

非正準 Hamilton 形式に基づく 理想流体の定常状態のアニーリングシミュレーション

学生証番号 47-126085 氏名 近末 吉人
(指導教員 吉田 善章 教授)

Key Words: Simulated annealing; Noncanonical Hamiltonian form; Casimir invariants; MHD equilibrium

理想流体の運動は Hamiltonian と非正準 Poisson 括弧を用いた Hamilton の運動方程式で表される [1]. 非正準 Poisson 括弧を定義する反対称作用素には位相欠陥があるため, Casimir 不変量が存在する [2]. Casimir 不変量は位相空間において運動を行う面である Casimir leaf を定め, この Casimir leaf の Hamiltonian の極値で運動が定常的になる. そのため, Casimir 不変量は理想流体の定常状態を特徴づける重要な保存量である.

Hamilton の運動方程式では Casimir 不変量と Hamiltonian が保存するため, Casimir leaf における Hamiltonian の等高線上の運動となる. そのため Hamiltonian の極値である定常状態は求められない. それに対し, Vallis ら [3] は反対称作用素を二回作用させた非物理的な運動の式を解くことで, Casimir 不変量を保存した上で Hamiltonian を極値化できることを示した. この方法はアニーリング法と呼ばれ, 初期条件と同じ Casimir leaf 上にある定常状態を求めることが可能である. Vallis ら [3] は, 実際に 2 次元非圧縮中性流体に応用し, 軸対称な定常状態を求めることに成功した. 2011 年には, Flierl ら [4] がアニーリング法で非軸対称な 2 次元非圧縮中性流体の定常状態を求めることに成功した.

我々は, アニーリング法には次の二つの更なる発展の可能性があると考えた. 一つは Casimir 不変量の保存という特徴から, Casimir leaf ごとに定常状態を系統立てて求められる可能性である. もう一つは非正準 Hamilton 形式が理論の基本にあることから, 定常状態を求めることが難しい 3 次元のプラズマなどに応用できる可能性である. このような考えの下, アニーリング法の発展を目指した研究を行った.

最初に Casimir leaf ごとに定常状態を系統立てて求める方法への発展を目指した研究について述べる. アニーリング法では, 初期条件と定常状態が同じ Casimir leaf 上に存在することに注目し, 指定した Casimir 不変量の値を持つように初期条件を調整することを考えた. そして, 最急降下法を用いて, 2 次元非圧縮中性流体の 2,3 個の Casimir 不変量の値を指定した値に調整することに成功した. さらに, この初期条件の調整とアニーリング法を組み合わせたコードを開発して, 指定した Casimir 不変量の値を持つ定常状態を求めることに成功した. 2 次元非圧縮中性流体には無限個の Casimir 不変量が存在するため, 全ての Casimir 不変量を指定することはできない. しかし, Casimir 不変量が有限個しか存在しない系であれば, 最急降下法とアニーリング法を組み合わせることで, Casimir leaf ごとに系統立てて定常状態を求めることが可能である.

次にアニーリング法を 2 次元非圧縮中性流体以外の非正準 Hamilton 力学系に応用することを目的とした研究について述べる. この研究では, 将来的にアニーリング法が 3 次元のプラズマに応用されることを見据え, 2 次元低ベータ簡約化 MHD [5] にアニーリング法を応用することを試みた. 実際に, 2 次元低ベータ簡約化 MHD にアニーリング法を応用したコードを開発し, シミュレーションを行った. その結果, Casimir 不変量をよく保存した上で, Hamiltonian を極小化し定常状態を求めることに成功した. これにより, アニーリング法が 2 次元低ベータ簡約化 MHD に応用可能であることが新たに実証された. 今後は 3 次元のプラズマにアニーリング法を応用する予定である.

参考文献

- [1] P. J. Morrison, and J. M. Greene, Phys. Rev. Lett. **45**, 790 (1980).
- [2] P. J. Morrison, Rev. Mod. Phys. **70**, 467 (1998).
- [3] G. K. Vallis, *et al.*, J. Fluid Mech. **207**, 133 (1989).
- [4] G. R. Flierl, and P. J. Morrison, Physica D **240**, 212 (2011).
- [5] P. J. Morrison, and R. D. Hazeltine, Phys. Fluids **27**, 886 (1984).