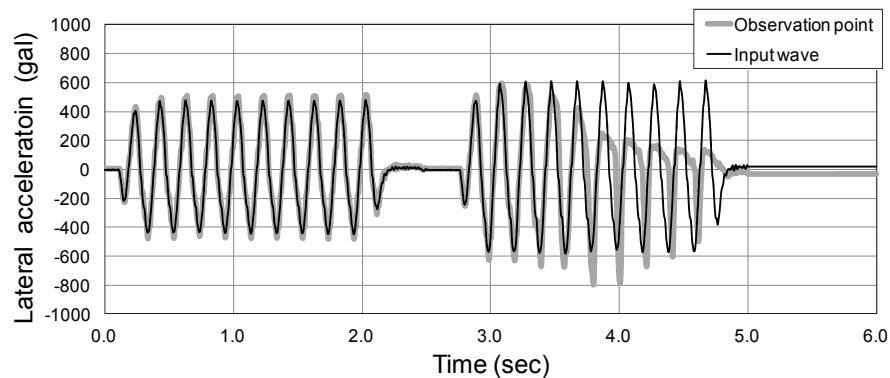
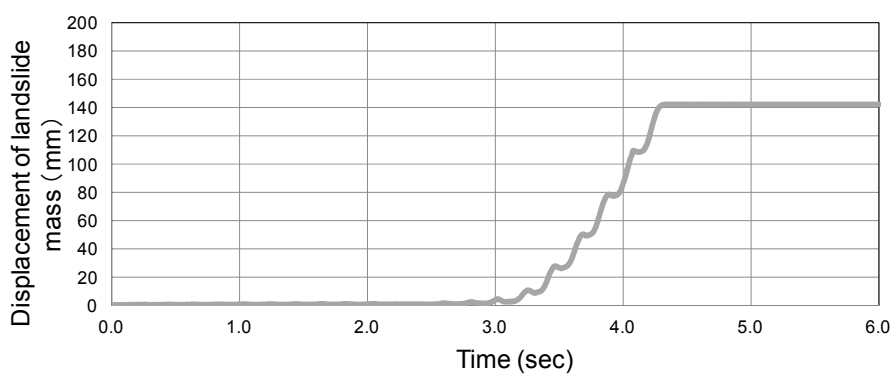


(d) モデル 4

図 4.2.1.3 斜面模型の崩壊後の状況

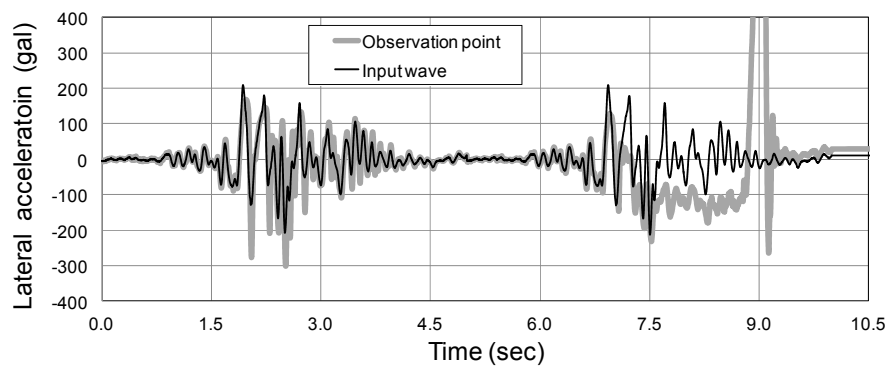
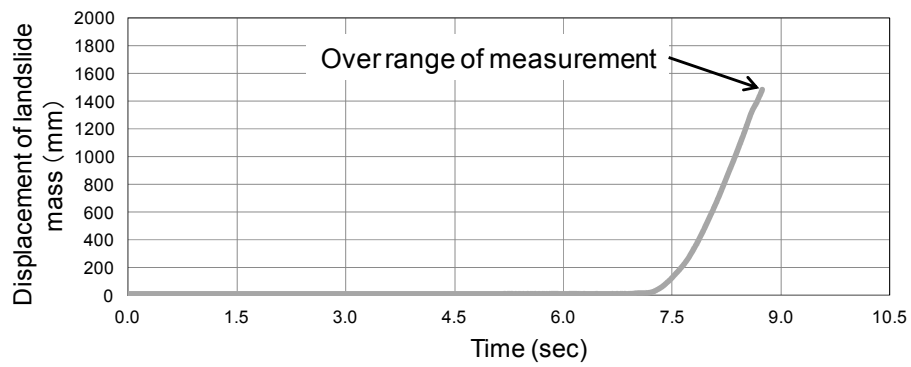


(a) モデル1

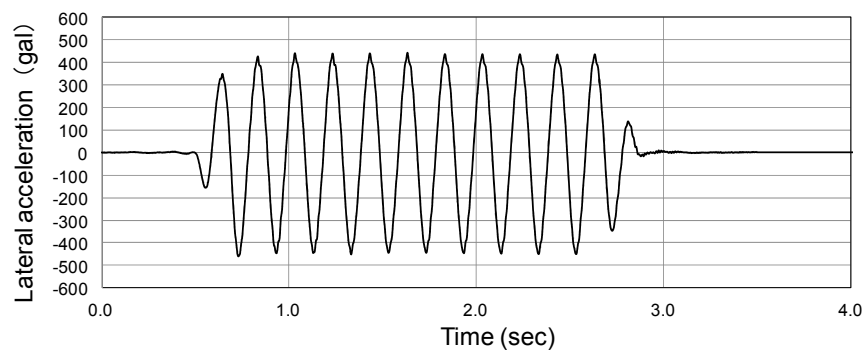
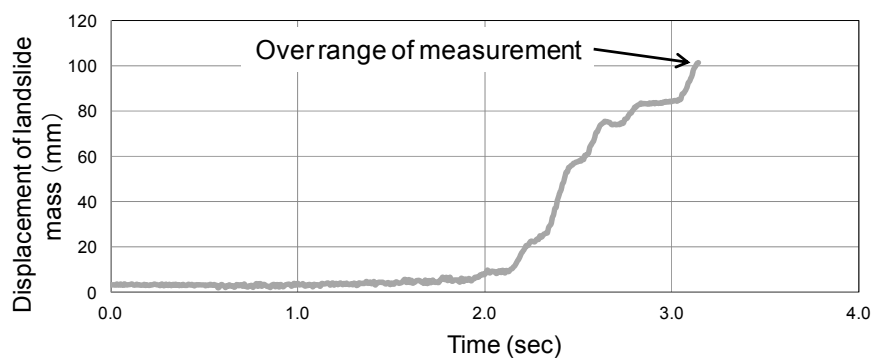


(b) モデル2

図4.2.1.4 変位と水平加速度履歴 (モデル1, モデル2)



(c) モデル3



(d) モデル4

図4.2.1.4 変位と水平加速度履歴 (モデル3, モデル4)

4.2.2 提案手法による再現解析

以上示した振動台実験の再現解析を提案手法により行った。3.3で示したように地震時の斜面崩壊を取扱う際は、すべり線上において地盤強度がピーク強度から残留強度にひずみ軟化する挙動を考慮する必要であると考えられる。これは、ニューマーク法を構築する上でも考えられていることである。

このひずみ軟化挙動は、非排水条件下でのダイレイタンシーによるものと、排水条件下での構造の劣化（乱れの影響）によるものがある。前者は、緩詰め砂質土等、負のダイレイタンシーを有する地盤が、非排水、等体積条件下でせん断変形を受けた場合に顕著に発生するもので、Cam-clayモデル（Roscoe and Burland, 1968）により表現されるものである。自然斜面においても地下水位を有し、すべり線が地下水位以下に発生する可能性があるものはこの影響が大きくなる可能性がある。一方、後者は、自然地盤を乱すと強度が減少する挙動を表現したものであり、Asaoka et al. (2000) により構造劣化の影響と言われている挙動である。これは、乱されていない自然の状態の地盤は、土粒子が嵩張った構造を有した状態にあり、外部から乱れの影響を受けるとその構造が消失し、ひずみ軟化および負のダイレイタンシーの発生とともに塑性圧縮が生じる現象である。この挙動は従来のCam-clayモデルでは表現することができず、SYS Cam-clayモデルにより、過圧密解消に伴う塑性膨張とともに表現できることが示されている。以上の点を考慮し、本研究では弾塑性構成則としてSYS Cam-clayモデルを適用したMPMを用いて、振動台実験の再現解析を行うこととした。また、地震時における現象を対象とするため、3.4で述べた手法によりレーリー減衰を考慮するものとした。

1) 解析モデルの概要

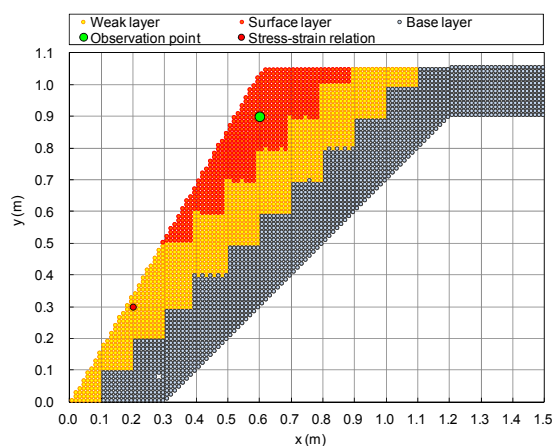
図4.2.2.1に解析モデルの初期形状を示す。各層を粒子の集合でモデル化し、表層は表4.2.1.3に示すピーク強度時の降伏関数を有する弾完全塑性のDrucker-Pragerモデル（Druceker and Prager, 1952）により、基盤層は弾性モデルによりモデル化した。なお、基盤層の一部は省略し、省略した領域は不動になるよう設定した。表4.2.2.1にこれらの層に用いた物性を示す。斜面の挙動を支配する弱層については、上述した背景を下に、SYS Cam-clayモデルを用いてモデル化を行った。以下、その詳細について示す。

既述したようにSYS Cam-clayモデルによれば、地盤の応力ひずみ関係を比較的精度良く再現できる。そこで、振動台実験に用いた弱層と同じ物性を有する供試体の三軸圧縮試験と繰返し三軸試験の結果について、SYS Cam-clayモデルによる同定を行うことで弱層材料の強度変位特性を表現するものとした。表4.2.2.2に解析に用いたパラメータを示す。パラメータについては、弱層の材料がベントナイトを有する中間土であることから、正規圧密土化指数には大きい値を、構造劣化指数には小さい値を用い粘性土に近い物性を有するものとした。ただし、正規圧密土化指数については、累積塑性せん断ひずみが約0.001を超えた後

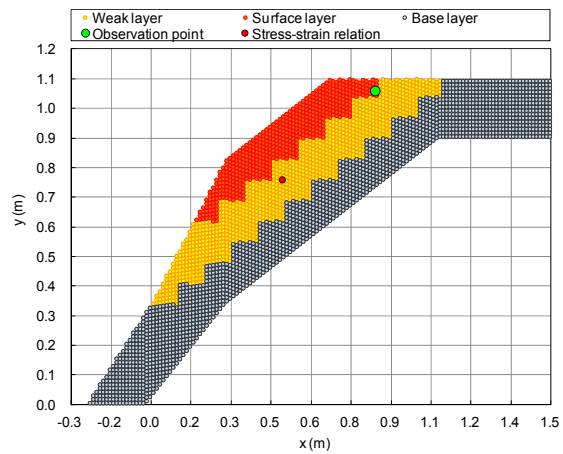
は0.001に設定した。これは、後述する繰返し三軸試験結果を可能な限り精度良く同定するための操作であるが、ある程度過圧密が解消した以降の塑性膨張挙動は、地盤の大変形に対し大きな影響を有さないと考えられることも踏まえて設定したものである。その他、回転硬化指数については、砂質分を多く含むことから比較的大きい値にし、初期異方性については、内部摩擦角が30度程度である場合、0.75～1.00になることを考慮し設定したものである。限界状態線の傾きは残留強度時の内部摩擦角36度に対応して設定したものであり、引張強度はゼロとした。圧縮指数、膨張指数については3.3.3で示した累積塑性せん断ひずみにより低減させる方法を用いることで、繰返し三軸試験結果の可能な限り精度良く同定した。構造の程度と過圧密の程度については、中間土であること、締め固めをしっかりと行なっていること（目標相対密度が90%程度になるようにした）を考慮し、構造を有し、過圧密度が比較的大きい状態とした。

図4.2.2.2に同定結果を示す。三軸圧縮試験結果については、拘束圧の違い（5kPa, 10kPa, 50kPa）による影響を、実験結果が得られた範囲で精度良く表現することができた。繰返し三軸試験結果（拘束圧50kPa）については、せん断剛性と減衰定数のせん断ひずみ依存性について同定した。三軸圧縮試験結果ほどではないが、特にひずみが小さい範囲では比較的精度良く同定できた。

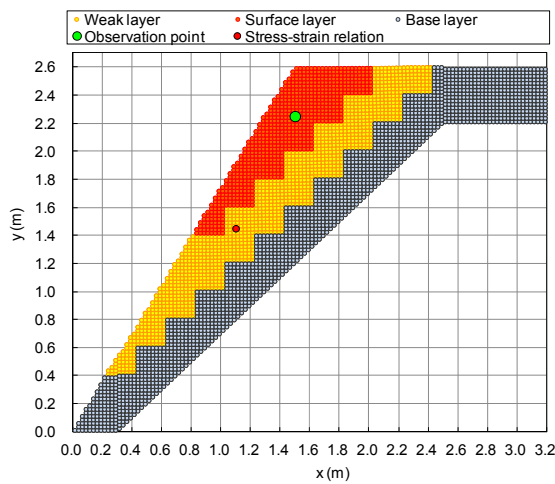
レーリー減衰については、有限要素解析における動的解析事例を参照し、減衰定数を $\alpha=0.0$, $\beta=0.002$ として解析を行った。



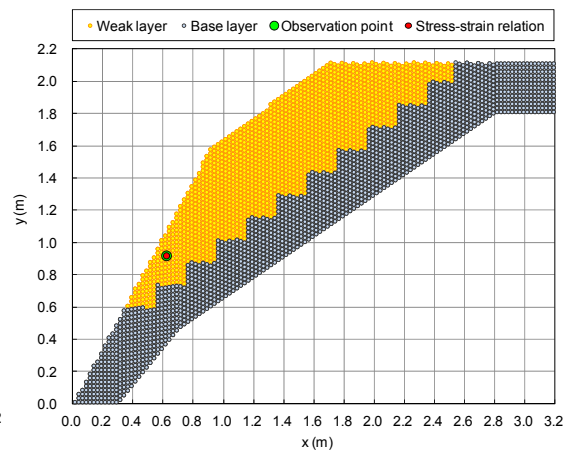
(a) Model 1



(b) Model 2



(c) Model 3



(d) Model 4

図4.2.2.1 解析モデルの初期形状

表 4.2.2.1 表層，基盤層に用いた物性

(a) 表層

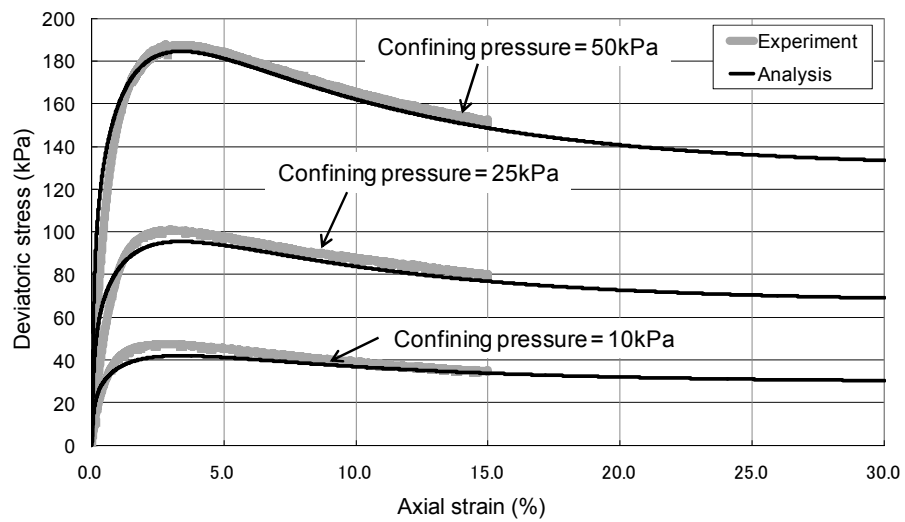
変形係数 (kPa)	8.2×10^4
粘着力 (kPa)	107
内部摩擦角 (度)	0.0
ポアソン比	0.214
ダイレイタンシー角 (度)	0.0
引張強度 (kPa)	10.7
湿潤密度 (tonf/m ³)	3.0

(b) 基盤層

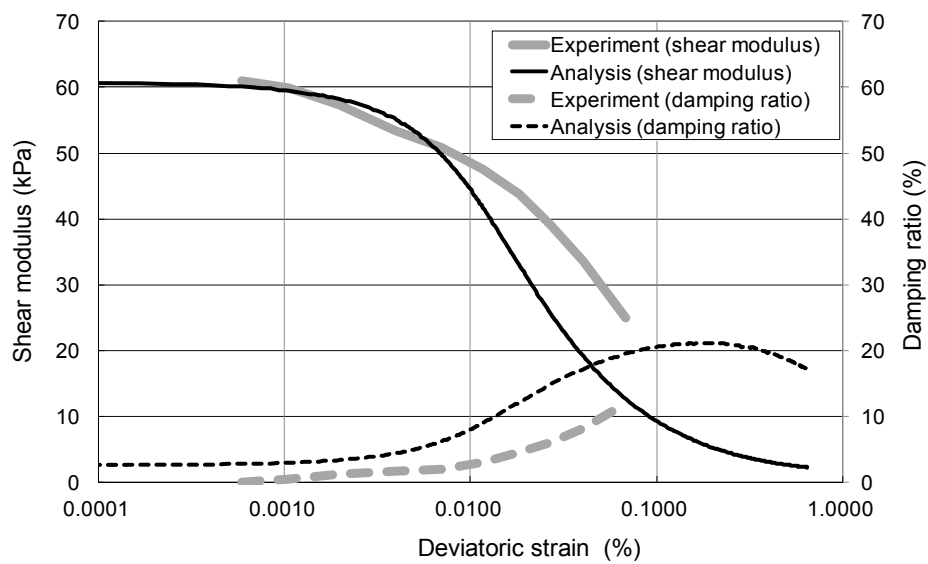
変形係数 (kPa)	1.0×10^4
ポアソン比	0.267
湿潤密度 (tonf/m ³)	1.89

表4.2.2.2 弱層の材料試験の同定に用いた解析パラメータ

圧縮指数	0.01~0.15
膨張指数	0.001~0.14
限界状態線の傾き	1.37
ポアソン比	0.214
初期異方性	0.75
構造の程度	3.3
過圧密度の程度	3.3
構造劣化指数	0.01
正規圧密土化指数	0.001
回転硬化指数	5.0
回転硬化限界定数	1.35
NCLの切片N (q=0, p'=98.1kPa時の体積)	2.085
引張強度 (kPa)	0.0



(a) 三軸圧縮試験



(b) 繰返し三軸試験

図4. 2. 2. 2 弱層の材料試験のSYS Cam-clayモデルによる同定結果

2) 解析結果

図 4.2.2.3 に解析から得られた斜面模型の状態変化の変遷を振動台実験における斜面模型の崩壊後の状態とともに示す。なお、カラーバーは最大せん断ひずみを表す。

モデル 1 については、テンションクラックが発生した斜面のり肩付近でのひずみの発達とともに弱層内にひずみが急速に発達し滑落する挙動を再現することができた。ただし、テンションクラックの発生後に、のり肩の弱層が鉛直に自立する様子は再現できなかった。これは、粘着力や引張強度の表現に不備な点があるためと考えられる。

モデル 2 については、崩壊時直前の加振ステップで変形が発生した。振動台実験における崩壊時直前の加振ステップでは、斜面のり肩でテンションクラックが発生したものの顕著な変形は見られなかった。これは、実験と解析において材料強度に差が存在したためと考えられる。しかしながら、実験で見られた進行的変形、崩壊時の加振終了後に表層が振動台底面に堆積せずその場に停止する挙動を再現することができた。また、弱層ののり先付近が粉末状になって振動台底面に堆積する様子を再現できた。一方、のり肩の弱層が鉛直に自立する様子についてはモデル 1 同様再現できなかった。これは、モデル 1 同様、粘着力や引張強度の表現に不備があるためと考えられる。

モデル 3 については、モデル 1 同様にのり肩付近のひずみの発達とともに弱層内にひずみが急速に発達し滑落する挙動を再現できた。ただし、のり肩の弱層が鉛直に自立する様子は再現できていなく、他のモデル同様に粘着力や引張強度の表現に不備があるためと考えられる。なお、崩壊後の形状において実験結果に比べ表層が上方に位置しているが、これは表層の崩壊、変形を解析で表現していないためである。

モデル 4 については、実験で見られたのり先付近で弱層が崩壊し、土塊が粉末状になって振動台底面に堆積する様子を再現できた。また、弱層と基盤層の境界面で断続的にひずみが発達する様子も再現できた。ただし、弱層の変形量は全体的に大きい上、特にのり先付近の崩壊領域は実験時に比べ大きい。これは、弱層材料の強度について実験と解析で差異があったためと考えられる。また、モデル 4 では、最大振幅 450gal の加振を受ける以前に最大振幅 500gal の加振を受けているが、解析では前者単独の作用で実験結果以上の変形をする結果になっており、この点も実験結果と一致しない点である。これは、粘着力、引張強度等の表現の不備が考えられ、今後検討の余地がある。

図 4.2.2.4 に図 4.2.1.1 中に示した「Observation point」における変位履歴と加速度履歴に関する実験と解析の比較結果を示す。

モデル 1 については、変位が生じる時間は実験と概ね一致するものの、その後の変位の発達速度は実験結果に比べ遅い。また、表層の加速度履歴については、上述したように実験では変位の発生と同時に正の加速度がゼロに近くなる結果が得られている。解析結果においても変位発生後、加速度が減少する傾向が見られるが実験結果ほど明確ではない。これは降伏震度の減少が未だ適切に表現しきれていないことを示している。上述したように、解析で用いた弱層の構成則は、当該材料の三軸圧縮試験結果に合わせたものであり、要素

試験結果で得られたひずみ軟化挙動が適切表現できているものと考えられる。今回、上記のような差異が発生した原因としては、①振動台実験で用いた材料と要素試験で用いた材料のひずみ軟化挙動に差異があった可能性、②上述した粘着力、引張強度の不備による影響、等が考えられる。

②モデル 2 については、変位が階段状に発達する様子は再現できたが、変位が発生する時間は適切に表現できず、上述したように崩壊時直前の加振ステップで変位が発生してしまった。これは、実験と解析の間で弱層の強度に差異があったと考えられる。また、表層の加速度履歴については、実験で見られた正の加速度が減少する傾向を若干表現できているものの明確に再現することはできなかった。これは、モデル 1 同様にひずみ軟化の表現に差異があった可能性があること、解析で発生した数値解析上のノイズの影響が卓越したこと等が考えられる。

③モデル 3 については、崩壊後に変位が急増する傾向が再現できたが、変位が発生する時間については適切に再現できなかった。この原因としては、上述のモデル同様、強度およびひずみ軟化の表現の差異等が考えられるが、入力波として不規則波を用いたことも影響しているものと考えられる。不規則波を用いた場合、正弦波と異なってパルス状の波の影響も卓越し、その際は動的な強度の発現が大きな影響を有する可能性がある。この点について前述した減衰も影響を与えている可能性がある。

④モデル 4 については、変位発生時間、その後の発達の傾向を実験結果が得られている範囲で概ね再現することができた。ただし、上述したように最大振幅 500gal の加振の影響を考慮しておらず、今後検討が必要である。

図 4.2.2.5 に図 4.2.1.1 中に示した「Stress-strain relation」における応力ひずみ関係（有効応力およびひずみテンソルの第二不偏量の関係）に関する解析結果を示す。これらの関係はひずみの大きさのみでなく、拘束圧の大きさ、粒子の位置でも変わるため、ひずみ量が 1.2 までの粒子の移動と変形が比較的小さい範囲での関係について調べた。全体的にひずみ軟化挙動が見られる。これらの関係は上述した斜面の崩壊モードの違いにひずみ軟化が影響を及ぼしたことを示している。なお、図 4.2.2.6 に図 4.2.1.1 中に示した「Stress-strain relation」における応力経路を示す。変形とともに限界状態線に漸近し、崩壊時は応力状態が限界状態線上に達している様子を確認できる。

以上のように、SYS Cam-clay モデルを有した MPM より、ひずみ軟化を考慮しつつ振動台実験における斜面模型の崩壊モードの傾向を再現できることを確認した。しかしながら、変位および加速度履歴の詳細については不一致な部分も見られた。これらについては、強度（特に粘着力と引張強度の表現）およびひずみ軟化の表現の不備、減衰の表現方法や数値解析上のノイズの発生等解析上の課題等が影響した可能性がある。これらの点については、解析上の取扱の限界も含めて今後検討する必要がある。

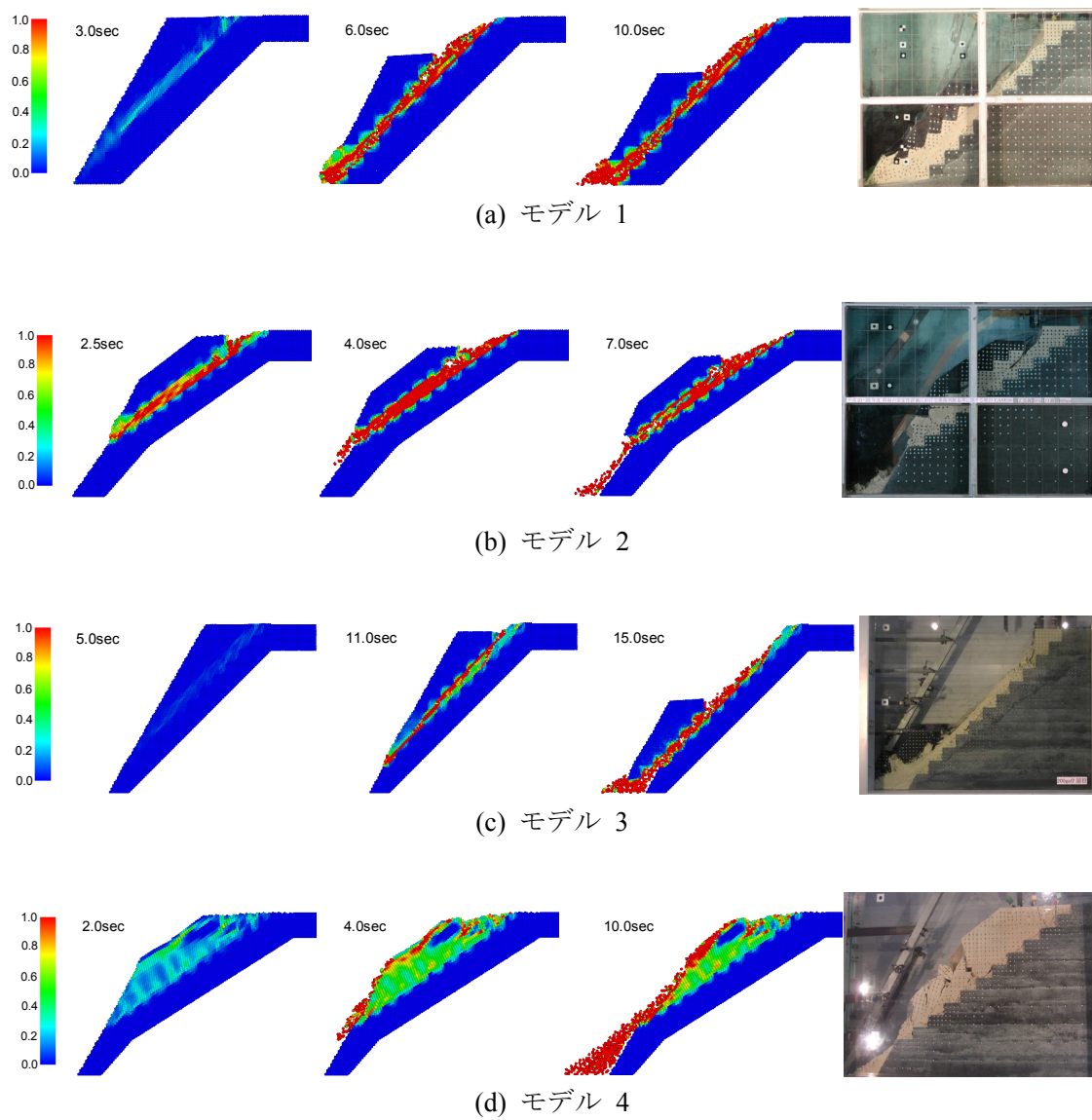
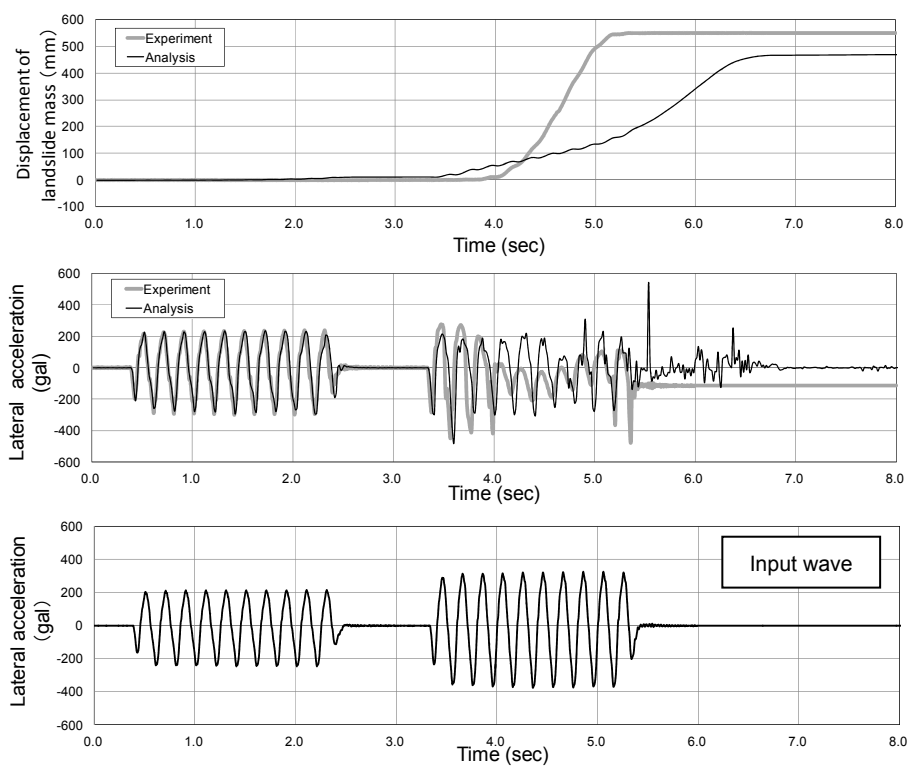
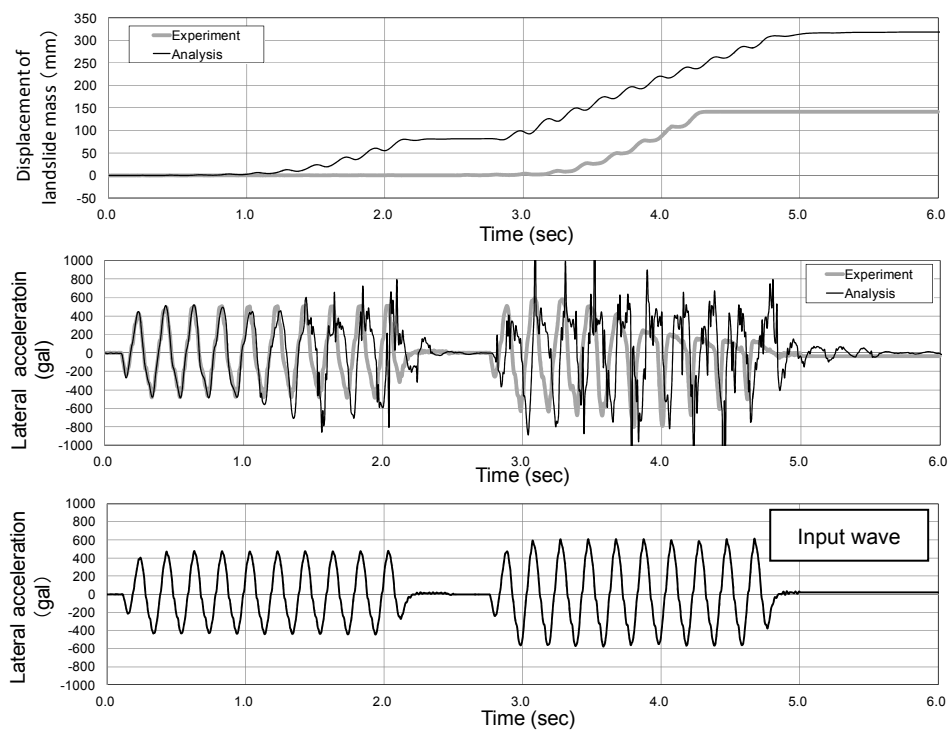


図4.2.2.3 斜面模型の状態変化の変遷（カラーバー：最大せん断ひずみ）

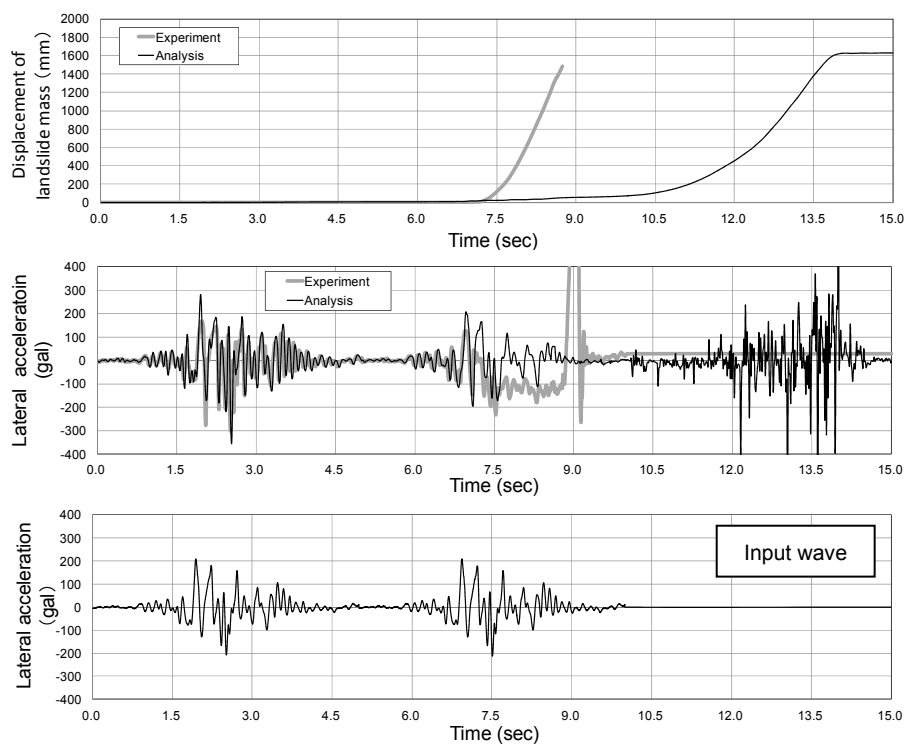


(a) モデル1

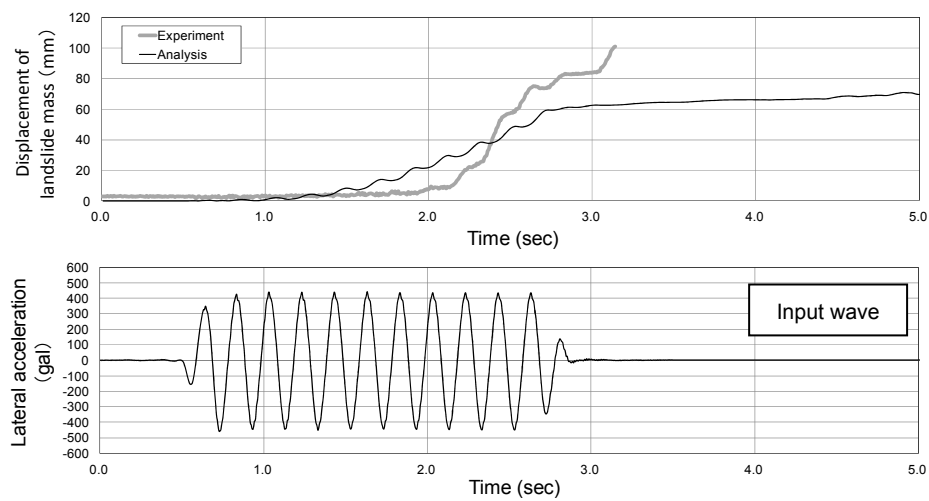


(b) モデル2

図4.2.2.4 変位と水平加速度履歴 (モデル1, モデル2)



(c) モデル3

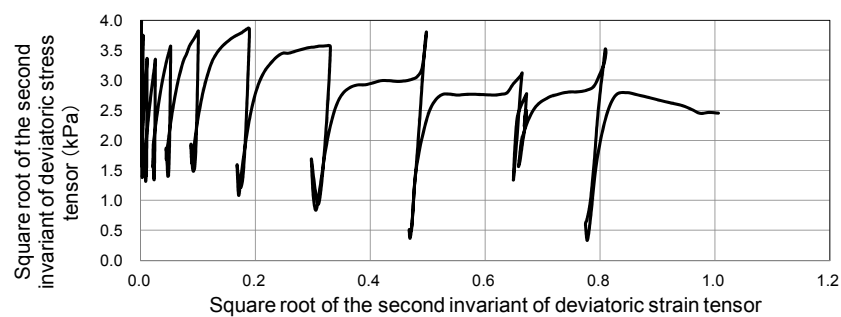


(d) モデル4

図4.2.2.4 変位と水平加速度履歴 (モデル3, モデル4)



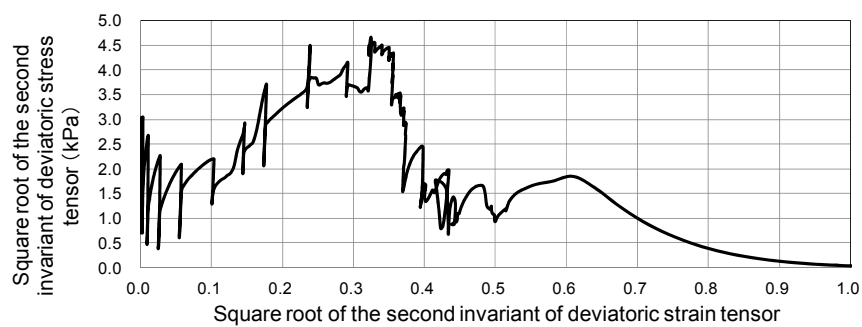
(a) モデル1



(b) モデル2

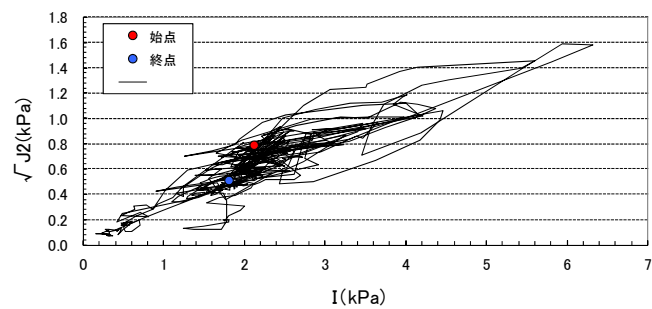


(c) モデル3

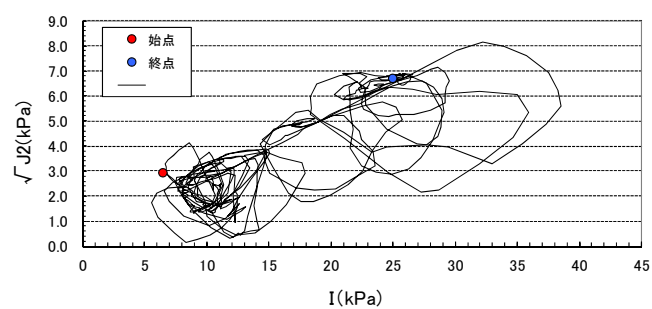


(d) モデル4

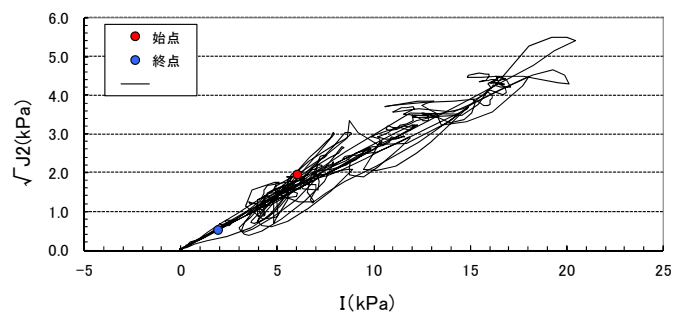
図4.2.2.5 応力ひずみ関係



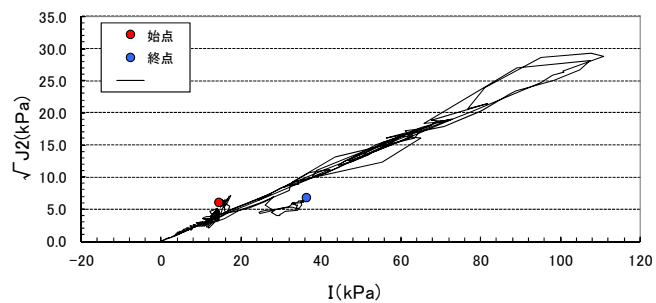
(a) モデル1



(b) モデル2



(c) モデル3



(d) モデル4

図4.2.2.6 応力経路

3) 解析結果に関する考察

図4.2.2.5に示したようにひずみ軟化の表現が解析結果に影響を与えたことが考えられる。さらに、図4.2.2.5によれば、進行的変形が卓越したモデル2では除荷挙動が卓越し、繰返し载荷に伴い発生する塑性ひずみが大きな影響を与えたことが考えられる。これらの挙動は、SYS Cam-clayモデルにおける上負荷面および下負荷面により表現される。図4.2.2.7は本解析で用いた構成則で応力を除荷および载荷した際の挙動を表現したものである。除荷時ははじめに弾性的挙動を示すが元来の位置に戻るにつれて不可逆的な塑性ひずみが発生する。さらに、偏差応力は塑性ひずみの増加に合わせて減少し、所謂ひずみ軟化挙動が卓越する。このような要素レベルでのひずみ軟化および除荷・载荷時での塑性ひずみの発生が、斜面崩壊全体の挙動を表現する上で重要な役割をもった可能性が大きい。

より詳細を確認するために、モデル3において入力波形の振幅を変えた計算を行い、外作用の大きさが応力ひずみ関係に与える影響について確認した。図4.2.2.8に入力波形の最大振幅を100gal, 200gal, 300galにした場合の図4.2.2.1中に示した「Stress-strain relation」における応力ひずみ関係（有効応力およびひずみテンソルの第二不偏量の関係）、応力経路を示す。なお、振幅200galのケースは元来のケースである。振幅100galの場合では作用が小さく変形が生じていない。振幅200gal, 300galの場合では、作用が大きくなりひずみ軟化挙動が見られる。ただし、同時刻での応力ひずみ状態（図4.2.2.8中の赤丸）を見ると、振幅300gal時の塑性ひずみの方が振幅200galの場合に比べ大きいことが分かる。これは、単位作用当たりのひずみ軟化および除荷・载荷時に発生した塑性ひずみの大きさが、振幅300gal時で小さくなったことを示している。このことは、外作用があるしきい値を超えた範囲で変形が発生するという点では、斜面の変形解析によく用いられているニューマーク法と同様な機構を有したものである。

以上から、斜面崩壊の挙動の表現にはひずみ軟化および除荷・载荷時に発生した塑性ひずみの大きさが解析結果に影響を与えたことが考えられる。しかしながら、実験的にはこの点について明確になっていなく、これらの影響がどの程度斜面の崩壊パターンに影響を与えるか実験的な検討も含めて詳細検討していくことが今後の課題と考えられる。

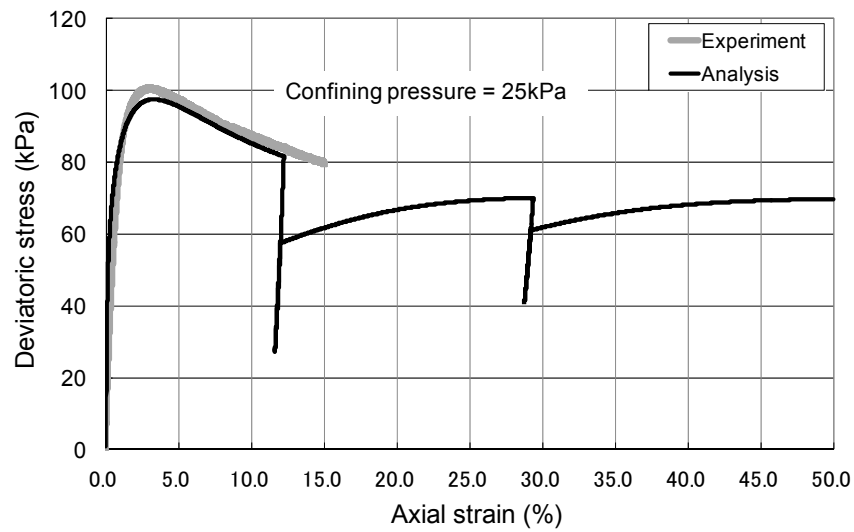


図4.2.2.7 要素レベルにおけるひずみ軟化と除荷・載荷時の挙動

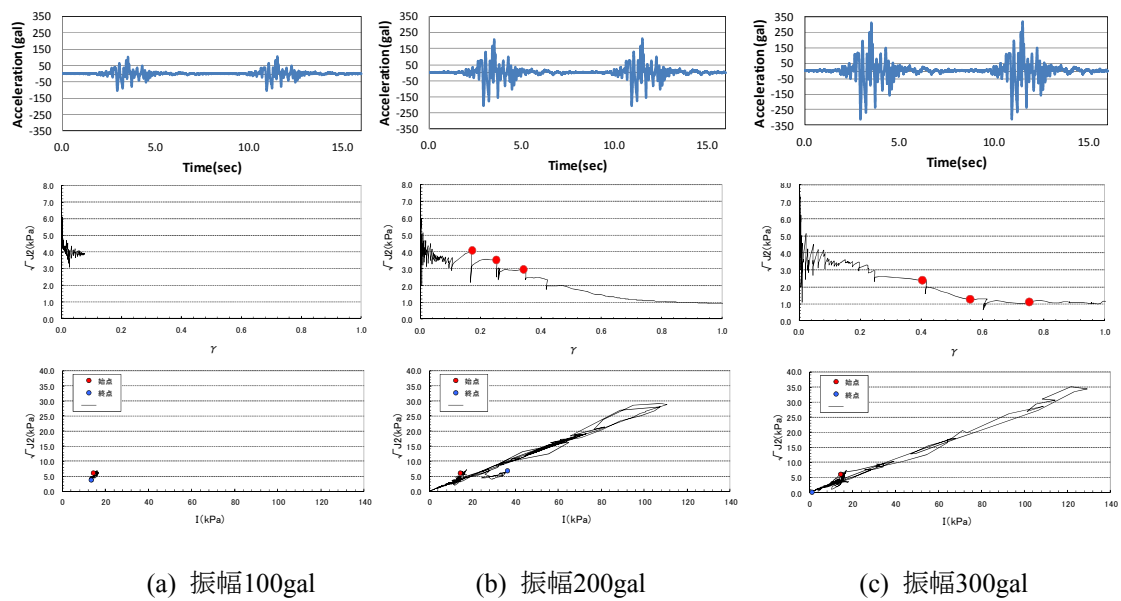


図4.2.2.8 モデル3における入力波形振幅と応力ひずみ関係，応力経路の関係（上から，入力波形，応力ひずみ関係，応力経路）

4.3 盛土の浸透破壊に対する適用性

4.3.1 伊勢野らの盛土の浸透破壊実験

ここでは、盛土の浸透破壊への提案手法の適用性を確認するために解析対象とした、伊勢野ら（2004）、Mori（2008）の盛土の浸透破壊実験の概要について示す。

盛土の浸透破壊においては、盛土中への地下水の浸透過程、浸透に伴うひずみの発達、最終的な盛土の大変形に至る一連のプロセスを再現する必要がある。第3章で提案した固液二相系による解析手法は、盛土中の地下水の透水・浸透挙動を液相粒子群により表現し、盛土の大変形を固相粒子群の挙動により表現できる。以上の点を考慮し、既往の実物大盛土模型の浸透破壊実験を対象として再現解析を行った。

図4.3.1.1に解析対象とした盛土の浸透破壊実験の概要を示す。当該実験は、独立行政法人土木研究所にて、伊勢野ら（2004）により行われたものである。盛土模型の形状および寸法は、盛土高 3.0m、幅 9.0m、奥行き 6.0m、勾配 1:2、天端幅 3.0m を有した実物大の盛土の半分をモデル化したものであり、盛土背面に水位 2.3m で一定とした外水位を設置し、降雨発生装置により降雨強度 15mm/h の降雨を与えている。また、盛土中にマノメータを設置し崩壊に至るまで地下水位（湿潤線）の変化を測定し、盛土の側面はコンクリート壁で拘束している。盛土底面は関東ローム（火山灰質粘土[V]）による厚さ 20cm の層からなり、ほぼ不透水のものである。

盛土模型の材料物性を表4.3.1.1に示す。盛土材として山砂[S-F]を用いており、細粒分は 13%である。また、平均締め固め度は 75%である。材料強度については、盛土模型からブロックサンプリングし再構成した材料を用いた飽和三軸圧縮試験（拘束圧 30, 60, 120kPa, ひずみ速度 0.5%/min）結果から、粘着力は 0.0kPa, 内部摩擦角は 30.8 度（ピーク強度時）であることが分かっている。なお、不飽和三軸圧縮試験からは粘着力 3.3kPa, 内部摩擦角 30.1 度（ピーク強度時）が得られており、これらの粘着力の違いは、不飽和状態におけるサクションによる影響と考えられている。また、別途、透水試験を行い、締め固め度 75% 時の山砂の透水係数は $4.5 \times 10^{-5} \text{m/s}$ であることを確認している。

図4.3.1.1に湿潤線の変遷、図4.3.1.2に盛土崩壊後形状を示す。実験開始から 12 時間 30 分後に盛土のり先で小さな崩壊が発生し、13 時間後に進行的変形が始まり、10 分後、30 秒間かけて急速な崩壊に至った。

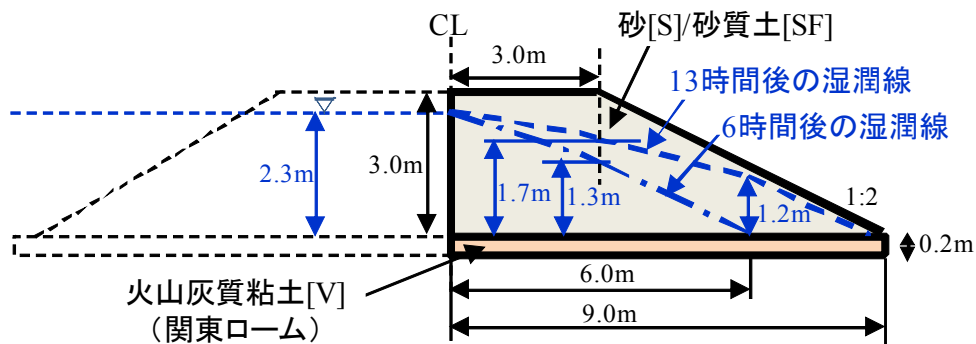


図 4.3.1.1 盛土模型の形状，湿潤線の変遷

表 4.3.1.1 盛土模型の材料物性

種類	細粒分を含む砂質土
細粒分率 (%)	13.0
土粒子密度 (g/cm^3)	2.69
初期含水率 (%)	19.4
平均締め固め度 (%)	75.0
透水係数 (m/s)	4.5×10^{-5}
粘着力(kPa)	0.0 (飽和時, ピーク時)
内部摩擦角(度)	30.8 (飽和時, ピーク時)

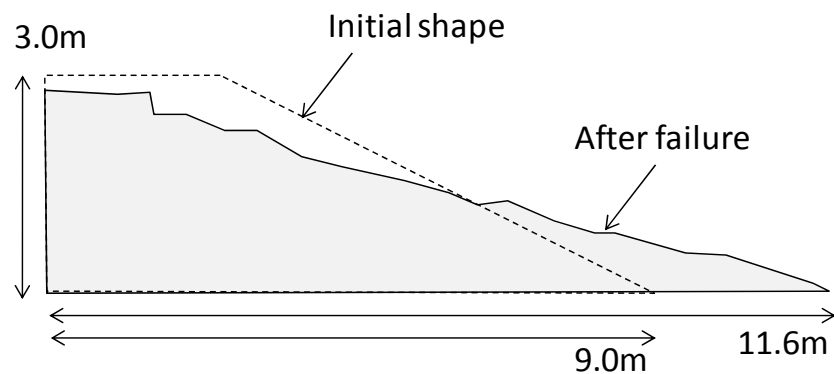


図 4.3.1.2 盛土模型崩壊前後の形状

4.3.2 提案手法による再現解析

前述したように、本研究で提案した固液二相系解析手法を用いて、伊勢野ら（2004）の浸透破壊実験の再現解析を行い、提案手法の浸透破壊に対する適用性について検討した。固液二相系解析手法によれば、固相と液相を表現する二種類の粒子群を用いることで、前者により盛土の大変形挙動、後者により盛土内の水の浸透挙動を表現することができる。そこで、ここでは、湿潤線が明確な浸透開始から6時間後の状態を初期状態として、盛土が背面からの水の浸透により最終的に大崩壊するまでの挙動をシミュレーションした。なお、実験においては、降雨発生装置により降雨強度15mm/hの降雨を与えているが、盛土背面からの浸透水の影響が降雨の影響より大きいと考えられること、現行の解析手法は前述したように飽和土のみ取扱が可能であり、現行では取扱ができない不飽和土への影響が大きい、降雨の影響については考慮することが困難なため、今回はこれを無視するものとした。今後、不飽和土のモデル化も含め降雨の影響について考慮していく必要がある。

1) 解析モデルの概要

図 4.3.2.1 と表 4.3.2.1 に解析モデルと解析パラメータを示す。初期状態として、浸透開始から6時間経過した時点の湿潤線を設定し、崩壊が生じた13時間後までの挙動を解析した。背面からの水の浸透については、盛土の左側境界から液相粒子を順次与えることで表現した。その際、液相粒子の初期速度の x 成分として $2.0 \times 10^{-5}(\text{m/s})$ を与えた。盛土材料の構成則としては、弾完全塑性の Mohr-Coulomb モデル (Coulomb, 1776) を用いた。粘着力、内部摩擦角については、表 4.3.1.1 に示した盛土材料の物性を基に設定し、ダイレイタンシー角については、0 度と 15 度の場合で行い、ダイレイタンシーが崩壊挙動に与える影響についても検討を行った。盛土底面については、8.5 度の摩擦角を有するクーロン摩擦面としてモデル化し、この特性を盛土底面に位置する格子点に与えた。

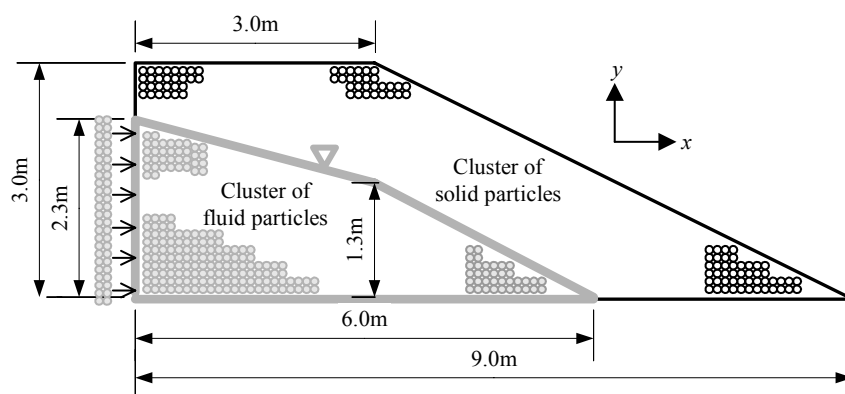


図 4.3.2.1 解析モデル（初期状態）

表 4.3.2.1 解析パラメータ

土粒子の密度 (kg/m ³)	2.7×10 ³
水の密度 (kg/m ³)	1.0×10 ³
変形係数 (kPa)	2.0×10 ⁴
ポアソン比	0.30
粘着力 (kPa)	0.50
内部摩擦角 (deg)	30.0
ダイレイタンシー角 (deg)	0.0 または 15.0
透水係数 (m/s)	4.5×10 ⁻⁵
水の体積弾性係数 (kPa)	2.2×10 ⁶
初期間隙率	0.30
底面摩擦角 (deg)	8.50
格子長 (m)	0.40
時間増分 (s)	1.0×10 ⁻⁴
粒子数	固相:935, 液相:540

2) ダイレイタンシー角 0 度の場合の解析結果

図 4.3.2.2 にダイレイタンシー角が 0 度の場合の解析結果として、粒子群の遷移、最大せん断ひずみ分布の遷移を示す。液相粒子の移動に伴い、最大せん断ひずみが発達し、液相粒子が盛土のり先に達した段階で最終的に大変形、崩壊に至る様子を再現できた。また、崩壊後の形状、湿润線の形状も実験結果と概ね一致することを確認できた。

一方、図 4.3.2.3 にダイレイタンシー角が 0 度の場合の解析結果として、間隙水圧分布の遷移、盛土内の状態変化（土が降伏状態にあるか弾性状態にあるかどうか）を示す。液相粒子の遷移に応じて間隙水圧が適切に分布している。盛土内の状態変化を見ると、浸透開始から 2 時間後に盛土上部で降伏状態に至っている様子を確認できる。一方、盛土のり先、盛土中部は弾性状態である。そして、崩壊時にはのり先付近も降伏状態になり、最終的に盛土全域が降伏状態になって崩壊に至っている。このような挙動になった原因を説明するものが図 4.3.2.4 である。図 4.3.2.4 には、解析結果として、有効主応力分布の遷移、有効主応力分布の初期値からの変化量を示している。有効主応力分布の初期値からの変化量を見てみると、盛土上部で降伏が生じた 2 時間後においては、間隙水圧の遷移に伴う有効主応力の減少が盛土のり先から中部にかけて顕著である。また、この有効主応力が減少している領域は、盛土のり面の浅い部分も含んでいる。この領域は土被りが浅く拘束圧が小さい領域であり、有効主応力の減少により降伏が容易に発生しやすい。また、この領域で降伏が発生した場合、のり面の浅い部分で重力によるすべり変形が発生し、盛土上部も降伏に至る可能性が大きいと考えられる。さらに、図 4.3.2.5 には偏差応力分布の遷移、偏差応力分布の初期値からの変化量を示す。偏差応力は土被りが浅く拘束圧が小さい盛土

のり面の浅い部分で増加している。このことは、応力経路が有効主応力の低下を伴って降伏曲面に向かうことを示しており、降伏が容易に発生しやすい状態になっていることを示している。

以上のメカニズムにより、盛土上部で降伏が発生したものと考えられる。一方、盛土中部では、液相粒子群が重力により下方に移動するため、地下水面が低下し、有効主応力が上昇していることが分かる。よって、盛土中部は崩壊直前まで常に弾性状態になっている。盛土のり先は、液相粒子の移動に従って降伏状態の領域が拡大していき、最終的にのり先全体が降伏に至った段階で、のり面全体の強度が低下し崩壊に至ったことが考えられる。

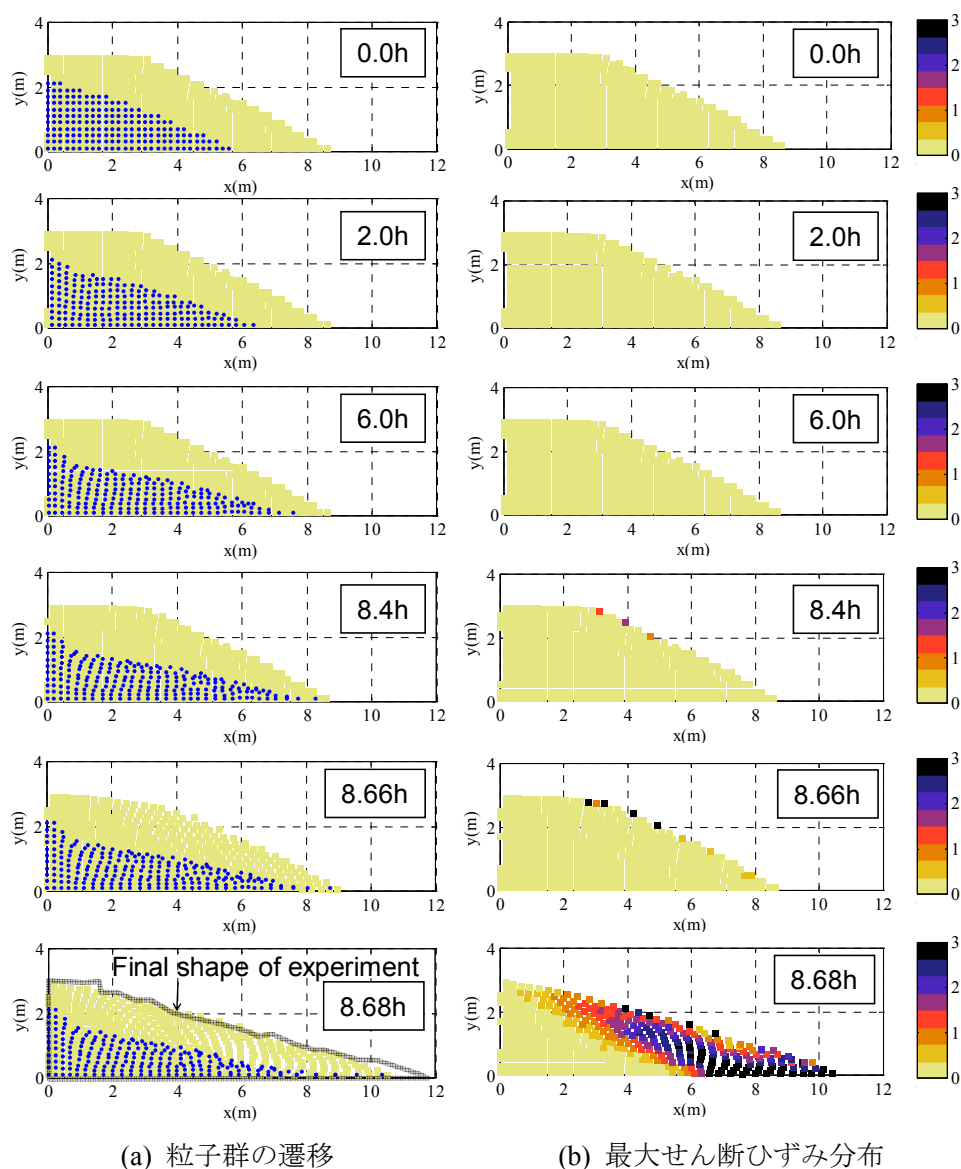
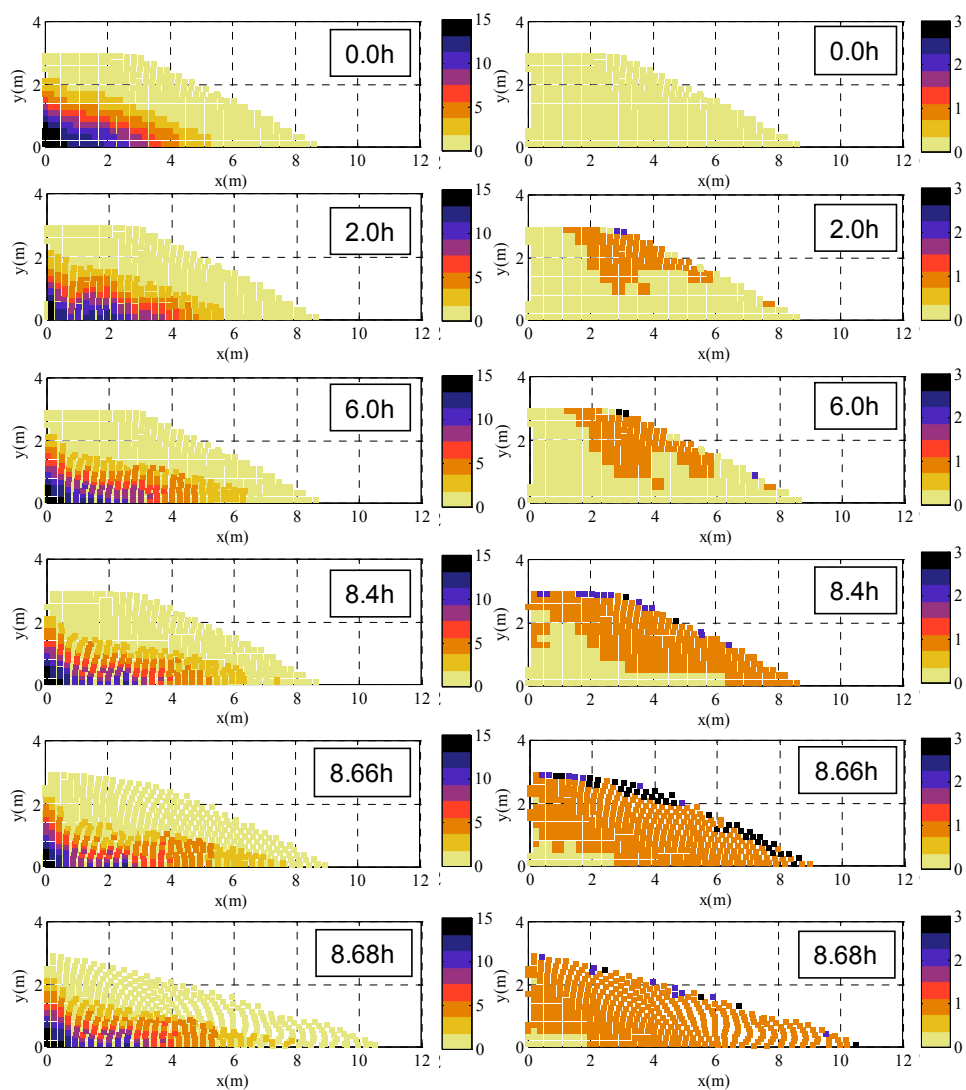


図 4.3.2.2 ダイレイタンシー角が0度の場合の解析結果（その1）

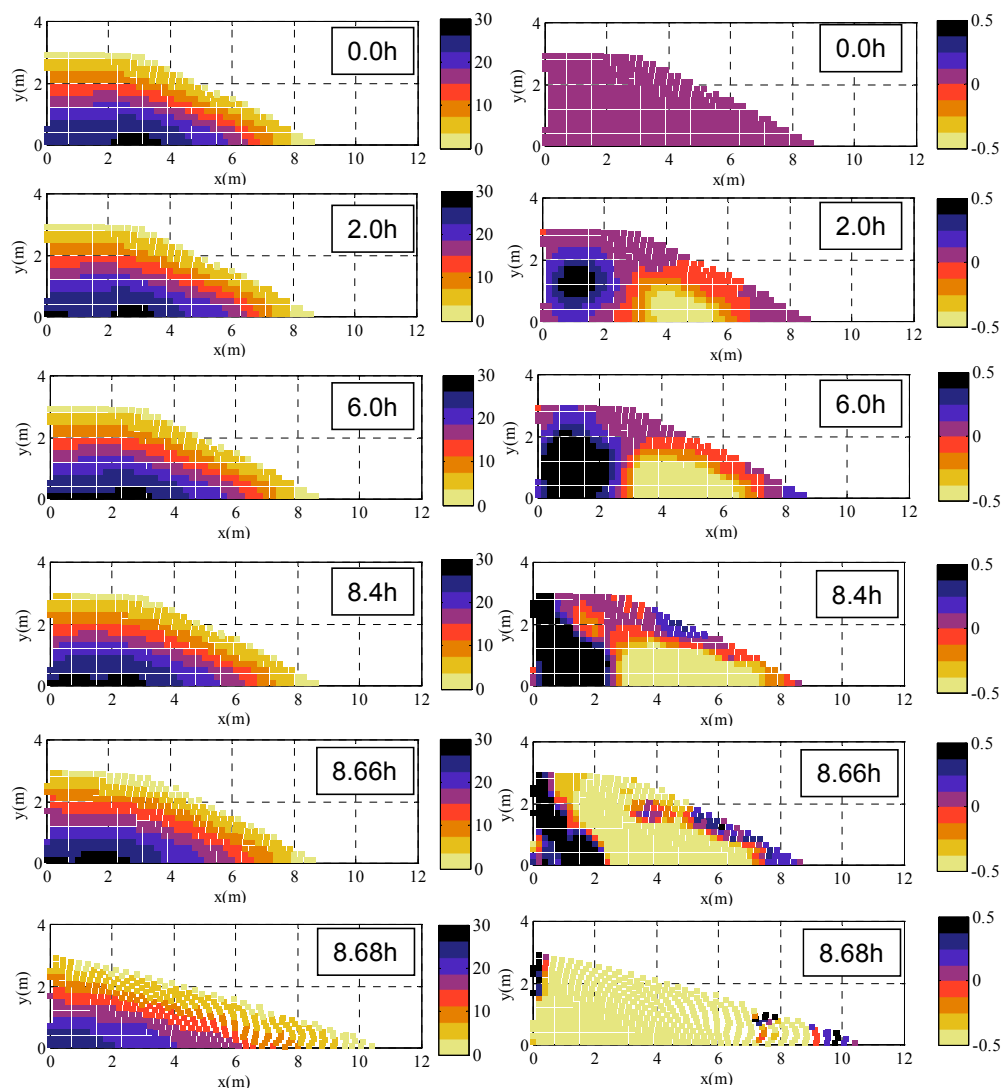


(a) 間隙水圧分布

(b) 状態の変遷

(弾性 : 0, 降伏 : 1, 引張 : 2, 降伏+引張 : 3)

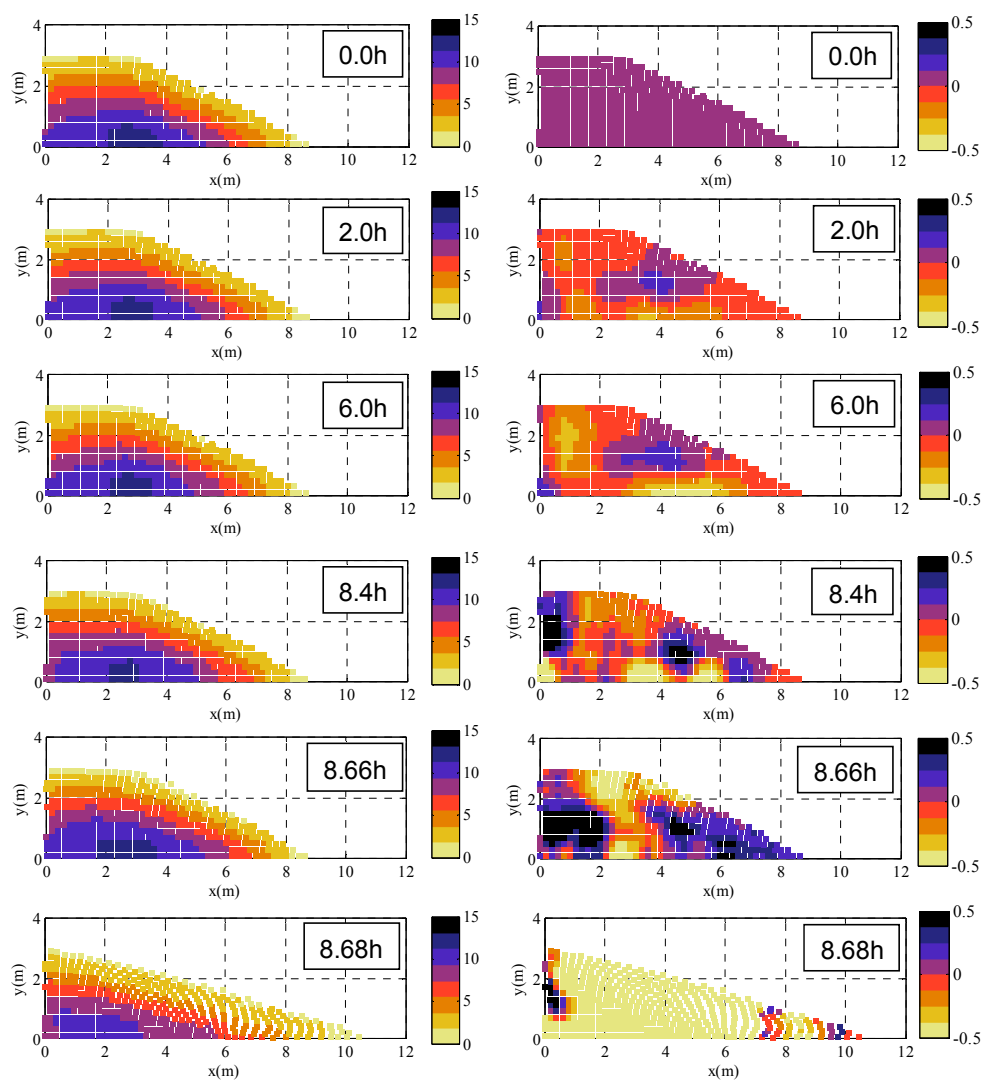
図 4.3.2.3 ダイレイタンシー角が 0 度の場合の解析結果 (その 2)



(a) 有効主応力分布

(b) 有効主応力の初期値からの変化量

図 4.3.2.4 ダイレイタンスー角が 0 度の場合の解析結果 (その 3)



(a) 偏差応力分布

(b) 偏差応力の初期値からの変化量

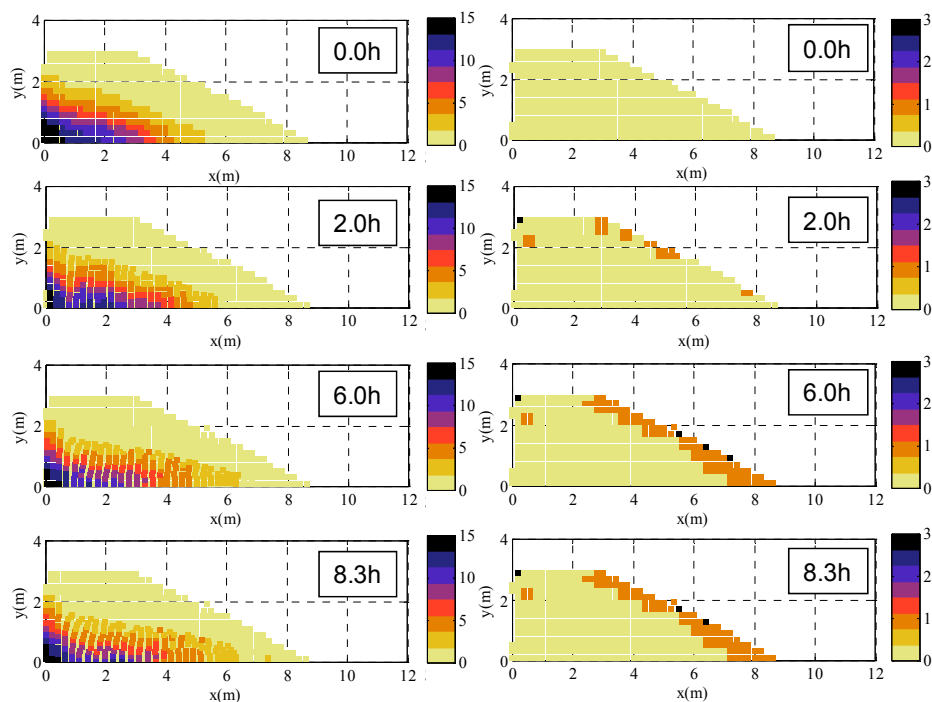
図 4.3.2.5 ダイレイタンシー角が0度の場合の解析結果 (その4)

3) ダイレイタンシー角 0 度の場合と 15 度の場合の解析結果の比較

図 4.3.2.6 にダイレイタンシー角が 15 度の場合の解析結果として間隙水圧分布の遷移、盛土内の状態変化（土が降伏状態にあるか弾性状態にあるかどうか）を示す。間隙水圧の遷移の傾向はダイレイタンシー角が 0 度の場合とほぼ同等である。しかしながら、盛土は崩壊に至らず、盛土内の状態変化ものり面の浅い部分のみ降伏している。これは、正のダイレイタンシーがせん断による塑性膨張の働きにより間隙水圧の上昇、有効主応力の減少を妨げたためである。この点をより確認するために、図 4.3.2.7 中に示す S_i 点で有効応力経路について確認した。図 4.3.2.8 にダイレイタンシー角が 0 度と 15 度の場合の有効応力経路を示す。ダイレイタンシー角が 0 度の場合は、全箇所において降伏線に接近している状況を確認できる。一方、ダイレイタンシー角が 15 度の場合は、ほとんどの箇所で降伏線より下方の弾性状態であり、降伏に至っていない。このことから、ダイレイタンシーの違いが応力経路に大きな影響を与え、盛土の大変形挙動に違いが生じたことが分かる。

しかしながら、この有効主応力の低下は、間隙水圧の上昇と、「盛土の幾何学的変形による拘束圧の低下」も原因である可能性がある。そこで、以下のようにして検討を行った。図 4.3.2.9 には、 W_i 点での有効主応力と間隙水圧の時刻歴、 D_i 点での固相粒子の変位履歴をダイレイタンシー角毎に示す。 W_i 点での挙動から、ダイレイタンシー角の違いに拘らず同様な間隙水圧の履歴が確認できる。特に間隙水圧が上昇した W_3 点では、有効主応力が徐々に減少して最終的に崩壊に至り大きく減少している様子を確認できる。しかしながら、崩壊前の有効主応力の減少はそれほど顕著ではない。一方、 D_i 点の挙動を見ると、有効主応力の減少は盛土が大きく変位するとほぼ同時に発生している。このことから、最終的な有効主応力の大きな減少は、変形による盛土の幾何学的形状の変化に伴う拘束圧の低下が主原因であることが分かる。よって、間隙水圧の上昇は特に拘束圧が小さい領域で部分的な降伏をもたらすが、最終的な崩壊までは直接もたらさない。降伏に伴う変形が蓄積し、それに伴い拘束圧が低下することで最終的に大変形に至る可能性が大きい。なお、図 4.3.2.11 に図 4.3.2.10 に示す盛土のり先での応力経路を示す。上述したように盛土の崩壊は 8.4h 後に発生したが、当該時間帯に応力経路が降伏曲面に達していることが確認できる。このことは、のり先付近での降伏が盛土崩壊のトリガーになったことを示しており、この点は実験における盛土崩壊もりのり先から生じたことと定性的に一致する。

以上のように、盛土の浸透破壊では、間隙水圧の遷移による有効主応力の低下と伴に、盛土の形状変化に伴う拘束圧の低下について扱う必要があると考えられる。このような崩壊挙動に大きな影響を及ぼす現象については、ひずみレベル 100%を超える大変形を扱う必要があり、この点からも MPM に基づく本手法が有効なものと考えられる。



(a) 間隙水圧分布

(b) 状態の変遷

(弾性 : 0, 降伏 : 1, 引張 : 2, 降伏+引張 : 3)

図 4.3.2.6 ダイレイタンスー角が 15 度の場合の解析結果

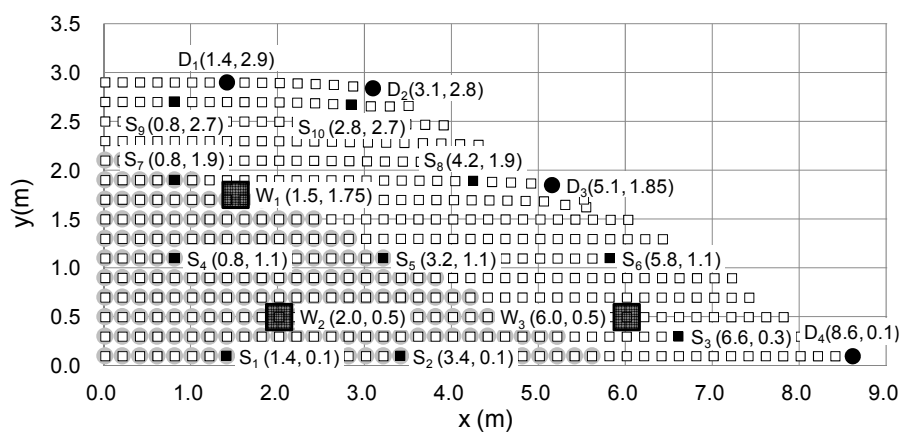
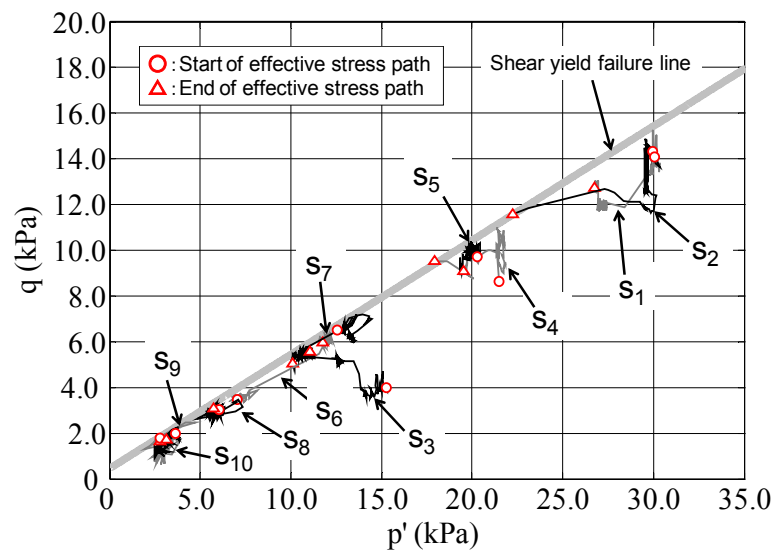
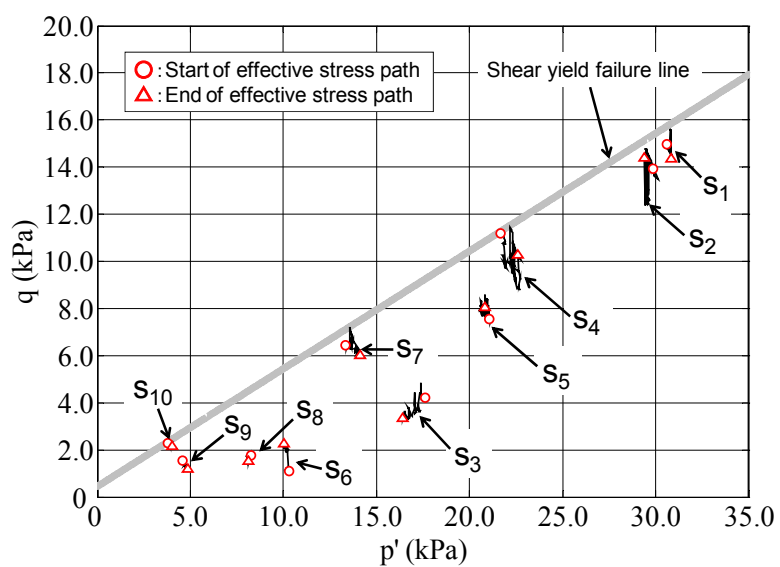


図 4.3.2.7 解析において履歴を確認した点



(a) ダイレイタンシー角が0度の場合



(b) ダイレイタンシー角が15度の場合

図 4.3.2.8 有効応力経路

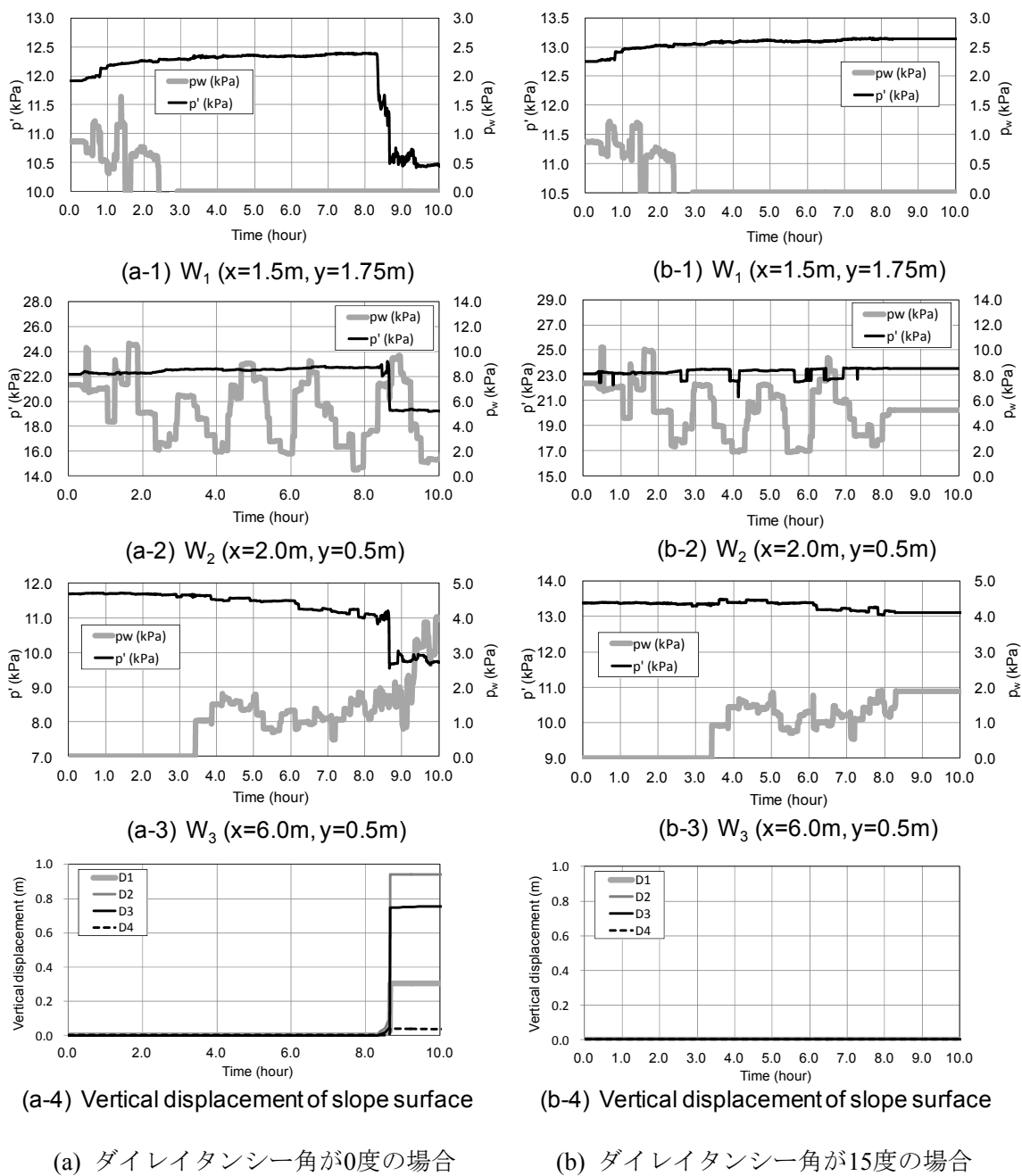


図 4.3.2.9 有効主応力, 間隙水圧, 変位の履歴

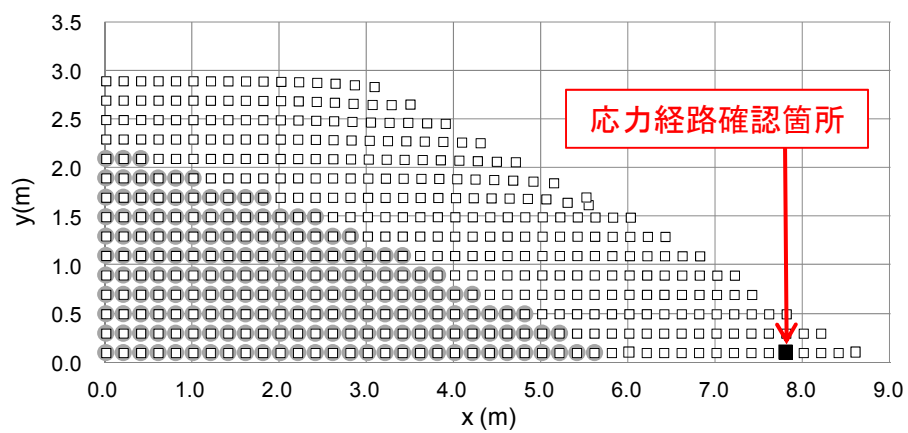


図 4.3.2.10 応力経路の確認箇所

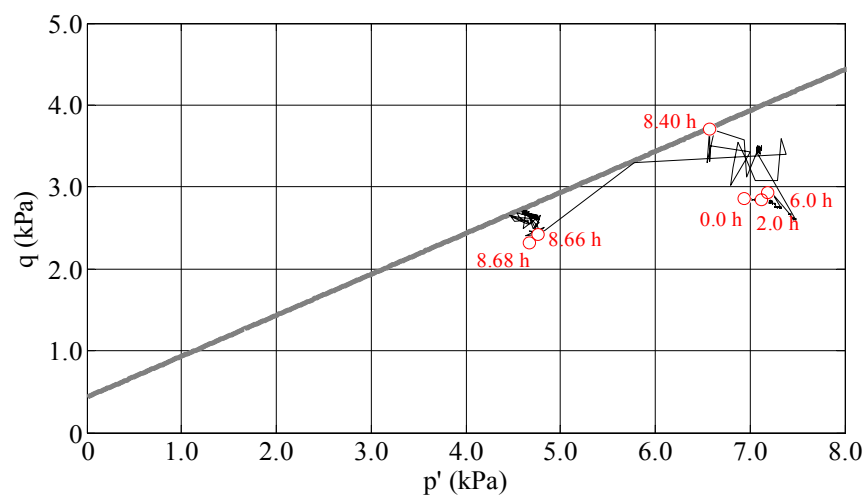


図 4.3.2.11 盛土のり先での応力経路

4.3.3 パイピングの影響について

以上の節では、盛土の浸透破壊について地下水面の遷移に伴う間隙水圧の上昇、有効応力の低下に焦点を絞って浸透破壊のメカニズムについて考察した。その他、盛土の浸透破壊に大きな影響を与える要因としてパイピングの影響がある。本解析手法は上述したようにパイピングの影響を陽に解析モデルに取り込んでいない。したがって、パイピングの影響を考慮するための別の評価法が必要となる。

一方、吉岡ら（1984）、三木ら（1994a, 1994b, 1995, 1996）は、砂質盛土内のパイピングを再現した模型実験を行い、パイピングが生じる条件として、平均的な水平動水勾配が限界動水勾配の半分すなわち0.5になることを示した。そして、FEM解析モデルを用いた浸透流解析により水平動水勾配を求め、その大きさによりパイピングの発生の有無を評価する手法を提案している。

そこで、本解析から得られた水平動水勾配を確認し、地下水位の遷移とともに盛土内でパイピングの発生しやすさがいかに変化しているか確認した。盛土崩壊の発生は前節で示したようにのり先の降伏がトリガーとなっている。そこで、図4.3.3.1に示すのり先付近の水平動水勾配履歴を確認した。図4.3.3.2に当該履歴を示す。崩壊開始した8.4時間後の4時間前から水平動水勾配は0.5程度であり、崩壊前からパイピングが発生しやすい状況であったと考えられる。この点は、従来のFEM解析モデルによる浸透流解析と同様に水平動水勾配の値を確認することでパイピングの影響を本解析手法でも評価できることを示している。

しかしながら、現行のモデルではパイピングが透水特性および地盤強度の低下に与える影響を陽にモデル化できていない。例えば、透水特性に与える影響については、土粒子間に発生するせん断応力に応じて浸食率を求め間隙比を変化させてパイピングの影響をモデル化する手法が提案されている。（Fijiwara et al., 2010）

図4.3.3.3には、Kozney-Carrman式で透水係数を表現した場合の現行の解析モデルによる解析結果（最終崩壊形状）を示す。ここで、定数 a とは次式で定義されるものである。

$$k = aD^2 \left[\frac{e^3}{1+e} \right] \quad \text{式(4.3.3.1)}$$

ここで、 k は透水係数、 D は平均粒子径、 e は間隙比である。この式は、定数を任意の値としたKozney-Carrman式の一般形である。なお、Kozney-Carrman式の詳細については4.4.3に示す。図4.3.3.3より、定数 a を1044とした場合に崩壊形状、崩壊までの時間を精度良く再現できていることが分かる。よって、適切な定数を設定すればKozney-Carrman式を用いて盛土の浸透破壊を精度良く再現できると一見考えられる。しかしながら、実際には、図4.3.3.4に示すように間隙率は現行の解析モデルにおいて地下水位が遷移してもほとんど変化しない。よって、上記のように解析精度が向上した理由は透水係数自体の値が定数の調整で適切になったことが主と考えられる。この点を踏まえても、間隙率の変化をパイピングのメカニズムに応じて変化するようにモデル化する必要があり、そのようなモデル化手法の開発は今後の研究課題である。

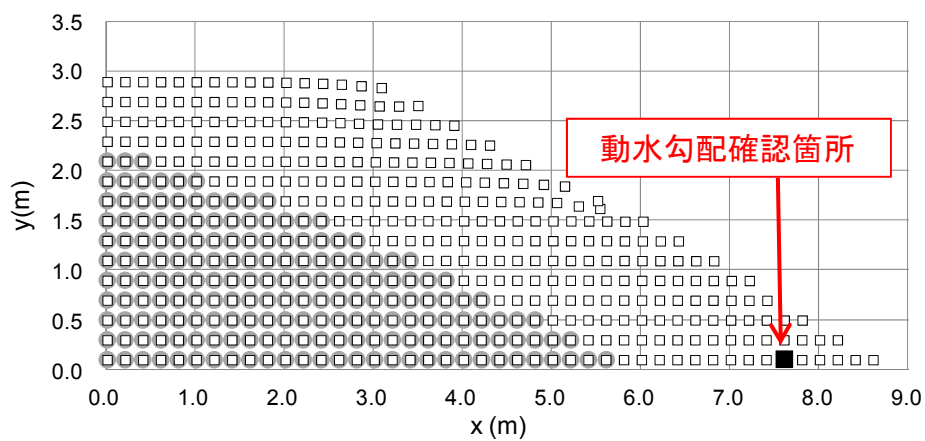


図 4.3.3.1 水平動水勾配履歴の確認箇所

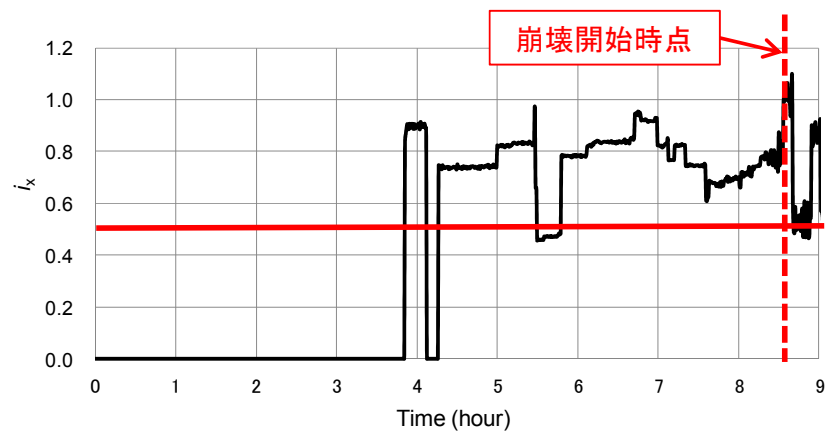


図 4.3.3.2 盛土のり先での水平動水勾配履歴

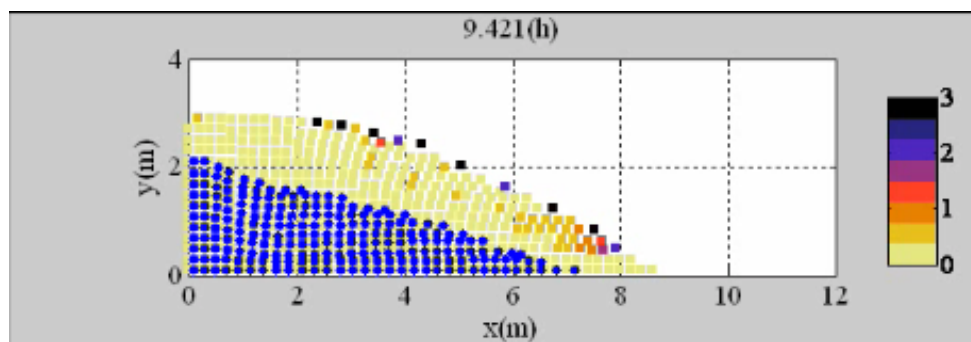
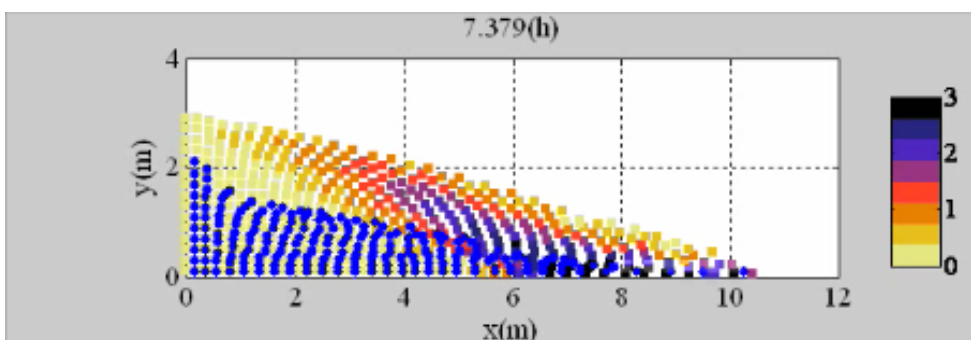
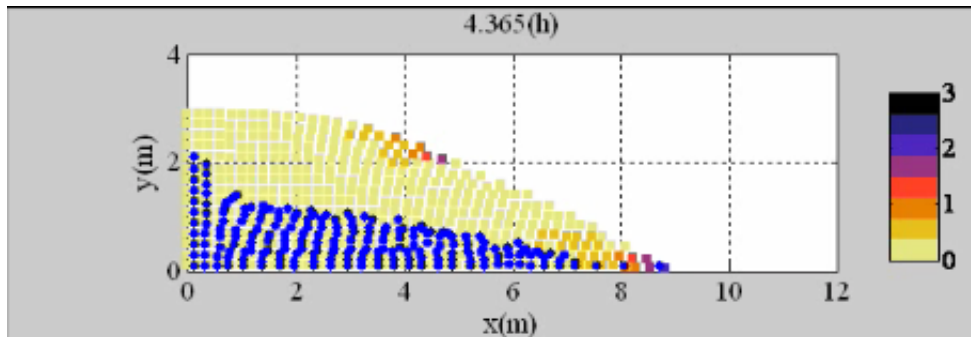
(a) $a=522$ (b) $a=1044$ (c) $a=2088$

図 4.3.3.3 Kozney-Carman 式を用いた場合の解析結果

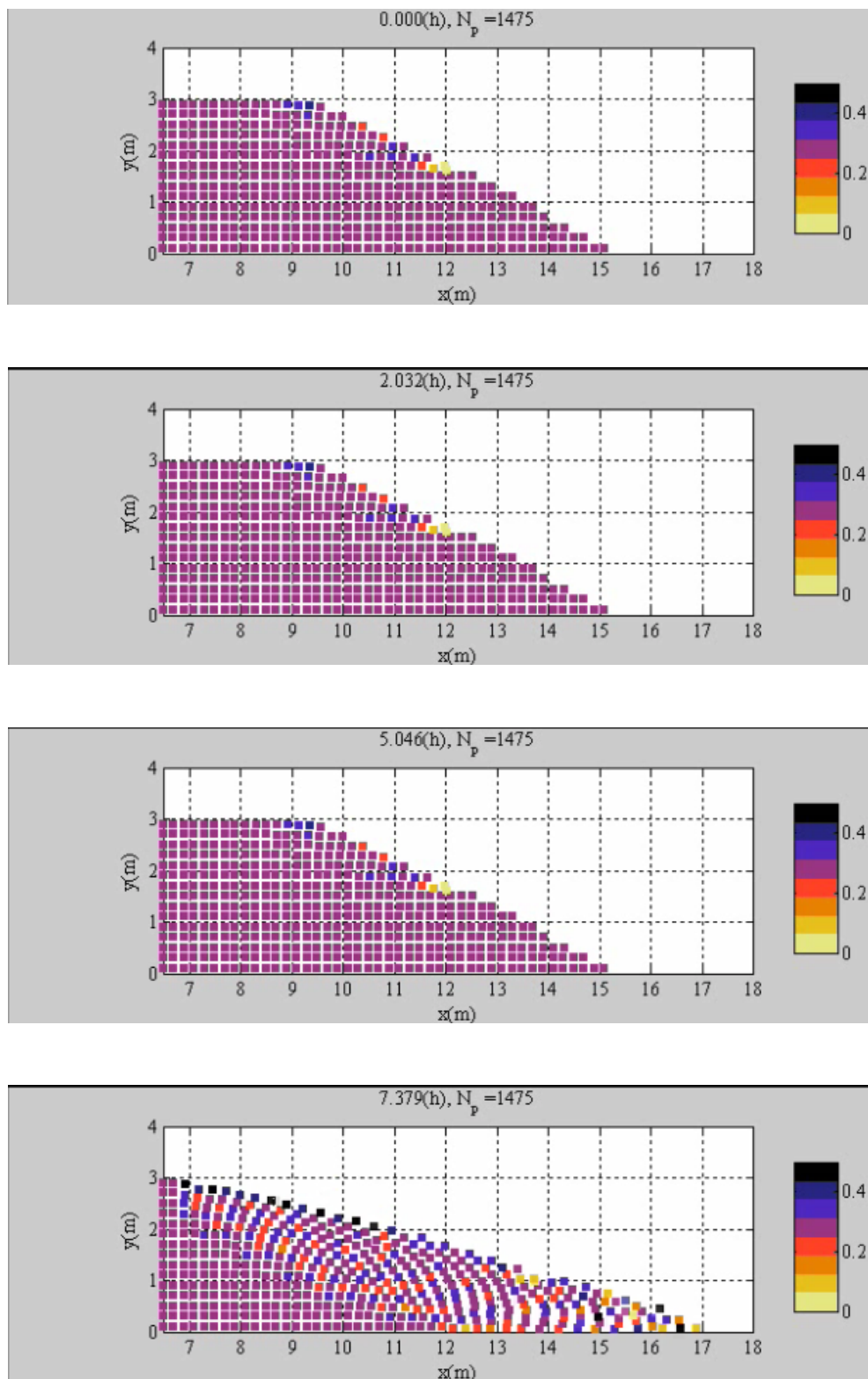


図4.3.3.4 間隙率の変化 ($a=1044$ のケース)

4.4 地震時の液状化による浮き上がり現象に対する適用性

4.4.1 渡辺らの開削トンネルの振動台実験

ここでは、液状化のシミュレーションで解析対象とした、地震時の液状化による浮き上がりに関する既往の模型実験について示す。対象とした実験は渡辺ら（2005，2011）により行われた、実際の開削トンネルの規模に対して、20分の1スケールの模型を用いた振動台実験である（図4.4.1.1参照）。トンネル模型は幅400mm，高さ200mm，奥行き590mmであり，トンネル模型周辺と地盤中にロードセルおよび間隙水圧計を取付け，有効応力と間隙水圧の変化を検討している。地盤材料は相対密度60%の珪砂6号であり，入力波として3Hzの正弦波10波の加速度振幅を100galから400galまで漸増させたものを用いている（図4.4.1.2参照）。当該実験の詳細については渡辺ら（2005，2011）に示されているが，当該実験より得られた主な結果としては以下のように述べられている。

- ① トンネルの浮き上がりは周辺地盤の間隙水圧が上昇した時に始まる。ただし，急速に浮き上がらず，加振継続後，液状化がある程度進むと急速に浮き上がる。
- ② 鉛直方向の力の付き合いに基づく浮き上がり安全率により，浮き上がり時刻を概ね評価できる。ただし浮き上がり量は評価できない。
- ③ トンネル周辺の過剰間隙水圧が上昇するとともに，軸力およびせん断力（有効応力）が低下する傾向がある。ただし，加振中，過剰間隙水圧が低下することもあり，その際有効応力が上昇する。
- ④ 液状化した地盤を流体と見なし，その粘性係数を適切に表現した鉛直方向の運動方程式によりトンネルの浮き上がり挙動を表現できる。
- ⑤ トンネルが浮き上がるにつれ，地下水面より上に不飽和領域が生じ浮き上がりに対し抵抗要素となる。さらに，加振後は過剰間隙水圧が消散して有効応力が回復し浮き上がりが停止する。

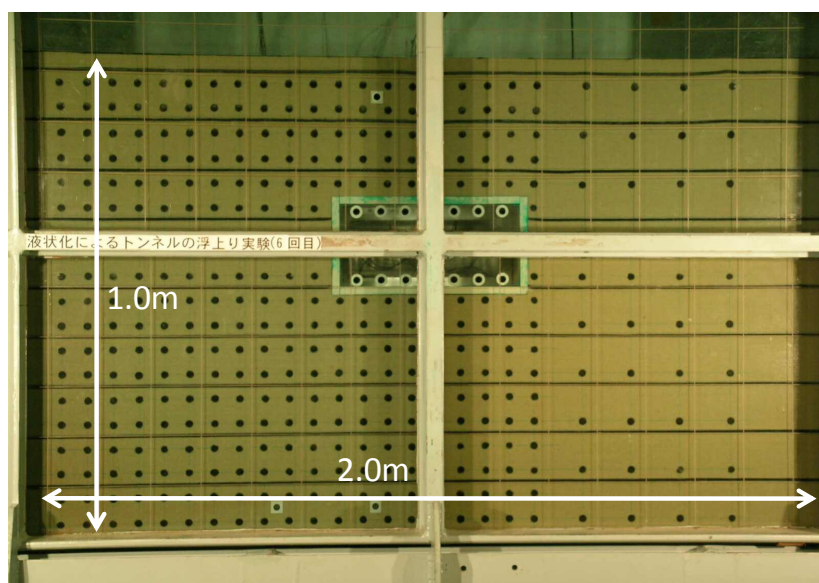


図 4.4.1.1 トンネル模型の形状（初期状態）

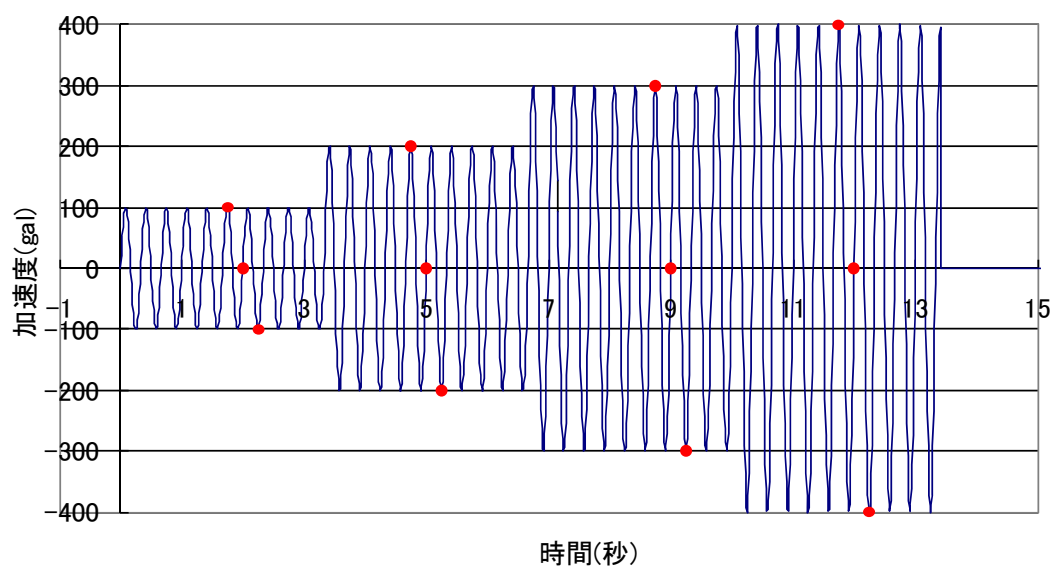


図 4.4.1.2 模型実験に用いた入力波形（図中赤丸は解析結果の検討を行った点）

4.4.2 提案手法による再現解析

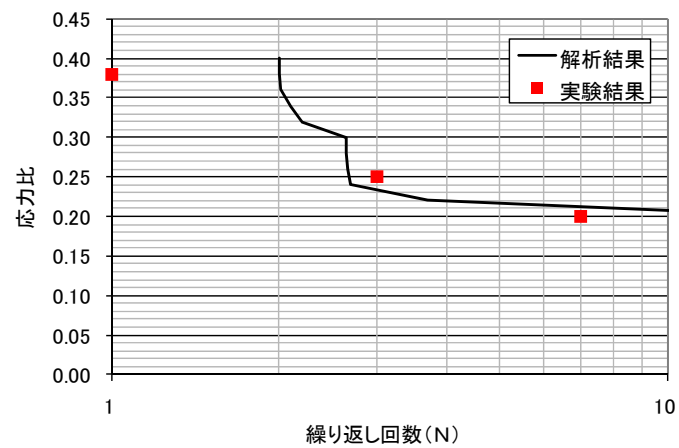
上記の実験に対し提案手法による再現解析を行った。上述したように液状化現象を扱うためには、液状化に対する適用性が明確な構成則を用いる必要がある。そこで、本検討では構成則として液状化に関する解析において実績が豊富な岡・渦岡らの砂の繰返しモデル（1999, 2000）を用いて再現解析を行った。また、固液二相系の表現については、水圧が急激に上昇する現象であることを踏まえ、簡易法（等体積，非排水を仮定した方法）でモデル化するものとした。以上の手法を用いて液状化に対する適用性について検討を行った。

1) 解析モデルの概要

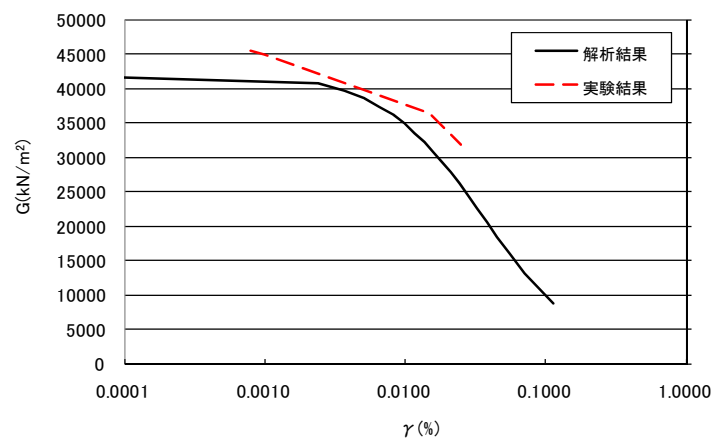
本検討では、トンネル、地盤ともに粒子でモデル化した。背面格子のサイズは $0.05\text{m} \times 0.05\text{m}$ であり、一格子あたり4個の粒子を配置した。その結果、総粒子数は6240となった。減衰定数は $\alpha=0.0$ ， $\beta=0.001$ と設定し、間隙水の体積圧縮係数は $2.1 \times 10^6 \text{kN/m}^2$ とした。

以下、解析条件の要点を示す。

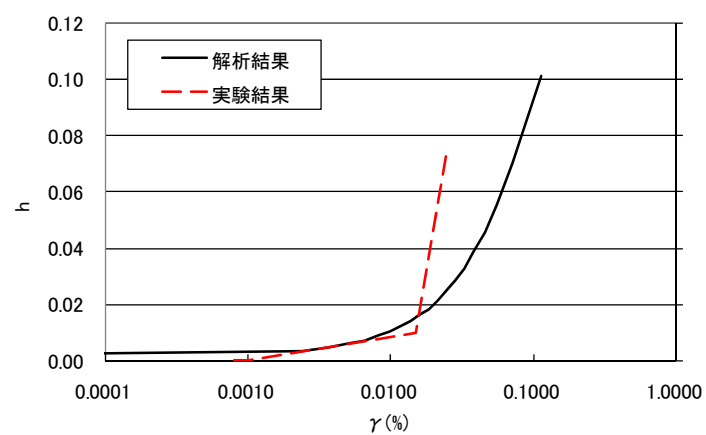
- ① 境界条件は、底面固定，土槽側面水平方向拘束，土槽側面鉛直方向自由とした。
- ② 初期応力は自重解析を行うことで算出した。ただし，その際，地盤の構成則にはドラガー・プラガーモデルを用いて解析を行い，応力経路が破壊線を越えないように調整した。
- ③ トンネル部分（ $0.2\text{m} \times 0.4\text{m}$ ）は比重 0.6 の弾性体（ヤング係数： $1.0 \times 10^4 \text{kN/m}^2$ ，ポアソン比：0.3）としてモデル化した。なお，比重の値は実験に用いたトンネル模型のものと同等である。
- ④ 地盤部分については，有限要素法による解析で行われているように非排水三軸繰返し実験結果に対しシミュレーションパラメータを同定して決定した。なお，最終的な値は後述するトンネル模型の浮き上がり鉛直変位履歴に最も合致するように決定した。具体的には，上記シミュレーションで得られる値を用いれば，変位履歴の定性的傾向は表現できるが可能な限り定量的に変位を正確に表現できるようにパラメータを調整した。この点については，今後，値の決定方法として検討する必要がある。ただし，図4.4.2.1（表4.4.2.1に解析に用いたパラメータを示す）に示すように非排水三軸繰返し実験結果を可能な限り同定できれば，上記の変位履歴を良好に再現でき，解析結果も極端に変化しないことを確認している。



(a) 液状化強度曲線



(b) G-γ 曲線



(c) h-γ 曲線

図4.4.2.1 非排水三軸繰り返し実験の解析結果と実験結果

表 4. 4. 2. 1 要素実験の同定に用いた解析パラメータ

λ	κ	G_{eE}	e_0
0.000567	0.000567	1390.6	0.7104
$\lambda_s(\text{kN/m}^2)$	$\mu_s(\text{kN/m}^2)$	M_m	湿潤密度(tf/m^3)
0	927	0.9088	1.96
OCR	M_f	B_0	B_1
1	1.2933	3598.4	9.7
D_0	n	C_r	n_e
0.5	30	2000	1.2
γ_{er}	γ_{pr}		
0.5	0.00045		

2) 解析結果の検討位置と内容

ここでは解析結果について示す。本研究では、模型トンネルの浮き上がり鉛直変位履歴、トンネル周辺・地盤中の有効応力および間隙水圧の分布・履歴、主応力－偏差応力関係（ p - q 関係）について検討した。図4. 4. 2. 2に検討した位置、表4. 4. 2. 2に検討した時点を示す。（図4. 4. 1. 2中に検討した時点を赤丸で示す。）入力波形の振幅に応じて4ステップに分け検討を行った。

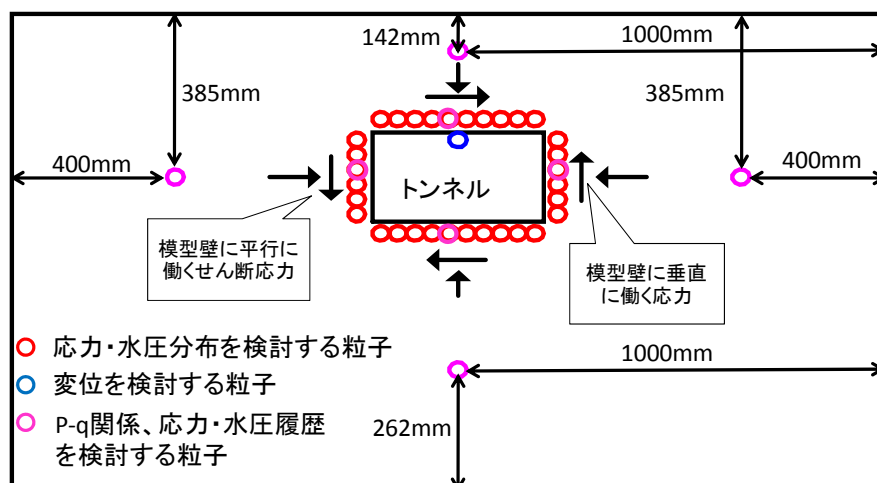


図4. 4. 2. 2 解析結果について検討を行った位置

表4. 4. 2. 2 解析結果について検討を行った時点

	時間(s)	振幅(gal)
ステップ 1	0.00	0.00
	1.75	100.00
	2.00	0.00
	2.25	-100.00
ステップ 2	4.75	200.00
	5.00	0.00
	5.25	-200.00
ステップ 3	8.75	300.00
	9.00	0.00
	9.25	-300.00
ステップ 4	11.75	400.00
	12.00	0.00
	12.25	-400.00

3) 浮き上がり鉛直変位履歴

図4. 4. 2. 3に浮き上がり鉛直変位履歴の結果を実験結果とともに示す。実験結果に対し、浮き上がるタイミング、履歴の傾向を概ね表現できた。ただし、浮き上がる時刻が実験結果より若干早く、加振後の残留変位の大きさは、解析結果の方が実験結果に対し35mm程度大きくなった。

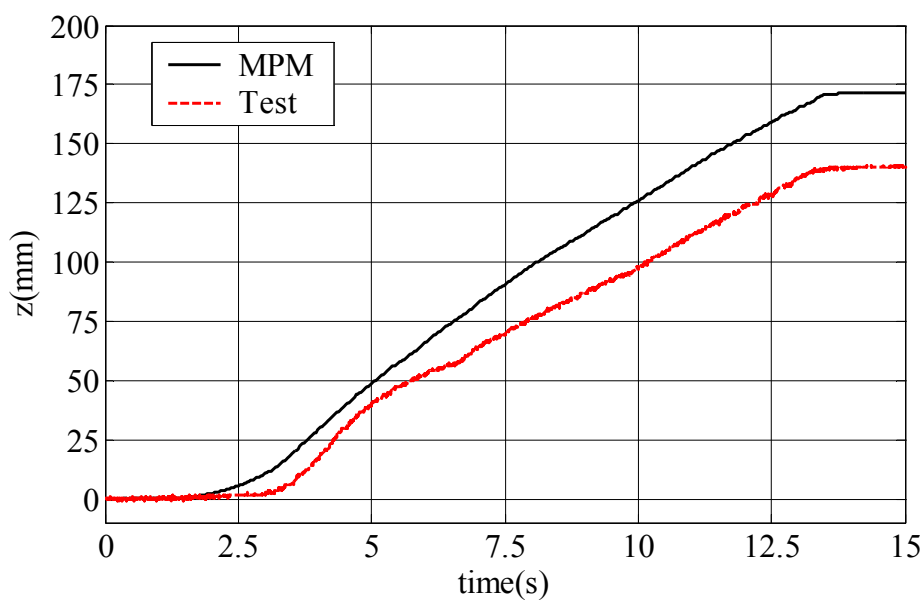


図4. 4. 2. 3 浮き上がり鉛直変位履歴

4) トンネル周辺の有効応力・間隙水圧分布

図4.4.2.4, 図4.4.2.5にトンネル周辺の有効応力・間隙水圧分布（ステップ1, 4）を示す。（左面は右面と対称であるため省略する）ステップ1の初期段階で、有効応力（垂直応力・せん断応力）がゼロになり間隙水圧・過剰間隙水圧が上昇し、液状化がトンネル周辺全体で生じている。この傾向はステップ4でも同様であり、他のステップでも同様であることを確認している。ただし、トンネル右面など一部で値のばらつきがみられる。これは、トンネルを弾性体としてモデル化したためトンネルの微小変形による大きな弾性応力が影響を与えたものと考えられる。改善策としては、トンネルの剛性を変形に影響を与えない範囲で小さくすることが考えられる。

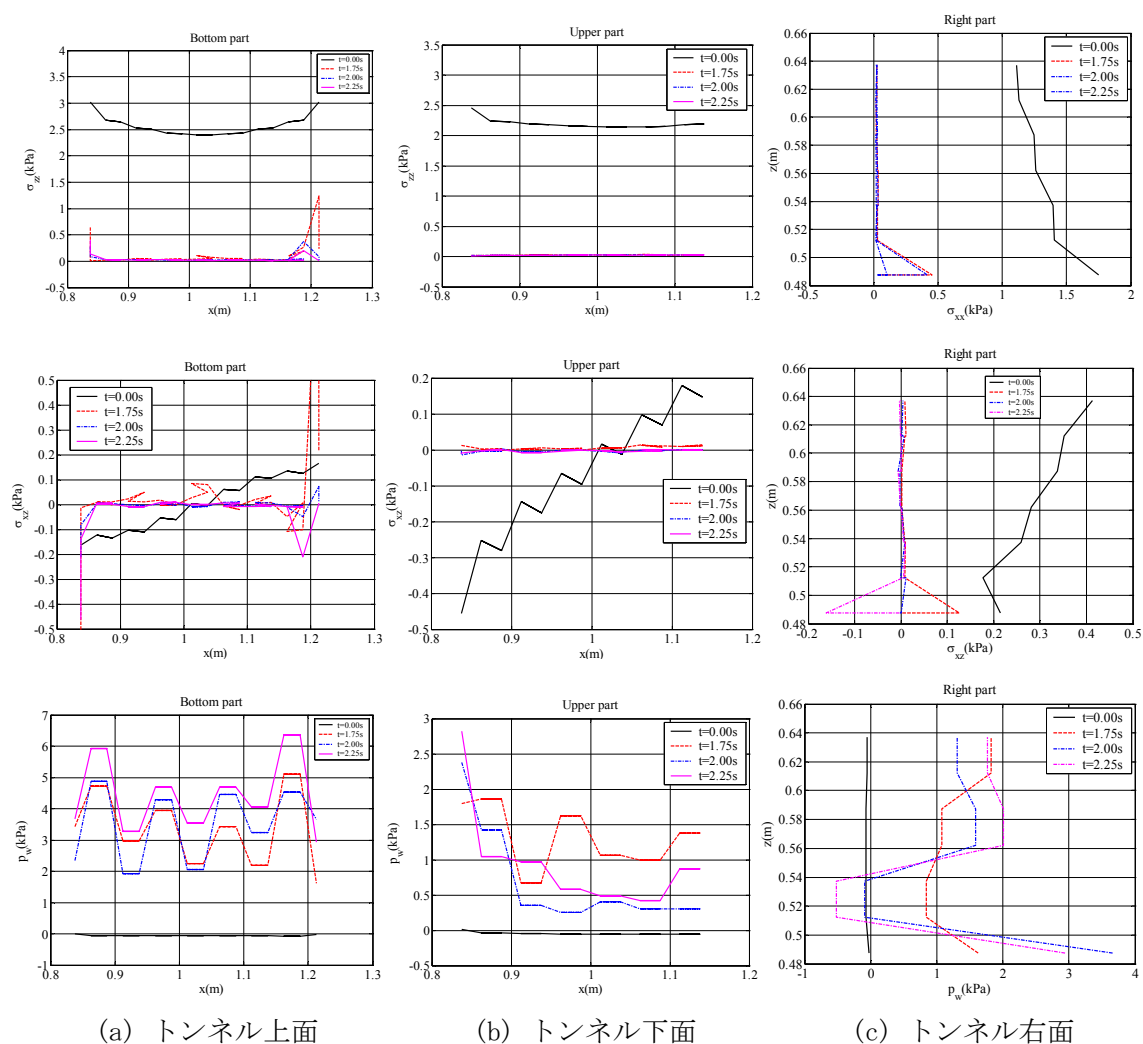


図4.4.2.4 トンネル周辺の有効応力，間隙水圧分布（ステップ1）（上より，垂直応力，せん断応力，間隙水圧）

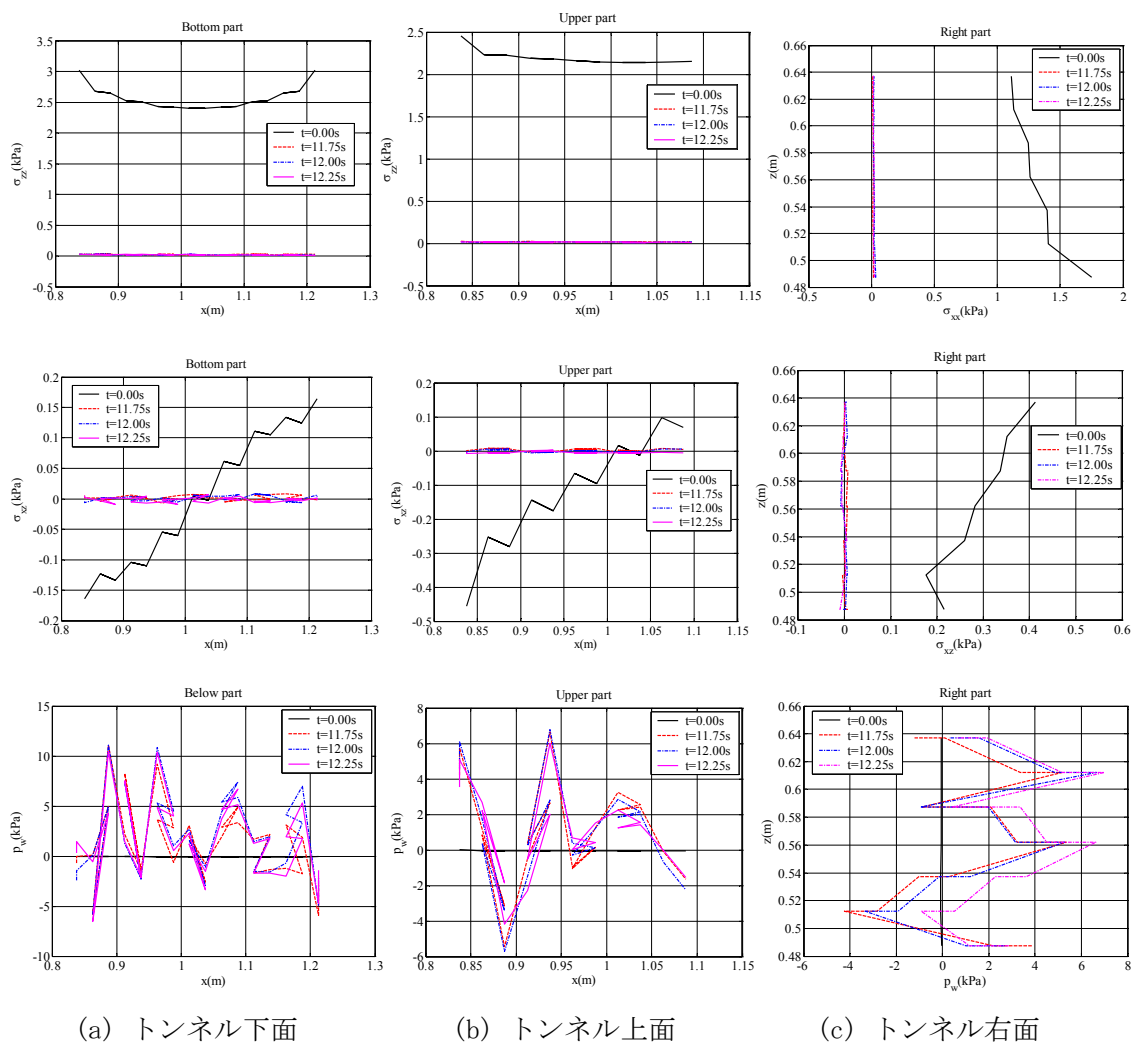


図4.4.2.5 トンネル周辺の有効応力，間隙水圧分布（ステップ4）（上より，垂直応力，せん断応力，間隙水圧）

5) 主応力－偏差応力関係

図4.4.2.6, 図4.4.2.7に主応力－偏差応力関係（ p - q 関係）を示す。（左面・左方は右面・右方と対称であるため省略する）トンネル周辺，地盤中において破壊線に沿って応力が変化している。ただし，応力の値を見ると破壊線上で大きく分布する傾向がある。これは，今回設定した破壊線の傾きが小さく，応力が大きい場合過度に硬化しやすいモデルになっている可能性を示唆している。

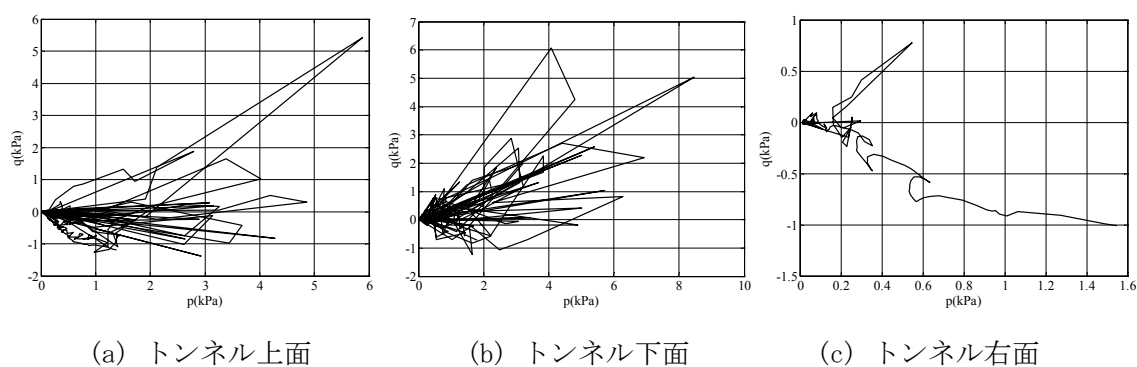


図4.4.2.6 トンネル周辺の主応力－偏差応力関係

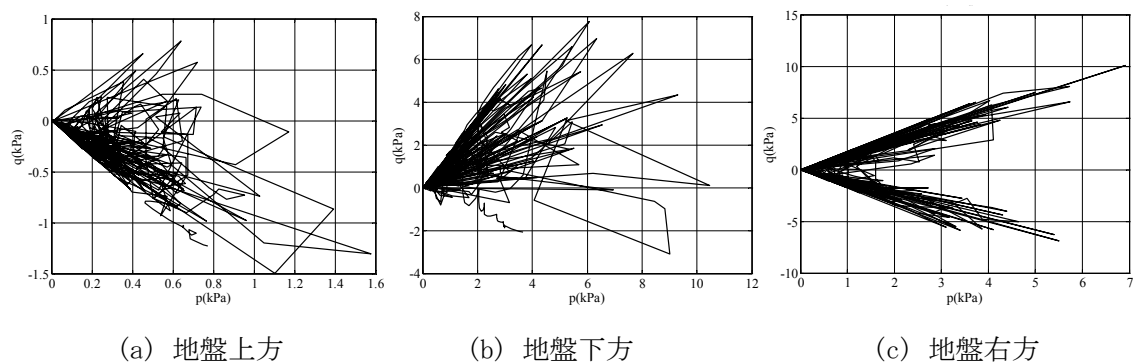


図4.4.2.7 地盤中の主応力－偏差応力関係

6) 有効応力・間隙水圧履歴

図4.4.2.8, 図4.4.2.9にトンネル周辺, 地盤中の有効応力 (σ_{xx} , σ_{zz} , σ_{xz}), 間隙水圧 (p_w) の履歴を示す。トンネル周辺, 地盤中ともに加振初期の段階で有効応力が減少し, 間隙水圧が同程度の変化率で上昇している。一方, 加振中は過剰間隙水圧が卓越し有効応力がおおよそゼロで推移する。加振後の有効応力はゼロのままであり, 過剰間隙水圧が一定の値を有する。なお, 一部負圧が生じる部分がある。これは陽解法による数値誤差の蓄積によるものと考えられる。

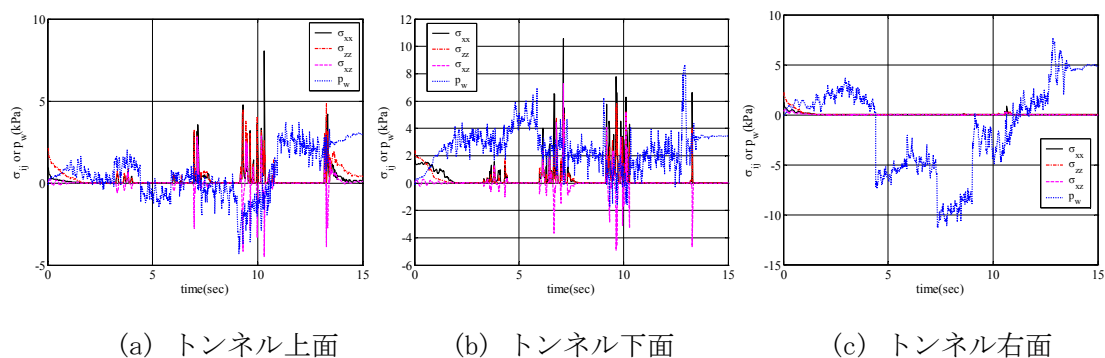


図4.4.2.8 トンネル周辺の有効応力・間隙水圧履歴

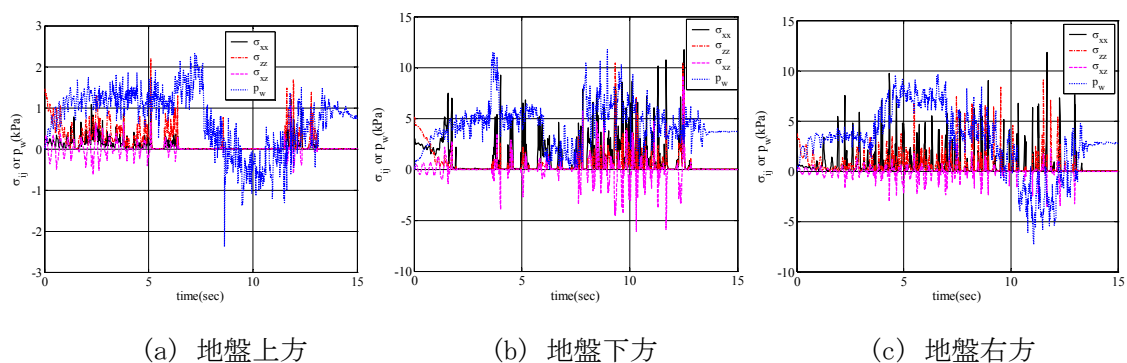


図4.4.2.9 地盤中の有効応力・間隙水圧履歴

7) 全体的挙動，最大せん断ひずみ分布，過剰間隙水圧分布，液状化率分布

図4.4.2.10に全体的挙動，最大せん断ひずみ分布，過剰間隙水圧分布，液状化率分布を実験結果とともに示す。なお，液状化率は次式で定義したものである。

$$\text{液状化率} = 1 - \frac{p'}{p'_0} \quad \text{式(4.4.1)}$$

ここで， p' は有効平均主応力， p'_0 は初期有効平均主応力である。

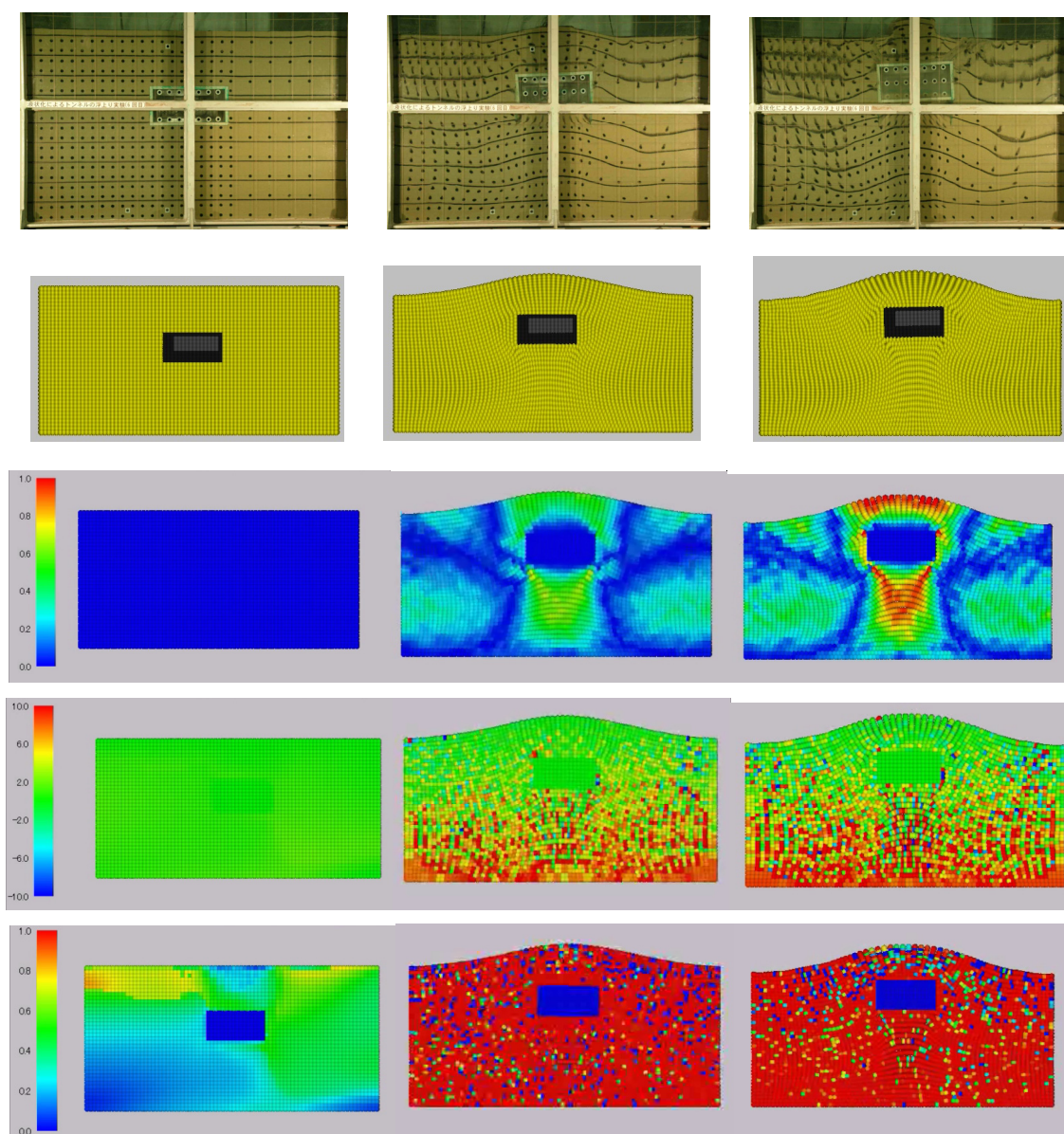
全体的挙動においては，土塊がトンネル下部に廻り込む様子を再現しており，概ね実験結果と同等な傾向である。ただし，浮き上がり後の不飽和領域の形状は表現しきれていない。これは，浮き上がりとともに地下水位と地表面に差が生じることを解析で表現できていないことが影響したためと考えられる。

最大せん断ひずみ分布においては，トンネル下部でくさび型のせん断帯が見られる。一方，実験結果を見ると，トンネル下部でせん断帯が卓越している様子は見られない。これは，上述したように浮き上がり後の不飽和領域を表現しきれていないために生じた差と考えられる。

過剰間隙水圧分布においては，地盤下部において水圧が上昇している様子が確認できる。そして，このように下部で発生した水圧が浮力としてトンネルに作用したことが考えられる。ただし，MPMおよび陽解法特有の数値振動が見られ，振動が少なくするような手法の開発は今後の課題である。

液状化率分布においては，9.0秒経過した時点で地盤全体が液状化している様子を確認できる。図4.4.2.11に加振初期での液状化率分布を示す。液状化率の増加が，特に地盤の変形が大きいトンネル周辺から始まっている様子を確認できる。ただし，MPMおよび陽解法特有の数値振動が見られ，振動が少なくするような手法の開発は今後の課題である。

以上のように，本解析結果は，間隙水圧分布，液状化率分布から見ても実際に発生したと考えられる挙動を定性的に再現できていると考えられる。ただし，特にトンネル上部での不飽和領域の表現が不足しているため，実験結果との相違が見られる。この点については，現行用いている等体積・非排水を仮定したモデルに代わり，不飽和透水の影響を含めたモデル化が必要であり，このようなモデル化手法の開発が今後の課題と考えられる。

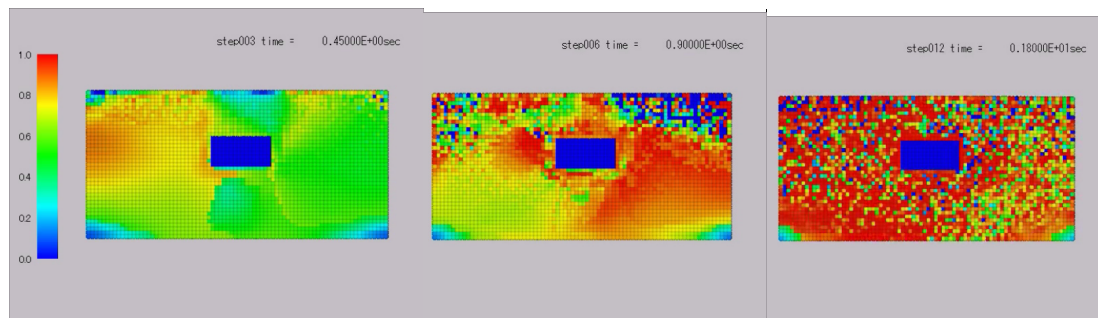


(a) 加振前

(b) 9.0 秒後

(c) 15.0 秒後 (加振後)

図 4.4.2.10 実験結果とシミュレーション結果（上より，実験結果，全体的挙動，最大せん断ひずみ分布，過剰間隙水圧分布 (kPa)，液状化率分布)



(a) 0.45 秒後

(b) 0.9 秒後

(c) 1.8 秒後

図 4.4.2.11 加振初期の液状化率分布

8) 解析結果のまとめ

- ① トンネルの浮き上がり鉛直変位は，解析結果の方が実験結果より大きくなった。この原因として，要素実験のシミュレーションの h - γ 関係において解析結果の方が大ひずみ域で減衰を小さく評価していることが一因と考えられる。また，トンネル周辺の応力分布を見ると有効応力が全時間帯でゼロに近い。一方で，実験結果では常にゼロではなかったことを考慮すると，トンネル周辺の有効応力分布を適切に表現しきれていないことも一因と考えられる。これは，トンネルと地盤間の摩擦力の表現の不十分さとともに間隙水圧・過剰間隙水圧を非排水・等体積条件で過度に大きく表現しているためと考えられる。また，実験結果では地下水面が変わらず地表面部に不飽和領域が発生する。解析では，この点を考慮できていないことも変位が大きくなった要因と考えられる。
- ② トンネル周辺の有効応力は，初期段階でゼロになり過剰間隙水圧が支配的になる。一方，実験結果では加振による交番载荷，トンネルの移動に伴う有効応力の回復が繰り返されたこと，加振後は過剰間隙水圧の消散による有効応力の回復が生じたことを考慮すると，間隙水圧が過度に大きく表現されている。この点は浮き上がる時刻が実験結果より若干早いことにも影響を与えたと考えられる。
- ③ 主応力-偏差応力関係より，全体的に破壊線上で応力が分布することを確認した。ただし，拘束圧が大きい場合も破壊線上に分布しており，過度に硬化を表現している可能性がある。しかしながら①に示した要因が，硬化の影響よりも卓越し結果的に大きな浮き上がり変位になったと考えられる。
- ④ 有効応力・間隙水圧の履歴より，加振初期では有効応力と間隙水圧の和が自重と釣り合った状態で推移する。その後ステップ2あたりより動的応力が大きくなり，過剰間隙水圧が発生および増大し有効応力はゼロのまま推移する。加振後は有効応力は回復せず過剰間隙水圧が自重を負担する形になる。（表4.4.2.3参照）この点は，実験結果において加振中，有効応力の回復が見られたこと，加振後は有効応力の回復により自重が負担され

たことと合致しない結果である。これは「過剰間隙水圧の消散による有効応力の回復」という点を本手法で表現していないためである。本研究での手法は、非排水・等体積条件下で間隙水圧・過剰間隙水圧を表現しているため、地盤内の間隙水の移動を考慮できない。よって、加振初期・加振中の間隙水圧・過剰間隙水圧の上昇は表現できても、加振中・加振後の過剰間隙水圧の消散は表現できない。この点は、加振後の残留変位評価に大きく影響を与えるものであり、今後過剰間隙水圧の消散を考慮できる手法の提案が必要である。

- ⑤ 有効応力・過剰間隙水圧分布において、過度に値が大きくなるなど値のばらつきが見られた。これはトンネルの弾性体としてのモデル化の影響とともに陽解法特有の数値誤差によるものと考えられる。今後、改善に向けて数値解析的検討が必要である。

表 4.4.2.3 解析における有効応力と過剰間隙水圧の変化

	全応力	有効応力	間隙水圧・過剰間隙水圧
加振前	自重	全応力に等しい	ゼロ
加振初期（約 1.0 秒後）	自重+動的応力	ほぼゼロ	全応力にほぼ等しい
加振中	自重+動的応力	ほぼゼロ	全応力にほぼ等しい
加振後	自重	ゼロ	全応力に等しい

4.4.3 トンネル直上における透過流動現象の影響について

渡辺ら（2005）によれば，トンネルが浮き上がるにつれ，地下水面より上に不飽和領域が生じ浮き上がりに対し抵抗要素になった可能性を示している。また，加振後において，トンネル直上で噴砂が発生しており，この現象により地盤内の間隙率に変化したことも考えられる。ここでは，後者の間隙率の変化を間隙水の透過流動現象によるものと考え，Kozeny-Carman式による考察を行う。

1) Kozeny-Carman式

Kozeny（1927）とCarman（1938）は，粉体層を均一な形状の通路の集合体と考え，その通路の内表面積と体積が，粉体層の全粒子表面積，間隙体積それぞれに等しく，これを相対通路と称した。この通路にPoiseuilleの式を適用しDupuitの仮定と動水勾配から，地盤内の平均流速を求めた。詳細は三輪（1981）に詳しい。

この式をDarcy則に適用した場合，透水係数 k は次式で表現できる。（気温20℃の場合）

$$k = 522D^2 \left[\frac{e^3}{(1+e)} \right] \quad (4.4.3.1)$$

ここで， D は平均粒子径， e は間隙比である。この式は，透水係数が平均粒子径のみでなく，間隙比にも依存することを示した式であり，Carrier（2003）は，平均粒子径のみ考慮しているHazen（1911）の式よりも適切な式であることを指摘している。

2) 透水係数と間隙率の関係

本研究では，間隙水圧を次式で表現している。

$$p = \frac{K_w}{n} \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (4.4.3.2)$$

ここで， p は間隙水圧， K_w は水の体積弾性係数， n は間隙率， $\boldsymbol{\varepsilon}$ はひずみテンソルである。よって，間隙水圧は地盤の間隙率により影響を受ける。一方，式(4.4.3.1)に示したKozeny-Carman式から，透水係数と間隙率の関係を得ることができる。今回，解析対象とした実験に用いた地盤材料の平均粒子径は $7.0 \times 10^{-3}(\text{cm})$ であることを考慮し，透水係数を $1.0 \times 10^{-6}(\text{cm/s})$ から $1.0 \times 10^{-2}(\text{cm/s})$ まで変化させて間隙率を求めた結果が表4.4.3.1である。

表4.4.3.1 透水係数と間隙率の関係

透水係数(cm/s)	粒径(cm)	間隙比	間隙率	η
0.000001	0.007	0.04	0.04	1.00
0.00001	0.007	0.1	0.09	2.36
0.0001	0.007	0.2	0.17	4.33
0.001	0.007	0.4	0.29	7.43
0.005	0.007	0.7	0.41	10.71
0.01	0.007	0.9	0.47	12.32

この表より、透水係数の値によって間隙率が元の値から10倍近く変化しうることを示している。上記の透過流動現象の影響により、トンネル直上に水みち等が形成された場合、みかけの透水係数は従前のものより大きくなっている可能性があり、間隙率も大きくなっている可能性がある。これらの点を考慮し、本研究では、図4.4.3.1に示す、トンネル直上の薄茶部分の間隙率を変化させ、トンネルおよび地盤の挙動に与える影響について検討した。トンネル直上部分の間隙率とトンネル直上部分以外の地盤（濃い茶色部分）の間隙率に対する比 η を次式で定義し、この値を変えて図4.4.3.1中の赤三角点（トンネル上、地盤表面左側、中央、右側）の変位履歴を確認した。

$$\eta = n/n_0 \quad (4.4.3.3)$$

ここで、 n はトンネル直上部分の間隙率、 n_0 はトンネル直上部分以外の地盤の間隙率である。

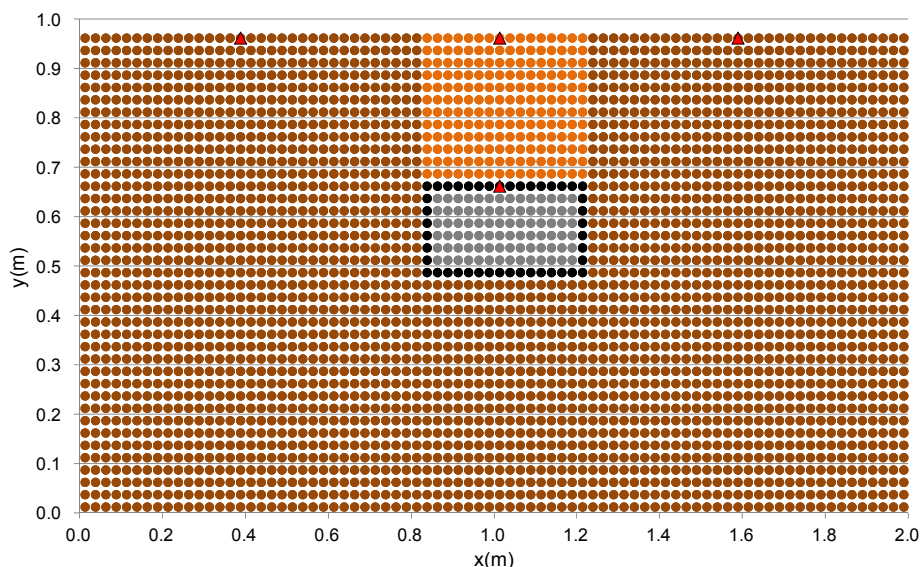


図4.4.3.1 検討に用いた解析モデル（初期状態）

図4.4.3.2～図4.4.3.5に各評価点での変位履歴を示す。トンネルの変位履歴については、間隙率の変化は大きく影響していない。一方、地盤表面の変位履歴には影響が見られた。特に、 η が50～100になった場合その影響は顕著である。全体的な傾向として、トンネル直上の間隙率が大きくなるに従い、地盤表面中央の変位が、地盤表面左右の変位より相対的に大きくなる傾向がある。図4.4.3.6に地表面の形状分布を η の大きさ毎に示す。トンネル直上の間隙比が大きいほどトンネル直上のみが盛り上がる傾向がある。これは、実験で見られた現象と一致した傾向である。

以上から、再現解析と実験の比較で見られたトンネル直上地盤の変形状の違いについて、上記の間隙率の変化が、不飽和領域の形成とともに影響を与えた可能性が考えられる。このことは、今後、Kozeny-Carman式等を用いて、間隙率と透水係数の関係を考慮していくことの重要性も示唆しているものと考えられる。

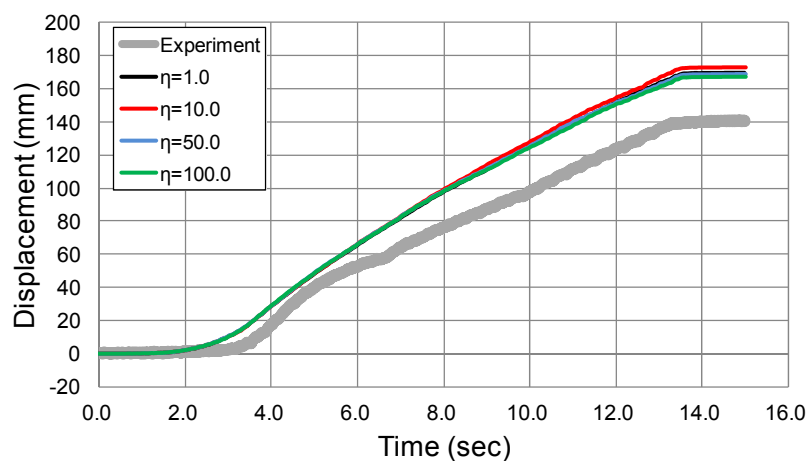


図4.4.3.2 トンネルの変位履歴

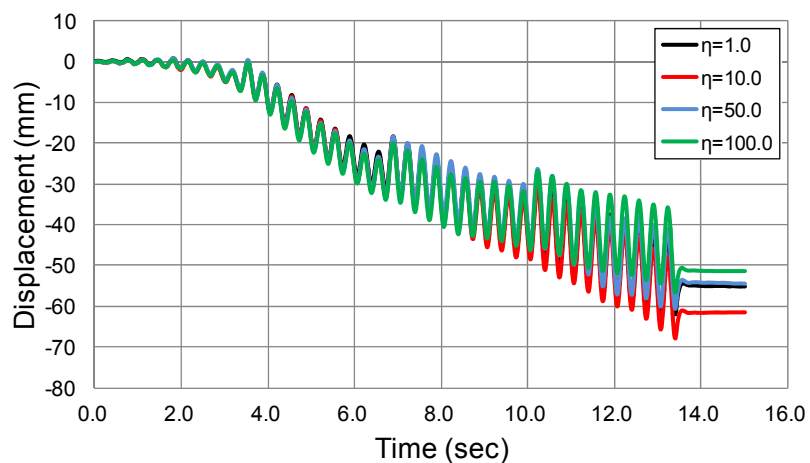


図4.4.3.3 地盤表面左側の変位履歴

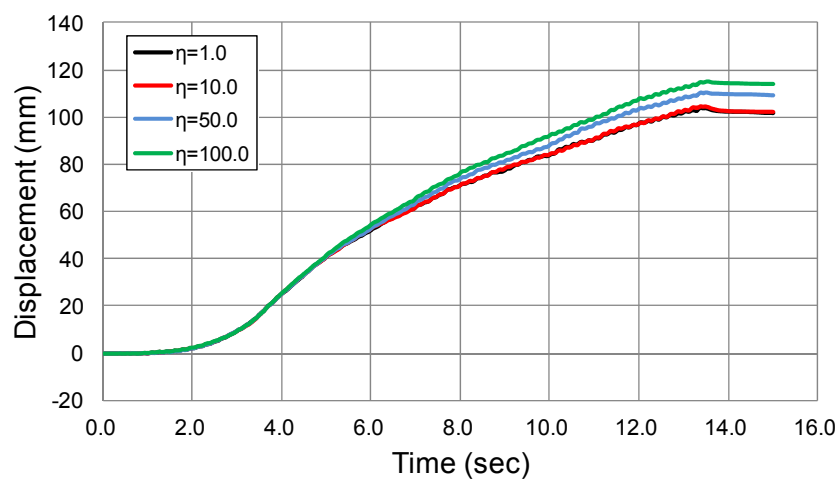


図4.4.3.4 地盤表面中央の変位履歴

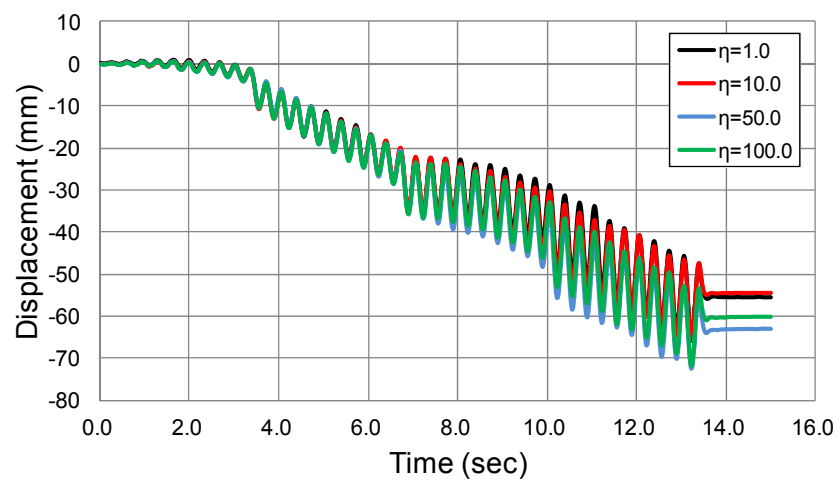


図4.4.3.5 地盤表面右側の変位履歴

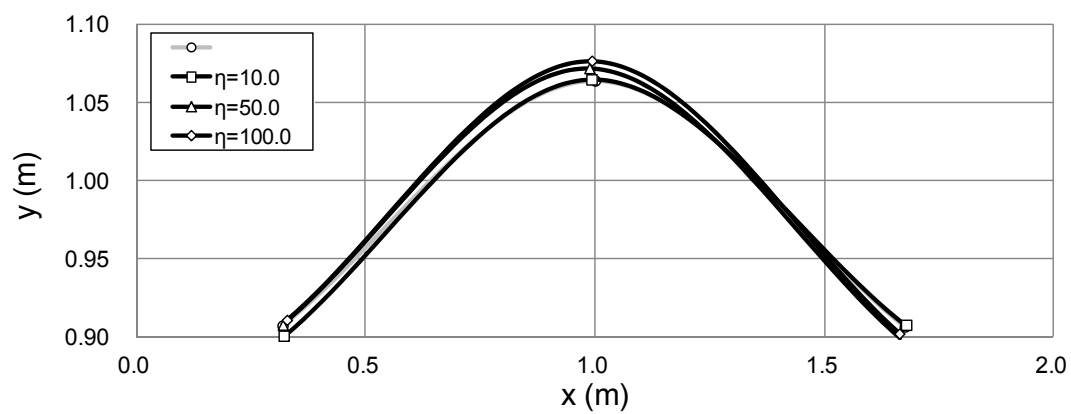


図4.4.3.6 地表面の変形形状

4.5 第4章のまとめ

本章では、提案手法の地盤の大変形、崩壊現象への適用について示した。本章のまとめを以下に示す。

- 1) 地震時の斜面崩壊に対する適用性を検討するために、弱層を有する斜面の崩壊パターンに着目した既往の振動台実験の再現解析を行った。弱層の構成則としてSYS Cam-clayモデルを用いて解析を行った結果、斜面模型の特徴に関わらず、一連の崩壊パターンを再現できることを確認した。また、弱層内の応力ひずみ関係および応力経路を確認し、SYS Cam-clayモデルで表現可能なひずみ軟化および除荷・載荷時での塑性ひずみの発生が解析結果に与えた影響について考察した。
- 2) 盛土の浸透破壊に対する適用性を検討するために、既往の実物大盛土の浸透破壊実験の再現解析を行った。固相粒子と液相粒子の二種類の粒子を用いる固液二相系モデルで解析を行い、浸透から崩壊に至るまでの一連の挙動を再現できることを確認した。当該手法により、特に幾何学的非線形性による拘束圧の変化の影響を陽に取り込むことができることを示した。一方、パイピングの影響については、解析モデルの拡張を含めた検討が必要であり今後の課題である。また、不飽和のモデル化についても固液三相系モデルの適用等、解析モデルの拡張を含めた検討が必要である。
- 3) 地震時の液状化による浮き上がり現象に対する適用性を検討するために、既往の開削トンネルの浮き上がりに関する振動台実験の再現解析を行った。等体積・非排水を仮定し簡易に過剰間隙水圧を表現し、構成則に砂の繰返しモデルを用いて解析を行った。その結果、実験で見られたトンネルの浮き上がり挙動を再現できることを示した。一方、特にトンネル上部では不飽和透水の影響が大きいと考えられ、これらの影響を考慮可能なモデルの構築が今後の課題として考えられる。

第4章の参考文献

1. Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *Soils and Foundations*, Vol.40, No.2, pp.99-110, 2000.
2. Carman, P. C.: “The determination of the specific surface of powders.” *J. Soc. Chem. Ind. Trans.*, 57, 225, 1938.
3. Carrier, W. D.: “Goodbye, Hazen; Hello, Kozeny-Carman,” *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 129, No.11, 2003.
4. Coulomb, C. A.: *Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problemes de statique relatifs, a la architecture*. Mem. Acad. Roy. Div. Sav., vol. 7, pp. 343–387, 1776.
5. Drucker, D. C. and Prager, W. Soil mechanics and plastic analysis for limit design. *Quarterly of Applied Mathematics* **10:2**, 157–165, 1952.
6. Fujisawa, K., Murakami, A. and Nishimura, S. : Numerical analysis of the erosion and the transport of fine particles within soils leading to the piping phenomenon, *Soils and Foundations*, Vol. 50, No. 4, pp. 471-482, 2010.
7. Hazen, A.: “Discussion of ‘Dams on sand foundations’ by A. C. Koenig.” *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.*, 73, 199–203, 1911.
8. 伊勢野暁彦, 小橋秀俊, 古本一司, 森啓年, 大野真希: のり尻ドレーン工法を用いた河川堤防の浸透強化対策に関する大型模型実験, 第39回地盤工学研究発表会, pp.1255-1256, 2004.7.
9. Kozeny, J.: “Ueber kapillare Leitung des Wassers im Boden.” *Wien, Akad. Wiss.*, 136~2a!, 271, 1927.
10. 小長井一男, 松村有見子, 有田毅: 2009年8月11日駿河地震の被害調査メモ(2009/08/20 Ver1.0)
11. Mori, H.: “The SPH method to simulate river levee failures,” Master thesis, University of Cambridge, 2008.
12. 三木博史, 山田哲也, 佐藤正博: 水平方向の浸透流による砂地盤のパイピング現象について, 第29回土質工学研究発表会, pp. 1903-1904, 1994a.
13. 三木博史, 佐藤正博, 山田哲也: 砂地盤のパイピング破壊に関する大型模型実験, 第29回土質工学研究発表会, pp. 1905-1906, 1994b.
14. 三木博史, 山田哲也, 藤井厚企, 野口典孝: 砂地盤のパイピング破壊に関する大型模型実験, 土木学会第50回年次学術講演会, pp. 158-159, 1995.
15. 三木博史, 山田哲也, 藤井厚企, 野口典孝, 佐藤正博: 堤防基礎地盤のパイピング破壊に関する模型実験, 土木研究所資料, 1996.
16. 三輪茂雄: 粉体工学通論, 日刊工業新聞社, 1981.

17. 中村英孝, 村田雅明, 篠田昌弘, 渡辺健治, 佐名川太亮, 河井正, 中村晋: すべり発生層の特性に応じた岩盤斜面模型の地震時変形性状に関する検討, 土木学会第66回年次学術講演会, pp.573-574, 2011.
18. 中村晋, 仙頭紀明, 梅村順, 大塚悟, 豊田浩史: 2011年東北地方太平洋沖地震による福島県中通りおよびいわき地域における地盤災害ー造成盛土と自然斜面の崩壊と変状, および液状化ー, 地盤工学ジャーナル, Vol.7, No.1, pp.91-101, 2012.
19. Oka, F., Yashima, A., Tateishi, A., Taguchi, Y. and Yamashita, S.: A cyclic elasto-plastic constitutive model for sand considering a plastic-strain dependence of the shear modulus, *Geotechnique*, Vol.49, No.5, pp.661-680, 1999.
20. 岡本敏郎: 河川堤防とフィルダムにおける浸透破壊の評価法と課題, 地盤工学会誌, Vol.57, No.9, pp.6-9, 2009.
21. Roscoe K.H. and Burland J.B.: On the generalised stress-strain behaviour of 'wet' clay, *Eng. plasticity*, Cambridge Univ. Press, 535-609, 1968.
22. 篠田昌弘, 渡辺健治, 阿部慶太, 西村隆義, 坂井公俊, 村田雅明, 中村英孝, 中村晋: 岩盤斜面の地震時安定性評価手法の構築に向けた試み, 第13回日本地震工学シンポジウム論文集, GO17-Sat-AM-1, pp.2935-2942, 2010.
23. 舘山勝, 松丸貴樹, 篠田昌弘, 小島謙一, 堀井克己: 新潟県中越地震での降雨の影響を考慮した被災盛土の検証解析, 鉄道総研報告, Vol.22, No.1, pp.41-46, 2008.
24. 渦岡良介: 地盤の液状化発生から流動までを予測対象とする解析手法に関する研究, 岐阜大学博士論文, 2000.
25. 渡辺健治, 澤田亮: 液状化による開削トンネルの浮き上がりに対する各種対策工法の効果の検討, 土木学会地震工学論文集, Vol.28, 2005.
26. 渡辺健治, 澤田亮, 舘山勝, 古関潤一: 周辺地盤の液状化による開削トンネルの浮上がり量の評価法, 鉄道総研報告, Vol.25, No.9, pp.45-50, 2011.
27. 吉岡淳, 久楽勝行, 佐藤正博: 水平方向の浸透流によるパイピング現象について, 土木学会第39回年次学術講演会, pp. 707-708, 1984.

第5章 DAMPMを用いた土石流の流動解析手法の提案

5.1 はじめに

前章まで、地盤の大変形、崩壊および流動現象のうち、地震時の斜面崩壊、盛土の浸透破壊、地震時の液状化に対するMPMをベースとした解析手法の提案および適用性検討を示した。本章では、代表的な地盤の流動現象である、土石流に対する解析手法の提案および適用性検討を行う。

土石流は、地震時や降雨時において、標高の高い源頭部で発生した地すべりが原因となって、崩土、岩、木々、水が複雑に混じり合いながら高速に流下した後、広範囲にわたって平地に土砂が堆積する現象である。他の地盤災害に比べて被害が及ぶ範囲は広範囲になりやすく災害ポテンシャルが非常に大きい現象である。

鉄道沿線においても、過去に大規模な土石流が発生した事例（例えば、日豊本線竜ヶ水土石流）が数多くあり、太田ら（1995）によれば平成7年時点での発生事例は132例とされている。これらの土石流の被害の防止、抑制に向けては、砂防ダム設置をはじめとした対策が必要である。しかしながら、特に鉄道では線路が線状構造物であるという特徴から、土石流発生危険渓流と交わる箇所が特に山間部において数多く存在する。これらの箇所全てを同様に対策することは困難なことであり、リスクが特に大きい箇所を抽出し、それらに対し優先的に対策を行うような手段をとらざるを得ない。リスクの大きい箇所の抽出方法としては、布川ら（2010）にあるような降雨、地震の影響を加味した円弧すべり法により地すべり危険箇所（土石流発生源）をスクリーニングすることが必要である。さらに、土石流の場合は、地すべり危険箇所が発生した地すべり土塊が渓流を流下し、影響範囲が平野部に広範囲に拡大するため、最終的に被害が及ぶ範囲を別途予測する必要がある。

土石流の流動範囲を予測する手法としては、図5.1.1に示すような過去のデータから求めた土砂の総体積と流動距離の関係から、対象土石流の土砂の総体積を推測し、等価摩擦係数で土石流発生源までの標高を除する方法がある。しかし、この手法で第一に懸念されることは、土石流が流動する地形は複雑であるという点である。一般に土石流は渓流を沿い流下するが、その渓流形状は大きく蛇行し、流路幅も変化し、その勾配も標高に応じて劇的に変化する。これは、その他の地盤災害と比べても顕著なものである。実際、図5.1.1を見ると、日本における土石流は一般的な地すべりでの等価摩擦係数と崩壊土の体積の関

係とは異なった特性を示すことが示されている。この点を考慮すると、土石流の流動範囲の予測に向けては、実際の測量データを用いて地形を表現し、土石流の流動を再現することが最低限必要であり、土石流の対策においては適切な解析手法を用いた数値シミュレーションによる検討が重要である。解析に必要な測量データについては、国土地理院から発行されている基盤地図情報（国土地理院，2012）等，近年急速に整備が進められてきている。少なくとも日本全国の 10m 標高メッシュデータはある程度完成しており，国土地理院のホームページから無償で取得できるようになってきている。よって，この標高メッシュデータと適切な土石流の運動モデルを取扱うことができる解析手法があれば，複雑な地形を流動する土石流の運動を再現することが可能になる。

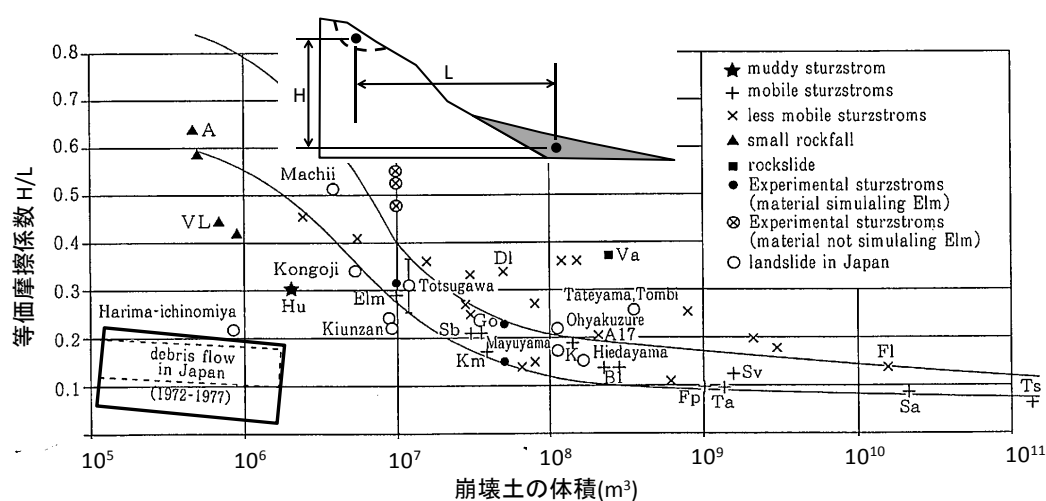


図 5.1.1 等価摩擦係数と崩壊土の体積の関係（中村（2006）より引用した図に加筆）

上記のような解析手法の構築に向けた研究として，Iverson and Denlinger (2001)，Hung (1995)，Sassa (1988) のものがある。これらの研究では，解析モデルの支配方程式として浅水流方程式を用い，土砂を等価な流体とみなし，深さ方向を平均化した要素の集合体でモデル化し，上記の標高メッシュデータで作成したメッシュ上でこれらの要素の挙動を計算する方法を用いることで，複雑な地形を流動する土石流の流動解析を可能にしている。また，浅水流方程式を支配方程式とした場合，土石流内の力を土砂内の内力，土砂底面に働くせん断力，体積力に陽に分解できる利点を生かし，内力を土圧等，固体としてのレオロジーに基づくモデル，底面せん断力を 1 流体モデル等，流体としてのレオロジーに基づくモデルでモデル化することで，固体，流体両面の特性を有する土石流のモデル化を行っている。（図 5.1.1.2 参照）

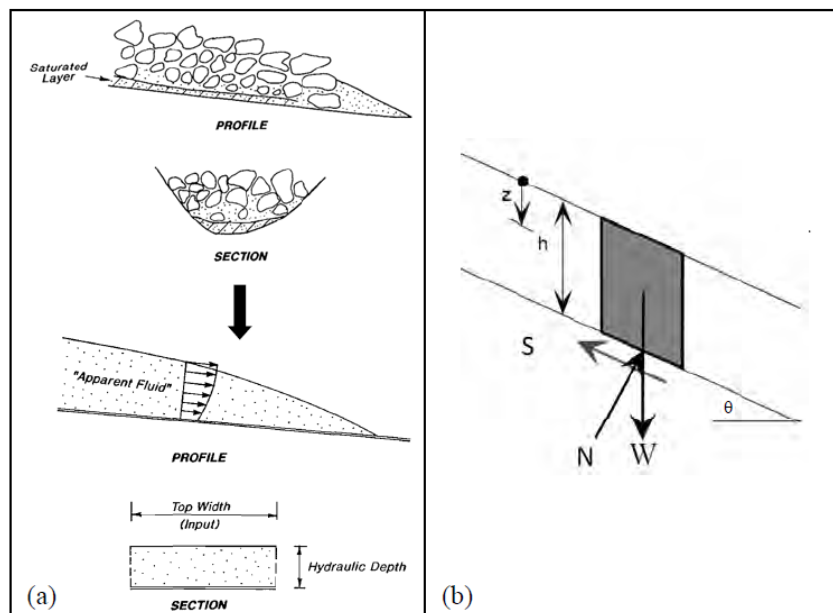


図 5.1.2 等価な流体の概念を用いた土石流のモデル化（Hungar（1995）から引用したものに加筆）

一方、阿部ら（2007，2009）は DAMPM（Depth Average Material Point Method）を用いた土石流の流動解析手法の構築について検討している。DAMPM とは、浅水流方程式を MPM で離散化した手法であり、ラグランジュ粒子に代わり「ラグランジュ柱」の集合で地盤および土砂のモデル化を行う手法である。このようなモデル化を行うことで、DAMPM では、MPM での背面格子が柱底面に位置し、これらの格子を用いて前述した基盤地図情報等の標高メッシュデータを直接入力できるようになる。この方法により、柱群は地形を再現した格子上を移動するようになり、複雑な地形を流動する土石流の挙動を表現できる。また、浅水流方程式を支配方程式に用いているため、Iverson and Denlinger（2001）、Hungar（1995）、Sassa（1988）の解析手法同様、土砂内の内力と底面せん断力を用いて、土石流の固体および流体両面の特性を表現できる。

DAMPM による解析手法と、上述した、Iverson and Denlinger（2001）、Hungar（1995）、Sassa（1988）の解析手法を比べると、浅水流方程式を支配方程式に用いているという点は共通であるが、土砂内の内力のモデル化に関しては異なる。Iverson and Denlinger（2001）、Hungar（1995）、Sassa（1988）の解析手法では、以下のようにして内力の計算を行う。

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = k_{a/p} \sigma_{zz} \quad (5.1.1a)$$

$$\sigma_{xy} = \left(\frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \right) \sin \phi \quad (5.1.1b)$$

$$\sigma_{zz} = \frac{1}{2} \rho g_z h \quad (5.1.1c)$$

ここで、 σ_{ij} は内部応力、 k_{ap} は主働／受働土圧係数、 ϕ は内部摩擦角である。 σ_{zz} は土砂の深さにより計算される（ ρ は密度、 g_z は深さ方向の重力加速度、 h は深さ）。式（5.1.1a）は土圧論により内部応力の垂直応力成分を計算することを示している。一方、式（5.1.1b）は、内部応力のせん断応力成分を、モールの円での最大せん断応力に等しいとして計算することを示している。なお、式（5.1.1b）は Iverson and Denlinger（2001）でのみ用いられているものである。これらの計算の場合以下のことが不足している点として挙げられる。

①応力とひずみの関係が明確でない。

②内部応力のうちせん断応力成分が適切に求められない。

なお、①については Hungr（1995）や McDougall and Hungr（2004）により、近似的にひずみを計算する手法が提示されているが厳密な形でモデル化はされていない。

一方、DAMPM は、基本的に MPM をベースとした手法である。よって、MPM 同様にモール・クーロンモデル、Drucker-Prager モデル等の弾塑性構成則を陽に取り込むことができる。よって、これらの地盤の弾塑性方程式を用いて土砂の内部応力を明確に計算することができる。すなわち、

$$\sigma_{ij} = T_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (5.1.2)$$

ここで、 ε_{ij} は土砂内部で発生するひずみ、 T_{ijkl} は土砂内部の剛性マトリクスである。なお、ひずみはバックグラウンドメッシュから MPM 同様に求め、 σ_{zz} は式（5.1.1）と同様に土砂の深さにより計算される。

したがって、DAMPM を用いることで、より適切に土石流の運動のモデル化ができる可能性がある。以上を踏まえ、本研究では DAMPM による土石流の運動モデルの構築を行い、目標とする土石流の流動解析手法の構築を試みた。そして、乾燥砂と液状化砂による流動実験のシミュレーションを行い、提案したモデルの適用性を検討した。また、実際の土石流シミュレーションを行いその適用性について検討した。

5.2 土石流運動モデルと DAMPM

5.2.1 土石流の運動モデル

1) 土石流の運動モデルと土石流のタイプの関係

土石流の変形強度特性は、地盤としての特性と流体としての特性の間の中間的な特性になるものと考えられる。連続体力学の観点から言えば、前者は固体としてレオロジー、後者は流体としてのレオロジーに基づいたモデル化が必要となる。

前者の地盤としての特性（固体としてのレオロジー）については、地盤の固体としての変形強度特性の表現が重要となる。この特性は、現状の連続体力学では、Drucker-Pragerモ

デル, Mohr-Coulombモデル等, 弾塑性構成則を用いることで表現される。これらのモデルを用いる上で必要となるパラメータは, 実際の地盤から供試体を採取し三軸圧縮試験等, 土質試験を行うことで設定することができる。例えば, Ducker-Pragerモデルでのパラメータは, 変形係数, ポアソン比, 密度, 粘着力, 内部摩擦角, ダイレイタンシー角である。

後者の流体としての特性 (流体としてのレオロジー) については, 高橋 (2004), Takahashi (2002, 2007) により体系的に分類されている。(図5.2.1.1参照) 高橋 (2004) によれば, 土石流のタイプは, 粒子濃度により, 準静的運動の土石流, 動的応力型土石流, 不完全土石流に分類されることを示している。準静的運動の土石流は, 静的なクーロン摩擦が卓越した場合の形態であり, 不完全土石流は粒子分散が全流動層の一部に集中するような土石流であり掃流状集合土石流と呼ばれる。動的応力型土石流については, 卓越する内部応力の種類 (粒子衝突応力, 乱流応力, 粘性応力) に応じて, 石礫型, 乱流型, 粘性型の3種類の土石流に分けられることを示している。これらは, バグノルド数, レイノルズ数, 相対水深の大きさに以下のように分類される。

バグノルド数が大きく, 相対水深が小さい場合・・・石礫型土石流

レイノルズ数と相対水深が大きい場合・・・・・・・・乱流型土石流

レイノルズ数とバグノルド数が小さい場合・・・・・・・・粘性土石流

実際の土石流は, これらの内部応力が適当な比率で組み合わさった形で運動していると考えられる。高橋 (2004) はこれらの土石流に対して1流体モデルでモデル化した場合は以下のように表されうることを示している。

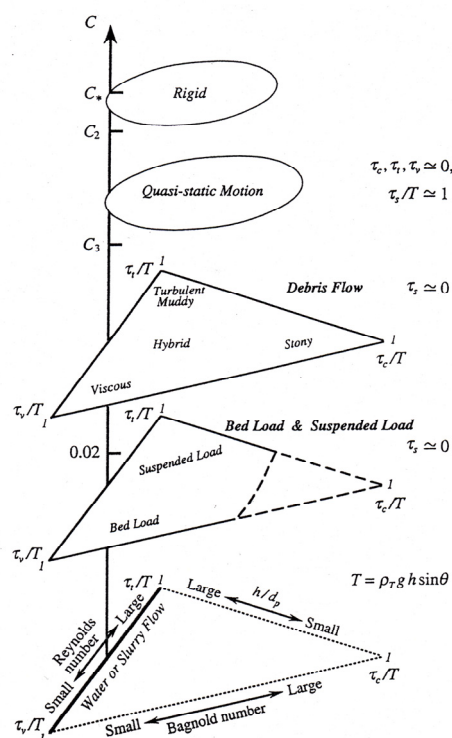


図5.2.1.1 土石流のタイプの概要 (Takahashi (2002) より引用)

石礫型土石流は、ダイラタント流体でモデル化され、そのせん断応力は以下の式で表現される。

$$\tau = K_d (du/dz)^2 \quad (5.2.1.1)$$

ここで、 τ はせん断応力、 K_d は粒径に依存する定数、 u は流速、 z は深さである。この式は、液中の粒子濃度が中間的で粒子衝突が支配的になるときの土の構成則である、Bagnold (1954) の式とも式形が一致し、石礫型土石流中の石礫衝突の影響を加味した式と言える。

乱流型土石流は乱流モデルにより表現されることとなる。乱流内の応力を踏まえると、この場合のせん断応力は以下のような式で表現される。

$$\tau = K_l (du/dz)^2 \quad (5.2.1.2)$$

ここで、 τ はせん断応力、 K_l は流体相の混合距離に依存する定数、 u は流速、 z は深さである。

粘性土石流は、ニュートン流体でモデル化されそのせん断応力は以下の式で表現される。

$$\tau = \mu (du/dz) \quad (5.2.1.3)$$

ここで、 τ はせん断応力、 μ は粘性係数、 u は流速、 z は深さである。

上式から分かるように、石礫型土石流と乱流型土石流は式形が同じであり、ともに非ニュートン流体でモデル化される。（この種の土石流は慣性土石流とも呼ばれている。）一方、粘性土石流は上記のようにニュートン流体としてモデル化される。

一方、Hung (1995) は、下式を用いてカナダの土石流に対しDANという数値解析手法で数値解析を行っている。

$$T = A \left\{ \gamma h \left(\cos \theta + \frac{a_c}{g} \right) (1 - r_u) \tan \phi' + \gamma \frac{\bar{v}^2}{\xi} \right\} \quad (5.2.1.4)$$

ここで、 T は土石流底面のせん断抵抗力、 A は土砂の底面積、 γ は土砂の単位体積重量、 h は深さ、 θ は斜面勾配、 a_c は傾斜角度変化部で発生する遠心加速度、 g は重力加速度、 r_u は土砂すべり面での液状化の度合いを表現する定数、 ϕ' は有効底面摩擦角、 \bar{v} は土砂の平均速度、 ξ は加速度の単位を持つ物理量である。この式は Voellmy モデルと呼ばれるもので、従来、雪崩の底面に働くせん断抵抗力のモデルとして提案されたものであるが、平均速度 \bar{v} の二乗を含む項で、ダイラタント流体と乱流の特徴を表現している。この式を用いることで、石礫型土石流と乱流型土石流（慣性土石流）のダイラタント流体としてレオロジーを表現しうることが考えられる。この点は、Ayotte and Hung (2000) によっても示されていることである。なお、 ξ の値については、この値が大きくなるほど底面のせん断抵抗力が小さくなるため適切に値を設定する必要がある。Hung and Evans (1996) によれば、カナダで発生した土石流に対しては $500 \sim 1,000 \text{ m/s}^2$ のオーダーであることが確認されている。実際の運用としては、値の大きさを変え、土石流の流動範囲を数ケース計算することで、予測に対するばらつきを含んだ安全側の評価になるようにすることが考えられる。

以上から、地盤の弾塑性構成則（例えば、Drucker-Prager モデル）により固体としてレオロジーを、非ニュートン流体モデル（例えば、Voellmy モデル）またはニュートン流体モデ

ルにより流体としてのレオロジーをモデル化し、これらのモデルを組み合わせることで土石流の挙動を表現できることが考えられる。このような考え方に基づきモデル化を検討した代表的研究として、Iverson (1997), Iverson and Denlinger (2001a), Denlinger and Iverson (2001b) の Coulomb mixture theory (クーロン混合体理論) がある。これは、土石流内の内部応力を有効応力と間隙水圧、ニュートン流体による流体的な力に分けモデル化したものである。その際有効応力は、Savage and Hutter (1991) により提案された、底面摩擦角を考慮したモール・クーロンの破壊基準に従ってモデル化し、式 (5.1.1) 示したような土圧論に基づく解析を行っている。同様な研究として、より簡易であるが、Hungar (1995), Sassa (1988) も、内力を土圧論 (主働土圧, 受働土圧), 底面を 1 流体モデルでモデル化する手法を提案している。ここで、前者の Iverson (1997) によるクーロン混合体理論モデルと、後者の Hungar (1995), Sassa (1988) のモデルとの大きな違いは、前者において、有効応力と間隙水圧の比率を、有効応力の全応力に対する割合 λ (以後、流動化率) で制御している点である。これは、固体としてのレオロジーと流体としてのレオロジーのバランスを流動化の程度で表現しているということである。すなわち、 λ が 0 の場合は完全に固体 (例えば、乾燥した砂) として挙動し、 λ が 1 の場合は完全に流体として挙動し、 λ が 0 から 1 の間であれば、その比率に応じた固体と流体の中間的な挙動になる。実際、Moriwaki et al. (2004) の実験等で、土石流初期で発生しうる地すべりでは、間隙水圧の上昇が見られることから、液状化および流動化の原理を上記のように考慮することは適切であると考えられる。

以上から、土石流の運動のモデル化に向けては、以下の点を考慮する必要があると考えられる。

- ①地盤の弾塑性構成則による有効応力の計算 (固体としてのレオロジーのモデル化)
- ②ニュートン流体または非ニュートン流体による流体としてのレオロジーのモデル化
- ③流動化率を用いて 1) と 2) のバランスをモデル化

以上のモデル化で確立される解析モデルと土石流のタイプの関係を図 5.2.1.2 に示す。まず、流動化率の程度を変えることにより、準静的運動の土石流、動的応力型土石流、掃流状集合土石流の挙動を解析できると考えられる。これは、これらの土石流が土石流の粒子濃度により左右されること、準静的運動の土石流では流動化が卓越していない地盤で発生しうるクーロン摩擦応力が卓越することから考えられることである。また、ニュートン流体、非ニュートン流体を使い分けることで、石礫型土石流および乱流型土石流 (慣性土石流) と粘性土石流の挙動を解析できると考えられる。すなわち、流動化率と流体モデルの適当な組み合わせにより、想定される土石流全ての挙動を表現できることが考えられる。ただし、対象とする土石流に対しどのような組み合わせが最良であるかは検討の余地がある。この点については以下のことが考えられる。

流動化率については、流動した土砂中の固相と液相の混合度合い等で変化するものと考えられる。よって、源頭部における土の飽和度合い、地下水位の状況、土の特性、流動経路の状況 (沢の有無等) を総合的に考慮してその値を判断する必要があるが、図 5.2.1.2

に示すように、一般的な土石流においては、流動化率 λ は0から1の間に存在するため、その平均値をとり便宜上 λ を0.50として適用することが考えられる。ただし、後述する築館地区の高速長距離土砂流動のように、土塊を構成する土が火山灰質砂質土の場合、不飽和状態でも流動前に地震によってほぼ完全液状化して、その後高速で長距離にわたって流動する場合もある。このような場合は λ を1.0として用いることが適切と考えられる。また、液状化強度が把握できれば、その値に従い決定することができると考えられる。

流体モデルについては、粘性土石流が懸念される場合はニュートン流体、その他の土石流が懸念される場合が非ニュートン流体（ダイラタント流体）を用いる必要がある。高橋（2004, 2007）は、粘性土石流かその他の土石流どちらに区分されるかは、土砂の粒度分布、流れの規模、継続時間、巨礫の混合割合、固相分濃度の違いに影響を受けると述べている。特に土砂の粒度分布については、図5.2.1.3に示すように、粘性土石流として分類された土石流では、0.1mm以下の微細粒子成分の含有量が、石礫型土石流として分類された土石流に比べ比較的多いことが示されている。このことから、流体モデルを選定する指標として源頭部土塊の粒度分布を用いることが有効であると考えられる。すなわち、粘性土のような細粒分を多く含む土が源頭部土塊の主流をなす場合は粘性土石流になる可能性が大きく、砂質土のような細粒分を多く含まない土が源頭部土塊の主流をなす場合は、石礫型土石流や乱流土石流になる可能性が大きいことが考えられる。そして、前者についてはニュートン流体モデルを、後者については非ニュートン流体モデルを用いれば、それらの流動後の挙動を適切に表現できる可能性が大きいと考えられる。

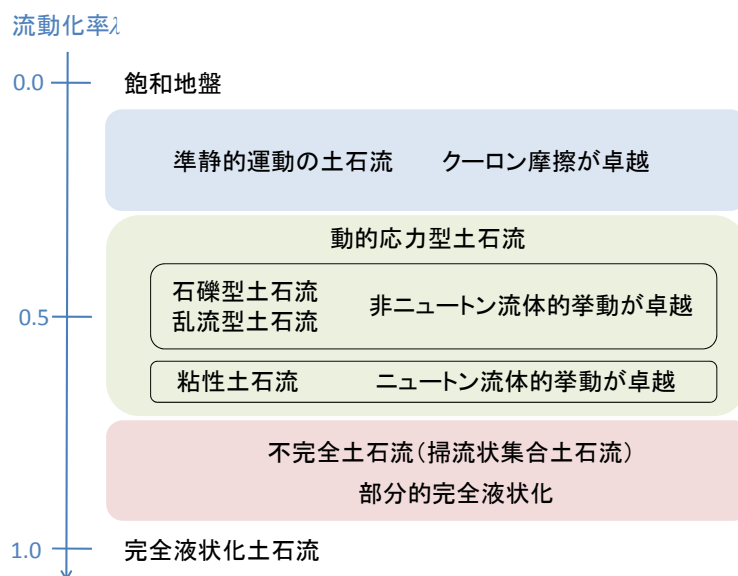


図5.2.1.2 本研究での解析モデルと土石流のタイプの関係

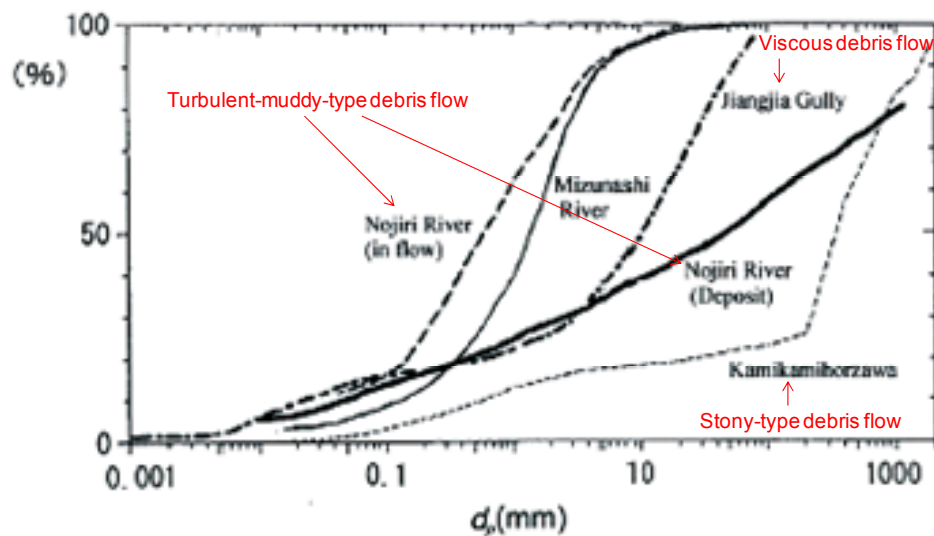


図 5.2.1.3 土石流のタイプ毎の粒度分布 (Takahashi(2007)より引用)

2) Bagnold の式と Voellmy モデルの関係

前項では、石礫型土石流はダイラタント流体でモデル化することができ、その際、バグノルド数が重要なパラメータになることを示した。このバグノルド数は Bagnold (1954)により提案されたものであり、せん断ひずみ速度が大きいほど増加する値である。Bagnold (1954) は、図 5.2.1.4 に示す二重の円筒容器からなる実験装置の外部円筒と内部円筒の壁の間に、水とアルコールの溶液にパラフィンろうとステアリン酸鉛を材料として作成した中立粒子（溶液との密度差がほとんどない粒子）を混入した混合物を充填し、外側の円筒を回転、内側の円筒を固定して、内側の円筒に作用するトルク（混合物に作用するせん断力）と円筒壁に作用する圧力増分を測定した。その結果、小さい回転速度（小さいせん断ひずみ速度）の場合は、圧力とせん断応力が共にせん断ひずみ速度と一次比例の関係にあり、浮遊粒子は流体の粘性係数を大きくする役割をもつに過ぎないこと（粘性領域）、大きい回転速度（大きいせん断ひずみ速度）の場合は、圧力およびせん断応力が共にせん断ひずみ速度の 2 乗に比例し間隙流体の粘性の影響が無視できるようになること（慣性領域）、そして、それらの領域間には遷移領域があることを示した。（図 5.2.1.5 参照）そして、慣性領域の圧力は粒子同士の衝突により生じると仮定し、その際の圧力およびせん断応力とせん断ひずみ速度の関係を定式化している。（高橋，2004）

一方、Larcher (2004)は PTV (Particle tracking velocimetry) を用いた砂質土の流動実験を行い、図 5.2.1.6 に示すように、せん断ひずみ速度が小さい領域では、圧力とせん断応力共に一次比例せず一定値になることを示した。すなわち、Bagnold (1954)によれば、せん断ひずみ速度が小さい場合はニュートン流体の挙動となり、Larcher (2004)によれば、せん断ひずみ速度小さい場合は、せん断ひずみ速度に依存しないクーロン摩擦が卓越した挙動になることを示している。一方、Hunt et al. (2002)は、Bagnold (1954)の実験について、

内部円筒壁がゴム膜であり非排水条件を完全に表現できていないこと、外筒と円筒の間に渦流が発生しそれが原因でトルクを過大評価している可能性が大きいことを指摘し、当該実験の不備を指摘している。(Konagai, 2012)

以上の点を考慮すると、実際の土石流の挙動としては、Larcher (2004)によるように、せん断ひずみ速度が小さい領域ではクーロン摩擦が卓越し、せん断ひずみ速度が大きい領域ではダイラタント流体的挙動が卓越すると考える方が適切であると考えられる。一方、前述した Voellmy モデルは、クーロン摩擦力とダイラタント流体による抵抗力を組み合わせたものであり、Larcher (2004)の結果と定性的に合致したモデルである。この点を踏まえても Voellmy モデルは、粒子衝突が卓越する石礫型土石流を扱う上で適切なモデルであると考えられる。

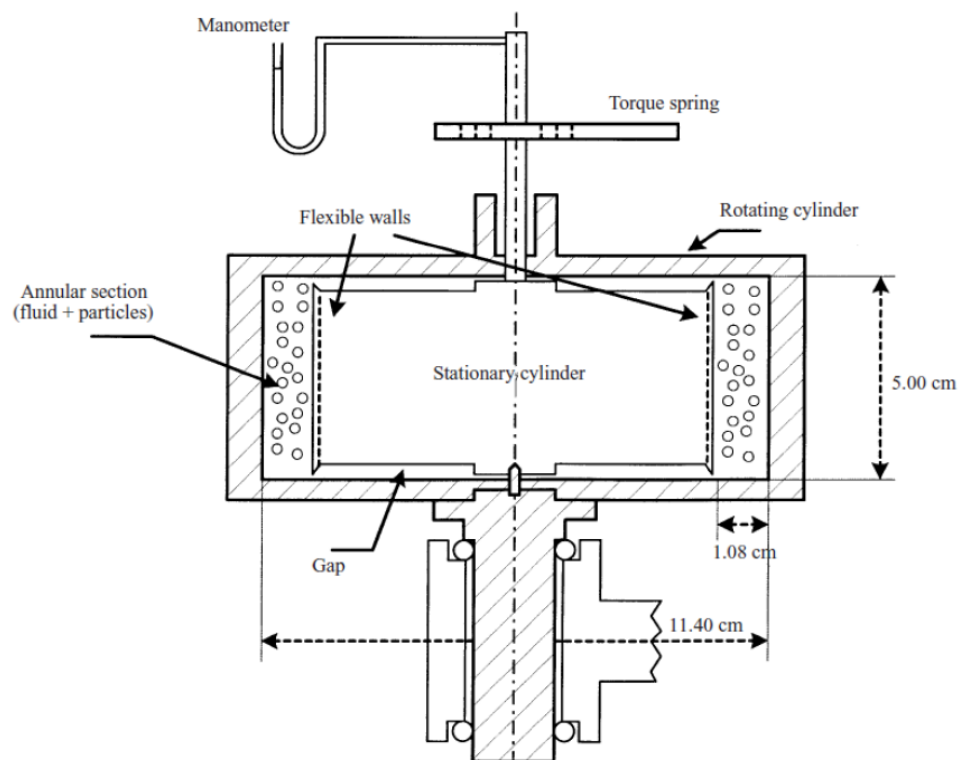


図 5.2.1.4 Bagnold (1954)の実験の概要 (Konagai (2012) より引用)

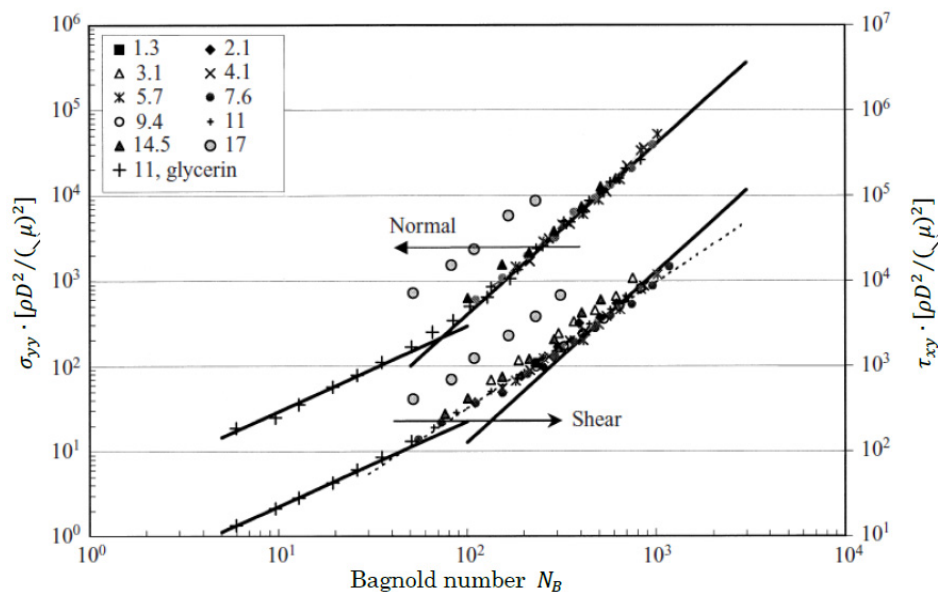
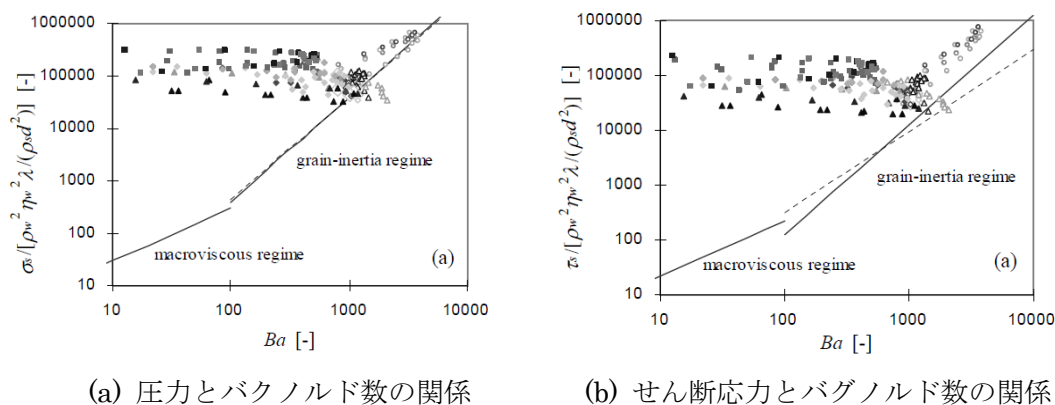


図 5.2.1.5 Bagnold (1954)の実験結果 (Konagai (2012) より引用)



(a) 圧力とバクノルド数の関係

(b) せん断応力とバクノルド数の関係

図 5.2.1.6 Larcher (2004)の実験結果 (Larcher (2004) より引用)

3) 土石流の運動のモデル化に対する浅水流方程式の有用性

水理学の分野では、河川等の水流の流れを解析する際、ナビエ・ストークスの式を支配方程式として計算をする。その際、流れ場の特徴として、流路の幅に比べて水深が小さく、流速の水深方向の変化より横断方向、あるいは縦断方向の変化の方が重要であるような場合が多く、その場合には、支配方程式を三次元的に把握する代わりに、水深方向に平均化された流速の空間分布を理解する程度でも十分な場合が多い。(関根, 2006) その際、支配方程式を水深方向に平均化した式を支配方程式として解析することとなり、その際の支配方程式を「浅水流方程式」という。土石流の運動をモデル化する場合においても、同様な考え方が Iverson and Denlinger (2001a), Hungry (1995) によりなされている。(図 5.1.1.2

参照) すなわち、土石流を等価な流体とみなし、その流体の浅水流方程式を支配方程式としてモデル化および解析を行うという方法である。このように土石流の運動を解析するために浅水流方程式を適用されている理由としては、以下の点がある。

- ① 土石流の運動を直接三次元的に解析するよりも、少ない計算コストで解析ができる。
- ② 土石流内の力を土砂内の内力、土砂底面に働くせん断力、体積力に分解できる。

土石流の運動を解析するためには、上述したように固体としてレオロジー、流体としてのレオロジーを扱う必要がある。その際、前者は地盤の弾塑性構成則、後者はニュートン流体または非ニュートン流体モデルでモデル化することが有効であることを示した。このとき、前者は土砂の内部応力として、後者は 1 流体モデルのせん断応力として一般に表現される。このことを考えると、土砂内の内力と土砂底面に働くせん断力は明確に分解できた方がモデル化を行う上で容易であり、これは浅水流方程式を扱う上での利点②に直結してくる。以上から、土石流の運動をモデル化する上では、浅水流方程式が有効であると考えられる。

以上を踏まえ、本研究で提案する土石流の運動モデルも浅水流方程式を支配方程式とするものとした。ただし、水深方向を平均化する前の支配方程式は、ナビエ・ストークス式ではなく、一般的な固体の支配方程式とした。これは、土砂内の有効応力を計算するために必要な弾塑性構成則を適用する上で、応力テンソルの項が必要になるためである。具体的な支配方程式の導出を以下に示す。

浅水流方程式を扱う上での仮定は以下のようである (Chow, 1959)。

- (i) 深さは徐々に変化し流動する面積に対し小さい。
- (ii) 物体を非圧縮性とみなす。
- (iii) 流れ表面の応力は 0 である。

以上の点は、底面垂直方向の面に生じるせん断応力が底面垂直方向の運動量に対して無視でき、垂直応力は静水圧的に分布することを示す。この点を考慮し、支配方程式を導出する。なお、その際の座標は深さ方向を z 軸とし、底面に対し法線方向上向きを正とする。

(図 5.2.1.7 参照)

質量保存式を深さ方向に平均化する。非圧縮性の連続体の質量保存式は次式で表される。

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (5.2.1.5)$$

ここで、 \mathbf{v} は速度ベクトルである。この条件を満たす場合、体積も一定である必要がある。深さ方向に平均化した際、連続体の底面積は一定とすると、

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} \right) = 0 \quad (5.2.1.6)$$

ただし、 h は底面に対して垂直方向に測った流れの深さ、 \bar{v}_i は深さ方向を平均化した速度成分である。

次に、運動量保存式を深さ方向に平均化する。連続体の運動方程式は次式で表される。

$$\rho \mathbf{a} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} \quad (5.2.1.7)$$

ここで、 ρ は密度、 \mathbf{a} , $\boldsymbol{\sigma}$, \mathbf{b} はそれぞれ加速度ベクトル、応力テンソル、体積力ベクトルである。式(5.2.1.7)の両辺を底面垂直方向に積分し深さで割ると、

$$\frac{1}{h} \int_0^h \rho \mathbf{a} dz = \frac{1}{h} \int_0^h \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} dz + \frac{1}{h} \int_0^h \rho \mathbf{b} dz \quad (5.2.1.8)$$

Leibniz の法則を適用し、前提(iii)を適用すると、

$$\rho h \bar{a}_x = \rho h b_x + \frac{\partial(h \bar{\sigma}_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(h \bar{\sigma}_{xy})}{\partial y} - \sigma_{xz} \Big|_{z=0} \quad (5.2.1.9a)$$

$$\rho h \bar{a}_y = \rho h b_y + \frac{\partial(h \bar{\sigma}_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(h \bar{\sigma}_{xy})}{\partial x} - \sigma_{yz} \Big|_{z=0} \quad (5.2.1.9b)$$

ただし、 \bar{a}_i と $\bar{\sigma}_{ij}$ は深さ方向を平均化した加速度成分、応力成分である。 $\sigma_{xz}|_{z=0}$, $\sigma_{yz}|_{z=0}$ は底面のせん断応力である。

応力とひずみの関係は、

$$\bar{\sigma}_{ij} = \bar{T}_{ijkl} \bar{\varepsilon}_{kl} \quad (5.2.1.10a)$$

$$\frac{\partial \bar{\varepsilon}_{ij}}{\partial t} = \frac{1}{2} (\bar{v}_{i,j} + \bar{v}_{j,i}) \quad (5.2.1.10b)$$

と表される。ここで、 \bar{T}_{ijkl} は深さ方向を平均化した剛性テンソル、 $\bar{\varepsilon}_{ij}$ は深さ方向を平均化したひずみテンソルである。

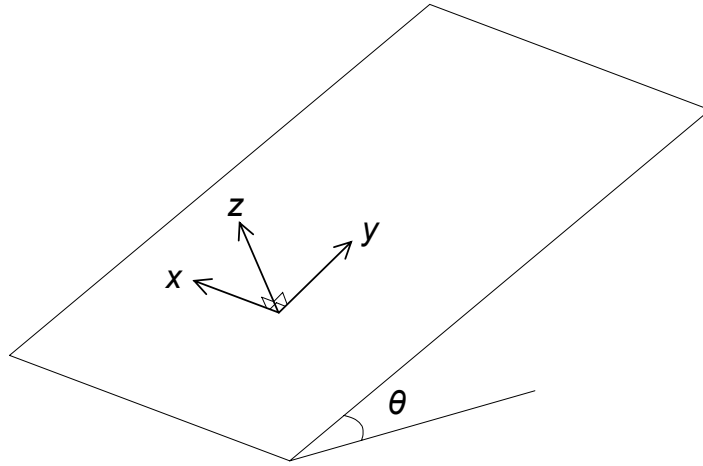


図 5.2.1.7 浅水流方程式における座標系

以上から、式(5.2.1.6)、式(5.2.1.9)、式(5.2.1.10)を支配方程式として土石流の運動のモデル化を行う。以下では、土石流内の間隙水の影響を考慮しない、乾燥した地盤に対するモデル化をはじめに示し、そのあと、乾燥した地盤に対するモデルに間隙水の影響を加え、土石流のモデル化を示す。

4) 乾燥した地盤の流動に対する運動モデル

ここでは、乾燥した地盤が流動する際の運動モデルについて示す。その際、地盤の弾塑性構成則を用いた有効応力の計算、地盤底面に働くせん断応力の計算が重要となる。ここでは、土石流内の有効応力の表現に必要な構成則には、Drucker-Prager モデルを適用することで有効応力の計算（固体としてのレオロジーのモデル化）を行う。底面のせん断応力にはクーロン摩擦モデルを適用し、乾燥した地盤が流動した際に発生する地盤底面でのせん断応力をモデル化するものとした。

a) 支配方程式

乾燥した地盤の流動に対する運動モデルは、式(5.2.1.6)、式(5.2.1.9)、式(5.2.1.10)を直接支配方程式とする。具体的には以下のように表される。

質量保存式は以下の式により表される。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(h\bar{v}_x)}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{v}_y)}{\partial y} = 0 \quad (5.2.1.11)$$

運動量保存式は以下の式により表される。

$$\rho \frac{\partial(h\bar{v}_x)}{\partial t} = \frac{\partial(h\bar{\sigma}_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{\sigma}_{xy})}{\partial y} + \rho h g_x - \sigma_{xz} \Big|_{z=0} \quad (5.2.1.12a)$$

$$\rho \frac{\partial(h\bar{v}_y)}{\partial t} = \frac{\partial(h\bar{\sigma}_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(h\bar{\sigma}_{xy})}{\partial x} + \rho h g_y - \sigma_{yz} \Big|_{z=0} \quad (5.2.1.12b)$$

ひずみは次式により求められる。

$$\frac{\partial \bar{\varepsilon}_{ij}}{\partial t} = \frac{1}{2} (\bar{v}_{i,j} + \bar{v}_{j,i}) \quad (5.2.1.13)$$

応力とひずみの関係は以下のように表される。

$$\bar{\sigma}_{ij} = \bar{T}_{ijkl} \bar{\varepsilon}_{kl} \quad (5.2.1.14)$$

ただし、z 方向（深さ方向）の応力は次式で表される。

$$\bar{\sigma}_{zz} = \frac{1}{2} \rho g_z h \quad (5.2.1.15)$$

よって、式(5.2.1.15)で、z 方向（深さ方向）の応力を求めた後、式(5.2.1.14)でその他の応力成分を求めることとなる。この方法については次項で示す。

底面に働くせん断応力 $\sigma_{xz}|_{z=0}$ 、 $\sigma_{yz}|_{z=0}$ は次式により求められる。

$$\sigma_{xz} \Big|_{z=0} = \rho g_z h \left(1 + \frac{a_{cx}}{g_z} \right) \tan \phi' \quad (5.2.1.16a)$$

$$\sigma_{yz} \Big|_{z=0} = \rho g_z h \left(1 + \frac{a_{cy}}{g_z} \right) \tan \phi' \quad (5.2.1.16b)$$

ここで、 ϕ' は底面摩擦角であり、 a_{ci} は斜面の傾斜が変化するときを生じる遠心加速度である。

b) 応力ひずみ関係

応力ひずみ関係（構成則）はDrucker-Pragerモデルでモデル化するものとした。その際、深さ方向を平均化した各要素の応力状態は、図5.2.1.8に示すように各要素の中心で代表されるものとし、 z 方向の応力成分 σ_{zz} を表面力（traction）として、各応力成分をDrucker-Pragerモデルに基づき求めるものとした。なお、底面垂直方向の面に生じるせん断応力 σ_{xz} 、 σ_{yz} については浅水流方程式の前提から内部応力としては無視されることとなり、底面せん断応力のみ発揮することとなる。アルゴリズムにはReturn Mapping Algorithmを用いるものとした。以下では、解析ステップ n とステップ $n+1$ 間での具体的な計算プロセスについて示す。

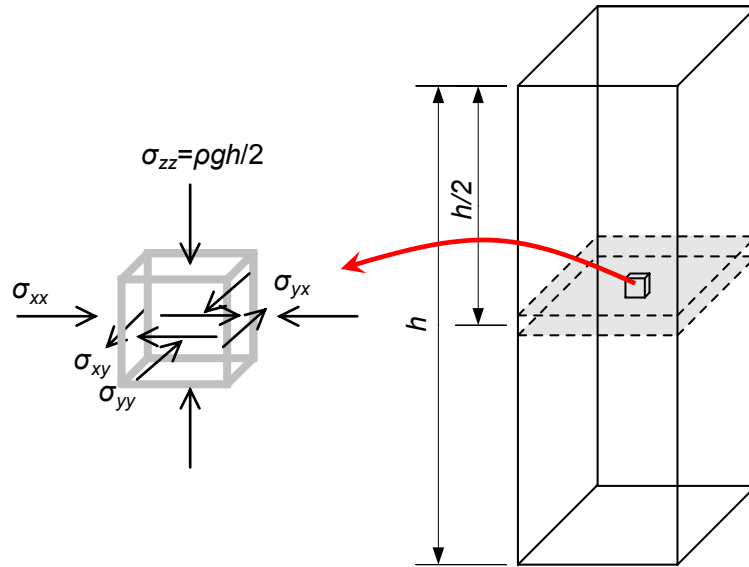


図 5.2.1.8 各要素での応力状態

はじめにステップ $n+1$ でのひずみ増分 $\Delta\bar{\epsilon}_{ij}^{n+1}$ 、ステップ n での応力 $\bar{\sigma}_{ij}^n$ および硬化パラメータ k^n が与えられたとする。 $\Delta\bar{\epsilon}_{ij}^{n+1}$ を用いて弾性体としての試行応力 $\bar{\sigma}_{ij}^{trial,n+1}$ を次式で求める。

$$\bar{\sigma}_{xx}^{trial,n+1} = \bar{\sigma}_{xx}^n + \frac{E}{1-\nu^2} (\Delta\bar{\epsilon}_{xx}^{n+1} + \nu\Delta\bar{\epsilon}_{yy}^{n+1}) \quad (5.2.1.17a)$$

$$\bar{\sigma}_{yy}^{trial,n+1} = \bar{\sigma}_{yy}^n + \frac{E}{1-\nu^2} (\Delta\bar{\epsilon}_{yy}^{n+1} + \nu\Delta\bar{\epsilon}_{xx}^{n+1}) \quad (5.2.1.17b)$$

$$\bar{\sigma}_{xy}^{trial,n+1} = \bar{\sigma}_{xy}^n + \frac{E}{2(1+\nu)} \Delta\bar{\gamma}_{xy}^{n+1} \quad (5.2.1.17c)$$

$$\bar{\sigma}_{zz}^{trial,n+1} = \frac{1}{2} \rho h g_z \quad (5.2.1.17d)$$

降伏関数 $f^{trial,n+1}$ は

$$f^{trial,n+1} = \alpha I_1^{trial,n+1} + \sqrt{J_2^{trial,n+1}} - k^n \quad (5.2.1.18)$$

ここで、 α は次式で表される。

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (5.2.1.19)$$

また、試行応力の第一不偏量 $I_1^{trial,n+1}$ 、第二不偏量 $J_2^{trial,n+1}$ は次式により求められる。

$$I_1^{trial,n+1} = \bar{\sigma}_{xx}^{trial,n+1} + \bar{\sigma}_{yy}^{trial,n+1} + \bar{\sigma}_{zz}^{trial,n+1} \quad (5.2.1.20a)$$

$$J_2^{trial,n+1} = -(\bar{\sigma}_{xx}^{trial,n+1} \bar{\sigma}_{yy}^{trial,n+1} + \bar{\sigma}_{yy}^{trial,n+1} \bar{\sigma}_{zz}^{trial,n+1} + \bar{\sigma}_{zz}^{trial,n+1} \bar{\sigma}_{xx}^{trial,n+1}) + (\bar{\sigma}_{xy}^{trial,n+1})^2 \quad (5.2.1.20b)$$

同様に引張における降伏関数 $f_t^{trial,n+1}$ は

$$f_t^{trial,n+1} = I_1^{trial,n+1} - k_t^n \quad (5.2.1.21)$$

k_t^n は解析ステップ n での引張強度を代表する平均主応力である。 $f^{trial,n+1} \leq 0$ の場合、弾塑性

体は弾性域にあり $\bar{\sigma}_{ij}^{n+1} = \bar{\sigma}_{ij}^{trial,n+1}$ としてステップ $n+1$ の応力 $\bar{\sigma}_{ij}^{n+1}$ がもとめられ計算が終わ

る。また、 $f_t^{trial,n+1} \geq 0$ の場合は $\bar{\sigma}_{ij}^{n+1} = k_t^n \delta_{ij} / 3$ となり計算が終わる。

一方、 $f^{trial,n+1} > 0$ かつ $f_t^{trial,n+1} < 0$ の場合、以下の計算が行われる。

収束解析ステップ数 m を設定し $\sigma_{ij}^{n+1,m}$ および $k^{n+1,m}$ を更新しながら以下の条件

$$f^{n+1,m} \approx 0 \quad (5.2.1.22)$$

が成り立つまで繰り返し計算をする。収束解析ステップ $m = 1$ での応力と硬化パラメータの初期値を以下のように設定する。

$$\bar{\sigma}_{ij}^{n+1,m} = \bar{\sigma}_{ij}^{trial,n+1} \quad (5.2.1.23a)$$

$$k^{n+1,m} = k^{trial,n+1} \quad (5.2.1.23b)$$

このとき、収束解析ステップ数 m での降伏関数 $f^{n+1,m}$ は次式で表される。

$$f^{n+1,m} = \alpha I_1^{n+1,m} + \sqrt{J_2^{n+1,m}} - k^{n+1,m} \quad (5.2.1.24)$$

ここで、

$$I_1^{n+1,m} = \bar{\sigma}_{xx}^{n+1,m} + \bar{\sigma}_{yy}^{n+1,m} + \bar{\sigma}_{zz}^{n+1,m} \quad (5.2.1.25a)$$

$$J_2^{n+1,m} = -\left(\bar{\sigma}_{xx}^{n+1,m} \bar{\sigma}_{yy}^{n+1,m} + \bar{\sigma}_{yy}^{n+1,m} \bar{\sigma}_{zz}^{n+1,m} + \bar{\sigma}_{zz}^{n+1,m} \bar{\sigma}_{xx}^{n+1,m}\right) + \left(\bar{\sigma}_{xy}^{n+1,m}\right)^2 \quad (5.2.1.25b)$$

である。このとき、 $\bar{\sigma}_{ij}^{n+1,m}$ 、 $k^{n+1,m}$ を次式で更新し、式(5.2.1.22)を満たすまで m を変えて収束計算する。

$$\Delta\lambda^m = \frac{f^{n+1,m}}{\left(\alpha_g + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)H_p + 9K\alpha\alpha_g + G} \quad (5.2.1.26a)$$

$$\bar{\sigma}_{ij}^{n+1,m+1} = \bar{\sigma}_{ij}^{n+1,m} - \Delta\lambda^m \left(3K\alpha_g \delta_{ij} + \frac{G}{\sqrt{J_2^{n+1,m}}} \bar{s}_{ij}^{n+1,m} \right) \quad (5.2.1.26b)$$

$$k^{n+1,m+1} = k^{n+1,m} + \left(\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(\alpha_g + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)H_p \Delta\lambda^m \quad (5.2.1.26c)$$

ただし、

$$\bar{s}_{ij}^{n+1,m} = \bar{\sigma}_{ij}^{n+1,m} - \delta_{ij} (I_1^{n+1,m} / 3) \quad (5.2.1.27a)$$

$$\alpha_g = \frac{2 \sin \psi}{\sqrt{3}(3 - \sin \psi)} \quad (5.2.1.27b)$$

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (5.2.1.27c)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (5.2.1.27d)$$

であり、 ψ はダイレイタンシー角、 E は変形係数、 ν はポアソン比である。

5) 土石流に対する運動モデル

上記の乾燥した地盤の流動に対する運動モデルに、土石流内の間隙水の影響を考慮して、土石流に対する運動モデルの構築を行う。前節で示したように、本研究では、流動化率と底面せん断力にニュートン流体または非ニュートン流体を適用することで土石流の運動のモデル化を行う。ここで、土石流内の間隙水の影響は流動化率の大きさにより表現する。すなわち、流動化率が小さい場合は、間隙水の影響は小さく、流動化率が大きい場合は、間隙水の影響は大きくなる。

なお、下記のモデルでは気相の影響を考慮していない。実際の土石流では周辺の空気を巻き込むため本来は固液三相系によるモデル化が必要である。ただし、その際、不飽和の影響等を考慮する必要がありそれらが土石流の挙動に与える影響は明確になっていない。

以上を踏まえ、本研究では固液二相系によるモデル化を行った。よって、今後の課題として、既往の研究（例えば、加藤ら(2009)）を参考とした固液三相系によるモデル化が挙げられる。

a) 支配方程式

質量保存式は乾燥した地盤の流動に対する運動モデル同様に、以下の式により表される。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(h\bar{v}_x)}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{v}_y)}{\partial y} = 0 \quad (5.2.1.28)$$

運動量保存式は以下の式により表される。

$$\rho \frac{\partial(h\bar{v}_x)}{\partial t} = \frac{\partial(h\bar{\sigma}'_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{p}_w)}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{\sigma}'_{xy})}{\partial y} + \rho h g_x - \sigma'_{xz} \Big|_{z=0} \quad (5.2.1.29a)$$

$$\rho \frac{\partial(h\bar{v}_y)}{\partial t} = \frac{\partial(h\bar{\sigma}'_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(h\bar{p}_w)}{\partial y} + \frac{\partial(h\bar{\sigma}'_{xy})}{\partial x} + \rho h g_y - \sigma'_{yz} \Big|_{z=0} \quad (5.2.1.29b)$$

ここで、 $\bar{\sigma}'_{ij}$ は深さ方向を平均化した有効応力である。 \bar{p}_w は深さ方向を平均化した間隙水圧であり、次式で表される。

$$\bar{p}_w = \frac{1}{2}(\rho - \rho_w)g_z h \lambda + \frac{1}{2}\rho_w g_z h \quad (5.2.1.30)$$

ここで、 ρ_w は水の密度、 λ は流動化率である。

ひずみは乾燥した地盤の流動に対する運動モデルと同様に、次式により求められる。

$$\frac{\partial \bar{\epsilon}_{ij}}{\partial t} = \frac{1}{2}(\bar{v}_{i,j} + \bar{v}_{j,i}) \quad (5.2.1.31)$$

応力とひずみの関係も乾燥した地盤の流動に対する運動モデルと同様に以下のように表される。

$$\bar{\sigma}'_{ij} = \bar{T}_{ijkl} \bar{\epsilon}_{kl} \quad (5.2.1.32)$$

ただし、 z 方向（深さ方向）の有効応力は次式で表される。

$$\bar{\sigma}'_{zz} = \frac{1}{2}(\rho - \rho_w)g_z h(1 - \lambda) \quad (5.2.1.33)$$

よって、式(5.2.1.30)と式(5.2.1.33)で、 z 方向（深さ方向）の全応力を求めた後、式(5.2.1.32)でその他の応力成分を求めることとなる。この方法については次項で示す。

底面に働くせん断応力 $\sigma'_{xz} \Big|_{z=0}$ 、 $\sigma'_{yz} \Big|_{z=0}$ は以下のように求められる。流体モデルとしてニュートン流体を用いた場合は、

$$\sigma'_{xz}|_{z=0} = \rho g_z h \left(1 + \frac{a_c}{g_z} \right) (1 - \lambda) \tan \phi' + 3v_f \mu \frac{\bar{v}_x}{h} \quad (5.2.1.34a)$$

$$\sigma'_{yz}|_{z=0} = \rho g_z h \left(1 + \frac{a_c}{g_z} \right) (1 - \lambda) \tan \phi' + 3v_f \mu \frac{\bar{v}_y}{h} \quad (5.2.1.34b)$$

ここで、 v_f は間隙水の体積率、 μ は粘性係数である。この式は、土石流が粘性土石流または不完全土石流と分類される場合適用される式である。一方、流体モデルとして非ニュートン流体を用いた場合は、次式で表される。

$$\sigma'_{xz}|_{z=0} = \rho g_z h \left(1 + \frac{a_c}{g_z} \right) (1 - \lambda) \tan \phi' + \rho \frac{\bar{v}_x^2}{\xi} \quad (5.2.1.35a)$$

$$\sigma'_{yz}|_{z=0} = \rho g_z h \left(1 + \frac{a_c}{g_z} \right) (1 - \lambda) \tan \phi' + \rho \frac{\bar{v}_y^2}{\xi} \quad (5.2.1.35b)$$

ここで、非ニュートン流体のモデルとしては、前述した Voellmy モデルを用いた。また、 ξ は加速度の単位を持つ物理量であり、 $500 \sim 1,000 \text{m/s}^2$ のオーダーである。

b) 応力ひずみ関係

応力ひずみ関係（構成則）は乾燥した地盤の流動に対する運動モデルと同様に、Drucker-Prager モデルでモデル化するものとした。計算の流れは乾燥した地盤の流動に対する運動モデルと同様であるが、有効応力の偏差量の定義については以下の式を用いる。

$$I_1 = \bar{\sigma}'_{xx} + \bar{\sigma}'_{yy} + \bar{\sigma}'_{zz} \quad (5.2.1.36a)$$

$$J_2 = -(\bar{\sigma}'_{xx}\bar{\sigma}'_{yy} + \bar{\sigma}'_{yy}\bar{\sigma}'_{zz} + \bar{\sigma}'_{zz}\bar{\sigma}'_{xx}) + (\bar{\sigma}'_{xy})^2 \quad (5.2.1.36b)$$

$$\bar{\sigma}'_{zz} = \frac{1}{2} \rho h g_z \quad (5.2.1.36c)$$

すなわち、 z 方向（深さ方向）の応力については全応力を用いる。これは、 z 方向の応力成分 σ_{zz} を各柱要素の深さに応じて発生する表面力（traction）としているためである。

6) 海底土石流に対する運動モデル

近年、新時代の天然資源として、石油、メタンハイドレードをはじめとした海底資源について注目が集まっている。これらの資源を得るためには、海底の掘削が必要であるが、海底地盤は一般に非常に軟弱である場合が多く、さらに完全に水面下にあるため、一度斜面崩壊が発生すると、土塊は容易に土石流化し、海上、海底設備および作業員に甚大な被

害を及ぼす可能性がある。また、土石流の規模が非常に大きい場合、津波を引き起こす可能性があり、その際、沿岸部に甚大な被害を与える可能性もある。したがって、将来的に、海底土石流のリスク評価および分析に向け、海底土石流に対する運動モデルも必要になる可能性がある。ここでは、この点を鑑み、完全に水面下にある状態で土石流が発生する場合を想定しモデル化を行う。

a) 支配方程式

質量保存式は乾燥した地盤の流動に対する運動モデル同様に、以下の式により表される。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(h\bar{v}_x)}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{v}_y)}{\partial y} = 0 \quad (5.2.1.37)$$

運動量保存式は以下のようにして導出できる。まず、深さ方向を平均化した支配方程式は次式で表される。

$$\rho \frac{\partial(h\bar{v}_x)}{\partial t} = - \int_0^h \left[\frac{\partial \sigma'_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_w}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_{xz}}{\partial z} - \rho g_x \right] dz \quad (5.2.1.38a)$$

$$\rho \frac{\partial(h\bar{v}_y)}{\partial t} = - \int_0^h \left[\frac{\partial \sigma'_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial p_w}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_{yz}}{\partial z} - \rho g_y \right] dz \quad (5.2.1.38b)$$

間隙水圧 p_w は、過剰間隙水圧 p_{we} と静水圧 p_{ws} の和として表現できる。よって、式(5.2.1.38)は次式に変形できる。

$$\rho \frac{\partial(h\bar{v}_x)}{\partial t} = - \int_0^h \left[\frac{\partial \sigma'_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(p_{we} + p_{ws}) + \frac{\partial \sigma'_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_{xz}}{\partial z} - \rho g_x \right] dz \quad (5.2.1.39a)$$

$$\rho \frac{\partial(h\bar{v}_y)}{\partial t} = - \int_0^h \left[\frac{\partial \sigma'_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y}(p_{we} + p_{ws}) + \frac{\partial \sigma'_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_{yz}}{\partial z} - \rho g_y \right] dz \quad (5.2.1.39b)$$

ここで、図 5.2.1.6 に示すような土石流内の単位あたりの要素を想定する。このとき、要素の両側から働く力のつり合いは次式で表現できる。

$$p_{ws} + \frac{\partial p_{ws}}{\partial x} dx = \rho_w g(z_1 - z) \cos \theta \quad (5.2.1.40a)$$

$$p_{ws} = \rho_w g(z_2 - z) \cos \theta \quad (5.2.1.40b)$$

$$\therefore \frac{\partial p_{ws}}{\partial x} = \rho_w g \frac{z_1 - z_2}{dx} \cos \theta \quad (5.2.1.40c)$$

ここで、 $(z_1 - z_2)/dx = \tan \theta$ なので、

$$\frac{\partial p_{ws}}{\partial x} = \rho_w g \sin \theta = \rho_w g_x \quad (5.2.1.41)$$

同様に y 方向のつり合いも考慮すると、式(5.2.1.39)は次式に変形できる。

$$\rho \frac{\partial(h\bar{v}_x)}{\partial t} = - \int_0^h \left[\frac{\partial \sigma'_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{we}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_{xz}}{\partial z} - (\rho - \rho_w)g_x \right] dz \quad (5.2.1.42a)$$

$$\rho \frac{\partial(h\bar{v}_y)}{\partial t} = - \int_0^h \left[\frac{\partial \sigma'_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial p_{we}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_{yz}}{\partial z} - (\rho - \rho_w)g_y \right] dz \quad (5.2.1.42b)$$

よって、式(5.2.1.42)は浅水流方程式の前提を基に次式で表される。

$$\rho \frac{\partial(h\bar{v}_x)}{\partial t} = \frac{\partial(h\bar{\sigma}'_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{p}_{we})}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{\sigma}'_{xy})}{\partial y} + (\rho - \rho_w)hg_x - \sigma'_{xz} \Big|_{z=0} \quad (5.2.1.43a)$$

$$\rho \frac{\partial(h\bar{v}_y)}{\partial t} = \frac{\partial(h\bar{\sigma}'_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(h\bar{p}_{we})}{\partial y} + \frac{\partial(h\bar{\sigma}'_{xy})}{\partial x} + (\rho - \rho_w)hg_y - \sigma'_{yz} \Big|_{z=0} \quad (5.2.1.43b)$$

\bar{p}_{we} は深さ方向を平均化した過剰間隙水圧であり、次式で表される。

$$\bar{p}_{we} = \frac{1}{2}(\rho - \rho_w)g_z h \lambda \quad (5.2.1.44)$$

以後、ひずみ、応力、底面に働くせん断応力のモデル化は、通常の土石流のモデル化と同様である。

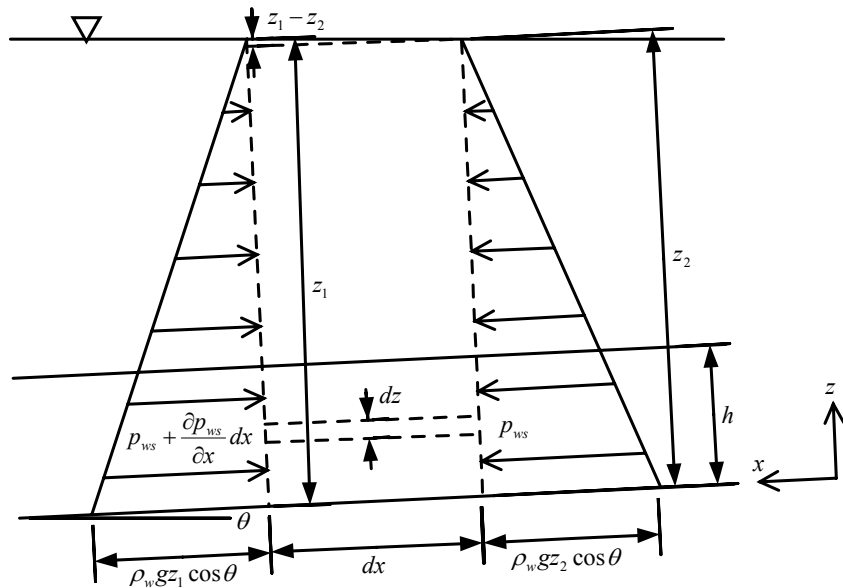


図 5.2.1.9 水面下の土石流内の力のつり合い

5.2.2 DAMPM

ここでは、解析手法として用いた DAMPM について示し、上述した解析モデルの DAMPM への適用方法について示す。

DAMPM とは MPM に浅水流理論を適用した手法である。MPM は、前述したように連続体を粒子群でモデル化し、時々刻々変化する粒子位置を積分点とする Updated-Lagrangian 法を用い、粒子群裏に設けた背面格子群で微小時間で微小変形を微小変形理論に基づき有限要素法（以後、FEM）と同様にひずみ増分計算を陽解法で行う手法である。アルゴリズムの構造としては、Fast Lagrangian Analysis of Continua（以後、FLAC）（Cundall and Board, 1988）と同様であるが、有限要素の代わりに粒子を用いるので、大変形時のメッシュ変形による制限がない。一方で、FLAC 同様、FEM との整合性が良い、弾塑性構成則が適用できる、ディリクレ型境界条件を背面格子で表現できる等の利点があり、特に地盤工学分野では、斜面崩壊等への適用が行われてきている。DAMPM は、MPM における粒子群に代わり柱群を用いて連続体をモデル化したものである。図 5.2.2.1 に MPM と DAMPM との比較を示す。DAMPM では、MPM での背面格子が柱底面に位置し、これらの格子を用いて前述した標高メッシュデータを入力する。この方法により、柱群は地形を再現した格子上を移動するようになり、柱群に土石流の変形強度特性を与えれば、柱群の移動により土石流の流動を再現できるようになる。以下に DAMPM の導出とアルゴリズムを示す。

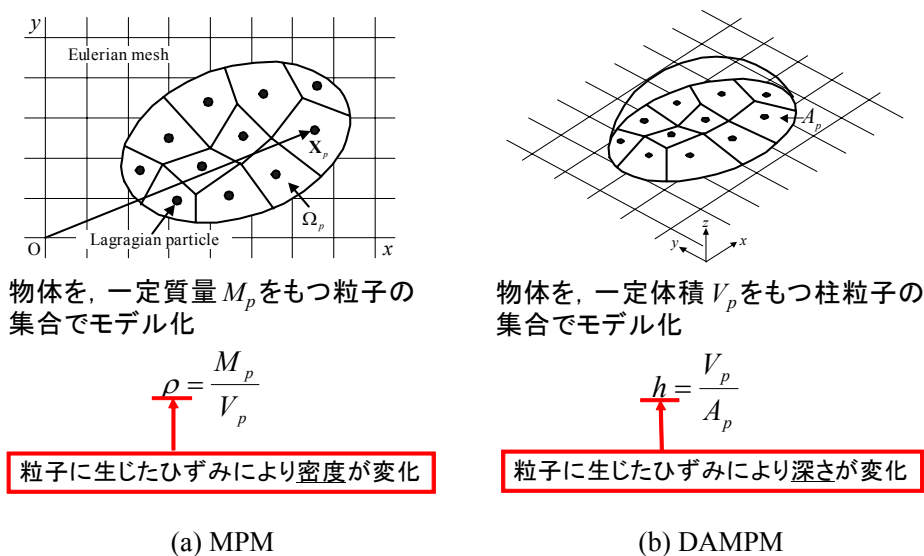


図 5.2.2.1 MPM と DAMPM との比較

1) 支配方程式と離散化

はじめに、乾燥した地盤の流動に対して示す。乾燥した地盤の流動に対する支配方程式は、深さ方向を平均化した連続体の支配方程式であり、前出した式(5.2.1.6)、式

(5.2.1.9), 式(5.2.1.10)である。

次に, MPM による離散化を行う。式(5.2.1.9)の両辺に任意のベクトル w_i をかけて連続体 Ω 上で積分し部分積分とガウスの発散定理を考慮すると,

$$\int_{\Omega} \rho h \bar{a}_x w_x d\Omega = \int_{\Omega} \rho h b_x w_x d\Omega - \int_{\Omega} \sigma_{xz} \Big|_{z=0} w_x d\Omega - \left(\int_{\Omega} \rho h \bar{\sigma}_{xx}^s \frac{\partial w_x}{\partial x} d\Omega + \int_{\Omega} \rho h \bar{\sigma}_{xy}^s \frac{\partial w_x}{\partial y} d\Omega \right) \quad (5.2.2.1a)$$

$$\int_{\Omega} \rho h \bar{a}_y w_y d\Omega = \int_{\Omega} \rho h b_y w_y d\Omega - \int_{\Omega} \sigma_{yz} \Big|_{z=0} w_y d\Omega - \left(\int_{\Omega} \rho h \bar{\sigma}_{yy}^s \frac{\partial w_y}{\partial y} d\Omega + \int_{\Omega} \rho h \bar{\sigma}_{xy}^s \frac{\partial w_y}{\partial x} d\Omega \right) \quad (5.2.2.1b)$$

ただし, $\bar{\sigma}_{ij} = \rho \bar{\sigma}_{ij}^s$ である。

ここで, 図 5.2.2.2 に示すように, 物体を体積 V_p , 底面積 A_p をもつ \mathbf{x}_p に位置する柱粒子 p の集合で表わす。このとき粒子の深さは,

$$h(\mathbf{x}_p, t) = V_p / A_p \quad (5.2.2.2)$$

式(5.2.1.2)の両辺に A_p , $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p)$ をかけ p に関して和をとると,

$$\sum_{p=1}^{N_p} h(\mathbf{x}_p, t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p) A_p = \sum_{p=1}^{N_p} V_p \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p) \quad (5.2.2.3)$$

任意の変位 \mathbf{x} を考慮すると, 式 (5.2.2.4) を導出できる。

$$h(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{A_p} \sum_{p=1}^{N_p} V_p \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p) \quad (5.2.2.4)$$

式(5.2.2.4)を式(5.2.2.1a)に代入し内挿関数 $N_i(\mathbf{x})$ を用いることで, 次式のように表すことができる。

$$\sum_{j=1}^{N_n} m_{ij}^k \bar{a}_{xj} = f_{xi}^{\text{int},k} + f_{xi}^{\text{ext},k} \quad (5.2.2.5a)$$

$$m_{ij}^k = \sum_{p=1}^{N_p} \rho V_p N_i(\mathbf{x}_p^k) N_j(\mathbf{x}_p^k) \quad (5.2.2.5b)$$

$$f_{xi}^{\text{int},k} = - \sum_{p=1}^{N_p} V_p \left(\bar{\sigma}_{xxp}^k \frac{\partial N_i}{\partial x} \Big|_{\mathbf{x}_p^k} + \bar{\sigma}_{xyp}^k \frac{\partial N_i}{\partial y} \Big|_{\mathbf{x}_p^k} + \frac{\sigma_{xzp} \Big|_{z=0}}{h_p^k} N_{ip}^k \right) \quad (5.2.2.5c)$$

$$f_{xi}^{\text{ext},k} = \sum_{p=1}^{N_p} \rho V_p b_{xip}^k N_{ip}^k \quad (5.2.2.5d)$$

同様にして式(5.2.1.1b)は, 次式のように表すことができる。

$$\sum_{j=1}^{N_n} m_{ij}^k \bar{a}_{yj} = f_{yi}^{\text{int},k} + f_{yi}^{\text{ext},k} \quad (5.2.2.6a)$$

$$f_{yi}^{\text{int},k} = - \sum_{p=1}^{N_p} V_p \left(\bar{\sigma}_{yyp}^k \frac{\partial N_i}{\partial y} \Big|_{\mathbf{x}_p^k} + \bar{\sigma}_{xyp}^k \frac{\partial N_i}{\partial x} \Big|_{\mathbf{x}_p^k} + \frac{\sigma_{yzp} \Big|_{z=0}}{h_p^k} N_{ip}^k \right) \quad (5.2.2.6b)$$

$$f_{yi}^{\text{ext},k} = \sum_{p=1}^{N_p} \rho V_p b_{yp}^k N_{ip}^k \quad (5.2.2.6c)$$

式(5.2.2.6)については次式で考慮する。

$$h_p^{k+1} = h_p^k / \{1 + \text{tr}(\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p^{k+1})\} \quad (5.2.2.7)$$

式(5.2.2.10)については、前節で示した応力ひずみ関係を用いて考慮する。

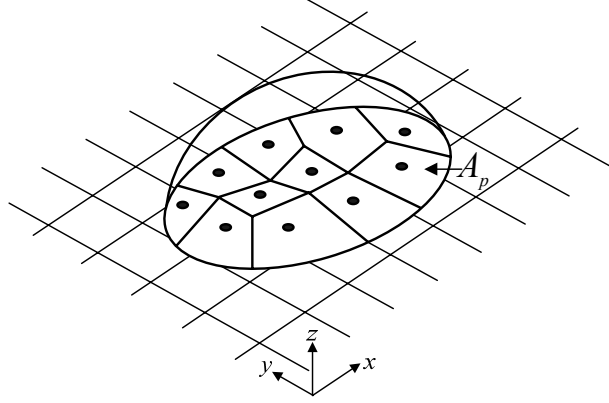


図 5.2.2.2 DAMPM における解析モデルの概要

土石流の運動モデルを DAMPM で解析する場合は、支配方程式として式(5.2.1.28)，式(5.2.1.29)，式(5.2.1.31)，式(5.2.1.32)を用いる。その結果，式(5.2.2.5)，式(5.2.2.6)の代わり次式を用いる。

$$\sum_{j=1}^{N_n} m_{ij}^k \bar{a}_{xj} = f_{xi}^{\text{int},k} + f_{xi}^{\text{ext},k} \quad (5.2.2.8a)$$

$$\sum_{j=1}^{N_n} m_{ij}^k \bar{a}_{yj} = f_{yi}^{\text{int},k} + f_{yi}^{\text{ext},k} \quad (5.2.2.8b)$$

$$m_{ij}^k = \sum_{p=1}^{N_p} \rho V_p N_i(\mathbf{x}_p^k) N_j(\mathbf{x}_p^k) \quad (5.2.2.8c)$$

$$f_{xi}^{\text{int},k} = - \sum_{p=1}^{N_p} V_p \left\{ (\bar{\sigma}_{xxp}^k + \bar{p}_{wpp}^k) \frac{\partial N_i}{\partial x} \Big|_{\mathbf{x}_p^k} + \bar{\sigma}_{xyp}^k \frac{\partial N_i}{\partial y} \Big|_{\mathbf{x}_p^k} + \frac{\sigma'_{xzp}|_{z=0}}{h_p^k} N_{ip}^k \right\} \quad (5.2.2.8d)$$

$$f_{yi}^{\text{int},k} = - \sum_{p=1}^{N_p} V_p \left\{ (\bar{\sigma}_{yyp}^k + \bar{p}_{wpp}^k) \frac{\partial N_i}{\partial y} \Big|_{\mathbf{x}_p^k} + \bar{\sigma}_{xyp}^k \frac{\partial N_i}{\partial x} \Big|_{\mathbf{x}_p^k} + \frac{\sigma'_{yzp}|_{z=0}}{h_p^k} N_{ip}^k \right\} \quad (5.2.2.8e)$$

$$f_{xi}^{\text{ext},k} = \sum_{p=1}^{N_p} \rho V_p b_{xp}^k N_{ip}^k \quad (5.2.2.8f)$$

$$f_{yi}^{\text{ext},k} = \sum_{p=1}^{N_p} \rho V_p b_{yp}^k N_{ip}^k \quad (5.2.2.8g)$$

ここで、 \bar{p}_{wp}^k は柱粒子 p での深さ方向を平均化した間隙水圧であり、式(5.2.1.30)による。

水面下の土石流を扱う場合は次式を用いる。

$$\sum_{j=1}^{N_n} m_{ij}^k \bar{a}_{xj} = f_{xi}^{\text{int},k} + f_{xi}^{\text{ext},k} \quad (5.2.2.9a)$$

$$\sum_{j=1}^{N_n} m_{ij}^k \bar{a}_{yj} = f_{yi}^{\text{int},k} + f_{yi}^{\text{ext},k} \quad (5.2.2.9b)$$

$$m_{ij}^k = \sum_{p=1}^{N_p} \rho V_p N_i(\mathbf{x}_p^k) N_j(\mathbf{x}_p^k) \quad (5.2.2.9c)$$

$$f_{xi}^{\text{int},k} = - \sum_{p=1}^{N_p} V_p \left\{ \left(\bar{\sigma}_{xxp}^k + \bar{p}_{wep}^k \right) \frac{\partial N_i}{\partial x} \bigg|_{\mathbf{x}_p^k} + \bar{\sigma}_{xyp}^k \frac{\partial N_i}{\partial y} \bigg|_{\mathbf{x}_p^k} + \frac{\sigma'_{xzp}|_{z=0}}{h_p^k} N_{ip}^k \right\} \quad (5.2.2.9d)$$

$$f_{yi}^{\text{int},k} = - \sum_{p=1}^{N_p} V_p \left\{ \left(\bar{\sigma}_{yyp}^k + \bar{p}_{wep}^k \right) \frac{\partial N_i}{\partial y} \bigg|_{\mathbf{x}_p^k} + \bar{\sigma}_{xyp}^k \frac{\partial N_i}{\partial x} \bigg|_{\mathbf{x}_p^k} + \frac{\sigma'_{yzp}|_{z=0}}{h_p^k} N_{ip}^k \right\} \quad (5.2.2.9e)$$

$$f_{xi}^{\text{ext},k} = \sum_{p=1}^{N_p} (\rho - \rho_w) V_p b_{xp}^k N_{ip}^k \quad (5.2.2.9f)$$

$$f_{yi}^{\text{ext},k} = \sum_{p=1}^{N_p} (\rho - \rho_w) V_p b_{yp}^k N_{ip}^k \quad (5.2.2.9g)$$

ここで、 \bar{p}_{wep}^k は柱粒子 p での深さ方向を平均化した過剰間隙水圧であり、式(5.2.1.44)による。

2) アルゴリズム

はじめに変数の更新の準備として内挿関数 N_{ip}^k とその勾配関数 \mathbf{G}_{ip}^k を計算し格子点の質量 m_i^k を求める。

$$m_i^k = \sum_{p=1}^{N_p} \rho_p V_p N_{ip}^k \quad (5.2.2.10)$$

次に粒子の応力 $\bar{\sigma}_p^k$ を使い格子点の内力と外力 $\mathbf{f}_i^{\text{int},k}$, $\mathbf{f}_i^{\text{ext},k}$ を求め、格子点 i の加速度 $\bar{\mathbf{a}}_i^k$ を次式で求める。

$$\bar{\mathbf{a}}_i^k = (\mathbf{f}_i^{\text{int},k} + \mathbf{f}_i^{\text{ext},k}) / m_i^k \quad (5.2.2.11)$$

格子点 i の速度 $\bar{\mathbf{v}}_i^k$ を更新する。

$$\bar{\mathbf{v}}_i^L = \bar{\mathbf{v}}_i^k + \bar{\mathbf{a}}_i^k \Delta t \quad (5.2.2.12)$$

更新した格子点 i の速度 $\bar{\mathbf{v}}_i^L$ を用いて粒子 p の座標 \mathbf{x}_p^k と速度 $\bar{\mathbf{v}}_p^k$ を次式で更新する。

$$\mathbf{x}_p^{k+1} = \mathbf{x}_p^k + \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} \bar{\mathbf{v}}_i^L N_{ip}^k \quad (5.2.2.13)$$

$$\bar{\mathbf{v}}_p^{k+1} = \bar{\mathbf{v}}_p^k + \Delta t \sum_{i=1}^{N_n} \bar{\mathbf{a}}_i^k N_{ip}^k \quad (5.2.2.14)$$

粒子 p の速度 $\bar{\mathbf{v}}_p^{k+1}$ を用いて格子点 i の速度 $\bar{\mathbf{v}}_i^{k+1}$ を求める。

$$\bar{\mathbf{v}}_i^{k+1} = \sum_{p=1}^{N_p} \rho_p V_p \bar{\mathbf{v}}_p^{k+1} N_{ip}^k / m_i^k \quad (5.2.2.15)$$

格子点 i の速度 $\bar{\mathbf{v}}_i^{k+1}$ を用いて粒子 p のひずみ増分 $\Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^{k+1}$ を求める。

$$\Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^{k+1} = \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=1}^{N_n} \left\{ \mathbf{G}_{ip}^k \bar{\mathbf{v}}_i^{k+1} + \left(\mathbf{G}_{ip}^k \bar{\mathbf{v}}_i^{k+1} \right)^T \right\} \quad (5.2.2.16)$$

そして、応力増分 $\Delta \bar{\boldsymbol{\sigma}}_p^{k+1}$ を計算し $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_p^k$ を更新する

$$\Delta \bar{\boldsymbol{\sigma}}_p^{k+1} = \mathbf{T} : \Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^{k+1} \quad (5.2.2.17)$$

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_p^{k+1} = \bar{\boldsymbol{\sigma}}_p^k + \Delta \bar{\boldsymbol{\sigma}}_p^{k+1} \quad (5.2.2.18)$$

また、粒子 p の深さ h_p^k を次式で更新する。

$$h_p^{k+1} = h_p^k / \left\{ 1 + \text{tr}(\Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^{k+1}) \right\} \quad (5.2.1.19)$$

5.3 乾燥砂と液状化砂を用いた流動実験の再現解析

5.3.1 乾燥砂と液状化砂を用いた流動実験

1) 実験の概要

前節で示した提案手法の地盤の流動に対する適用性を確認することを目的に、乾燥砂と液状化砂を用いた流動実験の再現解析を実施した。図 5.3.1.1 に流動実験に用いた流路模型と地盤材料の概要を示す。流路勾配（30 度と 45 度）の異なる流路模型（ステンレス製，流路長：1.5m，幅：0.3m）を作製し，体量 $6.0 \times 10^3 \text{cm}^3$ の乾燥砂（相対密度 60%，けい砂 6 号），液状化砂（配合砂（けい砂 6 号(5)，ファインサンド(5)，水(3)（重量比））を十分に攪拌したもの）を流路模型上部にしきりで静置させ，しきりを引き上げて乾燥砂を流下させて，その際の流動の状況について，デジタルビデオ等を用いて観察した。

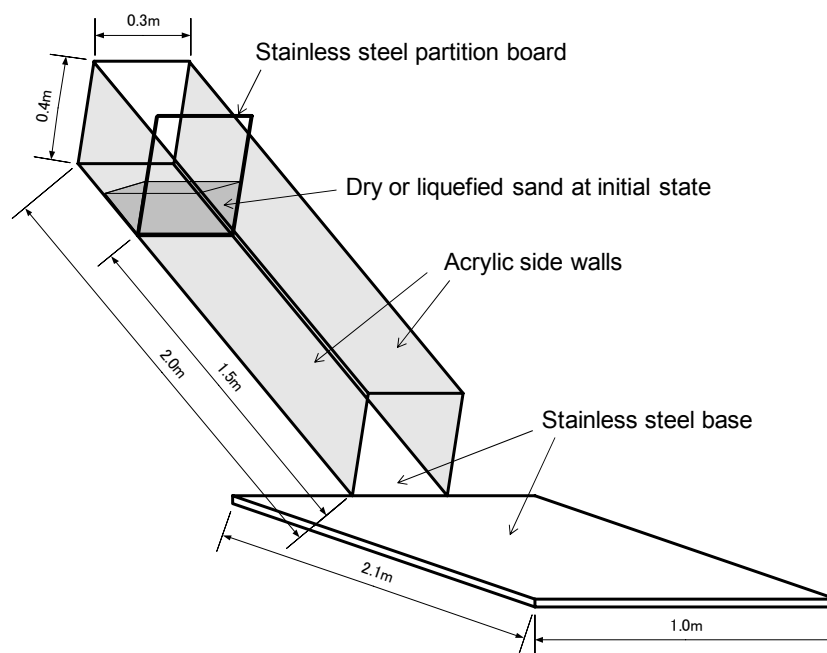


図 5.3.1.1 流動実験に用いた流路模型と地盤材料の概要

2) 乾燥砂を用いた流動実験

a) 流路模型と試料

図5.3.1.2に乾燥砂を用いた流動実験の状況（流動前，流路勾配30度）を示す。また，図 5.3.1.3に乾燥砂の初期状態を示す。前項で述べたように，乾燥砂はけい砂6号である。表 5.3.1.1に乾燥砂の物理試験結果を示す。この結果と，乾燥砂の体積が $6.0 \times 10^3 \text{cm}^3$ ，投入量が $9.3 \times 10^3 \text{g}$ であることから，初期状態での乾燥砂の相対密度は約60%である。

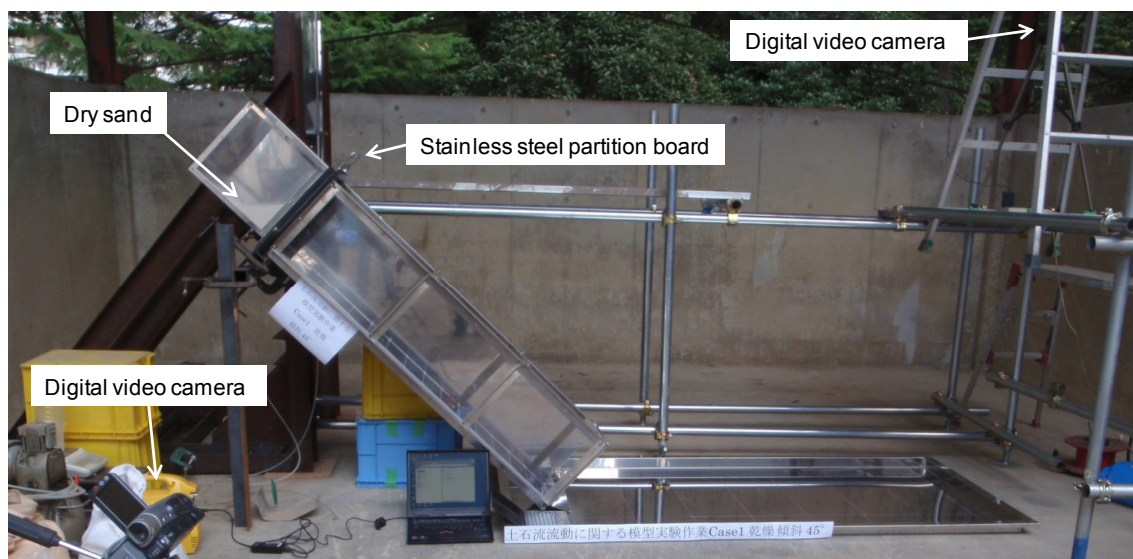
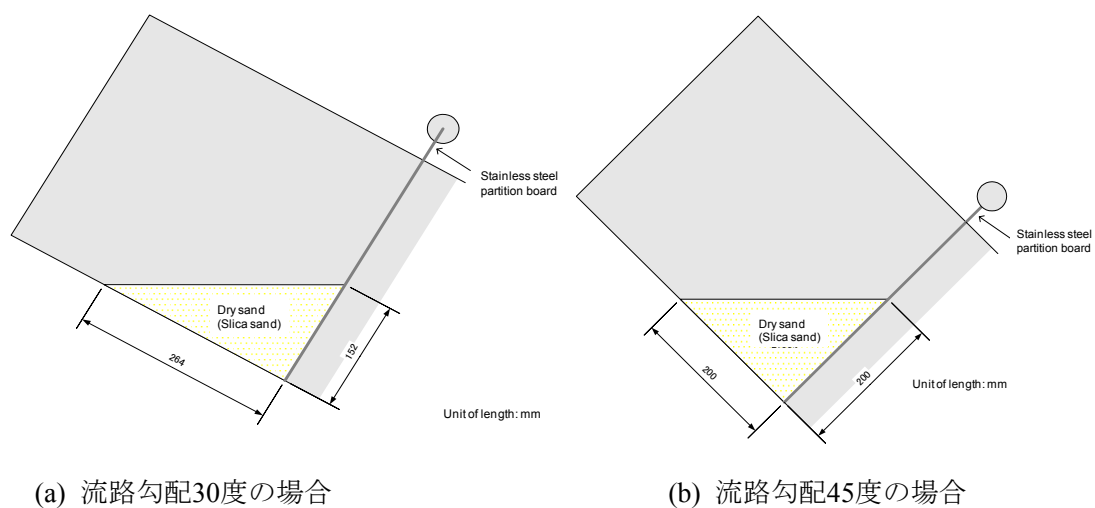


図5.3.1.2 流動実験に用いた流路模型と地盤材料の写真



(a) 流路勾配30度の場合

(b) 流路勾配45度の場合

図5.3.1.3 流動実験に用いた乾燥砂の初期状態

表5.3.1.1 乾燥砂の物理試験結果

土粒子の密度: ρ_s	2.644 g/cm ³
乾燥密度: ρ_d	1.543 g/cm ³
最大間隙比: e_{\max}	0.922
最小間隙比: e_{\min}	0.565

表5.3.1.2に乾燥砂を用いた三軸圧縮試験の試験条件一覧を示す。試験は「JGS0523 土の圧密排水（CD）三軸圧縮試験方法」に準拠し、側方圧力を一定に与えたまま、軸方向を変位制御で単調載荷（載荷速度：0.05%/min）し、試料の強度変形特性を確認した。なお、供試体作製については、気乾状態の試料を空中落下法により作製し、事前に検定調整した落下高さと落下孔数により相対密度管理を行った。また、飽和度については、B値を管理値とし、B値の測定については「土質試験の方法と解説（地盤工学会）」に準拠して実施した。

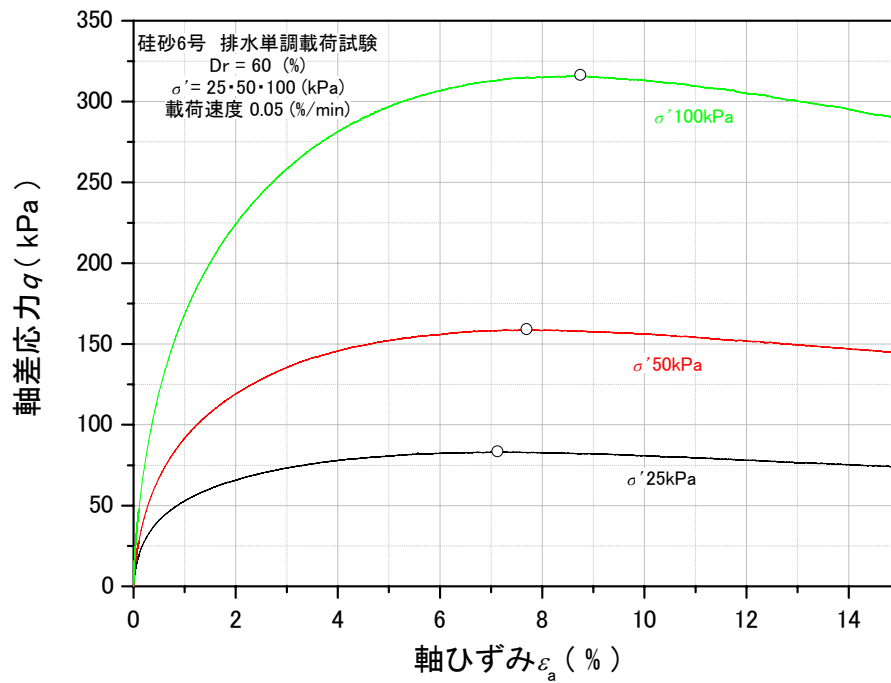
表5.3.1.2 乾燥砂の三軸圧縮試験の条件一覧（CD試験）

Case	試料	供試体寸法 (mm)	相対密度 Dr(%)	飽和度 B 値(%)	排水条件	拘束圧 (kN/m ²)	載荷速度 (%/min)
1	珪砂 6号	φ 50 × h100	60	98	排水	25	0.05
2						50	
3						100	

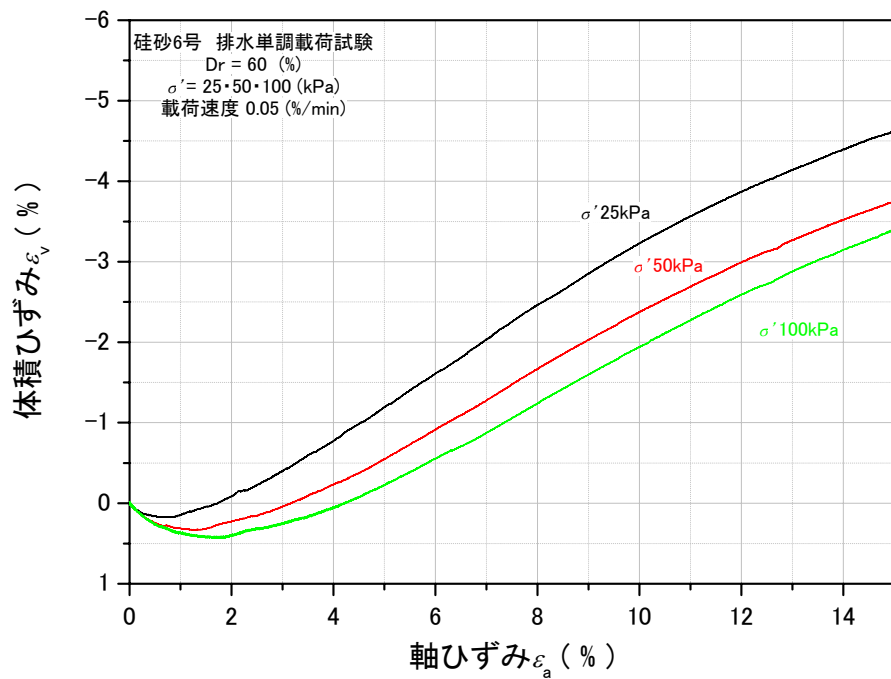
表5.3.1.3に三軸圧縮試験結果の一覧を示す。図5.3.1.4に軸差応力と軸ひずみの関係と体積ひずみと軸ひずみの関係、モール・クーロンの応力円を示す。これらの関係から、ピーク強度時の内部摩擦角は約37度、粘着力は0.1kPa、残留強度時（軸ひずみ15%時）の内部摩擦角は約35度、粘着力は0.0kPaであることが分かった。また、ダイレイタンシー特性としては、軸ひずみが2%未満の時は、負のダイレイタンシーが発生し、軸ひずみ2%以上の場合では、正のダイレイタンシーが発生し、軸ひずみの増加とともにダイレイタンシーがゼロに近づく挙動を確認できた。なお、軸ひずみについては15%まで、拘束圧については25kPa以上で行っているが、これは試験装置の性能上の限界のため、このような条件設定となった。

表5.3.1.3 乾燥砂の三軸圧縮試験結果一覧（CD試験）

Case	ピーク強度 peak (kN/m ²)	ピーク時の 軸ひずみ ε f(%)	残留強度 res (kN/m ²)	ピーク強度		残留強度	
				内部 摩擦角 φ (deg.)	粘着力 c (kN/m ²)	内部 摩擦角 φ (deg.)	粘着力 c (kN/m ²)
1	83.2	7.1	74.2	37.6	0.13	35.9	0.0
2	158.9	7.7	146.9				
3	316.1	8.8	289.5				

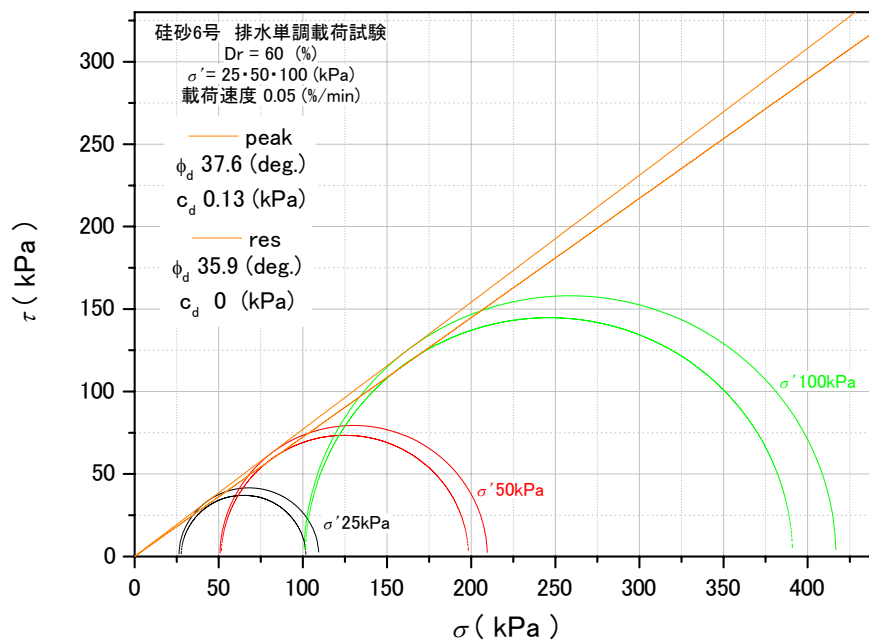


(a) 軸差応力と軸ひずみの関係



(b) 体積ひずみと軸ひずみの関係

図5.3.1.4 乾燥砂の三軸圧縮試験結果



(c) モール・クーロンの応力円

図5.3.1.4 乾燥砂の三軸圧縮試験結果（続き）

b) 流路勾配30度の場合の実験結果

ここでは、流路勾配30度の場合の実験結果について示す。図5.3.1.5にデジタルビデオカメラから得られた乾燥砂の流動状況と堆積状況を示す。また、図5.3.1.6にこれらの観察から得られた乾燥砂の最大流動距離履歴（流路上および平板上），最大流動幅履歴を示す。これらの結果から以下の点が分かる。

①流下速度は平均値として約2.5m/sである。これは時速9kmの流速であり、土石流の一般的に言われている流速，時速10～40kmより小さい。

②最大流動距離は約2.1mである。流下前の乾燥砂の高さが0.75mなので，等価摩擦係数は次式で計算される。

$$H/L = 0.75 / (1.50 \cos 30^\circ + 2.10 - 1.50) = 0.39 \quad \text{式 (5.3.1.1)}$$

摩擦角としては約21度である。

③最大流動幅（堆積幅）は約0.5mである。流路幅は0.3mであるので，堆積時に約0.2m乾燥砂が流下直角方向に広がった。

④はじめに流動砂の前面部分が平面部に堆積し，その後時間差を伴って，流動砂の背面部分が既に堆積した砂の上に覆いかぶさるようにして堆積する傾向がある。よって，堆積砂後部の方が深さが大きく，その大きさは約3.0cmである。

⑤堆積した砂の形状は中央が窪んだハート型の形状に近い。

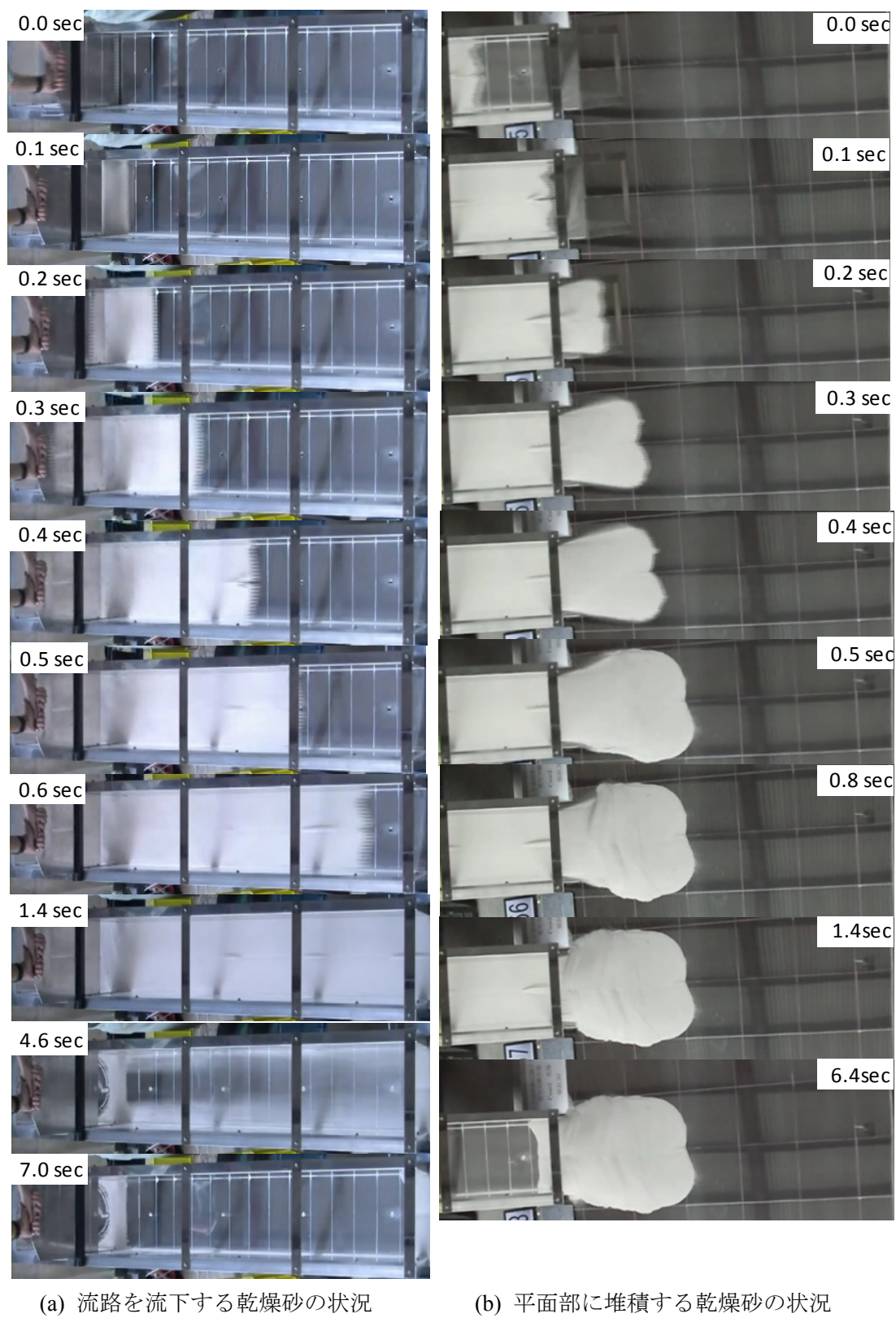


図5.3.1.5 乾燥砂の流動状況（流路勾配30度の場合）

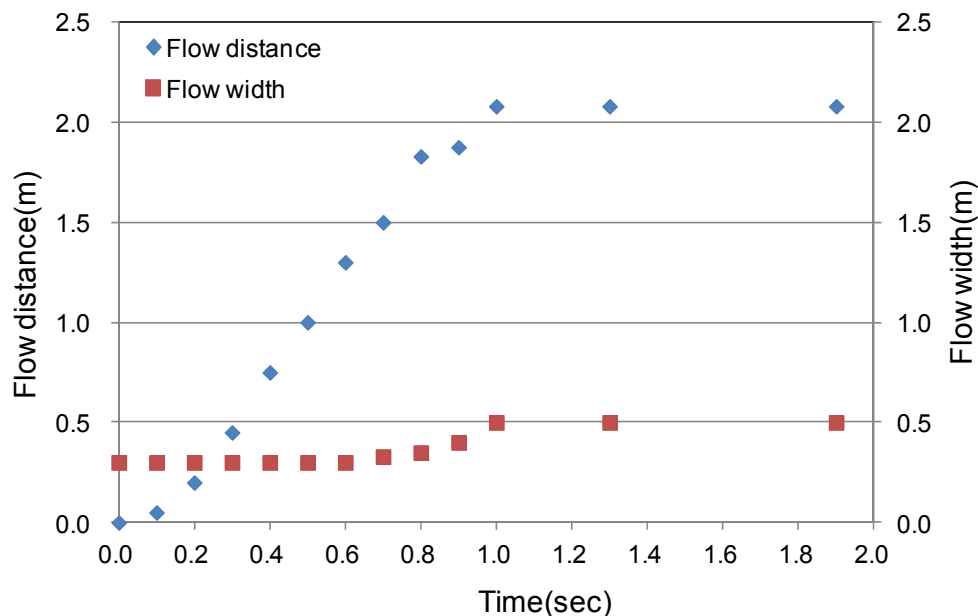


図5.3.1.6 最大流動距離履歴，最大流動幅履歴（流路勾配30度の場合）

b) 流路勾配45度の場合の実験結果

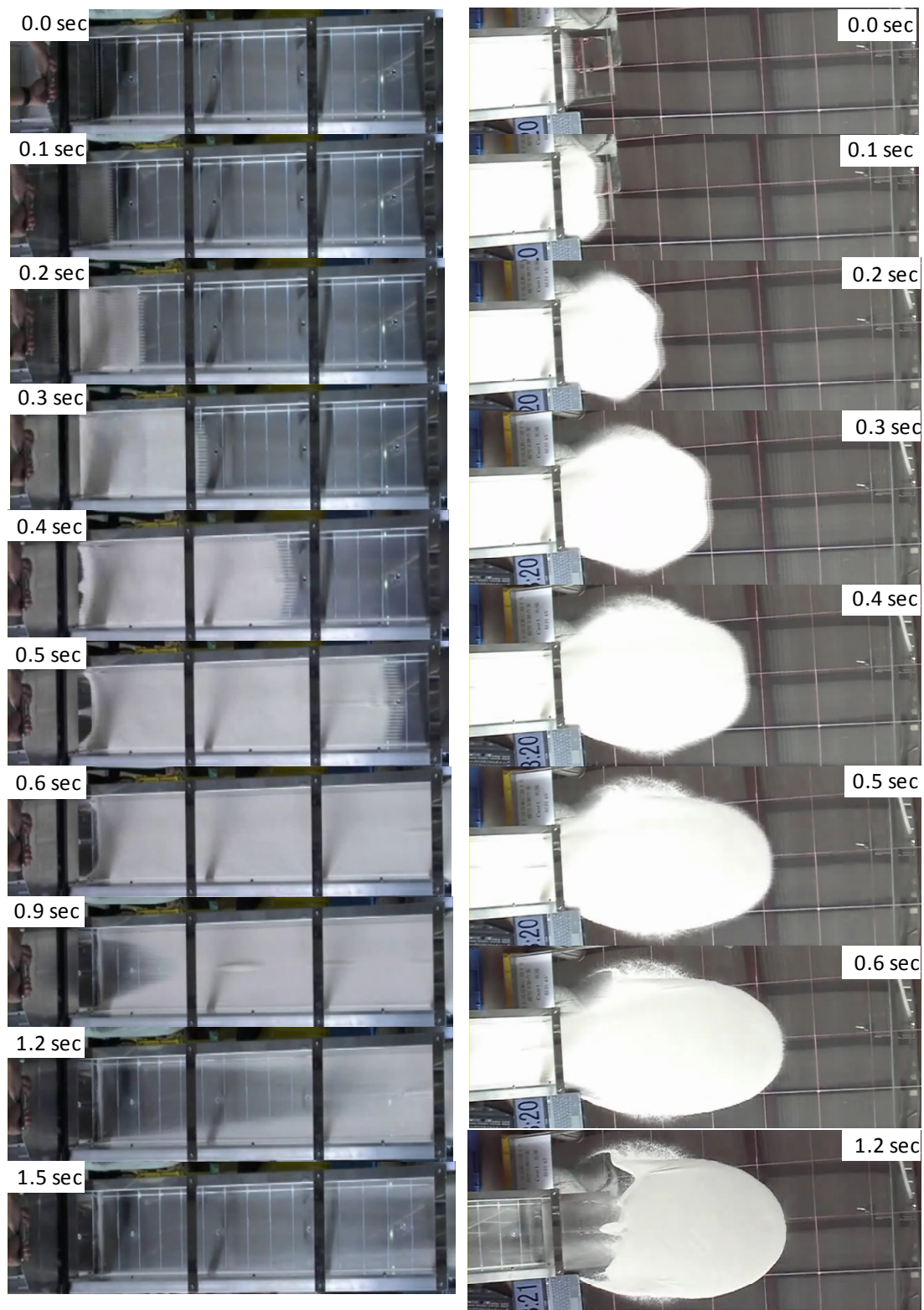
次に，流路勾配45度の場合の実験結果について示す。図5.3.1.7にデジタルビデオカメラから得られた乾燥砂の流動状況と堆積状況を示す。また，図5.3.1.8にこれらの観察から得られた乾燥砂の最大流動距離履歴（流路上および平板上），最大流動幅履歴を示す。これらの結果から以下の点が分かる。

- ①流下速度は平均値として約2.8m/sである。これは時速10kmの流速であり，土石流の一般的に言われている流速，時速10～40kmより比較的小さい。
- ②最大流動距離は約2.6mである。流下前の乾燥砂の高さが1.06mなので，等価摩擦係数は次式で計算される。

$$H/L = 1.06 / (1.50 \cos 45^\circ + 2.60 - 1.50) = 0.49 \quad \text{式 (5.3.1.1)}$$

摩擦角としては約26度である。

- ③最大流動幅（堆積幅）は約0.6mである。流路幅は0.3mであるので，堆積時に約0.3m乾燥砂が流下直角方向に広がった。
- ④流路勾配が30度の場合と異なり，全体的に乾燥砂が土塊となって，勾配変化点から少し離れた位置で一気に堆積する傾向がある。深さは全体的に均一で，その大きさは約1.0cmである。
- ⑤楕円状の形状になって，流路勾配が30度の場合よりも広がる傾向がある。



(a) 流路を流下する乾燥砂の状況

(b) 平面部に堆積する乾燥砂の状況

図5.3.1.7 乾燥砂の流動状況（流路勾配45度の場合）

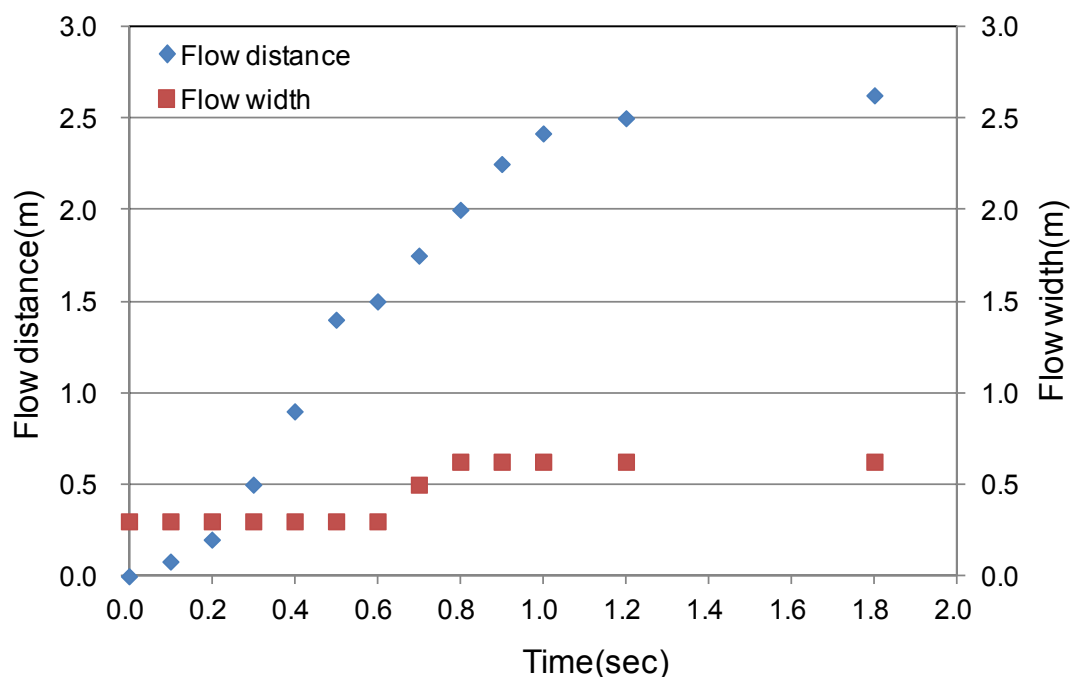


図5.3.1.8 最大流動距離履歴，最大流動幅履歴（流路勾配45度の場合）

2) 液状化砂を用いた流動実験

a) 流路模型と試料

流動実験の状況および液状化砂の初期状態は，乾燥砂を用いた場合と同様である（図5.3.1.2，図5.3.1.3参照）。ただし，試料にはファインサンドとけい砂6号の配合砂および水を混合攪拌したものを用いた。表5.3.1.4に試料配合表，表5.3.1.5に試料の物理試験結果を示す。この結果と試料の流動実験における初期状態の体積が $6.0 \times 10^3 \text{ cm}^3$ ，投入量が $9.3 \times 10^3 \text{ g}$ であることから，初期状態での配合砂の相対密度は約60%である。

表5.3.1.4 液状化砂の試料配合表

材料	硅砂6号	ファインサンド	水
重量比	5	5	3

表5.3.1.5 液状化砂の物理試験結果

土粒子の密度： ρ_s	2.650 g/cm^3
乾燥密度： ρ_d	1.543 g/cm^3
最大間隙比： e_{\max}	1.383
最小間隙比： e_{\min}	0.719

表5.3.1.2に試料を用いた三軸圧縮試験の試験条件一覧を示す。試験は「JGS0523 土の圧密排水（CD）三軸圧縮試験方法」に準拠し、側方圧力を一定に与えたまま、軸方向を変位制御で単調載荷（載荷速度：0.05%/min）し、試料の強度変形特性を確認した。なお、供試体作製については、気乾状態の試料を空中落下法により作製し、事前に検定調整した落下高さと落下孔数により相対密度管理を行った。また、飽和度については、B値を管理値とし、B値の測定については、「土質試験の方法と解説（地盤工学会）」に準拠して実施した。なお、相対密度については、当初、流動実験に合わせ60%に設定し行うものとした。しかしながら、過度に緩詰め状態となり試験の実施が不可能な状況となった。そこで、相対密度を試験実施可能な100%として行うものとした。なお、このときの乾燥密度は、けい砂の場合で相対密度が60%の時のものと同等である。

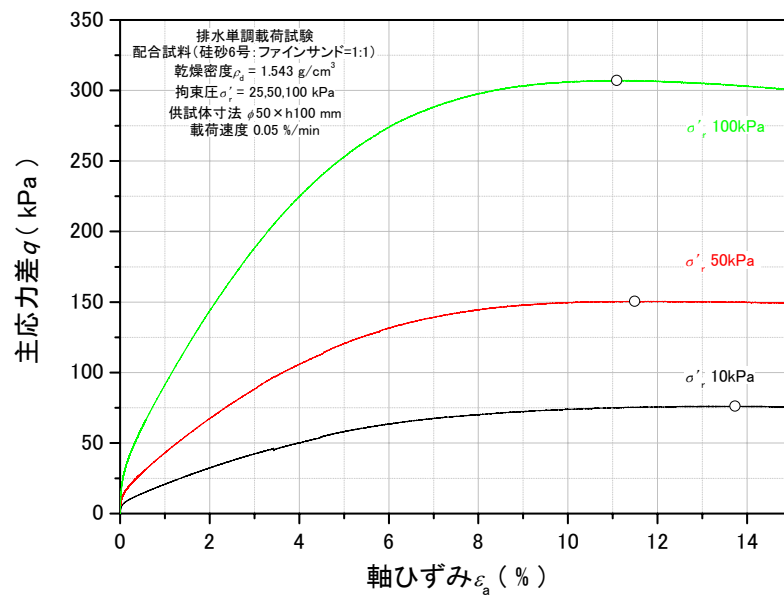
表5.3.1.6 液状化砂の三軸圧縮試験の条件一覧（CD試験）

Case	試料	供試体寸法 (mm)	相対密度 Dr(%)	飽和度 B 値(%)	排水条件	拘束圧 (kN/m ²)	載荷速度 (%/min)
1	配合砂	φ 50 × h100	100	95 以上	排水	25	0.05
2						50	
3						100	

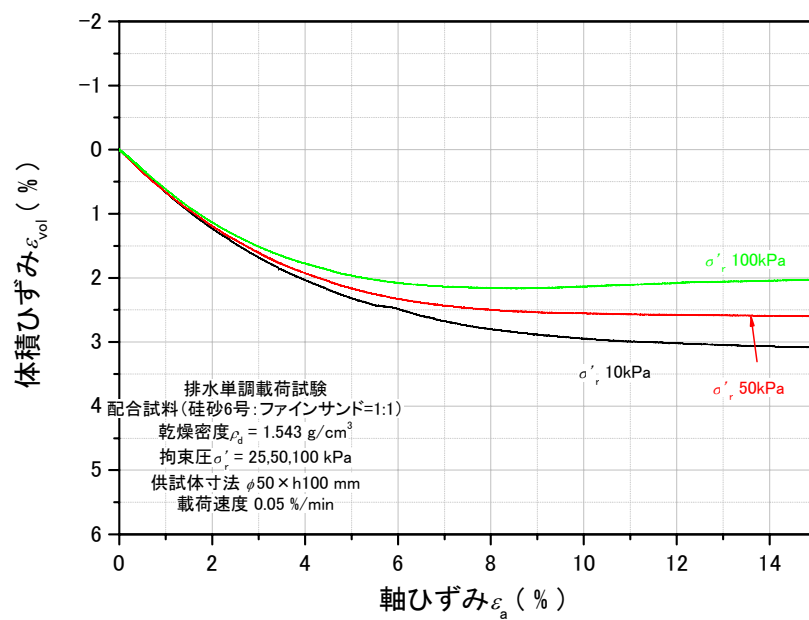
表5.3.1.7に三軸圧縮試験結果の一覧を示す。図5.3.1.9に軸差応力と軸ひずみの関係と体積ひずみと軸ひずみの関係、モール・クーロンの応力円を示す。これらの関係から、ピーク強度時、残留強度時ともに内部摩擦角は約37度、粘着力は0.0kPaであることが分かった。また、ダイレイタンシー特性としては、負のダイレイタンシーが発生し軸ひずみの増加とともにダイレイタンシーがゼロに近づく挙動を確認できた。なお、軸ひずみについては15%まで、拘束圧については10kPa以上で行っているが、これは試験装置の性能上の限界のため、このような条件設定とした。

表5.3.1.7 液状化砂の三軸圧縮試験結果一覧（CD試験）

Case	ピーク強度 peak (kN/m ²)	ピーク時の 軸ひずみ ε f(%)	残留強度 res (kN/m ²)	ピーク強度		残留強度	
				内部 摩擦角 φ (deg.)	粘着力 c (kN/m ²)	内部 摩擦角 φ (deg.)	粘着力 c (kN/m ²)
1	76.1	13.7	75.5	37.3	0.0	37.0	0.0
2	150.6	11.5	149.5				
3	307.2	11.1	301.9				

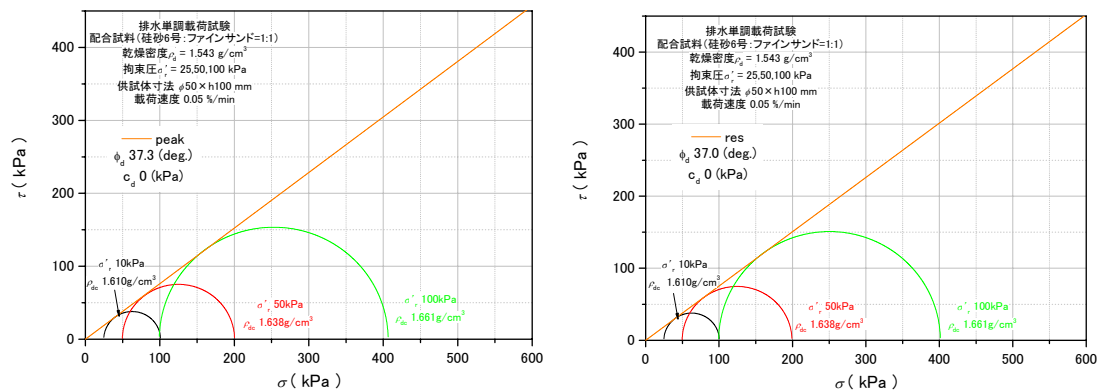


(a) 軸差応力と軸ひずみの関係



(b) 体積ひずみと軸ひずみの関係

図5.3.1.9 液状化砂の三軸圧縮試験結果



(c-1) ピーク強度時

(c-2) 残留強度時

(c) モール・クーロンの応力円

図5.3.1.9 液状化砂の三軸圧縮試験結果（続き）

b) 流路勾配30度の場合の実験結果

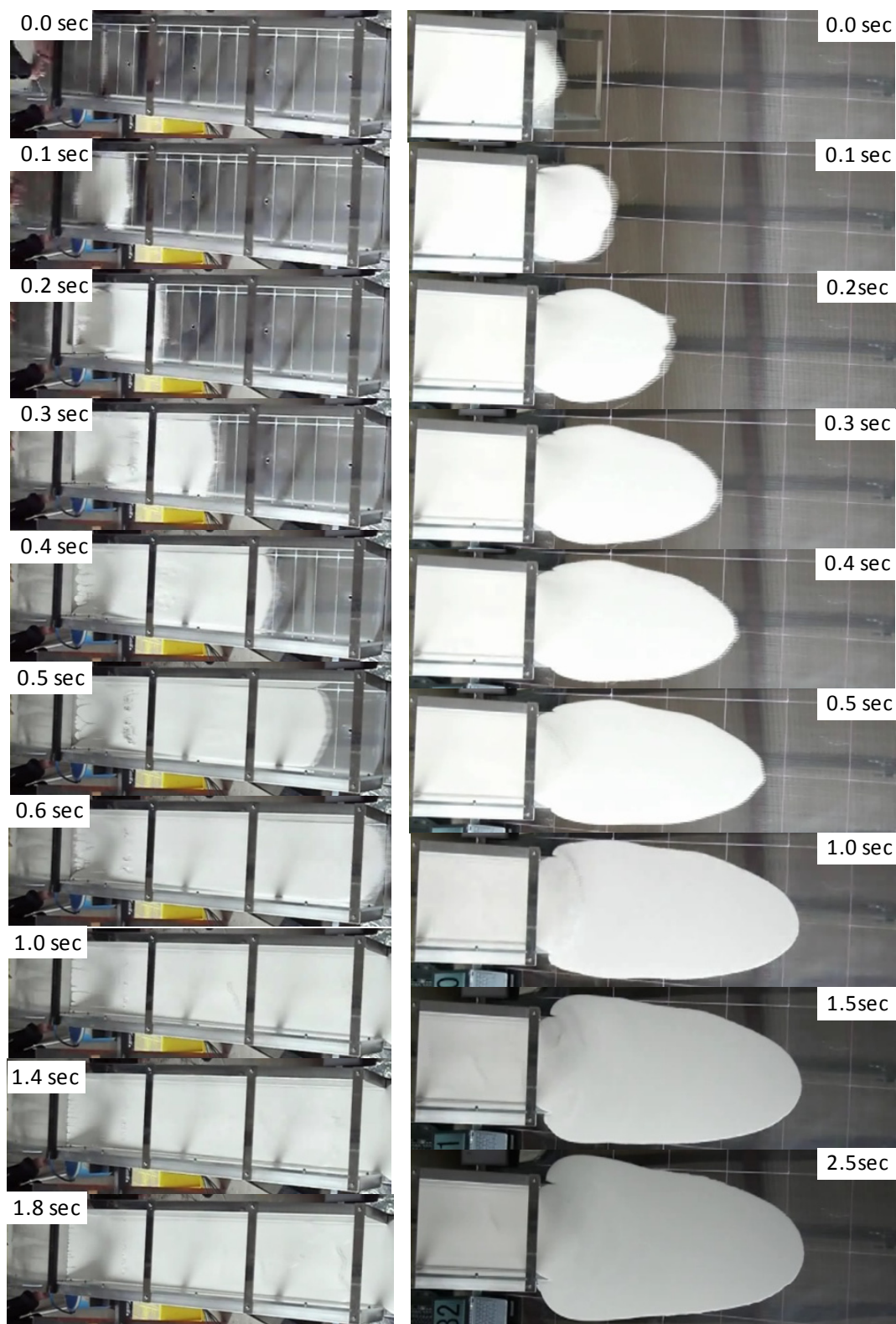
ここでは、流路勾配30度の場合の実験結果について示す。図5.3.1.10にデジタルビデオカメラから得られた液状化砂の流動状況と堆積状況を示す。また、図5.3.1.11にこれらの観察から得られた液状化砂の最大流動距離履歴（流路上および平板上）、最大流動幅履歴を示す。これらの結果から以下の点が分かる。

- ①流下速度は平均値として約2.7m/sである。これは時速9.7kmの流速であり、土石流の一般的に言われている流速、時速10～40kmより小さい。
- ②最大流動距離は約2.5mである。流下前の液状化砂の高さが0.75mなので、等価摩擦係数は次式で計算される。

$$H/L = 0.75 / (1.50 \cos 30^\circ + 2.50 - 1.50) = 0.32 \quad \text{式 (5.3.1.1)}$$

摩擦角としては約17度である。

- ③最大流動幅（堆積幅）は約0.4mである。流路幅は0.3mであるので、堆積時に約0.1m液状化砂が流下直角方向に広がった。
- ④はじめに液状化砂の前面部分が平面部に堆積し、深さが均一な状態で広がる。その後、後方より残りの液状化砂が流れ込み、堆積した流動砂と混合する。その際、流下方向に堆積した流動砂は広がらず、流下直角方向に広がる。
- ⑤堆積した砂の形状は、当初、楕円状であり、その後、残りの液状化砂が流れ込むにつれて堆積砂後方のみが流下直角方向に広がる。



(a) 流路を流下する液状化砂の状況

(b) 平面部に堆積する液状化砂の状況

図5.3.1.10 液状化砂の流動状況（流路勾配30度の場合）

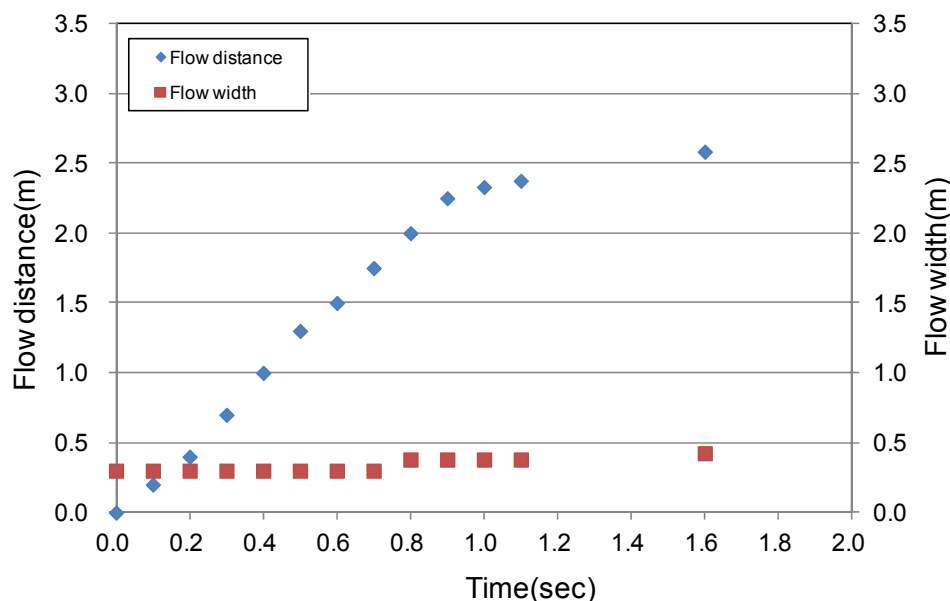


図5.3.1.11 最大流動距離履歴，最大流動幅履歴（流路勾配30度の場合）

b) 流路勾配45度の場合の実験結果

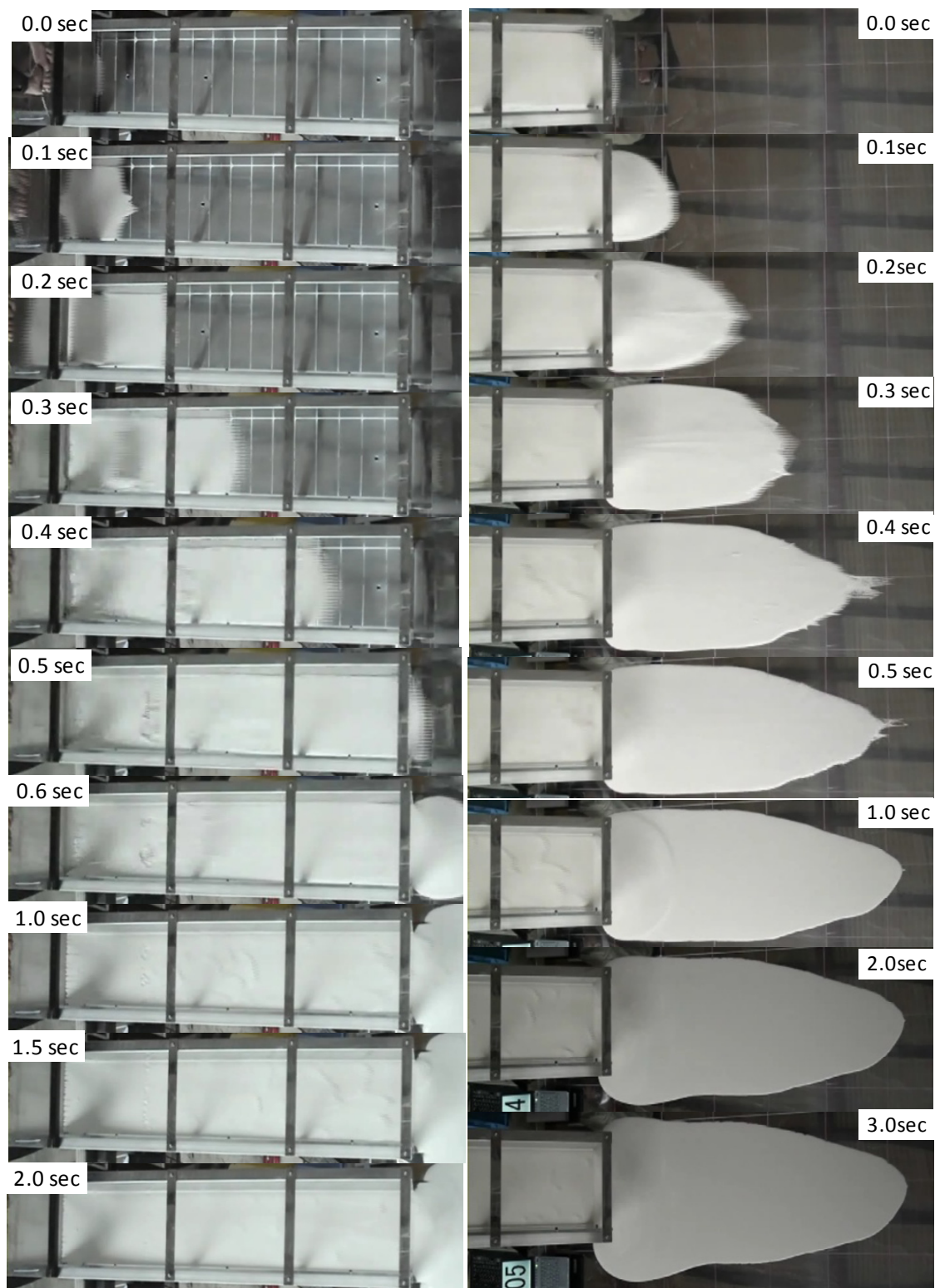
次に，流路勾配45度の場合の実験結果について示す。図5.3.1.12にデジタルビデオカメラから得られた液状化砂の流動状況と堆積状況を示す。また，図5.3.1.13にこれらの観察から得られた液状化砂の最大流動距離履歴（流路上および平板上），最大流動幅履歴を示す。これらの結果から以下の点が分かる。

- ①流下速度は平均値として約3.3m/sである。これは時速12kmの流速であり，土石流の一般的に言われている流速，時速10～40kmに比べ比較的小さい。
- ②最大流動距離は約2.875mである。流下前の液状化砂の高さが1.06mなので，等価摩擦係数は次式で計算される。

$$H/L = 1.06 / (1.50 \cos 45^\circ + 2.875 - 1.50) = 0.435 \quad \text{式 (5.3.1.1)}$$

摩擦角としては約23.5度である。

- ③最大流動幅（堆積幅）は約0.55mである。流路幅は0.3mであるので，堆積時に約0.25m液状化砂が流下直角方向に広がった。
- ④はじめに液状化砂の前面部分が平面部に堆積し，深さが均一な状態で広がる。その後，後方より残りの液状化砂が流れ込み，堆積した流動砂と混合する。その際，流下方向に堆積した流動砂は広がらず，流下直角方向に広がる。
- ⑤堆積した砂の形状は，当初，楕円状であり，その後，残りの液状化砂が流れ込むにつれて堆積砂後方のみが流下直角方向に広がる。



(a) 流路を流下する乾燥砂の状況

(b) 平面部に堆積する乾燥砂の状況

図5.3.1.12 液状化砂の流動状況（流路勾配45度の場合）

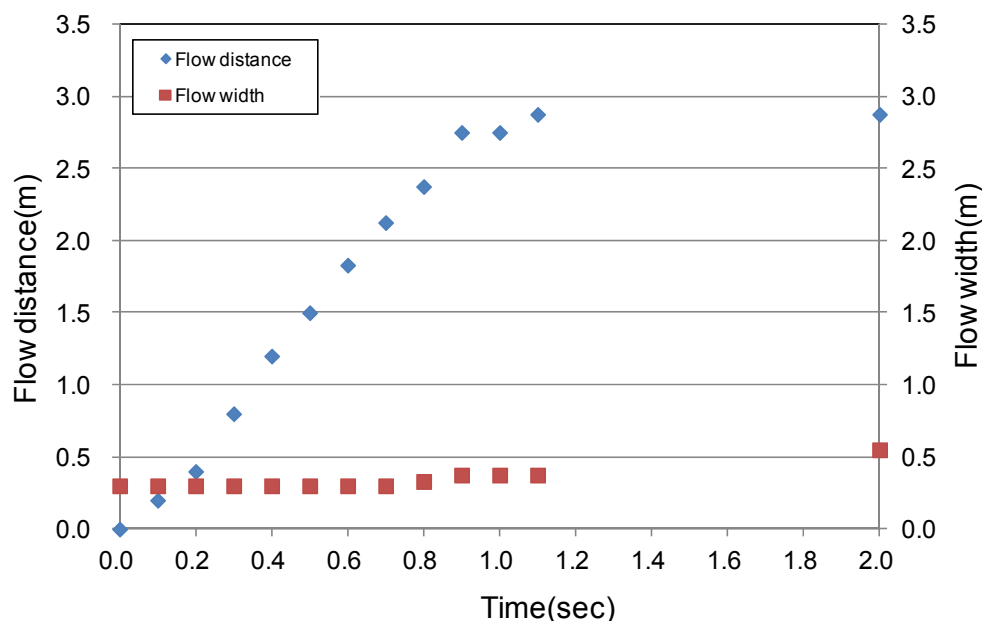


図5.3.1.13 最大流動距離履歴，最大流動幅履歴（流路勾配45度の場合）

3) 流動実験のまとめ

以上示した実験で見られた大きな特徴として，流路部での流下速度の違い，平坦部での砂の堆積形状・流下距離の違い，平坦部での砂の堆積までの過程の違い，が挙げられる。

流路部での流下速度の違いについては，流下速度の大きさとして，流路勾配 45 度の場合の液状化砂＞流路勾配 45 度の場合の乾燥砂＞流路勾配 30 度の場合の液状化砂＞流路勾配 30 度の場合の乾燥砂，という順になった。これは，流下速度に対しては流路勾配の影響が比較的大きいことを示している。

平坦部での砂の堆積形状・流動距離の違いについては，乾燥砂の場合は流路勾配の違いによる堆積形状，流下距離への影響が大きく現れたが，液状化砂の場合はそのような影響は大きく現れなかった。これは，乾燥砂と液状化砂の大きな違いであり，乾燥砂では，流路垂直方向の抗力に比例する底面摩擦力が支配的であるのに対し，液状化砂では，速度に比例した粘性による抵抗が支配的であったことが影響したためと考えられる。

平坦部での砂の堆積までの過程の違いについては，乾燥砂の場合では流路勾配の違いで大きな差が見られた。流路勾配 30 度の場合は，時間差を伴って先に堆積した砂を覆いかぶさるように残りの砂が堆積したのに対し，流路勾配 45 の場合では，砂が塊となって一気に平坦部に堆積した。一方，液状化砂の場合，流路勾配の違いで大きな差は見られず，両者とも一部の砂が遅れて平坦部に流れ込む挙動を示した。このような差が生じた原因としては，砂底面の抵抗力の発生機構の違い（クーロン摩擦力かニュートン流体力か）のみでなく，砂内部の内力の発生機構の違い（砂の変形に伴う砂内部でのせん断応力，圧縮応力の発生）も影響を与えていると考えられる。

5.3.2 乾燥砂と液状化砂を用いた流動実験の再現解析

ここでは、前節で示した乾燥砂と液状化砂を用いた流動実験の再現解析を行う。解析手法およびモデルとしては、前節で示した DAMPM に流動化率、流体モデルを適用した浅水流方程式に基づくモデルを用いた。乾燥砂に対しては、「3) 乾燥した地盤の流動に対する運動モデル」で示したモデルを用いた。よって、流動化率、流体モデルは考慮しない。液状化砂に対しては、「4) 土石流に対する運動モデル」で示したモデルを用いた。よって、流動化率、流体モデルともに考慮する。

ここで、上記のモデルを用いた場合に必要な解析パラメータは以下のものとなる。

- ① 砂の諸数値（ヤング係数，ポアソン比，粘着力，内部摩擦角，ダイレイタンシー角，密度，引張強度）
- ② 流路底面の摩擦係数
- ③ 流路側面の摩擦係数
- ④ 流体モデルに必要な解析パラメータ（粘性係数，間隙比， ζ ）
- ⑤ 流動化率

ヤング係数については、三軸圧縮試験結果から割線勾配として求めることができ、流動時においても除荷時の弾性域での勾配として一定とみなすことができると考えられる。ポアソン比も弾性域での挙動を支配するものであり同様にひずみの大きさに拘らず一定とみなせると考えられる。ダイレイタンシー角は大ひずみ時では一定ゼロ値とし、引張強度は砂質土としてゼロとみなすことができると考えられる。

一方、内部摩擦角については、流動時ではひずみが非常に大きい大変形領域にあるため、三軸圧縮試験から得られるピーク強度時または残留強度時での値とは異なる値を有すると考えられる。また、流路底面・側面の摩擦係数についても、砂の状態によって変化することが考えられ適切な値を設定することが難しい。さらに、液状化砂においては、流体モデル、流動化率についても別途決定する必要がある。

以上を踏まえ、内部摩擦角、流路底面・側面の摩擦係数、流体モデル、流動化率を変化させたパラメトリックスタディを行い、砂の流動および堆積形状、堆積過程に対してそれらの解析パラメータが与える影響について検討を行うものとした。

1) 乾燥砂を用いた流動実験の再現解析

a) 解析モデル

表 5.3.2.1 に解析に用いたパラメータを、図 5.3.2.1 に解析に用いた構成則から得られた応力ひずみ関係と実験試料の三軸試験結果を示す。なお、図中に示した応力ひずみ関係は、内部摩擦角にピーク強度時の値を用いたものである。この関係よりヤング係数を決定しその値は表 5.3.2.1 に示す値となった。底面摩擦角、側面摩擦角および内部摩擦角については、パラメトリックスタディを行い決定するものとした。

表 5.3.2.1 再現解析に用いた解析パラメータ

底面摩擦角	パラメトリックスタディにより決定
側面摩擦角	
内部摩擦角	
乾燥密度	1,543 (kg/m ³)
ヤング係数	5.0×10^3 (kPa)
ポアソン比	0.30
ダイレイタンシー角	0.0 (deg)
引張強度	0.0 (kPa)
粒子数	6,397 (流路勾配 30 度の場合)
	5,670 (流路勾配 45 度の場合)
格子長	0.01 (m)
時間間隔	3.0×10^{-6} (sec)

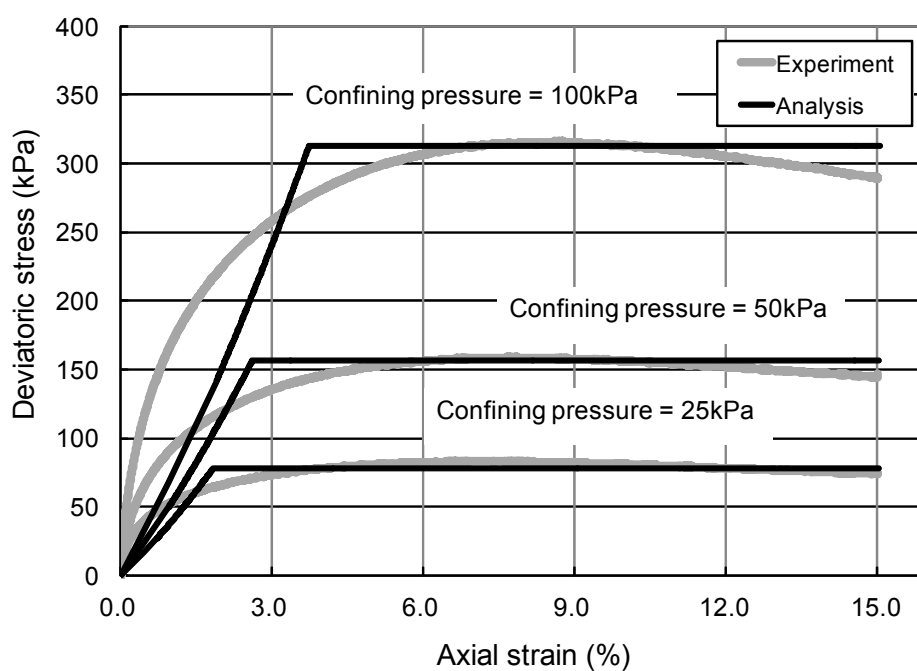


図 5.3.2.1 解析における応力ひずみ関係と実験試料の三軸試験結果

b) 再現解析結果

内部摩擦角，底面・側面の摩擦角を変えてパラメトリックスタディを行った。内部摩擦角については，5 度，10 度，37.6 度（三軸圧縮試験結果でのピーク時強度）の 3 パターンについて，底面摩擦角については，18 度（摩擦係数：0.33），21 度（摩擦係数：0.40）の 2 パターンについて，側面摩擦角については，0 度，9 度（摩擦係数：0.165）および 18 度（摩擦係数：0.33）の 3 パターンについて検討を行った。表 5.3.2.2 にこれらのパラメータの組み合わせを示す。ケース数は 12 ケースである。

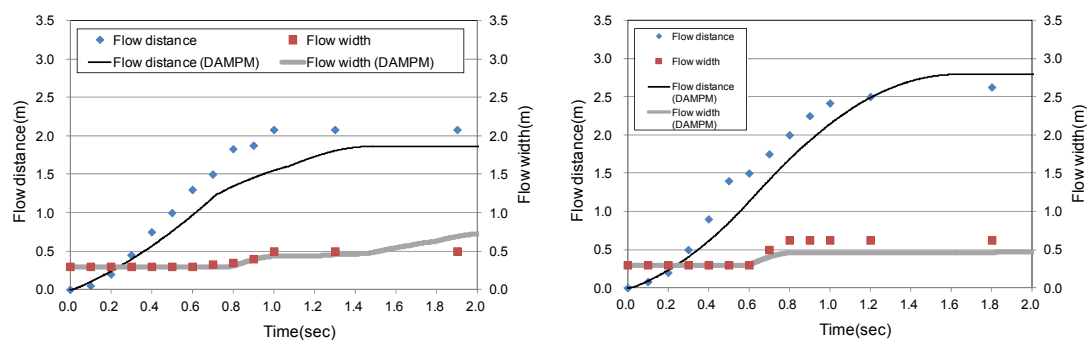
図 5.3.2.2～図 5.3.2.4 に流動砂先端の流下距離および流下直角方向への最大流動幅の履歴を示す。結果として，実験結果に近いパラメータの組み合わせは，内部摩擦角 5 度または 10 度，底面摩擦角 18 度，側面摩擦角 0 度の場合であった。流路勾配 45 度での最終到達距離も考慮すると，内部摩擦角 10 度の場合の方が実験結果に近い結果であると考えられる。

図 5.3.2.5，図 5.3.2.6 に内部摩擦角 10 度，底面摩擦角 18 度，側面摩擦角 0 度の場合の解析結果を示す。実験で見られた，流路勾配 30 度の場合で流路端部において土塊が堆積する挙動，流路勾配 45 度の場合で土塊全体が流路端部から離れて堆積する挙動を表現できた。

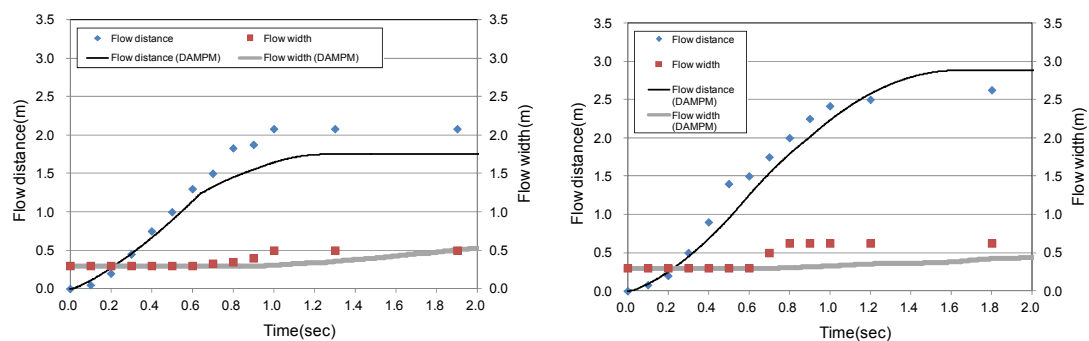
なお，流下距離履歴については，側面摩擦角が 9 度または 18 度の場合の方が側面摩擦角 0 度の場合より，特に流下初期において実験結果に近い結果が得られている。このことから，流下初期においては側面摩擦角の影響が大きく，その後平面部に堆積する際にはその影響が小さくなることが考えられる。現行のモデルでは，側面摩擦をクーロン摩擦としてモデル化しており，このような摩擦力の変化に関するモデル化は行っていないため，実験結果と差が生じたと考えられる。

表 5.3.2.2 再現解析におけるパラメータの組み合わせ

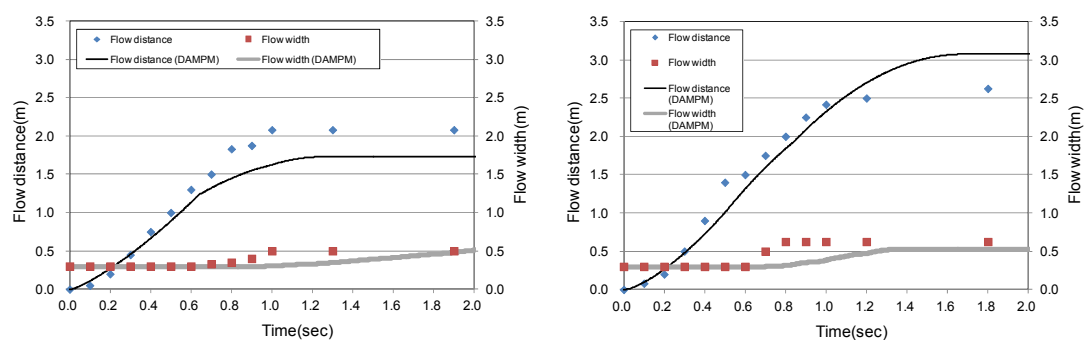
ケース No.	内部摩擦角 (deg)	底面摩擦角 (deg)	側面摩擦角 (deg)
1	5.0	18.0	0.0
2			18.0
3			21.0
4		21.0	0.0
5	10.0	18.0	0.0
6			18.0
7			21.0
8		21.0	0.0
9	37.6	18.0	0.0
10			18.0
11			21.0
12		21.0	0.0



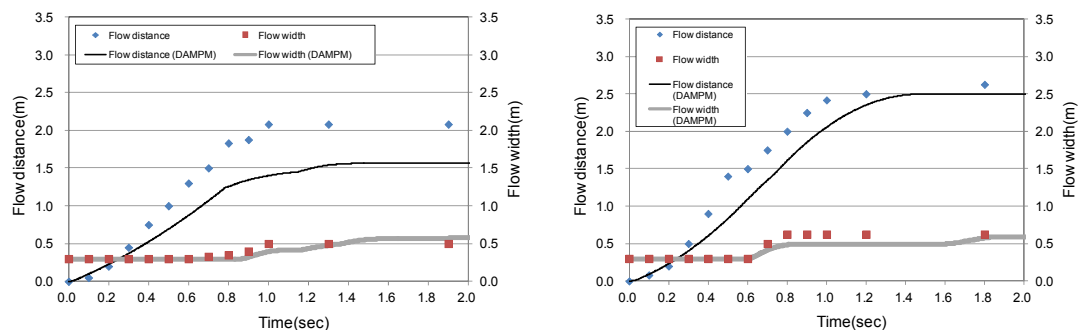
(a) 底面摩擦角 18 度, 側面摩擦角 0 度



(b) 底面摩擦角 18 度, 側面摩擦角 9 度

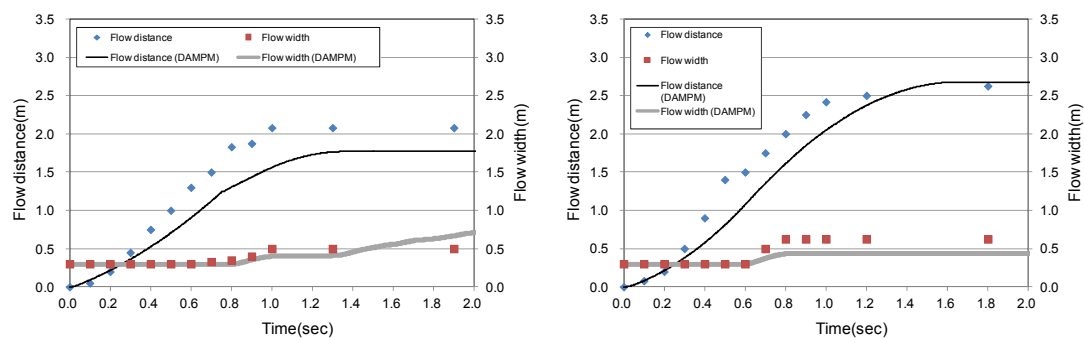


(c) 底面摩擦角 18 度, 側面摩擦角 18 度

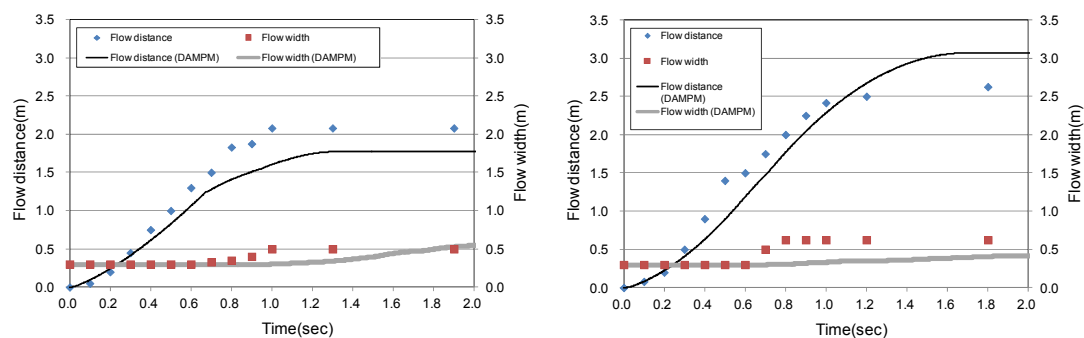


(d) 底面摩擦角 21 度, 側面摩擦角 0 度

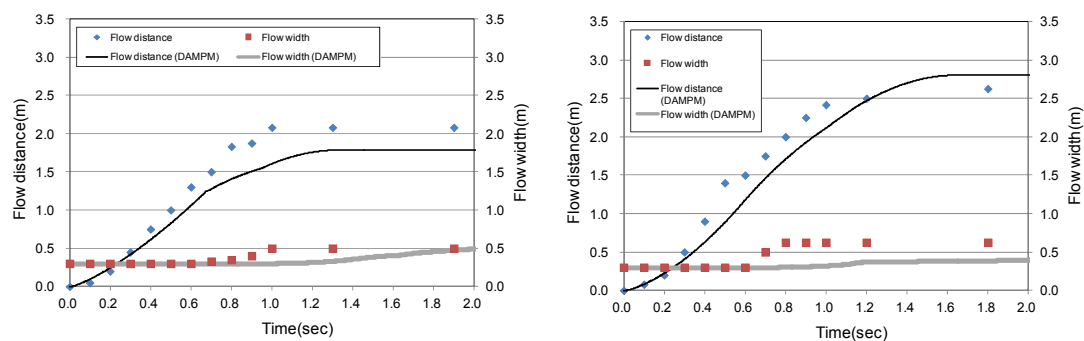
図 5.3.2.2 流動砂の流下距離, 最大流動幅履歴 (内部摩擦角 5 度, 左図: 流路勾配 30 度, 右図: 流路勾配 45 度)



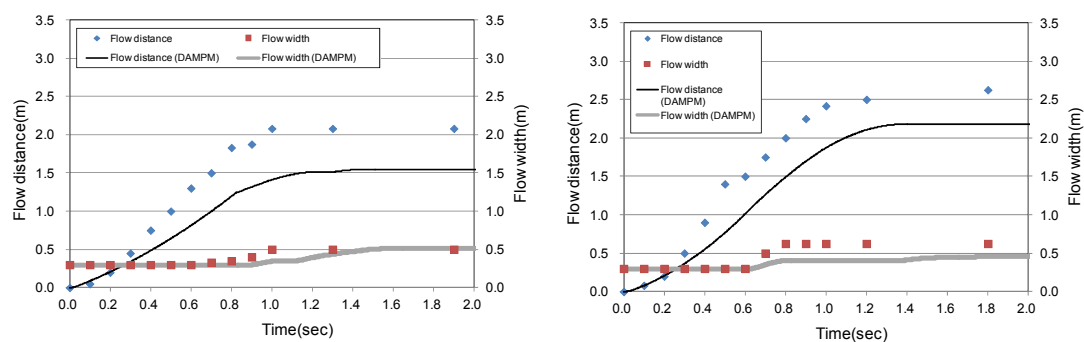
(a) 底面摩擦角 18 度, 側面摩擦角 0 度



(b) 底面摩擦角 18 度, 側面摩擦角 9 度

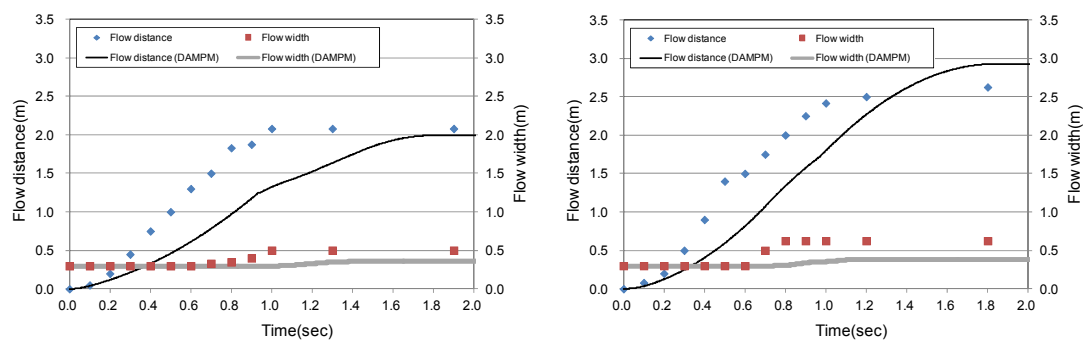


(c) 底面摩擦角 18 度, 側面摩擦角 18 度

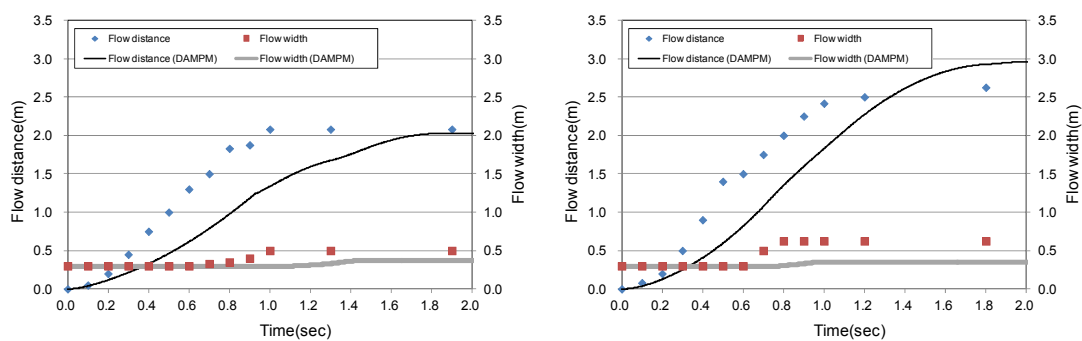


(d) 底面摩擦角 21 度, 側面摩擦角 0 度

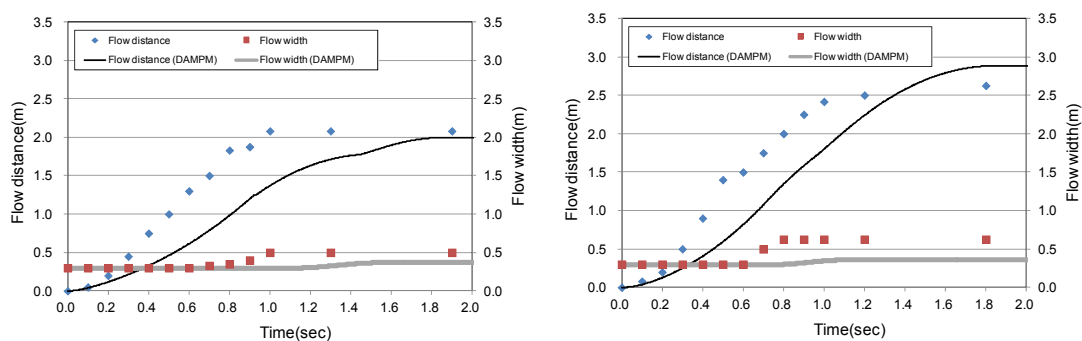
図 5.3.2.3 流動砂の流下距離, 最大流動幅履歴 (内部摩擦角 10 度, 左図: 流路勾配 30 度, 右図: 流路勾配 45 度)



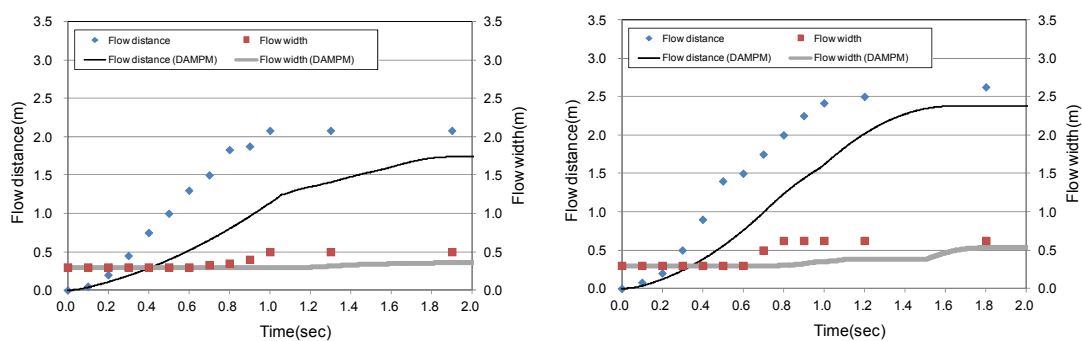
(a) 底面摩擦角 18 度，側面摩擦角 0 度



(b) 底面摩擦角 18 度，側面摩擦角 9 度



(c) 底面摩擦角 18 度，側面摩擦角 18 度



(d) 底面摩擦角 21 度，側面摩擦角 0 度

図 5.3.2.4 流動砂の流下距離，最大流動幅履歴（内部摩擦角 37.6 度，左図：流路勾配 30 度，右図：流路勾配 45 度）

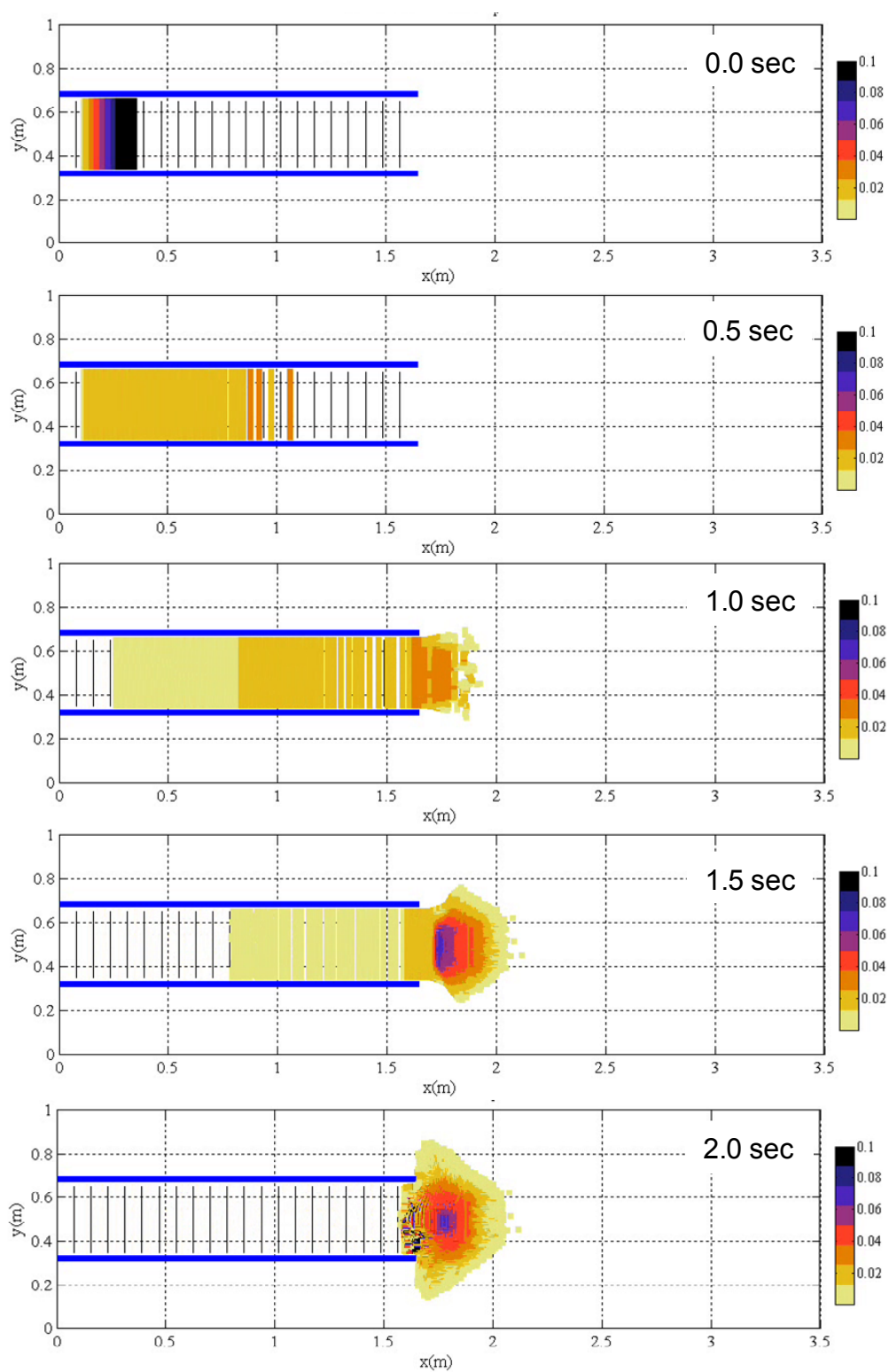


図 5.3.2.5 再現解析結果（流路勾配 30 度，内部摩擦角 10 度，底面摩擦角 18 度，側面摩擦角 0 度）

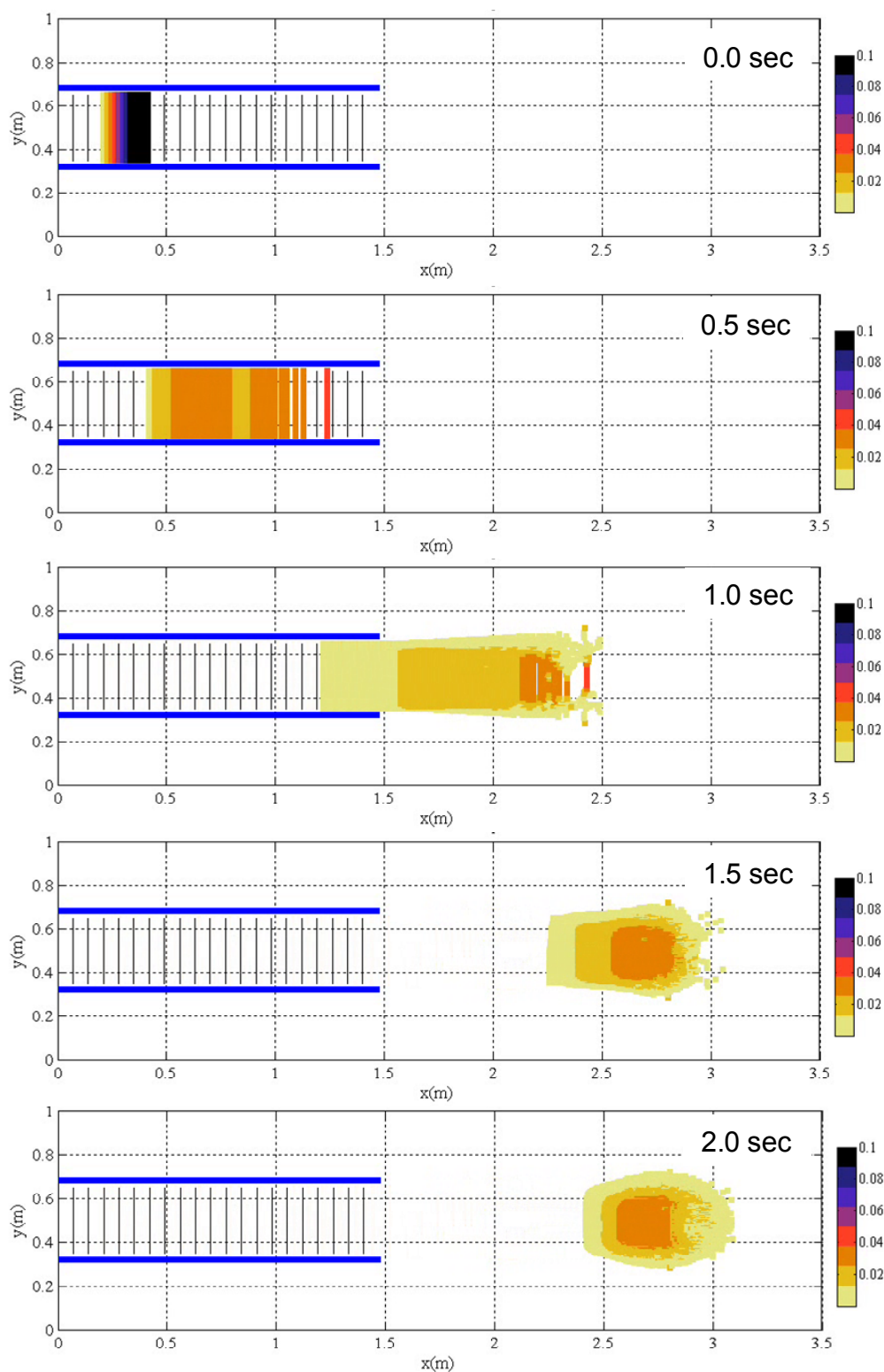


图 5.3.2.6 再現解析結果（流路勾配 45 度，内部摩擦角 10 度，底面摩擦角 18 度，側面摩擦角 0 度）

c) 考察とまとめ

再現解析の結果より以下の点が考えられる。

- ①実験結果と良好な一致を得るためには、内部摩擦角を三軸圧縮試験より得られた結果より小さくする必要があった。その値としては、ピーク強度時の内部摩擦角 37.6 度に対し、約 26% の 10 度であった。流動中の砂は非常に乱された状態であり、実際にも内部摩擦角の低下が考えられ、この点を解析においても定性的に表現していると考えられる。
- ②実験結果と良好な一致を得た場合の底面摩擦角は 18 度であった。この値は上述した等価摩擦係数から得られた摩擦角 21～26 度に比べ若干小さい値である。このことは、実際の土砂流動でも等価摩擦係数を基に底面摩擦角を推定することの有効性を示唆する一方で、実際の等価摩擦係数より可能な限り小さい値を底面摩擦角として用いる方が適切であることも示唆していると考えられる。
- ③側面摩擦角の影響については、最終的な流下距離、最大流動幅に対してはその影響は比較的小さいと考えられる。

2) 液状化砂を用いた流動実験の再現解析

a) 解析モデル

液状化砂についても乾燥砂と同様に再現解析を行うものとした。表 5.3.2.3 に解析に用いたパラメータを、図 5.3.2.7 に解析に用いた構成則から得られた応力ひずみ関係と実験試料の三軸圧縮試験結果を示す。なお、図中に示した応力ひずみ関係は、内部摩擦角にピーク強度時の値を用いたものである。この関係よりヤング係数を決定しその値は表 5.3.2.3 に示す値となった。底面摩擦角、側面摩擦角については、有効応力下では乾燥砂と大きく変わらないと想定し、それぞれ 18 度、0 度とした。内部摩擦角については、乾燥砂の場合で実験結果と良好な一致が見られた 10 度とピーク強度時の値である 37.3 度を用いた。

流体モデルについては、実験試料が 50% 粒径 11.8 μm であるファインサンドを重量比で 50% 含むことから、細粒分が多い地盤とみなしニュートン流体によりモデル化を行うものとした。その際必要な解析パラメータは、間隙率、粘性係数、流動化率である。

間隙率については、最大・最小間隙比および相対密度を用いて次式により求めた。

$$e = e_{\max} - \frac{D_r}{100}(e_{\max} - e_{\min}) \quad (5.3.2.1)$$

$e_{\max}=1.383$, $e_{\min}=0.719$, $D_r=60\%$ を代入すると $e=0.98$, 間隙率 0.50, $e_{\max}=1.383$, $e_{\min}=0.719$, $D_r=100\%$ を代入すると $e=0.72$, 間隙率 0.40 となる。初期状態では $D_r=60\%$ を想定しているので、間隙率 0.50 を用いるものとした。その際、飽和密度は土粒子密度を用いて 1,970 (kg/cm^3) である。流動化率については、パラメトリックスタディにより決定するものとした。その大きさとしては、0.1, 0.25, 0.5, 0.9 として、これら 4 ケースに対し検討を行った。

粘性係数については、Kawakami et al. (1996) による液状化した豊浦砂を用いた粘度計による粘性係数計測試験結果 (図 5.3.2.8) を参照し決定した。Kawakami et al. (1996) によれば、

相対密度 20～50%の範囲で、粘性係数はせん断速度と反比例関係にあり、せん断速度が 100 (1/sec) の場合、粘性係数は 0.1～1.0 (Pa・sec) になることが示されている。本試験では、約 1.0sec で深さ 1.0cm 程度を保ちながら 1.0m 程度流下しており、そのせん断速度は単純に計算して 100(1/sec)程度になる。そこで、本研究では粘性係数として 0.14(Pa・sec)を用いるものとした。

なお、濱田（2005）は、液状化砂の粘性係数には拘束圧依存性があり、拘束圧が大きいほど粘性係数が増加すること指摘している。そして、流動中の砂粒子間の接触による抵抗の発生がその理由として示している。よって、本実験のように土砂深さが小さいものであればこの影響は小さいと考えられるが、実際の土石流のように土砂深さが大きい場合は拘束圧も大きくなり粘性係数も増加することが考えられる。しかしながら、その詳細は明確になっておらず研究途上である。そこで、本研究では、粘性係数に対して安全側の評価になることも含めて、粘性係数に対する拘束圧の影響を無視するものとした。今後、この影響について詳細を検討する必要がある。

表 5.3.2.3 再現解析に用いた解析パラメータ

底面摩擦角	18.0 (deg)
側面摩擦角	0.0 (deg)
内部摩擦角	10.0 , 37.3 (deg)
流動化率	0.10, 0.25, 0.50, 0.90
飽和密度	1,970 (kg/m ³)
ヤング係数	2.5×10^3 (kPa)
ポアソン比	0.30
ダイレイタンシー角	0.0 (deg)
引張強度	0.0 (kPa)
間隙率	0.50
粘性係数	0.14(Pa・sec)
粒子数	6,397 (流路勾配 30 度の場合)
	5,670 (流路勾配 45 度の場合)
格子長	0.01 (m)
時間間隔	3.0×10^{-6} (sec)

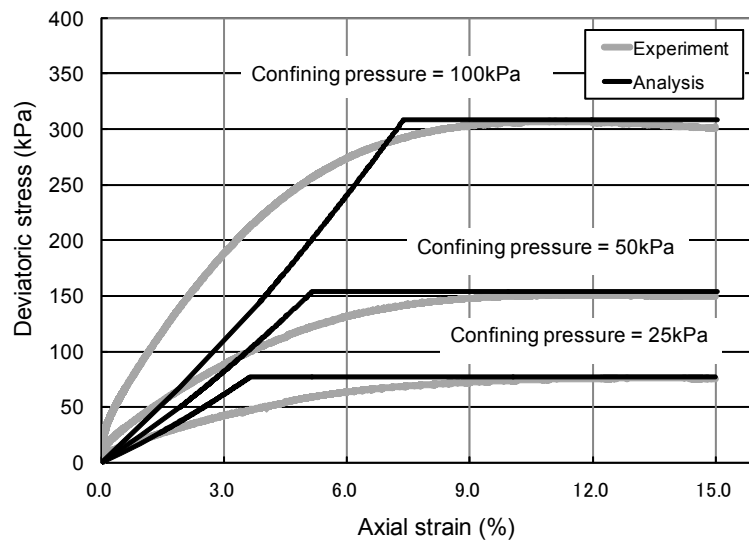


図 5.3.2.7 解析における応力ひずみ関係と実験試料の三軸試験結果

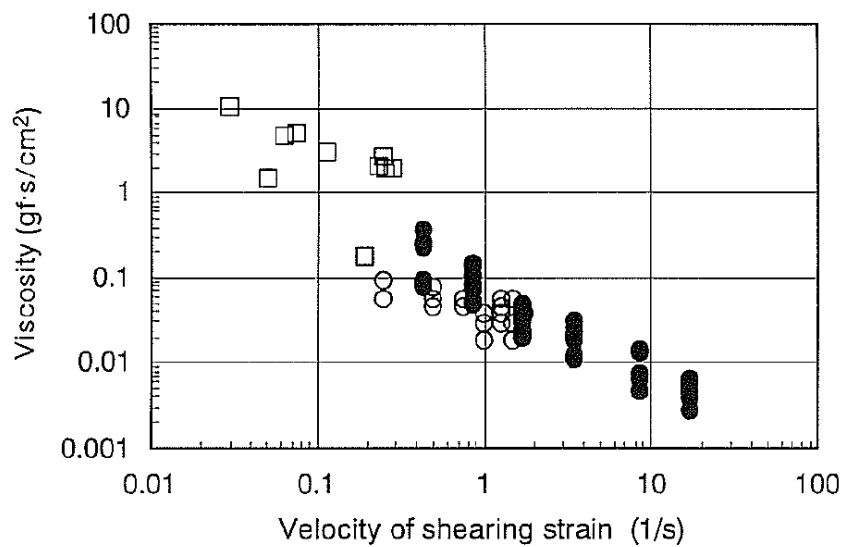


図 5.3.2.8 粘性係数とせん断ひずみ速度の関係 (Kawakami et al. (1996)から引用)

b) 再現解析結果

内部摩擦角，流動化率を変えてパラメトリックスタディを行った。内部摩擦角については 10 度，37.3 度（三軸圧縮試験結果でのピーク強度時強度）の 2 パターンについて，流動化率については，0.1，0.25，0.5，0.9 の 4 パターンについて検討を行った。表 5.3.2.4 にこれらのパラメータの組み合わせを示す。ケース数は 8 ケースである。

表 5.3.2.4 再現解析におけるパラメータの組み合わせ

ケース No.	内部摩擦角 (deg)	流動化率
1	10	0.10
2		0.25
3		0.50
4		0.90
5	37.3	0.10
6		0.25
7		0.50
8		0.90

図 5.3.2.9，図 5.3.2.10 に流動砂先端の最大流下距離および流下直角方向への流動幅の履歴を示す。また，図 5.3.2.11，図 5.3.2.12 に内部摩擦角 10 度，流動化率 0.50 の場合の解析結果を示す。実験結果に近い堆積形状を得られていることが分かる。結果として，実験結果に近いパラメータの組み合わせは，内部摩擦角 10 度，37.3 度の場合ともに，流動化率 0.25，0.50 の場合であった。最大流下距離のみ着目すれば，流路勾配 30 度の場合は，内部摩擦角 10 度，流動化率 0.50（解析ケース 3）の場合が最も実験結果に近く，流路勾配 45 度の場合は，内部摩擦角 10 度，流動化率 0.25（解析ケース 2）の場合が最も実験結果に近い結果となった。一方，流下直角方向への流動幅に対する精度も考慮すると，内部摩擦角の大きさに拘らず流動化率 0.25 の場合の方が総合的に精度良好である。以上から，液状化砂の場合においては，内部摩擦角の大きさに拘らず流動化率を 0.25～0.50 とすることで実験結果に近い結果を得ることができることが分かった。乾燥砂の場合では，内部摩擦角の大きさが大きな影響を及ぼした一方で，液状化砂の場合ではその影響があまり見られない理由として，乾燥砂の場合の大ひずみ領域では実験的に未解明な不連続体的挙動のモデル化が必要であるが，液状化砂の場合では，流体的な挙動が支配的となり内部摩擦角の影響が小さくなったためと考えられる。しかしながら，液状化砂の場合でも，内部摩擦角の影響は全くゼロとは言えず，内部摩擦角 10 度の方が実験結果と良好な一致を示している。以上から，高速長距離土砂流動や土石流の運動のモデル化に関しては，内部摩擦角として，三軸圧縮試験から得られるピーク強度時の値を適切に低減させた値を用い，適当な流体モデルおよび流動化率を設定することで，それらの様相を再現できることが考えられる。

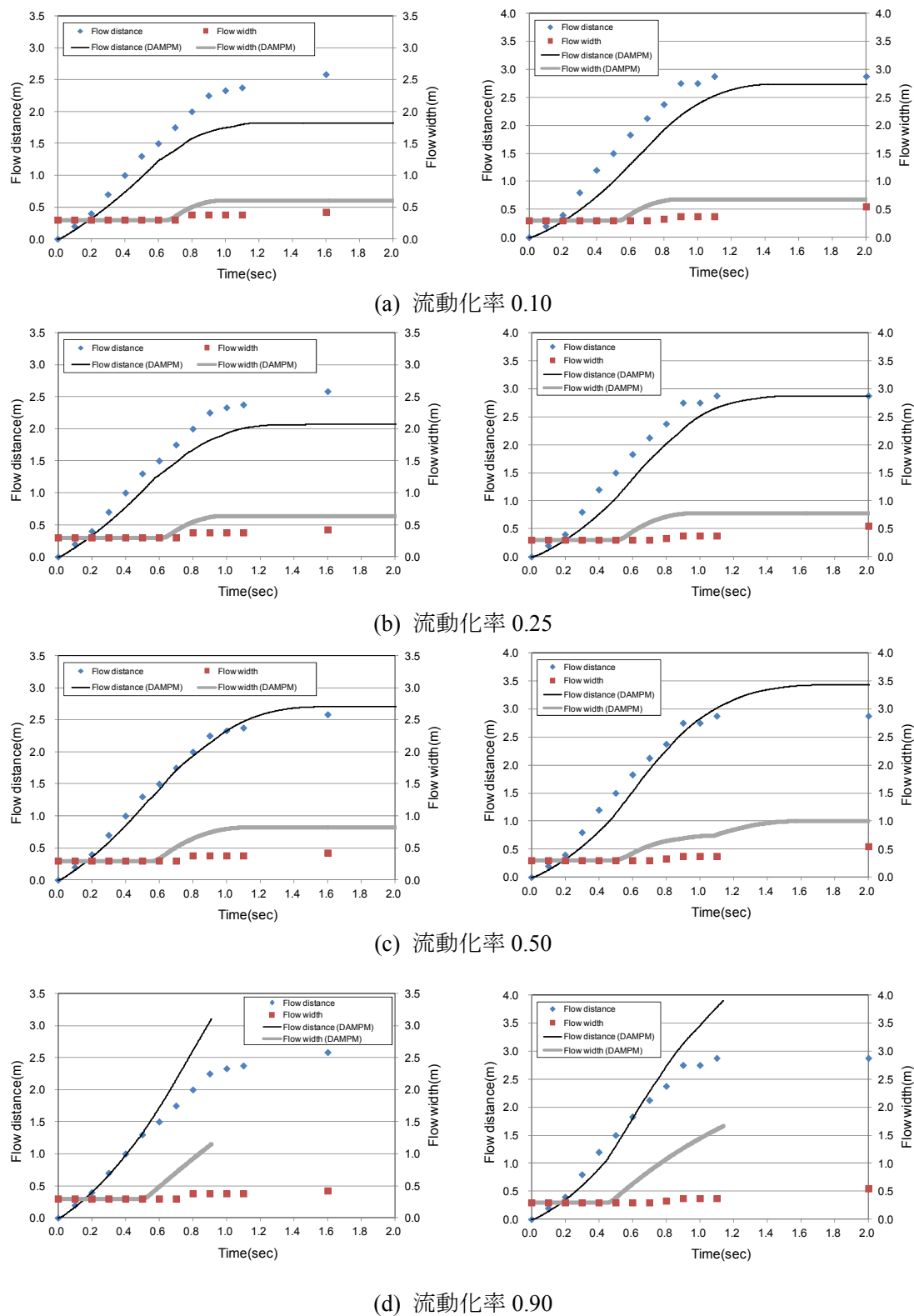


図 5.3.2.9 流動砂の流動距離，流動幅履歴（内部摩擦角 10 度，左図：流路勾配 30 度，右図：流路勾配 45 度）

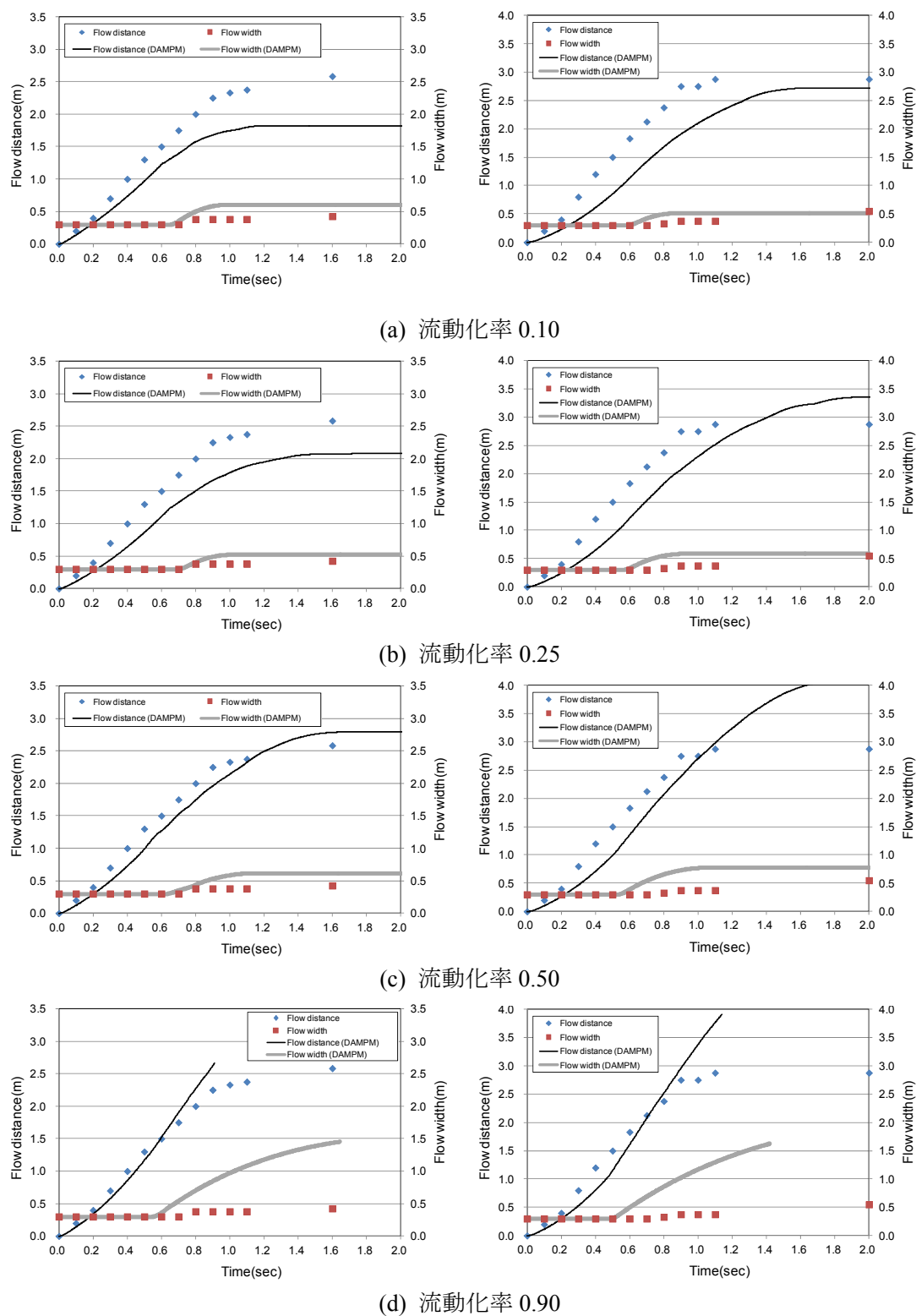


図 5.3.2.10 流動砂の流動距離，流動幅履歴（内部摩擦角 37.3 度，左図：流路勾配 30 度，右図：流路勾配 45 度）

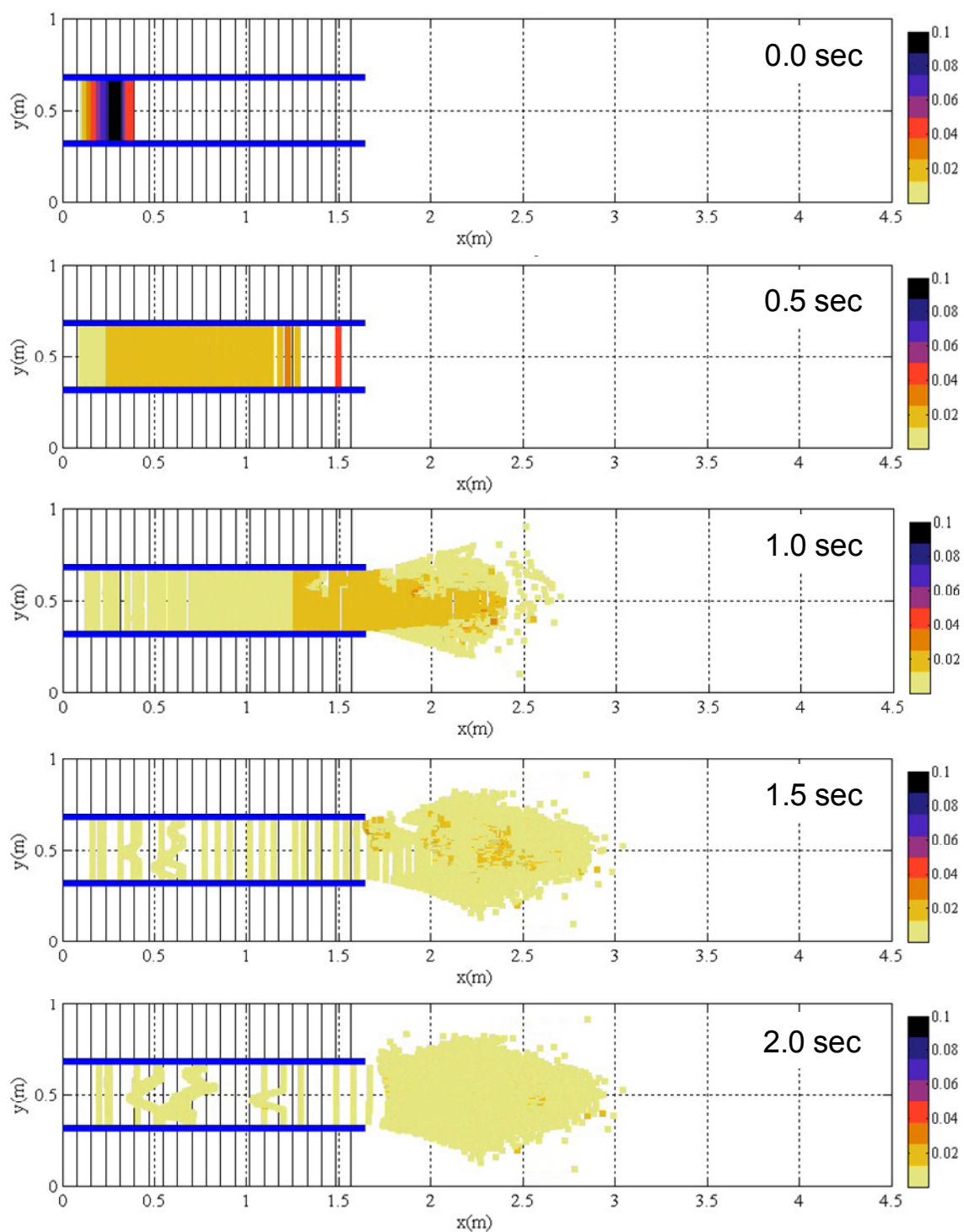


図 5.3.2.11 再現解析結果（流路勾配 30 度，内部摩擦角 10 度，流動化率 0.50）

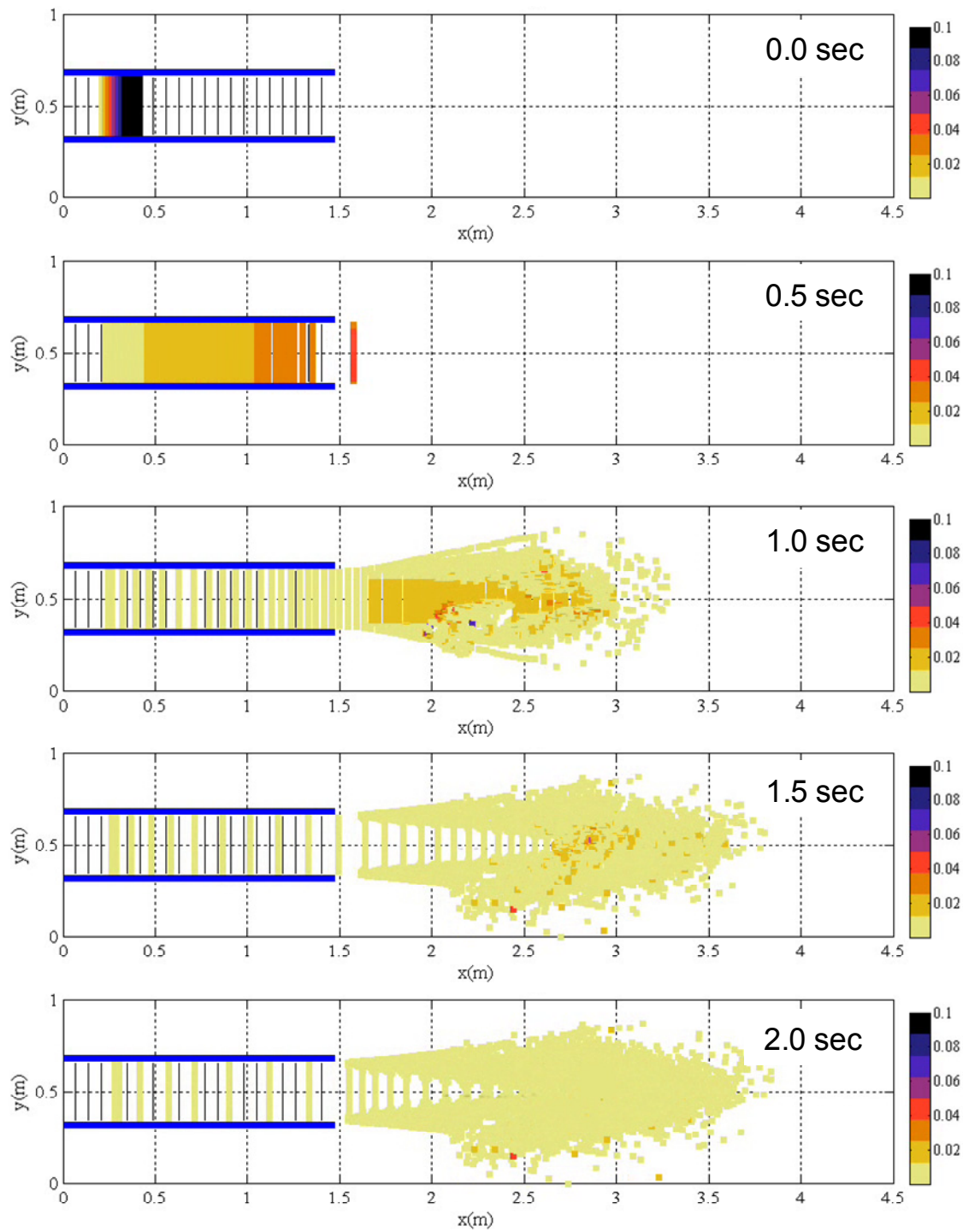


図 5.3.2.12 再現解析結果（流路勾配 45 度，内部摩擦角 10 度，流動化率 0.50）

c) 考察とまとめ

再現解析結果より，以下の点が考えられる。

- ①液状化砂の場合においては，内部摩擦角の大きさに拘らず流動化率を 0.25～0.50 とすることで実験結果に近い結果を得ることができることが分かった。流動化率がこのような値になった原因としては，完全液状化砂とはいえ，特に流動前，堆積後では固相での有効応力が大きく発現していると考えられ，この点が流下時の運動機構に影響したためと考えられる。
- ②乾燥砂の場合では，内部摩擦角の大きさが大きな影響を及ぼした一方で，液状化砂の場合ではその影響は比較的小さかった。その理由としては，乾燥砂の場合では，大ひずみ領域では実験的に未解明な不連続体的挙動のモデル化が必要であるが，液状化砂の場合では，流体的な挙動が支配的となり内部摩擦角の影響が小さくなったためと考えられる。
- ③高速長距離土砂流動や土石流の運動のモデル化に関しては，内部摩擦角として，三軸圧縮試験から得られるピーク強度時の値を低減させた値を用い，適当な流体モデルおよび流動化率を設定することで，それらの様相を再現できることが考えられる。

5.4 高速長距離土砂流動，土石流のシミュレーション

以上の乾燥砂および液状化砂の再現解析により得られた知見を生かして，提案モデルによる高速長距離土砂流動，土石流のシミュレーションを行った。解析対象としては，高速長距離土砂流動として有名な 2003 年三陸南地震における築館の地すべりと，1978 年発生した信越本線妙高高原・関山間の土石流である。

5.4.1 三陸南地震における築館の高速長距離土砂流動

1) 高速長距離土砂流動の概要

2003 年三陸南地震において，宮城県北部の築館地区にある盛土内で滑りが生じ谷筋に沿って土砂が流下する現象が発生した。当該崩壊による死者はなかったが，土砂災害防止法対象外の非常に緩い勾配であったにも拘らず，土砂の流動性が大きく広範囲に土砂が堆積する結果となった。図 5.4.1.1 に斜面崩壊現場の全景，図 5.4.1.2 に崩壊形状を示す。源頭部の滑落崖から斜面のり先までの距離は約 100m で土砂先端部までは 180m であり平均勾配は 6～7 度である。また，Konagai et al. (2003) は，図 5.4.1.2 中の Point 1 における泥の飛沫と竹林等の移動距離から，土砂中央部の最大速さは 6～7m/s であると見積もっている。このように，地すべり，斜面崩壊から流動化に発展し，高速で長距離流動する現象を佐々ら (2002) によれば「高速長距離土砂流動」という。源頭部で発生した土塊が流動化し，高速で長距離に流動するという意味では，土石流も高速長距離土砂流動の一種である。ただし，築館地区の地すべりは，標高も斜面勾配も大きくない盛土で発生したという意味で，

一般的な土石流とは異なる様相を有している。

風間ら（2006）は、上記のように標高が低く斜面勾配が小さいにも拘らず流動化した原因として、盛土を構成していた火山灰質砂質土にあると考え、築館地区の崩壊現場から採取した試料に対し、電子顕微鏡による観察、保水性試験、非排気非排水条件下での繰返しせん断試験を行った。その結果、現地の盛土を構成していた火山灰質砂質土の特徴として、土粒子表面には凹凸が多く多孔質であること、非火山灰質の砂質土に比べ高い保水性を有すること、火山灰質砂質土の場合、飽和度 75%程度の不飽和土でも緩い土粒子骨格構造を持てば、飽和砂質土と同様な液状化現象が生じうること示した。以上の結果から、標高、斜面勾配が大きくないにも拘らず高速長距離土砂流動の様相となった理由として、不飽和火山灰質砂質土が地震によって液状化し、それが高速かつ長距離に流動したことを示している。以上を考慮すると、築館地区の高速長距離土砂流動の運動をシミュレーションする上では、地形の影響に加え、地すべり土塊が地震および変形に伴い液状化したこと、その液状化した土塊が土砂となって流動したことを適切に表現、モデル化する必要がある。前者の土塊の液状化については、風間ら（2006）の結果から、地震時に液状化した可能性が大きい。よって、地震によりほぼ液状化した土砂が流動する様子をモデル化することが、当該地すべりの運動をシミュレーションする上で重要であると考えられる。



図 5.4.1.1 斜面崩壊現場の全景（佐々木克夫氏 PPG 空撮）

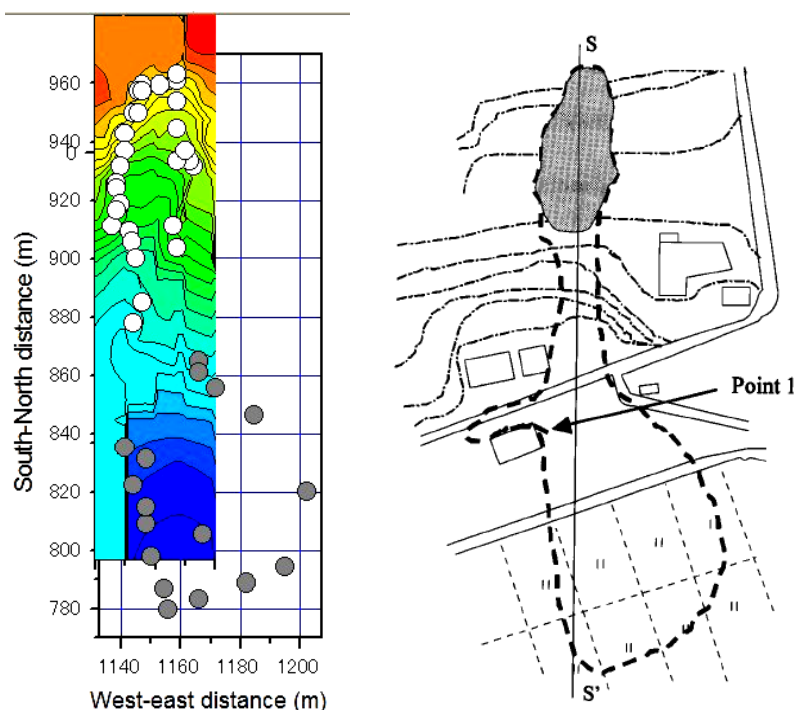


図 5.4.1.2 築館地区の高速長距離流動の崩壊形状（左図：Konagai et al (2003)から引用，右図：Moriguchi et al (2005)から引用）

2) 高速長距離土砂流動のシミュレーション

a) 解析モデル

前項で示したように，高速長距離土砂流動を適切にシミュレーションするためには，地震後の液状化の影響を考慮する必要があると考えられる。図 5.2.1.2 中の分類で言えば，流動中の挙動は完全液状化土石流に近いと考えられ，流動化率は 1.0 に近いと考えられる。しかしながら，前節での液状化砂の流動実験の再現解析結果を考慮すると，流動化率として 0.25～0.5 の方が適切な可能性もある。また，流体モデルとしては，非ニュートン流体とニュートン流体が考えられるが，風間ら(2006)によれば，現地試料の粒径 0.1mm 以下の細粒分率は約 40%であり，これは一般的な粘性土よりも高い細粒分率である。よって，流体モデルとしてはニュートン流体の方が適切である可能性が大きい。実際，Moriguchi et al. (2005) は，ビンガム流体モデル（モール・クーロンの降伏基準以上でのみニュートン流体による粘性応力が発揮できるモデル）を用いて，築館地区の高速長距離土砂流動を良好にシミュレーションしている。以上を踏まえ，流動化率は 0.5 と 0.9 の 2 パターン，流体モデルはニュートン流体または非ニュートン流体モデルの 2 パターンでシミュレーションを行い，それらの感度について検討するものとした。

表 5.4.1.1 にシミュレーションに用いた解析パラメータを示す。底面摩擦力は，現地の試料を用いたリングせん断試験結果（Fukuoka et al, 2004）を参照し 7.5 度とした。ただし，

この底面摩擦角は、底面での液状化の影響も含んだ値である。すなわち、次式で計算される値である。

$$\phi_a = \tan^{-1}\{(1-\lambda)\tan\phi'\} \quad \text{式 (5.4.1.1)}$$

なお、この値は等価摩擦係数と同等であることが Fukuoka et al (2004) により示されている。

内部摩擦角については、リングせん断試験結果 (Fukuoka et al, 2004) から、ピーク強度時で 32.5 度であることが分かっている。一方、液状化砂の流動実験に対する再現解析結果から、内部摩擦角の大きさが流下距離に与える影響は比較的小さいと考えられるものの、ピーク強度時の値を低減させたものを用いた方が良好な結果が得られる可能性もある。そこで、内部摩擦角としては、ピーク強度時の内部摩擦角 32.5 度と、10 度を用いた。非ニュートン流体モデルを用いた場合の ξ の値としては 700m/s^2 とした。密度については Fukuoka et al. (2004) が飽和密度として $1,650\text{ (kg/m}^3\text{)}$ を示していることからこの値を密度として採用した。ヤング係数、ポアソン比、ダイレイタンシー角については前述した液状化砂の流動実験に用いた値に従った。間隙率については Fukuoka et al. (2004) が間隙比を 1.38 と示していることから、間隙率 0.58 を用いた。粘性係数については、Konagai et al. (2003) により約 1.0sec で 6.0m 程度流下したことが示されていること、Moriguchi et al. (2005) のシミュレーション結果から、流下中の深さは 5m 程度と考えられることを考慮し、せん断ひずみ速度は 1.2 程度あったと考えられる。その際の粘性係数は Kawakami et al. (1996) によれば、相対密度 20～50% の範囲で $5.0\text{ (Pa} \cdot \text{sec)}$ である。そこで、本研究ではこの値を用いるものとした。

表 5.4.1.1 に解析パラメータの組み合わせを示す。ケース数は 8 ケースである。

表 5.4.1.1 シミュレーションに用いた解析パラメータ

底面摩擦角 (液状率を含んだもの)	7.5 (deg)
内部摩擦角	10.0, 32.5 (deg)
飽和密度	1,650 (kg/m ³)
ヤング係数	2.5×10^3 (kPa)
ポアソン比	0.30
ダイレイタンシー角	0.0 (deg)
引張強度	0.0 (kPa)
間隙率	0.58
粘性係数	5.0 (Pa · sec)
流動化率	0.5, 0.9
ξ	700 (m/s ²)
粒子数	3,262
格子長	1.0 (m)
時間間隔	1.0×10^{-4} (sec)

表 5.4.1.2 シミュレーションにおけるパラメータの組み合わせ

ケース No.	流体モデル	内部摩擦角 (deg)	流動化率
1	ニュートン流体モデル	10.0	0.50
2			0.90
3		32.5	0.50
4			0.90
5	非ニュートン流体モデル	10.0	0.50
6			0.90
7		32.5	0.50
8			0.90

b) シミュレーション結果

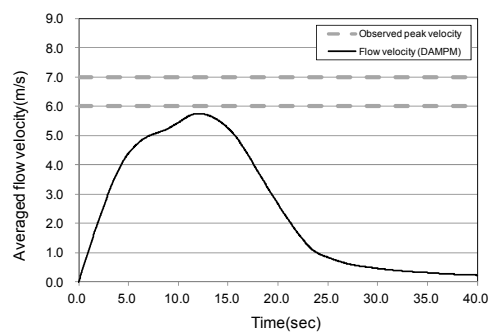
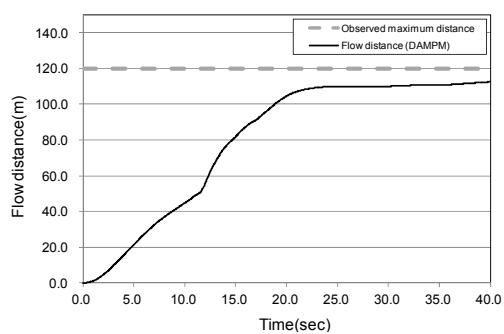
図5.4.1.3にニュートン流体モデルを用いた場合の最大流下距離履歴と平均流下速度履歴の解析結果を示す。図中には、Moriguchi et al. (2005)に示されている観測値（最大流下距離：約120m，最大流下速度：6～7m/s）も示した。流動化率，内部摩擦角の大きさに拘らず，観測値と同等の値を得ることができた。より詳細に精度について確認すると，内部摩擦角32.5度の方が，観測値に近い結果が得られている。

図5.4.1.4に土砂の最終堆積形状に関する解析結果を示す。図中の赤点線は，観測から得られた最終形状である。内部摩擦角10.0度の方が，観測結果に近い結果が得られた。なお，図左側で観測結果と一致していない部分がある。この理由は，解析においてこれらの位置に存在していた家屋や木々をモデル化していないためであると考えられる。しかしながら，土砂の大部分は図右側に流下しており，土砂の主要な挙動に与える影響は小さいものと考えられる。

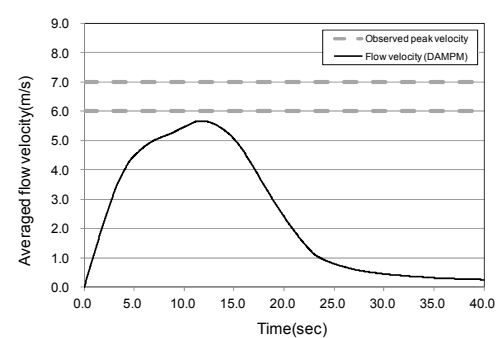
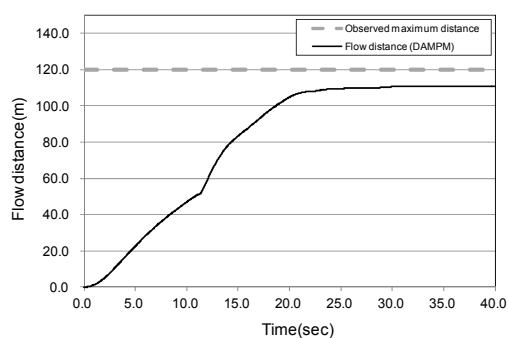
一方，図右側での土砂の広がりを見ると，内部摩擦角の大きさによって解析結果に大きな違いが見られる。また，最大流下距離履歴と平均流下速度履歴においては，流動化率の影響はさほど大きくなかったが，最終堆積形状においては，若干影響が見られる。特に内部摩擦角32.5度の場合では，流動化率0.90の方が観測結果に近い。

以上の結果を踏まえると，ニュートン流体モデルを用いた場合では，内部摩擦角10.0度，流動化率0.90の場合が全体的に観測結果に近い結果が得られていると言える。ただし，内部摩擦角32.5度，流動化率0.90の場合も最大流下距離履歴と平均流下速度履歴の観点も含めれば概ね良好な結果である。

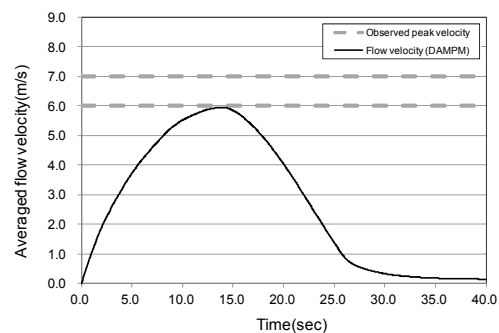
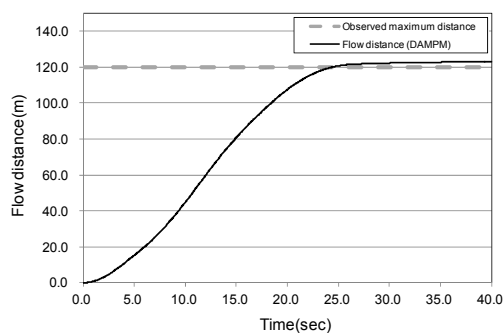
一方，小さい内部摩擦角を用いて陽解法による解析を行うと，応力ひずみ関係での収束計算がうまくいかず解析が不安定になる原因になることがあり，内部摩擦角はなるべく大きな値を用いた方が実務上取扱やすい。この点も考えると，内部摩擦角32.5度，流動化率0.90の場合が総合的に良好な結果であると考えられる。



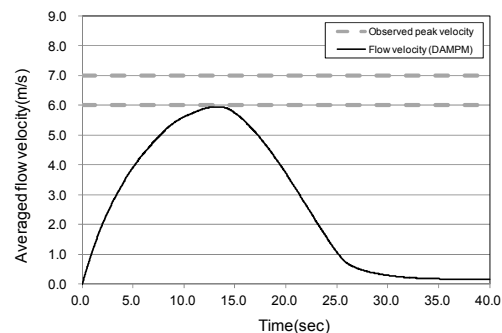
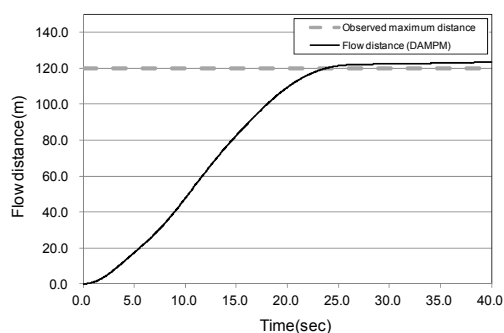
(a) 流動化率 0.50, 内部摩擦角 10.0 度



(b) 流動化率 0.90, 内部摩擦角 10.0 度

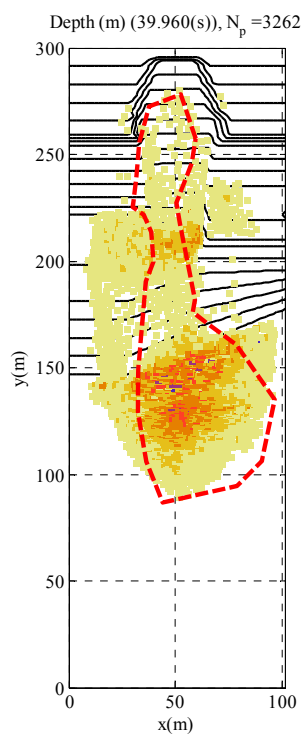


(c) 流動化率 0.50, 内部摩擦角 32.5 度

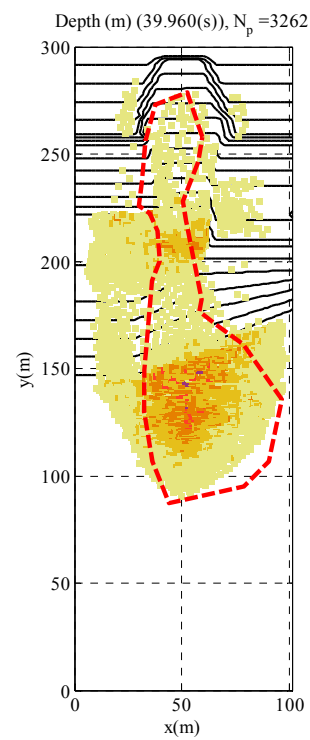


(c) 流動化率 0.90, 内部摩擦角 32.5 度

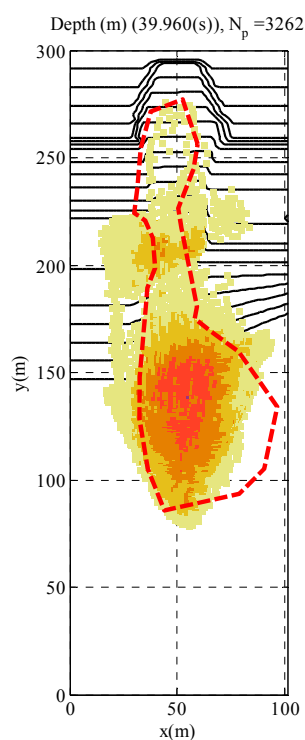
図 5.4.1.3 最大流下距離, 流動速度履歴 (ニュートン流体)



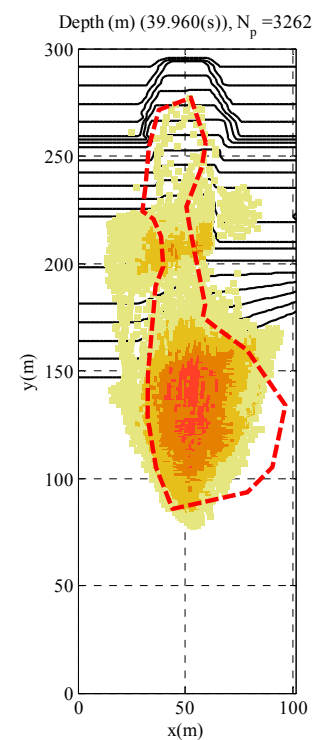
(a) 流動化率 0.50, 内部摩擦角 10.0 度



(b) 流動化率 0.90, 内部摩擦角 10.0 度



(c) 流動化率 0.50, 内部摩擦角 32.5 度



(b) 流動化率 0.90, 内部摩擦角 32.5 度

図 5.4.1.4 土砂の最終堆積形状 (ニュートン流体, コンター: 深さ(m))

図5.4.1.5に非ニュートン流体モデル（Voellmyモデル）を用いた場合の最大流下距離履歴と平均流下速度履歴の解析結果を示す。図中には、Moriguchi et al. (2005)に示されている観測値（最大流下距離：約120m，最大流下速度：6～7m/s）も示した。流動化率，内部摩擦角の大きさに拘らず，流下距離，速度ともに観測値より大きい傾向になった。（流下速度については，観測値が最大流下速度なので，平均流下速度である解析結果は，観測値より小さめの値になった方がよい）特に内部摩擦角が10.0度の場合は，観測値に比べ大きい値となった。

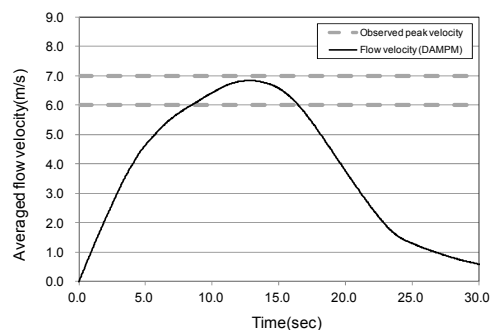
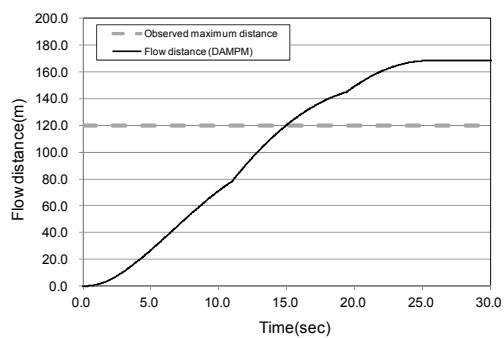
図5.4.1.6に土砂の最終堆積形状に関する解析結果を示す。図中の赤点線は，観測から得られた最終形状である。ニュートン流体を用いた場合と比べて，図左側の土砂の広がりが大きくなった。これは観測結果と一致しない結果である。また，土砂後方についても観測値と一致していない。なお，内部摩擦角10.0度の場合は，解析が不安定になった。これは，上述したように，小さい内部摩擦角を用いた場合，陽解法による解析では応力ひずみ関係の収束計算が良好に機能しないためと考えられる。

以上の結果を踏まえると，非ニュートン流体モデルを用いた場合の結果は，ニュートン流体を用いた場合の結果に比べて，観測値を良好に再現できないことが分かった。よって，細粒分が多い土塊が高速に流動する現象については，ニュートン流体を用いて解析を行った方がよいと考えられる。

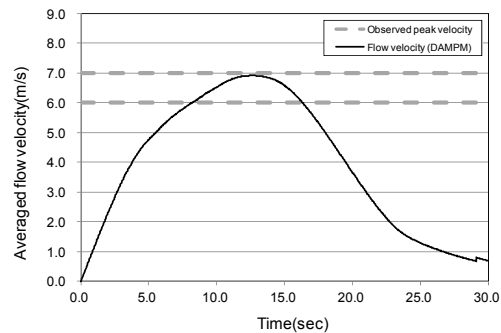
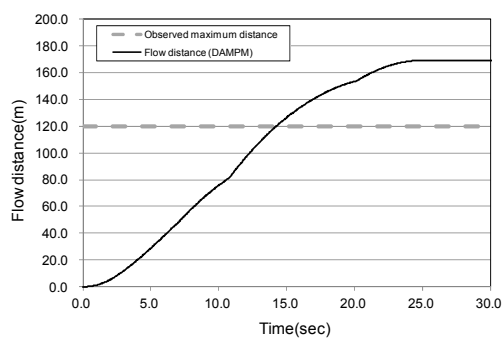
c) 考察とまとめ

以上のシミュレーション結果より以下のことが考えられる。

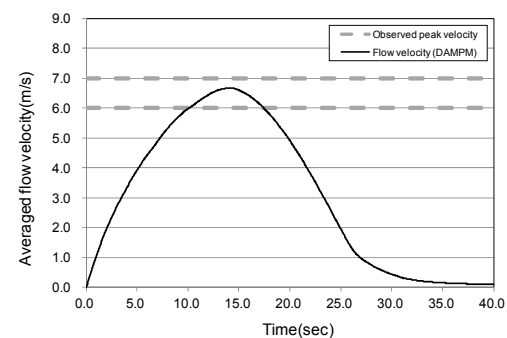
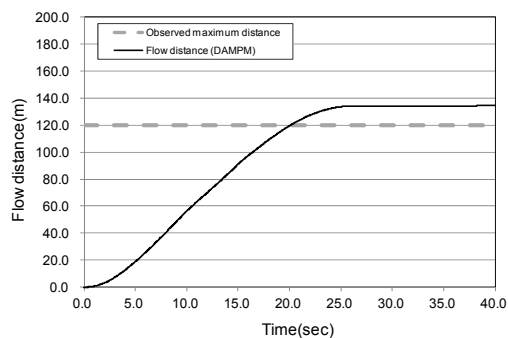
- ① 流下距離，速度履歴について，ニュートン流体モデルを用いた場合，流動化率，内部摩擦角の大きさに拘らず，観測値と同等の値を得ることができた。特に，内部摩擦角32.5度の場合の方が，観測値に近い結果が得られた。非ニュートン流体の場合は，観測値よりも全体的に大きい解析結果になった。
- ② 最終堆積形状について，ニュートン流体モデルを用いた場合の方が，非ニュートン流体モデルを用いた場合より，観測値に近い解析結果が得られた。これは，源頭部地盤の細粒分が多い場合，ニュートン流体モデルの方が適しているという上記の考察と合致した結果である。
- ③ 流動化率については，0.90の方が観測値に近い。これは，地震により源頭部地盤がほとんど液状化していたという事実と合致する結果である。
- ④ 内部摩擦角については10.0度の場合の方が堆積形状で良好な結果になる傾向があるが，32.5度の場合でも概ね良好な結果が得られた。これは，液状化した土の大変形時では液相部分が支配的で内部摩擦角の感度は小さくなるという考察と合致する。
- ⑤ 内部摩擦角が小さい場合は，解析的に不安定になる傾向も見られた。以上を踏まえると，内部摩擦角をピーク強度時で求めた大きな値にして解析を行った方が実用化の上では有利であると考えられる。



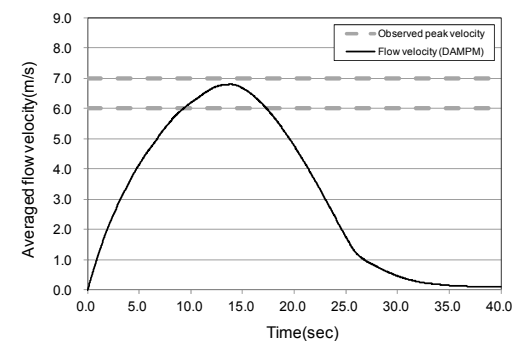
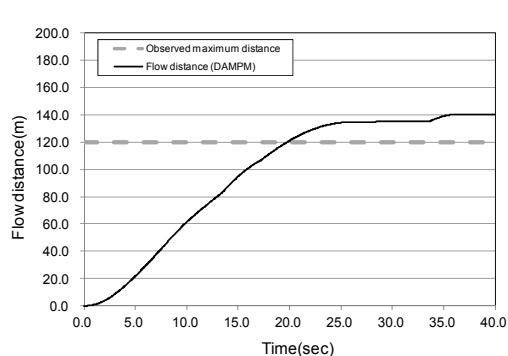
(a) 流動化率 0.50, 内部摩擦角 10.0 度



(b) 流動化率 0.90, 内部摩擦角 10.0 度

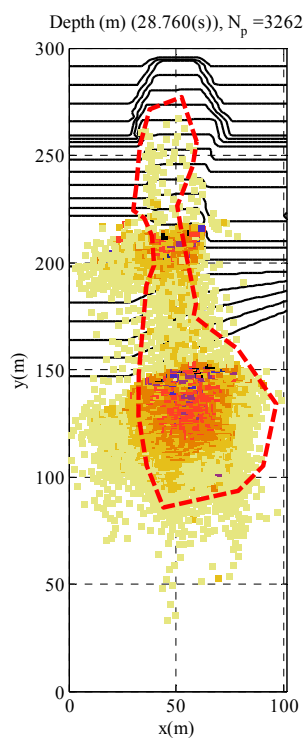


(c) 流動化率 0.50, 内部摩擦角 32.5 度

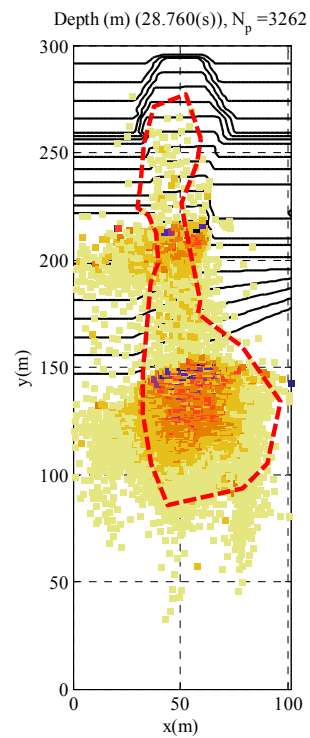


(c) 流動化率 0.90, 内部摩擦角 32.5 度

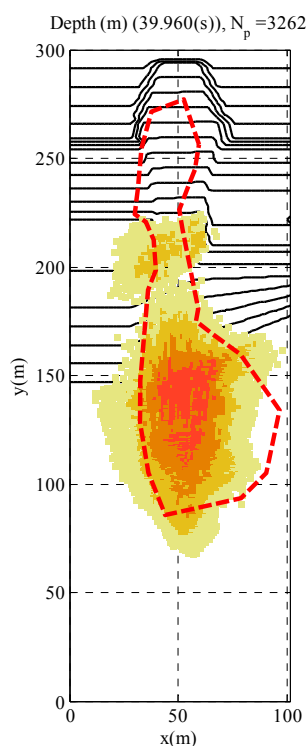
図 5.4.1.5 最大流下距離, 流動速度履歴 (非ニュートン流体)



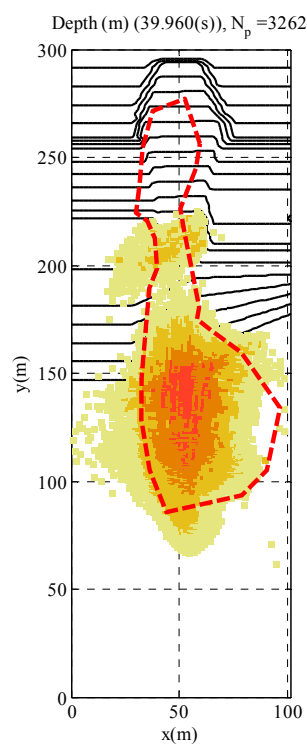
(a) 流動化率 0.50, 内部摩擦角 10.0 度



(b) 流動化率 0.90, 内部摩擦角 10.0 度



(c) 流動化率 0.50, 内部摩擦角 32.5 度



(b) 流動化率 0.90, 内部摩擦角 32.5 度

図 5.4.1.6 土砂の最終堆積形状 (非ニュートン流体, コンター: 深さ(m))

5.4.2 信越本線妙高高原関山間の土石流

1) 土石流の概要

1978年5月に信越本線妙高高原・関山間で大規模な土石流が発生した。図5.4.2.1に村石（2004）に示されている，土石流の流下経路を示す。土石流発生源より約7km流下し，先端部は下流の信越本線の盛土部に到達した。その後，土砂流が盛土山側を埋め尽くし高盛土が幅約25m，高さ約20mにわたり崩壊した。土石流発生原因は雪解け時の地すべりが原因とされ，この土石流で押し出された土砂量は約90～100万 m^3 とされている。土石流のタイプとしては詳細な記載がないが，村石（2004）によれば「泥流」との記載がある。

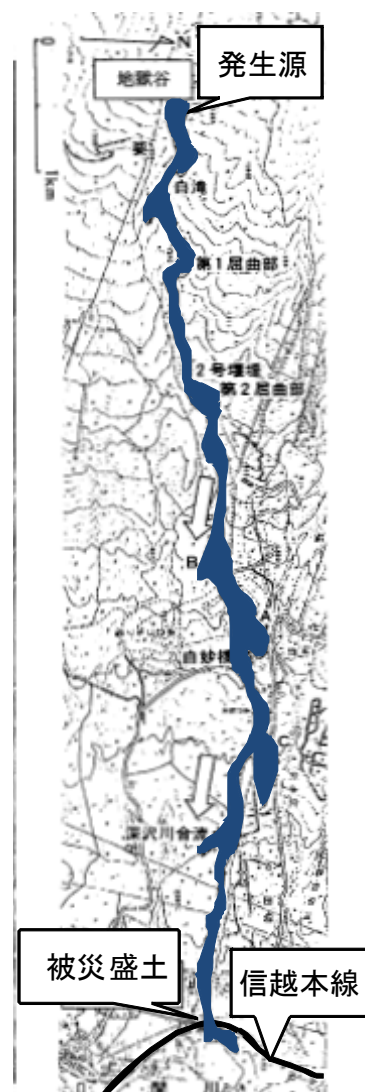


図 5.4.2.1 土石流の流下経路（村石（2004）から引用）

一方、恒松(1978)によれば、崩壊規模は約30万 m^3 であり、崩壊は2回にわたって発生したことを示している。崩壊原因としては、当時の建設省調査団により、安山岩質の基岩の上に崩壊土が存在し、谷型地形をなし、融雪水が集まりやすい状態にあったこと、また高温の日が続き融雪が進んだことにより、崩壊地での地下水の湧出が豊富であったこと等が把握されており、こうした条件が崩壊を促進したと考察を述べている。土石流のタイプとしては、通常の土石流のような巨岩が存在しているものではなく、液状化し粘性に富んだ大量の泥流であり、目撃者の話から推定して流速は20m/s程度であったことを示している。一方、下田ら(1993)は、当該土石流で破壊された砂防ダムの崩壊シミュレーションをDEMで行っている。そして、上記の流速はビデオ等で推定されたものであり、波高は4.6mと推定されていることを示している。また、流出した巨礫の最大粒径は災害後の調査から約2mであったことを示している。

表 5.4.2.1 に独立行政法人防災科学技術研究所が公開している妙高高原での土石流の主要諸元表を示す。この表から、源頭部の地質は火山岩である可能性が大きい。よって、細粒分が比較的多いことが考えられる。村石(2004)と恒松(1978)の「泥流」という表現も考慮すると、土石流のタイプとしては、粘性土石流である可能性が大きい。

表 5.4.2.1 妙高土石流の主要諸元（防災科研 HP から引用）

発生年月日	1978年5月
発生場所	新潟県中頸城郡妙高高原町新赤倉
人的被害	13名
誘因	融雪
地質等	第四紀火山岩、火砕岩
現象	土石流
変動幅	160m
変動長	7,600m
変動土量	
発生形態	単体
空中写真データ	防 78-1 (備考参照) [撮影目的: 災害]
参考資料	「地すべり・崩壊・土石流」1980*
備考	妙高土石流災害 1978年5月24日撮影 396～397

2) 土石流のシミュレーション

a) 解析モデル

今まで得られた知見を基に土石流のシミュレーションに用いる解析モデルの構築を行う。

図5.4.2.2に解析モデルの構築に向けたフローを示す。

はじめに、土石流源頭部での地盤の細粒分を基に流体モデルの選定を行う。しかしながら、今回のケースでは粒度分布が得られていない。土石流周辺の地質を考慮すると細粒分は多いと考えられる。また、恒松(1978)と村石(2004)の記述から、土石流は粘性土石流の様相をなしていた可能性が大きい。以上を考慮し、流体モデルとしては、ニュートン流体モデルが適切であると考えられる。

ニュートン流体モデルを用いるためには、粘性係数と間隙率が必要である。恒松(1978)より土石流の速度は20m/s程度であったと考えられること、下田(1993)の文献から土砂深さは4.6~10mであったことを考慮すると、せん断ひずみ速度は2.0~4.0程度であったと考えられる。その際の粘性係数はKawakami et al. (1996)によれば、相対密度20~50%の範囲で5.0 (Pa・sec)程度である。そこで、本研究ではこの値を粘性係数として用いるものとした。間隙率については、恒松(1978)に土砂が液状化した状態に近かったとの記載があることから、前述した液状化砂の流動実験に用いた値に従った。なお、下田ら(1993)の文献に巨礫を含んでいたとの記載があること、流体モデルの違いによる影響を確認することも踏まえ、非ニュートン流体モデルを用いたシミュレーションも行いその感度を確認した。その際のパラメータ α は700(m/s²)とした。

次に土石流源頭部でのサンプルを用いた三軸圧縮試験を基に地盤の諸数値を求める。今回のケースでは三軸圧縮試験結果が得られていない。ここでは、細粒分が多い可能性があることを考慮し内部摩擦角を低めの30度とした。ヤング係数、ポアソン比、ダイレイタンシー角については前述した液状化砂の流動実験に用いた値に従った。なお、底面摩擦角（流動化率を含んだもの）については、土石流の等価摩擦係数が0.1 (=tan5.7°)程度であること(図5.1.1参照)に従って決定した。

最後に流動化率を決定する。液状化強度等を用いて決定することが理想的であるが、前述のシミュレーション結果を踏まえ0.25~0.5を用いるものとした。これは、築館の高速長距離土砂流動ほどは液状化していないと考えられるものの、恒松(1978)に示されるように、ある程度の液状化は発生していたと考え決定したものである。

地形データについては、上述した災害記録を基に土石流の影響を受けた領域の緯度・経度を把握し、基盤地図情報(国土地理院発行)を用いて標高メッシュデータを作成した。その後、DAMPMを用いた数値シミュレーションを実施した。表5.4.2.2にシミュレーションに用いたパラメータを示す。土塊の初期位置および土砂量は、実際の源頭部位置、土砂量(30万m³)を基に決定した。

表5.4.2.3に解析パラメータの組み合わせを示す。ケース数は6ケースである。

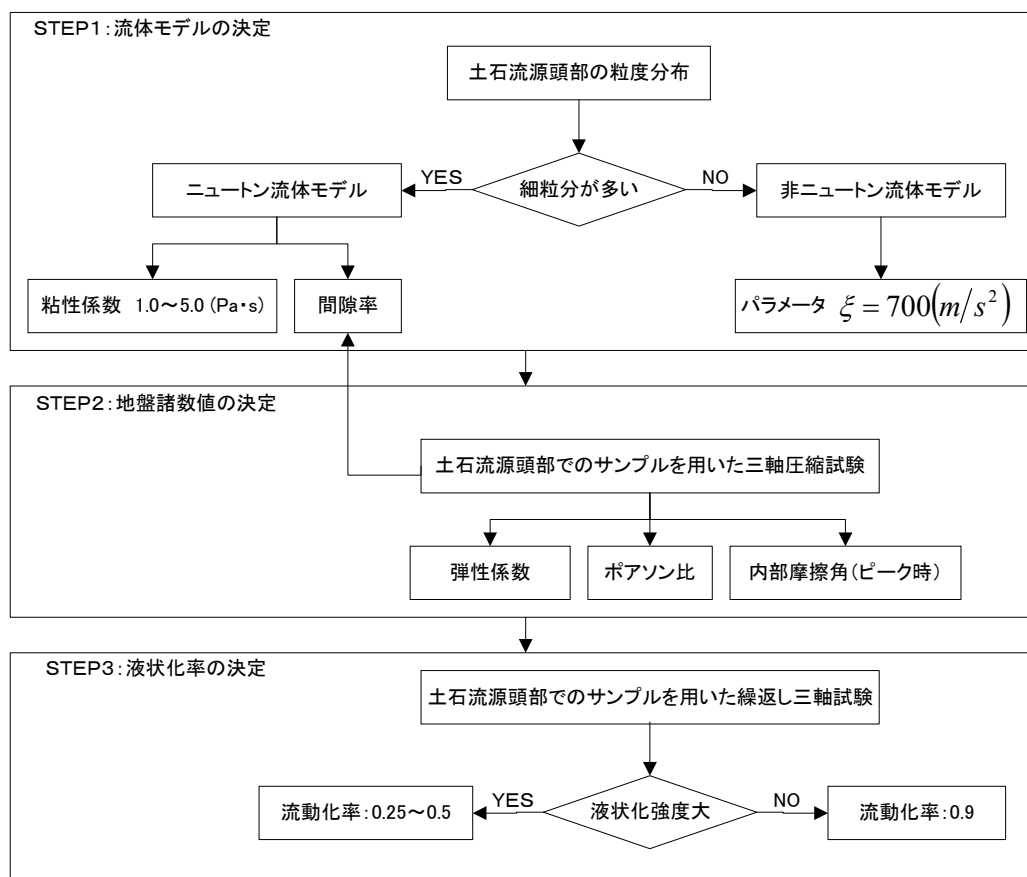


図 5.4.2.2 土石流の解析モデルの構築フロー

表 5.4.2.2 シミュレーションに用いた解析パラメータ

底面摩擦角 (液状率を含んだもの)	5.7 (deg)
内部摩擦角	30.0 (deg)
飽和密度	1,650 (kg/m ³)
ヤング係数	2.5 × 10 ³ (kPa)
ポアソン比	0.30
ダイレイタンシー角	0.0 (deg)
引張強度	0.0 (kPa)
間隙率	0.50
粘性係数	5.0 (Pa・sec)
流動化率	0.25, 0.375, 0.5
ξ	700 (m/s ²)
粒子数	218
格子長	40.0 (m)
時間間隔	1.0 × 10 ⁻⁴ (sec)

表 5.4.2.3 シミュレーションにおけるパラメータの組み合わせ

ケース No.	流体モデル	内部摩擦角 (deg)	流動化率
1	ニュートン流体モデル	30.0	0.25
2			0.375
3			0.50
4	非ニュートン流体モデル	30.0	0.25
5			0.375
6			0.50

b) シミュレーション結果

図5.4.2.3に流体モデルとしてニュートン流体を用い、流動化率を0.375に設定した時のシミュレーション結果を示す。実際の土石流で見られた初期の蛇行、後半の平坦部に広がる傾向を再現できた。これは全ケースで同様に見られた傾向である。

図5.4.2.4に流体モデルとしてニュートン流体モデルを用いた場合のシミュレーションから得られた流下距離および流下速度履歴を示す。流動化率が小さい方が流下距離および流下速度が大きくなる傾向がある。これは、流動化率が小さい方が、土砂が一塊となって流下する傾向になり、運動エネルギーが増大したためと考えられる。ただし、全体的に流動化率の影響はそれほど大きくない。流下距離については、流動化率に拘らず実際に土石流が停止した源頭部から約7kmの地点において、シミュレーションにおいても土砂の運動停止を表現できている。ただし、流下速度はビデオ等で推定された20m/sに比べ大きい値となった。これは、推定された場所が標高の低い源頭部から5～7kmの付近で確認された可能性があることが考えられる。一方、現行のモデルでは、流下中での侵食による土砂自体の増加の影響や植生および砂防ダムの影響等は考えていない。これらの点が解析精度に影響を与えた可能性も否定できない。今後これらの影響を検討する必要がある。

図5.4.2.5に流体モデルとして非ニュートン流体モデルを用いた場合のシミュレーションから得られた流下距離および流下速度履歴を示す。流動化率の影響については、ニュートン流体の場合と比較して、流下距離および流下速度履歴に与えた影響はほとんど見られない。これは、ニュートン流体の場合よりも流動化率の大きさに拘らず、土砂が一塊として運動する傾向があったためと考えられる。一方、流下速度についてはピーク速度についてはニュートン流体の場合と同等であるが、ピーク後の流速の低下はニュートン流体の場合に比べて遅い。これは、上記に示したように、土砂が一塊で運動する傾向があったため、平坦部でも運動エネルギーが卓越し速度が小さくならなかったことが影響していると考えられる。結果的に非ニュートン流体の場合では、実際に土石流が停止した源頭部から約7kmの地点で土砂の運動停止を表現することができなかった。

以上から、流体モデルとして、ニュートン流体モデルを用いた方が、実際の土石流の挙

動を再現できることが分かった。これは、実際の土石流が粘性土石流と考えられることと一致する結果である。この点は、本手法で適切に流体モデルを選定できれば、土石流の流下距離をある程度の精度で再現できること示していると考えられる。

一方、日本国内に多く分布しているシルト質火山性堆積物が源頭部に存在する場合は、土塊の細粒分が多く上記のようにニュートン流体モデルによりモデル化することは適切となる場合が多いと考えられる。しかしながら、前述したように、実際の土石流は巨石を有した石礫型土石流になる場合もある。その際は、非ニュートン流体モデルによるモデル化が必要となる可能性が大きい。したがって、実際に発生した石礫型土石流のシミュレーションを通じた詳細検討が必要であり、この点は今後の検討課題である。

c) 考察とまとめ

以上のシミュレーション結果より以下のことが考えられる。

- ① ニュートン流体モデルを用いた方が、非ニュートン流体モデルを用いた場合より、実際の土石流に近い挙動を再現できた。これは、実際の土石流が粘性土石流と考えられることと合致する。
- ② 流動化率が小さい場合、流下距離および速度が大きくなる傾向になった。これは、流動化率が小さい場合土砂が一塊となって流下する傾向があり、運動エネルギーが卓越し流下速度が大きくなったためと考えられる。
- ③ 流下速度は、ビデオ等で推定された20m/sに比べ大きい値となった。これは、推定された場所が、標高が低い源頭部から5～7kmの付近であった可能性が考えられる。
- ④ 現行のモデルでは、流下中での侵食による土砂自体の増加の影響や、植生および砂防ダムの影響等は考えていない。また、非ニュートン流体モデルの石礫型土石流への適用性も明確になっていない。今後これらの点について検討する必要がある。

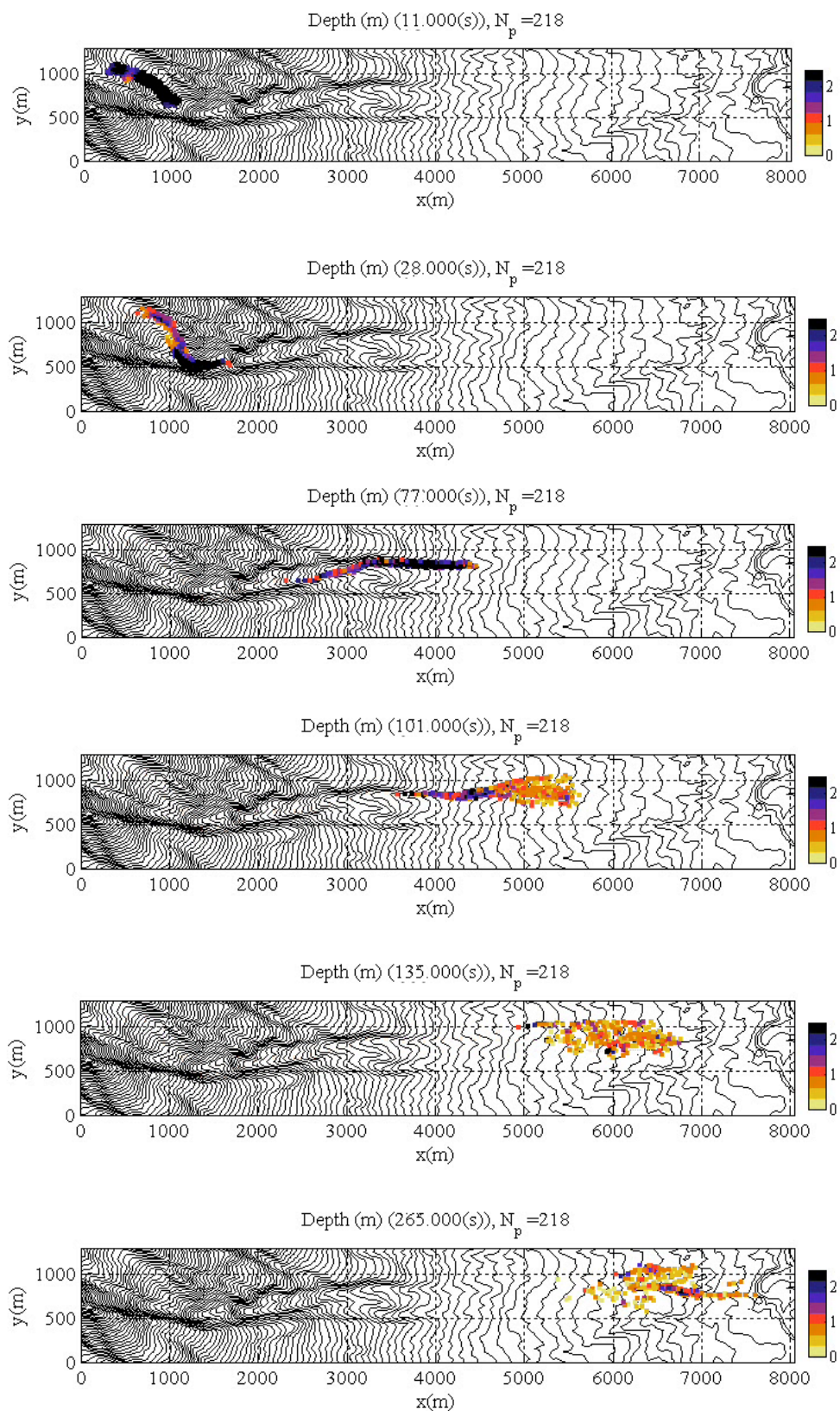
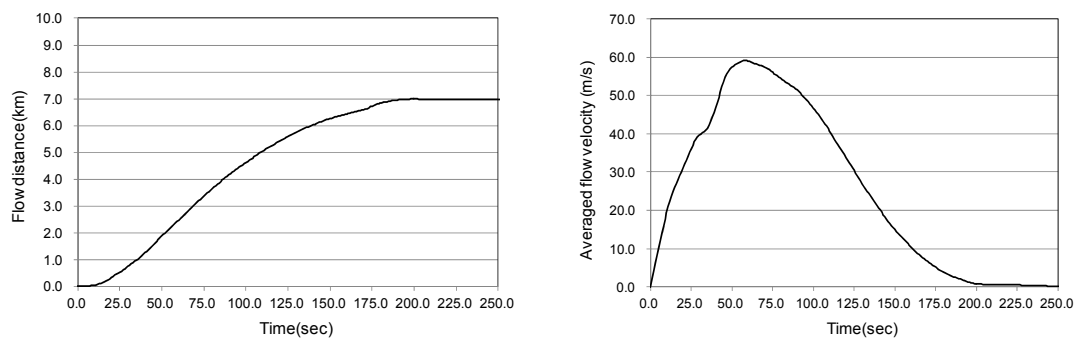
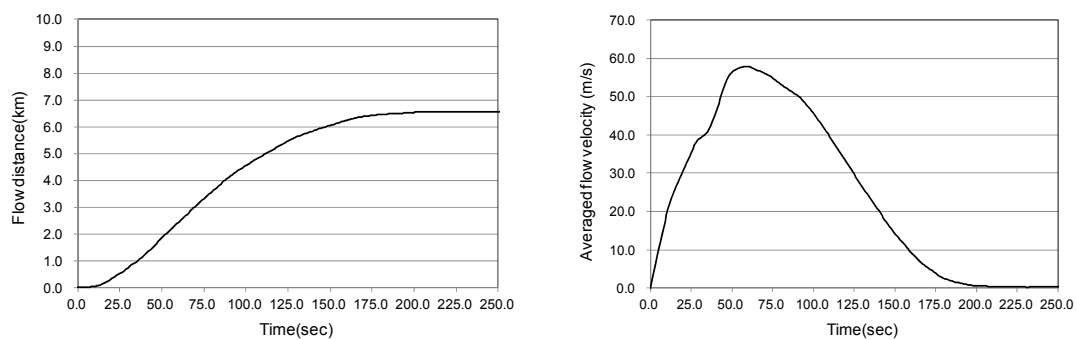


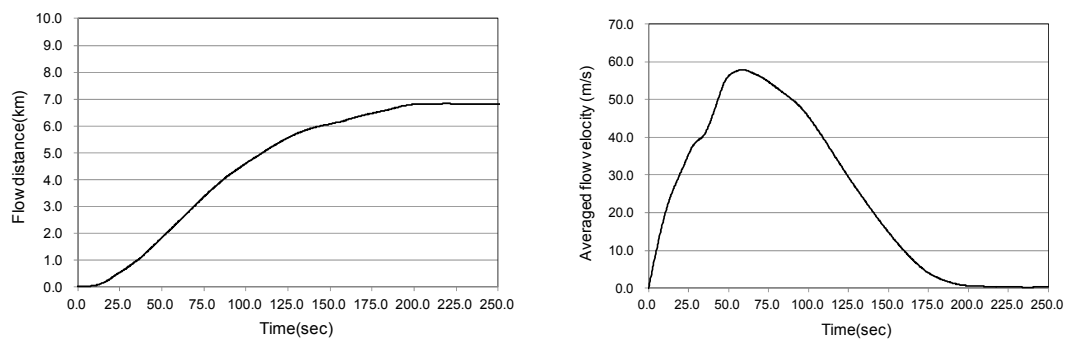
図 5.4.2.3 シミュレーション結果（ニュートン流体，流動化率 0.25，コンター：深さ(m)）



(a) 流動化率 0.25

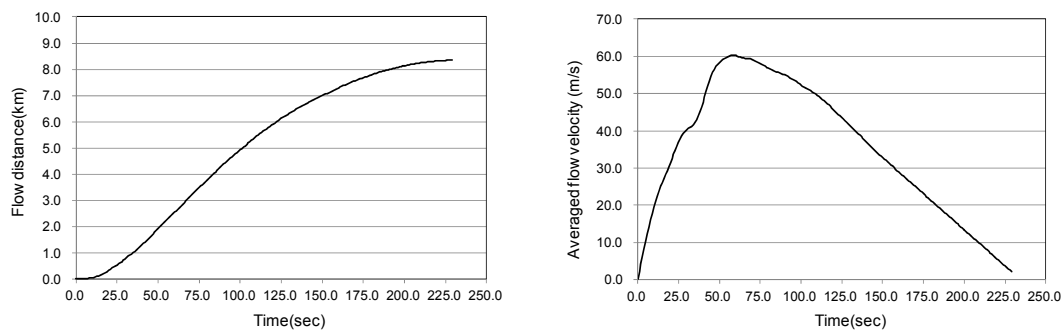


(b) 流動化率 0.375

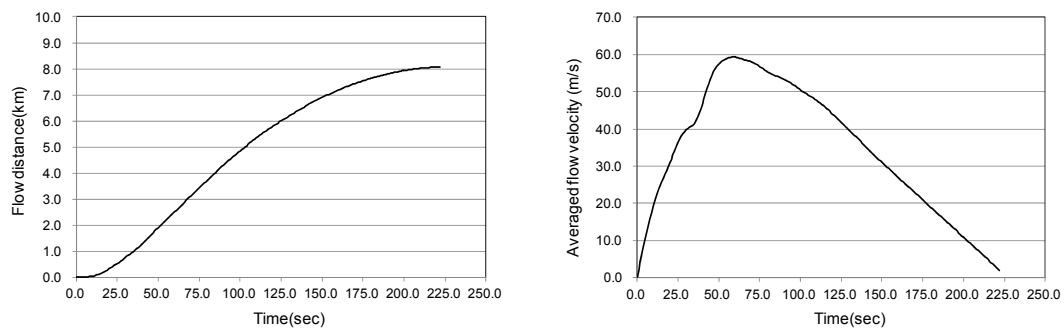


(c) 流動化率 0.50

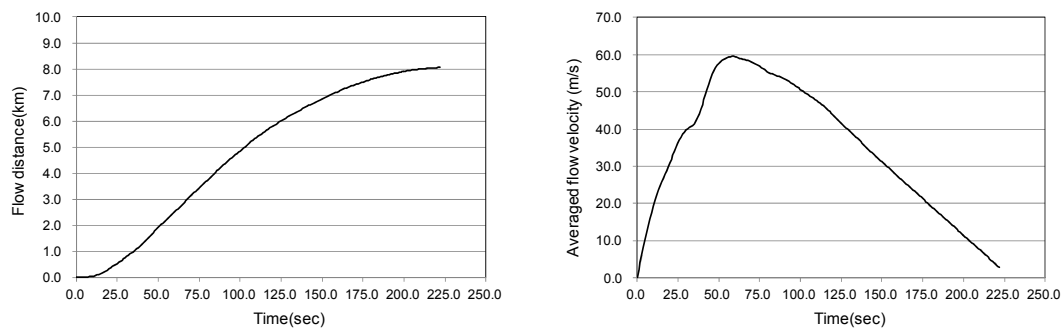
図 5.4.2.4 流下距離および流下速度履歴 (ニュートン流体)



(a) 流動化率 0.25



(b) 流動化率 0.375



(c) 流動化率 0.50

図 5.4.2.5 流下距離および流下速度履歴 (非ニュートン流体)

5.5 第5章のまとめ

本章では、土石流や高速長距離土砂流動をはじめとした地盤の流動挙動を解析するツールの開発に向け、DAMPMを用いた流動解析手法および解析モデルの提案と、それらの手法および解析モデルを用いた乾燥砂および液状化砂の流動実験の再現解析、実際の高速長距離土砂流動および土石流のシミュレーションを行った。

流動解析手法としては、MPMの深さ方向を平均化したDAMPMを解析手法とすることで、既往の手法に比べ、応力ひずみ関係を明確にしつつせん断応力も適切に求められる手法を用いた。解析モデルとしては、既往の研究に倣い、固体としての挙動は土柱間の応力により、液体としての挙動は土柱底面に働く流体モデルでモデル化し、さらに、流動化率を含むことで、土砂内の間隙水圧の影響を考慮できるモデルを提案した。その際、流体モデルおよび流動化率の値を選定する手法を細粒分率等に着目し示した。

以上提案した手法と解析モデルを用いて、乾燥砂および液状化砂の流動実験の再現解析を行った。その結果、乾燥砂、液状化砂ともに、適当な解析パラメータを用いることで流動の状況を再現可能であることが分かった。特に、乾燥砂の場合では、内部摩擦角を低減する必要があること、液状化砂の場合では、流動化率0.25~0.50で設定する必要があることが分かり、前者については、流動した地盤は過度に乱され内部摩擦角が低下していると考えられること、後者については、液状化砂と言っても完全液状化の状態でなく実際に堆積後は飽和砂に近い状態になっていると考えられることと定性的に一致している。

最後に、実際の高速長距離土砂流動および土石流のシミュレーションを行った。これらのシミュレーションでは、流体モデルとしてニュートン流体モデルを用いることで、流下距離および流下速度を概ね再現できることを示した。これは、今回扱った高速長距離土砂流動および土石流が、粘性土石流の様相を呈したという事実と合致する結果である。このことから、本手法は流体モデルを適切に選択できれば、高速長距離土砂流動および土石流の流下距離および流下速度をある程度の精度で再現できることを示した。

一方、現行のモデルでは、気相の影響、流下中での侵食による土砂自体の増加の影響や、植生および砂防ダムの影響等は考えていない。また、実際には、流動化率は土砂の変形とともに変化すると考えられるがこの点を考慮できていない。今後これらの影響を検討し、解析モデルに取り組む必要があると考えられる。

第5章の参考文献

1. 阿部慶太, JOHANSSON Jörgen, 小長井一男: MPMを応用した高速長距離土砂流動の運動範囲予測のための数値解析手法, 土木学会論文集C, Vol.63 No.1. pp.93-109, 2007.1.
2. 阿部慶太, 舘山勝, 篠田昌弘, 小長井一男: MPMと浅水流方程式による土石流流動解析, 日本混相流学会年会講演会論文精選集「混相流研究の進展」, Vol.4. 2009.
3. 太田岳洋・櫻井孝・佐溝昌彦・福司淳一: 土石流発生に関する地形・地質および降雨条件の特徴, 鉄道総研報告, pp.13~18, Vol.9, No.3, 1995.3.
4. Ayotte, D. and Hungr, O.: Calibration of a runout prediction model debris-flows and avalanches, *Debris-Flow Hazards Mitigation: Mechanics, Prediction and Assessment*, Balkema, Rotterdam, pp. 505-514, 2000.
5. Bagnold, R. A.: "Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear," *Proc. Roy. Soc. London, A*, Vol. 225, pp. 49-63, 1954.
6. 防災科学技術研究所: 妙高土石流: 災害現場の空中写真と諸元表 (2012年8月確認)
(<http://lswb1.ess.bosai.go.jp/disaster/disaster-view/file76.html>)
7. Chow, V. T.: "Open-channel hydraulics," McGraw-Hill, N. Y., 1959.
8. Cundall, P. and Board, M. : A microcomputer program for modeling large-strain plasticity problems, *Numerical Methods in Geomechanics* (Innsbruck 1988), pp.2101-2108, 1988.
9. Denlinger, R.P. and Iverson, R.M.: Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain, 2. Numerical prediction and experimental tests, *Journal of Geophysical research*, **106(B1)**, pp. 553-566, 2001.
10. Fukuoka, H., Wang, G., Sassa, K., Wang, F., and Matsumoto, T.: Earthquake-induced rapid long-traveling flow phenomenon: May 2003 Tsukidate landslide in Japan, *Landslides*, **1(2)**, pp. 277-288, 2004.
11. 濱田政則: 液状化砂の流動特性に関する実験的研究, 土木学会論文集, No.792/Ⅲ-71, 13-25, 2005.
12. Hungr, O. : A model for the runout analysis of rapid flow slides, debris flows, and avalanches, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 32, pp. 610-623, 1995.
13. Hungr, O. and Evans, S.G.: Rock avalanche runout prediction using a dynamic model, *Landslides*, Balkema, Rotterdam, pp. 233-238, 1996.
14. Hunt, M. L., Zenit, R., Campbell, C. S. and Brennen, C. E. : Revisiting the 1954. Suspension experiments of R. A. Bagnold, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 452, pp. 1-24, 2002.
15. Iverson, R.M.: The physics of debris flows, *Reviews of Geophysics*, **35**, pp. 245-296, 1997.
16. Iverson, R.M. and Denlinger, R.P.: Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain, 1. Coulomb mixture theory, *Journal of Geophysical research*, **106(B1)**, pp. 537-552, 2001.
17. 風間基樹, 高村浩之, 海野寿康, 仙頭紀明, 渦岡良介; 不飽和火山灰質砂質土の液状化機構について, 土木学会論文集C, Vol. 62, No. 2, pp.546-561, 2006.

18. Kawakami, T., Suemasa, N., Hamada, M., Sato, H. and Katada, T.: "Experimental study on mechanical properties of liquefied sand," *Proc., 5th U.S.-Japan Workshop on Earthquake Resistant Design of Lifeline Facilities and Countermeasures against Soil Liquefaction*, Technical Report NCEER-94-0026, pp. 285-299, 1994.
19. 加藤亮輔, 岡二三生, 木元小百合, 小高猛司, 角南進: 不飽和浸透-変形連成解析手法と河川堤防への適用, 土木学会論文集 C, Vol. 65, No. 1, pp.226-240, 2009.
20. 国土地理院基盤地図情報サイト: <http://www.gsi.go.jp/kiban/> (2012年8月確認)
21. Konagai, K., Ito, H. and Johansson, J. (2003): Features of Tsukidate Landslide Mass in the May 26, 2003, South-Sanriku Earthquake, 第42回日本地すべり学会研究発表会講演集, pp. 233-236.
22. Konagai, K. (2012): Lecture note for Earthquake Engineering 2012, University of Tokyo.
23. Larcher, M. : Vertical structure of high-concentration liquid-granular flows, Monographs of the school of doctoral studies in environmental engineering, University of Trento, Italy, 2004.
24. McDougall, S. and Hungr, O. (2004): A model for the analysis of rapid landslide motion across three-dimensional terrain, *Canadian Geotechnical Journal*, **41**, pp. 1084-1097.
25. Moriguchi, S., Yashima, A., Sawada, K., Uzuoka, R. and Ito, M., Numerical simulation of flow failure of geomaterials based on fluid dynamics, *Soils and Foundations*, Vol.45, No.2, pp.155-165, 2005.
26. Moriwaki, H., Inokuchi, T., Sassa, K., Ochiai, H. and Wang, G. (2004): Failure processes in a full-scale landslide experiment using a rainfall simulator, *Landslides*, **1**(4), pp. 277-288.
27. 村石尚: 信越本線妙高高原・関山間の土石流災害, 日本鉄道施設協会誌, Vol.43, No.5, pp.328-330, 2005.
28. 中村浩之: 地すべり崩土の運動予測, 地すべり防止・斜面安定 (10), 基礎工, 総合土木研究所, pp.44~50, 2006.10.
29. 布川修・杉山友康・太田直之: 地形を考慮した斜面表層部の地下水位変動予測と安定性評価, 鉄道総研報告, pp.17~22, Vol.24, No.5, 2010.5.
30. Sassa, K.: Geotechnical model for the motion of landslides. Special lecture for 6th International Symposium on Landslides. In *Landslides* (Bonnard, editor), Balkema, Vol.1, pp.37-54, 1988.
31. 佐々恭二: 地震豪雨時の高速土砂流動現象メカニズムの解明ー大都市圏での災害とその防災ー, 文部科学省科学技術振興調整費「地震豪雨時の高速長距離土砂流動現象の解明(APERIF)」公開シンポジウム論文集, pp. 7-33, 2002.
32. Savage, S.B. and Hutter, K.: "The motion of a finite mass of granular material down a rough incline," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 199, pp. 177-215, 1989.
33. 下田義文, 鈴木真次, 石川信隆, 古川浩平: 個別要素法によるコンクリート製砂防ダムの衝撃破壊シミュレーション解析, 土木学会論文集, No.480/VI-21, pp.97-106, 1993.
34. Sulsky, D., Zhou, S.J. and Schreyer, H. L. : Application of a particle-in-cell method to solid mechanics, *Computer Physics Communications*, Vol. 87, pp. 236-252, 1995.
35. Takahashi, T.: Types and Mechanics of Debris Flow, *Proceedings, International Symposium on Landslide Risk Mitigation and Protection of Cultural and Natural Heritage*, Kyoto, pp.

- 605-624, 2002.
36. 高橋保：地質・砂防・土木技術者／研究者のための土石流の機構と対策，近未来社，2004.
 37. Takahashi, T.: “Debris flow: mechanics, prediction and countermeasures,” Tayler and Francis, 2007.
 38. 恒松道信：新潟県妙高高原町における土砂災害，土木技術，pp.86-89，Vol.33，No.10，1978.

第 6 章 結論

6.1 研究のまとめと今後の課題

本論文では、地盤の大変形・流動解析手法の構築を目的に、MPM を用いた解析手法の開発を行った。

第 1 章では、研究の背景、目的を整理した。近年の巨大地震および異常気象の発生に伴い斜面崩壊、浸透破壊、液状化、土石流等の地盤の大変形・流動現象が多く発生しており、ハード面の対策のみでなく、ソフト面の対策も重要であることをまとめた。その上で、地盤の変形挙動の予測手法の開発が重要であり、ニューマーク法等の簡易法に加えて、詳細な解析手法の構築も重要であることを述べた。一方、地盤の変形問題では FEM（有限要素法）が一般に用いられるが、地盤の大変形を扱うことはできない。地盤はある程度変形すると内部の拘束圧が変化し強度も変化する、幾何学的非線形性を考慮する必要があるが、FEM では困難である。そこで、近年、SPH や MPM をはじめとしたメッシュフリー法による地盤の変形解析が行われてきた。第 2 章では、これらのメッシュフリー法の地盤の変形問題への適用に焦点を絞り既往の研究について調べた。その結果、地盤の変形問題への適用性の観点からも、数値解析的観点からも、MPM が現行では最も地盤の大変形・流動問題を扱う上で有効であることが分かった。ここで、地盤の大変形問題を扱う上で構成則の扱いが重要である。一般的な地盤の変形問題に用いられる構成則は三軸圧縮試験に基づいて構築された弾塑性モデルであり、これらが地盤の大変形領域、不連続体領域にどの程度適用性があるか現在明確になっていない。しかしながら、既往の研究において、MPM 等のメッシュフリー法に弾塑性モデルを適用することで地盤の変形問題をある程度精緻に解析できるという既往の研究成果がある。本研究では、この研究成果に基づいて MPM を用いた地盤の大変形・流動解析手法の構築を試みた。地盤の大変形・不連続体域の挙動は未だ実験的にも未解明であり、さらにはメッシュフリー法で上記のように地盤の大変形、不連続体挙動を表現できるメカニズムも明確になっていない。これらについて実験的にも解析的にも解明していくことは今後の課題である。

第 3 章では、MPM による地盤の大変形・流動解析手法の構築に向けて、MPM の概要、地盤の構成則、動的解析対応への拡張、固液二相系への拡張について示した。地盤の構成則については、上述したように MPM の既往の研究で従来の弾塑性モデルによる解析の地盤の大変形問題への適用性がある程度明確になっていることから、現在地盤の変形問題で多く用いられている弾塑性モデルについて示した。解析が不安定になりにくいように工夫し

た部分もあるが、基本的に従来の弾塑性モデルと同等である。動的解析対応への拡張、固液二相系への拡張は今回新たに提案した手法である。前者は減衰の表現について示した。後者は固相、液相粒子を用いた方法を示した。固液二相系のモデル化については、有限体積法とハイブリッドさせる方法等が提案されているが、二種類の粒子で大変形問題のためにモデル化する手法は今回新たに提案したものである。

第4章では、これらの手法を用いて、地震時の斜面崩壊に関する振動台実験の再現解析、盛土の浸透破壊実験の再現解析、地震時の開削トンネル模型の浮き上がり実験の再現解析を行った。これらの解析について、崩壊後の地盤の変形形状を含めた大変形挙動を概ね表現できることを示した。この点は、MPMに既往の地盤の弾塑性モデルを用いて、地震時、豪雨時に発生する地盤の大変形現象をシミュレーションできる可能性を示している。しかしながら、実地盤における変形解析への適用性については未だ示すことができていなく今後の課題である。また、地震時の解析で用いた減衰にはFEMでよく用いられているレーリー減衰を用いているが果して大変形時でも用いて良いものか、浸透破壊、液状化解析では、地盤内の間隙水の流れを層流と見なしているが大変形時でも適切か、水みち形成の影響や間隙率と透水係数の関係を考慮する必要はないか、という点で今後詳細な検討が必要な部分もある。これらの点の解明も今後の課題である。

上記の課題のうち、水みち形成の影響等については、地盤内の局所的な変形を取り扱えるようなモデルを適用することで考慮が可能になると考えられる。例えば、Fujisawa et al. (2010)はパイピングの進展を連続体力学で取扱う手法を提案している。地盤の局所的な変形としては、パイピングの他にボイリング、地盤の陥没、路盤下空洞等があり、それらの現象の取扱いに向けても局所的な地盤の変形のモデル化は今後の課題である。

第5章では、MPMに浅水流方程式を適用したDAMPMPを用いた土石流および高速長距離土砂流動の解析手法の開発について示した。このような解析手法の開発の目的は、地盤の流動現象の解析に向け弾塑性モデルに支配される固体としての挙動のみでなく、液体としての挙動も含むモデルを構築すること、多大な計算コストを用いなくとも広範囲かつ多量の土砂の挙動を解析できる手法を構築すること、である。本研究で構築したモデルは、土柱の集合体でモデル化する既往のモデルと似たものであるが、陽に弾塑性モデルを適用できる、土柱間のせん断応力を適切に表現できるという点でより有効なモデルである。乾燥砂と液状化砂の流動実験の再現解析により、流動解析に用いるべきパラメータを提案し、これらの結果に基づき、既往の高速長距離土砂流動および土石流のシミュレーションを行った。上記のパラメータとしては、内部摩擦角を三軸圧縮試験結果のものより小さくする必要があること等の知見が得られた。これは、流動時では過度に乱された状態であり内部摩擦角は小さくなっている可能性が大きいという点で、定性的に実際の現象と合致する結果である。また、流動シミュレーションには複数のパラメータと流体モデルの決定が必要であるが、土石流源頭部の粒度分布から流体モデルを決定する方法、等価摩擦係数から底面摩擦角を決定する方法を示し、一通りの流れで全種類の土石流および高速長距離土砂流

動のシミュレーションを扱う方法を提案した。ただし、この手法の実際の地盤への適用性については十分に明確になっていなく今後の課題である。また、内部摩擦角を低減する必要がある理由等は定量的に明確になっていない。これらの解明も今後の課題である。

6.2 実用化に向けた課題

本論文では、MPMを用いた地盤の大変形・流動解析手法の開発を行い、斜面崩壊、浸透破壊、液状化については、模型実験の再現解析でその適用性を示した。土石流、高速長距離土砂流動については実際の事例のシミュレーションを行った。構成則については既往の弾塑性モデルを用いることができ、減衰のモデル化、固液二相系のモデル化（ただし、不飽和地盤のモデル化については今後の課題である）も本論文で行ったため、現行FEMで扱うことが可能な現象については、基本的に解析可能な状況になったと考えられる。本研究での目的として、FEMに代わる地盤の変形解析手法の開発を挙げたが、この点についてある程度目標を達成できた。しかしながら、実用化に向けては、実際の現象のシミュレーション事例が不足している。その際、事例によっては、規模が大きいもの、長時間にわたり現象が進行するもの等多種多様であり、バックグラウンドメッシュの大きさとラグランジュ粒子数の調整、時間ステップの調整等が別途必要になる可能性がある。これらの実績を多く積むことが実用化に向けた課題の一つであると考えられる。

一方、不連続体域の取り扱い、レーリー減衰および層流の仮定について、大変形域でも適用可能かどうか明確にせず解析ツールの開発を行った。いくつか既往の研究と今回の再現解析のみでしか解析ツールの適用性を明確にしていない。今後これらの仮定はどこまで適用可能であるのか検討を要する。これには、上述したシミュレーション実績の向上が重要な役目を果たすと考えられる。また、これらの本質的なメカニズムについては、実験的にも解析的にも明確になっておらず、それらの解明も将来的には今後の課題である。

なお、上述したように今回開発した手法は基本的にFEMで扱うことが可能な現象に対して適用可能である。よって、解析パラメータの決定方法、ひずみの局所化の表現等、FEMと同様な課題がある。特に複雑な弾塑性モデルを用いた場合は大きな問題となる。一方、近年、解析によって地盤の変形挙動のメカニズムを解明する試みが多く行われてきている。例えば、Asaoka et al. (2000a, 2000b, 2002), Noda et al. (2005a, 2005b, 2007, 2008) は地盤の特徴を構造劣化と過圧密解消の観点から考察し、解析結果に基づき地盤の変形問題のメカニズムの解明を行っている。従来シミュレーションは予測ツールとしての性格が強くこの点も重要な側面であるが、シミュレーションによるメカニズム解明という側面も今後実用化に向け重要である。その意味では、今回開発した解析ツールによる地盤変形のメカニズム解明に関する知見の蓄積が重要であると考えられる。

土石流、高速長距離土砂流動については、地形データ、粒度分布、三軸圧縮試験結果である程度シミュレーション可能な方法を提案した。土石流や高速長距離土砂流動は地盤情

報の複雑さが問題であるが、既往の研究や流動実験の再現解析を通して、上記のデータのみでモデル化する方法を提案した。しかしながら、地形データについては基盤地図情報を用いることができるものの、粒度分布と三軸圧縮試験結果は、土砂または土塊から得たサンプルによる。そして、どこでサンプリングしたものをを用いるべきか問題になる場合が想定される。この点については、今後のシミュレーション実績とサンプルの採取方法のマニュアル整備、採取したサンプルの物性の違いが解析結果に与える影響等に対する検討が必要になると考えられる。

以上から、実用化に向けた課題としては、実際の地盤の変形問題のシミュレーション実績の積み重ねが必要である。その際、解析パラメータの設定が問題になってくる。解析パラメータは要素試験により把握することとなる。地盤工学における一般的な要素試験としては三軸圧縮試験、繰返し三軸試験がある。さらに、弾性係数の把握にはPS検層、標準貫入試験、孔内水平載荷試験、平板載荷試験、一軸圧縮試験があり、内部摩擦角の把握には、N値と拘束圧を考慮した換算式（鉄道総合技術研究所，2012）も提案されている。これらの試験結果から解析パラメータを設定する必要があるが、その際、物性のばらつきに加え、各試験法がカバーできる範囲（適用範囲）を考慮することが重要である。地盤の物性には、載荷幅依存性、ひずみ依存性、ひずみ速度依存性等があり、得られた試験値が必ずしも解析対象とする現象に対して代表値になるとは限らない。特に、応力ひずみ関係については、本研究で扱った地盤の大変形・流動現象を扱う場合、従来の試験法では変形強度特性を特に大ひずみ時にて正確に把握することはできない。本研究では、大ひずみ時では応力経路が限界状態線上に達し残留応力一定の定常状態になると仮定して解析的検討を進め、結果的に今回取扱った現象の範囲内では、地盤の大変形・流動挙動を概ね取扱えることが分かった。この点を明確にするには、地盤の大ひずみ時の挙動に関する実験的検討が必須であるが、未だ研究途上である。したがって、本研究で示した解析ツールを実用化する上では、上記のような仮定の下で構築した解析ツールがどのような現象に対し、どの範囲まで適用可能か配慮しながら検討を行うことが重要である。例えば、実際の実務においては、要素試験から得られた試験値に対し、試験値の適用範囲、上記の地盤物性に対する影響を考慮しつつ、適宜解析パラメータの値を変化させて解析結果に対する感度解析を行い、試験値の適用範囲を考慮した総合的な観点からシミュレーション結果を評価するような手順が必要になることが考えられる。

一方、シミュレーションから得られた解析結果により現象のメカニズムを解明するという点で実務に役立つという面もある。特に、今回開発した解析ツールは、地盤の幾何学的非線形性を含んだ解析が可能であり、この特性からのメカニズム解明に貢献できる可能性がある。さらに、これらから得られる知見は将来的に簡易法を拡張する上で有効になる可能性もある。よって、実際の地盤のシミュレーションにおいて、地盤の変形予測のみに重きを置くのではなく、メカニズム解明という点にも着眼した解析事例を増やしておくことが実用化に向けて重要であると考えられる。特に、メッシュフリー法では、流体と固体の

相互作用を陽に扱えるという利点もあり、越流水による河川堤防の浸食過程を再現した事例もある。（例えば、後藤，2002）先般の地震以来、津波等流体力に対する土構造物の耐力評価が重要視されてきており、当該現象のメカニズム解明、予測手法の構築に向けた検討の進展も実用化に向けて重要であると考えられる、

さらに、近年、斜面崩壊をモニタリングにより監視する技術が急速に発達している。（例えば、内村・瀬古，2011）これらのモニタリングから得られるデータから地盤の物性を同定し将来的な斜面の崩壊予測につなげる手法としても本解析手法は可能性を秘めているものと考えられる。このような実際の斜面を対象とした分野での活用を推進することにより、実用化に向けた進展が期待できるものと考えられる。

第 6 章の参考文献

1. Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (2000a): “Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior,” *Soils and Foundations*, Vol. 40, No. 2, pp. 99 – 110.
2. Asaoka, A., Nakano, M., Noda, T. and Kaneda, K. (2000b): “Delayed compression/consolidation of natural clay due to degradation of soil structure,” *Soils and Foundations*, Vol. 40, No. 3, pp. 75 – 85.
3. Asaoka, A., Noda, T., Yamada, E., Kaneda, K. and Nakano, M. (2002): “An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanics of soils,” *Soils and Foundations*, Vol. 42, No. 5, pp. 47 – 57.
4. Fujisawa, K., Murakami, A. and Nishimura, S. : Numerical analysis of the erosion and the transport of fine particles within soils leading to the piping phenomenon, *Soils and Foundations*, Vol. 50, No. 4, pp. 471-482, 2010.
5. 後藤仁志, 林稔, 織田晃治, 酒井哲郎 : 越流水による河川堤防侵食過程のグリッドレス解析, *水工学論文集*, Vol.46, pp.439-444, 2002, 2.
6. Noda, T., Asaoka, A., Nakano, M., Yamada, E. and Tashiro, M. (2005a): “Progressive consolidation settlement of naturally deposited clayey soil under embankment loading,” *Soils and Foundations*, Vol. 45, No. 5, pp. 39 – 51.
7. Noda, T., Tashiro, M., Takaine, T. and Asaoka, A. (2005b): “Deformation analyses of piled raft foundation in terms of settlement reduction and load shearing ratio,” *JSCE journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, Vol. 72, No. 799, pp. 37 – 49. (In Japanese)
8. Noda, T., Asaoka, A. and Yamada, S. (2007): “Some bearing capacity characteristics of a structured naturally deposited clay soil,” *Soils and Foundations*, Vol. 47, No. 2, pp. 285 – 301.
9. Noda, T., Asaoka, A. and Nakano, M. (2008): “Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model,” *Soils and Foundations*, Vol. 48, No. 6, pp. 771 – 790.
10. 鉄道総合技術研究所, 国土交通省監修 : 鉄道構造物等設計標準・同解説 基礎構造物, 2012, 1.
11. 内村太郎, 瀬古一郎 : 斜面災害のモニタリング, 基礎工, Vol.7, pp.50-53, 2011.

謝辞

本研究を行うにあたっては、指導教官であります東京大学生産技術研究所、小長井一男先生には、常に変に大変有益な御助言と適切な御指導を頂きました。小生の研究が遅々と進まずご迷惑をおかけしたにも拘らず、大変ご多忙のところ貴重なお時間を多く割いて頂きました。改めて御礼申し上げます。

副査として本論文を審査して頂きました東京大学、古関潤一教授、桑野玲子准教授、内村太郎准教授、筑波大学、松島亘志准教授には、非常に貴重な御助言と御指導を頂きました。心から御礼申し上げます。

小生が修士課程の大学院生の時にご指導頂いたヨハンソン・ヨルゲン氏（現、ノルウェー地盤工学研究所）、アミール・サダル氏（現、鹿島建設）には、本研究のベースとなるMPMを学習する上で大変お世話になりました。心より御礼申し上げます。

公益財団法人鉄道総合技術研究所の皆様には公私共々お世話になりました。特に本研究を仕上げる上で、館山勝構造物技術研究部長、神田政幸基礎・土構造研究室長、澤田亮主査、篠田昌弘主任研究員、渡辺健治主任研究員、中島進副主任研究員、佐名川太亮研究員、江原季映研究員、真井哲生氏（現、九州旅客鉄道株式会社）には大変お世話になりました。心より御礼申し上げます。

英国ケンブリッジ大学、曾我健一教授、サミラ・バンダラ女史、国土交通省、森啓年様には、固液二相系MPMの開発と浸透破壊のシミュレーションにおいて多くの貴重なご助言を頂くともに公私共々大変お世話になりました。心より御礼申し上げます。

独立行政法人原子力安全基盤機構、中村英孝様、村田雅明様には、地震時の斜面崩壊への適用性検討を進める上で大変お世話になりました。また、斜面検討ワーキングの委員でおられました日本大学中村晋教授、東北大学河井正准教授、電力中央研究所大鳥靖樹様には、貴重なご助言を多く頂きました。心より御礼申し上げます。

小生が英国勤務中にケンブリッジ大学博士課程学生でおられたグイ・チェン氏（現、ノルウェー地盤工学研究所）には、特に DAMPM による土石流のモデル化で貴重なご助言を頂きました。

さらに、富士通エフ・アイ・ピー株式会社塩見和利様、熊谷七海様には、斜面崩壊のシミュレーション、構成則のプログラミングで大変お世話になりました。

その他、御指導を頂いた諸先生方、日頃の生活、実験などでいろいろお世話になった鉄道総研、大学の職員、企業の方々、有益な時間を過ごさせて頂いた同僚の皆様、妻みずき、両親全ての方々に心から感謝申し上げます。

平成 25 年 1 月

阿部 慶太