審査の結果の要旨

氏名：西埜晴久

本論文では所得に関して階級別に与えられたデータ (以下グループデータあるいは分位点における数値なので分位点データと呼ぶ) を用いてその格差あるいは不平等度を推定する統計学的な方法を提案し, その理論的性質を明らかにするとともに、日本の実際の時系列データに応用し実証分析を行っている.

所得格差あるいは不平等度に関する議論は, どのように定義するかまた実際のデータからどのように数量化するかについて, 経済学・社会学・政治学・統計学など広範な分野に渡って長い歴史を持つ. 数量化する場合の指標については様々なものが提案されているが, 代表的な指標の 1 つが C.Gini によって提案されたジニ係数である. ジニ係数が実際の所得格差の指標として頻繁に用いられる主な理由はその解釈の容易さと計算の簡便性にある. ジニ係数は, 2 次元平面上においてローレンツ曲線と呼ばれる原点 $(0,0)$ と点 $(1,1)$ を結ぶ所得の低い者から高い者へ順番に相対所得を累積した曲線と, 原点 $(0,0)$ と点 $(1,1)$ を結ぶ直線が囲む図形の面積の 2 倍に等しい. したがってジニ係数は 0 と 1 の間の値をとり, 0 に近いほど格差が小さく逆に 1 に近いほど格差が大きくなる. そして 0 のときは完全平等すなわちすべての個人の所得が同一となり, 1 のときは完全不平等すなわち 1 個人が総所得を得て他の人々の所得は 0 となる.

所得分布に対してパラメトリックな確率分布を仮定した場合, ジニ係数はパラメータの関数として陽に表現できる場合が多い. 本論文ではグループデータからパラメータおよびジニ係数を推定する統計学的な方法の開発, その理論的性質の導出, 異なる時点において計算されたジニ係数に対する有意差を検定する方法の提案, さらにはジニ係数が時間とともに変化していく動学モデルの提案を行っている. また以上の結果を日本の時系列データに応用して, ジニ係数に変化があったか否かを実際に検証している.

第 1 章では準備として, まず実証分析に用いられる様々なデータ (家計調査・全国消費実態調査・所得再分配調査・国民生活基礎調査・税務統計・民間給与実態統計調査) の調査方法とそれに基づいて実証分析を行った過去の代表的文献が説明されている. 次に本論文で用いられるパラメトリックな確率分布が系統図を用いて統一的に解説されている. 最後にグループデータに対して過去に用いられてきた 2 つの推定法, 多項最尤法とピアソンの最小カイ 2 乗法が紹介されている.

第 2 章では, まず過去の文献に用いられているジニ係数の推定方法とその問題点が説明されている. ひとつは記述統計的な方法である. ジニ係数は上述の定義にしたがって計算すればよいが, 分位点データを用いると近似計算のため過小推定され易いことが指摘されている. それに代わる方法として, パラメトリックあるいはノンパラメトリックにローレンツ曲線を推定し後にジニ係数を求める方法がある. しかしこの場合には母集団の最小値（最低所得）と最大値（最高所得）は標本から推測せざるを得ず, ジニ係数はその影響を受けやすい.

そこで本章では所得分布を表現する確率分布として代表的な 1 つであるパレート分布を仮定し, そのパラメータの推定量からジニ係数を求める方法を提案している. パラメータの推定量としては, 3 つの推定量, SOE(selected order statistics estimator), 多項最尤推定法 (multinomial maximum likelihood estimator,MML), 最尤推定量 (maximum likelihood estimator,MLE) を考えている. SOE は部分順序統計量の漸近分布に基づく推定量である. 漸近分布を真の確率分布と仮定した場合, 対数部分順序統計量を被説明変数とし, パラメータの逆数を回帰係数とする回帰モデルに見なせる. 誤差項の共分散行列は既知なので, 回帰係数に対する最良線形不偏推定量が計算可能であり, この推定量を SOE として定義する. 次に MML は, 分位点で区切られた階級にデータが入る確率をパレート分布から計算した多項分布を考え, そのもとでの最尤推定法である. 最後に MLE は部分順序統計量の厳密な有限標本分布に基づく最尤推定量である.

SOE の期待値・分散については既存の結果があるが, MML と MLE についてはいまだに導かれていない. 本章でその一部を理論的に導出し, 未解明な部分についてはシミュレーションにより計算し, 3 つの推定量の期待値・分散を比較している. シミュレーションによれば 3 つの推定量の期待値・分散はほぼ同じであり, 平均 2 乗誤差はやや SOE が他の 2 つの推定量より小さくなっている. 原因として SOE は解析的に式で表現できるが, MML と MLE は陽に表現することができず数値的最適化で求めることにあると指摘している.

次に異なった時点において計算されたジニ係数間の有意差検定が論じられている. 漸近的には, 3 つの推定量を用いて通常の 2 母集団における正規分布の期待値に対する有意差検定の枠組みの中で検定できることを示している. さらに MLE については尤度比検定も利用できることを示している. パラメータが変化しないという帰無仮説のもとでは, 2 時点のすべてのデータから同一のパラメータを推定し, 一方変化したという対立仮説のもとでは, 個々の時点でパラメータを計算し, 両者の尤度比により検定する. ただしシミュレーション結果を傍証として, MML と MLE の分散は SOE のそれに等しいと仮定している.

最後にこれら 2 つの検定方法を応用し実証分析を行っている. データとしては家計調

査から得られた全世帯および勤労者世帯の 5 分位データを用いる．期間としては 1985, 1990, 1995, 2000, 2005 の 5 年間をとり, いわゆる「バブル期」,「バブル崩壊期」におけるジニ係数の変化を考察している．5 年間ともに 3 つの推定量はほぼ同一である．また異時点におけるジニ係数に対する有意差検定に関しては, 全世帯では 1990 年から 1995 年にかけておよび 2000 年から 2005 年にかけて, 勤労者世帯では 1995 年から 2000 年にかけて有意な差が検出されている．尤度比検定においても同様の結論を得ている．これらの結論は過去の文献において記述統計的に得られた結論と整合的であることを指摘している．

第 3 章では, 所得分布に対するパラメトリックな確率分布として代表的なもう 1 つの分布である対数正規分布を仮定した場合について論じている．対数正規分布のもとでは, 対数値の標準偏差の関数としてジニ係数は表現できる．したがって第 2 章と同様の分析が対数正規分布にも適用できる．さらに本章では家計調査のデータに対する対数正規分布の適合度をチェックするために, Shapiro-Wilk 検定およびカイ 2 乗検定を行い, このデータが検定をパスすることを確認している．実証分析の結論はパレート分布に基づく結論と同じで, 上述の期間にジニ係数の有意差を検出している．

第 4 章では第 3 章の発展として, ジニ係数の持続性あるいは変化を調べるために対数正規分布が時間の推移ともに変動していく動学モデルを提案している．対数正規分布のもとでは, SOE を求めるために用いる回帰モデルにおいて回帰係数が標準偏差そのものになっている．この長所を生かし, ファイナンスデータなどの解析モデルとして有用とされている確率的ボラティリティモデル (stochastic volatility model, SV モデル) を回帰係数に導入することにより, 第 3 章のモデルを動学化している．実際には複数個の分位点をまとめて多変量 SV モデルに表現し, 変動する期待値・標準偏差はマルコフ連鎖モンテカルロ (Markov Chain Monte Carlo, MCMC) 法によって推定している．

実証分析においては, 第 2,3 章と異なり, 家計調査における勤労者世帯と 2 人以上世帯の 1971 年から 2007 年まで 37 年間の暦年年次データを利用している．ここでは標準偏差の変動を説明するために外生変数として GDP 成長率, CPI 変化率, 日経平均リターン, 高齢化率を組み込んでいるが, 結果としては定数項のみすなわち外生変数の影響がないモデルの方が周辺尤度関数の値が高くなっている．またジニ係数の時系列的変化を見ると, 勤労者世帯・2 人以上世帯ともに 4 つの時期, 1974 年, 1980 年, 2000 年, 2005 年頃に山があることを観測している．解釈としては最初の 3 つの時期は各々いわゆる「石油ショック」,「バブル経済」,「ドットコムバブル」に対応しているとしている．

最後に第 5 章ではまずパレート分布や対数正規分布など今までに所得分布の解析に用いられてきた分布を 5 つのパラメータを持つ一般化ベータ分布 (GB 分布) という分布の枠組みのなかで統一的に議論している．次に GB 分布のジニ係数の解析的表現を導出してい

る．ジニ係数は不完全ベータ関数や超幾何関数など特殊関数の積分となり陽に求めることはできない．そこで 2 重指数型積分公式という精度の高い数値積分公式を用いることを提案している．最後に 2004 年の家計調査における 10 分位データに理論的結果を応用して実証分析を行っている．データとしては 2 人以上世帯と勤労者世帯を用い、各々のデータに GB 分布の特殊例である対数正規分布, Singh-Maddala 分布 (SM 分布), 2 パラメータ一般化ベータ分布 (2GB 分布) そして最も一般的な GB 分布を当てはめている．推定法としては MLE とパラメータに事前分布を想定しデータを観測後パラメータの事後分布を求める MCMC 法を採用している．

対数尤度で評価すると 2 人以上世帯では GB 分布, 勤労者世帯では 2GB 分布の当てはまりが良いことを示している．MCMC 法により計算されたパラメータの事後分布を見ると, 両データともに事後平均はどのモデルでも似た値を示しているが, GB 分布が原点に近い方において, 逆に SM 分布は原点から遠い方において各々高い密度を持っていることを明らかにしている．

論文の評価

所得格差や不平等度を如何に定量的に表現するかは経済学・政治学・社会学・統計学など多岐に渡る学問分野において重要な問題の 1 つである．ジニ係数はその代表的な指標であるが, 従来は記述統計的に計算され, またその計算に基づいて格差や不平等度の存在あるいは変動について議論されがちであった．本論文ではジニ係数に関して, 統計学・計量経済学の見地から理論的に正当化できかつ実証分析においても有用な推定量を開発するとともに, この推定量に基づき格差や不平等の存在や変動の有意性に関して客観的な判断方法を与えるという大きな貢献を果たしている．以下各章についてその評価とコメントをまとめる．

第 2, 第 3 章では SOE, MML, MLE の 3 つ推定法について議論している．これらの推定法は既に他の統計学の分野において提案されてはいるが, ジニ係数の推定・検定という視点から整理し, その漸近的性質の導出を試みていることは評価できる．また実証分析においては推定・検定を通じて, ジニ係数の変動の有意性などを検証し, 過去の文献において導出された結論に対して客観的な判断材料を与えている．さらに開発途上国のようにいまだ個票データが整備されておらず, 分位点データのみで所得格差を推測せざるを得ない環境において, 有力な分析手法を提供している．しかし MML と MLE に関してはより理論的考察を加えてその漸近分散を導出することが望ましい．また第 2 章ではパレート分布, 第 3 章では対数正規分布を所得分布として採用しているが, 両者の関係が今ひとつ明瞭ではない．実証分析において導かれた結論は採用する分布に対してはロバストで矛盾す

る結論には至っていないが, 一般には分布の適合度を測る指針あるいはモデル選択規準の構築が今後の課題である.

第 4 章では, 対数正規分布を所得分布に仮定した場合ジニ係数が対数値の分散を引数とする関数になることに着眼して, 分散が時点ごとに変化する SV モデルを提案している. このようにジニ係数を時点に依存させた動学モデルは過去の文献には見あたらず, 画期的な試みといえる. またこのモデルを実際データに応用した実証分析では、ジニ係数の変化と時点ごとの経済環境の関連について興味深い知見を与えている. しかし一方で GDP 成長率, 高齢化率などの外生変数をモデルに導入する方法については, さらなる工夫が必要と言える. 本実証分析では外生変数が定数項すなわち経済変数を導入しないモデルが一番適合度の高いモデルであるとの結論を得ているが, 分散の変動にこれら外生変数の変動が吸収されてしまい, その結果回帰モデルの多重共線性のような現象が生じて変数の係数が有意でなくなる可能性が残されている. 外生変数の導入法をより洗練させること, また分散変動に関しても GARCH モデルを始めとして他のモデルとの比較などが今後必要である.

第 5 章では, 所得分布に対する従来のモデルを 5 パラメータ GB 分布という最も一般的な分布の枠組みの中で統一的・包括的に議論している. たとえばジニ係数の一般式の導出など, 所得分布に対する統計的推測理論を俯瞰的に論じる上で大変有用である. またこの一般式を実際のデータに応用し, 様々な分布のもとで推定したジニ係数の比較は実証分析を行う際に有用な指針となる. ただ課題としては最尤法が不安定になる場合その原因を明らかにすること, また数値積分以外にもジニ係数の精度の高い計算法が開発できるかなどが残されている. さらにジニ係数は密度関数や期待値の関数として表現できるので, パラメトリックな分布を仮定しないノンパラメトリックな推定法との比較なども今後検討すべき課題である.

論文審査の結論

上述のような今後解決すべき課題は残されつつも, 統計学・計量経済学の理論に則って正当化されるジニ係数の推定法の開発, ジニ係数が時点に依存し変化する動学モデルの提案, 実証分析へ加えられた新たな知見などに対してすべての審査員から高い評価が与えられた. また提出された論文の第 2 章から第 4 章までは国内外で定評のある統計学・経済学の雑誌に既に掲載されている (第 2 章 (Journal of the Japan Statistical Society), 第 3 章 (Sankhya), 第 4 章 (Journal of Income Distribution)). さらに第 5 章も水準の高い学術雑誌に掲載される可能性が高い. このように本論文は統計学・計量経済学および経済学実証分析の観点から見て独創的でありさらなる発展が期待できる. したがって本研究科

が要求する学位論文の水準に十分達しており, 審査委員会は全員一致で本論文を博士 (経済学) の学位授与に値すると判断した.

2013 年 6 月

審査委員

矢島美寛

国友直人

久保川達也

大森裕浩

下津克巳