

修士論文

コヒーレント光通信システムにおける新しい多次元変調方式の研究

Novel multi-dimensional modulation formats in  
coherent optical communication systems

2015年2月5日提出

指導教官 菊池 和朗 教授

東京大学大学院工学系研究科  
電気系工学専攻 融合情報学コース

学籍番号 37-136430

石村 昇太



# 内容概観

年々拡大し続けるネットワークのトラフィック容量に対して、波長多重 (wavelength-division multiplexing: WDM) 技術により、基幹伝送の大容量化は実現されてきた。しかし、エルビウム添加光ファイバ増幅器 (erbium-doped fiber amplifier: EDFA) の増幅帯域の拡大が簡単には見込めないため、使用可能な帯域がひっ迫し始めてきている。そんな中デジタルコヒーレント光通信による、多値変調方式を用いた周波数利用効率の拡大に大きな注目が集まっており、現在基幹伝送においては、すでに実用化が開始されている。しかし、光ファイバの非線形光学効果により、変調方式の多値化にも限界があることがわかっている。このような状況において、光信号をより遠くに、より正確に伝送するためには、情報理論や符号理論が欠かせないものとなってきている。近年の光通信における研究開発は、デジタルコヒーレント光通信技術を基礎として、そこに情報理論が融合された新たな段階へと突入しているといっても過言ではない。

その一つの形態として、多次元変調方式に関する研究が挙げられる。これは、通常 2 次元の平面に配置される信号点を、多次元空間に拡張することで、より電力効率の高い変調方式を見出そうとするものである。特に、4 次元空間を用いた 4 次元変調方式は、光の複素振幅だけでなく、偏波も用いることで実現され、光通信に適した方式であるといえる。

本論文の最大の目的は、この 4 次元空間、あるいはそれ以上の多次元空間を用いることで、より通信路容量に接近し得る方式を見つけ出し、その有効性を確かめることである。その中でも我々は、4 次元空間中でのセット分割を用いた変調方式として、8 状態トレリス符号化光変調方式の伝送実験を世界に先駆けて行った。その結果、少ない計算量で大きな符号化利得が得られる、大変有効な方式であることが証明された。また、4 次元以上の次元を用いた場合、そこに Permutation modulation を適用することで、より通信路容量に接近しうることも示した。さらに、既存の 4 次元変調方式である、セット分割 4 次元 QAM (set-partitioned 4-dimensional QAM: SP-4D-QAM) に対して、チェイス復号を適用することで高速な復号法も提案している。

以上に述べたような、いくつかの新たな変調方式の発見あるいは、伝送実験によるその有効性の証明及び、既存の 4 次元変調方式に対する高速復号法の提案は、光通信と情報理論が融合した新たな分野において、大いに意義のあるものであると考える。

# 目次

第 1 章	序論	1
1.1	背景 . . . . .	1
1.2	本研究の目的と成果 . . . . .	2
1.3	本論文の構成 . . . . .	4
第 2 章	コヒーレント光通信における変復調方式	6
2.1	はじめに . . . . .	7
2.2	信号波形のベクトル表記 . . . . .	7
2.3	光変調方式 . . . . .	9
2.3.1	位相シフトキーイング . . . . .	9
2.3.2	振幅シフトキーイング . . . . .	11
2.3.3	光変調器の構成 . . . . .	11
2.4	フィルタリング . . . . .	12
2.5	光伝送路 . . . . .	14
2.6	光復調方式 . . . . .	17
2.6.1	無線におけるダイレクトコンバージョン方式 . . . . .	17
2.6.2	コヒーレント光受信器の原理 . . . . .	17
2.6.3	位相タイバーシティ・ホモダイン光受信器 . . . . .	19
2.6.4	位相・偏波タイバーシティ・ホモダイン光受信器 . . . . .	20
2.6.5	デジタル信号処理の概要 . . . . .	21
2.6.6	固定分散補償 . . . . .	22
2.6.7	適応フィルタ . . . . .	23
2.6.8	搬送波位相推定 . . . . .	26
2.6.9	復調後の各種変調方式の誤り率特性 . . . . .	27
2.7	本章のまとめ . . . . .	28
Appendix A	LMS アルゴリズムの導出 . . . . .	30
Appendix B	定包絡線アルゴリズムの導出 . . . . .	31
Appendix C	信号空間内での白色ガウス雑音 . . . . .	32

第 3 章	Permutation modulation を適用した新たな多次元変調方式の提案	34
3.1	はじめに	35
3.2	電力効率、周波数利用効率及び通信路容量の関係	36
3.2.1	シャノンの連続通信路における通信路容量	36
3.2.2	電力効率と周波数利用効率	37
3.2.3	電力効率と周波数利用効率及び通信路容量の相互関係	38
3.3	Permutation modulation の構成法	39
3.4	多次元 Permutation modulation の漸近的特性の解析	40
3.4.1	Permutation modulation の電力効率と周波数利用効率	40
3.4.2	4 次元 Permutation modulation	40
3.4.3	8 次元 Permutation modulation	41
3.5	数値シミュレーションによる特性解析	42
3.6	4 次元信号に対する適応フィルタ構成の提案	45
3.7	本章のまとめ	46
第 4 章	4 次元セット分割 QAM の高速復号アルゴリズムの提案	48
4.1	はじめに	49
4.2	コヒーレント光通信における 4 次元変調方式の基礎	50
4.2.1	PS-QPSK	50
4.2.2	SP-4D-QAM	51
4.2.3	4 次元変調方式の BER 特性	56
4.3	2 値信号に対する対数尤度比の導出	56
4.4	Chase アルゴリズムによる高速復号法	58
4.5	SP-4D-QAM の高速復号法	59
4.5.1	単一パリティ検査ビットを有する SP-4D-QAM に対する高速復号法	60
4.5.2	3 つのパリティ検査ビットを有する SP-4D-QAM に対する高速復号法	61
4.6	本章のまとめ	63
Appendix D	多値 QAM における対数尤度比の導出	64
Appendix E	単一パリティ検査符号における外部対数尤度比の導出	66
第 5 章	4 次元 MQAM のセット分割を適用した 8 状態トレリス符号化変調方式の提案	69
5.1	はじめに	70
5.2	トレリス符号化変調の基礎	70
5.3	4 次元 $M$ 相 QAM のセット分割を適用した 8 状態トレリス符号化変調方式の原理	74
5.4	電力効率と周波数利用効率を用いた漸近的特性の解析	77
5.5	数値シミュレーションによる特性解析	78

---

5.6	back-to-back 時及び、50km 光ファイバ伝送時の <i>BER</i> 測定実験による原理 検証 . . . . .	79
5.7	本章のまとめ . . . . .	83
第 6 章	結論	84
参考文献		85

# 第 1 章

## 序論

### 1.1 背景

半導体レーザーの室温連続発振が可能になってから、40 年以上が経過した [1]。この間、光通信は飛躍的に進歩した。その躍進はいくつかの技術革新により支えられている。まず一つは、光ファイバの低損失化である [2]。現在では、0.2 dB/km 程度の損失で光が伝送でき、この低損失な光ファイバを用いることで、より遠くへと光を送ることが出来るようになった。さらなる伝送の長距離化を可能にしたのが、エルビウム添加光ファイバ増幅器 (erbium-doped fiber amplifier: EDFA) の出現である [3],[4]。光を光のまま増幅できる EDFA は、かつての、光を一度電気へと変換した後、再び光へと戻すという非効率な手法に取って代わったのである。またそれは同時に、コヒーレント光通信の存在を隅に追いやった。コヒーレント光受信器は、従来の強度変調及び、フォトダイオードを用いた直接検波を組み合わせた強度変調・直接検波 (intensity modulation and direct detection: IMDD) 方式以上に、高感度に信号を検出できる技術であり、ショットノイズ限界を達成できる [5]。しかし、IMDD 方式では問題にならなかった、位相及び偏波の変動の影響を受けるため、それらを克服しなければならないという技術的困難があった。さらに EDFA の出現により、コヒーレント受信器がショットノイズ限界を達成できるという優位性は薄れてしまった。EDFA を用いた伝送システムでは、SN 比 (signal-to-noise ratio: SNR) はショットノイズではなく、ASE(amplified spontaneous emission) で決定されるためである。その後、波長多重 (wavelength-division multiplexing: WDM) 技術により、EDFA と IMDD による光通信システムは大容量化の一途をたどる [6]。

しかし、その伝送容量の拡大が再びコヒーレント光通信をメインストリームへと押し戻す。それは、使用可能な帯域がひっ迫してきたことに伴い、コヒーレント光通信の、多値変調を用いた周波数利用効率の向上に大きな注目が集まったからである。また、1990 年代では実装が不可能であった、大規模なデジタル信号処理 (digital signal processing: DSP) がリアルタイムで行えるようになり、コヒーレント光通信はこのデジタル信号処理技術と相まって、デジタルコヒーレント光通信として復活を遂げた。2004 年、研究室レベルでのデジタルコヒーレント光通信の伝送実験が行われて以来 [7]、その発展は目覚ましい。すでに現在では

商用レベルでの運用が行われている [8]。

このデジタルコヒーレント光通信は、無線における通信技術の追従であり、DSP を用いたソフト的な通信はまさに無線の技術そのものである。さらに前方誤り訂正 (forward error correction: FEC) や符号化変調など、情報理論の分野の研究が光においても行われるようになった [9]。そんな中、2008 年に発表された偏波切替 QPSK (polarization-switched quadrature phase-shift keying: PS-QPSK) は、4 次元空間を用いた新たな変調方式として大きな注目を集めた [10],[11]。通常、信号点は平面で表現される 2 次元上にマッピングされる。これは信号波形が有する直交性を視覚化したものであり、直交した二つの成分はそれぞれ同相成分 (In-phase) 及び直交成分 (Quadrature) と呼ばれる。一方で、シングルモードファイバにおいては、その名に反して二つの直交した二つのモードが存在する。それは偏波である。コヒーレント光通信では、偏波を用いることが出来るのも大きなメリットであり、DSP によって時間的に揺らぐ偏波状態 (state of polarization: SOP) を補償できる。それぞれの偏波は IQ の 2 自由度を有しており、したがって光ファイバの単一波長内には 4 つの自由度が存在することになる。PS-QPSK はこの 4 自由度を基に変調され、偏波多重 (dual-polarization: DP)QPSK に比べて、周波数利用効率は 0.5 [bit/s/Hz/pol] 劣るものの、電力効率は 1.76 dB 改善されることが示された。その後、PS-QPSK 以外にも複数の 4 次元変調方式が報告された。代表的なものは、セット分割 4 次元 QAM (set-partitioning 4D quadrature-amplitude modulation: SP-4D-QAM) と呼ばれる、4 次元化された QAM をセット分割という手法を用いることによって間引く、といった思想のもとで生まれた方式である [12]。セット分割そのものは、トレリス符号化変調 (trellis coded modulation :TCM) と共に考案されたもので [15]、それを TCM とは独立に、4 次元空間で行ったものが SP-4D-QAM である。その後、2 つの波長スロットにより構成される 8 次元空間を用いて、周波数と偏波を同時にスイッチする周波数・偏波切替 QPSK (frequency and polarization switched QPSK: FPS-QPSK) なども発表された [16]。このような 4 次元以上の信号空間を用いた変調方式は、電力効率を高める一つの手段として活発に研究が行われた。ではなぜ信号空間の次元を増加させることで、電力効率を高めることが出来るのだろうか。また、同じ次元数の信号空間中において、どのような信号点配置が効率的だろうか。これらの問いは、本研究の目的と深くかかわっている。

## 1.2 本研究の目的と成果

なぜ信号空間の次元数の増加に伴い、電力効率が改善する傾向にあるのか。この問いは、本質的にはシャノンの理論を起源とする情報理論によって明らかになる [17]。「通信の数学的理論」によると、通信路には固有の容量が存在し、それ以上の伝送速度で通信を行うことはできない。さらに、それに近づくような符号が存在するかどうか、一般には不明である。しかし、いかなる符号でも無限の符号長を有していれば、限りなく通信路容量に接近できることを、シャノンはランダム符号なるものを用いて証明した。

無限の符号長を有する符号は現実的には存在しないが、1993 年にベローによって見出され

たターボ符号や [18]、60 年代にギャラガーによって既にその存在が示されていた LDPC (low-density parity-check code) 符号は [19]、現存する符号の中で最も通信路容量に接近できる。

一般に誤り訂正符号とは、 $n$  次元空間のうちその部分空間のみを使用し、符号をまばらに配置することで符号間距離を拡大している。通常この符号間距離は、ハミング距離で既定される。一方、変調方式における信号空間は、ユークリッド距離で既定される。これは、物理的な波形を直交基底によって展開し、多次元空間のある一点に射影することで可能となる。符号と信号空間で定まる変調方式の関係は、一見独立にも思えるが、符号語が 0,1 の二元体の場合、それぞれを信号空間の -1,1 へと変換することで、一対一に対応する。この際、符号語同士のハミング距離は、信号空間の信号点同士のユークリッド距離と比例する。したがって、符号と変調方式は深く関係しているのである。これらの相違点は、ハミング距離で復号するか、ユークリッド距離で復号するかであり、前者は硬判定法 (hard decision)、後者は軟判定法 (soft decision) と呼ばれる。一般に軟判定復号は硬判定復号より 2 dB 程度符号化利得が改善することが知られている。これは、ハミング距離で規定される空間では、本来波形が保有していた情報が、0,1 の 2 値に丸め込まれ失われているからである。

以上の議論から、符号長は信号空間の次元数と対応していることがわかる。したがって、符号長を増加させることで通信路容量に接近できたのだから、変調方式の次元数を増加させても、通信路容量に接近できるのである。多次元変調は、従来より研究されてきた分野であったが [20]、現実のシステムへの適用という意味では、コヒーレント光通信は適している。これは背景でも述べたように、一つの波長において偏波の 2 自由度が使用でき、容易に 4 次元空間が作り出せるためだ。

以上より本研究の目的は、コヒーレント光通信で実現可能な、4 次元あるいはそれ以上の次元を用いた変調方式において、より通信路容量に接近できるものを探り、その検証を行うことである。本論文では、いくつかの多次元変調方式の提案及び、既存の 4 次元変調方式に対する高速復号法を提案する。

一つ目は Permutation modulation を用いた多次元変調方式である。これは、 $n$  次元ベクトルのうち  $m$  個の要素に +1 あるいは -1 を割りあて、残りの要素を 0 とする集合全体を、変調方式のシンボルとしたものである。どの  $m$  個の場所に、+1 あるいは -1 を割りあてるかの組み合わせの分だけ、シンボル数が存在する。我々は、この Permutation modulation を多次元空間に適用することで、より通信路容量に接近できることを示した。さらに、2 つの Permutation modulation を組み合わせた、新たな多次元変調方式も提案している。この電力効率と周波数利用効率は、既存の 4 次元変調方式以上に優れており、その有効性をシミュレーションにより確認している。

また、既存の 4 次元変調方式である SP-4D-QAM に対して、Chase 復号法を適用することで高速な復号が可能であることも示している。

さらに、4 次元セット分割を適用した、8 状態トレリス符号化変調方式の光通信への適用を考察する。従来、4 次元の信号点にセット分割を単独で施すことで得られた方式が、SP-4D-QAM

であったが、我々は TCM と組み合わせることで、より効率的に符号化利得が拡大できることを示した。特に 8 状態トレリス符号化 4D-QPSK は、その符号化器構成の簡素さと復号にかかる計算量の少なさから、大変魅力的な方式であり、その伝送実験は世界に先駆けて行われた。

以上に述べたような、いくつかの新たな変調方式の発見及び、既存の 4 次元変調方式に対する高速復号法の提案は、光通信と情報理論が融合した新たな分野において、大いに意義のあるものであると考える。

### 1.3 本論文の構成

本論文の構成は以下のとおりである。

まず、第 2 章ではコヒーレント光通信における基礎的な変復調の技術についての説明を行う。これには基本的な変調方式の説明や、適応等化技術などが含まれる。

第 3 章では、Permutation modulation を多次元空間に適用した新たな変調方式を提案し、その多次元 Permutation modulation の次元を増加させていくことで、より通信路容量に接近できる方式が存在することを示す。その際、多次元変調方式を評価するための指標である電力効率と周波数利用効率について説明し、さらに電力効率と通信路容量の関係性について検討する。

第 4 章では、SP-4D-QAM の高速復号法を提案する。それにあたり、4 次元変調方式の基礎的な事項についても触れている。また、高速復号アルゴリズムの理解に必要な LLR の算出法及び、Chase による高速復号アルゴリズムについて説明する。これら基礎を踏まえたうえで、単一パリティ検査ビットを有する SP-4D-QAM 及び、3 つのパリティ検査ビットを有する SP-4D-QAM それぞれに対する高速アルゴリズムの適用法と、それらのシミュレーション結果を示す。

第 5 章では、4 次元セット分割を利用した、8 状態トレリス符号化変調の光通信への適用について説明する。まず基礎的な事項として、TCM についての簡単な説明の後、4 次元 8 状態 TCM の原理を述べる。またその性能を、電力効率・周波数利用効率及びシミュレーションの観点から評価する。さらに、8 状態トレリス符号化 4D-QPSK に関する、back-to-back 時及び、50km 伝送時の実験結果を示し、その有効性を確かめる。

最後に第 6 章で本研究の成果をまとめる。

ところで、各章の始まりの概要が記載されているページには、図 1.1 のような図が示されている。図 1.1 は、光通信システムにおけるブロック・ダイアグラム図を表しており、大まかに符号化部・変調部・光伝送路・復調部・復号部の 5 個の部分に分かれている。その章に最も関連の深い部分が網掛けで示されており、その章の内容が光通信システムでどこに対応するのかわかるようになっている。

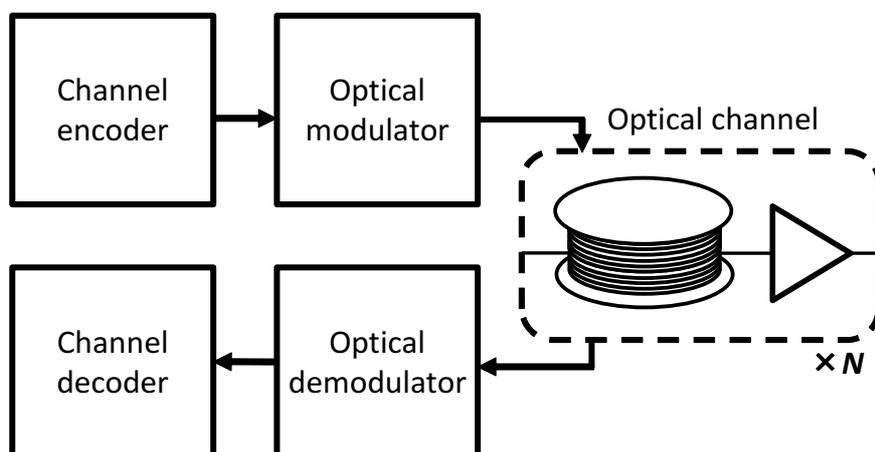
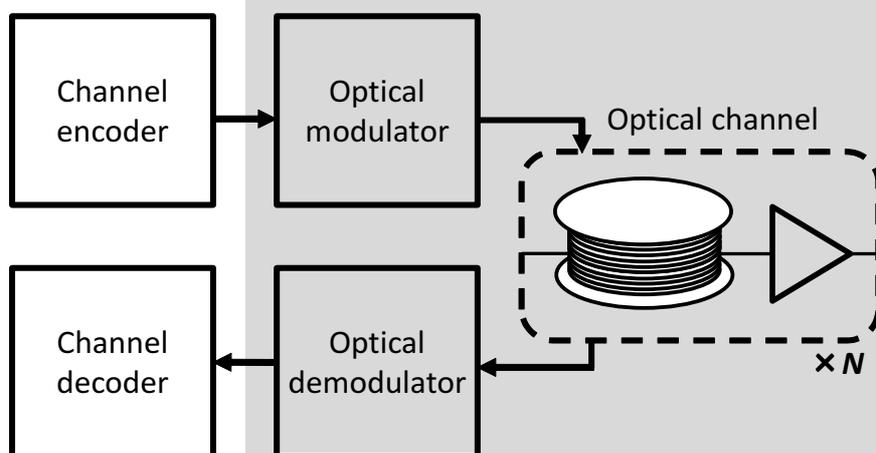


図 1.1 光通信システムのブロック・ダイアグラムによる概略図

## 第2章

# コヒーレント光通信における変復調方式

本章では、コヒーレント光通信における変復調における技術を扱う。変調とは情報に応じて、搬送波である光の物理的状态を変化させることである。電磁波には周波数、振幅、位相という自由度が存在するため、これらの変化に情報を対応させる。変調された光信号は、光ファイバを通り増幅されながら受信側へと到達する。伝送中では波形を劣化させる要因がいくつか存在し、それらの妨害からもとの信号を再生するのが復調の役割である。変復調と符号化は一体に行われる場合もあるが、本章では変復調は符号化とは独立した、物理的な波形の「生成」と「再生」として取り扱う。



## 2.1 はじめに

本章では、現在の長距離基幹伝送網を支える、デジタルコヒーレント光通信の基礎的事項について取り扱う。デジタルコヒーレント光通信においては、受信端で光の複素振幅を線形に再生できるため、従来の IMDD 方式では不可能であった、デジタル信号処理による線形歪の等化が可能となった。それだけでなく、多値変調による周波数利用効率の拡大も、コヒーレント光通信の魅力でもある。

まず、信号を線形な空間内の座標として表現するため、信号波形のベクトル表記について説明する。次に、実際に使用される変調方式について説明し、それが無線における変調と比較して、どのように物理的に実現されるのか簡単に述べる。また、変調された光が伝送される光ファイバ中での、群速度分散による信号の歪みの原理を説明する。そして、コヒーレント光受信器の特徴でもある、伝送された光を線形に復元する原理を、位相ダイバーシティ・偏波ダイバーシティの構成を含めて説明する。線形に復元された信号は、適応等化アルゴリズムによって、伝達関数による歪みを取り除かれ再生される。この適応等化の原理も簡単に述べる。

## 2.2 信号波形のベクトル表記

本節では、信号波形のベクトル表現について取り扱う。変復調を理解するうえで、信号波形のベクトルの取り扱いを理解することは重要である。また符号、復号化においても重要な役割を果たす。

任意の波形は、直交した波形の線形結合として表現される。まず、波形が直交しているということを数式で表現しよう。今、それぞれ異なった波形が  $n$  個存在すると仮定する。これらが直交している場合、以下の式を満足する。

$$\int_0^T \Psi_i(t)\Psi_j(t)dt = \delta_{ij} \quad 0 \leq t \leq T \quad i, j = 1, \dots, n \quad (2.1)$$

ただし、 $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタ関数であり、以下のように表される。

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & : i = j \\ 0 & : \text{else} \end{cases} \quad (2.2)$$

このような条件が満たされる関数系を正規直交系という。関数系が直交している場合、自分以外の関数とは相関がない。ここで、任意の周期  $T$  を持つ関数はこの直交関数群を用いて、以下のように展開できる。

$$s(t) = a_1\Psi_1 + a_2\Psi_2 + a_3\Psi_3 + \dots + a_n\Psi_n \quad (2.3)$$

これはさらに以下のようにまとめられる。

$$s(t) = \sum_{i=1}^N a_i \Psi_i(t) \quad (2.4)$$

ここで  $k$  番目の係数  $a_k$  が知りたければ、関数系の直交性を利用することで、以下のように  $a_k$  のみを取り出すことが出来る。

$$a_k = \int_0^T \Psi_k s(t) dt \quad (2.5)$$

一度このような直交関数系を用いて、任意の波形を表現すると決めてしまえば、わざわざ (2.3) のような表現をせずとも、その係数のみで任意の波形を特定できる。この係数を並べてベクトルにしたものが、信号波形のベクトル表現である。

$$\mathbf{s} = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \quad (2.6)$$

このように信号波形をベクトルとして表現することの一つの大きな利点として、加法性白色ガウス雑音 (additive white Gaussian noise: AWGN) の下では信号同士の相関をユークリッド距離で規定できることが挙げられる。以下ではこれを証明しよう。

まず、ある 1 次元信号  $x$  を送信して、受信側では  $y$  を受け取ったとしよう。 $x$  として送信される候補は  $n$  個あり、各候補は等確率に選択される。これらを含む集合を  $C$  とする。ここで受信器の仕事は、以下の最尤復号のルールに従って、受信語  $y$  に対して

$$\hat{x} = \arg \max_{x \in C} P(y|x) \quad (2.7)$$

推定語  $x$  を求めることである。推定された結果は実際に送信された  $x$  とは異なるかもしれないので、 $\hat{x}$  として区別している。ところでベイズの定理を用いると

$$p(y|x) = \frac{p(x|y)p(y)}{p(x)} \quad (2.8)$$

と書き換えられ、 $P(x|y)$  を最大化する問題は、 $P(y|x)$  を最大化する問題といっても良いことがわかる。なぜなら、候補の発生確率  $p(x)$  は等しいとしており、かつ同じ  $y$  のもとでの探索なので、 $p(y)$  も一定だからである。ここで平均 0 で分散  $\sigma^2$  の AWGN を仮定すると、 $P(y|x)$  は

$$P(y|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(y-x)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.9)$$

となる。この条件付き確率の式を (2.7) に当てはめることで、AWGN 条件下での最尤復号の表式が得られて

$$\hat{x} = \arg \max_{x \in C} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(y-x)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.10)$$

となる。これは

$$\hat{x} = \arg \min_{x \in C} (y - x)^2 \quad (2.11)$$

と変形される。したがって、最小のユークリッド距離を有する候補を探すことが、最尤であることがわかった。このように信号波形をベクトル表示することで、幾何学的な判定を行うことが出来る。

ここで、信号波形のエネルギーが、この  $n$  次元空間ではどのように表現されるのか考えよう。信号のエネルギーは以下のように表される。

$$E = \int_0^T s^2(t) dt \quad (2.12)$$

(2.4) を代入して変形することで、

$$\begin{aligned} E &= \int_0^T \left( \sum_{i=1}^N a_i \Psi_i(t) \right)^2 dt = \int_0^T \sum_{i=1}^N a_i \Psi_i(t) \sum_{j=1}^N a_j \Psi_j(t) \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j \int_0^T \Psi_i(t) \Psi_j(t) dt = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j \delta_{ij} \\ &= \sum_{i=1}^N a_i^2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

が得られる。ただし正規直交系の性質を利用した。このように、信号波形を  $n$  次元空間上で表現した場合、そのエネルギーは  $n$  次元空間上での原点からの距離の 2 乗に等しいことがわかる。すなわち、信号波形に対応するベクトルのノルムの 2 乗と等しい。

## 2.3 光変調方式

光の波形を情報に応じて、物理的に変化させることがコヒーレント光通信における変調である。電磁波の変化させ得るパラメータは、位相、振幅、周波数である。さらに光通信では偏波を変動させて情報を伝達する、偏波シフトキーイング (polarization shift keying: POLSK) というものも存在する [21],[22]。しかし、偏波は光の絶対位相を使用しないため、本質的には IMDD 方式と等価である。本節では、位相と振幅を用いた変調方式のみを扱うこととする。

### 2.3.1 位相シフトキーイング

位相シフトキーイング (phase shift keying: PSK) とは、電磁波の位相変化に情報をのせる方式であり、多くの通信システムでも用いられる。数式で表現すると以下ようになる。

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[\omega_0 t - \phi_i(t)] \quad (2.14)$$

$\omega_0$  は変調される光の角周波数を示す。変調される光は、搬送波などと呼ばれる。また、 $\phi_i(t)$  は以下のような離散的な値をとる。

$$\phi_i(t) = \frac{2\pi i}{M} \quad i = 1, \dots, M \quad (2.15)$$

$M$  が 2 の場合の PSK を、2 値 PSK(binary PSK: BPSK) と呼ぶ。BPSK の時間波形を図 2.1(a) に示す。シンボル時間  $T$  を境に、位相が急激に変化する様子がわかる。ここで (2.14) の定数倍  $\sqrt{2E/T}$  の意味について説明しておく、これは波形のエネルギーを (2.12) を用いて求めると、ちょうど  $E$  となるように規格化された定数倍に相当する。このように、エネルギーで波形を定める方が都合がよい。というのも、デジタル通信ではビット誤り率はエネルギーの関数として表現されることが多いからである。

さて、(2.14) を正規直交展開してみよう。基底関数として

$$\Psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_0 t \quad (2.16)$$

$$\Psi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin \omega_0 t \quad (2.17)$$

を採用する。これらは正規直交系をなす。すると (2.14) は以下のように展開される。

$$s(t) = a_1 \Psi_1(t) + a_2 \Psi_2(t) \quad (2.18)$$

$$= \sqrt{E} \cos(2\pi i/M) \Psi_1(t) + \sqrt{E} \sin(2\pi i/M) \Psi_2(t) \quad (2.19)$$

2 つの直交関数で展開された信号は、2 次元空間へとプロットされる。BPSK の場合を図 2.2(a) に示す。このような 2 次元空間にプロットされた信号点を、デジタル通信工学では信号ダイアグラム、あるいはコンステレーションダイアグラムなどという。また直交基底関数  $\Psi_1$ 、 $\Psi_2$  はそれぞれ、同相 (in-phase: I) 成分、直交 (quadrature: Q) 成分などと呼ばれ、この 2 次元空間は IQ 平面と呼ばれる。

$M$  が 4 の場合、4 値 PSK(quadrature PSK: QPSK) となる。その際のコンステレーションを  $M$  が 8 及び 16 の場合と共に、図 2.3 に示す。

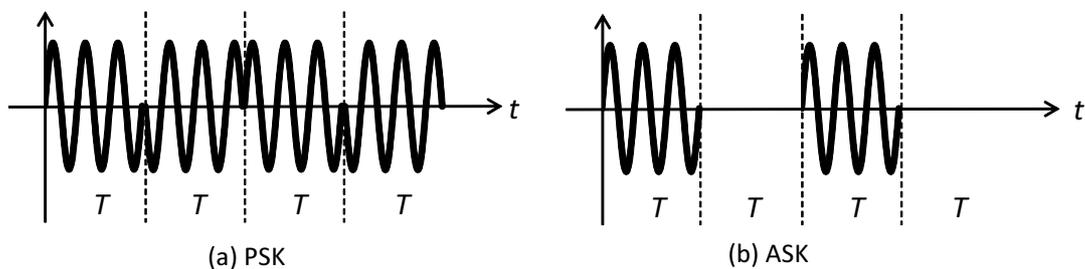


図 2.1 変調方式の時間波形。(a): PSK。(b): ASK。

### 2.3.2 振幅シフトキーイング

振幅シフトキーイング (amplitude shift keying: ASK) とは、光の振幅の変化に情報を対応させるものである。数式としては以下のように表現される。

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E_i(t)}{T}} \cos[\omega_0 t + \phi] \quad i = 1, \dots, M \quad (2.20)$$

$2E_i(t)/T$  は離散的な  $M$  個の値をとる。図 2.1(b) と図 2.2(b) には 2 値 ASK (on-off keying: OOK) の信号波形とコンステレーションを示している。コンステレーションを見ると、2 点の間隔は BPSK の方が広い。これは、誤り率の観点から BPSK の方が OOK より優れていることを示す。また、PSK と ASK を同時に行う、直角位相振幅変調 (quadrature amplitude modulation: QAM) は周波数利用効率を高めるという観点からは有効である。16 相及び 64 相のコンステレーションを図 2.4 に示す。

### 2.3.3 光変調器の構成

以上に PSK と ASK について述べたが、光通信において変調とは、物理的にどのように実現されるのだろうか。それを理解するため、まず無線通信で用いられる変調器の構成を見ていく。図 2.5 は無線通信における変調器の構成を示している。この構造は (2.18) あるいは (2.19) をそのまま表現している。まず、 $I$  成分と  $Q$  成分を独立に用意して、それぞれに搬送波の余弦成分と正弦成分を乗算し、最後にそれらを足し合わせる。光においてこの構成に対応するのが、2 つのマッハツェンダー型位相変調器を組み合わせた構造である。

まず位相変調器の原理を簡単に説明する。変調器には  $\text{LiNbO}_3$  基盤が使用される。この基盤中に導波路が存在し、光はそこを通る。 $\text{LiNbO}_3$  に電界が加わると、電気光学効果により屈折率が変化する。屈折率が変化すると光が感じる光路が変化し、出力での位相が変化する。加える電界を調節することで、光の位相変化を制御することが出来る。この位相変調器を 2 つ用いて、片側を逆バイアスし合成した構造を図 2.6(a) に示す。この合成により、 $IQ$  平面での実軸上の移動を実現する。さらにこの構造を 2 つ用いて、片側の位相を  $\pi/2$  だけ反転させて合

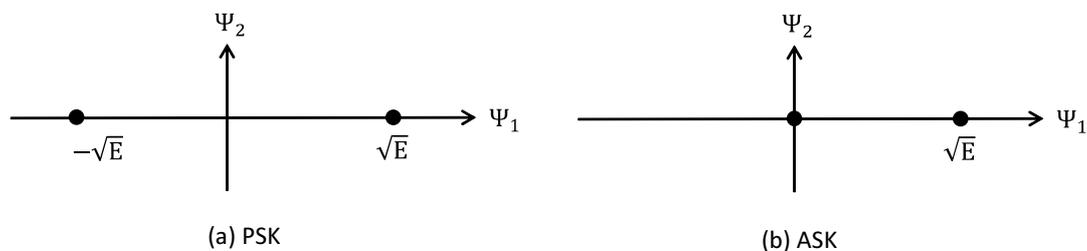


図 2.2 変調方式のコンステレーション。(a): PSK。(b): ASK。

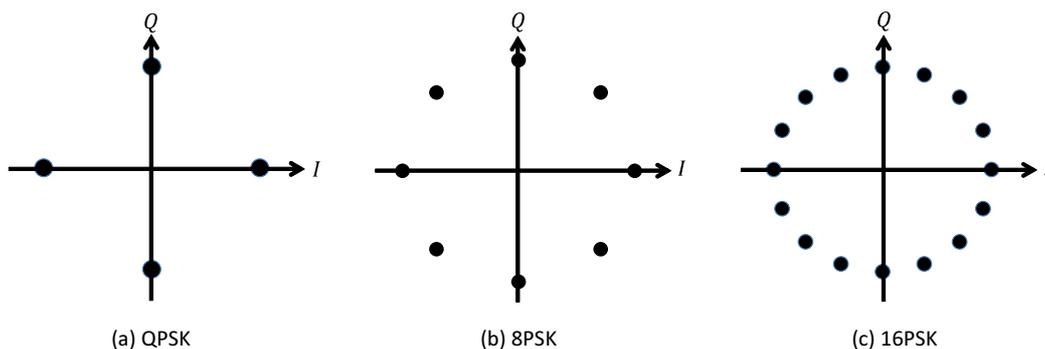


図 2.3 PSK のコンステレーション。(a):QPSK。(b):8PSK。(c):16PSK。

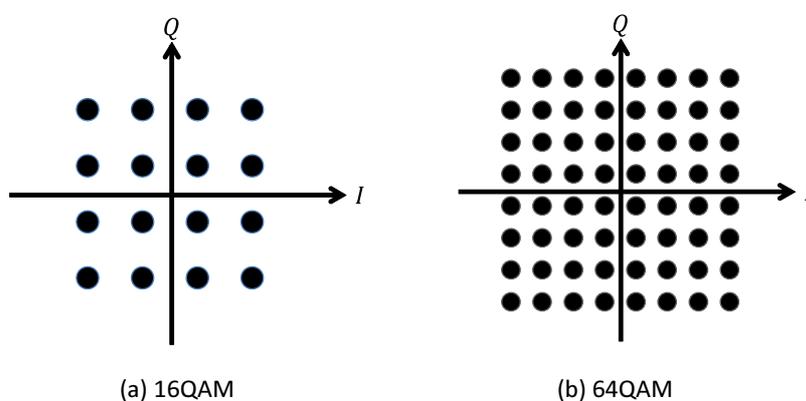


図 2.4 QAM のコンステレーション。(a):16QAM。(b):64QAM。

成する、光 IQ 変調器を図 2.6(b) に示す。 $\pi/2$  反転した成分は、IQ 平面では虚軸の移動に対応する。したがって、この構造を用いることで、IQ 平面の任意の点を表現できる。

## 2.4 フィルタリング

デジタル通信においては、信号は伝送路へと送られる前にフィルタリングにより整形される。他の周波数チャンネルに影響を及ぼしてはまずいので、自分のチャンネルから漏れ出す信号成分をカットしなければならない。したがって余分な周波数成分をカットするのがフィルタリングの目的である。しかし、不適切なフィルタリングは符号間干渉 (intersymbol interference: ISI) を生じさせる。ISI を生じさせない最小の帯域とは何か、という問いに答えたのは Nyquist であり、ベースバンドではシンボル伝送速度を  $R$  として、 $R/2$  が ISI の生じない最小の帯域となることが知られている [23]。その際の周波数伝達関数とインパルス応答を示したのが、図 2.7 である。(a) に周波数伝達関数、(b) にそのインパルス応答とシンボル時間  $T$  送らせたインパルス応答の重ね合わせを示している。1 つ目のインパルス応答が 0 となる点で、次のインパルス応答のピークがやってくるため、このタイミングでサンプリングが行われれば、他のパルス

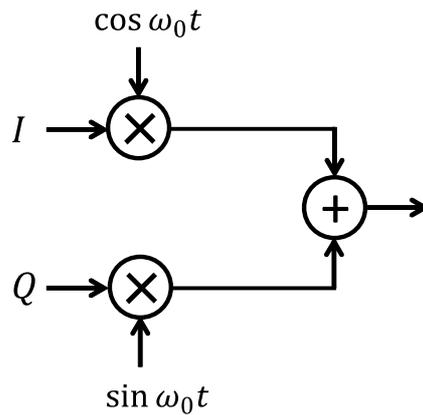


図 2.5 無線通信における変調器の構成。

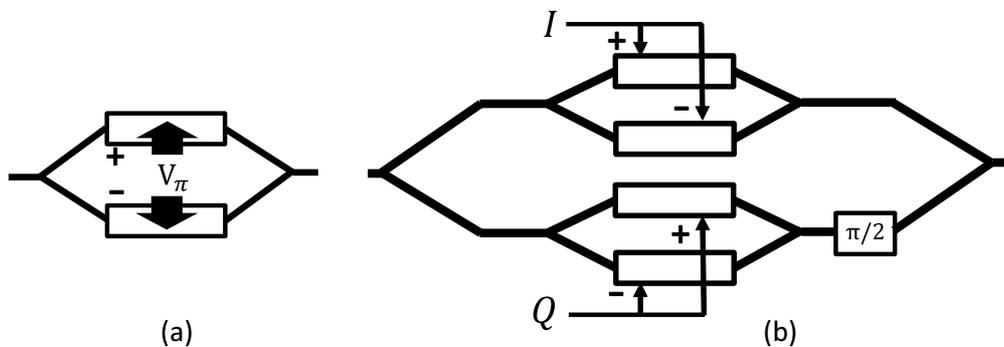


図 2.6 (a):マハツェンダー型光位相変調器。 (b):光 IQ 変調器。

からの影響は受けない。このようなナイキストフィルタにはいくつかのクラスがあり、その中でもロールオフフィルタ広く用いられている。その周波数伝達関数は次式のように表される。

$$H(f) = \begin{cases} 1 & |fT| < \frac{1-\alpha}{2} \\ \frac{1}{2}(1 - \sin[\frac{\pi}{2\alpha}(2fT - 1)]) & \frac{1-\alpha}{2} < |fT| < \frac{1+\alpha}{2} \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (2.21)$$

$\alpha$  はロールオフ率と呼ばれ、フィルタの急峻さを表す。0 の場合、理想的な矩形形状を持つナイキストフィルタとなり、1 の場合はナイキスト帯域に対し、倍の帯域でゆっくりと減衰する。ロールオフフィルタの周波数特性を図 2.8 に示す。ロールオフ率が大きくなるにつれて、インパルス応答の広がり小さくなっていく。しかし、いずれのロールオフ率でも数学的にはインパルス応答は無限まで広がり、かつ過去の時間からパルスが存在しなければならないという、因果律を満たさない。したがって現実的にはこれらは近似して用いられる。

光通信においては、出来る限り帯域を有効活用するため、矩形上のスペクトルを有する信号をガードバンドなしで密に詰めることで、周波数利用効率の向上を目指す研究も盛んに行われている [24],[25]。

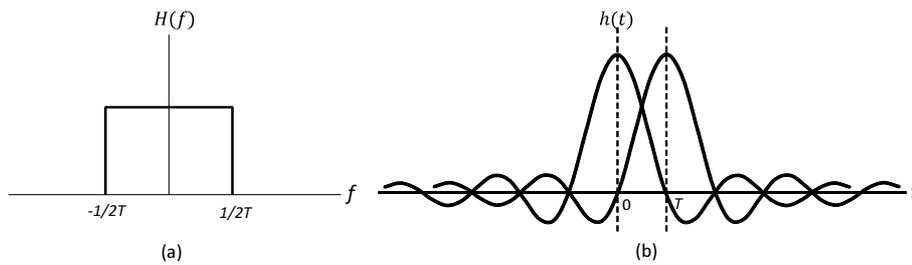


図 2.7 ナイキストフィルタの (a):周波数伝達関数。 (b):インパルス応答。

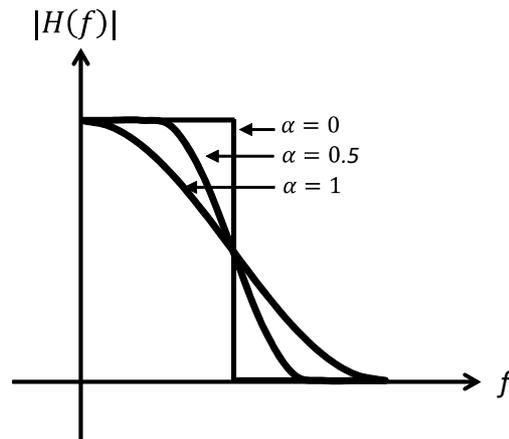


図 2.8 ロールオフフィルタ特性。

## 2.5 光伝送路

変調された光は、伝送路を通して受信器へと到達する。光通信における伝送路とは、光ファイバである。光ファイバの減衰率は  $0.2 \text{ dB/km}$  程度なので、 $100 \text{ km}$  伝送した後、その平均パワーは  $100$  分の  $1$  にまで減衰する。減衰した光は EDFA により増幅され、再び光ファイバへと送られる。これを繰り返すことで何千キロといった長距離伝送が可能となっている。この過程で、光はいくつかの物理現象により劣化する。増幅過程での主な劣化要因は ASE である。ASE は広帯域に存在することから、通信工学的には AWGN として取り扱ってよい。一方、光ファイバ中での劣化要因としては、群速度分散 (group velocity dispersion: GVD) や偏波モード分散 (polarization mode dispersion: PMD)、非線形光学効果などがある。デジタルコヒーレント光受信器においては、GVD や PMD は線形な伝達関数として表現できるため、受信側での DSP で等化が行える。しかし、非線形光学効果は、その名の通り線形な物理現象ではないため、発生した場合は厄介な存在となる。 $1$  本の光ファイバで伝送できる限界の容量は、非線形光学効果によって律速されているといっても過言ではない。シャノンの理論によれば、帯域を増加させるか、SNR を増加させることで通信路容量は増やせることになっている

が\*1、光増幅器の性質上、帯域の増加は簡単には見込めない状況になっている。その代り、多値度の高い変調方式を用いて周波数利用効率を向上させようとする、一定の通信の質を確保するため高い SNR が要求されることになる。ある程度まではこの方策で情報量を増加させられるが、平均光パワーが強すぎると非線形光学効果の邪魔が入り、SNR が高い領域では、かえって信号劣化により情報伝送速度が低下してしまう [26]。対策として、受信側で仮想的に光を逆伝搬させる手法や [27]、位相共役光を偏波多重し補償する手法などが存在する [28]。しかし、前者は計算量の問題、後者は周波数利用効率の低下の問題があり、未だ有効な解決法は見出されていない。このように非線形光学効果は、光通信のさらなる発展のためには、解決しなければならない障壁であるが、本論文では扱わない。以下では GVD について簡単に説明しよう。

電磁波が真空中を伝搬する場合、波の伝搬速度は常に高速  $c$  となって波長には依存しない。一方、誘電体媒質中を光が伝搬する場合、屈折率が波長依存性を持つことがある。屈折率が変化すると、光の感じる光路が変化し速度にも差異が生じるため、波長に応じて速度が  $c/n(\omega)$  といった具合に変わってくる。この現象を定量的にとらえるため、二つの波長の異なる光の合成を考えてみよう。まず、一つ目の光の周波数を  $\omega_0$  とする。一方、もう一つの光の周波数は、 $\omega_0$  から少しだけ変化した  $\omega_0 + \delta\omega$  とする。搬送波周波数  $\omega_0$  に対して、 $\delta\omega$  は変調によるスペクトル広がりを変現している。光通信では、搬送波の光周波数はおよそ 200THz で、変調によるスペクトル広がり数十 GHz 程度であるから、 $\omega_0 \gg \delta\omega$  が成立する。さて、 $\omega_0$  が  $\omega_0 + \delta\omega$  に変化すると、伝搬定数はどの程度変化するだろうか。分散性媒質中でない場合は単純で、伝搬定数の増分も  $\delta\omega$  に比例する。しかし、屈折率が周波数依存性を持つおかげで、議論はそれほど単純ではない。そこで、このような場合の常套手段である、 $\omega_0$  周りのテイラー展開によって、 $\delta\omega$  だけ増加した周波数での伝搬定数  $\beta(\omega)$  を求めよう。 $\beta(\omega)$  は次式で表される。

$$\beta(\omega) \approx \beta_0 + \frac{d\beta}{d\omega} \delta\omega + \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \delta\omega^2 \quad (2.22)$$

ただし、 $\beta_0$  は  $\omega_0$  での伝搬定数とし、テイラー展開は2次までで打ち切る。この伝搬定数  $\beta(\omega)$  を有する、周波数  $\omega_0 + \delta\omega$  の光と、伝搬定数  $\beta_0$  の周波数  $\omega_0$  の光が足し合わさると何が起こるだろうか。式で表現するならば

$$\begin{aligned} & \sin\left[\beta(\omega)z - (\omega_0 + \delta\omega)t\right] + \sin(\beta_0 z - \omega_0 t) \\ &= 2\sin\left[\frac{\beta(\omega) + \beta_0}{2}z - \frac{(\omega_0 + \delta\omega) + \omega_0}{2}t\right] \cos\left[\frac{\beta(\omega) - \beta_0}{2}z - \frac{\omega_0 - (\omega_0 + \delta\omega)}{2}t\right] \end{aligned} \quad (2.23)$$

と三角関数の積となる。これは積の左側の項に対して、右側の項が包絡線として乗算されるこ

\*1 通信路容量は帯域に比例し、かつ SNR の対数に比例するため、容量拡大という意味では、SNR を増加させるより、帯域を拡大させる方が得策である。

とを意味する。(2.23)を少し変形し、左側の項を近似すると次式を得る。

$$2\sin(\beta_0 z - \omega_0 t) \cos\left[\frac{\frac{d\beta}{d\omega}\delta\omega + \frac{d^2\beta}{d\omega^2}\delta\omega^2}{2}z - \frac{\delta\omega}{2}t\right] \quad (2.24)$$

ところで、波  $\sin(kz - \omega t)$  の進む速度は  $\omega/k$  であり、1m を伝搬するのに要する時間はその逆数  $k/\omega$  により求められる。同じように、(2.24) の積の右側の項について、1m の伝搬に要する時間を求めてみると

$$\left(\frac{d\beta}{d\omega}\delta\omega + \frac{d^2\beta}{d\omega^2}\delta\omega^2\right)/\delta\omega = \frac{d\beta}{d\omega} + \frac{d^2\beta}{d\omega^2}\delta\omega \quad (2.25)$$

が得られる。これは包絡線が 1m 進むのに必要な時間を表している。この式の第一項目は周波数差  $\delta\omega$  に依存しないため、どの周波数も一様に到着することを意味する。つまり、単に包絡線が一定の速度で伝搬していることを示しており、群速度と名付けられている。一方、第二項目は波長依存性があるため、波長ごとの到着時刻が異なることを意味し、パルス広がりを生じさせる要因となる。以降  $\frac{d\beta}{d\omega}$  を  $\beta_1$ 、 $\frac{d^2\beta}{d\omega^2}$  を  $\beta_2$  と表現する。群速度  $v_g$  と  $\beta_1$  との関係は、 $\beta_1$  が包絡線の伝搬時間を表していたため

$$v_g = 1/\beta_1 \quad (2.26)$$

である。ところで、 $\beta_2$  を群速度を用いて表現してみると

$$\beta_2 = \frac{d\beta_1}{d\omega} = \frac{d}{d\omega} \frac{1}{v_g} = -\frac{1}{v_g^2} \frac{dv_g}{d\omega} \quad (2.27)$$

となることから、群速度分散パラメータと呼ばれる。また、 $\beta_2$  の代わりに波長に関するパラメータを用いることがある。これは分散パラメータ  $D$  と呼ばれ、 $\beta_2$  とは以下の関係にある。

$$D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2}\beta_2 \quad (2.28)$$

まとめると、搬送波の光と、周波数が少しだけ異なる光が分散性媒質の中で足し合わさると、搬送波に包絡線が現れる。伝搬定数の一次までを考えると、この包絡線の速度は波長に依存せず、群速度と呼ばれる。群速度は搬送波の速度とは異なるが、真空中では一致する。伝搬定数を二次まで考慮すると、群速度が波長に応じて変化する群速度分散が現れる。群速度分散による波形歪みを、伝達関数を用いて表現しよう。

$z$  方向に  $L$  だけ進んだ光の伝達関数は

$$H(\omega) = \exp(-i\beta(\omega)L) \quad (2.29)$$

と表され、先のテイラー展開 (2.22) を代入すると

$$H(\omega) = \exp(-i\beta_0 L) \cdot \exp(-i\beta_1 \omega L) \cdot \exp(-i\frac{1}{2}\beta_2 \omega^2 L) \quad (2.30)$$

となる。群速度分散の項は第三項目であり、これが波形歪みの原因である。

このように、光伝送路では種々の要因により、信号光が劣化し、それをいかに再生するかは

受信側での課題となる。

## 2.6 光復調方式

変調された光の複素振幅の復調を可能にするのが、コヒーレント光受信器である。本節では、コヒーレント光受信器の基本的構成について述べる。まず、無線における復調技術を通して、光との違いについて説明する。

### 2.6.1 無線におけるダイレクトコンバージョン方式

無線における復調方式として、ダイレクトコンバージョン方式とスーパーヘテロダイン方式という、二種の方式が存在する。ダイレクトコンバージョンとは、アナログの RF 信号を直接ベースバンドへと落とし込む方式である。一方スーパーヘテロダインは、ベースバンド変換の前に一度、IF 帯への周波数変換を挟む。前者は、ローカル発振器の周波数が搬送波周波数とぴったり一致しており、直接ベースバンドに変換できることで、回路構成は簡素になるが、直流成分が含まれる、といった問題がある。光の受信方式ではそれぞれ、ホモダイン受信器とヘテロダイン受信器に対応する。まず、ダイレクトコンバージョン方式の構成を説明する。図 2.9 に、ダイレクトコンバージョン方式における復調器の構成を示す。受信された信号は、2 ポートに分けられ、それぞれのポートでは  $\sin \omega_0 t$  及び、 $\cos \omega_0 t$  が乗算される。ただし、 $\omega_0$  は変調信号の搬送波周波数である。入力される信号は、2.2 節より正規直交系を用いて以下のように表現できることはすでに述べた。

$$s(t) = I \cos \omega_0 t + Q \sin \omega_0 t \quad (2.31)$$

ただし、 $I$  は変調信号の同相成分、 $Q$  は直交成分である。これらに  $\sin \omega_0 t$  及び、 $\cos \omega_0 t$  が乗算され、余分な高周波成分を低域通過フィルタ (low pass filter: LPF) でカットすれば、それぞれのポートからは  $(1/2)I$  と  $(1/2)Q$  が出力され、ベースバンド信号が復元される。信号同士の乗算は、具体的にはミキサを使用して実現される。しかし、光においてこのような乗算を実現することはできない。次節では、コヒーレント光受信器の構成について述べる。

### 2.6.2 コヒーレント光受信器の原理

コヒーレント光受信器の構成を、図 2.10 に示す。まず、信号光の複素電界を

$$E_s(t) = A_s \exp(j\theta_s) \exp(j\omega_s t) = A_s \exp[j(\theta_s + \omega_s t)] \quad (2.32)$$

とする。ただし、 $A_s$  は信号光の振幅を表しており、実数とする。また  $\theta_s$  は信号光の位相である。これは、どちらも時間の関数として表現されるが、特に明示しない。また、 $\omega_s$  は搬送波の角周波数である。一方、局部発振 (local oscillator: LO) 光の電界は次式のように表す。

$$E_{LO}(t) = A_{LO} \exp(j\theta_{LO}) \exp(j\omega_{LO} t) = A_{LO} \exp[j(\theta_{LO} + \omega_{LO} t)] \quad (2.33)$$

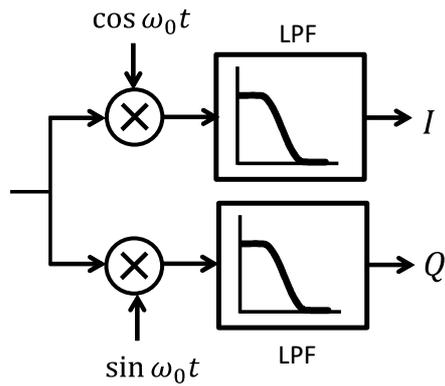


図 2.9 ダイレクトコンバージョン方式における復調器の構成。

$\theta_{LO}$  は LO 光の位相で、 $\omega_{LO}$  は LO 光の角周波数とする。さて、これらは光カップラを用いて合波され、出力  $E_1$  および  $E_2$  は次式となる。

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_s + E_{LO}) \tag{2.34}$$

$$E_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_s - E_{LO}) \tag{2.35}$$

これらの光電界は、二つのフォトダイオードを用いて電気信号に変換される。それぞれの光電流は、フォトダイオードの受信感度を  $R$  として次式で表される。

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{R}{2} \overline{(\text{Re}[A_s \exp[j(\theta_s + \omega_s t)] + A_{LO} \exp[j(\theta_{LO} + \omega_{LO} t)]])^2} \\ &= \frac{R}{2} \overline{(A_s \cos(\theta_s + \omega_s t) + A_{LO} \cos(\theta_{LO} + \omega_{LO} t))^2} \\ &= \frac{R}{2} \overline{A_s^2 \cos^2(\theta_s + \omega_s t) + A_{LO}^2 \cos^2(\theta_{LO} + \omega_{LO} t)} \\ &\quad + \overline{2A_s A_{LO} \cos(\theta_s + \omega_s t) \cos(\theta_{LO} + \omega_{LO} t)} \\ &= \frac{R}{2} \left( \frac{A_s^2}{2} + \frac{A_{LO}^2}{2} + A_s A_{LO} \cos[(\omega_s - \omega_{LO})t + \theta_s - \theta_{LO}] \right) \end{aligned} \tag{2.36}$$

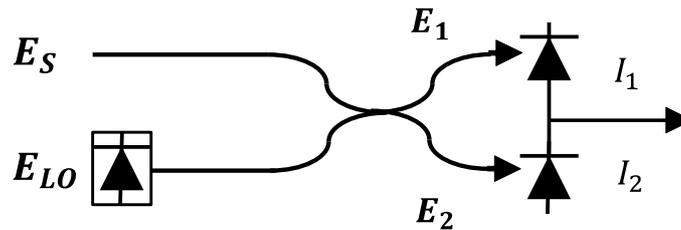


図 2.10 コヒーレント光受信器の構成。

ただし、フォトダイオードは瞬時電界の二乗平均に比例した光電流を出力している。同様に  $I_2$  から出力される光電流は次式のように表される。

$$I_2 = \frac{R}{2} \left( \frac{A_s^2}{2} + \frac{A_{LO}^2}{2} - A_s A_{LO} \cos [(\omega_s - \omega_{LO})t + \theta_s - \theta_{LO}] \right) \quad (2.37)$$

最終的に、 $I_1$  と  $I_2$  の差の電流  $I$  は

$$I = I_1 - I_2 = R A_s A_{LO} \cos [(\omega_s - \omega_{LO})t + \theta_s - \theta_{LO}] \quad (2.38)$$

となる。ところで、ホモダイン検波においては、 $\omega_s$  と  $\omega_{LO}$  は等しくなるため

$$I = I_1 - I_2 = R A_s A_{LO} \cos [\theta_s - \theta_{LO}] \quad (2.39)$$

なる出力を得る。これは、信号光の実軸成分、すなわち同相成分を意味している。しかし、 $\theta_{LO}$  が含まれているため、実際の信号の位相に余分な項が含まれて出力されてしまう。この項を取り除くため、LO 光の位相をトラッキングして、 $\theta_{LO}$  を 0 とするようなフィードバック回路が必要になる。これは光位相同期回路 (optical phase locked loop: OPLL) と呼ばれるが、現実のシステムに実装するのは容易でない。しかしデジタルコヒーレント受信器では、OPLL は必要なく、比較的簡単なアルゴリズムを用いた DSP で位相追従は容易に行える。

### 2.6.3 位相タイバシティ・ホモダイン光受信器

信号光の同相成分だけでなく、直交成分も取り出すことで、IQ 平面で表現される信号が完全に復元できる。それを可能にするのが、位相タイバシティ・ホモダイン光受信器である。LO 光を分割し、片方はそのまま信号光と干渉させる。もう片方は  $\pi/2$  の位相回転を与えたのち信号光と干渉させることで、信号光の直交成分を得ることが出来る。位相タイバシティ・ホモダイン光受信器の構成図を図 2.11 に示す。それぞれのフォトダイオードに入力される光電界  $E_1 \sim E_4$  は次式で表される。

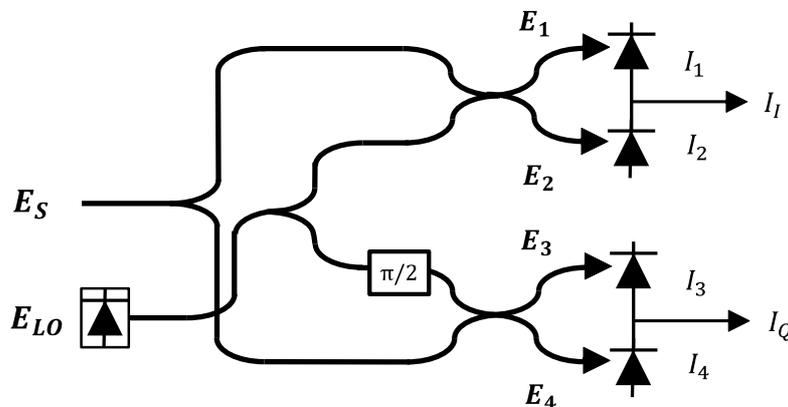


図 2.11 位相タイバシティ・ホモダイン光受信器の構成。

$$E_1 = \frac{1}{2}(E_s + E_{LO}) \quad (2.40)$$

$$E_2 = \frac{1}{2}(E_s - E_{LO}) \quad (2.41)$$

$$E_3 = \frac{1}{2}(E_s + jE_{LO}) \quad (2.42)$$

$$E_4 = \frac{1}{2}(E_s - jE_{LO}) \quad (2.43)$$

以上を用いると、光電流  $I_I$  及び  $I_Q$  は

$$I_I = RA_s A_{LO} \cos [\theta_s - \theta_{LO}] \quad (2.44)$$

$$I_Q = RA_s A_{LO} \sin [\theta_s - \theta_{LO}] \quad (2.45)$$

となる。したがって

$$I_c = I_I + jI_Q = RA_s A_{LO} \exp[j(\theta_s - \theta_{LO})] \quad (2.46)$$

のように、IQ 平面での信号が再生された。

#### 2.6.4 位相・偏波タイバーシティ・ホモダイン光受信器

今までは、信号光の偏波状態は LO 光に対して同一である、という仮定の下に議論していた。しかし、実際には伝送中に起こるファイバのランダムな複屈折により、信号光と LO 光の偏波状態が一致するということはない。したがって、位相タイバーシティ・ホモダイン光受信器だけでは、偏波の揺らぎによって、受信される光の強度に時間的なばらつきが生まれる。この問題は位相・偏波タイバーシティ・ホモダイン光受信器を用いることで克服される。位相・偏波タイバーシティ・ホモダイン光受信器の構成図を図 2.12 に示す。信号光は単一偏波を仮定すると、偏波ビームスプリッタ (polarization beam splitter: PBS) で分割された  $x$  偏波成分及び  $y$  偏波成分はジョーンズベクトルを用いて、以下のように表現できる。

$$\begin{pmatrix} E_{sx} \\ E_{sy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\alpha} A_s e^{j\delta} \\ \sqrt{1-\alpha} A_s \end{pmatrix} \exp(j\omega_s t) \quad (2.47)$$

ここで、 $\alpha$  はパワーの分離比を表し、 $\delta$  は偏波間の位相差を表す。一方 LO 光は

$$\begin{pmatrix} E_{LO,x} \\ E_{LO,y} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} A_{LO} \\ A_{LO} \end{pmatrix} \exp(j\omega_{LO} t) \quad (2.48)$$

となる。以上から、出力光電流はそれぞれ

$$I_{Ix} = \sqrt{\frac{\alpha}{2}} RA_s A_{LO} \cos [\theta_s - \theta_{LO} + \delta] \tag{2.49}$$

$$I_{Qx} = \sqrt{\frac{\alpha}{2}} RA_s A_{LO} \sin [\theta_s - \theta_{LO} + \delta] \tag{2.50}$$

$$I_{Iy} = \sqrt{\frac{1-\alpha}{2}} RA_s A_{LO} \cos [\theta_s - \theta_{LO}] \tag{2.51}$$

$$I_{Qy} = \sqrt{\frac{1-\alpha}{2}} RA_s A_{LO} \sin [\theta_s - \theta_{LO}] \tag{2.52}$$

と求まるので、複素振幅が

$$I_{cx} = I_{Ix} + jI_{Qx} = \sqrt{\frac{\alpha}{2}} RA_s A_{LO} \exp[j(\theta_s - \theta_{LO} + \delta)] \tag{2.53}$$

$$I_{cy} = I_{Iy} + jI_{Qy} = \sqrt{\frac{1-\alpha}{2}} RA_s A_{LO} \exp[j(\theta_s - \theta_{LO} + \delta)] \tag{2.54}$$

のように再生される。

### 2.6.5 デジタル信号処理の概要

デジタルコヒーレント光受信器の最大の特徴は、信号光の情報を線形に復元できることである。これにより、種々の歪みは信号処理によって等化可能である。図 2.13 に、デジタル信号処理の概要をブロック図で示した。まず、波長選択の行われた信号は 4 チャンネルアナロ

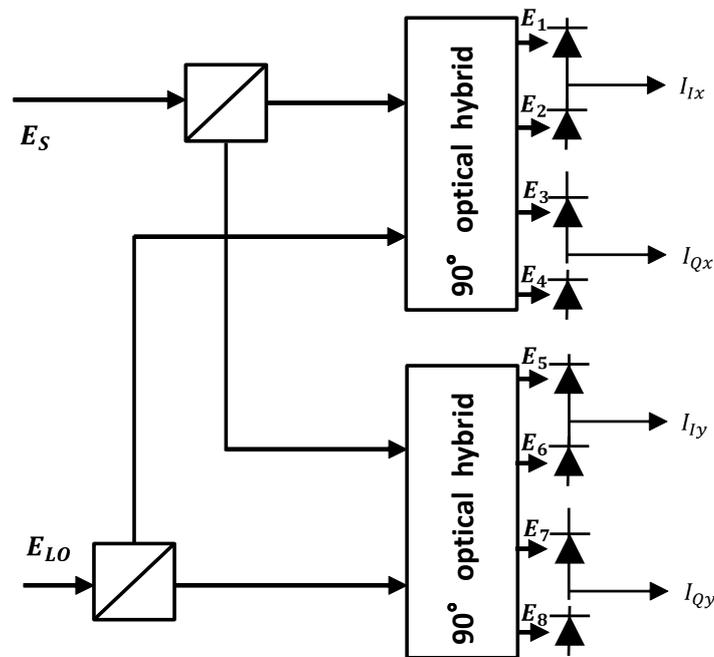


図 2.12 位相ダイバーシティ・ホモダイン光受信器の構成。

グ-デジタル変換回路 (analog-to-digital converter: ADC) によって、離散的な電気信号へと変換される。この際のサンプリングは、光通信ではシンボルレートの倍の速度で行われるのが一般的である\*2。後段では、まず GVD による波形歪みの補償が行われる。GVD は伝送路中では、時間と共に大きく変化するようなパラメータではないため、ここで半固定的に取り除かれ、残留分散は後の適応等化部において完全に除去できる。次にクロック抽出が行われる。この際、クロックの正確な位相まではわからなくても、適応等化部において自動的に調整される [29]。このように適応等化部は多くの線形な歪みを除去できるため、デジタルコヒーレント光受信器には欠かせない。特に、偏波に依存する現象全般は高速な変動を引き起こし、光通信の高速化を妨げる要因でもあった。しかし、偏波変動以上に高速なサンプリングレートに対しては、ある時間内であれば定常状態であるとみなすことができ、適応等化器が十分追従しながら、最適解を追えるのである。適応等化器のタップ更新アルゴリズムにはいくつか存在する。最も簡易なものは、定包絡線アルゴリズム (constant modulus algorithm: CMA) である。また、判定値を用いたアルゴリズムとして判定指向型最小二乗誤差 (decision-directed least mean square: DD-LMS) アルゴリズムなどがある。CMA の場合、信号の包絡線に対して追従を行うため、位相情報は再生されない。したがって、さらに搬送波位相推定が必要となる。以降ではこれらのうち、いくつかの技術の詳細を述べる。

## 2.6.6 固定分散補償

光ファイバにより長距離伝送を行うと、分散によってパルスに広がりが生じ前後の波形に影響を及ぼす。これはシンボル判定時においては ISI として、誤りをもたらす。DSP で GVD を補償する場合、まず半固定的に補償を行った後、残留分散を適応的に取り除く場合が多い。

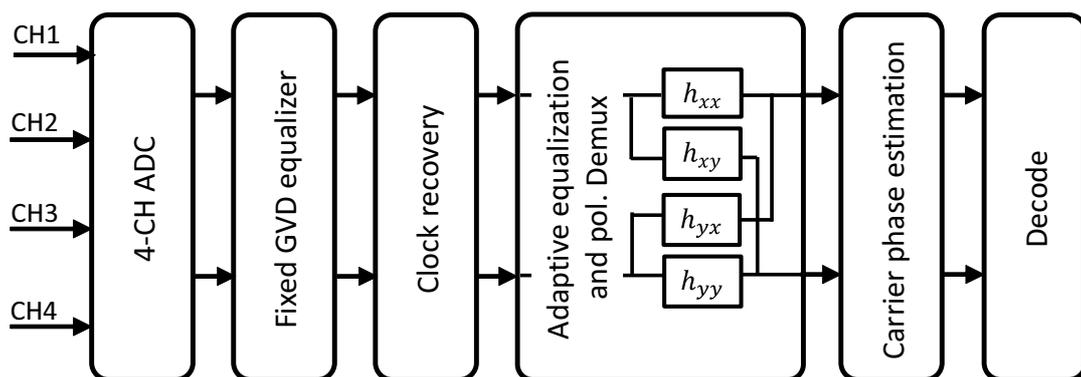


図 2.13 デジタルコヒーレント光受信器における DSP ブロック図。

\*2 ナイキストのサンプリング定理によれば、サンプリングレートはシンボルレートでよい。しかし、サンプリングレートとシンボルレートが等しい場合、エイリアシングを避けるため、信号はシンボルレートと等しい通過帯域幅を持ち、それ以外では阻止帯域となる、急峻なアナログフィルタで切り出さねばならない。このような厳しいフィルタ性能への要求を緩和するため、オーバーサンプリングが行われる。光通信では主に、2倍サンプリングが行われている。

これは、分散のインパルス応答は長距離伝送を行うと非常に長くなり、適応フィルタで補償しようとする計算量が膨大になってしまうためである。また GVD は経路の切り替えなどを行わなければ、時間的にはそこまで変動しないため半固定的な補償が有効となる。GVD による波形歪みを表す伝達関数は (2.30) で与えられた。再掲すると

$$H(\omega) = \exp(-j\frac{1}{2}\beta_2 L) \quad (2.55)$$

となる。ただし、GVD による項のみを考慮する。これを分散パラメータ  $D$  を用いて表現すると

$$H(\omega) = \exp(-j\frac{D\lambda^2 L}{4\pi c}\omega^2) \quad (2.56)$$

となる。この伝達関数を打ち消すため、逆伝達関数

$$H^{-1}(\omega) = \exp(j\frac{D\lambda^2 L}{4\pi c}\omega^2) \quad (2.57)$$

を FFT を行った信号に乗算し、IFFT で時間領域へと戻せば固定分散補償が完了する。

## 2.6.7 適応フィルタ

適応フィルタ (adaptive filter) は応用される分野が大変広く、通信においても欠かすことのできない技術である [30]。通常、通信路の性質は刻々と変化していくため、変化する通信路の性質を自動的に追いかけてはならない。したがって、ある環境下において常に最適解を探索するようなアルゴリズムが必須である。適応フィルタは主に、有限インパルス応答 (finite-impulse response: FIR) フィルタと無限インパルス応答 (infinite-impulse response: IIR) フィルタに分類できる。FIR フィルタは、理論的には無限に続くインパルス応答を有限で打ち切っているのに対し、IIR フィルタでは無限に続くインパルス応答を差分方程式によって表現する。その性質上、IIR フィルタは不安定になりやすく FIR フィルタが主に使用される。図 2.14 に適応 FIR フィルタの構成図を示す。フィルタは現在から遡って  $N$  個のサンプルデータを保持している。これらに適当な重み付けを行い、出力値  $y$  を得る。これと所望信号との誤差を適応アルゴリズムに反映させ、タップ係数を更新する。以上を繰り返すことで、タップ値は伝送路の逆特性に近似的に一致し、等化が完了する。出力値  $y$  は次式で与えられる。

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i(n)x(n-i) \quad (2.58)$$

これはタップ係数と入力値の畳み込みである。したがって等化が完了した際の出力値は、周波数領域においては伝送路の逆伝達関数と入力の積になっている。(2.58) をベクトルで表現した場合

$$y(n) = \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) \quad (2.59)$$

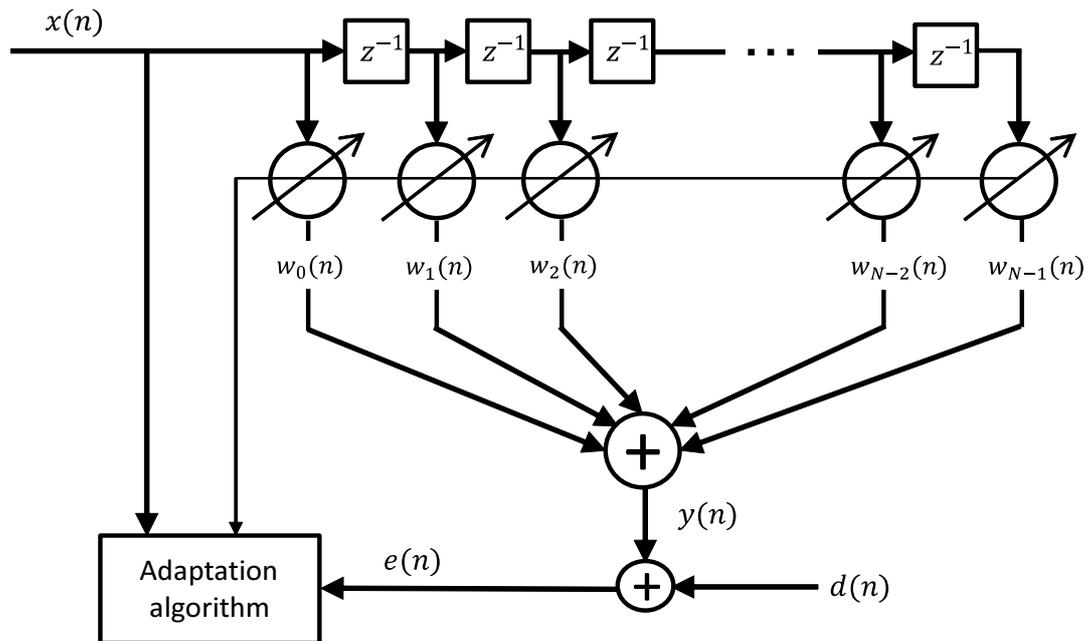


図 2.14 適応 FIR フィルタの構成図。

となる。ただし  $T$  は転置を表す。ここで所望信号を  $d(n)$  とし、所望信号と出力値の誤差を  $e(n)$  としよう。  $e(n)$  は次式となる。

$$e(n) = d(n) - y(n) = d(n) - \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) \quad (2.60)$$

この誤差を 0 に近づけることが適応フィルタの役割である。その際最急降下法が用いられる。0 に収束させたい関数を評価関数 (cost function) と呼び、その評価関数の違いによりいくつかのアルゴリズムがある。本節で扱うのは LMS と CMA である。これらのタップ係数の更新式の導出は Appendix A 及び B に記載している。ここでは結果のみを記す。LMS のタップ更新式は

$$w(n+1) = w(n) + \mu e(n)x(n)^* \quad (2.61)$$

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (2.62)$$

である。一方 CMA においては

$$w(n+1) = w(n) + \mu e(n)x(n)^* \quad (2.63)$$

$$e(n) = [1 - |y(n)|^2]y(n) \quad (2.64)$$

となる。入力、出力及び誤差はすべて複素数を仮定している。また  $\mu$  はステップサイズパラメータと呼ばれ、アルゴリズムの収束の速さと残留誤差の大きさを決定する。 $\mu$  が大きければ収束は早まるが、タップ係数が収束した後の所望信号との誤差は大きくなる。一方  $\mu$  が小さければ収束は遅くなるが、誤差は小さくなる。

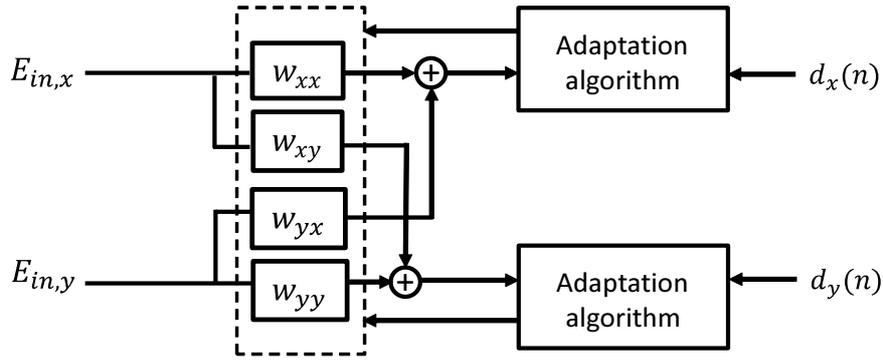


図 2.15 適応 FIR フィルタにおけるバタフライ構成。

ところで光ファイバにおける伝送は、伝達関数行列を用いて次式で表される。

$$\begin{pmatrix} E_{out,x} \\ E_{out,y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{xx} & h_{xy} \\ h_{yx} & h_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{in,x} \\ E_{in,y} \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

$E_{in,x}$ 、 $E_{in,y}$  及び  $E_{out,x}$ 、 $E_{out,y}$  は、入力時あるいは出力時の、偏波多重された  $x$  偏波成分及び  $y$  偏波成分をそれぞれ表している。受信器では、伝達関数行列の逆行列を生成しなければならない。これを近似的に

$$\begin{pmatrix} h_{xx} & h_{xy} \\ h_{yx} & h_{yy} \end{pmatrix}^{-1} \approx \begin{pmatrix} w_{xx} & w_{xy} \\ w_{yx} & w_{yy} \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

と表現する。この逆伝達関数行列を、受信器で得られたジョーンズベクトルに作用させることで

$$\begin{pmatrix} w_{xx} & w_{xy} \\ w_{yx} & w_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{out,x} \\ E_{out,y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{xx} & w_{xy} \\ w_{yx} & w_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{xx} & h_{xy} \\ h_{yx} & h_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{in,x} \\ E_{in,y} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} E_{in,x} \\ E_{in,y} \end{pmatrix} \quad (2.67)$$

送信された両偏波の信号が再生できる。この行列の掛け算は、図 2.15 で示されるバタフライ構成によって実現出来る。すなわち、適応フィルタは線形歪の補償だけでなく、偏波分離の役割も担う。しかし適応アルゴリズムによっては、偏波分離が適切に行えない場合がある。出力信号を定包絡線にする CMA では、入力される偏波状態によっては入力が同一のフィルタに出力されたり、ひっくり返って出力される可能性がある。これは偏波特異点問題 (polarization singularity problem) として知られている [31]。この問題を回避するために、タップ行列にユニタリ条件を課したり [32]、偏波分離を LMS で行い、タップ係数が収束した後、CMA へと切り替える方策などが知られている [33]。また、LMS を適応アルゴリズムとして採用する場合、CMA は信号のパワーのみを考慮する一方、LMS は位相に対して感応であるため、高速の位相雑音に追従できないという問題が発生する。これに対処するためのアルゴリズムも考案されている [34]。

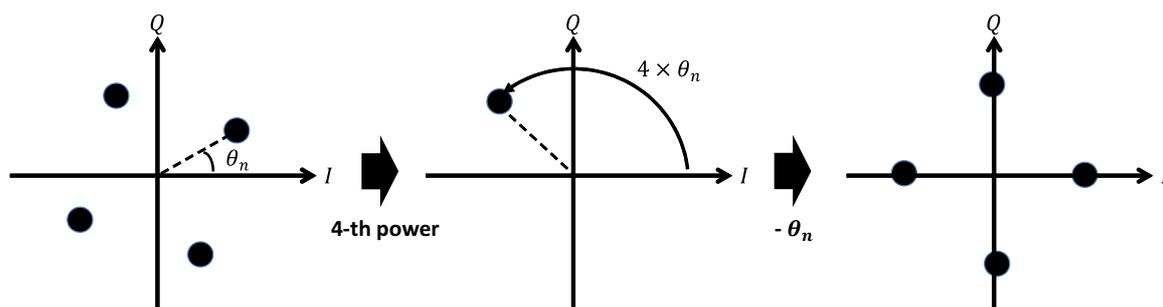


図 2.16 搬送波位相推定の概略図。

### 2.6.8 搬送波位相推定

ホモダイン受信器の原理を説明した際、LO 光の位相を追従しなければならないと述べた。適応アルゴリズムに CMA を用いた場合、搬送波の位相は再生されないため、後段で推定する必要がある。それが搬送波位相推定である。位相変化の速さは、典型的には 100 kHz から 10 MHz 程度である。したがって、サンプリングレートよりはずっと遅いため、注目するシンボルとその周辺のシンボルは、およそ同じ位相雑音の項を有しているとみなしてよい。デジタル信号処理における搬送波位相推定では、 $M$ -PSK 信号を  $M$  乗することで位相雑音を取り除く [35]。しかし、ASE が付加されているため、精度を上げるには周辺のシンボルを用いて、位相雑音の項を平均化しなければならない。この際、平均化するシンボル間では位相雑音は一定であると仮定している。搬送波位相推定の概略図を図 2.16 に示す。QPSK の場合を例にとる。まず、各シンボルを 4 乗する。すると、送信された QPSK がどの点であっても 4 乗された結果は  $4 \times \theta_n$  となる。ただし、 $\theta_n$  は位相雑音である。したがって、演算結果から  $\theta_n$  を求め、周囲の結果も用いて平均化し、元のシンボルからこれを減算してやれば位相雑音は除去される。この操作は次式で表される。

$$\theta_e(i) = \arg\left(\sum_{j=-k}^k S(i+j)^4\right)/4 \quad (2.68)$$

$S$  は複素シンボルを表しており、それを 4 乗して周辺の  $2k + 1$  個で平均し、偏角を求めている。しかし、この手法では推定される位相には  $\pi/4$  の不確定さが生じる。これを回避する手段の一つは差動符号化である。本論文では、特に差動符号化については触れていないが、光通信でもポピュラーな方法である。差動符号化されると、一つのシンボルエラーが前後に伝搬するため、 $BER$  は若干劣化する。また、パイロット信号を用いて位相同期を行う方法もある。

### 2.6.9 復調後の各種変調方式の誤り率特性

本節で述べてきた復調技術を行うことで、送信波形が再生される。各変調方式に対して、完全に波形再生がなされた場合の誤り率特性を述べる。その際、最も基本となるのが2値システムでの誤り率である。まず、BPSKの誤り率を求めよう。BPSKの誤りは、一次元に帰着して考えることが出来る。2点の座標をそれぞれ $a_1$ 及び $a_2$ としよう。2.1節でも述べたように、AWGN下ではユークリッド距離を用いて判定が行える。2値システムでの閾値はこの条件下では、 $(a_1 - a_2)/2$ とすればよいことが容易にわかる。この際誤りは、 $s_1$ で送信したものが $s_2$ として判定されるか、またはその逆の時に起こる。今、 $s_2$ を送信して $s_1$ と判定されたとしよう。このような事象が発生する確率 $P_B$ は、図2.17での網掛けの部分に対応する。したがってこの領域を積分してやればよく

$$P_B = \int_{(a_1 - a_2)/2}^{\infty} \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z - a_2}{2\sigma_0}\right)^2\right] dz \quad (2.69)$$

となる。ただし $\sigma_0$ はガウス分布の分散とする。ここで変数変換を行うと

$$P_B = \int_{(a_1 - a_2)/2\sigma_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(\frac{u^2}{2}\right)\right] du = Q\left(\frac{a_1 - a_2}{2\sigma_0}\right) \quad (2.70)$$

が得られる。 $Q(x)$ は補誤差関数と呼ばれている。BPSKの場合、1ビット当たりのエネルギーを $E_b$ とすると、 $a_1 = \sqrt{E_b}$ 及び $a_2 = -\sqrt{E_b}$ であり、雑音の分散を片側電力密度 $N_0/2$ で置き換えると\*3

$$Q = \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad (2.71)$$

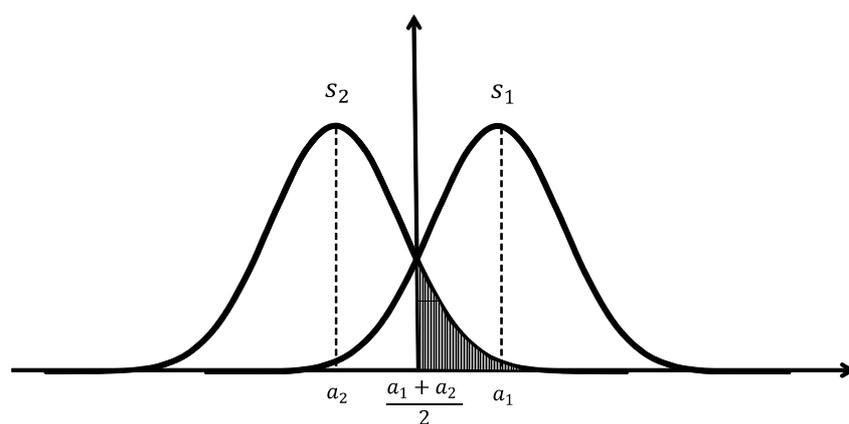


図 2.17 AWGN での BPSK の確率密度関数。

\*3 Appendix C を参照せよ

となる。2値の場合は、このように簡単な形で表現されるが、一般の  $M$ -PSK や  $M$ -ary QAM の  $BER$  の表式は単純ではない。ここでは  $M$ -PSK の  $SER$  特性のみを記すこととする。 $M$ -PSK のシンボルあたりのエネルギー  $E_s/N_0$  対  $SER$  特性は近似的に次式で与えられる。

$$P_s(M) \approx 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin \frac{\pi}{M}\right) \quad (2.72)$$

これは  $E_s/N_0$  が高い領域では、精度よく一致する。図 2.18 に  $M$  が 16 までの特性を示している。

## 2.7 本章のまとめ

本章では、デジタルコヒーレント光通信における基礎技術について、簡単に説明してきた。これらの技術には、送信器においては変調方式やフィルタリング、受信器においてはコヒーレント検波や適応等化アルゴリズムが含まれる。今やデジタルコヒーレント光通信は、基幹伝送では当たり前のものとなっており、これらの基礎知識をしっかりと理解しておくことが

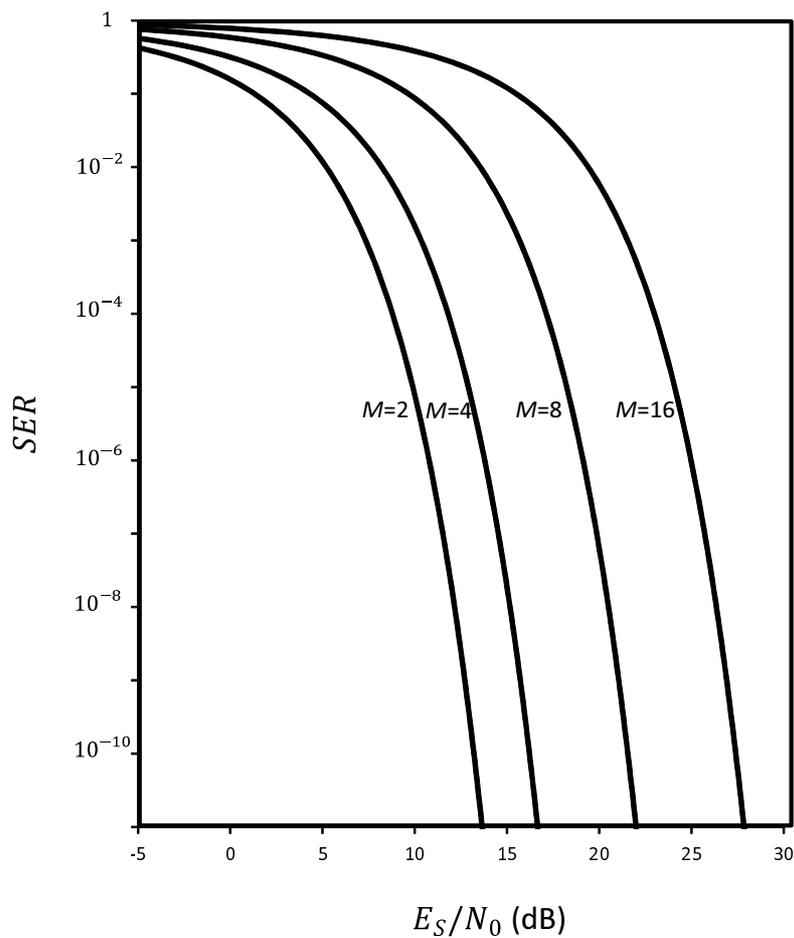


図 2.18  $M$ -PSK のシンボル誤り率特性。

不可欠である。

## Appendix A

Appendix A では、LMS アルゴリズムのタップ更新式の導出を行う。まず、複素数での微分について説明する。信号が IQ 平面上で表現される場合、適応アルゴリズムも複素数で導出されなければならない。ある複素タップ  $w$  の実部と虚部をそれぞれ、 $w_R$  と  $w_I$  と表現する。これは 2 変数を有する関数の極値を探索する問題といえる。したがって、極値においてはそれぞれの変数で以下の条件が、同時に満たされなければならない。

$$\frac{\partial \xi}{\partial w_R} = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial \xi}{\partial w_I} = 0 \quad (2.73)$$

これは次式を満たすことと等価である。

$$\frac{\partial \xi}{\partial w_R} + j \frac{\partial \xi}{\partial w_I} = 0 \quad (2.74)$$

したがって、複素タップで微分する、という演算子を以下のように定義する。

$$\nabla_w^C \equiv \frac{\partial}{\partial w_R} + j \frac{\partial}{\partial w_I} \quad (2.75)$$

この時複素タップ自身を、この演算を用いて微分すると

$$\nabla_w^C w \equiv \frac{\partial w}{\partial w_R} + j \frac{\partial w}{\partial w_I} = 1 + j(j) = 1 - 1 = 0 \quad (2.76)$$

となる。また自身の複素共役を微分すると

$$\nabla_w^C w^* \equiv \frac{\partial w^*}{\partial w_R} + j \frac{\partial w^*}{\partial w_I} = 1 + j(-j) = 1 + 1 = 2 \quad (2.77)$$

なる関係を得る。以降ではこれらを用いる。

まず、最小化したい評価関数  $J$  は

$$e(n) = d(n) - y(n) = d(n) - \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) \quad (2.78)$$

として

$$J = |e|^2 \quad (2.79)$$

と表される。これをタップ係数について微分し、 $J$  が最小になるような極値に最急降下法を用いて近づけてく。この時タップ係数は、次式で更新されていく。

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu \nabla_{\mathbf{w}}^C J \quad (2.80)$$

以降では時刻  $n$  のみを考慮すればよいため  $(n)$  は省略する。(2.80) はベクトルで微分されているが、これは  $J$  が各  $w_i$  ( $i = 0, 1, \dots, N-1$ ) で微分された値をベクトルとして並べただけな

ので、スカラーと同様に考えればよい。

$$\begin{aligned}
\nabla_{\mathbf{w}}^C J &= \nabla_{\mathbf{w}}^C e \cdot e^* = e \nabla_{\mathbf{w}}^C e^* + (\nabla_{\mathbf{w}}^C e) e^* \\
&= e \nabla_{\mathbf{w}}^C (d^* - \mathbf{w}^{*T} \mathbf{x}^*) + (\nabla_{\mathbf{w}}^C (d - \mathbf{w}^T \mathbf{x})) \\
&= -e \mathbf{x}^* \nabla_{\mathbf{w}}^C \mathbf{w}^{*T} - e \mathbf{x} \mathbf{w}^T \\
&= -2e \mathbf{x}^*
\end{aligned} \tag{2.81}$$

ただし、(2.76) と (2.77) を用いた。(2.81) の結果を (2.80) に代入することで

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + 2\mu e \mathbf{x}^* \tag{2.82}$$

となるが、右辺二項目の2倍も  $\mu$  の中に押し込めてしまって

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu e \mathbf{x}^* \tag{2.83}$$

と置き換える。これで LMS のタップ更新式が導かれた。

## Appendix B

次に、CMA のタップ更新式を導こう。基本的には LMS と同様だが、誤差関数  $e$  は次式となる。

$$e(n) = 1 - |\mathbf{w}^T(n) \mathbf{x}(n)|^2 \tag{2.84}$$

これは、フィルタ出力の大きさを1に近づけるためのものである。このような誤差関数が用いられているため、定包絡線アルゴリズムと呼ばれている。評価関数  $J$  も同じく以下のようになる。

$$J = |e|^2 \tag{2.85}$$

LMS と同様に、タップ係数の更新は (2.80) に従う。

$$\begin{aligned}
\nabla_{\mathbf{w}}^C J &= 2e \nabla_{\mathbf{w}}^C e = 2e \nabla_{\mathbf{w}}^C (1 - |\mathbf{w}^T \mathbf{x}|^2) \\
&= -2e \nabla_{\mathbf{w}}^C (\mathbf{w}^T \mathbf{x})(\mathbf{w}^{*T} \mathbf{x}^*) \\
&= -2e \left[ (\nabla_{\mathbf{w}}^C (\mathbf{w}^T \mathbf{x})) (\mathbf{w}^{*T} \mathbf{x}^*) + (\mathbf{w}^T \mathbf{x}) \nabla_{\mathbf{w}}^C (\mathbf{w}^{*T} \mathbf{x}^*) \right] \\
&= -4e \mathbf{w}^T \mathbf{x} \mathbf{x}^* \\
&= -4ye \mathbf{x}^*
\end{aligned} \tag{2.86}$$

以上の結果を (2.80) に代入し、余計な定数をすべて  $\mu$  に押し込めると

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu e y \mathbf{x}^* \tag{2.87}$$

なる更新式を得る。

## Appendix C

2.1 節では、信号波形は  $n$  次元空間内の点として表現されることを示した。実際の受信された信号波形は、AWGN が付加された状態で復調される。この時、AWGN は信号空間内では、どのような分散値を持って分布しているだろうか。まず、雑音が全帯域において単位周波数あたり電力密度  $N_0/2$  を有すると仮定しよう\*4。2 で割られているのは、雑音が両側電力密度として定義されているためである。ところで、電力スペクトル密度と自己相関関数はフーリエ変換対の関係にあり、白色雑音の場合は 図 2.19 のようになる。(a) に電力スペクトル密度関数を、(b) に自己相関関数を示している。これを数式的に表現すると

$$P_n = \frac{N_0}{2} \quad (2.88)$$

$$R_n(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0}{2} e^{2\pi f\tau} df = \frac{N_0}{2} \delta(\tau) \quad (2.89)$$

となる。ランダム波形の自己相関関数が、 $\tau$  が 0、すなわち自分と自分のコピーの波形がぴったり重なったところのみで値を持ち、それ以外では値を持たないのは当然といえる。この関係を踏まえたうえで、AWGN が信号空間内でどのような分散を持って分布するのかを考えよう。まず、ある雑音波形  $n(t)$  が信号空間内へ写像された場合、 $N$  個の直交関数形と適当な係数を用いて

$$n(t) = \sum_{i=1}^N n_i \Psi_i(t) \quad (2.90)$$

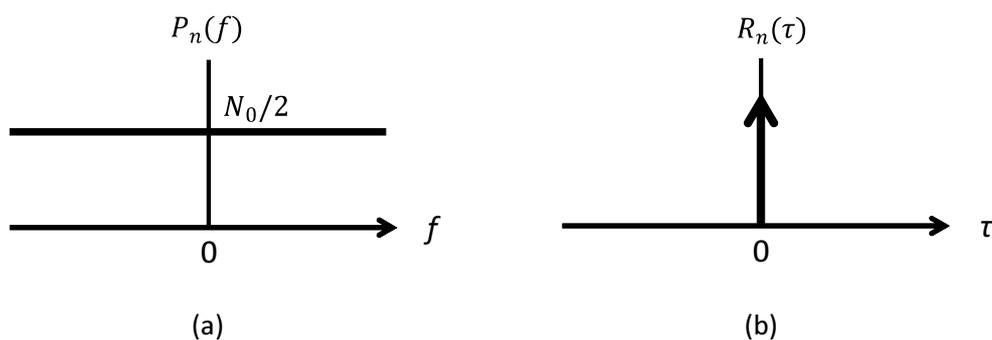


図 2.19 AWGN の (a):電力スペクトル密度関数。 (b):自己相関関数。

\*4 一般に雑音はエネルギーではなく、電力によって規定される。周期波形やランダム波形のエネルギーは無限に発散してしまうからである。実際、白色雑音も無限の帯域に一樣な大きさの振幅スペクトルを持つため、エネルギーは無限である。しかし、ある時間内の平均値である電力を用いれば、発散は避けられる。エネルギーと電力の使い分けに注意されたい。

と表されるはずである。ここで、関数形の直交性を用いれば各係数を取り出すことが出来る。

$$n_i = \int_0^T n(t)\Psi_i(t)dt \quad (2.91)$$

これは、 $n$ 次元空間のうち、ある1次元の成分に注目したときの雑音成分である。この雑音の分散を $\sigma_i^2$ として求めてみよう。ただし、以降では $E$ は期待値をとる操作を表す。まず、分散は二乗平均と平均の二乗を用いて

$$\sigma_i^2 = E[n_i^2] - E[n_i]^2 \quad (2.92)$$

と表されるが、 $n_i$ はガウス分布に従うので、その平均は0となり右辺第二項はなくなる。一方右辺第一項は、以下のように表せる。

$$\sigma_i^2 = E[n_i^2] = E\left[\left(\int_0^T n(t)\Psi_i(t)dt\right)\left(\int_0^T n(s)\Psi_i(s)ds\right)\right] \quad (2.93)$$

さらに積分と和の順序を入れ替える。

$$\sigma_i^2 = \int_0^T \int_0^T E[n_i(t)n_i(s)]\Psi_i(t)\Psi_i(s)dt ds \quad (2.94)$$

ただし、基底関数は不変なので期待値の外に出した。ここで、 $E[n_i(t)n_i(s)]$ は、 $n_i$ の自己相関をとっていると考えられる。自己相関関数は $t$ と $s$ の時間差のみで定まるので、 $R_n(t-s)$ と表せる。今、電力スペクトル密度が $N_0/2$ であるような雑音を考えていたので、(2.89)から

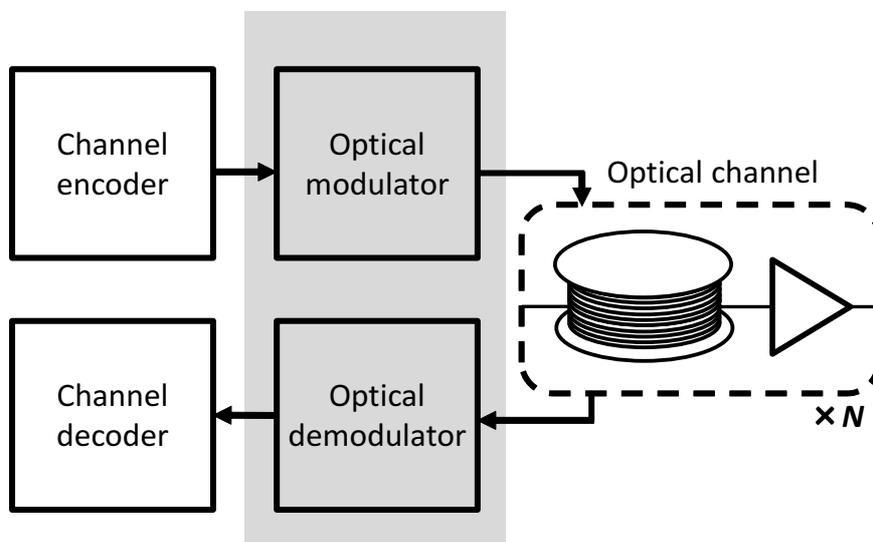
$$\begin{aligned} \sigma_i^2 &= \int_0^T \int_0^T R_n(t-s)\Psi_i(t)\Psi_i(s)dt ds \\ &= \int_0^T \int_0^T \frac{N_0}{2}\delta(t-s)\Psi_i(t)\Psi_i(s)dt ds \\ &= \frac{N_0}{2} \int_0^T \Psi_i(t)^2 dt = \frac{N_0}{2} \end{aligned} \quad (2.95)$$

となる。すなわち、電力スペクトル密度が $N_0/2$ を有するガウス雑音が信号空間に射影された場合、1次元あたりに存在するガウス雑音の分散も $N_0/2$ となることを示している。

## 第3章

# Permutation modulation を適用した新たな多次元変調方式の提案

近年、コヒーレント光通信システムにおいて4次元変調方式に関する研究が盛んに行われている。さらに、複数の波長チャンネルやタイムスロットを用いた多次元空間上での変調方式も考案されている。本章では、この多次元空間を利用した変調方式に対して、Permutation modulation を適用することで、より通信路容量に接近しうる方式が存在することを示す。また、2つの Permutation modulation を組み合わせた新しい方式も提案し、従来の多次元変調方式以上に高い電力効率及び周波数利用効率を実現できることを示す。



### 3.1 はじめに

近年のコヒーレント光通信の発展により、変調における信号空間を従来の平面から、複素振幅の2次元及び偏波の2次元を用いた、4次元空間に拡張することが出来るようになった。その際の4次元信号は以下のように表すことが出来る。

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_{x,I} \\ E_{x,Q} \\ E_{y,I} \\ E_{y,Q} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

添え字の  $x$  と  $y$  はそれぞれ、 $x$  偏波と  $y$  偏波を表しており、 $I$  と  $Q$  は同相成分と直交成分を表している。さらに、 $k$  個の直交した周波数チャネルあるいは、タイムスロットを用いることで合計  $4k$  次元を用いて変調方式を設計することが出来る。

4次元変調方式として、代表的なものに偏波切替 QPSK (polarization-sqitched QPSK: PS-QPSK) が挙げられる。PS-QPSK の詳細については次章に譲るが、これを4次元ベクトルで表現すると以下のような8個のベクトルで表される。

$$\mathbf{E}_{\text{PS-QPSK}} = \begin{bmatrix} \pm 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ \pm 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \pm 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \pm 1 \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

また、DP-QPSK は16個の4次元ベクトルを用いて、以下のように表現される。

$$\mathbf{E}_{\text{DP-QPSK}} = \begin{bmatrix} \pm 1 \\ \pm 1 \\ \pm 1 \\ \pm 1 \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

さらに、POL-QAM (polarization QAM) と呼ばれる4次元変調方式では、上の2つの PS-QPSK と DP-QPSK を合わせた、計24個のシンボルを用いて DP-QPSK より高い電力効率と周波数利用効率を実現できる [36]。また、これも詳細は次章に譲るが、セット分割4次元 QAM (set-partitioned 4D-QAM) も高い電力効率と周波数利用効率を実現できる方式である。

さらに、ブロック符号を基にした多次元変調方式も提案されている。これはブロック符号  $(n, k)$  の2値のビットを、そのまま  $n$  次元空間の2値信号へと射影するもので、符号化変調でもある [37]。

さて、このように種々の多次元変調方式が存在するが、この際に重要なことはどのように多次元変調方式を評価するかである。正確にその性能を評価したければ、シミュレーションを行うしかない。しかし、複数の複雑な多次元変調方式に対してシミュレーションを行うのは大変時間がかかる。そこで、電力効率及び周波数利用効率を用いて、それぞれの方式の性能の評価

を行う。これら2つのパラメータは漸近的なものではあるが、計算が容易なので大変便利である。また、通信路容量と電力効率、周波数利用効率の関係性を述べ、それを用いて各多次元変調方式の性能と、通信路容量との比較が行えることを示す。

以上の議論を基にして、本章では Permutation modulation を多次元空間に適用した新たな変調方式を提案し、その多次元 Permutation modulation の次元を増加させていくことで、より通信路容量に接近できる方式が存在することを示す。さらに2つの Permutation modulation を組み合わせた、新たな多次元変調方式も提案し、従来の多次元変調方式以上に、高い電力効率と周波数利用効率を有することをシミュレーションにより示す。また本章の最後には、4次元変調方式に対応可能な、適応フィルタの構成の提案についても説明する。

## 3.2 電力効率、周波数利用効率及び通信路容量の関係

本節では、まず通信路容量について説明した後、電力効率及び周波数利用効率を定義する。そしてそれらの関係性について説明し、電力効率及び周波数利用効率を用いた、通信路容量との比較法を述べる。

### 3.2.1 シャノンの連続通信路における通信路容量

加法性白色ガウス雑音下で、任意に低い誤り率で達成し得る伝送速度の限界は、かの有名なシャノン・ハートレーの定理によると

$$C = \frac{WD}{2} \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right) \quad (3.4)$$

となっている [17]。 $C$  はチャネルの通信路容量、 $W$  は使用帯域、 $S$  は信号の平均受信電力、 $N$  は雑音の平均電力、 $D$  は使用する次元数である。この式の詳細な導出は行わないが、以下のような思想で導かれている。まず加法性白色ガウス雑音 (additive white Gaussian noise: AWGN) を仮定すると、その時にエントロピーが最大となるような信号の確率密度関数を求める問題は、数学的な最大化問題である。これを解くと信号の確率密度関数は、雑音と同じくガウス分布となり、そのときのエントロピーが (3.4) である。しかし、実際にこれを実現できるかどうかは別問題である。シャノンはランダム符号化という手法を用いることによって、誤りを任意に小さい値としたまま、この通信路容量を実現できることを示した。しかしその際に仮定として、送信側及び受信側で出現する系列は典型的である、とした。すなわち無限の時間、あるいは符号長を仮定したのである。このような仮定により、通信路容量が任意に低い誤り率で達成できることが示された。

ところで、デジタル通信においては、信号の平均受信電力を用いるよりビット当たりのエネルギーを用いる方が都合がよい。これはデジタル通信では、一つの波形が複数の情報伝達

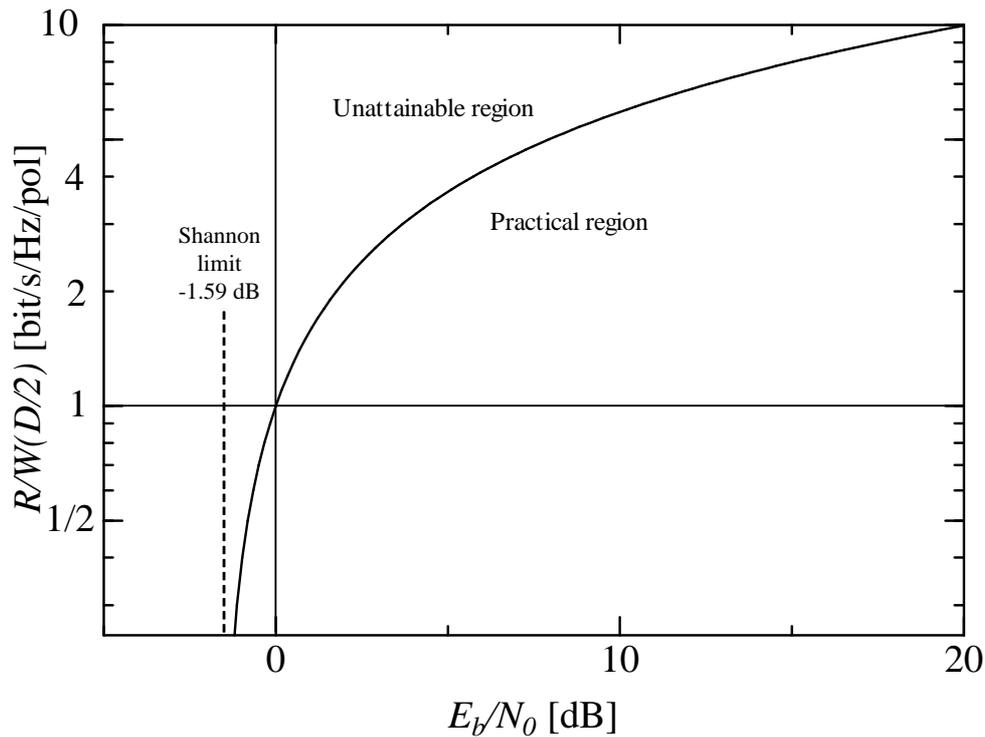


図 3.1 通信路容量に対する、実現可能な領域と不可能な領域及び、エラーフリー伝送が実現できる境界を示す Shannon limit。

を担う場合があるからである。そこで (3.4) を少々変形して、

$$\frac{C}{W(D/2)} = \log_2\left(1 + \frac{E_b}{N_0} \frac{C}{W(D/2)}\right) \quad (3.5)$$

なる表式を得る。これを図示したものが図 3.1 となる。通信路容量を実線で示している、これより下の領域は実現可能な範囲であるが、上の領域は実現不可能である。また、 $E_b/N_0$  が  $-1.59$  dB 以下の領域では誤りなく伝送を行うことはできない。この境界を Shannon limit と呼ぶ<sup>\*1</sup>。

### 3.2.2 電力効率と周波数利用効率

多次元空間上での変調方式を論ずる際、議論を簡略化するため電力効率及び周波数利用効率の 2 つのパラメータを使用する。まず電力効率 (power efficiency) を定義しよう。

$$\gamma = \frac{d_{min}^2}{4E_b} \quad (3.6)$$

$d_{min}$  は変調方式のシンボル間の最小距離、 $E_b$  は 1 ビットあたりのエネルギーを表している。電力効率はこれらの比によって定義されているが、直観的には以下のような意味合いを持つ。

<sup>\*1</sup> Shannon limit という言葉は、通信路容量そのものを指すこともある。本論文では、 $E_b/N_0$  が  $-1.59$  dB での、エラーフリー伝送が行えない領域に対する境界を Shannon limit と呼ぶことにする。

まず、電力効率の高い変調方式とは、誤りの発生しにくい方式である。SNR が十分に高ければ誤りはシンボル間の最小距離間のみで発生するため、最小距離が大きければ誤りが発生しにくく、電力効率が高いといえる。これは電力効率が、シンボル間の最小距離の二乗の項に比例することに対応する。一方、1 ビットあたりに費やすエネルギーが少なくても電力効率は高い。これは電力効率が  $E_b$  に反比例することに対応する。また分母の 4 により、電力効率は BPSK または QPSK に対して正規化されている。<sup>\*2</sup>

一方で、周波数利用効率 (spectral efficiency:  $SE$ ) は以下のように定義される。

$$SE = \frac{R}{WD/2} \quad (3.7)$$

$R$  は情報伝送速度、 $W$  は使用帯域幅、 $D$  は次元数である。 $D/2$  で割られているのは、次元について正規化することを表している。多くのデジタル変調方式は IQ 平面上、すなわち 2 次元上で定義されることが多い。したがって IQ 平面で定義される変調方式と比較するために、 $D/2$  で正規化している。またそれぞれの単位は  $R$  が bit/s、 $W$  が Hz である。さらに、次元において正規化されていることを考えると、周波数利用効率の単位は bit/s/Hz/dim となる。ところで情報伝送速度は、伝送路の状況によって変化する。しかしノイズに対して信号電力が十分に大きい状況では、この値は収束する。これは各変調方式固有の値であり、周波数利用効率の定義では、この収束した情報伝送速度を使用する。変調方式のシンボル数を  $M$  とすると、情報伝送速度は以下のように書き換えられる。

$$R = \log_2 M/T \quad (3.8)$$

$T$  とはシンボル長である。さらに帯域幅に関しては、ナイキストレートを仮定する。中間周波数帯 (Intermediate frequency: IF) や光の周波数帯ではナイキスト帯域は  $W = 1/T$  となるので、これらをすべて考慮した周波数利用効率は

$$SE = \frac{\log_2 M}{D/2} \quad (3.9)$$

となる。

### 3.2.3 電力効率と周波数利用効率及び通信路容量の相互関係

各変調方式は、以上に定義した  $SE - 1/\gamma$  平面上で、簡単に評価することができる<sup>\*3</sup>。ここでは通信路容量も、 $SE - 1/\gamma$  平面上で定義出来ることを示そう。まず、(3.5) における  $C/(W(D/2))$  という項を、 $SE$  と置き換える。この  $SE$  は通信路容量に対応する周波数利用

<sup>\*2</sup> BPSK と QPSK の電力効率は等しい。この事実は、QPSK がキャリアの直交成分を用いて、BPSK を多重化した変調方式である、ということからも理解できる。

<sup>\*3</sup> 以降では、各変調方式の評価には、電力効率の逆数である  $1/\gamma$  を用いる。この  $1/\gamma$  は、Sensitivity penalty と呼ばれる。

効率で、 $R = C$  の場合である。よって

$$SE = \log_2\left(1 + \frac{E_b}{N_0} SE\right) \quad (3.10)$$

となる。

一方で、(3.6) から  $\gamma$  と  $E_b/N_0$  に関する以下の関係を得る。

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{d_{min}^2}{4N_0} \frac{1}{\gamma} \quad (3.11)$$

ところで、誤り率が十分に低い場合にはその誤りのほとんどが、最小符号間距離を有するシンボル間同士のみでしか起こらないため、シンボル誤り率 (symbol-error rate:  $SE$ ) は  $d_{min}^2/4N_0$  を用いて、近似的に以下のように表現できる。

$$SE \simeq \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{d_{min}^2}{4N_0}}\right) \quad (3.12)$$

ここで  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  は補誤差関数を表している。したがって、この式から  $d_{min}^2/4N_0$  が以下のように求まる。

$$\frac{d_{min}^2}{4N_0} \simeq [\operatorname{erfc}^{-1}(2SE)]^2 \quad (3.13)$$

例えば、 $SE$  が  $10^{-5}$  を仮定した場合、 $d_{min}^2/4N_0$  は 9.09 となる。ここで (3.10) と (3.11) を用いることで、

$$SE = \log_2\left[1 + SE \frac{d_{min}^2}{4N_0} \frac{1}{\gamma}\right] \quad (3.14)$$

を得る。この式より、ある  $SE$  の値を仮定することにより、通信路容量も  $SE - 1/\gamma$  平面上に表現できることがわかる。仮定する  $SE$  の値が大きすぎると、(3.12) の近似式が成立しなくなり、実際にシミュレーションから得られる値との差異が大きくなる。以降では  $SE$  は  $10^{-5}$  を仮定して議論する。

### 3.3 Permutation modulation の構成法

本節では Permutation modulation の構成法について説明する [38],[39]。まず、Permutation modulation を  $(n, m)$  と表すことにする。この時、 $n, m$  はそれぞれ整数であり  $n \geq m \geq 1$  を満たす。 $(n, m)$  に属するベクトル集合は以下のように生成される。まず、 $n$  次元ベクトルのうち  $m$  個の要素に +1 あるいは -1 を割りあて、残りの要素を 0 とする集合を作る。どの  $m$  個の場所に、+1 あるいは -1 を割りあてるかの組み合わせの分だけ、シンボル数が存在する。したがって  $(n, m)$  のシンボル数は以下の式で表される。

$$M = 2^m {}_n C_m \quad (3.15)$$

ただし、 ${}_n C_m = n!/(m!(n-m)!)$  である。

さて、このように定義された Permutation modulation における特別な状況として、 $n$  と  $m$  が等しい、すなわち  $m = n$  の場合が挙げられる。この場合、すべての次元が独立に変調されており、 $n = 4$  の場合は DP-QPSK に他ならない。

一方で、 $m = 1$  の時も特別な場合であり、陪直交変調と呼ばれる変調方式に対応する。陪直交変調は、ある  $n$  次元における変調方式の中で最も高い電力効率を有する方式であることが知られている。しかし、周波数利用効率をかなり犠牲にしなければならない。 $n = 4$  の陪直交変調は PS-QPSK と等価である。

このように、 $m = n$  及び  $m = 1$  の場合は、Permutation modulation はよく知られた変調方式に帰着されるが、 $1 < m < n$  の範囲ではどのような性能を持った変調方式になるのか、といった考察はほとんど行われていない。次節以降では、この領域における Permutation modulation の性能を、電力効率と周波数利用効率を用いて評価する。

### 3.4 多次元 Permutation modulation の漸近的特性の解析

#### 3.4.1 Permutation modulation の電力効率と周波数利用効率

Permutation modulation のシンボル数を表す (3.15) と (3.9) から、周波数利用効率は以下のように計算することが出来る。

$$SE = \frac{m + \log_2 {}_n C_m}{n/2} \quad (3.16)$$

一方で、 $(n, m)$  の送信時のシンボルあたりの平均パワーについて考えてみると、これは明らかに  $m$  である。また、MSED に関しては  $m \neq n$  の場合は 2 となるが、 $m = n$  の場合は 4 である。平均パワーと MSED を用いて、 $(n, m)$  の電力効率は、 $1 \leq m \leq n-1$  の範囲において

$$\gamma = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\log_2 {}_n C_m}{m} \right] \quad (3.17)$$

と求まる。 $m = n$  の場合のそれは、常に QPSK と等しい。

#### 3.4.2 4次元 Permutation modulation

4次元 Permutation modulation  $(4, m)$  ( $1 \leq m \leq 4$ ) においては、4種類のベクトル集合が存在する。各集合のベクトルを表 3.1 に示している。ただし  $T$  はベクトルの転置を表していて、表中に示されているベクトルの全ての並び替えを考えることで、全ベクトル集合が得られる。これら 4次元 Permutation modulation の性能を表 3.2 にまとめた。(4,1) は PS-QPSK と等価であることは先に述べたとおりであり、実際この中でも最も電力効率が高い。(4,2) は POL-QAM と等しいことが知られている。(4,3) に関しては他の文献等では、未だ触れられていないようである。この周波数利用効率はこれら 4つの集合の中では最も高いが、電力効率は最も低い。

以上の関係を図にまとめたものが図 3.2 (a) である。ただし、図中の通信路容量は  $SE_R$  が  $10^{-5}$  の値を仮定している。また比較のため、通常の 2 次元上で定義される MQAM についても示している。図 3.2 からわかるように、MQAM と比較しても 4 次元 Permutation modulation の中には、より通信路容量に接近しうるものが存在する。

ここで 2 つの集合を組み合わせた、新たな 4 次元変調方式を提案し、従来の方式より性能を向上させられることを示そう。その際、2 つの集合の組み合わせを選ぶにあたっては、MSED が低下しないように注意を払わなければならない。例えば、(4,1) と (4,2) の組み合わせを考えると、これらのもともとの MSED はどちらも 2 だが、組み合わせされた後の集合の MSED は 1 に低下してしまう。しかし、(4,1) と (4,3) の組み合わせにおいては、このようなことは起きない。つまり、もともとの MSED である 2 に対して、組み合わせされた集合の MSED も 2 である。したがって、MSED を低下させることなく周波数利用効率を向上させることが出来る。以降では、この (4,1) と (4,3) を組み合わせた方式を  $(4,1) \cup (4,3)$  と呼称する。 $(4,1) \cup (4,3)$  の性能についても、表 3.2 の右側と、図 3.2 (a) 中に示している。このように、 $(4,1) \cup (4,3)$  は 4 次元 Permutation modulation の中で最も周波数利用効率が高く、しかも電力効率はほとんど DP-QPSK と等しく保たれている。

### 3.4.3 8 次元 Permutation modulation

次に、4 次元以上の次元における Permutation modulation について考察しよう。例として、ここでは 8 次元 Permutation modulation を考える。8 次元は 2 つの周波数チャネルか、2 つのタイムスロットを利用することで実現できる。

8 次元 Permutation modulation の性能を表 3.3 と図 3.2 (b) に示した。各ベクトル集合の要素は 4 次元と同様に生成できる。図 3.2 (b) からわかるように、4 次元 Permutation modulation 以上に 8 次元 Permutation modulation の中には、通信路容量に接近しうる集合が存在する。特に、(8,3)、(8,4) 及び (8,5) に関しては電力効率及び周波数利用効率のどちらも QPSK を上回っている。

ここでも 4 次元と同じく、2 つの Permutation modulation を組み合わせた新たな変調方式を提案する。先と同様に、MSED の低下を免れる組み合わせの中で、最も周波数利用効率を効率よく拡大できる組み合わせとして、 $(8,3) \cup (8,5)$  に着目する。 $(8,3) \cup (8,5)$  の性能は、表 3.3 と図 3.2 (b) に示しており、8 次元 Permutation modulation の中でも最も周波数利用効

表 3.1 4 次元 Permutation modulation における 4 つの集合。 $T$  はベクトルの転置を表しており、各集合のベクトルは表に示されたベクトルの全ての並び替えのパターンによって生成される。

(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)
$(\pm 1, 0, 0, 0)^T$	$(\pm 1, \pm 1, 0, 0)^T$	$(\pm 1, \pm 1, \pm 1, 0)^T$	$(\pm 1, \pm 1, \pm 1, \pm 1)^T$

表 3.2 4次元 Permutation modulation の性能。

	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,1) ∪ (4,3)
Number of symbols	8	24	32	16	40
MSED	2	2	2	4	2
$SE$ [bit/s/Hz/dim]	1.50	2.29	2.50	2	2.66
$\gamma$ [dB]	1.76	0.59	-0.79	0	0.1

率が高いことがわかる。

### 3.5 数値シミュレーションによる特性解析

以上で議論してきた4次元及び8次元 Permutation modulation は、従来のIQ平面で定義されるMQAMに対して、より通信路容量に接近できることがわかった。さらに、これらの組み合わせである、(4,1) ∪ (4,3) と (8,3) ∪ (8,5) は、高い電力効率と周波数利用効率を有する魅力的な変調方式であるといえる。しかし、電力効率は漸近的な値なので、実際に必要とされるBERやSERの値では、望んだ特性が得られない場合が多い。そこで、本節では数値シミュレーションにより、(4,1) ∪ (4,3) と (8,3) ∪ (8,5) のAWGNにおける特性を考察する。まず、それぞれの方式において、 $E_b/N_0$  に対するSER特性のシミュレーション解析を行った。シミュレーションの方法は以下の通りである。

まず送信側では、ベクトル集合の中からランダムに1つの多次元シンボルを選択する。そのシンボルにガウス雑音を付加し受信する。受信側では、考え得る全てのベクトル候補とのユークリッド距離を求めて、最も近いものを判定結果とする。

図3.3にシミュレーションで得られたSER特性を示しており、(a)には(4,1) ∪ (4,3)を、(b)には(8,3) ∪ (8,5)の場合を示している。比較のため、どちらの図にもQPSK及び32-SP-QAMのSER特性も示している\*4。

まず図3.3(a)を見てみると、(4,1) ∪ (4,3)のSER特性は、32-SP-QAMのSER特性と

表 3.3 8次元 Permutation modulation の性能。

	(8,1)	(8,2)	(8,3)	(8,4)	(8,5)	(8,6)	(8,7)	(8,3) ∪ (8,5)
Number of symbols	16	112	448	1120	1792	1792	1024	2240
MSED	2	2	2	2	2	2	2	2
$SE$ [bit/s/Hz/dim]	1	1.70	2.20	2.53	2.70	2.70	2.50	2.78
$\gamma$ [dB]	3.01	2.31	1.67	1.02	0.34	-0.45	-1.46	0.83

\*4 32-SP-QAMの詳細は次章を参照のこと。

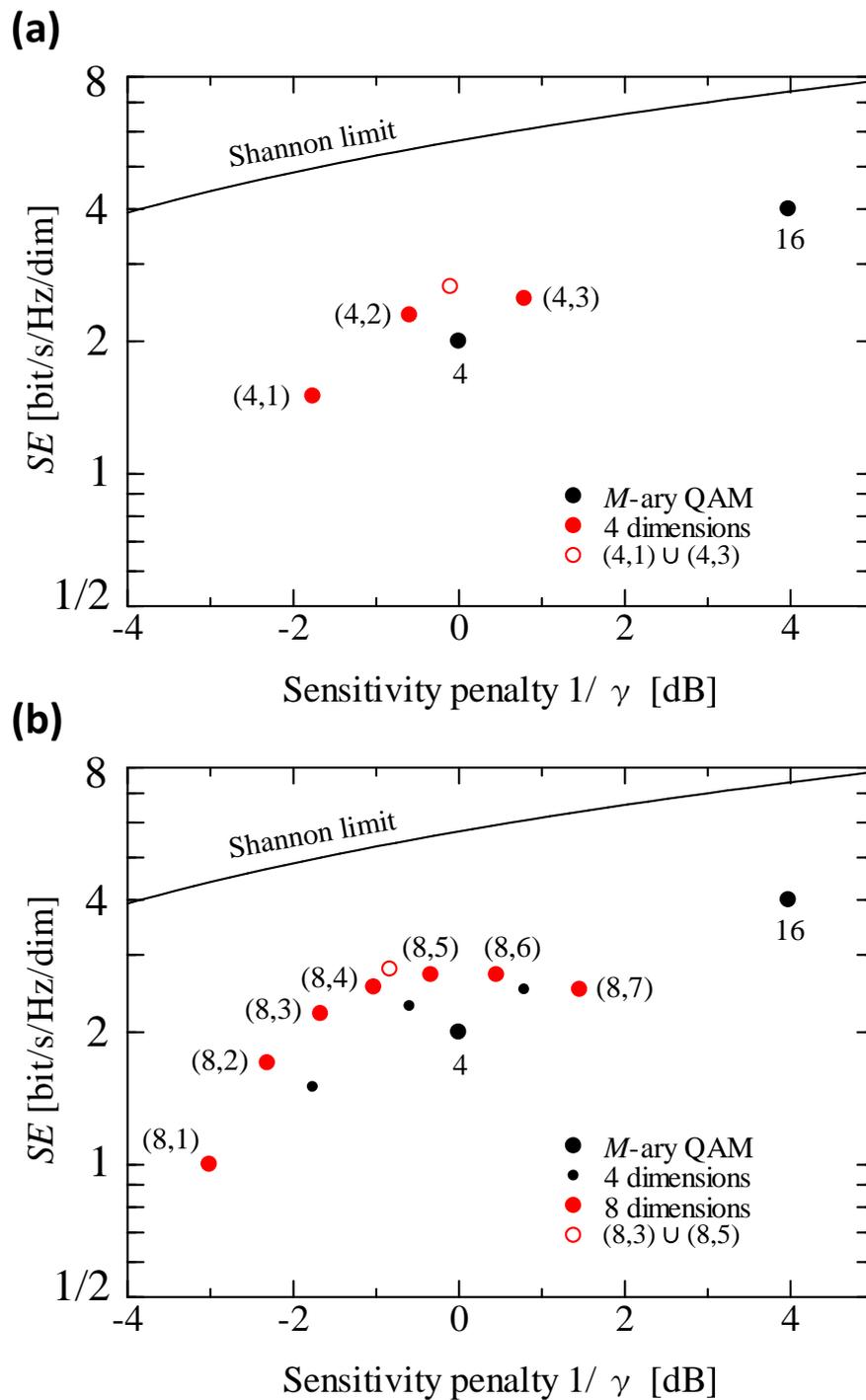


図 3.2 各変調方式の周波数利用効率と  $1/\gamma$  の関係と、 $SE_R = 10^{-5}$  を仮定した際の通信路容量。(a): 4次元 Permutation modulation と  $(4,1) \cup (4,3)$  及び MQAM。(b): 8次元 Permutation modulation と  $(8,3) \cup (8,5)$  及び MQAM。

ほとんど変わらないことがわかる。実際、電力効率は  $(4,1) \cup (4,3)$  が 0.1 dB であるのに対し、32-SP-QAM では 0 dB なので、ほとんど等しい。しかし、周波数利用効率の観点からは、 $(4,1) \cup (4,3)$  の方が 32-SP-QAM に対して、0.16 [bit/s/Hz/dim] だけ大きいので、有利で

ある。

一方図 3.3(b) からは、 $E_b/N_0$  が低い領域では (8,3) ∪ (8,5) の  $SER$  特性は 32-SP-QAM に劣っているが、 $E_b/N_0$  が高い領域では若干優れている。これは、(8,3) ∪ (8,5) の電力効率が 0.83 dB と、若干ではあるが 32-SP-QAM より優れていることに由来する。ただ  $SER$  が  $10^{-3}$  程度においては、両者が必要とする  $E_b/N_0$  はほとんど等しいといってよい。さらに周波数利用効率に関していえば、(8,3) ∪ (8,5) は 32-SP-QAM に対して 0.28 [bit/s/Hz/dim] だ

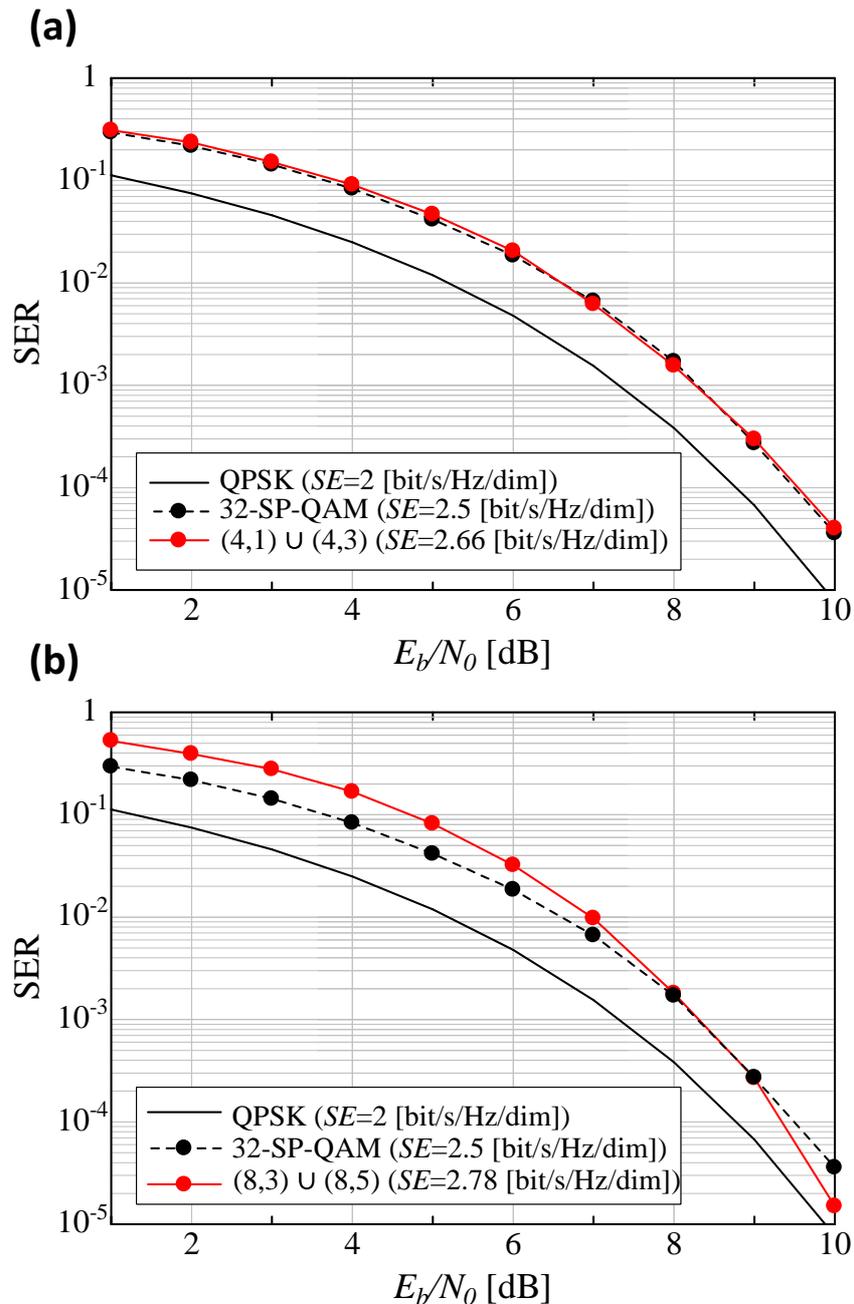


図 3.3  $E_b/N_0$  に対する  $SER$  特性。比較のため QPSK と 32-SP-QAM の  $SER$  特性も示している。(a): (4,1) ∪ (4,3)。(b): (8,3) ∪ (8,5)。

け大きく、 $(4, 1) \cup (4, 3)$  と比べてもより高い周波数利用効率を実現できる。

しかしながら、これらの変調方式を実際に用いようとするといくつかの問題が生じる。一つは、どちらもそのシンボル数が2のべき乗でない点である。従って、シンボル数を2のべき乗にすべく、全体の集合からシンボルをいくつか破棄しなければならない。 $(4, 1) \cup (4, 3)$  のシンボル数は40なので、最も近い2のべき乗である32にするため、8個のシンボルを破棄する必要がある。しかし、このようにして得られた新たな集合の電力効率と周波数利用効率を計算してみると、それぞれ0 dBと2.5 [bit/s/Hz/dim] となり、32-SP-QAMと完全に一致してしまう。一方、 $(8, 3) \cup (8, 5)$  のシンボル数は2240であり、200個のシンボル破棄することで、最も近い2のべき乗の数である2048とすることが出来る。このようにして得られた新たな集合の電力効率及び周波数利用効率はそれぞれ0.81 dBと2.75 [bit/s/Hz/dim] となり、こちらは破棄した後も32-SP-QAMの性能を上回っている。以降では、この $(8, 3) \cup (8, 5)$  から200個のシンボルを破棄して生成された集合を $(8, 3) \cup (8, 5)'$  と呼ぼう。ただし、破棄される200個のシンボルの選び方には注意しなければならない。当然シンボルあたりの平均パワーを下げるため、 $(8, 5)$  から200個破棄すべきである。ただし $(8, 5)$  の中からなら、どの200個を選んでも問題ない。

次に問題になるのが、グレイ符号化が行えないことである。これはどうしようもないので、やむを得ずグレイ符号化ではなく、自然2進符号化を採用することにする。自然2進符号化を用いることで、隣り合ったシンボルに対応するビットが1ビット以上異なってしまう場合が生じ、その分若干のBERの劣化を生じる。しかし、この劣化は許容できる範囲の大きさである。

以上のように、自然2進符号化を用いた $(8, 3) \cup (8, 5)'$  のBER特性を図3.4に示す。自然2進符号化により、BERが $10^{-3}$ において32-SP-QAMに対して若干のペナルティが見られる。ただそのペナルティも0.4 dB程度であり、一方で周波数利用効率は32-SP-QAMに対して0.25 [bit/s/Hz/dim] だけ増加させることが出来ている。

### 3.6 4次元信号に対する適応フィルタ構成の提案

今までの議論は、すべてAWGN通信路を仮定していたが、実際には伝送路の帯域制限によるISIや偏波の変動などを、適応的に等化しなければならない。4次元信号を扱う場合、第2章で説明したバタフライ構成を基にした適応フィルタの構成を、多少変える必要がある。その構成図を図3.5に示す。基本構成はそこまで変わらないが、判定部が4次元化されている。すなわち、タップ係数の更新は通常の実数による $2 \times 2$ のバタフライ構成をとっているが、判定部の前では両偏波成分それぞれの実部及び虚部をとり、2つの複素数を4次元ベクトル化する。この4次元ベクトルとユークリッド距離にして最も近いシンボルを判定結果とし、その判定された4次元ベクトルを再び2つの複素数に戻して、タップ係数の更新を行う。

### 3.7 本章のまとめ

本章では、Permutation modulation を多次元空間に適用する、新たな多次元変調方式を提案した。それに伴って、まず多次元変調方式を評価するための指標である、電力効率と周波数利用効率という2つのパラメータについて説明した。これらは複雑な変調方式であっても、シミュレーションを行うことなく容易に計算できるため大変便利である。実際に性能の比較を行うに当たっては、電力効率そのものではなく、その逆数である Sensitivity penalty を用いた、 $SE-1/\gamma$  平面上で議論を行った。また、通信路容量をある  $SER$  を仮定して、この  $SE-1/\gamma$  上で定義出来ることを述べた。その際  $SER$  が低すぎると、電力効率の値がシミュレーションの値に対してずれてくるため、本章では  $SER$  を  $10^{-5}$  と仮定して通信路容量を求めた。

それを踏まえたうえで、まず4次元及び8次元における Permutation modulation の漸近的特性を解析し、次元を上げていくことでより通信路容量に接近し得る方式が存在することを明らかにした。さらに2つの Permutation modulation を組み合わせた、 $(4,1) \cup (4,3)$  及び  $(8,3) \cup (8,5)$  を提案し、シミュレーションによる  $SER$  特性の解析により、それら漸近的特性を確認した。しかし、これらの方式は実際的にはシンボル数が2のべき乗ではないため、実装が難しい。そこで、 $(8,3) \cup (8,5)$  のシンボル数を2のべき乗とした  $(8,3) \cup (8,5)'$  を提案し、その  $BER$  特性をシミュレーションにより解析した。32-SP-QAM に対して、 $BER$  が  $10^{-3}$  にて多少のペナルティを有するものの、周波数利用効率を  $2.75$  [bit/s/Hz/dim] にまで拡大でき、有効な変調方式であるといえる。

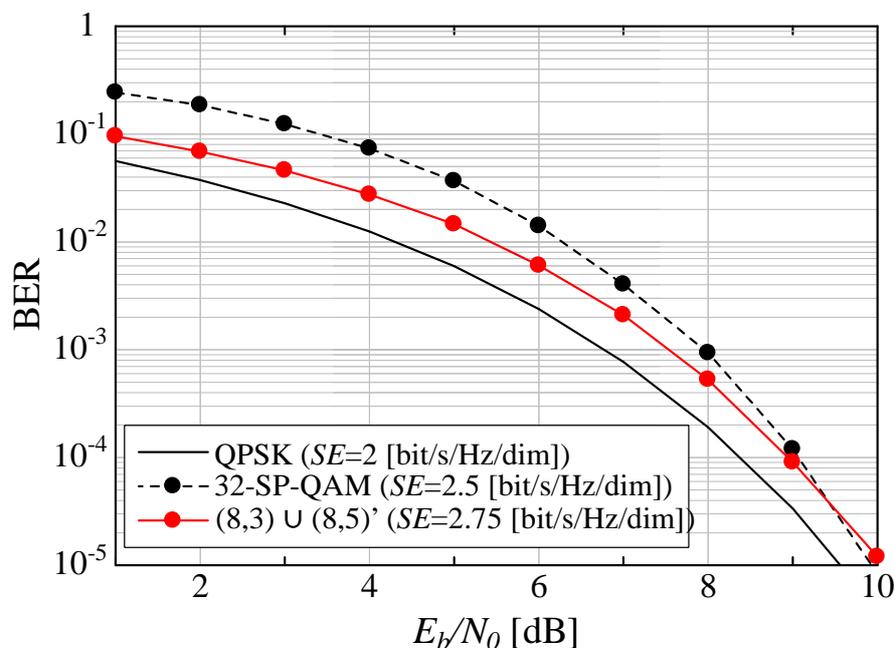


図 3.4  $(8,3) \cup (8,5)'$  の  $E_b/N_0$  に対する  $BER$  特性。比較のため QPSK と 32-SP-QAM の  $BER$  特性も示している。

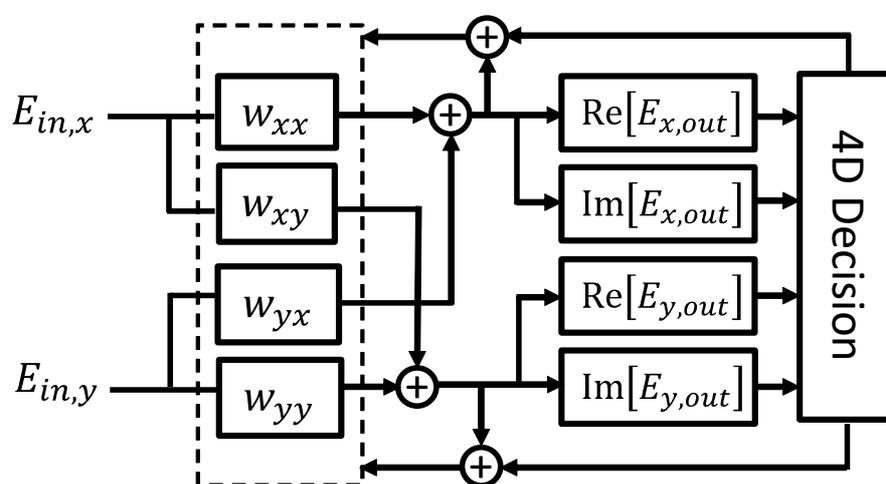
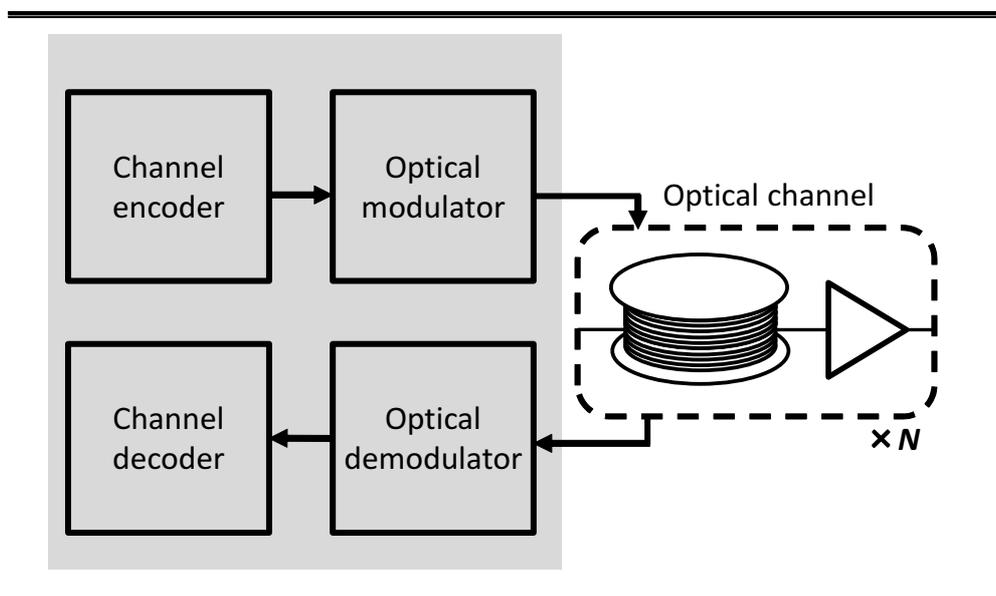


図 3.5 4次元変調方式にも適用可能な適応フィルタの構成図。

## 第4章

# 4次元セット分割 QAM の高速復号アルゴリズムの提案

4次元変調方式の一つとして、4次元セット分割 QAM(set-partitioned 4-dimensional quadrature-amplitude modulation: SP-4D-QAM) と呼ばれる方式が存在する。SP-4D-QAM は、高い電力効率と周波数利用効率を有する方式であり、注目を集めている。本章では、この SP-4D-QAM について説明した後、パリティ検査行列を用いた表現法について述べる。またその性質を利用した、高速復号法を提案する。



## 4.1 はじめに

前章でも説明したように、近年コヒーレント光通信システムにおいて、4次元変調方式に関する研究が盛んに行われている。コヒーレント光受信器を用いることで、1波長あたり複素振幅及び偏波の合計4つの自由度を用いることが出来るようになった。この4自由度を基に変調を行うことで、従来の変調方式よりもパワー効率の高い変調方式が複数報告されている。4次元上で最もパワー効率の高い変調方式は、偏波切換 QPSK (polarization Swiched-QPSK: PS-QPSK) であることが知られており、これは4次元上での倍直交変調である [10],[11]。一方、トレリス符号化変調 (trellis-coded modulation: TCM) におけるセット分割を、4次元上の QAM に適用することで効率よく最小符号間距離を拡大しつつ、周波数利用効率も高めることが出来るセット分割 4D-QAM (set-partitioned 4D-QAM: SP-4D-QAM) も報告されている [12]。従来セット分割はトレリス符号化変調における信号点の割り当ての際に考案された概念であったが、セット分割単独で4次元化された QAM に適用することで、新しい変調方式として見出されたのが SP-4D-QAM である。この SP-4D-QAM は、グレイ符号化された偏波多重 QAM に、パリティ検査ビットを付与する形で生成することが出来る。4次元上での1回のセット分割が、1ビットのパリティ検査ビットを付与することに相当し、2回のセット分割が3ビットのパリティ検査ビットを付与することに対応している。16QAM や 64QAM などであれば、各次元に信号点が均一に、かつそれぞれの次元で独立に配置されているため、2次元上での探索を行わなくとも、各次元の値を参照するだけ復号は可能である。しかし、このような各次元に均一な信号点を有しない SP-4D-QAM においては、4次元上で全ての符号語の候補とのユークリッド距離を計算しなければならない。そこで本章では SP-4D-QAM が、各次元に均一な信号点配置を有する QAM から導かれる性質を利用した、高速な復号法を提案する。

本章ではまず、4次元変調方式の基礎として、PS-QPSK 及び SP-4D-QAM について説明する。また、高速復号アルゴリズムの理解に必要となる LLR の算出法を説明する。多値 QAM における LLR 及び、単一パリティ検査符号の外部 LLR の導出は Appendix D 及び E に載せてある。また、Chase による高速復号アルゴリズムについても説明する。これらを踏まえ、単一パリティ検査ビットを有する SP-4D-QAM 及び、3つのパリティ検査ビットを有する SP-4D-QAM それぞれに対する高速アルゴリズムの適用法と、それらのシミュレーション結果を示す。

## 4.2 コヒーレント光通信における4次元変調方式の基礎

本節では、コヒーレント光通信において現在まで見出されている、主な4次元変調方式について説明する。

### 4.2.1 PS-QPSK

PS-QPSK は、Karlsson と Agrell によって見出された変調方式であり、以降の4次元変調方式の研究は、この PS-QPSK に端を発する。PS-QPSK では、まず2つの偏波のうちどちらを用いるのか決める。これは1ビットの情報に対応する。さらにその使用される偏波に、QPSK を使用することで合計で3ビットを伝送する。この様子を4次元ベクトルで表現すると、以下の8個のベクトルとなる。

$$\mathbf{E}_1 = \frac{d_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} +1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_2 = \frac{d_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_3 = \frac{d_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ +1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_4 = \frac{d_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ +1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{E}_5 = \frac{d_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_6 = \frac{d_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_7 = \frac{d_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_8 = \frac{d_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

ただし、最小二乗ユークリッド距離 (minimum squared Euclidean distance: MSED) が  $d_0$  となるように、各ベクトルは正規化されている。このように、信号空間の全次元に対して、1つのスロットのみを用いて、そこに +1 か -1 を割り当てる方式を陪直交変調方式と呼ぶ。したがって、PS-QPSK は4次元空間上での陪直交変調であるといえる。この変調方式の電力効率および周波数利用効率を、第3章での定義を基に計算するとそれぞれ、1.76 dB 及び 1.5 [bit/s/Hz/pol] となる。この電力利用効率 1.76 dB という数値は、4次元上でのあらゆる信号点配置の中で、最も高い値であることが Karlsson と Agrell によって示されている。

一方、PS-QPSK はセット分割という概念を用いて、DP-QPSK から作り出すこともできる。まず通常の2次元平面にて定義される  $M$  相 QAM を4次元変調方式とみなした、4D- $M$ QAM について説明する。DP-QPSK を例にとると、片側偏波には4点の信号点が存在するため、これを4次元変調方式とみなすならば、 $4 \times 4 = 16$  個の信号点が4次元空間中に存在する。これを以降 4D-QPSK と呼称する。同様に 4D-16QAM は4次元上に 256 個の信号点を有する4次元変調方式である。一般の  $M$  相 QAM を4次元変調方式とみなした 4D- $M$ QAM では、4次元空間中に  $M^2$  個の信号点を有する。

ここで、実際に 4D-QPSK の 16 個のベクトル集合を以下に示す。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_1 &= \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \\ +1 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_2 = \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_3 = \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_4 = \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{E}_5 &= \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_6 = \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ +1 \\ +1 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_7 = \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_8 = \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ +1 \\ -1 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{E}_9 &= \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_{10} = \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_{11} = \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \\ +1 \\ +1 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_{12} = \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ +1 \\ +1 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{E}_{13} &= \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_{14} = \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_{15} = \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathbf{E}_{16} = \frac{d_0}{2} \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

これらは、MSED が  $d_0^2$  となるように正規化されている。これを  $\mathbf{E}_1 \sim \mathbf{E}_8$  と  $\mathbf{E}_9 \sim \mathbf{E}_{16}$  の二つの集合に分割する。分割されたそれぞれの集合の MSED は、4D-QPSK の MSED である  $d_0^2$  に対して 2 倍に拡大される。したがって、集合数を半減させることによって MSED の拡大に成功している。この分割された集合の電力効率および周波数利用効率も、1.76 dB 及び 1.5 [bit/s/Hz/pol] となり先に定義した PS-QPSK のそれと等しい。すなわち、4D-QPSK からセット分割によって得られた集合も、PS-QPSK の一つの形態であるといえる。

ところで、セット分割から得られる PS-QPSK の送信器の構成は、通常のグレイ符号化された DP-QPSK をそのまま用いることが出来きて、構成としては図 4.1 のようになる。これは DP-QPSK の 4 ビット目がパリティ検査ビットであることを意味しており、単一パリティ検査符号 (4,3) と等価である。ただし受信側でのシンボル判定は、ユークリッド距離を基にした軟判定が行われなければならない。したがって、PS-QPSK は単一パリティ検査符号を軟判定した結果と同一である。

このように符号化された系列が、受信側において軟判定で復号される場合、符号化と変調におけるマッピングが一体になって行われているため、符号化変調と呼ばれる。したがって、多次元変調とは符号化変調の一種であるとも考えることもできる。

## 4.2.2 SP-4D-QAM

PS-QPSK は 4D-QPSK のセット分割から生成されると述べたが、4D-16QAM や 4D-64QAM から同様に、4 次元変調方式を作り出すことが出来る。まず、一般の 4D-MQAM に対してセット分割を施す場合を考える。その様子を図 4.2 に示す。ただし、親集合の MSED

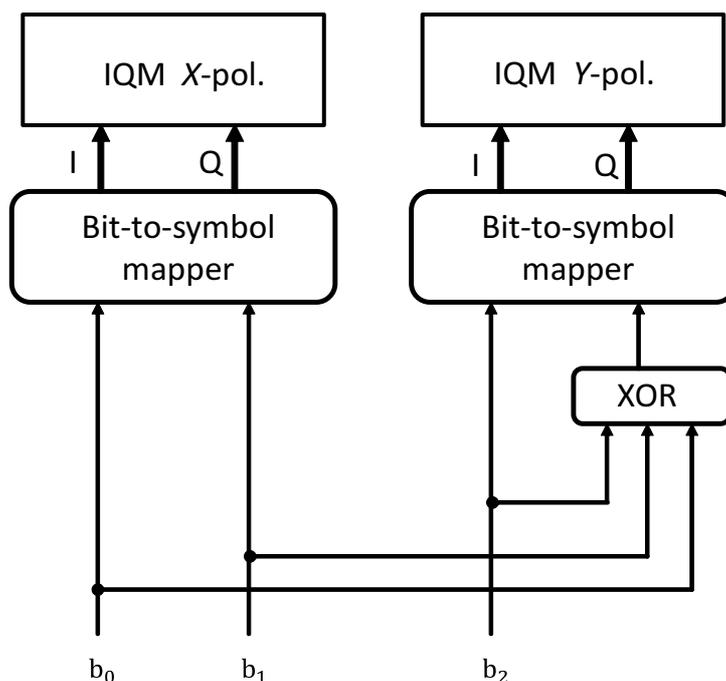


図 4.1 DP-QPSK の送信器を基にした PS-QPSK の送信器構成。

を  $d_0^2$  とする。1 回目のセット分割によって、親集合は 2 つの集合に分割される。これらを  $R_0$  と  $R_1$  とする。集合内のシンボル数は半減しているため、変調方式としての周波数利用効率は  $0.5$  [bit/s/Hz/pol] ほど減少するが、一方で MSED は倍になっており、漸近的に受信感度は  $3$  dB 向上する。先にも述べたように、PS-QPSK は 4D-QPSK から生成された  $R$  に対応する。さらにセット分割を行うと、それぞれの  $R$  から 4 個ずつ子集合が生成される。これらの周波数利用効率は、 $R$  に対して  $1$  [bit/s/Hz/pol] だけ減少する。その代り、MSED がさらに 2 倍に拡大される。4D-16QAM の  $R$  に対応する変調方式は、128 相セット分割 QAM (128-ary set-partitioned QAM: 128-SP-QAM) である。さらに、 $S$  に対応する変調方式は 32-SP-QAM と呼ばれている<sup>\*1</sup>。また、4D-64QAM における  $R$  は 2048-SP-QAM、 $S$  は 512-SP-QAM と

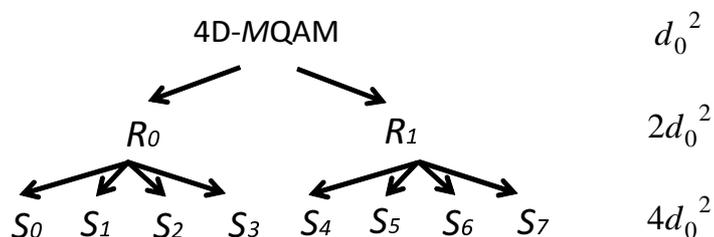


図 4.2 4D-MQAM におけるセット分割。

<sup>\*1</sup>  $R_0$  と  $R_1$  は同じ周波数利用効率および電力効率を有するため、どちらを 128-SP-QAM としても問題ない。同様に、いずれの  $S$  を 32-SP-QAM としても構わない。

表 4.1 4次元セット分割の電力効率と周波数利用効率の関係。

	電力効率 [dB]	周波数利用効率 [bit/s/Hz/pol]
PS-QPSK	1.76	1.5
32-SP-QAM	0	2.5
128-SP-QAM	-1.55	3.5
512-SP-QAM	-3.68	5.5

呼ばれている。これらの電力効率および周波数利用効率の関係を表 5.1 と図 4.3 にまとめた [40]。32-SP-QAM は DP-QPSK と同じ電力効率を有しているにもかかわらず、周波数利用効率を 0.5 [bit/s/Hz/pol] 増加させることが出来ている。さらに 512-SP-QAM は DP-16QAM に対して、電力効率及び周波数利用効率のどちらも上回っている。これら 4次元 SP-QAM の送信器の構成は、従来のグレイ符号化された DP-16QAM 及び DP-64QAM の送信器構成を用いて実現できる。

まず、32-SP-QAM の、DP-16QAM を基にした送信器構成を図 4.4 に示す。32-SP-QAM を用いると、1シンボルで5ビットが伝送されるが、DP-16QAM と比較すると3ビット伝送速度が低下している。この3ビットが図 4.4 中の3つのパリティビットに対応している。それぞれのパリティビットを  $p_0 \sim p_2$  とすると、

$$p_0 = b_0 \oplus b_1 \oplus b_2 \quad p_1 = b_0 \oplus b_1 \oplus b_3 \quad p_2 = b_0 \oplus b_1 \oplus b_4 \quad (4.2)$$

の関係が成り立つ。ただし、 $\oplus$  は 2 を法とする加算を表している。この関係から、32-SP-QAM

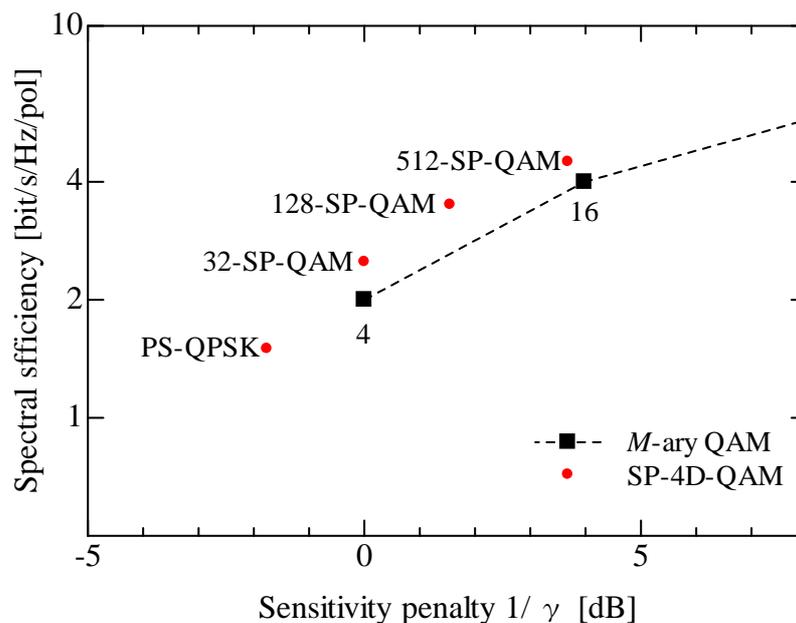


図 4.3 4次元セット分割の電力効率と周波数利用効率の関係。

は以下に示すような、パリティ検査行列を有する符号であると考えることが出来る。

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

このように、グレイ符号化された 4D-16QAM をセット分割で間引くことは、パリティ検査ビットを挿入して符号語同士を離すことと等価なのである。しかし、このパリティ検査行列を有する 4D-16QAM が、通常の符号化された 16QAM と異なるのは、符号語を組織化してはならない点である\*2。すなわち、SP-4D-QAM においては、パリティ検査ビットの場所が重要な役割を果たしており、間引かれる位置がそれに対応している。

一方、128-SP-QAM の DP-16QAM を基にした符号化器構成を図 4.5 に示す。図 4.5 から、最終ビットがパリティ検査ビットとなっており、以下の関係を満たすことがわかる。

$$p_0 = b_0 \oplus b_1 \oplus b_2 \oplus b_3 \oplus b_4 \oplus b_5 \oplus b_6 \quad (4.4)$$

このように、グレイ符号化された 4D-MQAM から一回セット分割された集合は、もとの 4D-MQAM の最終ビットをパリティ検査ビットとしたものに対応する。さらに、DP-64QAM から 2 回のセット分割を経て作られる、512-SP-QAM についてもグレイ符号化された DP-64QAM に、3 ビットのパリティ検査ビットを付与した、図 4.6 のような送信器で実現できる。これに対応するパリティ検査行列を以下に示す。

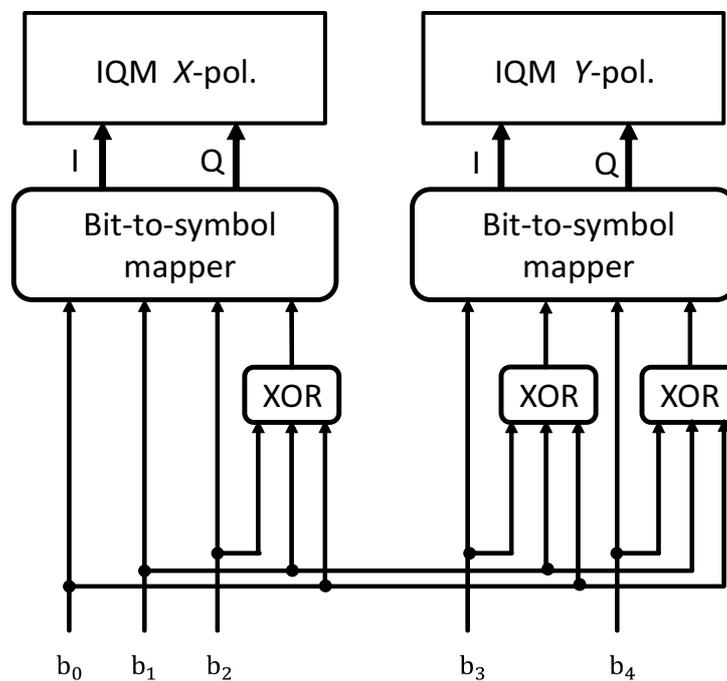


図 4.4 32-SP-QAM の DP-16QAM を基にした符号化器構成。

\*2 組織化とは、情報ビットとパリティ検査ビットの場所を明確に区別することである。一般の  $(n, k)$  符号 ( $n$  が符号長で  $k$  が情報ビット長) の場合、 $n$  個のビットのうち、最初の  $k$  個がすべて情報ビットで、残りの  $n - k$  ビットが、すべてパリティ検査ビットとなる。

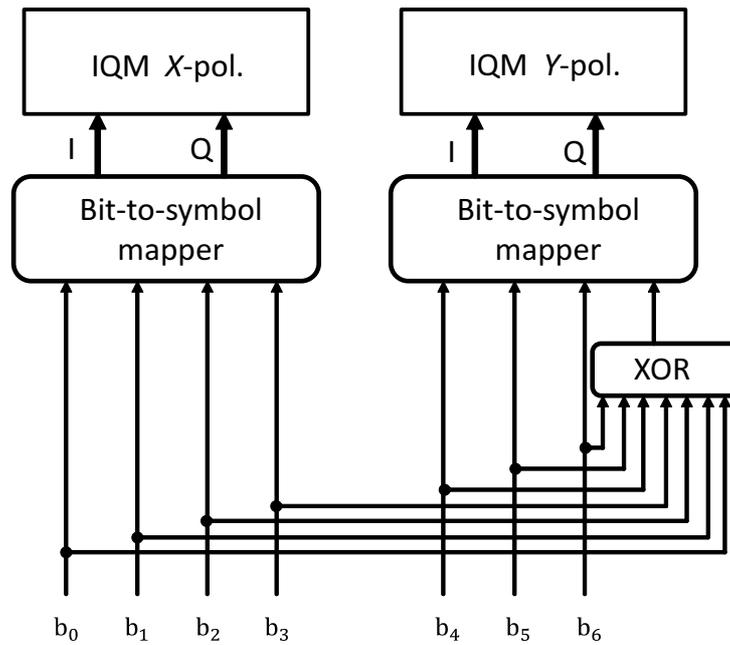


図 4.5 128-SP-QAM の DP-16QAM を基にした符号化器構成。

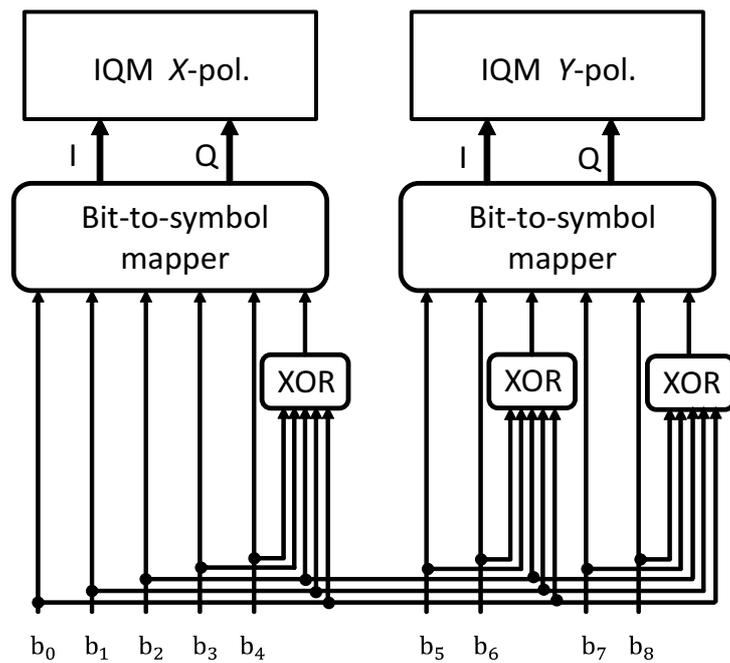


図 4.6 512-SP-QAM の DP-64QAM を基にした符号化器構成。

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

このように PS-QPSK を含む SP-4D-QAM は、セット分割される前の変調方式であるグレイ符号化された DP-MQAM に、パリティビットを付与した形で表現でき、一回のセット分割が

1 ビットのパリティビットの付与に、2 回のセット分割が 3 ビットのパリティビットの付与に対応しているのである。

### 4.2.3 4次元変調方式の BER 特性

以上に示した 4 次元変調方式は、電力効率の観点から優れた方式であるといえる。しかし、電力効率自体は漸近的な特性なので、実際に必要とされる BER が  $10^{-3}$  程度では、望んでいるような性能が得られない場合が多い。したがって本節では、シミュレーションで解析した結果を示す。図 4.7 に、前節で紹介した 4 次元変調方式の  $E_b/N_0$  に対する BER 特性を示す。いずれの変調方式も、BER が  $10^{-3}$  程度では、電力効率が示すような改善は見られないが、DP-QPSK、DP-16QAM、DP-64QAM の周波数利用効率の隙間を埋める、新たな選択肢として注目されている。しかし、SP-4D-QAM のオーダー数が増加するにつれて、受信側での計算量の増加は避けられない。すなわち、受信された信号に対して、最も近い信号点を送信されたシンボルとして判定するため、全ての信号点候補との 4 次元上でのユークリッド距離を計算しなければならず、例えば 128-SP-QAM では 128 回の探索、512-SP-QAM では 512 回の探索が必要となる。このように探索された候補は最尤であることは、第 2 章で述べたが、高次の SP-4D-QAM に対しては現実的でない。したがって本章の目的は、近似的アルゴリズムを用いることで、できる限り最尤推定に対して精度を落とすことなく、計算量を削減することである。その際に必要となるのが、各ビットの信頼性を表す対数尤度比 (log-likelihood ratio: LLR) と、復号の高速化を実現するチェイスの復号アルゴリズムである。次節以降ではこれらについて説明する。

## 4.3 2 値信号に対する対数尤度比の導出

まず BPSK や QPSK 等の、各次元が 2 値で変調される方式における LLR の計算法を導出する。ただし、実際の波形の振幅へのマッピングは、ビット列に対して  $1 \rightarrow +1$ 、 $0 \rightarrow -1$  のように行われるものとする。まず、LLR は以下の式で定義される。

$$L(d|x) = \log \left[ \frac{P(d = +1|x)}{P(d = -1|x)} \right] \quad (4.6)$$

これは、受信された信号  $x$  の下で、その信号が 1 である確率と 0 である確率の比の対数をとったものである。ただし、ここでの対数はすべて自然対数を用いることとする。したがって、受信信号に対して元の信号が +1 である確率が、-1 である確率より高ければ LLR は正となり、逆であれば負となる。ベイズの定理を用いることで、上式はさらに

$$\begin{aligned} L(d|x) &= \log \left[ \frac{P(d = +1|x)}{P(d = -1|x)} \right] = \log \left[ \frac{P(x|d = +1)P(d = +1)}{P(x|d = -1)P(d = -1)} \right] \\ &= \log \left[ \frac{P(x|d = +1)}{P(x|d = -1)} \right] + \log \left[ \frac{P(d = +1)}{P(d = -1)} \right] \end{aligned} \quad (4.7)$$

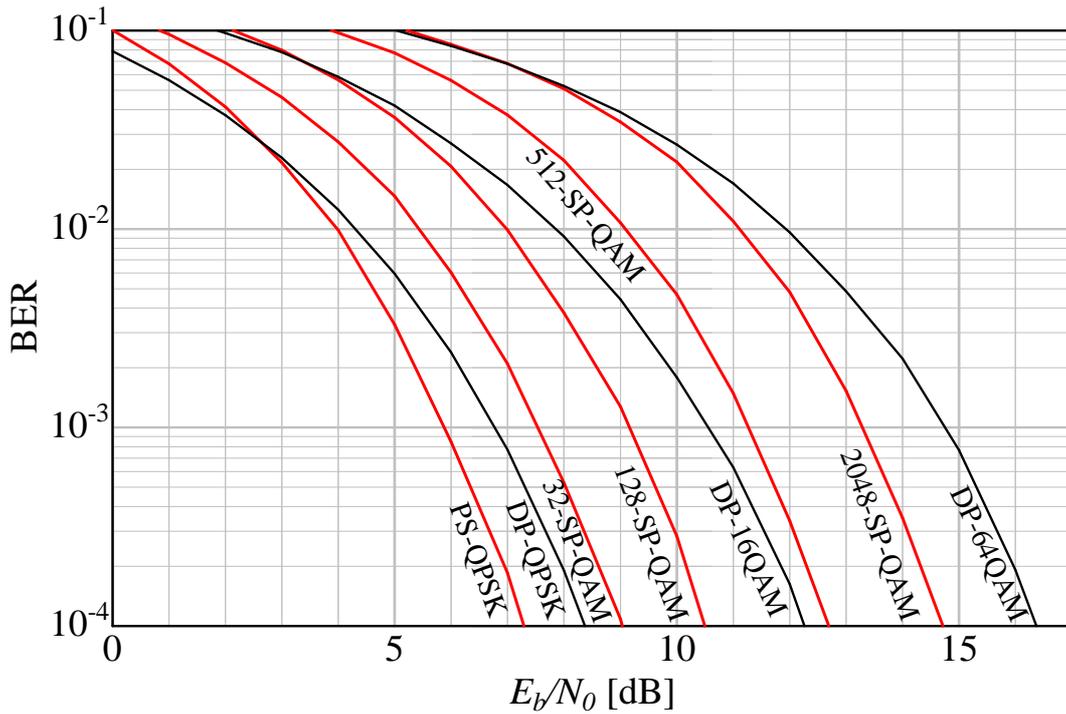


図 4.7 各種 4 次元変調方式の BER 特性。

と変形できる。右辺第一項は、通常送信されるシンボルが +1 か -1 かは等確率なので、0 である。さらに、分散が  $\sigma^2$  の AWGN 通信路の場合は

$$\begin{aligned}
 L(d|x) &= \log \left[ \frac{P(d = +1)}{P(d = -1)} \right] \\
 &= \log \left[ \frac{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{\sigma}\right)^2\right)}{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x+1}{\sigma}\right)^2\right)} \right] \\
 &= -\frac{1}{2} \left(\frac{x-1}{\sigma}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{x+1}{\sigma}\right)^2 = \frac{2}{\sigma^2} x
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

となる。すなわち、受信信号の座標に LLR は比例する。LLR の絶対値は信頼度を表しており、大きければ信頼性が高いが、小さいと 1 なのか 0 なのかが曖昧になる。

上に述べた LLR の導出は、2 値のビット列に対して、マッピングされた後の物理的波形の振幅値も 2 値の場合であった。すなわち BPSK や QPSK がこれにあたる。一方で 16QAM や 64QAM 等の高次の QAM に対しての LLR の導出は、Appendix D に示している。

## 4.4 Chase アルゴリズムによる高速復号法

一般に、ブロック符号における軟判定は、計算量的に現実的でない場合が多い。硬判定を行う場合は、代数的な性質を用いた数々の有効な復号法がそれぞれの符号に対して見出されているが、軟判定では全ての符号語とのユークリッド距離を求めなくてはならないからである。Chase はブロック符号の軟判定において、符号語の探索範囲を限定する近似的なアルゴリズムを提案した [41]。例えば、ターボ積符号において、Chase 復号は用いられている [42]。この際、列及び行における符号として、BCH 符号が採用され [43],[44]、Chase 復号によって軟判定を行い尤度を伝搬しあう。光通信においても、2003 年にターボ積符号の導入は検討されている [45]。これら軟判定符号に対して重要な復号アルゴリズムである、Chase 復号法について以下に説明する。

まず、符号語を探索する範囲を決定する。これを  $\tau$  とする。ただし  $\tau$  は整数である。次に、得られた受信語の各ビットに対する LLR を求める。その LLR の中で、絶対値が最も小さい  $\tau$  個のビットに着目する。これらは受信語の中で、最も信頼度の低い  $\tau$  個のビットである。したがって、他のビットに対して誤っている確率が高い。この  $\tau$  個以外はとりえず、0 か 1 の 2 値に判定してしまう。残りの  $\tau$  個においては、判定は行わず空白とする。空白とした  $\tau$  個のビットの位置に、0 と 1 の  $2^\tau$  個の全パターンを代入した  $2^\tau$  個の 2 元ベクトルを生成する。この  $2^\tau$  個のベクトルの中に仮に符号語があったとすれば、パリティ検査行列をかかけた結果、0 ベクトルを出力するはずである。 $2^\tau$  個の中でそのようなベクトルを保存しておく。そのベクトルに対応する信号点と、受信語のユークリッド距離を求め、最も近いものを復号語とする。

Chase 復号では、探索範囲を信頼度の低い  $\tau$  個の位置に限定することで、計算量の削減を実現している。しかし、その限定した位置に符号語が生成されない可能性もある。この場合は、やむを得ないので、最初に求めた各ビットの LLR をそのまま判定し符号語とする。簡単な例を用いて、Chase 復号を説明しよう。

まず、単一パリティ検査符号 (4,3) を仮定しよう。送信側では、2 値のビット 0、1 をそれぞれ実際の波形の振幅値 -1、+1 に対応させる。そこに雑音が加わり受信される。受信語から LLR を計算して以下のようなになったとしよう。

$$(L_0, L_1, L_2, L_3) = (-1.32, -1.5, 1.2, 0.2) \quad (4.9)$$

ここで、LLR の絶対をとって

$$(|L_0|, |L_1|, |L_2|, |L_3|) = (1.32, 1.5, 1.2, 0.2) \quad (4.10)$$

とする。このベクトルを眺めると、最も信頼度が低いビットは最後のビットであることがわかる。ここで  $\tau = 1$  とする。信頼度の低い最後のビットは、とりあえずそのままにしておいて、残りのビットを判定してしまう。

$$(b_0, b_1, b_2, b_3) = (0 \ 0 \ 1 \ ?) \quad (4.11)$$

?はもともと 0 だったのか 1 だったのかは曖昧なので、とりあえず考え得る全てのパターンのベクトルを作り出す。

$$(b_0, b_1, b_2, b_3) = (0\ 0\ 1\ 0) \text{ or } (0\ 0\ 1\ 1) \quad (4.12)$$

とり得るパターンは上の 2 個のベクトルのみであるが、これらが符号語かどうかはパリティ検査行列をかけることで、すぐに確認できる。ところで、単一パリティ検査符号 (4,3) のパリティ検査行列は

$$H_{\text{SPC}(4,3)} = (1\ 1\ 1\ 1) \quad (4.13)$$

なので、これと符号語の候補の積をそれぞれ計算して

$$(0\ 0\ 1\ 0) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \quad (0\ 0\ 1\ 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad (4.14)$$

となり、(0 0 1 1) が符号語の候補となる。(0 0 1 1) はアナログ値 (-1 -1 1 1) に対応するので、受信語 (-1.32 -1.5 1.2 0.2) とのユークリッド距離を計算し、1.01 と求まる。この例は非常に単純なものだが、ユークリッド距離を求める回数は、総当りで探索した場合は 8 回行わなければならないのに対し、Chase 復号では 1 回で済む。

ところで  $\tau$  の決め方に関しては、3 種類ある Chase 復号の中の algorithm 2 では、2 値のアナログ値にマッピングされる場合は、符号の最小距離である  $d_{\min}$  に対して、 $\tau = d_{\min}/2$  としている。

## 4.5 SP-4D-QAM の高速復号法

16QAM や 64QAM 等のように、各次元に均一に信号点が配置されている変調方式にグレイ符号が適用された場合、各次元は他の次元とは独立に定まるため、それぞれの次元のみを考慮することで、容易に各ビットの LLR を求めることが出来る。しかし、star-8QAM[46] 等の  $2^{2n+1}$  点の信号点を有する変調方式においては ( $n$  は自然数)、一般に特性のよいグレイマッピングが存在せず、LLR の算出は 16QAM や 64QAM のように簡単には行えない。star-8QAM に対する、種々の近似的 LLR の算出法はいくつか存在するが、2 次元上での全探索を行った場合に比べて精度は低い。

4 次元変調方式においても、各次元に等間隔な信号点配置を有しない SP-4D-QAM の復号においては、考え得る全てのシンボルに対する探索が、従来では行われている [47]。PS-QPSK や 32-SP-QAM であれば計算量はそれほど多くないが、128-SP-QAM や 512-SP-QAM など 4 次元空間中での信号点数が多いので、計算量も増加する。そこで、本節では今までに述べてきた、グレイ符号化された QAM の LLR の算出法、チェイス復号法、そして SP-4D-QAM のパリティ検査ビットに基づく構成を利用することで、高速な復号法を提案する。これは、SP-4D-QAM がグレイ符号化された、各次元に均一な信号点配置を有する QAM から導かれ

る、という性質を有するため可能となる。

その際、SP-4D-QAM が単一パリティ検査ビットに基づく構造なのか、3つのパリティ検査ビットに基づく構造なのかで、適用される高速アルゴリズムが異なる。まず、128-SP-QAM や 2048-SP-QAM 等の、単一パリティ検査ビットを有する SP-4D-QAM に対して、高速復号法を提案する。次に 32-SP-QAM や 512-SP-QAM 等の 3つのパリティ検査ビットを有する SP-4D-QAM に対して、高速復号法を提案する。

#### 4.5.1 単一パリティ検査ビットを有する SP-4D-QAM に対する高速復号法

単一パリティ検査ビットを有する SP-4D-QAM とは、PS-QPSK や 128-SP-QAM、2048-SP-QAM 等で、図 4.2 における  $R$  に対応する。PS-QPSK は 8 点しか信号点を有していないので、すべての符号語の候補とのユークリッド距離を求めても、現実的な計算量で最尤復号が行える。しかし、128-SP-QAM の復号では、128 個の候補に対する探索を行わなければならない、その計算量は PS-QPSK の 16 倍である。この総当りの探索を行わないために、これらの方式が単一パリティ検査行列に基づいた構造になっていることを利用する。以降では、これらを代表して、128-SP-QAM の場合について説明する。

もともと、128-SP-QAM は図 4.5 にも示したように、グレイ符号化された DP-16QAM を基に生成される。したがって、まず受信語を 128-SP-QAM ではなく DP-16QAM であるとみなして、8 ビット分の LLR を生成する。グレイ符号化された 16QAM の LLR の算出法は Appendix D に示している。したがって、以下のようなそれぞれのビットに対応する 8 個の LLR を得る。

$$\mathbf{L} = (L_0, L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6, L_7) \quad (4.15)$$

ここで、 $L_7$  に対応するビットは、本来単一パリティ検査ビットとして付与されたもので、情報ビットではない。そのため、 $L_7$  を用いることで他のビットの信頼性を高めることが出来るはずである。単一パリティビットによる LLR の信頼度の向上分は外部 LLR と呼ばれ、本来それぞれのビットが有している LLR にそれが足されることで、より信頼度を高めることが出来る。その外部 LLR の近似的算出法は Appendix E に示しており、それによると注目しているビットにおいて、それ以外のビットに関する LLR の中で最も小さいものを外部 LLR とする。このように求めた外部 LLR を、それぞれのビットの LLR に足すことで、単一パリティ検査条件による信頼度の向上分を得ることが出来る。ただし、 $L_7$  に関しては冗長ビットなので、他のビットの計算終了後破棄する。その後、各ビットの LLR の正負に応じて 0 か 1 かを判定する。以上のようなアルゴリズムを用いて復号を行った場合と、すべての候補に対する探索を行った最尤復号を比較したものを図 4.8 に示す。ここでは、単一パリティ検査ビットを有する SP-4D-QAM として、128-SP-QAM と 2048-SP-QAM の場合を示している。図 4.8 からわかるように、両者の高速復号アルゴリズムは最尤推定に対してほとんど差がない。したがって、上述のアルゴリズムを採用することで、計算量の大幅削減を実現しながら、ほとんど

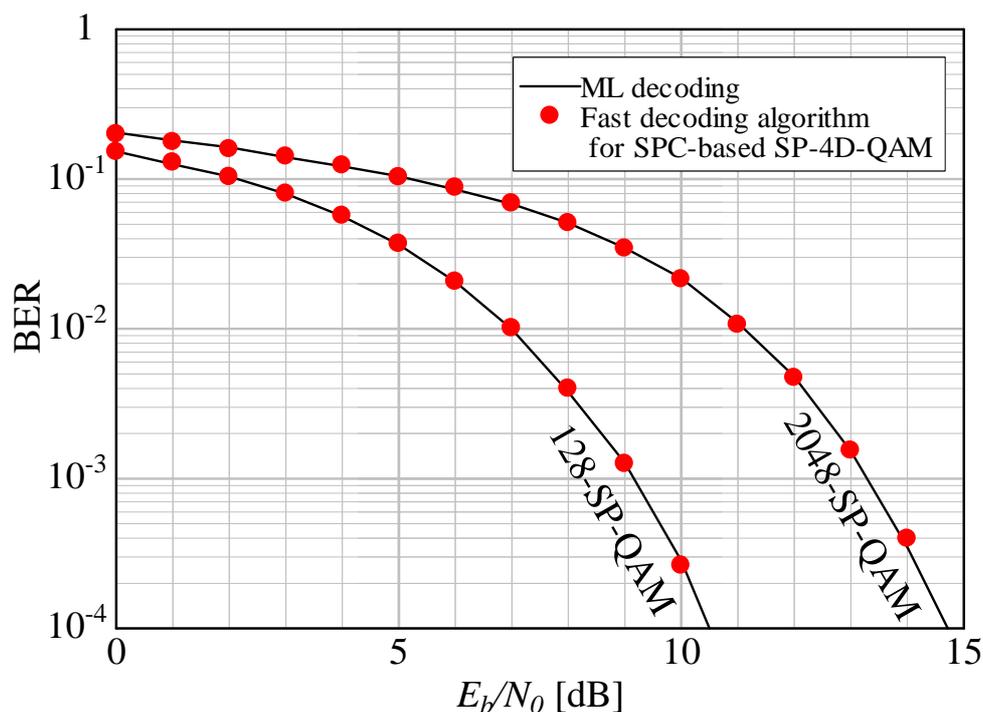


図 4.8 単一パリティ検査ビットを有する SP-4D-QAM に対する、高速復号アルゴリズムと最尤推定の比較。128-SP-QAM と 2048-SP-QAM の場合を示している。

最尤推定と変わらない性能を発揮できることがわかる。

#### 4.5.2 3つのパリティ検査ビットを有する SP-4D-QAM に対する高速復号法

次に、3つのパリティ検査ビットを有する SP-4D-QAM に対する高速復号法を提案する。このクラスに属するのは、図 4.2 における  $S$  に対応する方式で、32-SP-QAM や 512-SP-QAM である。32-SP-QAM の最尤推定はそこまで多くの計算量を必要としないので、ここでは 512-SP-QAM を例にとりて説明する。もともと、512-SP-QAM はグレイ符号化された DP-64QAM が基になっているので、受信信号を DP-64QAM とみなして、12 ビット分の LLR を生成する。

$$\mathbf{L} = (L_0, L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6, L_7, L_8, L_9, L_{10}, L_{11}) \quad (4.16)$$

以降、Chase 復号法を利用して、探索範囲を限定して復号を行うことを考える。まず、この 12 個の LLR の中で信頼度の低い  $\tau$  個に着目し、それら以外は LLR の値を用いて、とりあえず復号する。その後、信頼度の低い  $\tau$  個の場所に、0、1 の全てのとり得る系列で置き換えた  $2^\tau$  個のベクトルを用意する。このベクトルをそれぞれ、512-SP-QAM が有するパリティ検査行

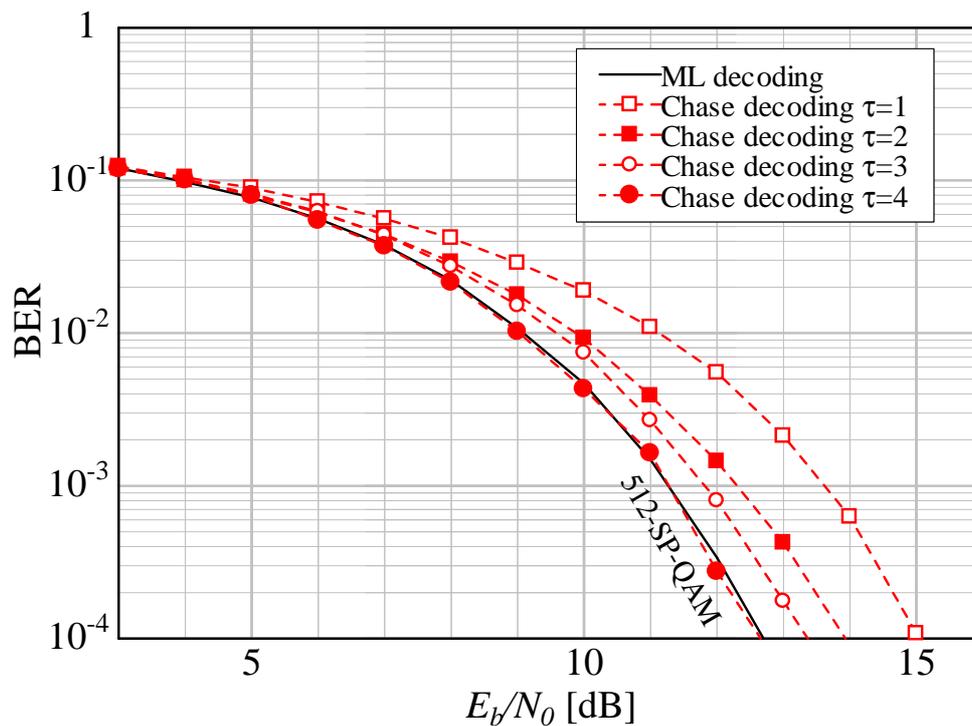


図 4.9 3つのパリティ検査ビットを有する SP-4D-QAM に対する、高速復号アルゴリズムと最尤推定の比較。512-SP-QAM における探索範囲  $\tau$  が 1 から 4 の場合を示している。

列にかけていく。そのパリティ検査行列を再掲すると

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

である。この結果 0 ベクトルが出力されたパターンを保存しておき、そのパターンに対応する信号点と受信語のユークリッド距離を求め、最も近いものを判定結果とする。Chase 復号では、パリティ検査行列を満たす符号語が存在しない場合は、やむを得ずそのまま元の LLR を判定し出力する。このようなアルゴリズムのもと、512-SP-QAM を高速復号したシミュレーション結果を図 4.9 に示す。図 4.9 では、探索範囲  $\tau$  を 1 から 4 まで変えながら、シミュレーションしている。それぞれの計算量は  $\tau$  の二乗に比例する。 $\tau$  が 1 及び 2 の場合は最尤推定に対してペナルティは大きいだが、 $\tau$  が 3 になると、ペナルティは BER が  $10^{-3}$  において、0.5 dB 程度となる。さらに  $\tau$  を 4 とすると、最尤推定とほとんど変わらない精度が得られる。この場合、生成される受信語候補は 16 個であり、これらとパリティ検査行列の積を求め、0 ベクトルになった候補から最も近いものを判定結果とする。512 個の中から探索を行う最尤推定と比較すれば、大幅な計算量削減が可能である。

## 4.6 本章のまとめ

本章では、SP-4D-QAM の高速復号アルゴリズムを提案してた。それにあたって、まず基本的な SP-4D-QAM の性質を述べたのち、LLR の算出法と Chase 復号法について説明した。まず、SP-4D-QAM のなかで単一パリティ検査ビットを有する、128-SP-QAM や 2048-SP-QAM に対して、外部 LLR を用いることで精度を維持したまま、計算量を大幅に削減できることを示した。次に 3 つのパリティ検査ビットを有する 512-SP-QAM に対して、Chase 復号法を利用することで、探索範囲を大幅に削減して復号できることも示した。

## Appendix D

ここでは、多値の QAM に対しての LLR の求め方を導出しよう [48]。ただし、図 4.10 に示すように、グレイ符号化された場合に限る。まずグレイ符号化された 16QAM について考えよう。4 ビット ( $b_0, b_1, b_2, b_3$ ) が 16 点のいずれかにマッピングされるが、最初の 2 ビットは実軸の場所を指定し、残りの 2 ビットが虚軸の位置を指定する。1 ビット目が 0 か 1 かは、実軸の座標にしか影響されない。その 1 ビット目が 1 である確率は

$$P(y|b_0 = 1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{\sigma}\right)^2\right) + \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-3}{\sigma}\right)^2\right) \quad (4.18)$$

となる。一方、1 ビット目が 0 である確率は

$$P(y|b_0 = 0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x+1}{\sigma}\right)^2\right) + \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x+3}{\sigma}\right)^2\right) \quad (4.19)$$

となるので、これらの対数比である LLR は

$$L(b_0|x) = \log \frac{P(y|b_0 = 1)}{P(y|b_0 = 0)} = \log \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{\sigma}\right)^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-3}{\sigma}\right)^2\right)}{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x+1}{\sigma}\right)^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x+3}{\sigma}\right)^2\right)} \quad (4.20)$$

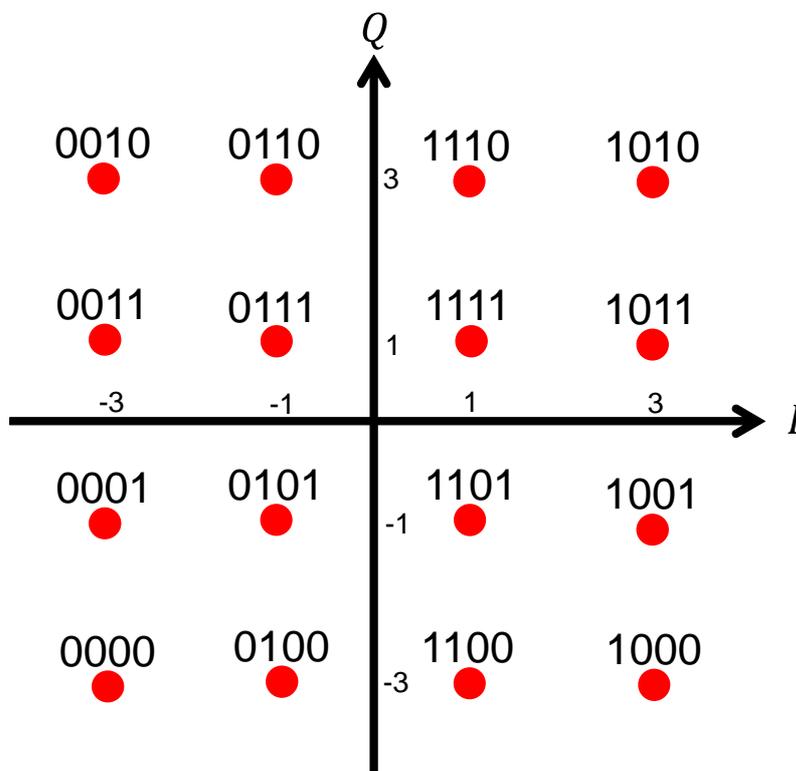


図 4.10 グレイ符号化された 16QAM のマッピング例。

となる。一般に、この計算をそのまま行うのは現実的ではないので、近似を用いることで表記をより簡素化する。それに当たって、実際に信号が受信される座標を3つに区切り、その範囲で近似を適用する。その範囲は  $x < -2$ ,  $-2 \leq x < 2$ ,  $2 \leq x$  となる。

まず、 $x < -2$  において、LLR は以下のように近似される。

$$\begin{aligned} L(b_0|x) &= \log \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{\sigma}\right)^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-3}{\sigma}\right)^2\right)}{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x+1}{\sigma}\right)^2\right) + \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x+3}{\sigma}\right)^2\right)} \\ &\approx \log \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{\sigma}\right)^2\right)}{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x+3}{\sigma}\right)^2\right)} = \frac{1}{\sigma^2} 4(x+1) \end{aligned} \quad (4.21)$$

$-2 \leq x < 2$  においては

$$L(b_0|x) \approx \log \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{\sigma}\right)^2\right)}{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x+1}{\sigma}\right)^2\right)} = \frac{1}{\sigma^2} 2y \quad (4.22)$$

となり、 $2 \leq x$  では

$$L(b_0|x) \approx \log \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-3}{\sigma}\right)^2\right)}{\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x+1}{\sigma}\right)^2\right)} = \frac{1}{\sigma^2} 4(x-1) \quad (4.23)$$

となる。以上をまとめると

$$L(b_0|x) = \begin{cases} 2(x+1) & x < -2 \\ y & -2 \leq x < 2 \\ 2(x-1) & 2 \leq x \end{cases} \quad (4.24)$$

となる。ただし、各 LLR の大きさは正規化されている。 $b_1$  についても、同様に範囲による場合分けを行い、以下の近似的表式を得る。

$$L(b_1|x) = -|x| + 2 \quad \text{for all } x \quad (4.25)$$

残りのビット  $b_2, b_3$  に関しては、虚軸の座標に上記の結果を当てはめればよい。

さて、64QAM に対しても同様に LLR を近似的に求める必要があるが、導出は省略し結果のみを以下に記す。

$$L(b_0|x) = \begin{cases} x & |x| \leq 2 \\ 2(x-1) & 2 < x \leq 4 \\ 3(x-2) & 4 < x \leq 6 \\ 4(x-3) & x > 6 \\ 2(x+1) & -4 \leq x < -2 \\ 3(x+2) & -6 \leq x < -4 \\ 4(x+3) & y < -6 \end{cases} \quad (4.26)$$

$$L(b_1|x) = \begin{cases} 2(-|x| + 3) & |x| \leq 2 \\ 4 - |x| & 2 < x \leq 6 \\ 2(-|x| + 5) & |x| > 6 \end{cases} \quad (4.27)$$

$$L(b_2|x) = \begin{cases} |x| - 2 & |x| \leq 4 \\ -|x| + 6 & |x| > 4 \end{cases} \quad (4.28)$$

## Appendix E

ここでは、単一パリティ検査符号によってもたらされる外部値 LLR を導出する [49]。これは LDPC 符号の復号における、sum-product アルゴリズムの中でも用いられる。まず、単一パリティ検査ビットを含む符号の長さを  $n$  としよう。すなわち、 $n - 1$  ビットが情報ビットで、残りの 1 ビットが冗長ビットである。これらは以下の関係を満たす。

$$b_1 \oplus b_2 \oplus b_3 \oplus \dots \oplus b_{n-1} \oplus b_n = 0 \quad (4.29)$$

ただし、ここでの和  $\oplus$  はすべて 2 を法とする加算である。ここで  $n$  ビットの中で、ある  $k$  番目のビットに着目すると、上式から以下の関係を得る。

$$b_k = b_1 \oplus b_2 \oplus b_3 \oplus \dots \oplus b_{k-1} \oplus b_{k+1} \dots \oplus b_n \quad (4.30)$$

すなわち、自身以外の全てのビットの和は、自身に等しい。したがって、あるビットに対しての信頼度に関する情報は、自分以外のビットをすべて足したものからも得ることが出来る。さて、自身である  $k$  ビット目以外の、全てのビットを足したものが 1 となる確率は、以下の式で与えられる。

$$P[b_1 \oplus b_2 \oplus \dots \oplus b_i \oplus \dots \oplus b_n]_{i \neq k} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{i=1, i \neq k}^n (1 - 2p_i) \quad (4.31)$$

ただし、 $p_i$  は  $i$  番目のビットが 1 である確率を表している。この式を数学的帰納法を用いて証明しよう。まず、 $n = 2$ 、すなわち情報ビットが 1 ビットしかない場合は明らかに

$$P[b_1] = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(1 - 2p_1) = p_1 \quad (4.32)$$

となつて満たす。情報ビットが  $m$  個ある場合を考えよう。この時、 $k$  番目(ただし、 $1 \leq k \leq m$ )以外を足したものが 1 である確率は仮定より

$$P[b_1 \oplus b_2 \oplus \dots \oplus b_i \oplus \dots \oplus b_m]_{i \neq k} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{i=1, i \neq k}^m (1 - 2p_i) \quad (4.33)$$

となる。ここで簡単のため  $P[b_1 \oplus b_2 \oplus \dots \oplus b_i \oplus \dots \oplus b_m]_{i \neq k}$  を  $P[m]$  とおく。 $P[m]$  を用いて情報ビットが  $m + 1$  個ある場合の確率  $P[m + 1]$  を (4.31) から表すことができれば、数学

的帰納法による証明は完了する。

$$\begin{aligned}
P[m+1] & \tag{4.34} \\
&= P[b_1 \oplus b_2 \oplus \dots \oplus b_i \oplus \dots \oplus b_m \oplus b_{m+1}]_{i \neq k} \\
&= p_{m+1}(1 - P[m]) + (1 - p_{m+1})P[m] \\
&= p_{m+1} + P[m] - 2p_{m+1}P[m] \\
&= p_{m+1}\{1 - 2P[m]\} + P[m] \\
&= p_{m+1}\left\{1 - 1 + \prod_{i=1, i \neq k}^m (1 - 2p_i)\right\} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{i=1, i \neq k}^m (1 - 2p_i) \\
&= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{i=1, i \neq k}^m (1 - 2p_i) + p_{m+1} \prod_{i=1, i \neq k}^m (1 - 2p_i) \\
&= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{i=1, i \neq k}^m (1 - 2p_i)(1 - 2p_{m+1}) \\
&= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{i=1, i \neq k}^{m+1} (1 - 2p_i)
\end{aligned}$$

以上のように、 $P[m+1]$  も (4.31) の形で表現できたので、数学的帰納法による証明が完了した。

さて、改めて自身である  $k$  ビット目以外の全てのビットを足したものが 1 となる確率を再掲すると

$$P[n] = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{i=1, i \neq k}^n (1 - 2p_i) \tag{4.35}$$

であるので、自分以外の全てのビットの合計が 0 である確率は  $1 - P[n]$  となり、これらの対数尤度比をとると

$$L(b_k | \mathbf{r}) = \log \frac{1 - P[n]}{P[n]} = \log \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{i=1, i \neq k}^n (1 - 2p_i)}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{i=1, i \neq k}^n (1 - 2p_i)} \tag{4.36}$$

となる。ここで  $\mathbf{r}$  は受信された符号語である。また、後の都合上、LLR の定義が  $\log \frac{P(0|\mathbf{r})}{P(1|\mathbf{r})}$  と最初の定義に対して逆になっている。最初の定義との整合性をとる必要がある場合は、この定義で求めた LLR の正負を逆転させればよい。ここで、

$$\tanh \left( \frac{1}{2} \log \left( \frac{1-p}{p} \right) \right) = 1 - 2p \tag{4.37}$$

なる関係、および

$$L_i = \log \frac{1 + p_i}{p_i} \quad (4.38)$$

の置き換えを用いて

$$L(b_k|\mathbf{r}) = \log \frac{1 + \prod_{i=1, i \neq k}^n \tanh(L_i/2)}{1 - \prod_{i=1, i \neq k}^n \tanh(L_i/2)} \quad (4.39)$$

なる関係を得る。さらに

$$2 \tanh^{-1}(p) = \log \left( \frac{1 + p}{1 - p} \right) \quad (4.40)$$

の関係式を用いることで、最終的に

$$L(b_k|\mathbf{r}) = 2 \tanh^{-1} \left( \prod_{i=1, i \neq k}^n \tanh(L_i/2) \right) \quad (4.41)$$

と変形される。この式は複雑に見えるがいずれにしても、自分以外のビットの LLR から自分に関する信頼度が得られているわけである。tanh 等の計算は複雑になりやすいため、近似を用いて表現を簡単にするアルゴリズムとして、min-sum アルゴリズムが知られている。詳細な導出は専門書に譲るとして、ここでは結果のみを記す。

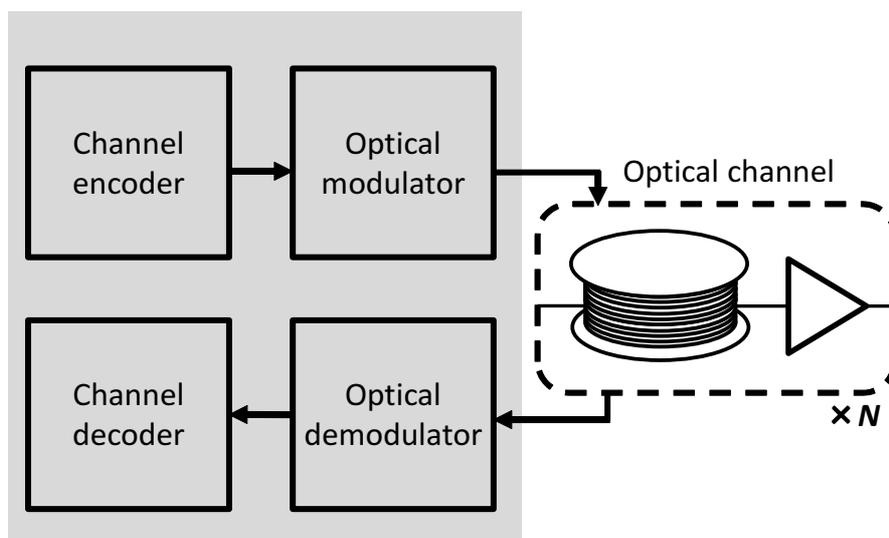
$$L(b_k|\mathbf{r}) \approx \left( \prod_{i=1, i \neq k}^n \text{sign}(L_i) \right) \min |L_i| \quad (4.42)$$

結局、それぞれのビットの LLR のうち、小さいものが支配的になるため、このような近似が成り立つのである。

## 第5章

# 4次元 $M$ QAM のセット分割を適用した8状態トレリス符号化変調方式の提案

コヒーレント光通信における4次元変調方式の一つである、セット分割を4次元空間に適用した SP-4D-QAM が、電力効率の高い変調方式であることは前章で述べた。しかし本来セット分割は、トレリス符号化変調 (trellis-coded modulation: TCM) と共に考案されたものであり、単独でセット分割された変調方式を用いるより、TCM と組み合わせた方がより高い電力効率を実現できる。我々は、8状態 TCM と4次元セット分割を組み合わせた変調方式を、世界で初めて光通信へと適用し、その有効性を伝送実験により確認した。本章では、その4次元  $M$ 相 QAM のセット分割を適用したトレリス符号化変調方式について説明する。



## 5.1 はじめに

本章では、セット分割を4D-MQAMに適用した信号点を用いる、8状態トレリス符号化変調方式の光通信への適用を考察する。4章で説明したSP-4D-QAMは、セット分割を単独で4次元空間の信号点に適用して生成された新たな変調方式であった。しかし、セット分割は本来TCMと共に用いることで、大きな符号化利得を実現できるため、本章では4D-MQAMの信号点を用いたTCMについて考察する。このような多次元空間の信号点を用いたTCMは、すでに1980年代には提案されている[50],[51],[52]。特に文献[51]及び[52]では、8状態トレリス符号化器を用いた4次元TCMが提案されている。これら8状態4次元TCMを用いることで、通常の2次元上でのTCM以上に、符号化利得を拡大できることが示されている。

一方、光通信におけるTCMへの適用は、文献[53],[54],[55]などで報告されている。しかし、いずれも2次元信号点を用いたものであり、光通信において4次元TCMが行われた報告はない。したがって、本章では4次元TCMをコヒーレント光通信システムへと適用し、効率的に符号化利得を拡大できることを、シミュレーション及び伝送実験により示す。実際、文献[37]や[56]で提案されている拡大ゴレーイ符号を用いた24次元変調方式に対し、8状態4D-TCMの性能はほとんど同じであり、次元数が少ない分、計算量的な面から8状態4DTCMの方が優れているといえる。

本章では、TCMについての簡単な説明の後、4次元8状態TCMの原理を述べる。またその性能を、電力効率・周波数利用効率及びシミュレーションの観点から評価する。また、8状態トレリス符号化4D-QPSKに関して、原理確認のために行ったback-to-backおよび50kmの光ファイバを用いた伝送実験の結果を示す。

## 5.2 トレリス符号化変調の基礎

4次元セット分割を適用したTCMについて述べる前に、本節で通常のTCMについて説明する。TCMはUngerboeckによって、誤り訂正符号化と信号点への割り当てを一括して行う方式として提案された。これにより、符号化により生じた冗長性を変調方式に吸収させることができる。その際セット分割という概念を用いる。4次元でのセット分割は4章で説明したが、ここでは2次元のIQ平面に限って、もう一度セット分割について説明しよう。図5.1にQPSKのセット分割の様子を示している。最初の親集合であるQPSKは4つの信号点を有している。ここから、2つの組の子集合を生成する場合、対角線上に存在する組同士で子集合を形成した場合が、MSEDを最大にできる。このように分割された子集合のMSEDは、親集合のものと比較して倍になる。さらに、それぞれの集合に属する2個の信号点もバラバラにすることで、合計4つの子信号集合が得られる。このQPSKのセット分割を用いた、4状態トレリス符号化QPSKを例にしてTCMについて説明する。4状態トレリス符号化QPSKの符号化器構成を図5.2に示す。入力される1ビットに対して、畳み込み符号化器によって1ビット

が付け足され、合計で2ビットの出力を得る。TCMにおいては、得られた2ビットのマッピングはグレイ符号とは異なるものを採用する。まず、図5.3に図5.2のトレリス線図を示す。一番左側に示されている数字は、符号化器のシフトレジスタの状態に対応している。また各パスの近くに示されている数字は、その状態遷移の際に符号化器が出力するビットである。例えば、レジスタの状態が00から01に変化したとする。その際、符号化器から出力されるビットは10となる。また、トレリス線図中で赤で示されているのが、最近接した2つのパスである。TCMにおいて誤りを支配するのは、この最近接パス間の距離であり、この距離は自由距離と呼ばれる。したがって、できる限り自由距離を大きくするようなマッピングが行われなければならない。

最近接した2つのパスのうち、初めに分岐する枝において、片側からは00が出力され、もう片側からは10が出力される。この間の距離をできるだけ離れたければ、例えば図5.1において、出力ビット00に対し子信号集合 $S_0$ を割りあて、出力ビット10に対し $S_1$ を割り当てればよい\*1。この際の信号点間距離は2である。しかし、仮に00に対し $S_0$ を割り当て、10に対し $S_2$ を割り当てたとすると、信号間距離は $\sqrt{2}$ にまで減少してしまう。さて、00には

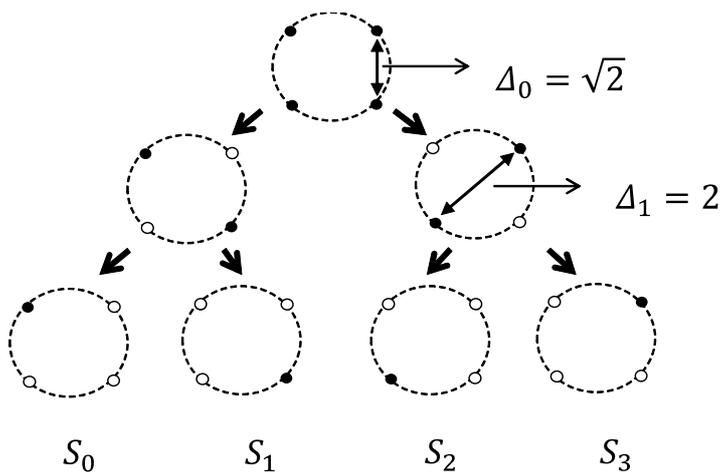


図 5.1 QPSK におけるセット分割。

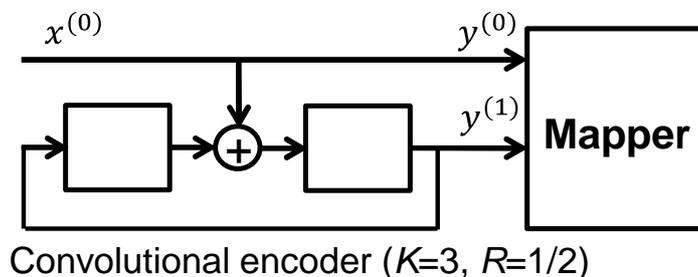


図 5.2 4 状態トレリス符号化 QPSK の符号化器構成。

\*1 出力ビット 00 に対し子信号集合  $S_2$  を割りあて、出力ビット 10 に対し  $S_3$  を割り当ててもよい。

$S_0$ 、10 には  $S_1$  を割り当てると約束したので、残りの二組の割り当て方も自動的に定まってしまう。これらの割り当て方を表 5.1 にまとめる。この表からもわかるように、通常のグレイ符号とは異なるマッピングが行われている。このように TCM においては、畳込み符号化器によって定まる、信号系列間の距離をできる限り離すような信号点マッピングが行われる。

さて、このマッピングルールによって、二つの最近接パスの距離はどれだけ離すことができるのかを考えると、図 5.1 と図 5.3 から

$$\begin{aligned} \epsilon_{free} &= d\{S_0, S_1\}^2 + d\{S_0, S_2\}^2 + d\{S_0, S_1\}^2 \\ &= \Delta_1^2 + \Delta_0^2 + \Delta_1^2 = 10 \end{aligned} \tag{5.1}$$

となることがわかる。非符号化 BPSK の MSED は 4 であるため、周波数利用効率を失うことなく 2.5 倍、すなわち約 4 dB の符号化利得が得られたことになる。

ところで、TCM において非符号化ビットが存在すると、それはトレリス線図上では平行パスとして現れ、全体の利得を制限する場合がある。この平行パスの符号化利得制限について、4 状態トレリス符号化 8PSK を例にとって説明する。

まず、図 5.4 に 8PSK のセット分割を示す。QPSK の場合と同じように、MSED ができる限り拡大されるように間引かれている。QPSK の場合と異なるのは、子信号点集合の集合数が、1 つになるまで分割されていないことである。8PSK は 8 点の信号点を有しているので、すべての点がセット分割によって分割された場合、8 個の子集合が生成される。しかし、4 状態 TCM の場合は集合数が 4 つ生成された時点で、セット分割は終了する。これは、畳込み符号化器からの出力が  $y^{(1)}$  と  $y^{(2)}$  しかないためである。したがって畳み込み符号化器の出力に

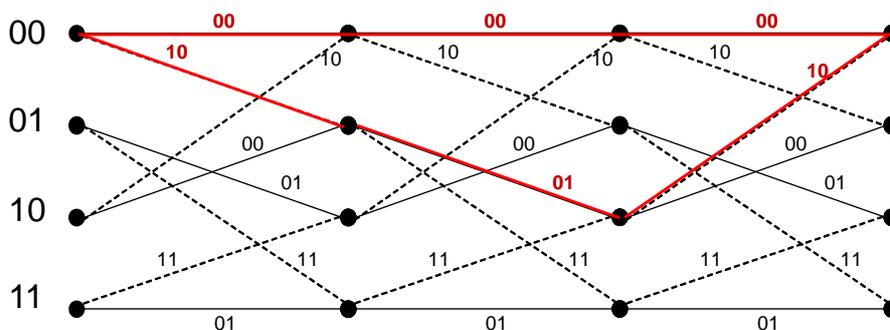


図 5.3 図 5.2 のトレリス線図。

表 5.1 4 状態トレリス符号化 QPSK における出力ビットと選択される子信号集合の関係。

00	$S_0$
10	$S_1$
01	$S_2$
11	$S_3$

より、4つの子集合のうち、どれを用いるかの選択が行われる。しかし、選ばれた子信号集合には2つの点が属しているため、そのどちらを使うのかを指定しなければならない。この役割を、非符号化ビットが担う。しかし、非符号化ビットは畳み込み符号化器とは無関係に定まるため、トレリス線図上で非符号化ビットは表現できない。言い換えれば、トレリス線図上での一つの遷移は、選択された集合の中で、いずれの信号点が使用されても同じものとなる。これが平行パスである。例えば図5.4において、 $S_0$ が選択されたとしよう。 $S_0$ には2つの信号点が属している。このうちどちらを用いるかは非符号化ビットによって決定されるが、いずれもトレリス線図上では同じ遷移で表される。したがって、トレリス符号化変調の最小距離を決定するには、トレリス線図上で2つの最近接パス以外に、平行パス同士の最小距離も考慮しなければならないことになる。仮にトレリス線図上で自由距離が大ききような符号化器構成を用いても、平行パス間の最小距離が小さければ、最終的な最小距離においては、平行パス間の最小距離が支配的になる。また逆に、トレリス線図の自由距離の方が小さい場合は、そちらが支配的になる。この平行パス間の最小距離も考慮して、4状態トレリス符号化8PSKの全体の最小

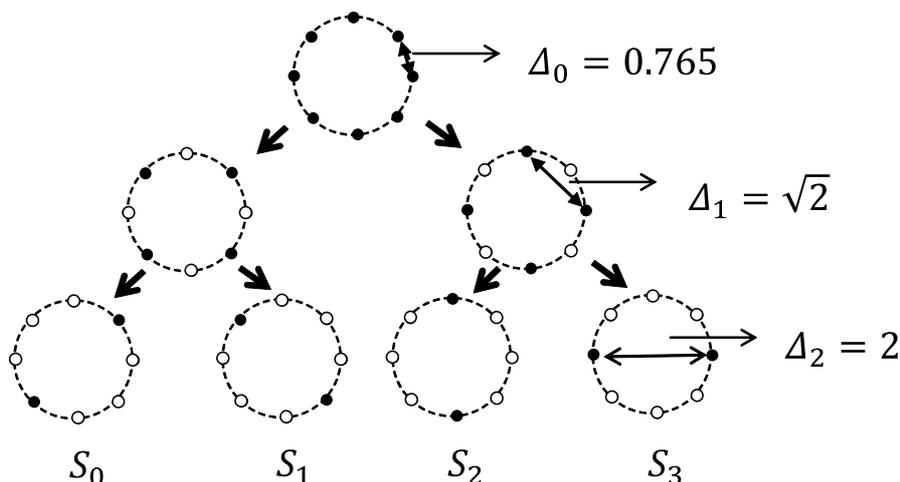


図 5.4 8PSK におけるセット分割。

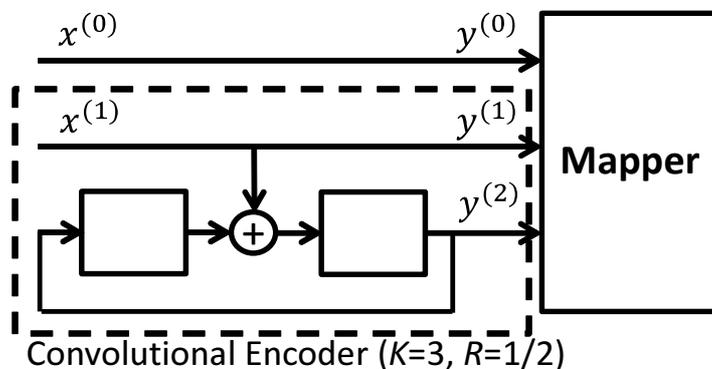


図 5.5 4 状態トレリス符号化 PSK の符号化器構成。

距離を求めてみよう。

まず、自由距離を計算する。最近接パスが出来る限り離れるような、出力ビットと信号集合の割り当ての関係は、4 状態トレリス符号化 QPSK の場合と同様であり、その際の自由距離は

$$\begin{aligned}\epsilon_{free}^2 &= d\{S_0, S_1\}^2 + d\{S_0, S_2\}^2 + d\{S_0, S_1\}^2 \\ &= \Delta_1^2 + \Delta_0^2 + \Delta_1^2 = 4.585\end{aligned}\quad (5.2)$$

と求まる。一方、非符号化ビットが選択する子集合内の MSED は

$$\epsilon_{min}^2 = \Delta_2^2 = 4 \quad (5.3)$$

であり、結局この符号化されたシステム全体の最小距離は

$$d_{min}^2 = \min[\epsilon_{free}^2, \epsilon_{min}^2] = 4 \quad (5.4)$$

となる。これは、トレリス線図の自由距離より小さい。したがって非符号化ビットによる平行パスが全体の利得を制限しているといえる。

### 5.3 4次元 $M$ 相 QAM のセット分割を適用した 8 状態トレリス符号化変調方式の原理

前節では、TCM に非符号化ビットが存在する例を用いて、全体の利得が制限される場合があることを説明した。これを回避する一つの手段は、非符号化ビットそのものをなくすことである。すなわち、すべてのビットを畳み込み符号化器に入力すればよい。しかし、入力数の多い畳み込み符号化器は、自身が保有するレジスタの数も多いため、状態数としては指数的に増加する。計算量の観点から、たとえビタビアルゴリズムを用いても、このアプローチは非現実的である\*2。しかし、4次元セット分割を適用した 8 状態 TCM においては、トレリス線図上での最小自由距離と平行パス間での最小距離が等しく設計されている。したがって、非符号化ビットにより符号化利得が制限されることがない。まず、3章でも示した 4D-MQAM のセット分割を再度図 5.6 に示す。また、セット分割された 4D-MQAM と共に用いる、8 状態の畳み込み符号化器も図 5.7 に示す。分割される前の親集合は 4次元空間上に  $M^2$  個の信号点を有している。これがセット分割を経て 8 個の子集合に分割されるので、それぞれ  $M^2/8$  個の信号点を有していることになる。一方、畳み込み符号化器においては  $2\log_2 M - 1$  ビットが入力される。そのうち、2 ビットは畳み込み符号化器を通過し、1 ビットのパリティビットが付与される。それ以外の入力ビットは符号化されずそのまま出力される。したがって合計で  $2\log_2 M$  ビットが生成される。これらのうち、畳み込み符号化器に参与している 3 ビットの出力によって、図 5.6 の 8 個の子信号集合のうち、どれを用いるのかが決定される。一方、畳込

\*2 一般に系列推定の計算量は、系列の長さに対して指数的である。しかし、ビタビアルゴリズムを用いれば、計算量は系列長に対して比例する。しかし状態数が指数的に増加する場合、ビタビアルゴリズムを用いても現実的な計算量で処理することはできない。

み符号化器に参与しない残りの  $2 \log_2 M - 3$  ビットは、その選択された集合の中の  $M^2/8$  個の信号点の中から、一つを選択するのに使用される。まず、この符号化器に対応するトレリス線図を用いて、自由距離を求める。

図 5.8 に図 5.7 のトレリス線図を示す。左側にある 8 個の点は、畳込み符号化器のレジスタの状態に対応している。また、各パスの上に表示されている  $(b_1, b_2, b_3)$  は、ある状態遷移に対応して出力される 3 つのビットである。さらに、赤で描かれている二つのパスは、このトレリス線図中の最近接している 2 つの組で、自由距離を決定する。この自由距離を最大にする割り当てが表 5.2 に示してある。例えば、000 から 001 へ状態遷移が起こったとしよう。この際に符号化器から出力される 3 ビットは、トレリス線図から (001) であることがわかる。その (001) に対応して、表 5.2 より信号集合として  $S_1$  が選択されることになる。これらの割り当ては、図 5.8 中のパスの上にも示している。

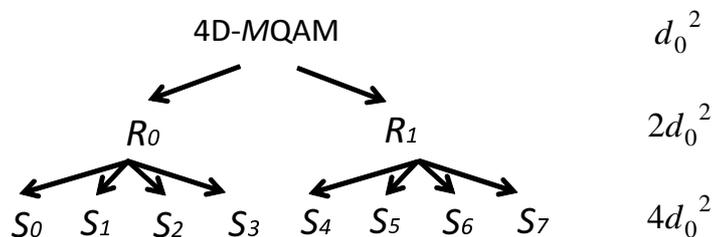


図 5.6 4D-MQAM におけるセット分割。

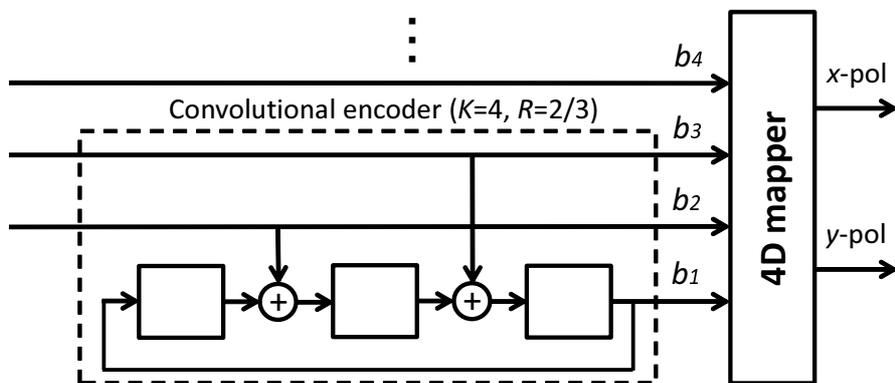


図 5.7 4D-MQAM におけるセット分割。

表 5.2 出力ビットと選択される子信号集合の割り当て。

出力ビット	(000)	(001)	(010)	(011)	(100)	(101)	(110)	(111)
選択される子集合	$S_0$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$	$S_7$

さて、この符号化器の自由距離を求めてみると、図 5.6 と図 5.8 より

$$\epsilon_{free}^2 = d\{S_0, S_2\}^2 + d\{S_0, S_1\}^2 = 2d_0^2 + 2d_0^2 = 4d_0^2 \tag{5.5}$$

となることがわかる。ここで  $d\{A, B\}^2$  は二つの集合  $A$  と  $B$  中の信号点間の MSED を表している。一方、非符号化ビットにより生じる平行パス同士の最小距離について考えると、これは図 5.6 の子集合内の MSED に等しい。したがって、

$$\epsilon_{min}^2 = 4d_0^2 \tag{5.6}$$

と求まる。結局全体の最小距離は、

$$d_{min}^2 = \min [\epsilon_{free}^2, \epsilon_{min}^2] = 4d_0^2 \tag{5.7}$$

となり、自由距離と平行パス間での最小距離が等しくなることがわかる。したがって本方式では、非符号化ビットによる、全体の最小距離の低下を回避することが出来る。この等価性は QAM のオーダーには無関係に成り立つため、仮に 4D-64QAM や 4D-256QAM 等を採用して、それに応じて非符号化ビット数が増加していったとしても、常にその非符号化ビットによる利得制限は回避される。しかし、非符号化ビットの増加は指数的な平行パスの増加を

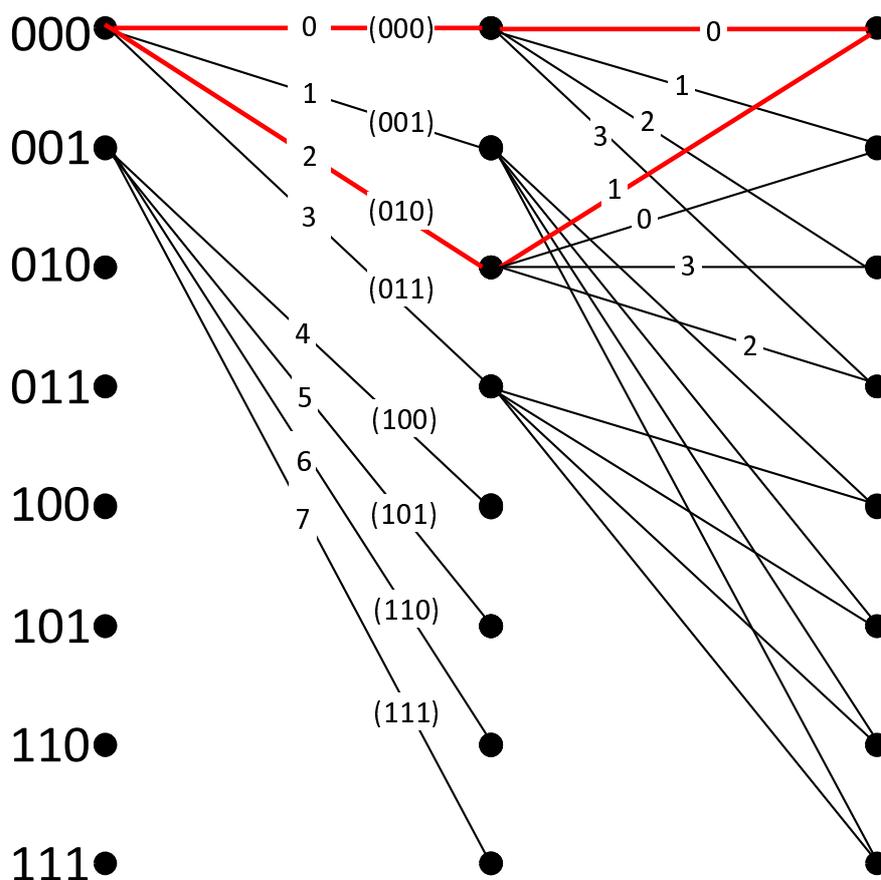


図 5.8 図 5.7 のトレリス線図。

招き、計算量は膨大になる。したがって 4D-16QAM を親集合とする、8 状態トレリス符号化 4D-16QAM までが計算量的に現実的であるといえる。また、8 状態トレリス符号化 4D-QPSK においては、非符号化ビットは 1 ビットしかなく、それに応じて平行パスは 2 本しか生じないため、軽い計算量で実装できる。

## 5.4 電力効率と周波数利用効率を用いた漸近的特性の解析

前節では、4次元 MQAM のセット分割を適用した 8 状態トレリス符号化変調の原理について説明した。本章では、電力効率と周波数利用効率の観点から、漸近的特性を解析する。電力効率と周波数利用効率は 3 章で定義済みだが、それぞれもう一度以下に示すと

$$\gamma = \frac{d_{min}^2}{4E_b} \quad (5.8)$$

$$SE = \frac{\log_2 N}{D/2} \quad (5.9)$$

である。電力効率の MSED に関して、最初に定義した際は変調方式におけるシンボル間の最小距離としたが、畳込み符号化された系列に対しては、最小となる系列間の MSED と定義しよう。今、周波数利用効率を 4 次元変調方式に限定すると

$$SE = \frac{\log_2 N}{2} \quad (5.10)$$

となる。

さて、提案した 4 次元 MQAM のセット分割を適用した、8 状態トレリス符号化変調におけるこれら効率の値は、QAM のオーダー  $M$  に対して、以下のようになる。

$$\gamma = \frac{3(2 \log_2 M - 1)}{M - 1} \quad (5.11)$$

$$SE = \log_2 M - \frac{1}{2} \quad (5.12)$$

これらの効率と、従来の DP-MQAM 及び SP-4D-QAM のそれと比較したものを図 5.9 に示す。図中の  $M^2/2$ -SP-QAM とは、4D-MQAM から 1 回のセット分割を経て生成される集合で、図 5.6 中の集合  $R$  に対応している。まず、 $M^2/2$ -SP-QAM は DP-MQAM に対して、0.5 [bit/s/Hz/pol] の周波数利用効率を犠牲にすることで、電力効率を高めている。さらに、4 次元 8 状態 TCM は、その  $M^2/2$ -SP-QAM に対して、周波数利用効率を失うことなく、さらに 3 dB の電力効率改善を実現できている。具体的に  $M=4$  の場合、DP-QPSK に対して 4.8 dB、PS-QPSK に足して 3 dB の符号化利得が得られる。また  $M=16$  の場合、DP-16QAM に対して 5.4 dB、128-SP-QAM に対して 3 dB の利得が得られる。

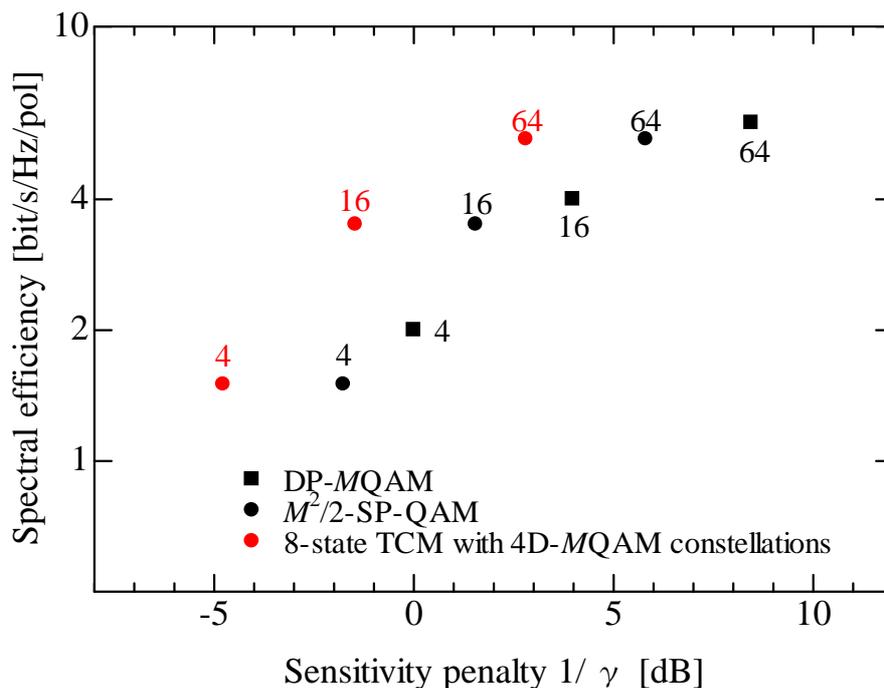


図 5.9 DP-MQAM、 $M^2/2$ -SP-QAM 及び 4 次元 8 状態 TCM の周波数利用効率と Sensitivity penalty の関係。(M=4,16,64)

## 5.5 数値シミュレーションによる特性解析

前節で述べた特性は、あくまで漸近的なものである。したがって実際にシミュレーションを通してその特性を解析する必要がある。シミュレーションをするにあたって、すでに述べたように現実的な計算量を考慮して、 $M=4$ 、すなわち 8 状態トレリス符号化 4D-QPSK 及び  $M=16$ 、8 状態トレリス符号化 4D-16QAM の場合のみを考察する。

まず、8 状態トレリス符号化 4D-QPSK のシミュレーションの手順について述べる。最初にランダムな 3 ビットの系列を生成し、図 5.7 の符号化器に入力する。符号化器からは 1 ビットのパリティビット列が追加された、4 ビットの出力系列を得る。そのうち、畳み込み符号化器に関与している 3 ビットを用いて、表 5.2 にしたがって子信号集合を選択する。さらに、子信号集合には 2 つの信号点が属しているため、残り非符号化ビットによってどちらを使うか決める。このように送信側で決定された 4 次元信号に AWGN を付加し、受信する。その受信系列を、2 つの 4 次元ベクトルのユークリッド距離をメトリックとする、ソフト判定を行うビタビ復号器へ通し判定結果を得る。8 状態トレリス符号化 4D-16QAM に関しては、非符号化ビットが 5 ビットあり、それに対応して平行パスが 32 本生成されるため、先の場合に比べて信号処理は複雑となる。しかし、それ以外は同じである。

8 状態トレリス符号化 4D-QPSK のシミュレーション結果を図 5.10(a) に示している。また比較のため、非符号化 QPSK 及び非符号化 PS-QPSK も示している。まず、QPSK に対して

は、提案手法は  $BER$  が  $10^{-3}$  にて約 3 dB の符号化利得を得ている\*<sup>3</sup>。  $BER$  が低くなるにつれて、漸近特性である電力効率 4.8 dB へと接近していく。一方、PS-QPSK に対しては、  $BER$  が  $10^{-3}$  にて約 2 dB の符号化利得を得ている。こちらも  $BER$  が低くなるにつれて電力効率の値 3 dB へと接近していく。

また、8状態トレリス符号化 4D-16QAM のシミュレーション結果を図 5.10(b) に示している。こちらも比較のため非符号化 16QAM と非符号化 128-SP-QAM も示している。  $BER$  が  $10^{-3}$  にて、16QAM に対しては約 2.5 dB の、128-SP-QAM に対しては約 1.5 dB の符号化利得が得られることがわかる。これらは漸近特性である電力効率の値とは少し離れている。QAM のオーダーがあがるにつれてこの傾向は顕著にみられる。

注目すべきは、簡単な符号化器構成と比較的少ない計算量で、8状態トレリス符号化 4D-QPSK が QPSK に対して、3 dB 程度の符号化利得を実現できる点である。現実の光通信システムに適用する際は、外符号に LDPC 符号やリード・ソロモン符号を併用した、内符号として採用することで、効率的にシステム全体の符号化利得が拡大できることが予想される。

## 5.6 back-to-back 時及び、50km 光ファイバ伝送時の $BER$ 測定実験による原理検証

本節では原理検証のため、少ない計算量で高い符号化利得を実現できる、8状態トレリス符号化 4D-QPSK について back-to-back 時及び、50km 光ファイバ伝送時の  $BER$  測定実験を行った。本実験においては比較のため、8状態トレリス符号化 4D-QPSK の信号データそのものを、ビタビアルゴリズムを通さずに復号することで、DP-QPSK 信号の  $BER$  値を得ている。これにより、8状態トレリス符号化 4D-QPSK による受信感度改善を、正確に見積もることが出来る。

実験系を図 5.11 に示す。送信側では光源として分布帰還型レーザ (Distributed feedback laser: DFB-LD) を用い、光源からの光を偏波ビームスプリッタ (Polarization beam splitter: PBS) で分離する。これらの光は 2 つの独立した IQ 変調器により変調される。偏波を用いた 4次元変調方式を実験的に実現するためには、4つのチャンネルの出力が相関を持って動作しなければならない。したがって 2つのチャンネルの出力を任意に制御できる任意波形発生器 (Arbitrary waveform generator: AWG) を 2台使用し、それらを同時駆動させることで 4次元信号を生成する。これらは外部クロックで同期をとっている。また 2台の動作を同時に開始させるため外部トリガーを使用した。どちらの AWG も 10 Gbaud の QPSK 信号を出力し、これらで IQ 変調器は駆動される。以上のように生成された 4次元信号の、X 偏波及び Y 偏波成分は偏波ビームコンバイナ (Polarization beam combiner: PBC) で合波される。ここで電気信号を生成するための DSP を図 7(b) に示す。まずランダムな 3つのビット列を畳み込み符号化器により符号化し、4ビットの出力を得る。その後表 1 によって定められた、ビットと

\*<sup>3</sup> 符号化利得とは、対象とする  $BER$  の値での、 $E_b/N_0$  の差で定義される。

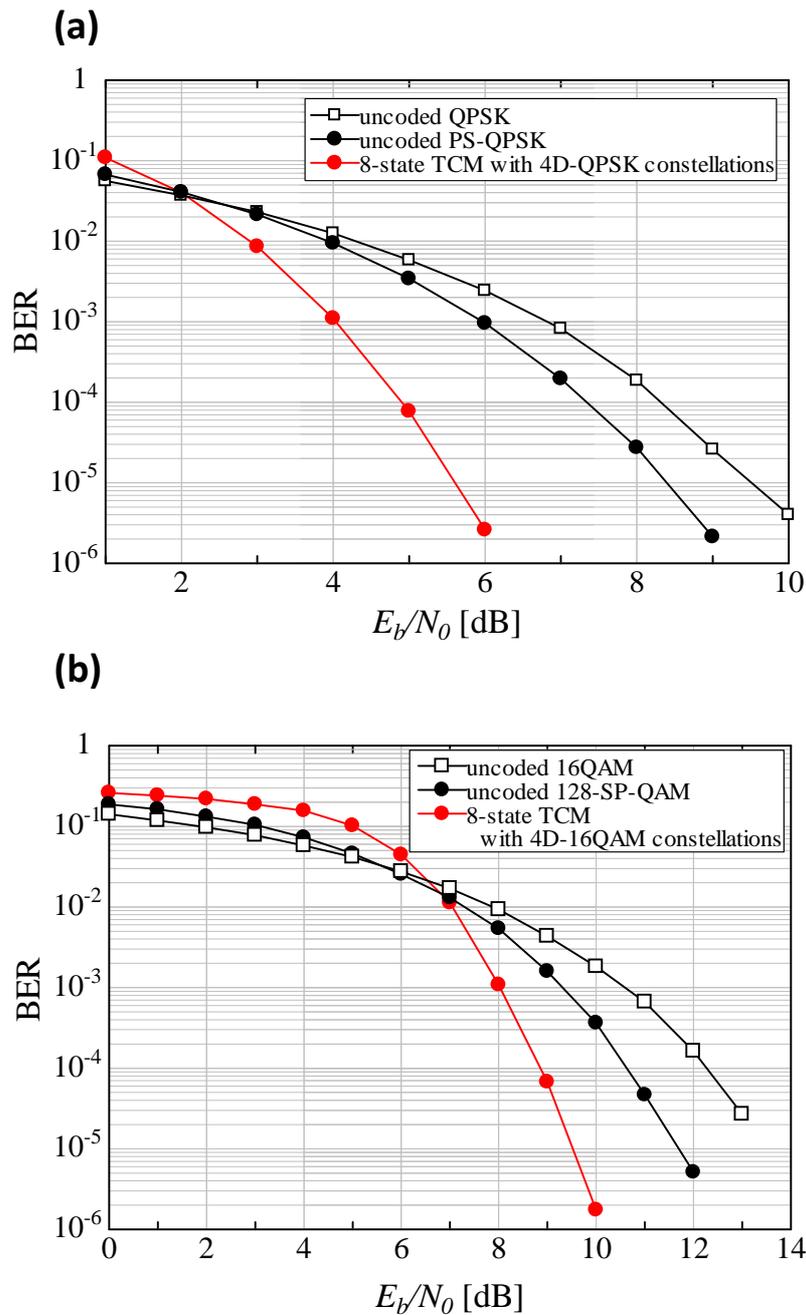


図 5.10  $E_b/N_0$  に対する BER 特性。(a): 8 状態トレリス符号化 4D-QPSK、非符号化 QPSK、および非符号化 PS-QPSK。(b): 8 状態トレリス符号化 4D-16QAM、非符号化 16-QAM、および非符号化 128-SP-QAM。

4D-QPSK へのマッピングルールに従い 4 チャンネルの信号を生成する。

生成された光信号を、50km のシングルモードファイバ (single-mode fiber: SMF) を通じて伝送した。その際、光ファイバ入射前のパワーは 0 dBm に設定されている。受信はデジタルコヒーレント受信器を用いて行った。受信前にエルビウム添加光ファイバ増幅器 (Erbium-doped fibre amplifier: EDFA) により前置増幅を行う。前置増幅前の平均光パワー

を可変光減衰器 (Variable optical attenuator: VOA) により変化させながら、ビット誤り率を測定した。受信器からの電気信号は、4チャンネルデジタルオシロスコープを用いて保存した。オシロスコープのアナログ帯域は16GHzで、サンプリング速度は50GSample/sである。受信器でのDSPを図7(c)に示す。サンプリング速度を2sample/symbolへと変換した後、ダブルサンプリングバタフライ型適応フィルタで信号を等化する。適応等化のアルゴリズムは、ブラインド等化における偏波分離時の特異点問題を避けるため、まずトレーニングモードで、LMSアルゴリズムを用いて、タップ係数を収束させた[6]。タップ係数が十分に収束した後、CMAに移行する。信号が等化された後、4乗演算により位相推定を行う。この際位相推定範囲が $\pm\pi/4$ に限定され、それを超える位相回転は検出できない。この問題は差動符号化により回避可能であるが、8状態トレリス符号化4D-QPSKでは差動符号が適用できないため、本実験においてはパイロット信号を使うことにより、 $\pm\pi/4$ を超える位相回転を検出し補正する手法をとっている。位相推定の後、信号は4次元ユークリッド距離をメトリックとして

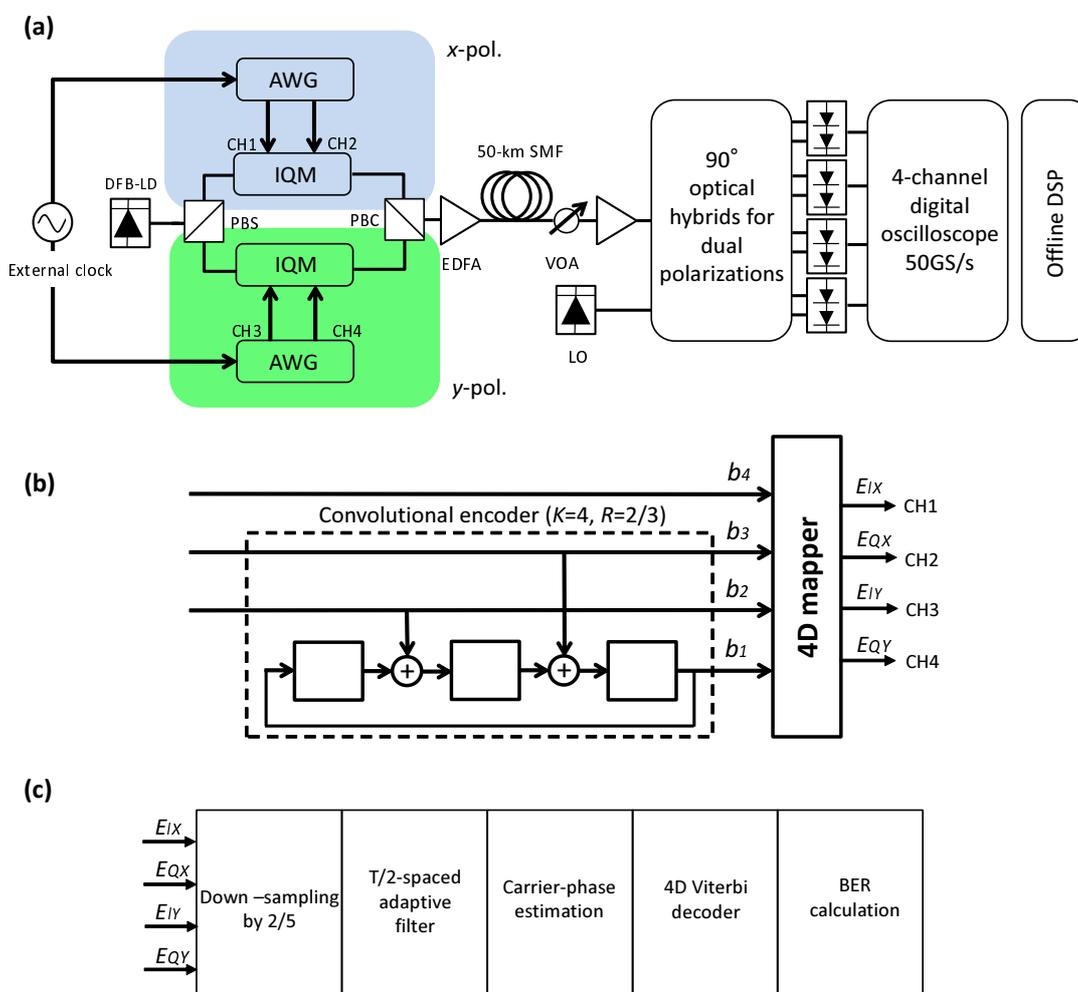


図 5.11 8 状態トレリス符号化 4D-QPSK の、50km 伝送時の BER 測定における実験系。(a): 実験のシステム構成。(b): 送信器における DSP のブロックダイアグラム。(c): 受信器における DSP のブロックダイアグラム。

使用するビタビデコーダーで復号される。以上のように信号を復号した後ビット誤り率を測定した。

図 5.12 に DP-QPSK と 8 状態トレリス符号化 4D-QPSK のシミュレーション及び実験における、ビット誤り率特性を示す。実線で示されたものがシミュレーション結果で、ドットで示されたものが back-to-back 時の実験結果、三角で示されたものが 50km 伝送後の実験結果である。また黒が DP-QPSK で、赤が 8 状態トレリス符号化 4D-QPSK を示している。実験結果から得られた BER そのものは平均受信光パワーの関数だが、それぞれの信号のビットレート (4D-TCM が 30Gbps なのに対し、DP-QPSK が 40Gbps) 及び使用した EDFA の雑音指数、信号の帯域幅を考慮することで、 $E_b/N_0$  の関数に変換している。またシミュレーション結果は図 5.10(a) と同一である。

50km 伝送後のビット誤り率は back-to-back 時の結果と比較すると、約 1 dB 程度のペナルティが見られる。これは伝送したファイバの GVD が受信側で、完全に等化されずに残ったために生じたペナルティであると考えられる。さらに、back-to-back 時の BER もシミュレーションの結果から多少解離している。これについては、送信側においてのそれぞれの変調器でのバイアスポイント調整時の誤差、また受信側での IQ 間のゲインのミスマッチ等の受信器の不完全さによるものであると考えられる。以上を加味しても  $10^{-3}$  付近での符号化利得はシミュレーションと同様に、3 dB 程度であることが確認できた。

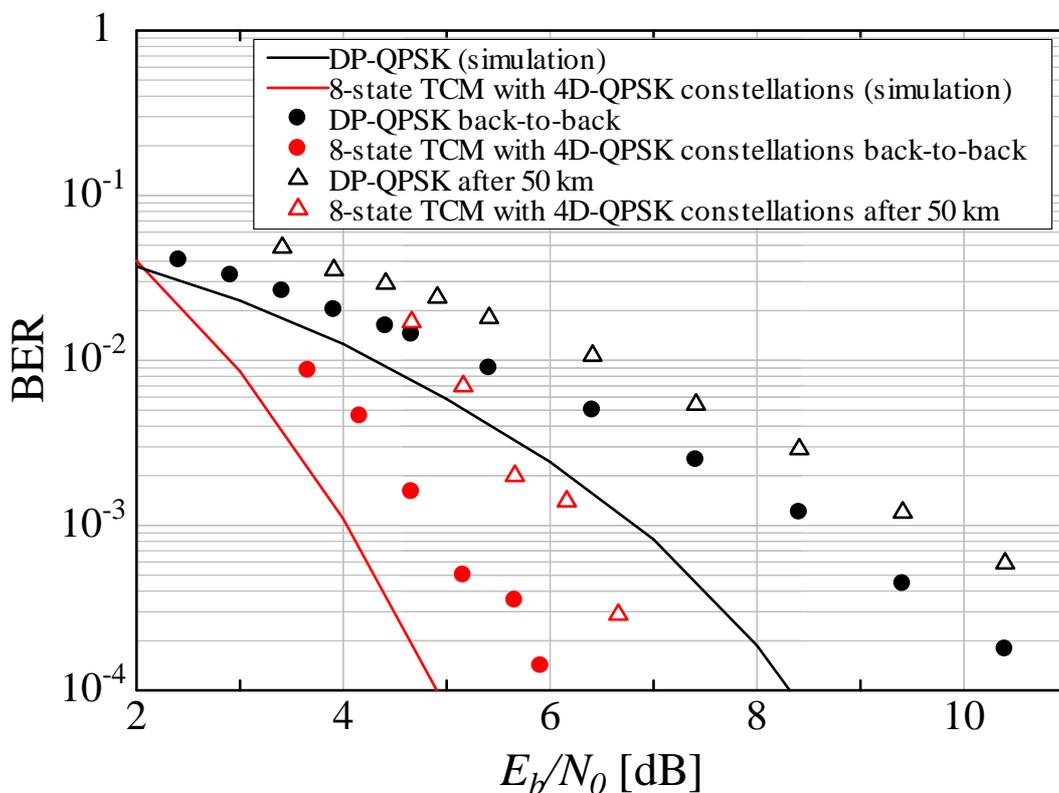


図 5.12 8 状態トレリス符号化 4D-QPSK (赤) と DP-QPSK(黒) の、シミュレーション (実線)、back-to-back 時 (点) 及び 50km 伝送時 (三角) の BER 特性。

## 5.7 本章のまとめ

本章では、4次元  $M$  相 QAM のセット分割を適用した8状態トレリス符号化変調方式の、コヒーレント光通信への適用について考察した。それに伴い、まずセット分割などのトレリス符号化変調の基本的事項を簡単に説明した。その後、セット分割を4次元上に適用した8状態トレリス符号化変調の原理と漸近的特性を述べた。特に、8状態トレリス符号化4D-QPSKは、その符号化器構成の簡素さと計算量の少なさから、魅力的な方式であるといえる。したがって、実験による原理確認においては、この8状態トレリス符号化4D-QPSKの back-to-back 時及び、50km 光ファイバ伝送時のビット誤り率測定を行った。実験の結果、シミュレーションと同様にビット誤り率が  $10^{-3}$  付近では非符号化 DP-QPSK に対して、3 dB 程度の符号化利得が確認できた。光通信において、以上のような報告は今までなされておらず、4次元セット分割を用いた8状態トレリス符号化光変調方式の有効性が初めて確認できた。

## 第6章

# 結論

本研究においては、いくつかの新たな多次元変調方式を提案し、それらの有効性を確かめるた。

まず、第1章では本研究の背景及び研究目的とその成果について言及した。

次に第2章にて、今日の基幹伝送を支えている、デジタルコヒーレント光通信の基礎事項について説明した。

第3章ではまず、多次元変調方式を評価するための指標である電力効率と周波数利用効率について説明し、さらに電力効率と  $E_b/N_0$  の関係を明らかにした後、電力効率を用いた通信路容量との比較について検討した。それを踏まえたうえで、Permutation modulation を多次元空間に適用した新たな変調方式を提案し、その多次元 Permutation modulation の次元を増加させていくことで、より通信路容量に接近できる方式が存在することを示した。また2つの Permutation modulation を組み合わせた新たな多次元変調方式も提案し、それらがさらに優れた電力効率と周波数利用効率の関係を有することを確かめた。

第4章では、SP-4D-QAM の高速復号法を提案し、大幅に計算量の削減を実現しながらも、ほとんど最尤推定と変わらない精度で復号できることを示した。

第5章では、4次元空間中でのセット分割を用いた変調方式として、8状態トレリス符号化光変調方式について説明し、実験的にその有効性を確かめた。従来の SP-4D-QAM に対して、周波数利用効率を失うことなく漸近符号化利得を 3 dB も得られるため、そのインパクトは大きいと考えられる。特に8状態トレリス符号化 4D-QPSK は、少ない計算量で大きな符号化利得が得られる、大変有効な方式であるといえる。

本論文で述べてきたいくつかの研究成果のうち、4次元セット分割を TCM と組み合わせた4次元 TCM は、今まで光通信の分野において考察された例はなく、その有効性の最発見は光通信と情報理論が融合した新たな分野において、大いに意義のあるものであると考える。また、SP-4D-QAM の高速復号法は、従来あまり意識されていなかった、SP-4D-QAM とパリティ検査行列の関係を用いたユニークなもので、興味深い提案であるといえる。

以上のような本研究で得られた結果は、今後のデジタルコヒーレント光通信における新たな領域開拓、すなわちより情報理論との融合において、重要な役割を果たし得ると考える。

## 参考文献

- [1] I. Hayashi, M. B. Panish, P. W. Foy, and S. Sumski, “Junction lasers which operate continuously at room temperature,” *Appl. Phys. Lett.* **17**, pp. 109-111 (1970).
- [2] K. C. Kao and G. A. Hockham, “Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies,” *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers* **113**, pp. 1151-1158 (1966).
- [3] M. Nakazawa, Y. Kimura, and K. Suzuki, “Soliton amplification and transmission with an  $\text{Er}^{3+}$ -doped fiber repeater pumped by InGaAsP laser diodes,” in *Optical Fiber Communications Conference (OFC 1989)*, PD2 (1989).
- [4] K. Hagimoto, K. Iwashita, A. Takada, M. Nakazawa, M. Saruwatari, K. Aida, K. Nakazawa, and M. Horiguchi, “A 212 km non-repeated transmission experiment at 1.8 Gb/s using LD pumped  $\text{Er}^{3+}$ -doped fiber amplifiers in an IM/directed-detection repeater system,” in *Optical Fiber Communications Conference (OFC 1989)*, PD15 (1989).
- [5] 大越孝敬, 菊池和朗, “コヒーレント光通信工学,” オーム社 (1989).
- [6] H. Kogelnik, “On optical communication: reflections and perspectives,” in *European Conference on Optical Communication (ECOC2004)*, Mo.1.1.1 (2004).
- [7] D. S. Ly-Gagnon, S. Tsukamoto, K. Katoh, and K. Kikuchi, “Coherent detection of optical quadrature phase-shift keying signals with carrier phase estimation,” *J. of Lightwave Technol.* **24**, pp. 12-21 (2006).
- [8] H. Sun, K. T. Wu, and K. Roberts, “Real-time measurements of a 40 Gb/s coherent system,” *Opt. Express* **16**, pp. 873-879 (2008).
- [9] F. Chang, K. Onohara, and T. Mizuoichi, “Forward error correction for 100 G transport networks,” *IEEE Communications Magazine* **48**, pp. S48-S55 (2010).
- [10] M. Karlsson and E. Agrell, “Which is the most power-efficient modulation format in optical links?” *Opt. Express* **17**, pp. 10814-10819 (2009).
- [11] E. Agrell and M. Karlsson, “Power-efficient modulation formats in coherent transmission systems,” *J. of Lightwave Technol.* **27**, pp. 5115-5126 (2009).
- [12] L. Coelho and N. Hanik, “Global optimization of fiber-optic communication sys-

- tems using four-dimensional modulation formats,” in *European Conference on Optical Communication* (ECOC 2011), Mo.2.B (2011).
- [13] M. Sjödin, P. Johannisson, and J. Li, “Comparison of 128-SP-QAM with PM-16-QAM,” *Opt. Express* **20**, pp. 8356-8366 (2012).
- [14] T. A. Eriksson, M. Sjödin, P. A. Andrekson, and M. Karlsson, “Experimental demonstration of 128-SP-QAM in uncompensated longhaul transmission,” in *Optical Fiber Communication Conference* (OFC 2013), OTu3B.2 (2013).
- [15] G. Ungerboeck, “Channel coding with multilevel/phase signals,” *IEEE Trans. Inform. Theory* **IT-28**, pp. 55-67 (1982).
- [16] T. A. Eriksson, P. Johannisson, M. Sjödin, E. Agrell, P. A. Andrekson, and M. Karlsson, “Frequency and polarization switched QPSK,” in *European Conference on Optical Communication* (ECOC 2013), Th.2.D.4 (2013).
- [17] C. E. Shannon, “A mathematical theory of communication,” *Bell System Technical Journal* **27**, pp. 379-423 and 623-656 (1948).
- [18] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, “Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes,” in *IEEE Int. Commun. Conf.*, pp. 1064-1070 (1993).
- [19] R. G. Gallager, “Low density parity check code,” Research Monograph series, Cambridge, MIT Press (1963).
- [20] G. D. Forney and L. F. Wei, “Multidimensional constellations. I. Introduction, figures of merit, and generalized cross constellations,” *IEEE Selected Areas in Communications* **7**, pp. 877-892 (1989).
- [21] S. Benedetto, R. Gaudino, and P. Poggiolini, “Direct detection of optical digital transmission based on polarization shift keying modulation,” *IEEE Selected Areas in Communications* **13**, pp. 531-541 (1995).
- [22] K. Kikuchi and S. Kawakami, “Multi-level signaling in the Stokes space and its application to large-capacity optical communications,” *Opt. Express* **22**, pp. 7374-7387, (2014).
- [23] H. Nyquist, “Certain topics in telegraph transmission theory,” *American Institute of Electrical Engineers Trans.* **47**, pp. 617-644 (1928).
- [24] G. Bosco, V. Curri, A. Carena, P. Poggiolini, and F. Forghieri “On the performance of Nyquist-WDM Terabit superchannels based on PM-BPSK, PM-QPSK, PM-8QAM or PM-16QAM subcarriers,” *J. of Lightwave Technol.* **29**, pp. 53-61 (2011).
- [25] K. Igarashi, Y. Mori, K. Katoh, and K. Kikuchi “Bit-error rate performance of Nyquist wavelength-division multiplexed quadrature phase-shift keying optical signals,” in *Optical Fiber Communications Conference* (OFC 2011), OMR6 (2011).

- [26] R. J. Essiambre, G. J. Foschini, G. Kramer, and P. J. Winzer, "Capacity limits of information transport in fiber-optic networks," *Phys. Rev. Lett.* **101**, 163901 (2008).
- [27] E. Ip and J. M. Kahn, "Compensation of dispersion and nonlinear impairments using digital backpropagation," *J. of Lightwave Technol.* **26**, pp. 3416-3425 (2008).
- [28] X. Liu, A. R. Chraplyvy, P. J. Winzer, R. W. Tkach, and S. Chandrasekhar, "Phase-conjugated twin waves for communication beyond the Kerr nonlinearity limit," *Nature Photonics* **7**, pp. 560-568 (2013).
- [29] K. Kikuchi, "Clock recovering characteristics of adaptive finite-impulse-response filters in digital coherent optical receivers," *Opt. Express* **19**, pp. 5611-5619 (2011).
- [30] S. Haykin, "Adaptive filter theory," Prentice Hall (2008).
- [31] K. Kikuchi, "Performance analyses of polarization demultiplexing based on constant-modulus algorithm in digital coherent optical receivers," *Opt. Express* **19**, pp. 9868-9880 (2011).
- [32] K. Kikuchi, "Polarization-demultiplexing algorithm in the digital coherent receiver," in *IEEE/LEOS Summer Topical Meetings*, TuC1.1 (2008).
- [33] Md. S. Faruk, Y. Mori, C. Zhang, and K. Kikuchi, "Proper polarization demultiplexing in coherent optical receiver using constant modulus algorithm with training mode," in *OptoElectronics and Communication Conference (OECC 2010)*, 9B3-3 (2010).
- [34] Y. Mori, C. Zhang, and K. Kikuchi, "Novel configuration of finite-impulse-response filters tolerant to carrier phase fluctuations in digital coherent optical receivers for higher-order quadrature amplitude modulation signals," *Opt. Express* **20**, pp. 26236-26251 (2012).
- [35] A. Viterbi, "Nonlinear estimation of PSK-modulated carrier phase with application to burst digital transmission," *IEEE Trans. Inform. Theory* **29**, pp. 543-551 (1983).
- [36] H. Bülow, "Polarization QAM (POL-QAM) for coherent detection schemes," in *Optical Fiber Communications Conference (OFC 2009)*, OWG2 (2009).
- [37] D. S. Millar, T. Koike-Akino, S. Ö. Ark, K. Kojima, K. Parsons, T. Yoshida, and T. Sugihara, "High-dimensional modulation for coherent optical communications systems," *Opt. Express* **22**, pp. 8798-8812 (2014).
- [38] I. Jacobs, "Comparison of M-ary modulation systems," *Bell System Technical Journal* **46**, pp. 843-864 (1967).
- [39] S. Ishimura and K. Kikuchi, "Multi-dimensional permutation modulation aiming at both high spectral efficiency and high power efficiency," in *Optical Fiber Communications Conference (OFC 2014)*, M3A.2 (2014).
- [40] M. Karlsson, and E. Agrell, "Spectrally efficient four-dimensional modulation," in

- Optical Fiber Communications Conference* (OFC 2012), OTu2C (2012).
- [41] D. Chase, "A New class for decoding block codes with channel measurement information," *IEEE Trans. Inform. Theory* **IT-18**, pp.170-182 (1972).
- [42] R. M. Pyndiah, "Near-optimum decoding of product codes: block turbo codes," *IEEE Trans. Commun.* **46**, pp. 1003-1010 (1998).
- [43] A. Hocquenghem, "Codes correcteurs d'erreurs," *Chiffres* **2**, pp. 147-156 (1959).
- [44] R. C. Bose and D. K. Ray-Chaudhuri, "On a class of error correcting binary group codes," *Information and control* **3**, pp. 78-79 (1960).
- [45] T. Mizuochi, K. Ouchi, T. Kohayashi, Y. Miyata, K. Kuno, H. Tagami, K. Kuho, H. Yoshida, M. Akita, and K. Motoshima "Experimental demonstration of net coding gain of 10.1 dB using 12.4 Gb/s block turbo code with 3-bit soft decision ," in *Optical Fiber Communications Conference* (OFC 2003), PD21-1 (2003).
- [46] L. Li, D. Divsalar, and S. Dolinar, "Iterative demodulation, demapping, and decoding of coded non-square QAM," *IEEE Trans. Commun.* **53**, pp. 16-19 (2005).
- [47] J. Renaudier, A. Voicila, O. Bertran-Pardo, O. Rival, M. Karlsson, G. Charlet, and S. Bigo, "Comparison of set-partitioned two-polarization 16QAM formats with PDM-QPSK and PDM-8QAM for optical transmission systems with error-correction coding," in *European Conference on Optical Communication* (ECOC 2012), We.1.C.5 (2012).
- [48] F. Tosato and P. Bisaglia, "Simplified soft-output demapper for binary interleaved COFDM with application to HIPERLAN/2," in *International Conference on Communications* (ICC 2002), pp. 664-668 (2002).
- [49] W. Ryan and S. Lin, "Channel codes: classical and modern," Cambridge University Press (2009).
- [50] L. F. Wei, "Trellis-coded modulation with multidimensional constellations," *IEEE Trans. Inform. Theory* **IT-33**, pp. 483-501 (1987).
- [51] A. R. Calderbank and N. J. A. Sloane, "Four-dimensional modulation with an eight state trellis code," *AT&T Technical Journal* **64**, pp. 1005-1018 (1985).
- [52] G. D. Forney, R. G. Gallager, G. R. Lang, F. M. Longstaff, and S. U. Qureshi, "Efficient modulation for band-limited channels," *IEEE Selected Areas in Communications* **2**, pp. 632-647 (1984).
- [53] H. Bülow, G. Thielecke, and F. Buchali, "Optical trellis-coded modulation (oTCM)," in *Optical Fiber Communication Conference* (OFC 2004), WM5 (2004).
- [54] H. Zhao, E. Agrell, and M. Karlsson, "Trellis-coded modulation in PSK and DPSK communications," in *European Conference on Optical Communication* (ECOC 2006), We3.P.93 (2006).

- 
- [55] T. Sakamoto, A. Chiba, I. Morohashi, and T. Kawanishi, “Optical trellis-coded modulation with multi-parallel MZM,” in *European Conference on Optical Communication (ECOC 2009)*, P3.17 (2009).
- [56] D. S. Millar, T. Koike-Akino, K. Kojima, and K. Parsons, “A 24-dimensional modulation format achieving 6 dB asymptotic power efficiency,” in *Signal Processing in Photonic Communications (SPPCOM 2013)*, SPM3D.6 (2013).

# 本研究に関する発表文献及び表彰

## 国内学会

[1] 石村昇太, 菊池和朗, “コヒーレント光通信システムにおける多次元変復調方式の検討,” 信学技報, vol.113, no.262, OCS2013-81, pp.159-164, 2013 年 10 月.

[2] 石村昇太, 菊池和朗, “4次元セット分割を適用した8状態トレリス符号化光変調方式の提案,” 電子情報通信学会総合大会, B-10-46, 新潟大学, 2014年3月18日-21日.

[3] 石村昇太, 菊池和朗, “8状態トレリス符号化4D-QPSK光変調方式の実験的検証,” 信学技報, vol.114, no.300, OCS2014-88, pp.71-76, 2014年11月.

[4] 石村昇太, 菊池和朗, “コヒーレント光通信システムにおける多次元変復調方式の検討,” 第28回光通信システムシンポジウム, P-1, 2014年12月11日.

[5] 石村昇太, 菊池和朗, “セット分割4次元QAM信号の高速復号アルゴリズムの提案,” 電子情報通信学会総合大会, B-10-24, 立命館大学, 2014年3月10日-3月13日.

## 国際学会

[6] S. Ishimura and K. Kikuchi, “Multi-dimensional permutation modulation aiming at both high spectral efficiency and high power efficiency,” Optical Fiber Communications Conference (OFC 2014), San Francisco, CA, USA, M3A.2 (9-13 March 2014).

[7] S. Ishimura and K. Kikuchi, “8-State Trellis-Coded Optical Modulation with 4-Dimensional QAM Constellations,” OptoElectronics and Communications Conference (OECC 2014), Melbourne, Australia, TH12B (6-10 July 2014).

[8] S. Ishimura and K. Kikuchi, “Experimental Demonstration of the 8-state Trellis-coded 4D-QPSK Optical Modulation Format,” Optical Fiber Communications Conference (OFC 2015), Los Angeles, CA, USA, W3K.5 (22-26 March 2015).

## 学術論文誌

[9] S. Ishimura and K. Kikuchi, “Eight-state trellis-coded optical modulation with signal constellations of four-dimensional  $M$ -ary quadrature-amplitude modulation,” Opt. Express (投稿中)

## 表彰

[10] 石村昇太, 菊池和朗, 光通信システム研究会 2014 年 論文賞, 2014 年 12 月.

# 謝辞

本研究を進めるにあたり、二年間、研究室の多くの方々に御世話になりました。ここに深く感謝の意を表します。

指導教官の菊池和朗教授には、研究における全ての面において、多くの議論を通じて懇切なるご指導とご鞭撻を賜りました。また、自ら進んで自由に研究が行える恵まれた環境を与えて下さったこと、心より感謝申し上げます。研究を進めるにあたっては、新たな提案に対し、工学的にどのような意義を持たせるのか、そして学術的にどのような美しさを見出せるのか、という究極的な問いを考え抜く姿勢を目の当たりにし、自分の至らなさを幾度も痛感いたしました。コヒーレント光通信の発展と普及はその最たるものであり、学生時代にそのような姿勢を学べたことは、一生の財産になると確信しております。

小関泰之准教授には、日常生活から研究室セミナーに至るまで、多くの場面で貴重なご助言頂きましたこと、心より感謝申し上げます。特に研究室セミナーでは、研究分野は違えど非常に鋭い多くのご指摘を頂き、その知識と考察の深さに大変驚かされました。またそのような姿勢に触発され、より素晴らしい研究を行うべく邁進することが出来ました。

加藤一弘助教には、研究室生活及び実験において、多くのサポート及び助言を頂きました。本研究で行った実験は、このようなサポートなしでは成しえなかったもので、心より感謝いたします。

菊池研究室のOBで、現名古屋大学大学院 森洋二郎助教には、実験を進めるうえで多くのアドバイスを頂きました。特に細やかな機器の設定や、信号処理のアルゴリズムなど大変勉強になるアドバイスを頂きまして、実験における困難を克服することが出来ました。

また、菊池・小関研究室のメンバーである、陸さん（現カリフォルニア大学デービス校）、徳永君、塩沢君、田代君には研究室運営など多くの面でお世話になりました。

最後に、今日まで経済面、生活面で支えてくれた両親に感謝します。