

学位論文

アトミックキャンドルによるセシウム原子の
ラビ周波数測定に基づくマイクロ波絶対電力の計量標準

Metrology Standard of Absolute Microwave Power Based
on Measurement of the Rabi Frequency of Cesium using
an Atomic Candle

平成 26 年 2 月 論文博士（理学）申請

東京大学大学院理学系研究科
物理学専攻

木下 基

アブストラクト

Maxwell 方程式により存在が予測された電磁波は Hertz によって発見され、その後 Marconi 等によって無線通信への応用が開かれた。今日において電磁波は先端社会を支える基盤として必要不可欠であり、特に携帯電話、無線 LAN、テレビ放送などに利用されるマイクロ波に対する需要は高い。しかしこれは同時に、指向性の乏しいマイクロ波が、他の電子機器と両立し、何より生体に対して安全であるように管理されるべきであることを意味している。これを徹底するためにマイクロ波の強さを正確に測定する技術、つまりマイクロ波電力標準が求められる。

マイクロ波電力の測定標準は数十年にわたってカロリメータを代表とする熱測定によって実現されてきたが、近年、測定原理が全く異なる方法が注目を集めている。それは時間周波数標準や直流電気標準を始めとする量子標準に倣い、マイクロ波電力標準を原子との相互作用によって測定するという画期的な着想である。ある種の原子はマイクロ波との共鳴によって、周期的な量子状態の遷移を繰り返す。この繰り返し周波数はラビ周波数と呼ばれ、共鳴するマイクロ波の磁場強度に比例することが知られている。つまりラビ周波数の測定がマイクロ波強度測定に直結することになり、長さ標準や直流電圧標準などと同様に、周波数を基準とした測定標準が実現可能であることを示唆している。

ラビ周波数によるマイクロ波電力測定には、ルビジウム原子のアトミックキャンドルを用いた方法、ルビジウム原子のレーザー冷却を用いた方法、セシウム原子のレーザー冷却を用いた方法の 3 例の先行研究が存在する。ここでアトミックキャンドルとは位相変調されたマイクロ波との共鳴によって、原子集団からコヒーレントなラビ振動を得る方法である。しかし、どの方法においても高精度にマイクロ波の絶対電力を測定するには至っていない。これはラビ周波数から直接測定されるマイクロ波磁場強度から実用的なマイクロ波電力への変換に大きな不確かさがあるためである。これを解決するためには、実験系を単純化し、高精度にマイクロ波特性を解析可能にする必要がある。従って本研究では、レーザー冷却は測定系を複雑化する傾向にあり、ルビジウム原子に比べてセシウム原子では使用できる導波管の汎用性が高いことを考慮して、セシウム原子によるアトミックキャンドル方式を採用した。

本稿における研究内容は以下の通りである。まず、ラビ周波数を得るための準備段階としてレーザーとマイクロ波による二重共鳴分光を行った。本工程には導波管の内寸に合わせて作製されたガラスセルを用いたこと、測定できるマイクロ波の磁場成分を選択可能にしたこと、バッファガスを利用することなどラビ周波数の測定に特化した工夫が含まれる。次に二重共鳴分光におけるマイクロ波に位相変調を加えることで、アトミックキャンドルを実行した。アトミックキャンドルは先行研究においてルビジウム原子によるマイクロ波強度安定化などに利用されたが、筆者の知る限り、セシウム原子に対しては例がなく、またマイクロ波電力の絶対値測定に利用されるのも世界で初めてのことである。さらにアトミックキャンドル信号に対して最適化を行い、ラビ周波数を高精度に測定可能かつ理論曲線と合致する信号を得た。この最適化されたアトミックキャンドル信号を用いてセシウム原子のラビ周波数が得られ、セシウム原子の構造解析から得られる係数によってこれをマイクロ波の磁場強度に変換した。そして、これに電磁界シミュレータによる計算や反射係数の補正を加えることでマイクロ波の入射電力とした。

本実験によりラビ周波数から得られたマイクロ波電力は、カロリメータによって校正された仲介器との比較によって、その妥当性が確認された。また、相対標準不確かさを見積もった結果は 2.0 % 程度であった。これは先行研究において報告されているラビ周波数を基準としたマイクロ波電力測定実験の中では最小の値であった。

Abstract

Electromagnetic waves are essential to high-technology society. Microwaves are especially in demand for wireless communications and broadcasting. This means that microwaves, which have poor directivity, should be controlled to ensure their compatibility with other devices and their lack of harm to living bodies. For this purpose, a technology for accurately measuring the microwave strength, i.e., a microwave power standard, is required.

Although the microwave power has mainly been measured by calorimetric methods over the past few decades, a new method has recently attracted attention. This revolutionary method involves referring to an atomic response similarly to the quantum standards, such as the frequency and DC electrical standards. A particular atom oscillates between its quantum states at the Rabi frequency when interacting with a resonant microwave. It is known that the Rabi frequency is proportional to the magnetic field strength of the resonant microwave. This implies that a microwave power standard based on Rabi frequency measurement can be achieved.

Microwave power measurements based on the Rabi frequency have been reported, which have included the use of an atomic candle with rubidium (Rb), laser cooling with Rb, and laser cooling with cesium (Cs). Here, the atomic candle enables a coherent Rabi oscillation to be obtained from an atomic ensemble by resonating with a modulated microwave. However, these methods have not achieved the accurate measurement of a microwave power. This is attributable to the difficulty of conversion from a magnetic field strength directly measured using the Rabi frequency into a microwave power. To solve this problem, the accurate analysis of the microwave characteristics is required by simplifying the experimental equipment. In this thesis, the atomic candle method with Cs was adopted because laser cooling tends to complicate the experimental equipment and because waveguides for Cs are more readily available than those for Rb.

First, in this thesis, laser-microwave double resonance spectroscopy (DRS) was performed. This process includes novel ideas such as the use of a rectangular glass cell snugly fitting inside a waveguide, the possibility of choosing the magnetic component of a microwave, and the use of a buffer gas. Second, an atomic candle was demonstrated by applying a phase modulation to the microwave in DRS. To our knowledge, these are the first ever examples of both the atomic candle using Cs and the measurement of absolute microwave power based on an atomic candle. Third, the atomic candle signal was optimized for accurate measurement of the microwave power. Fourth, the magnetic field strength was estimated using the optimized atomic candle. Then, the incident microwave power entering the glass cell was evaluated from the magnetic field strength with correction carried out by electromagnetic simulation and consideration of the reflection coefficient.

The obtained microwave power based on the Rabi frequency was verified by a direct comparison with a transfer standard, which was calibrated by the national primary standard. The relative standard uncertainty was estimated to be 2.0 %, which is the smallest reported value for power measurements based on the Rabi frequency.

目次

アブストラクト	1
第 I 部 序論	11
第 1 章 背景	13
1.1 計量標準	13
1.1.1 国際単位系	13
1.1.2 測定標準とトレーサビリティ	14
1.1.3 不確かさ	16
1.1.4 工業標準化・規格との区別	17
1.2 マイクロ波	18
1.2.1 電磁波	18
1.2.2 電波	19
1.3 高周波電力標準	19
1.3.1 高周波電力計	21
1.3.2 比較校正	21
1.3.3 カロリメータ	33
1.3.4 諸外国における高周波電力標準の供給状況	36
第 2 章 次世代型マイクロ波電力測定	41
2.1 ラビ周波数	41
2.1.1 セシウム原子のラビ周波数	44
2.2 Camparo 等の研究	47
2.3 Michaud 等の研究	48
2.4 Crowley 等の研究	48
2.5 本研究の目的	51
2.5.1 ラビ周波数を用いたマイクロ波電力測定の利点	51
2.5.2 次世代型標準の目標	51
2.5.3 先行研究の課題	52
2.5.4 本研究で解決すべき課題	52
2.5.5 本研究の手順	53
2.5.6 本稿の構成	54

第II部	アトミックキャンドルによるラビ周波数測定	55
第3章	レーザーおよびマイクロ波の二重共鳴分光	57
3.1	VNAによるセシウム原子のマイクロ波吸収測定	57
3.2	二重共鳴によるセシウム原子のマイクロ波吸収測定	58
3.2.1	二重共鳴の概略	58
3.2.2	二重共鳴のための実験系	59
3.2.3	セシウム原子の飽和吸収分光によるレーザー周波数安定化	61
3.2.4	二重共鳴スペクトルの測定	65
3.2.5	バッファガス	68
第4章	アトミックキャンドル	73
4.1	密度行列方程式によるモデル式の導出	73
4.2	アトミックキャンドルの語源	77
4.3	パラメトリック励振によるアトミックキャンドル信号の検出	78
4.3.1	位相変調周波数掃引によるアトミックキャンドル信号の検出	78
4.3.2	マイクロ波強度掃引によるアトミックキャンドル信号の検出	80
4.4	アトミックキャンドルによるマイクロ波の磁場強度測定	81
第5章	アトミックキャンドル信号の最適化	87
5.1	アトミックキャンドル信号のピークの振る舞い	87
5.1.1	直流磁場強度による影響	87
5.1.2	位相変調深度による影響	90
5.1.3	定在波と進行波によるアトミックキャンドル信号波形	90
5.1.4	導波管断面内の強度分布	93
5.2	最適化による高精度化	94
5.2.1	レーザー強度とバッファガス圧の最適化	94
5.2.2	レーザービーム径の最適化	97
5.3	最適化による精度の向上	98
第III部	絶対電力測定と不確かさ評価	101
第6章	ラビ周波数に基づく絶対電力測定	103
6.1	絶対電力測定に向けたアトミックキャンドル信号の測定	103
6.2	絶対電力測定に向けたマイクロ波磁場の測定	103
6.3	磁場強度から絶対電力への変換	104
第7章	現行標準との比較	109
7.1	カロリメータによる仲介標準器の校正	109
7.2	変換アダプタの使用	109
7.3	方向性結合器の等価信号源反射係数	110
7.4	取替え同時比較方法による現行標準との比較	111

第 8 章	不確かさ評価	117
8.1	ラビ周波数を基準とした測定の不確かさ	117
8.1.1	ラビ周波数を基準とした測定の各不確かさ要素	117
8.1.2	ラビ周波数を基準とした測定の合成不確かさ	118
8.2	熱型測定の不確かさ	119
8.2.1	熱型測定の各不確かさ要素	120
8.2.2	熱型測定の合成不確かさ	120
第 IV 部	総括	123
第 9 章	まとめ	125
9.1	第 1 章のまとめ	125
9.2	第 2 章のまとめ	125
9.3	第 3 章のまとめ	126
9.4	第 4 章のまとめ	126
9.5	第 5 章のまとめ	126
9.6	第 6 章のまとめ	127
9.7	第 7 章のまとめ	127
9.8	第 8 章のまとめ	127
9.9	全体のまとめ	127
第 10 章	今後の展望	129
10.1	導波管の改良による不確かさの改善	129
10.2	自由空間における磁場強度測定への展開	129
10.3	周波数拡張への展望	131
第 V 部	後付け	133
付録 A	高周波測定	135
A.1	信号源と負荷による反射	135
A.2	S パラメータ	137
A.3	等価信号源反射係数	138
A.4	取替え同時比較方法における反射補正項の不確かさ	139
A.5	方形導波管の TE モード	140
A.6	アダプタ効率	142
付録 B	セシウム原子	144
B.1	^{133}Cs 原子のエネルギー準位	144
	謝辞	147
	本稿に関連する発表	149

目次

1.1	トレーサビリティ体系	17
1.2	周波数割当	20
1.3	高周波電力計の指示電力と入射・吸収電力	22
1.4	取り替え比較方法	23
1.5	同時比較方法	24
1.6	取替え同時比較方法	24
1.7	7 mm 同軸比較校正装置の開蓋写真	26
1.8	7 mm 同軸比較校正システムのブロック図	27
1.9	7 mm 同軸比較校正装置の等価信号源反射係数	28
1.10	STD の校正係数	29
1.11	STD の反射係数	29
1.12	DUT の反射係数	30
1.13	比較校正プログラムの工程表	31
1.14	DUT の校正係数	32
1.15	DUT の不確かさ	32
1.16	カロリメータ方式電力測定装置のブロック図	34
1.17	カロリメータの電力測定部	35
1.18	各国の高周波電力標準供給状況	40
2.1	Camparo 等の実験の簡略図	47
2.2	Camparo 等によるラビ共鳴	48
2.3	Michaud 等の実験の簡略図	49
2.4	Michaud 等によるラビ振動の観測	49
2.5	Crowley 等の実験の簡略図	50
2.6	Crowley 等によるラビ振動の観測	50
3.1	ガラスセルおよび導波管の写真	58
3.2	ガラスセル入り導波管の S_{21}	59
3.3	レーザーとマイクロ波の二重共鳴の原理	60
3.4	二重共鳴観測のための実験系	61
3.5	ガラスセル入り導波管の反射係数 -二重共鳴-	62
3.6	飽和吸収分光の概略図	63
3.7	セシウム D_2 線の Doppler 広がりによる重なり	64

3.8	セシウムの飽和吸収分光スペクトルの予想図	64
3.9	セシウム D_2 線の吸収スペクトルの典型例	65
3.10	セシウムの飽和吸収スペクトル	65
3.11	残留磁場がある場合の二重共鳴スペクトル	66
3.12	セシウム原子基底状態の超微細構造	66
3.13	軸の定義	67
3.14	磁場が無い場合の二重共鳴スペクトル	67
3.15	各量子化軸における二重共鳴スペクトル	69
3.16	TE ₁₀ モードの模式図	70
3.17	各量子化軸における二重共鳴スペクトル –N ₂ バッファガス (6.67 kPa) 入り–	71
3.18	N ₂ によるバッファガスシフト	72
4.1	アトミックキャンドル信号検出のための実験系の概略図	79
4.2	アトミックキャンドル信号検出のための実験系の写真	80
4.3	位相変調による二重共鳴信号の高調波解析	81
4.4	位相変調周波数掃引によるアトミックキャンドル信号	82
4.5	マイクロ波強度に対するアトミックキャンドル信号のピーク位置の変化	82
4.6	マイクロ波強度掃引によるアトミックキャンドル信号	83
4.7	ラビ周波数とマイクロ波強度の関係	84
4.8	アトミックキャンドルを用いたマイクロ波強度とラビ周波数の関連付けにおける不確かさ	85
5.1	アトミックキャンドル信号の最適化のための実験系の概略図	88
5.2	直流磁場強度によるアトミックキャンドル信号ピークの影響	89
5.3	位相変調の深さによる各パラメータへの影響	91
5.4	正弦関数のヒストグラム	92
5.5	定在波によるアトミックキャンドル信号	93
5.6	ガラスセル入り導波管の反射係数	94
5.7	進行波によるアトミックキャンドル信号	95
5.8	導波管内 x 軸上のマイクロ波強度分布	96
5.9	γ_1 と SNR のレーザー強度依存性	97
5.10	SNR/ γ_1 のレーザー強度依存性	97
5.11	レーザー強度およびバッファガス圧の最適化	98
5.12	レーザービーム径の最適化	99
5.13	レーザービーム径によるアトミックキャンドル信号ピーク位置への影響	99
5.14	最適化による不確かさの向上	100
6.1	各位相変調周波数におけるアトミックキャンドル信号	104
6.2	ラビ周波数とマイクロ波強度の関係 –最適化後–	105
6.3	ガラスセル入り導波管内部のマイクロ波磁場強度分布	106
6.4	ラビ周波数基準によるマイクロ波電力	107
7.1	PC-7→WR-90 アダプタのアダプタ効率	110

7.2	等価信号源反射係数の測定	111
7.3	方向性結合器の等価信号源反射係数	112
7.4	従来型マイクロ波電力計による測定の様子	113
7.5	ラビ周波数基準による測定と熱型測定による電力分岐比の比較	114
7.6	アトミックキャンドルのピークシフトによる非線形性	115
10.1	試作した真空導波管の写真	130
A.1	負荷と信号源の接続	136
A.2	伝送線路の波振幅	137
A.3	n 開口回路の S パラメータ	137
A.4	S パラメータによるパワースプリッタの解析	139
A.5	導波管の形状	142
A.6	アダプタの挿入による消費電力の差	143
B.1	セシウム原子のエネルギー準位	145

表目次

1.1	SI 基本単位	15
1.2	SI 接頭語	15
1.3	電波の分類	20
1.4	7 mm 同軸比較校正システムの不確かさバジェット	30
1.5	7 mm 同軸カロリメータ型電力測定装置による校正測定能力	36
2.1	セシウム原子の基底状態 ($J = \frac{1}{2}, I = \frac{7}{2}$) における Clebsch-Gordan 係数	45
2.2	全角運動量行列要素	46
2.3	先行研究に対する本研究の位置付け	53
8.1	ラビ周波数によるマイクロ波電力測定に関する不確かさバジェット	119
8.2	熱型電力測定に関する不確かさバジェット	121

第 I 部

序論

第1章

背景

本研究は新たな原理に基づくマイクロ波電力測定の実現を目的としている。従って、この背景には大きく分けて、計量標準とマイクロ波という題目が関連する。本章では、1.1 節において計量標準の意義と仕組みなどに言及し、1.2 節において計測の対象であるマイクロ波の歴史や現在における利用状況などを解説する。さらに 1.3 節では、現在におけるマイクロ波電力標準の方法と供給状況などについて述べる。

1.1 計量標準

「大きい」「小さい」「多い」「少ない」などの程度や量を表す形容詞は相対的な表現であり、比較対象があって初めて意味を成す。例えば象は人に比べれば大きい、山に比べれば小さい、蟻は人に比べれば小さいが微生物に比べれば大きいと言えるため、絶対的に「象は大きい」や「蟻は小さい」と言うことはできない。日常会話の中で単に「象は大きい」「蟻は小さい」と言うことはあるが、これはそのときの状況や文脈などから比較対象が明らかになっている場合に用いる。当然この比較対象が対話者の間で共通に認識されていなければ会話は成り立たない。一方、ここで「あの象の体長は 6 m である」や「この蟻の体長は 1 cm である」のような定量的な表現について考える。これらの文章は「あの象の体長は 1 m と比べて 6 倍である」や「この蟻の体長は 1 m と比べて 100 分の 1 である」と言い換えることができるため、既に文中に「1 m」という比較対象を含んでいることになる。従って、これらの定量的な表現を用いた文章は単体でも意味を成す。但し、それは「1 m」という単位がいつどこで誰が用いても同じ長さを指していることを前提としている。つまり、物の長さや大きさを表現する場合には、定性的な表現であろうが定量的な表現であろうがある基準を用い、さらにその基準が話し手と聞き手の間で共有されていることが必要とされる。またこれは長さに限った話ではなく、重さ、時間、温度、電流、など書き上げれば切りが無い程多いすべての物理量に対して当てはまる。ある物理量の単位を定め、国際的にその単位を同等のものとして使用できるということは、学術的な知識や製造における定量的な情報の共有または取引における信用を保つ上で必須であり、学問や科学技術の分野のみならず産業、通商、個人の日常生活に至る多くの活動を支える基盤となっている。以上、一見当たり前であることを少々冗長な説明から論じたが、このように当たり前のことを当たり前に行えるようにするために存在するのが計量標準である。

1.1.1 国際単位系

前述の通り、ある単位はいつどこで誰が用いても常に同じ量を示すようにするために、計量の分野において国際的に承認された単位系を定義している。それが国際単位系 (SI^{*1}) である [1]。SI を説明する前にまず少しその歴史に触れる。18 世紀末のフランスにおいて、産業革命を背景に工業の分業や国際貿易などが盛んになるとともに国境を越えた

*1 フランス語の Le Système International d'Unités の略で、英語では The International System of Units である。

測量の必要性が高まっていた。この対策の1つとして、世界共通の単位系の確立を目指したメートル系が創造された。メートル系は地球の子午線の長さを基に決められたメートルを基準として構築された単位系であり、その他にも10進法や1量につき1単位とすることなどが基本方針とされていた。メートル系は数十年を掛けてフランス国内に広められ、その後19世紀に入り、1867年のパリ万国博覧会などを契機にヨーロッパ諸外国の関心を集めることになる。その後、ヨーロッパ共通の単位系を制定する目的の国際会議などが開かれるようになり、ついに1875年5月20日にパリにおいて17ヶ国^{*2}の代表により「メートル法を国際的に確立し、維持するために、国際的な度量衡標準の維持供給機関として、国際度量衡局を設立し、維持することを取り決めた多国間条約」、所謂「メートル条約」が締結された [2]。日本はこの10年後となる1885年にメートル条約に加入、1891年に度量衡法を制定し、今日に至る近代度量衡制度の第一歩を踏み出した。メートル条約に基づく組織の最高機関は、参加国代表者等で構成される国際度量衡総会 (CGPM^{*3}) である。CGPMは国際度量衡委員会 (CIPM^{*4}) へ18ヶ国の代表者を選定し、CIPMはCGPMの決定事項に関する代執行機関として国際度量衡局 (BIPM^{*5}) を監督する。CGPMは第9回総会 (1948年) においてCIPMに対してメートル条約全加盟国が採用しやすい実用計量単位系の確立に関する勧告を行い、第10回総会 (1954年) および第14回総会 (1971年) において7つの基本単位を採用した。そしてこの実用計量単位系に対して、第11回CGPM (1960年) において国際単位系という名称とSIという略称が正式に採用された。SIは、CGPMにおいて国際的に承認された定義を持つ前述の7つの基本単位、基本単位のべき乗の積として定義される組立単位、およびそれらの10進の倍量または分量を示す接頭語から成り立っている。基本単位の定義と接頭語はそれぞれ表1.1と表1.2の通りである。組立単位は、基本単位の乗除算の組み合わせの際、1以外の係数を伴わないものは一貫性のある組立単位と呼ばれる。一貫性のある組立単位および基本単位は、一貫性のある単位の集合を作り、これらに対して一貫性のあるSI単位という名称が与えられている。

1.1.2 測定標準とトレーサビリティ

このような国際的に承認された単位の定義を実現し、基準として用いられるものが測定標準^{*6}であり、計量はこの測定標準を基礎として成り立っている [3]。測定標準と比較することで他の実量器、測定器、標準物質、測定システムを校正することができ、さらに校正された装置を用いて他の装置を校正することも可能である。この校正の連鎖に途切れが無く、ある測定結果の元を辿ると測定標準まで遡ることができるという概念はトレーサビリティと呼ばれ、正しい計量を行う上で重要となる。計量のトレーサビリティ体系が完備された社会においては如何なる測定結果も上位の校正を辿ることでSI単位に行き着くことができるため、異なる場所や装置や測定者によって得られた結果の間での信頼性が保証される。測定標準は国家または経済圏においてそれぞれ承認された国家測定標準が存在し、相互承認協定 (MRA^{*7}) によってそれらの同等性が認められている。MRAには例えば、国際比較やピアレビューなどを通じて各国の国家計量標準機関 (NMI^{*8}) の間で合意されるCIPM MRA^{*9}などがあり、メートル条約参加国のNMIはその国が属する地域計量組織 (RMO^{*10}) を通じてそれに参加する。我が国日本においては、独立行政法人産業技術総合研究所 (産総研) の

*2 2013年2月現在、加盟国は55ヶ国である。

*3 フランス語のConférence Générale de Poids et Mesuresの略で、英語ではGeneral Conference on Measures and Weightsである。1889年に第1回総会を開催して以来ほぼ6年に1度開催されてきたが、1964年の第12回総会以後4年に1度開催されている。

*4 Comité International des Poids et Mesures

*5 Bureau International des Poids et Mesures

*6 測定標準には実量器、測定器、標準物質、測定システムなどの型がある。

*7 Mutual Recognition Arrangement

*8 National Metrology Institute

*9 調整はBIPMが行う。

*10 Regional Metrology Organisationの略。アメリカ全大陸計量システム (SIM; Sistema Interamericano de Metrologia)、欧州国家計量標準機関協会 (EURAMET; European Association of National Metrology Institutes) などがあり、日本はアジア太平洋計量計画 (APMP; Asia Pacific Metrology Programme) に属する。

表 1.1 SI 基本単位

量	単位	記号	定義
長さ	メートル	m	メートルは 1 秒の 299 792 458 分の 1 の時間に光が真空中を伝わる行程の長さである。
質量	キログラム	kg	キログラムは質量の単位であって、単位の大きさは国際キログラム原器の質量に等しい。
時間	秒	s	秒は、セシウム 133 の原子の基底状態の二つの超微細構造の間の遷移に対応する放射の周期の 9 192 631 770 倍の継続時間である。
電流	アンペア	A	アンペアは、真空中に 1 メートルの間隔で平行に配置された無限に小さい円形断面積を有する無限に長い二本の直線状導体のそれぞれを流れ、これらの導体の長さ 1 メートルにつき 2×10^{-7} ニュートンの力を及ぼし合う一定の電流である。
熱力学温度	ケルビン	K	ケルビン、水の三重点の熱力学温度の $1/273.16$ である。
物質質量	モル	mol	モルは、0.012 キログラムの炭素 12 の中に存在する原子の数に等しい数の要素粒子を含む系の物質質量である。 モルを用いるとき、要素粒子が指定されなければならないが、それは原子、分子、イオン、電子、その他の粒子又はこの種の粒子の特定の集合体であってよい。
光度	カンデラ	cd	カンデラは、周波数 540×10^{12} ヘルツの単色放射を放出し、所定の方向におけるその放射強度が $1/683$ ワット毎ステラジアンである光源の、その方向における光度である。

表 1.2 SI 接頭語

乗数	接頭語	記号	乗数	接頭語	記号
10^1	デカ	da	10^{-1}	デシ	d
10^2	ヘクト	h	10^{-2}	センチ	c
10^3	キロ	k	10^{-3}	ミリ	m
10^6	メガ	M	10^{-6}	マイクロ	μ
10^9	ギガ	G	10^{-9}	ナノ	n
10^{12}	テラ	T	10^{-12}	ピコ	p
10^{15}	ペタ	P	10^{-15}	フェムト	f
10^{18}	エクサ	E	10^{-18}	アト	a
10^{21}	ゼタ	Z	10^{-21}	セプト	z
10^{24}	ヨタ	Y	10^{-24}	ヨクト	y

計量標準総合センター (NMIJ^{*11}) が NMI を担い、国家測定標準の開発および維持を行なっている。

1.1.1 節で述べた度量衡法は 1952 年に廃止され、その役割は 1951 年に公布された計量法^{*12}に継承された。計量法は計量の基準を定め、適正な計量の実施を確保することを目的として制定され、具体的には、取引又は証明においては SI に従って定められた計量単位を用い、その際に正確な計量を行うことなどを義務付けている [4]。適正な計量を行うための計量法における手順は以下の通りである。まず、公的な測定標準として特定標準器を指定し、産総研、日本電気計器検定所又は経済産業大臣が指定した指定校正機関が特定標準器による校正を行うことで一次標準を供給する。そして、経済産業大臣により登録を受けた登録事業者がこの特定標準器による校正を受けた計量器を用いて他の計量器の校正を行うことで二次標準を供給する。二次標準以降が連鎖して段階的に繋がることで、計量法に基づいたトレーサビリティ体系が成り立っている。またトレーサビリティ体系が適切に維持されるために、登録事業者の登録において、国際標準化機構 (ISO^{*13}) 及び国際電気標準会議 (IEC^{*14}) が定めた校正を行う機関に関する基準に適合することが条件であり、これを審査する機関も存在する。図 1.1 にトレーサビリティ体系をまとめた。

1.1.3 不確かさ

測定標準は量の定義を忠実に具現化し、精密かつ不変であることは勿論であるが、その量の値だけでなく付随する測定不確かさを伴うことが必要とされている [5]。また他にも校正やトレーサビリティにおいても同様に不確かさを表明することが要求されている。このことはつまり、ある量を測定して得られた値は真の値の近似値もしくは推定値に過ぎず、不確かさを伴って初めて完全なものとなることを示唆している。ここで不確かさと似た用語に誤差というものがあるが、それらの違いを明確にしておく。国際計量基本用語集 [5] によると、誤差とは「測定量の値から参照量の値を引いたもの」であり、不確かさとは「用いた情報に基づき測定量に起因する量の値のばらつきを特徴付ける負でないパラメータ」と定義されている。一次測定標準による計測などのようにある量の真の値を測定しようとする場合には、誤差は「測定量の値から量の真の値を引いたもの」と言い換えられるが、この量の真の値自体が偶然の変動、系統効果に対する補正の不完全さ、物理現象に関する理解の不十分さなどから決して正確には知ることのできない値であるため、誤差とは理想化された概念と言える。これに対して不確かさは量の真の値が存在するであろう範囲を示す推定値であり、真の値を正確に知ることできないという現実を反映している [6, 7]。従って計量において、測定結果は真の値の推定値でしかないことを含蓄し、不確かさという用語を使用する。

不確かさは、標準偏差として示される標準不確かさや標準偏差に包含係数 k を乗じた拡張不確かさなどが用いられる。特に $k = 2$ の拡張不確かさは正規分布において約 95 % という高い信頼の水準に相当するため、校正証明書などにおいてしばしば使用される表現である。

また標準不確かさを合成する場合、例えば $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ というすべて独立な^{*15}入力推定値の合成として得られるある測定量の推定値を $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ とすると、 f の合成標準不確かさ $u_c(f)$ は、 $x_i (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ の標準不確かさ $u(x_1), u(x_2), u(x_3), \dots, u(x_n)$ を用いて、

$$u_c(f) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2} \quad (1.1)$$

で与えられる [6–8]。各 $u(x_i)$ は Type A と Type B に分類され、Type A の標準不確かさは偶然的に変動する量に対して統計的解析により評価された不確かさであり、Type B の標準不確かさはそれ以外の手段で評価された不確か

^{*11} National Metrology Institute of Japan

^{*12} 旧計量法とも呼ばれる [昭和二十六年法律第二百七号] のこと。その後 1992 年に全面改正され、ほぼ現行の形となった。

^{*13} International Organization for Standardization

^{*14} International Electrotechnical Commission

^{*15} 相関関係が無視できない場合は共分散を考慮する必要がある。

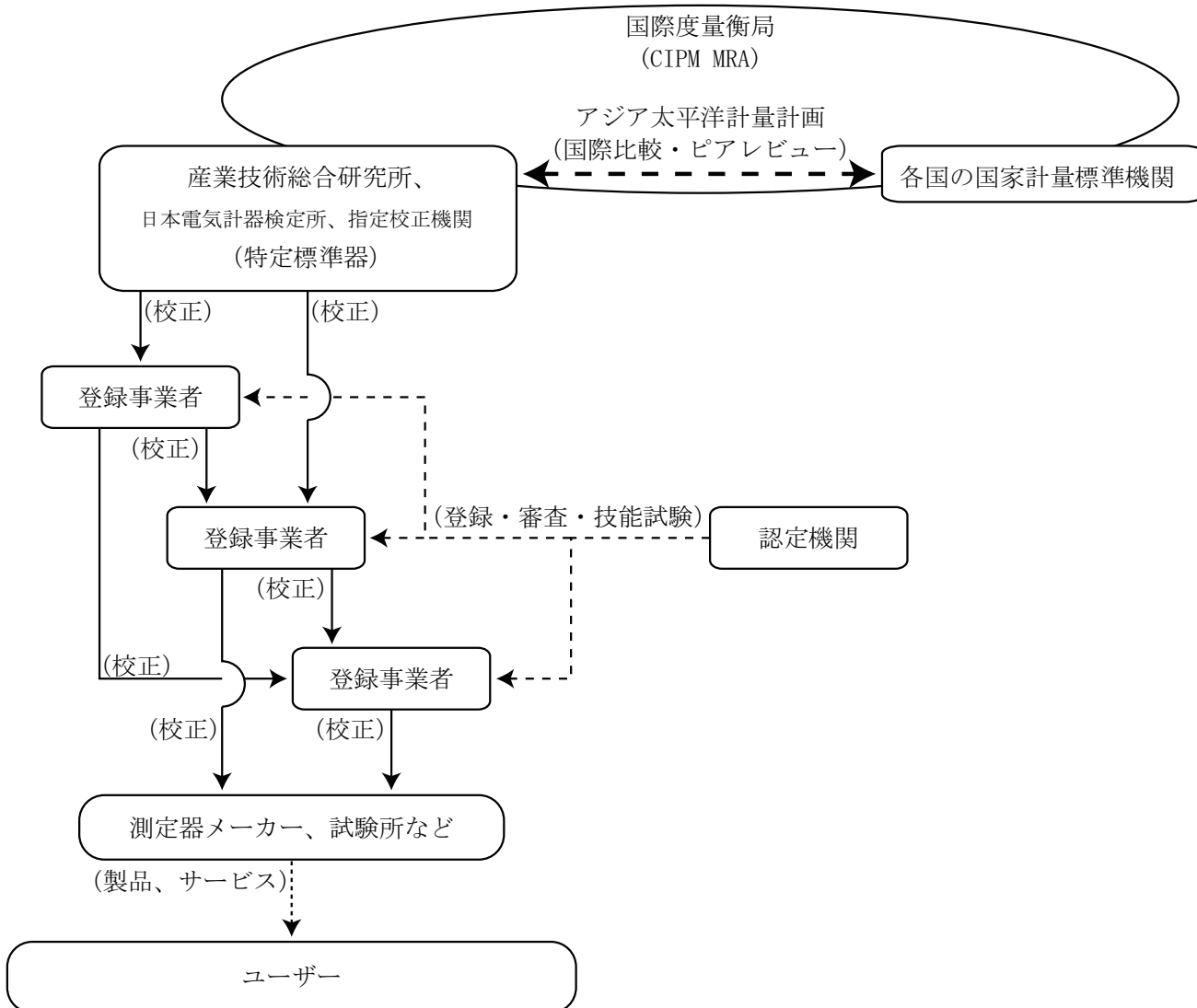


図 1.1 トレーサビリティ体系：切れ目のない校正の連鎖により、任意の測定から国家測定標準まで辿ることができる。それぞれの国家測定標準は国際的な合意により互いに同等性が認められている。

さのことである。また、偏微分 $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ は感度係数と呼ばれ、各 $u(x_i)$ の合成標準不確かさ $u_c(f)$ への寄与の大きさを表している。

1.1.4 工業標準化・規格との区別

計量標準とよく混同されるものに工業標準化や規格などがある。これは工業や産業において製品、工程、行為などに対して形状、性能、方法などの基準を取り決めることで業界の無秩序化を防ぐというものである。例えば、ISO や IEC などによる国際規格、我が国における日本工業規格 (JIS^{*16})、またはある業界において汎用性や利便性などのため事実上の標準となったデファクトスタンダードなどが挙げられる。トレーサビリティ体系を構築する上でそれらの基準を用いたり、規格に適合した製品の製造や規格と実際の製品の間の認証を行う上で計量が不可欠であったりする点で両者は

^{*16} Japanese Industrial Standards

無関係では無いが、これらの「標準」という用語は一般的に区別すべきものである。本稿においては計量標準を主題とし、それと区別される工業標準化や規格については取り扱わない。

1.2 マイクロ波

「マイクロ波」という用語に明確な定義は無いが、一般的には数百 MHz から数十 GHz 程度の周波数を持つ電磁波のことを指すことが多い。この帯域は電波の中では極超短波、センチメートル波、ミリ波としても知られている。本節では、電磁波の発展の歴史と現在における電波利用、さらに高周波電力標準について述べる [9]。この「高周波」という用語にも明確な定義は無いが、本稿においては概ね数 MHz から数百 GHz の電磁波を指すものとし、マイクロ波や一部の電波の総称として用いる。

1.2.1 電磁波

ここに Maxwell 方程式 [10] と呼ばれる古典電磁気学の法則をまとめた非常に有名な 4 つの式がある。

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho \quad (1.3)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.4)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (1.5)$$

\mathbf{E} 、 \mathbf{H} 、 \mathbf{D} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{j} 、 ρ 、はそれぞれ電場、磁場、電束密度、磁束密度、電流密度、電荷密度である。ここで真空中では $\mathbf{j} = 0$ 、 $\rho = 0$ 、 $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ であるから、(1.2) から (1.5) は、

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1.6)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0 \quad (1.7)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.8)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0 \quad (1.9)$$

となる。さらに (1.6) と (1.8) の両辺に対してベクトルの回転をとり、ベクトル公式 $\operatorname{rot} \operatorname{rot} = \operatorname{grad} \operatorname{div} - \nabla^2$ を用いると、

$$\operatorname{grad} (\operatorname{div} \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{rot} \mathbf{H}) \quad (1.10)$$

$$\operatorname{grad} (\operatorname{div} \mathbf{H}) - \nabla^2 \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{rot} \mathbf{E}) \quad (1.11)$$

と書ける。ここで、 ∇^2 は xyz 直交座標系で $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$ と書けるベクトル微分演算子である。ここに、(1.6) から (1.9) を代入すると、

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.12)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1.13)$$

が得られる。(1.12) と (1.13) は電場と磁場が共に位相速度 c

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad (1.14)$$

進む進行波であることを示す波動方程式であることから、電磁波の存在が導かれた。J. C. Maxwell は (1.14) の値が当時知られていた光速度に非常に近かったことから、光も電磁波であることを予測している [11]。これらの正当性は後の研究などによって次第に明らかとされていく。1888 年に H. R. Hertz は、誘導コイルで火花放電を発生させるとそこから空間を隔てて置いたヘルツ共振器と呼ばれるアンテナ電極間でも火花放電が起こることを観測し、アンテナの角度や大きさ、空間の距離などによってその放電の様子が変化することを確かめた [12]。この結果、空間を伝播する電磁波が存在することが初めて実証され、またそれが偏波や特定の波長を持つことが確認された。これらを受けて G. Marconi は電磁波を無線通信に応用し、1895 年に約 2 km の無線電信に成功すると、次第に通信距離を伸ばし、1901 年には 3000 km 以上離れた大西洋間電信に成功している [13]。さらに 1904 年の J. A. Fleming による二極真空管の発明と 1906 年の L. De Forest の三極管の発明を始めとする真空管の発達によって電磁波の安定な増幅、発振、検波を可能としたことを切っ掛けに、電波通信などへの応用が進むことになる。その後、半導体ダイオードやトランジスタの台頭により真空管に取って代わることで装置の小型化や低消費電力化が実現し、様々な応用技術の進歩がさらに加速された。

1.2.2 電波

現在、我が国では電波法 [14] において三百万メガヘルツ以下の周波数の電磁波を「電波」と定め、テレビやラジオ放送、携帯電話や無線 LAN などによる身近な通信を始めとして衛星通信、電波天文学などに至る多種多様な用途に利用している。表 1.3 に波長や周波数による電波の分類とその主な用途をまとめた。一般的に周波数が低い電波は回折が強く伝送距離が長い、反対に周波数が高い電波は直進性が強く伝送距離が短いという特徴を持つが、実際には電離層や地上での反射や水蒸気などによる吸収によって伝搬距離は大きく左右されるため、これらの特徴に合わせた用途が選ばれている。また、電波通信において十分な通信容量を得るためには相応の周波数帯域が必要となるため^{*17}、原則的にキャリア周波数にその周波数帯域を加えた範囲を他の用途と共有することはできない。そのため利用可能な電波の周波数帯そのものが限り有る資源とも考えられている。そこで我が国では、公平で能率的な電波の利用のために総務省が周波数管理を行ない、用途に応じて割り当て可能な周波数を定めている [16]。図 1.2 は、総務省が公開している周波数割当表をまとめて可視化したものである。図 1.2 によると低い周波数帯では航空・船舶などへの利用が多く、反対に高い周波数帯では天文・レーダーなどに集中するなど、電波帯域の両端においてその用途はやや限定されているが、それらの間の中波からミリ波の中盤にかけては多様な用途がひしめき合っている。特に近年の携帯電話の普及や、無線 LAN 設備の増加、さらにテレビ放送などの重要性を考慮するとそれらの利用が集中するマイクロ波帯の需要が高いことが表 1.3 や図 1.2 から推測できる。

1.3 高周波電力標準

1.2.2 節に挙げた周波数割当の例のように、我が国では電波に関して電波法 [14] に基づく運用が成され、電波の周波数の他にも変調方式や運用許容時間、そして電力に関する管理が行われている。例えば無線局を運用する場合、定められた範囲で必要最小の電力しか用いることができず、また無線設備の点検に当たって所定の校正を受けた高周波電力計を用いることが定められている。そして、その所定の校正の 1 つに 1.1.2 節で述べたような計量法の規定に基づく校正が挙げられている。従って、電波は我々の生活において様々に利用されていることは 1.2.2 節でも述べたが、高周波電力標準は計量のトレーサビリティを通じて電波の利用を支援し、現代社会の基盤を担う必要不可欠な技術である。

ところで 1.1.1 節で述べた通り、電気量に関する SI 基本単位はアンペアが採用されているが、通常高周波の分野に

^{*17} C. E. Shannon による情報理論 [15] によると、信号帯域幅 B_w 、信号電力 P_0 、単位帯域幅当たりのノイズ電力 N_0 、に対して通信路容量 C_i は、 $C_i = B_w \log_2 \left(1 + \frac{P_0}{N_0 B_w} \right)$ となるため、信号帯域幅が広いほど多くの情報を伝送することができる。

表 1.3 電波の種類

波長	周波数	分類	主な用途
0.1 mm	3 THz	サブミリ波 テラヘルツ波	電波天文 分析 イメージング
1 mm	300 GHz	ミリ波 EHF	電波天文 高速無線回線 自動車レーダー 無線アクセスシステム
10 mm	30 GHz	センチメートル波 SHF	BS・CS 放送 各種レーダー 無線 LAN 地球探査衛星
100 mm	3 GHz	極超短波 UHF	TV 放送 MCA 携帯電話 RFID
1 m	300 MHz	超短波 VHF	FM ラジオ 航空管制通信 放送中継 マルチメディア放送
10 m	30 MHz	短波 HF	短波放送 漁業用無線 船舶・航空通信 市民ラジオ・ラジコン
100 m	3 MHz	中波 MF	AM ラジオ 船舶・航空通信 路側通信 漁業用ラジオブイ
1 km	300 kHz	長波 LF	標準電波 航空ビーコン ロラン C 海上ビーコン
10 km	30 kHz	超長波 VLF	IH 調理器
100 km	3 kHz		

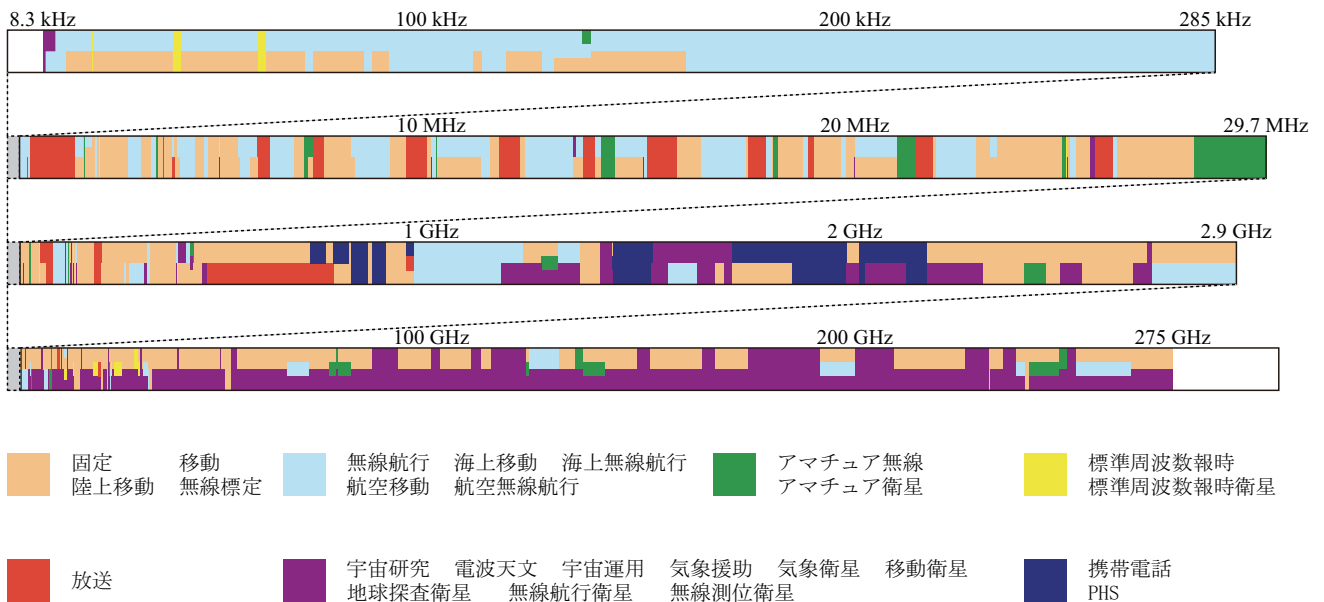


図 1.2 周波数割当：総務省・電波利用ホームページ [16] にある「周波数割当計画」を参考にまとめた。中波からミリ波の中盤にかけては多様な用途がひしめき合い、特に携帯電話、無線 LAN、テレビ放送などに利用されるマイクロ波帯に高い需要があることが予測できる。

においてその強さをアンペアで表すことは少ない。これは、伝送路や電気回路に対して高周波の波長が同等もしくはそれ以下となるため分布定数的な取り扱いが必要となり、電流や電圧の実用性が低くなるためである。例えば表 1.3 からわかる通り、極超短波より高い周波数帯においてその波長は 1 m 以下となるため、高周波回路の大きさに対して無視できなくなる。特にセンチメートル波やミリ波帯程度になると、一般的な高周波回路よりも波長は短く、回路内に幾つもの波が存在することになる。この場合、定在波などが生じることによって高周波回路内では空間的に電流や電圧の値が異なるため測定が困難であるところか、伝搬モードによっては電流や電圧で表示すること自体が出来ない場面も存在する。それに対して、ある伝送路を伝搬する電力は Poynting ベクトルをその断面積について積分したものに等しく、進行波の状態を表す量となり得る [17, 18]。そこで高周波を扱う場合、電流の代わりに電力を用いるのが一般的である。従って高周波電力は回路の状態を表す基本的な量であり、この他にも回路の特性を表す高周波インピーダンス、電力の測定レンジを拡張するための高周波減衰量、さらに信号対雑音比 (SNR^{*18}) を評価するための高周波雑音などが高周波を扱う上で重要な量と言える。NMIJ においても高周波標準として、電力、インピーダンス、減衰量、雑音を基本量として主に研究開発を行なっている。

1.3.1 高周波電力計

高周波電力標準の供給は、高周波電力計^{*19}に対して校正係数や実効能率を、もしくは高周波信号源に対して絶対電力を校正することで実現している。信号源の絶対電力を校正するためには、校正係数もしくは実効能率の校正を受けた高周波電力計を用いることが一般的であるため、殆どの場合、上位の校正は高周波電力計に対して行われる。校正係数および実効能率とは以下の通りである。通常、高周波電力計は反射や熱の漏洩などから実際の入射電力とその測定結果の指示値は異なる。

その差異を補正するため、ある被校正電力計 (DUT^{*20}) への実際の入射電力を P_{iu} とし、そのときの指示値を P_{du} とすると校正係数 K_u は、

$$K_u = \frac{P_{du}}{P_{iu}} \quad (1.15)$$

である [19]。一方、実効能率 η_{eu} は指示値 P_{du} と、高周波電力計内部の検波部分によって吸収された電力 P_{au} との比で定義される。従って、高周波電力計の入力端での入射波と反射波の電圧比で定義される複素反射係数^{*21}を Γ_u とすると、実効能率と校正係数との間に、

$$\eta_{eu} = \frac{P_{du}}{P_{au}} = \frac{K_u}{1 - |\Gamma_u|^2} \quad (1.16)$$

という関係が成り立つ [20, 21]。以上の指示電力および入射・吸収電力の関係を図 1.3 に示す。これらの値が校正された高周波電力計を用いれば、その指示値から実際の入射電力または吸収電力を求めることができる。

1.3.2 比較校正

高周波電力計の校正係数や実効能率は、トレーサビリティ体系における上位の標準器との比較によって校正することができる。本節では、高周波電力計の比較校正方法の中から代表的な取替え比較方法、同時比較方法、取替え同時比較方法の3つを紹介する。尚、結論から先に述べると取替え比較方法は最も簡単であるが精度は低く、取替え同時比較方法は複雑であるが最も高精度な方法である。精密かつ正確な校正が求められる場合は取替え同時比較方法が推奨され、事実、多くの計量機関でこの方法が採用されている [22]。

^{*18} Signal-to-Noise Ratio

^{*19} 現在よく用いられている高周波電力計は熱電対型、サーミスタ型、ダイオード型などがあるが、本節では特に区別しない。

^{*20} Device Under Test

^{*21} 以下、単に「反射係数」と呼ぶ。反射係数の詳しい説明は A.1 節を参照。

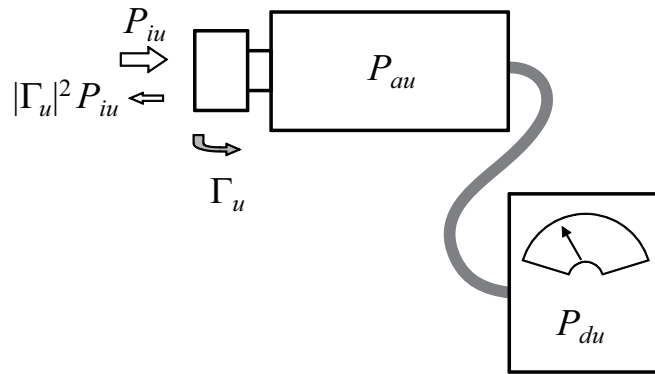


図 1.3 高周波電力計の指示電力と入射・吸収電力：高周波電力計は反射や熱の漏洩などから入射電力、吸収電力、指示電力の値がそれぞれ異なるため、それらを補正するために校正係数または実効率が用いられる。

取替え比較方法

取替え比較方法とは図 1.4 のように、一定の条件下で、ある同一の端子からの出力を標準電力計 (STD^{*22}) と DUT でそれぞれ測定し、それらの比から DUT の校正係数を求める方法である。信号源、STD、DUT の反射係数をそれぞれ Γ_g 、 Γ_s 、 Γ_u 、既知の STD の校正係数を K_s 、未知の DUT の校正係数を K_u 、信号源からの出力電力を P_g 、STD と DUT の指示電力をそれぞれ P_{ds} 、 P_{du} とすると、STD への入射電力^{*23}は、

$$\frac{P_{ds}}{K_s} = \frac{P_g}{|1 - \Gamma_g \Gamma_s|^2} \quad (1.17)$$

である [23]。同様に、DUT への入射電力は、

$$\frac{P_{du}}{K_u} = \frac{P_g}{|1 - \Gamma_g \Gamma_u|^2} \quad (1.18)$$

となる。従って、(1.17) と (1.18) から、

$$K_u = K_s \frac{P_{du}}{P_{ds}} \left| \frac{1 - \Gamma_g \Gamma_u}{1 - \Gamma_g \Gamma_s} \right|^2 \quad (1.19)$$

が得られる [24]。この方法は、信号源、STD および DUT のみで構成され、作業も単純である。しかしながら、信号源は能動素子であるため Γ_g を測定しようとする場合に反射波と励振波の区別が困難であるという問題点、また (1.17) および (1.18) 中の P_g は一定であることを仮定したが、実際には信号源の安定性に依存するという問題点などが存在する。これらの問題は高精度な校正において無視できないため、この方法が精密な校正に用いられることは少ない。

同時比較方法

取替え比較方法において問題となった信号源出力の不安定性を補正するために、図 1.5 のように信号源からの出力をパワースプリッタなどの電力分岐回路で二分し、一方を STD で他方を DUT で同時刻に測定した結果を比較する方法が同時比較方法である。STD と DUT の校正係数、反射係数および指示電力を K_s 、 K_u 、 Γ_s 、 Γ_u 、 P_{ds} 、 P_{du} とし、図 1.5 で定義される端子番号^{*24}に対応するパワースプリッタの S パラメータを S_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) とすると、STD およ

*22 Standard

*23 A.1 節を参照。

*24 端子 1：信号源側、端子 2：STD 側、端子 3：DUT 側

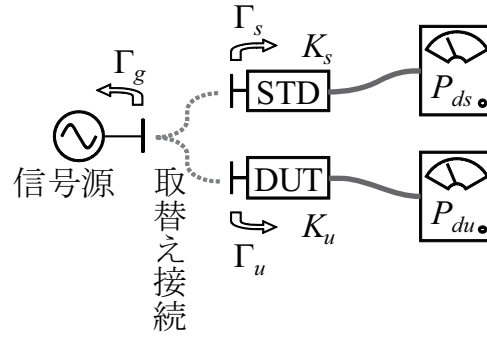


図 1.4 取り替え比較方法：STD と DUT を同一端子に交互に接続し、それらの測定結果を比較する。

び DUT への入射電力の比は

$$\frac{P_{ds}/K_s}{P_{du}/K_u} = \left| \frac{S_{21}}{S_{31}} \right|^2 \left| \frac{1 - \Gamma_{ge3}\Gamma_3}{1 - \Gamma_{ge2}\Gamma_2} \right|^2 \quad (1.20)$$

となる。ここで、

$$\Gamma_{ge2} = S_{22} - \frac{S_{32}S_{21}}{S_{31}} \quad (1.21)$$

$$\Gamma_{ge3} = S_{33} - \frac{S_{23}S_{31}}{S_{21}} \quad (1.22)$$

である。(1.20) を K_u について解くと、

$$K_u = K_s \frac{P_{du}}{P_{ds}} \left| \frac{S_{21}}{S_{31}} \right|^2 \left| \frac{1 - \Gamma_{ge3}\Gamma_u}{1 - \Gamma_{ge2}\Gamma_s} \right|^2 \quad (1.23)$$

が得られる。(1.21) および (1.22) で与えられる Γ_{ge2} と Γ_{ge3} は等価信号源反射係数と呼ばれ、(1.19) と (1.23) を見比べると、同時比較方法の場合に、信号源の反射係数 Γ_g に対応する量であることがわかる^{*25}。これらの値はパワースプリッタの S パラメータのみで構成されているため、ベクトルネットワークアナライザ (VNA) などを用いて測定することができる [25, 26]。同時比較方法を用いても比較的高い精度で校正を行うことができるが、次に紹介する取替え同時比較方法を用いるほうが不確かさは小さい。この理由は次節で詳しく述べるが、(1.23) 中の S_{21}/S_{31} で与えられるパワースプリッタの分岐比の測定に伴う不確かさが大きいためである。

取替え同時比較方法

取替え比較方法と同時比較方法を合わせることで両者の欠点を補ったものが取替え同時比較方法である。本方法では、図 1.6 のように信号源からの出力をパワースプリッタなどで分岐し、一方にモニター電力計を、他方に STD と DUT を交互に取替え接続する。STD および DUT の測定毎に、同時刻に測定したモニター電力計の測定結果との比を求め、さらにそれらの比同士の比較を行う。同時比較の場合と同様に、STD と DUT の校正係数、反射係数、指示電力およびパワースプリッタの S パラメータを K_s 、 K_u 、 Γ_s 、 Γ_u 、 P_{ds} 、 P_{du} 、 S_{ij} とし、さらにモニター電力計について校正係数、反射係数、STD および DUT 測定時の指示電力をそれぞれ K_m 、 Γ_m 、 P_{ms} 、 P_{mu} とすると、STD 測定時は (1.23) を参考にして、

$$K_u = K_m \frac{P_{ds}}{P_{ms}} \left| \frac{S_{21}}{S_{31}} \right|^2 \left| \frac{1 - \Gamma_{ge3}\Gamma_s}{1 - \Gamma_{ge2}\Gamma_m} \right|^2 \quad (1.24)$$

*25 S パラメータについては A.2 節を参照。(1.20) の導出と等価信号源反射係数については A.3 節を参照。

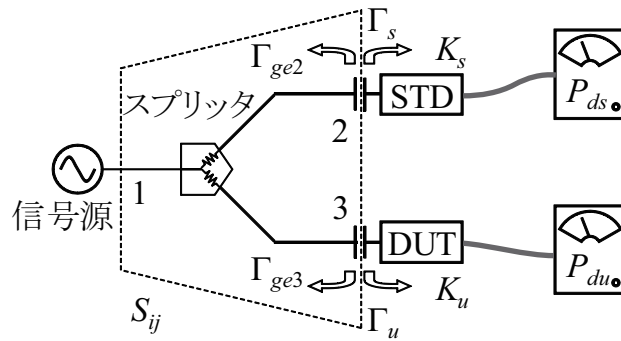


図 1.5 同時比較方法：信号源からの出力を二分し、一方を STD で他方を DUT で同時刻に測定した結果を比較する。

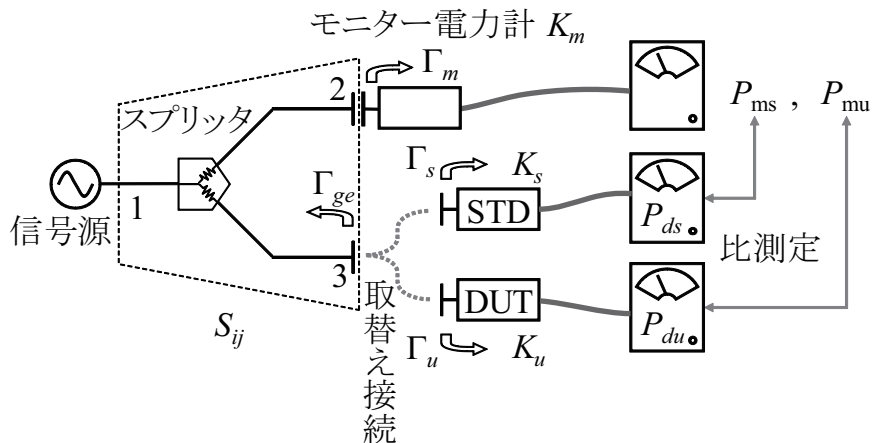


図 1.6 取替え同時比較方法：信号源からの出力を分岐し、一方にモニター電力計を、他方に STD と DUT を交互に取替え接続する。STD および DUT の測定毎にモニター電力計の測定結果との比を求め、さらにそれらの比同士の比較を行う。

となる。同様にして DUT 測定時は、

$$K_u = K_m \frac{P_{du}}{P_{mu}} \left| \frac{S_{21}}{S_{31}} \right|^2 \left| \frac{1 - \Gamma_{ge3} \Gamma_u}{1 - \Gamma_{ge2} \Gamma_m} \right|^2 \quad (1.25)$$

である。ここから、(1.24) と (1.25) の辺々を割ることで、

$$K_u = K_s \frac{P_{du}/P_{mu}}{P_{ds}/P_{ms}} \left| \frac{1 - \Gamma_{ge3} \Gamma_u}{1 - \Gamma_{ge3} \Gamma_s} \right|^2 \quad (1.26)$$

が得られる。(1.26) から明らかなように DUT の校正結果は、モニター電力計の特性値である K_m および Γ_m には影響されず、その指示値のみに依存する。従って、モニター電力計に関しては入力電力の確度や反射係数の大きさではなく、STD と DUT を取替えて測定する間の短期的な安定性とそれらの測定レンジにおける線形性が重要となる。また同時比較方法と比べて取替え同時比較方法は測定手順が 1 工程多い代わりに、(1.23) におけるパワースプリッタの分岐比 S_{21}/S_{31} を測定する必要が無い。通常、分岐比の測定に伴う不確かさより、測定回数が増すことで生じる取替え接続の再現性による不確かさの方が 1 桁程度小さいため、同時比較方法よりも取替え同時比較方法を用いた方が高い精度での校正を実現することができる。

比較校正の実例

ここで NMIJ で開発した 7 mm 同軸比較校正システム [27] を用いた取替え同時比較方法の実例を紹介する。本システムは取替え同時比較方法に基づき、7 mm 同軸コネクタを有する高周波電力計の比較校正を行うために開発されたものであり、変換アダプタを加えることで N 型もしくは PC-7 コネクタに対応可能である。図 1.7 に 7 mm 同軸比較校正装置の開蓋写真を、図 1.8 に 7 mm 同軸比較校正装置を中心とした比較校正システムのブロック図を示す。信号源の出力はパワースプリッタで二分割され、それぞれモニター電力計とテストポートに導かれる。図 1.7 および図 1.8 に示した通り、それぞれ、端子 1 を信号の入力ポート（シグナルポート）、端子 2 をモニター電力計の接続ポート（リファレンスポート）、端子 3 を STD と DUT の取替え接続ポート（テストポート）と定義し、装置の S パラメータを $S_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$ とした。本装置の特徴は、3 つの周波数レンジ 10 MHz - 4 GHz、4 GHz - 8 GHz、8 GHz - 18 GHz に応じて切り替え可能な伝送線路を設け、4 GHz 以上の周波数領域においてアイソレーターを挿入した点である。アイソレーターには 4 GHz - 8 GHz および 8 GHz - 18 GHz の周波数レンジ用でアイソレーションが 20 dB のものを各 3 個ずつ用意し、直列に繋げた。4 GHz 以下用の伝送線路はセミリジットケーブルで直結した。これらの 3 チャンネルをスイッチで切り替えて使用する。アイソレーターを使用すると、(1.22) において $S_{23} \approx 0$ となるので、等価信号源反射係数 Γ_{ge3} は、

$$\Gamma_{ge3} \approx S_{33} \quad (1.27)$$

のように近似できる。これには、通常 (1.22) のような等価信号源反射係数を測定する場合には 3 端子の S パラメータを測定する必要があるにもかかわらず、それを 1 端子の反射係数の測定に簡略化できるという利点がある。3 端子の S パラメータを測定しようとする場合、3 端子以上の測定に対応した高価な VNA を用いるか、余剰の端子を無反射終端しつつ 2 端子の VNA で測定するなどの工夫が必要となる。アイソレーターによる簡略化は、このような問題の解決には非常に効果的な方法である。但し、慎重を期して本装置の初期評価においては 3 端子の S パラメータを測定し、(1.27) の近似は装置の維持やメンテナンスにおいて効果を発揮している。さらに、テストポートの直前に差し込まれた減衰量 6 dB の固定減衰器は、スイッチとテストポートの間の多重反射を軽減することで S_{33} 自体を小さくする役目を果たしている。図 1.9 に 7 mm 同軸比較校正装置の等価信号源反射係数の絶対値を示す。この横軸は 1 GHz 以下を対数表示とし、1 GHz 以上を線形表示としているので注意する必要がある^{*26}。青点線と赤実線はそれぞれ変換アダプタによりテストポートを N 型および PC-7 コネクタとした場合である。これらの結果は 2 端子の VNA により、余剰端子に広帯域終端器を接続しながら S パラメータ測定を行い、それぞれを (1.22) に代入することによって得られた。通常このような測定方法では高い周波数領域において終端器の反射係数が大きくなるため 3 端子 S パラメータの不確かさが増大してしまうが、本装置ではアイソレーターの効果により終端器の反射係数の寄与を抑制することができた。各エラーバーは等価信号源反射係数の絶対値 $|\Gamma_{ge3}|$ の合成標準不確かさ $u_c(|\Gamma_{ge3}|)$ を示し、(1.22) を参考にして、

$$u_c^2(|\Gamma_{ge3}|) = |u(S_{33})|^2 + \left| \frac{S_{23}}{S_{21}} \right|^2 |u(S_{31})|^2 + \left| \frac{S_{31}}{S_{21}} \right|^2 |u(S_{23})|^2 + \left| \frac{S_{23}S_{31}}{S_{21}^2} \right|^2 |u(S_{21})|^2 \quad (1.28)$$

から得られる。ここで、各 S パラメータの不確かさ $u(S_{ij})$ は VNA の製造メーカーより提供されたスペックから見積もった [28]。

本装置を構成する高周波回路は測定の安定性を高めるため同一の筐体内に組み込み、テストポートにおける取替え接続を除いてコンピュータ制御によって自動化されている。また、測定中の環境温度は $23^\circ\text{C} \pm 1^\circ\text{C}$ 、相対湿度は $50\% \pm 20\%$ となるように空気調節を行い、テストポート付近に設置した温度湿度計によってその実測値を記録する。

^{*26} 高周波の分野では周波数範囲が広く、さらに GHz 帯での重要性が特に高いという特徴があるため、周波数軸を一律に対数表示や線形表示とすると重要なデータが不明瞭になることがあるため、本稿ではしばしばこのような周波数軸表示を採用する。

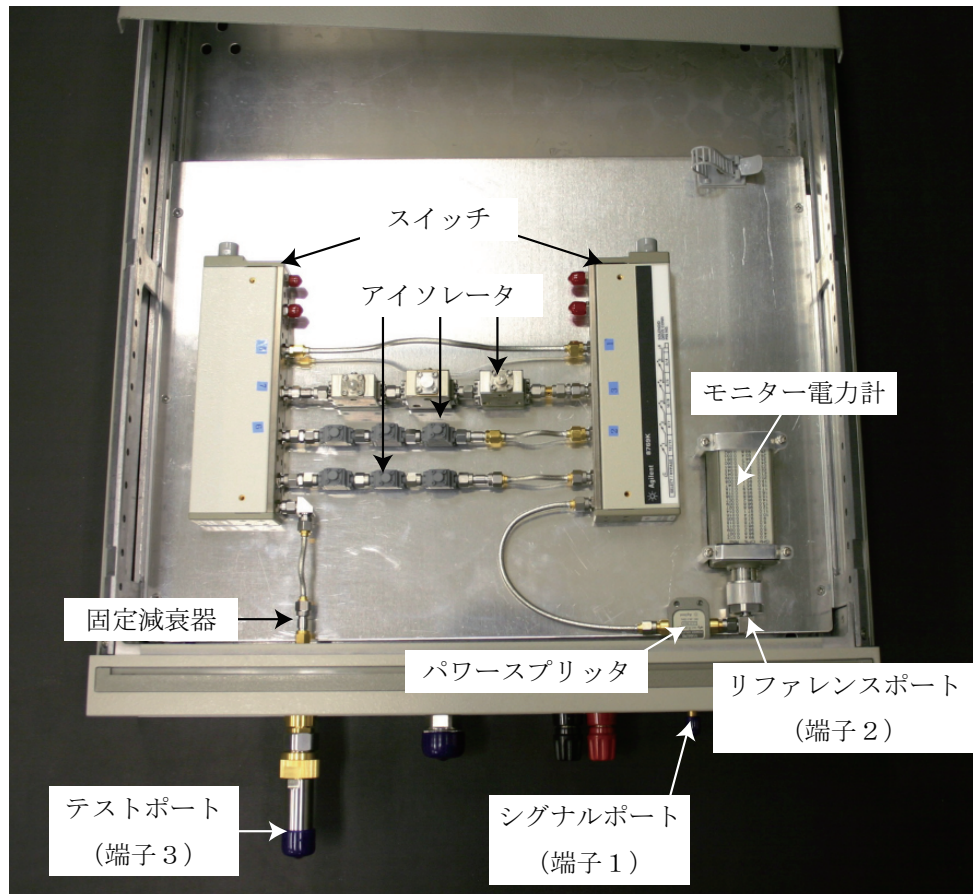


図 1.7 7 mm 同軸比較校正装置の開蓋写真：NMIJ で開発した 7 mm 同軸型高周波電力計用の比較校正装置の開蓋写真。シグナルポートからの入力をリファレンスポートおよびテストポートに分岐し、リファレンスポートにモニター電力計を接続した。テストポートとパワースプリッタの間には固定減衰器と周波数帯域別に切り替え可能なアイソレーターが挿入されている。

以下、1.3.3 節で述べるような NMIJ 所有のカロリメータによって校正された N 型コネクタを有するサーミスタ式高周波電力計を STD とした場合の比較校正を実演する。この STD の校正係数と不確かさを図 1.10 に示す。図中のエラーバーは包含係数 $k = 2$ の拡張不確かさで、これは我が国の特定標準器で直接行った校正に付随するものであるため現在実現できる最小レベルの不確かさである。さらに、VNA により測定した STD の反射係数の絶対値 $|\Gamma_s|$ を図 1.11 に示す。

DUT にも STD と同型のサーミスタ式高周波電力計を選び、VNA を用いて反射係数の測定を行った。DUT の反射係数の絶対値 $|\Gamma_u|$ は図 1.12 の通りである。

DUT または STD とモニター電力計による測定電力の比は、自動化された手順に従って得た。まずテストポートに DUT を接続した状態で、図 1.13 の工程表で示される自作の比較校正プログラムを実行した。接続直後の高周波電力計は、テストポートとの温度差や接続に伴う作業者の体温の伝導により挙動が不安定であるため、測定前に指定時間^{*27}待機させた。指定時間待機後に DUT の表示値を記録した待機モニターを参照し、不安定であると判断した場合はさらに待機時間を延長させた。その後、信号源の周波数を 10 MHz から 18 GHz まで掃引し、各周波数毎に DUT による測

*27 通常 10 分程度

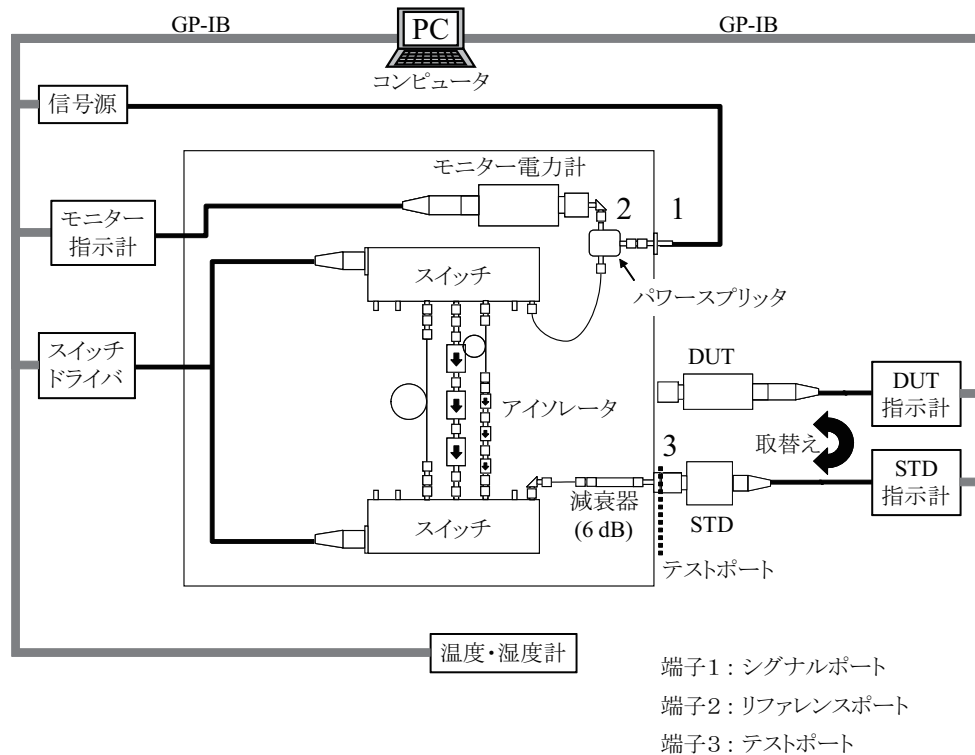


図 1.8 7 mm 同軸比較校正システムのブロック図：7 mm 同軸比較校正装置を中心としたシステムのブロック図。GP-IB で接続したコンピュータによって信号源およびスイッチの制御、各電力計の指示値と環境温湿度の記録などを行う。

定電力とモニター電力計による測定電力の比 P_{du}/P_{mu} を記録した。このとき信号源の出力は、各測定において DUT での測定電力がほぼ 1 mW となるように調整された設定を用いた。次に、テストポートから DUT を取り外し、STD を接続して、上記と同様の測定を行い、各周波数において P_{ds}/P_{ms} を得た。以上の DUT と STD に対する測定を一組として、これを 6 回繰り返し行い、それらの平均値から最終結果を得た。

以上により得られた値を (1.26) に代入することで算出した DUT の校正係数を図 1.14 に赤点で示す。ここで、白抜きの点は参考のために特定標準器であるカロリメータにより同 DUT を直接校正した結果である。この図から、両者は包含係数 $k = 2$ の拡張不確かさを示すエラーバーの範囲内で一致していることがわかる。これは、カロリメータを用いて直接校正した結果と比較校正システムを介して校正した結果が同等であることを示している。

比較校正システムによる DUT の校正係数に伴う不確かさ $u_c(K_u)$ は、

$$u_c^2(K_u) = \left(\frac{\partial K_u}{\partial K_s} u(K_s) \right)^2 + \left(\frac{\partial K_u}{\partial R_u} u(R_u) \right)^2 + \left(\frac{\partial K_u}{\partial R_s} u(R_s) \right)^2 + \left(\frac{\partial K_u}{\partial M} u(M) \right)^2 + s^2(K_u) \quad (1.29)$$

で与えられる。ここで、 $R_u = P_{du}/P_{mu}$ 、 $R_s = P_{ds}/P_{ms}$ 、 $M = |1 - \Gamma_{ge3}\Gamma_u|^2 / |1 - \Gamma_{ge3}\Gamma_s|^2$ であり、 $u(K_s)$ 、 $u(R_u)$ 、 $u(R_s)$ 、 $u(M)$ はそれぞれ K_s 、 R_u 、 R_s 、 M の標準不確かさを、 $s(K_u)$ は K_u の繰り返し測定に関する平均値の実験標準偏差を示す。 $u(K_s)$ はカロリメータによる校正に伴う不確かさ、 $u(R_u)$ および $u(R_s)$ は安定して測定できる最小桁を一樣分布であることを仮定して 3 の平方根で除した値、そして $u(M)$ は等価信号源反射係数および STD、DUT の反射係数それぞれの絶対値の標準不確かさ $u(|\Gamma_{ge3}|)$ 、 $u(|\Gamma_s|)$ 、 $u(|\Gamma_u|)$ から得られる合成標準不確かさ $u_c(M)$ で与えられ、

$$u_c^2(M) = 4|\Gamma_s - \Gamma_u|^2 u^2(|\Gamma_{ge3}|) + 4|\Gamma_{ge3}|^2 \{u^2(|\Gamma_s|) + u^2(|\Gamma_u|)\} \quad (1.30)$$

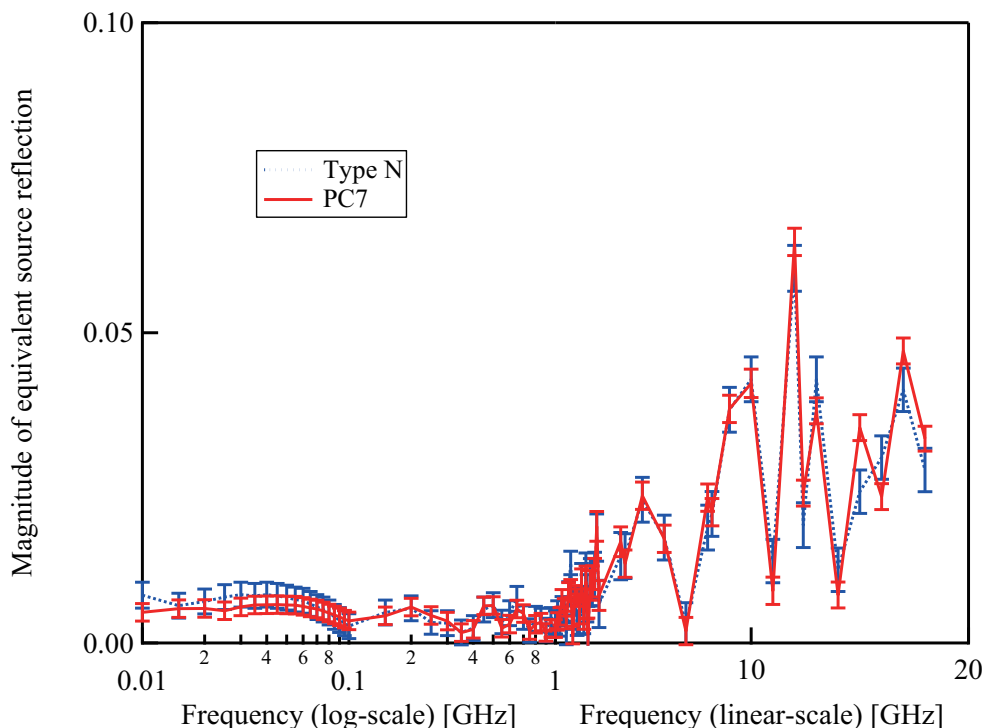


図 1.9 7 mm 同軸比較校正装置の等価信号源反射係数：7 mm 同軸比較校正装置の等価信号源反射係数の絶対値。周波数軸は 1 GHz 以下を対数表示、1 GHz 以上を線形表示としている。青点線と赤実線はそれぞれテストポートを N 型および PC-7 コネクタとした場合を表す。エラーバーは標準不確かさを示す。

である^{*28}。(1.30)の $u(|\Gamma_{ge3}|)$ は(1.28)で与えられるため、 M の不確かさの各要素はすべてVNAによる測定の不確かさから見積もった。

表 1.4 に周波数を 18 GHz、テストポートを N 型とした場合の各不確かさの要素と、それらを(1.29)に代入することで得た合成不確かさを記載した不確かさバジェットを示す。この表からわかる通り、 K_u の不確かさ $u(K_u) = 0.0056$ の大部分は K_s の不確かさ $u(K_s) = 0.0055$ に起因するもので、その他の要因を加えても僅か 0.0001 増加する程度である。さらに各周波数における 7 mm 比較校正システムを用いた校正による DUT の拡張不確かさおよび STD と DUT の拡張不確かさの差を図 1.15 に示す。図中の黒丸が包含係数 $k = 2$ の DUT の拡張不確かさ、白抜き四角は DUT と STD の拡張不確かさの差、つまり本システムを用いて校正を行った場合に増大する不確かさを示している。この不確かさの増大は DUT の全体の不確かさに比べて非常に小さいため、本システムを用いると STD の不確かさをほとんど劣化させることなく DUT に伝えられる。このようなシステムは、校正の連鎖からなるトレーサビリティ体系において上位の測定標準を末端まで伝えるという意味で非常に重要である。

一方、複素数を含む M やその不確かさ $u_c(M)$ の計算はやや複雑であるため、日常に大量の校正を行う校正事業者や工場においてこれを補正することは現実的でない場合がある。その場合は $M \approx 1$ と近似して、その不確かさを $\sqrt{2|\Gamma_{ge3}|^2|\Gamma_u|^2 + 2|\Gamma_{ge3}|^2|\Gamma_s|^2}$ とする方法も採用されている。今回の場合、この値を計算すると 0.009 程度になり、表 1.4 の各項目と比較するとこれが不確かさの最大の要因となることがわかる。このことから、等価信号源反射係数と STD および DUT の反射係数を VNA により複素数として測定し、補正することの重要性を認識することができる。

^{*28} A.4 節を参照。

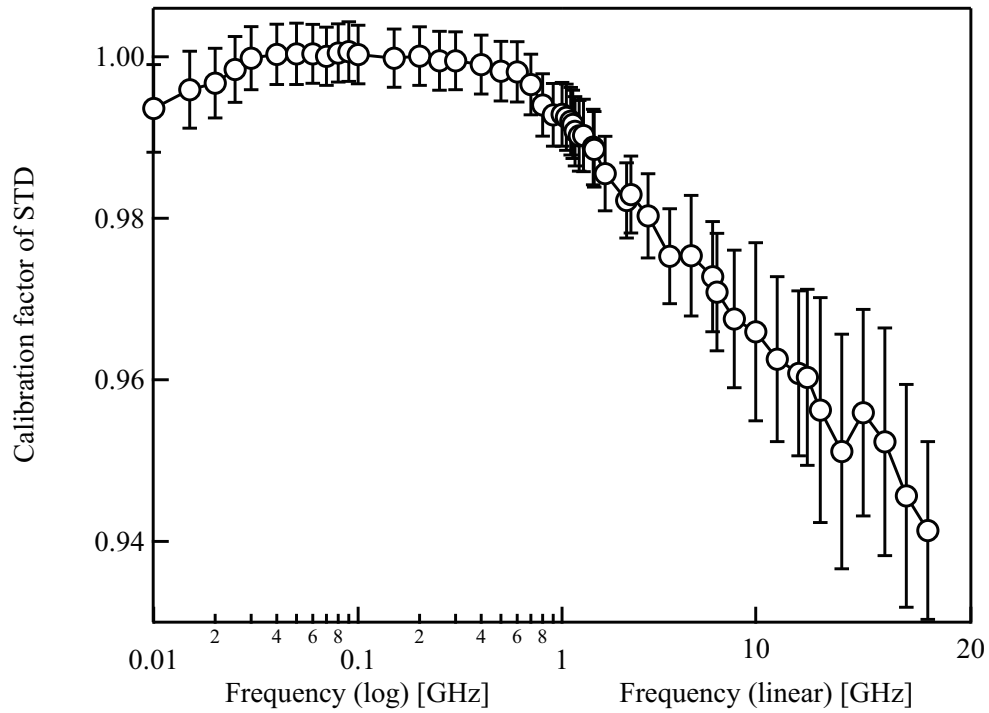


図 1.10 STD の校正係数：NMIJ 所有のカロリメータによって校正したサーミスタ式高周波電力計の校正係数。エラーバーは包含係数 $k = 2$ の拡張不確かさを示す。

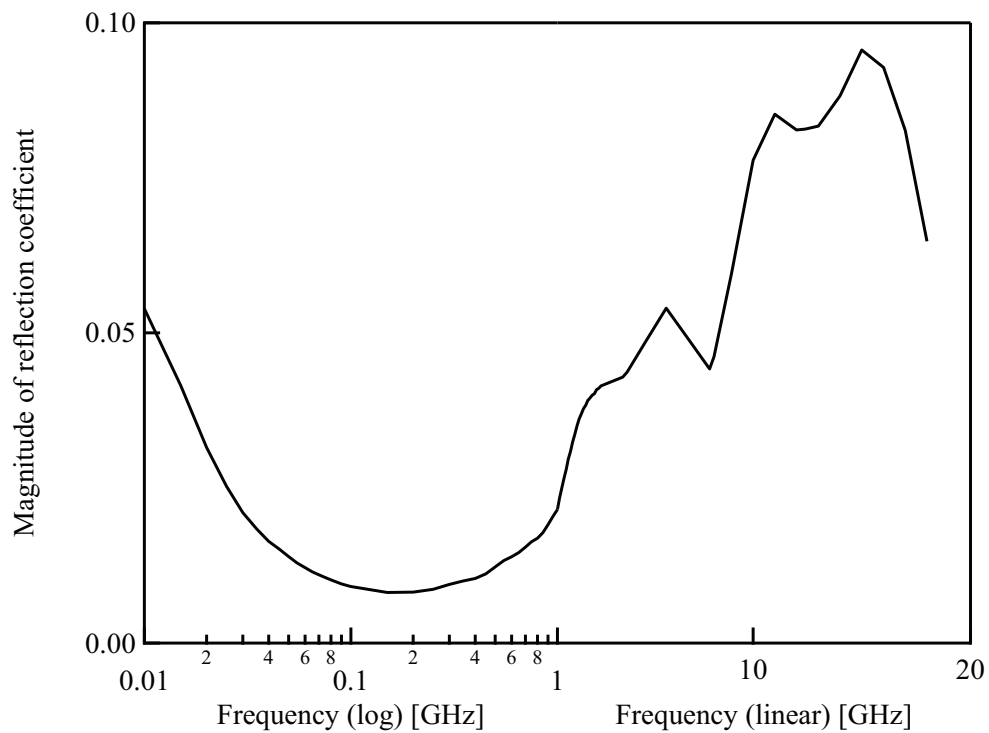


図 1.11 STD の反射係数：VNA による測定。STD は N 型コネクタを有するサーミスタ式高周波電力計。

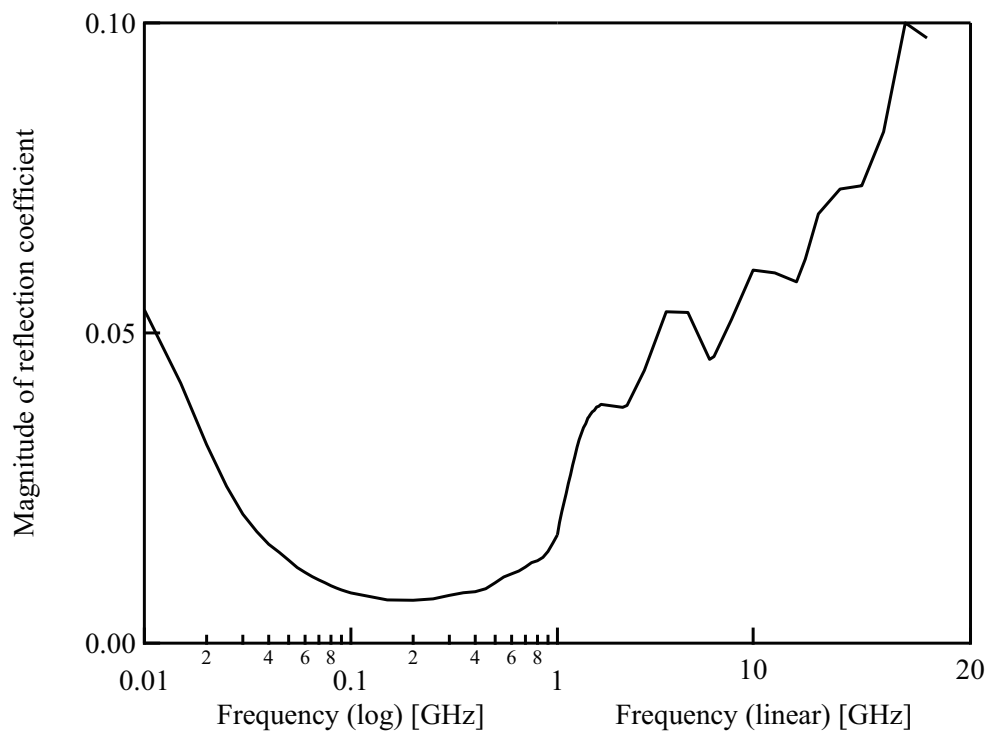


図 1.12 DUT の反射係数 : VNA による測定。DUT は N 型コネクタを有するサーミスタ式高周波電力計。

表 1.4 7 mm 同軸比較校正システムの不確かさバジェット

N 型、18 GHz

入力量 x_i	要因	標準不確かさ $u(x_i)$	感度係数 $c_i = \partial K_u / \partial x_i$	$ c_i u(x_i) $	
K_s	上位校正の不確かさ	0.0055	0.997	0.0055	
P_{ds}/P_{ms}	指示計の最小桁	5.8×10^{-5}	-11.9	6.9×10^{-4}	
P_{du}/P_{mu}	指示計の最小桁	5.8×10^{-5}	11.9	6.9×10^{-4}	
M	Γ_{ge3}	VNA の不確かさ	0.0035	0.0617	2.2×10^{-4}
	Γ_s	VNA の不確かさ	0.0035	0.0524	1.7×10^{-4}
	Γ_u	VNA の不確かさ	0.0035	0.0524	1.8×10^{-4}
K_u	平均値の標準偏差	5.2×10^{-4}	1	5.2×10^{-4}	
合成標準不確かさ $u(K_u)$				0.0056	
拡張不確かさ ($k = 2$)				0.0112	

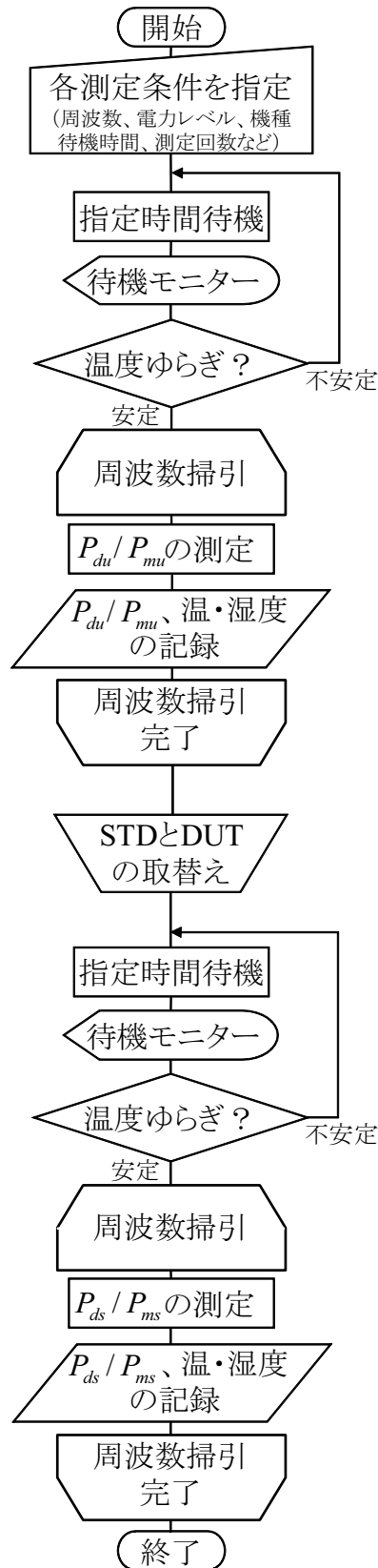


図 1.13 比較校正プログラムの工程表：DUT を接続した状態でプログラムを開始する。待機時間は通常 10 分程度に設定する。

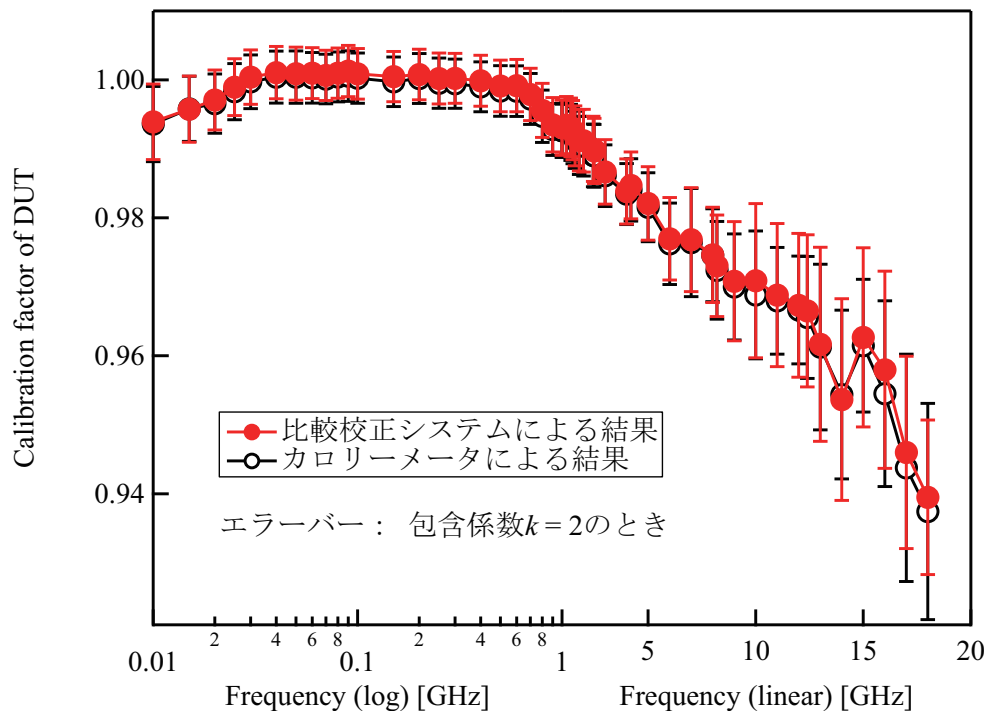


図 1.14 DUT の校正係数：赤点は比較校正システムによる校正結果、白抜きの点はカロリメータで直接校正した結果。各エラーバーは包含係数 $k = 2$ の拡張不確かさを示す。

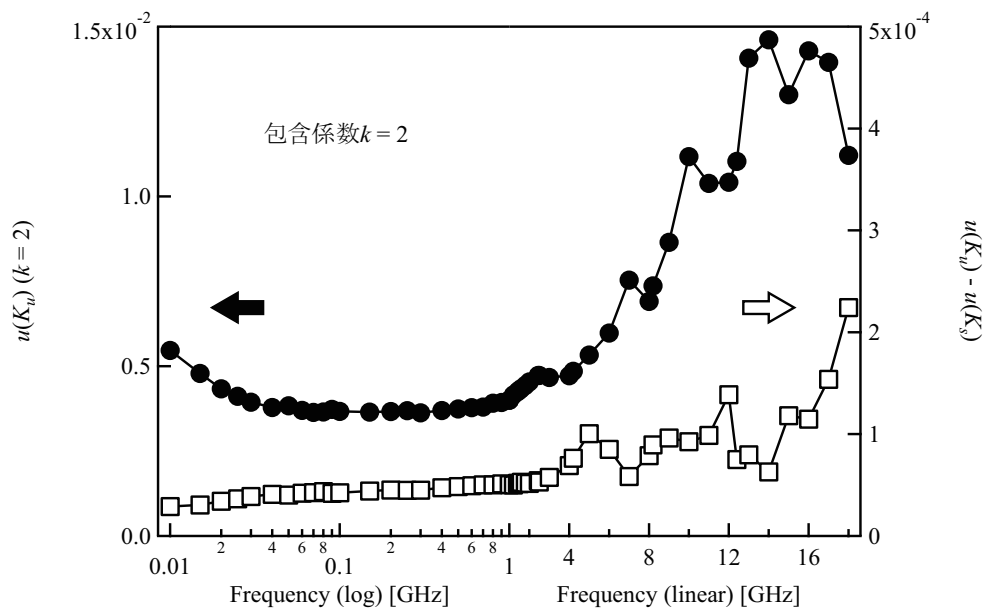


図 1.15 DUT の不確かさ：7 mm 比較校正システムを用いた校正による DUT の拡張不確かさ ($k = 2$) を黒丸で示す。白抜きの四角は DUT と STD の拡張不確かさの差、つまり比較校正による不確かさの増大を示す。

1.3.3 カロリメータ

1.3.2 節のような比較校正では STD としてトレーサビリティ体系における上位の標準器が使用されるが、我が国最上位の高周波電力標準である特定標準器にはカロリメータ方式電力測定装置が指定されている。カロリメータ方式とはその名の通り熱測定に基づく方法で、現在、高周波電力の測定標準としては最も一般的に用いられている方法である [24, 29, 30]。カロリメータ方式の基本原理は、電磁波のエネルギーを負荷などの吸収体によって熱エネルギーに変換し、それと等価な直流エネルギーと比較するというものである [31–33]。従ってこれは、熱を仲介して、高周波電力を直流電力に変換することになる。一方、直流電力はジョセフソン効果による直流電圧標準と量子ホール効果による抵抗標準によって精密な標準が供給され、高周波電力測定に対して十分な精度で測定することが可能である [34]。これと並んで、マイクロカロリメータ方式も高周波電力の測定標準として実用的である。マイクロカロリメータ方式はカロリメータの電磁波吸収用負荷を、発熱による抵抗の変化量から吸収した高周波電力測定を行うボロメータ [35–38] に置き換えたものである。これはカロリメータ方式による検出器と比べて感度、安定度、再現性などに優れている反面、反射係数が高く周波数特性が悪いという特徴がある。

ここでカロリメータの一例として、現在 NMIJ が所有する我が国における高周波電力標準の特定標準器であるカロリメータ方式電力測定装置のブロック図を図 1.16 に示す。本カロリメータは取替え同時比較方法に基づく構造を有し、パワースプリッタで二分割された信号をモニター電力計および高周波電力測定部に伝送し、それぞれについて測定を行う。図 1.17 に、カロリメータの電力測定部の拡大図を示す。負荷、ヒーター、冷却素子、温度差検出素子、温度基準ブロックからなる電力測定部はテストポートから着脱可能で、これらと DUT を交換することで取替え同時比較方法による比較校正を行う。カロリメータは熱測定を行うため周囲環境の影響を受けやすい。そこで本カロリメータは双子型構造をとり、一方を高周波電力測定に他方を環境温度補正に用いている。両者の熱的な構造はほぼ同じであるがペルチェ素子による検温極性は相反するように接続されているため、総計では環境温度の変化を相殺することができる。さらに熱測定を行う電力測定部は 3 重の断熱ジャケットや、高周波伝送線路からの熱漏れを防ぐために熱伝導率が低く設計された断熱線路によって外部との熱のやりとりを極力防ぐ工夫が施されている。

まず本カロリメータに高周波を入力していない場合を考え、そのときの冷却素子による冷却電力を P_c 、ヒーターで消費する直流電力を P_{h1} とすると、熱平衡状態において両者は、

$$(1 - g_1)P_{h1} = KP_c \quad (1.31)$$

となる。ここで g_1 はヒーターで消費された直流電力の中で温度差検出用素子の温度上昇には寄与せずに外部へ漏洩する電力の割合、 K は冷却電力の中で温度検出用素子の温度降下に寄与する実効的な能率を示す定数である。次に、テストポートに高周波電力 P_{is} を入力し、ヒーターの消費電力を P_{h2} に調整して再び等温制御を行った場合も同様に考えると、熱平衡状態での消費電力の関係式は、

$$(1 - g_1)P_{h2} + (1 - g_2) \left(P_L + \frac{qA}{1 - A} P_{is} \right) = KP_c \quad (1.32)$$

と書ける。ここで、 P_L は負荷で吸収された高周波電力、 g_2 は負荷によって吸収された高周波電力のうち温度差検出用素子の温度上昇には寄与せずに周囲の環境へ漏洩する電力の割合、 A は断熱線路における高周波信号の減衰定数、 q は断熱線路内で発生した熱が負荷に伝わる割合である。 P_L と P_{is} の関係は (1.16) のような実効能率と校正係数の関係に等しいので、カロリメータの電力測定部の反射係数 Γ_{cm} を用いると、

$$P_L = (1 - |\Gamma_{cm}|^2) P_{is} \quad (1.33)$$

となる。また、本カロリメータは、

$$\frac{qA}{1 - A} \ll 1 - |\Gamma_{cm}|^2 \sim 1 \quad (1.34)$$

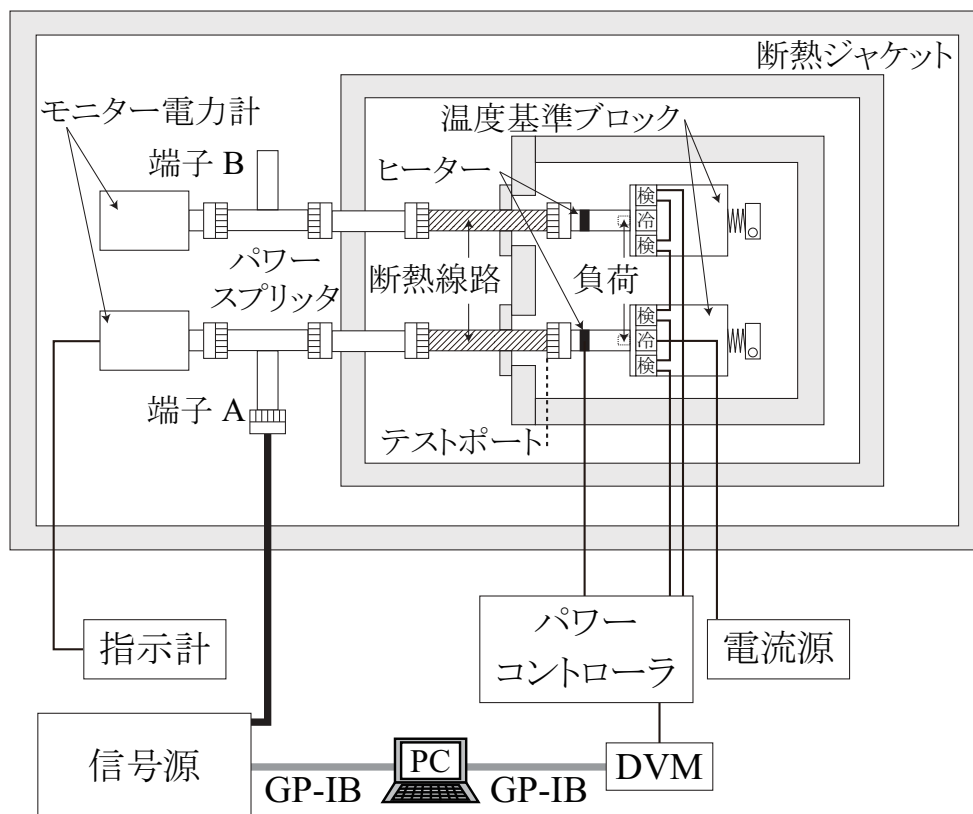


図 1.16 カロリーメータ方式電力測定装置のブロック図：环境温度補正を行うため相反する検温極性を持つ双子型構造をとる。直流ヒーターとベルチェクーラーで等温制御を行い、高周波信号の有無に応じた直流ヒーターの出力差を測定する。

が成り立つように設計されているため、(1.31) から (1.34) より、テストポートへの入射電力 P_{is} は

$$P_{is} = \frac{\kappa}{1 - |\Gamma_{cm}|^2} \left(1 - \frac{qA}{1 - A} \right) (P_{h1} - P_{h2}) \quad (1.35)$$

となる。ここで、 $\kappa = (1 - g_1)/(1 - g_2)$ はヒーターにおいて直流電力によって発生した熱および負荷において高周波電力によって発生した熱それぞれの検出効率の比を表したもので、直流置換係数と呼ばれている。従って、(1.35) からわかるように、カロリーメータへの入射電力は高周波信号の有無に応じた直流ヒーターでの消費電力の差に対して直流置換係数、反射係数、断熱線路における損失と熱伝導などの補正を行うことで得られる。

ここでは詳細を省くが、マイクロカロリーメータ方式の場合も同様に高周波信号の未入力時と入力時での直流電力の変化量を測定することで高周波電力を得ることができる。但し、その場合の直流電力にはヒーターにかかる直流電力に加えてポロメータ素子にかかる抵抗測定用の直流電力も含まれる [39-41]。

以下に、7 mm 同軸のカロリーメータ型電力測定装置に関する (1.35) の各パラメータ評価の詳細を解説し [33]、さらにそれらと比較校正を合わせた測定能力を示す。

直流置換係数： κ

直流置換係数 κ は周波数依存性が微小であることを仮定し、負荷に直流電力を入力したときの消費電力とそれに対応するヒーターで消費する直流電力の変化量との比から求められる。この場合、印加した直流の極性によって生じる偏差を取り除くために印加極性を反転させて測定した結果の平均値が採用された。その結果は $\kappa = 1.0060$ でその標準不確

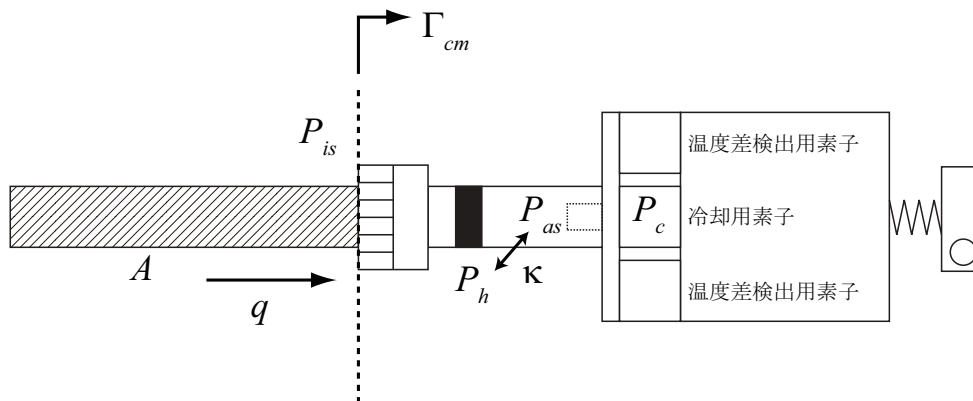


図 1.17 カロリーメータの電力測定部：反射係数、断熱線路における損失とその熱伝導、直流置換係数などを補正することで、高周波電力を直流電力に交換する。

かさは 0.0009 であった。

超過加熱効率： q

断熱線路で発生した熱が負荷に伝導する割合 q は、テストポートと負荷の間を金薄膜で塞ぎ、電磁波の入力を遮断することで測定できる。測定は低周波帯と高周波帯について行い、それらの平均値から $q = 0.165$ およびその標準不確かさ 0.0098 が見積もられた [42]。

断熱線路における損失： A

断熱線路における損失 A は、断熱線路挿入前後の出力を高周波電力計で測定することで評価できる。その周波数特性は最小二乗法による 5 次多項式で補完され、10 MHz から 18 GHz までの範囲で 0.005 から 0.035 程度であった。標準不確かさには近似と実測値の差や高周波電力計の非線形性などが対応するが、それらの大きさは周波数によって異なり、例えば、周波数 10 GHz においてそれぞれ 0.00035 および 0.00010 程度である。

反射係数： $|\Gamma_{cm}|$

カロリーメータの電力測定部の反射係数の振幅 $|\Gamma_{cm}|$ は VNA で測定できる。その値は 10 MHz から 18 GHz までの周波数範囲で概ね 0.025 以下で、その不確かさは 0.003 である。

標準電力： $(P_{h1} - P_{h2})$

標準電力 $(P_{h1} - P_{h2})$ はヒーターの直流電圧と抵抗から定まるが、(1.35) における $\kappa(P_{h1} - P_{h2})$ の積としてはヒーターの抵抗値は打ち消されてしまうため、測定値には影響しない。従って、標準電力 $(P_{h1} - P_{h2})$ には直流電圧測定の不確かさのみが影響し、その大きさは 1 mW を測定した場合、0.00016 mW 程度である。

高周波電力計の校正

以上のように評価したパラメータの推定値と不確かさに加えて、1.3.2 節で解説した取替え同時比較方法を用いてカロリーメータ型電力測定装置による高周波電力計の校正を行うことができる。図 1.10 の結果はその一例である。校正に伴う不確かさは周波数の他にも、測定環境や DUT の特性にも依存する。そこで実現可能な限りでほぼ理想的な環境条件および DUT を用いて校正を実施したとき得られた典型的な測定の不確かさを校正測定能力として、その値を

表 1.5 に示す。これらの不確かさは 7 mm 同軸カロリメータ型電力測定装置を用いて 1 mW のレベルで校正を行った場合の最小の値として登録されているため、NMIJ においてこれらを下回る不確かさで校正証明書を発行することはできない。従って、これらの不確かさが現行のカロリメータ方式に基づいた高周波電力標準の最高レベルの精度であり、新方式の標準開発に当たって 1 つの指標となる値である。

表 1.5 7 mm 同軸カロリメータ型電力測定装置による校正測定能力

種類	校正測定能力			
	校正対象	校正範囲	周波数範囲	相対拡張不確かさ ($k = 2$)
高周波 電力	同軸 7 mm 高周波電力計	校正係数 : 0.9 ~ 1 レベル : 1 mW	10 MHz	0.35 %
			10 MHz 超え 6 GHz 以下	0.40 %
			6 GHz 超え 11 GHz 以下	0.60 %
			11 GHz 超え 13 GHz 以下	0.70 %
			13 GHz 超え 16 GHz 以下	1.00 %
			16 GHz 超え 18 GHz 以下	1.20 %

1.3.4 諸外国における高周波電力標準の供給状況

本節において、我が国を含めた諸国の国家計量標準機関における高周波電力に関する標準供給の現状を、対象とする同軸コネクタおよび導波管フランジの形状、周波数範囲、電力レベル、不確かさなどを中心に調査した結果を示す。以下の調査結果は、2013 年 6 月現在における BIPM の国際データベース (KCDB^{*29}) の中の校正測定能力 (CMCs^{*30}) [43] と各機関のウェブページ [44-51] に記載された内容を基にまとめたものである。

オーストラリア : NMIA (National Metrology Institute , Australia)

- 形状 : 同軸 (PC-7, Type-N, 3.5 mm, 2.9 mm, 2.4 mm)、導波管 (X, Ku, K, Ka)
- 周波数 : 100 kHz - 40 GHz
- 電力レベル : 1 μ W - 10 mW (50 MHz では 100 mW まで)
- 相対拡張不確かさ : 0.3 % - 1.4 % ($k = 2$)

カナダ : NRC (National Research Council)

- 形状 : 同軸、導波管 (WR-90, WR-62, WR-42, WR-28, WR-22)
- 周波数 : 100 kHz - 50 GHz
- 電力レベル : 1 μ W - 10 mW
- 相対拡張不確かさ : 1 % - 2 % ($k = 2$)

^{*29} Key Comparison DataBase

^{*30} Calibration and Measurement Capabilities

中国：NIM (National Institute of Metrology)

- 形状：同軸 (Type-N, GR900)、導波管 (R100, R320)
- 周波数：10 MHz - 18 GHz, 26.5 GHz, 33 GHz, 35 GHz, 39 GHz
- 電力レベル：1 mW - 10 mW
- 相対拡張不確かさ：1 % - 3 % ($k = 2$)

チェコ：CMI (Czech Metrology Institute)

- 形状：同軸 (N, PC-7, PC-3.5, PC-2.4)、導波管 (R100, R140, R320)
- 周波数：0 Hz - 40 GHz
- 電力レベル：100 pW - 100 W
- 相対拡張不確かさ：0.4 % - 6.5 % ($k = 2$)

フランス：LNE (Laboratoire national de métrologie et d'essais)

- 形状：同軸、導波管
- 周波数：9 kHz - 40 GHz, 42 GHz - 48 GHz, 60 GHz - 64 GHz, 93 GHz - 96 GHz
- 電力レベル：1 nW - 100 W
- 相対拡張不確かさ：0.2 % - 9.6 % ($k = 2$)

ドイツ：PTB (Physikalisch-Technische Bundesanstalt)

- 形状：同軸 (N, PC-7, G900, PC-3.5, PC-2.92, PC-2.4)、導波管 (R100, R140, R220, R320, R400, R900)
- 周波数：0 Hz - 50 GHz, 75 GHz - 110 GHz
- 電力レベル：1 mW - 10 mW
- 相対拡張不確かさ：0.2 % - 1.5 % ($k = 2$)

インド：NPLI (National Physical Laboratory of India)

- 形状：同軸 (Type-N, PC-7)
- 周波数：1 MHz - 18 GHz
- 電力レベル：0.01 mW - 100 mW
- 相対拡張不確かさ：0.2 % - 1.5 % ($k = 2$)

イタリア：INRIM (Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica)

- 形状：同軸 (Type-N, PC-3.5)
- 周波数：0 Hz - 26.5 GHz
- 電力レベル：0.1 mW - 100 mW
- 相対拡張不確かさ：0.4 % - 4 % ($k = 2$)

日本 : NMIJ (National Metrology Institute of Japan)

- 形状 : 同軸 (Type-N, PC-7, PC-3.5, PC-2.92, PC-2.4)、導波管 (X, V, W)
- 周波数 : 100 kHz - 1 MHz, 10 MHz - 110 GHz
- 電力レベル : 0.1 mW - 10 mW
- 相対拡張不確かさ : 0.34 % - 3.5 % ($k = 2$)

韓国 : KRISS (Korea Research Institute of Standards and Science)

- 形状 : 同軸 (Type-N, PC-7)、導波管
- 周波数 : 100 kHz - 40 GHz
- 電力レベル : 1 μ W - 50 W
- 相対拡張不確かさ : 1 % - 1.5 % ($k = 2$)

マレーシア : NML-SIRIM (National Metrology Laboratory, SIRIM Berhad)

- 形状 : 同軸 (Type-N, PC-7)
- 周波数 : 10 MHz - 18 GHz
- 電力レベル : 1 mW - 50 W
- 相対拡張不確かさ : 0.8 % - 2.4 % ($k = 2$)

メキシコ : CENAM (Centro Nacional de Metrologia)

- 形状 : 同軸 (Type-N)
- 周波数 : 10 MHz - 18 GHz
- 電力レベル : 1 nW - 25 W
- 相対拡張不確かさ : 0.37 % - 1.9 % (大電力の場合は最大 25 %) ($k = 2$)

ロシア : VNIIFTRI (Institute for Physical-Technical and Radiotechnical Measurements, Rosstandart)

- 形状 : 同軸 (Type-N, SMA, BNC, 16/6.95 mm, 16/4.6 mm)、導波管 (72/34 mm, 58/25 mm, 48/24 mm, 35/15 mm, 23/10 mm, 16/8 mm, 11/5.5 mm, 7.2/3.4 mm, 5.2/2.6 mm, 3.6/1.8 mm)
- 周波数 : 10 MHz - 78 GHz
- 電力レベル : 10^{-15} W - 100 W
- 相対拡張不確かさ : 0.8 % - 2.5 % (微小電力の場合は最大 12 %) ($k = 2$)

南アフリカ : NMISA (National Metrology Institute of South Africa)

- 形状 : 同軸 (Type-N, PC-7, PC-3.5)、導波管 (WG22)、平衡線路 (CF)
- 周波数 : 100 kHz - 40 GHz
- 電力レベル : 0.1 μ W - 100 W
- 相対拡張不確かさ : 0.9 % - 6 % ($k = 2$)

ウクライナ：NSCIM (National Scientific Center - Institute of Metrology)

- 形状：同軸、導波管
- 周波数：30 MHz - 18 GHz, 37.5 GHz - 178.6 GHz
- 電力レベル：1 mW - 10 mW
- 相対拡張不確かさ：0.5 % - 1.5 % ($k = 2$)

英国：NPL (National Physical Laboratory)

- 形状：同軸 (14 mm, Type-N, PC-7, 3.5 mm, 2.4 mm)、導波管 (WG16, R100, WR90, WG18, R140, WR62, WG20, R220, WR42, WG22, R320, WR28, WG23, R400, WR22, WG25, R620, WR15, WG27, R900, WR10)
- 周波数：0 Hz - 110 GHz
- 電力レベル：0.1 mW - 10 mW
- 相対拡張不確かさ：0.4 % - 5 % ($k = 2$)

アメリカ合衆国：NIST (National Institute of Standards and Technology)

- 形状：同軸 (Type-N, PC-7, 3.5 mm, 2.92 mm, 2.4 mm)、導波管 (WR90, WR62, WR42, WR28, WR22, WR15, WR10)
- 周波数：0.1 MHz - 98 GHz
- 電力レベル：1 mW - 10 mW
- 相対拡張不確かさ：0.24 % - 3.1 % ($k = 2$)

各国における標準供給状況のまとめ

以上の結果を周波数範囲に注目して図 1.18 にまとめた。灰色の棒グラフは BIPM の KCDB に登録されているものであり、白い棒グラフは KCDB には未登録であるが校正サービスを実施しているものである。各国において、同軸 7 mm に対する 10 MHz から 18 GHz の範囲を中心として高・低周波数側への拡張が行われていることがわかる。勿論、これらの情報だけで各国の技術力を単純に比較することはできないが、供給範囲の広さではアメリカの NIST、英国の NPL、ドイツの PTB、そして我が国の NMIJ が先行している様である。また、170 GHz を超える周波数について独自の技術を持つウクライナの NSCIM も注目すべきである。

各国が扱う電力レベルも様々であるが機関によっては高周波電力計の線形性を別途評価するシステムを持っている可能性があるため、これについても単純に比較することはできない。例えば我が国では高周波電力と高周波減衰量の標準を個別に開発し、それらを組み合わせることで微小電力や大電力を評価するという体制を敷いている。

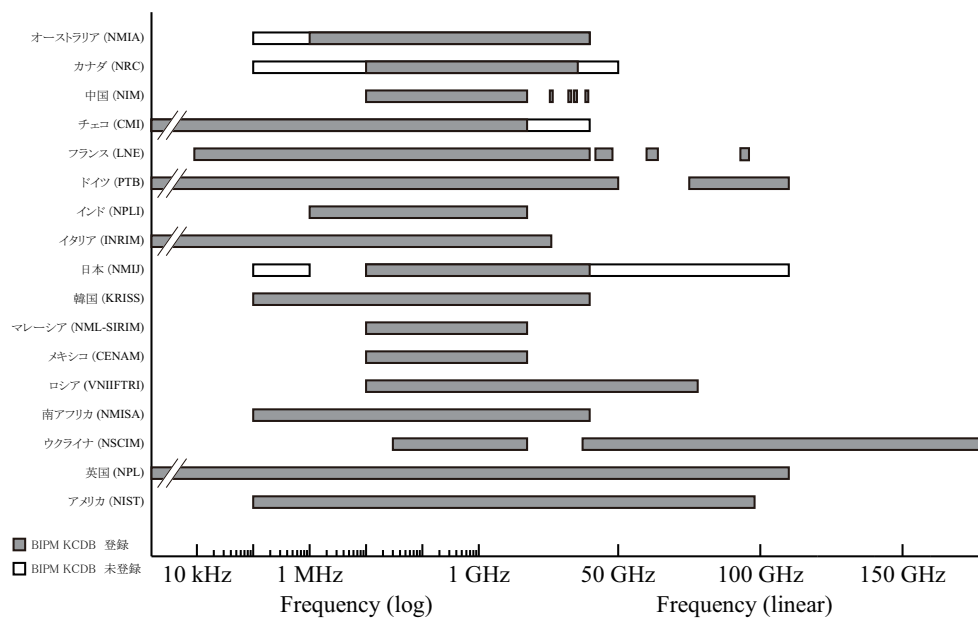


図 1.18 各国の高周波電力標準供給状況：BIPM の KCDB に登録されている範囲を灰色で、未登録の範囲を白色で示した。

第 2 章

次世代型マイクロ波電力測定

第 1 章において現行のマイクロ波電力標準は熱測定によって直流電力と交換するカロリメータ方式に基づくことを説明した。本章では、新方式によるマイクロ波電力標準について述べる。新方式とは原子のラビ周波数に基づくものであり、まずその基本原理を 2.1 節において説明した後、他の研究グループにおける数件の先行研究を 2.2 節から 2.4 節において紹介する。さらにそれらを踏まえて、本研究の要点とコンセプトを 2.5 節で述べる。

2.1 ラビ周波数

まず二準位原子と電磁波によるコヒーレント相互作用を記述するために、その波動関数 $|\psi\rangle$ に対する時間依存型の Schrödinger 方程式

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = \mathcal{H} |\psi\rangle \quad (2.1)$$

を考える。ここで i は虚数単位、 t は時間、 \hbar は換算プランク定数である。また、系のハミルトニアン \mathcal{H} は無摂動ハミルトニアン \mathcal{H}_0 と摂動ハミルトニアン $\mathcal{H}'(t)$ を用いて

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}'(t) \quad (2.2)$$

と書くことができる。さらに状態 $|\psi\rangle$ は、時間を含まない固有状態 $|1\rangle$ および $|2\rangle$ を用いて、

$$|\psi\rangle = c_1(t) |\psi_1\rangle + c_2(t) |\psi_2\rangle \quad (2.3)$$

$$|\psi_1\rangle = e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t} |1\rangle \quad (2.4)$$

$$|\psi_2\rangle = e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t} |2\rangle \quad (2.5)$$

である。 $c_1(t)$ と $c_2(t)$ は固有状態 $|\psi_1\rangle$ と $|\psi_2\rangle$ の確率振幅を示す。 E_1 と E_2 は各状態の固有エネルギーであり、 $E_1 < E_2$ とする。従って無摂動の場合、Schrödinger 方程式は各状態に対して、

$$\mathcal{H}_0 |\psi_1\rangle = E_1 |\psi_1\rangle \quad (2.6)$$

$$\mathcal{H}_0 |\psi_2\rangle = E_2 |\psi_2\rangle \quad (2.7)$$

となる。

一方、摂動ハミルトニアンは原子の磁気モーメント μ と電磁波の磁場 $H_\omega(t)$ による相互作用で与えられるため、真空の透磁率を μ_0 とすれば、

$$\mathcal{H}'(t) = -\mu_0 \mu \cdot H_\omega(t) \quad (2.8)$$

である。ここで $H_\omega(t)$ は周波数 ω で振動する磁場を示すため、

$$H_\omega(t) = \frac{1}{2} (H e^{i\omega t} + H^* e^{-i\omega t}) \quad (2.9)$$

と書ける。ここで H はマイクロ波の磁場の振幅を表すベクトルであり、単位ベクトル e_x 、 e_y 、 e_z を基底とする直交座標系では、

$$\mathbf{H} = H_x \mathbf{e}_x + H_y \mathbf{e}_y + H_z \mathbf{e}_z \quad (2.10)$$

と表せる。一方、

$$\begin{cases} \mathbf{e}_\pi = \mathbf{e}_x & (q = 0) \\ \mathbf{e}_{\sigma+} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_y + i\mathbf{e}_z) & (q = 1) \\ \mathbf{e}_{\sigma-} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_y - i\mathbf{e}_z) & (q = -1) \end{cases} \quad (2.11a)$$

$$\quad (2.11b)$$

$$\quad (2.11c)$$

を基底にとって、

$$\mathbf{H} = H_\pi \mathbf{e}_\pi + H_{\sigma+} \mathbf{e}_{\sigma+} + H_{\sigma-} \mathbf{e}_{\sigma-} \quad (2.12)$$

と表すこともできる。ここで、 $q = 0$ と定義した (2.11a) は x 軸に平行な直線偏波 (π 偏波)、 $q = \pm 1$ と定義した (2.11b) および (2.11c) は yz 平面でそれぞれ逆向きに回転する円偏波 (σ 偏波) を示す。また H_π 、 $H_{\sigma+}$ 、 $H_{\sigma-}$ はそれぞれ、

$$\begin{cases} H_\pi = H_x & (q = 0) \\ H_{\sigma+} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(H_y - iH_z) & (q = 1) \\ H_{\sigma-} = \frac{1}{\sqrt{2}}(H_y + iH_z) & (q = -1) \end{cases} \quad (2.13a)$$

$$\quad (2.13b)$$

$$\quad (2.13c)$$

である。

同様に、 $\boldsymbol{\mu}$ は直交座標系において

$$\boldsymbol{\mu} = \mu_x \mathbf{e}_x + \mu_y \mathbf{e}_y + \mu_z \mathbf{e}_z \quad (2.14)$$

で与えられる。従って (2.8) に示した摂動ハミルトニアンは直交座標系を用いれば、

$$\mathcal{H}'(t) = -\frac{\mu_0}{2} \sum_{k=x,y,z} \mu_k (H_k e^{i\omega t} + H_k^* e^{-i\omega t}) \quad (2.15)$$

と表せるが、これを既約テンソル演算子

$$\mu_q^{(1)} = \begin{cases} \mu_x & (q = 0) \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}(\mu_y + i\mu_z) & (q = 1) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\mu_y - i\mu_z) & (q = -1) \end{cases} \quad (2.16a)$$

$$\quad (2.16b)$$

$$\quad (2.16c)$$

を用いて表現すれば、

$$\mathcal{H}'(t) = -\frac{\mu_0}{2} \sum_{q=0,\pm 1} \mu_q^{(1)} (H_q e^{i\omega t} + H_q^* e^{-i\omega t}) \quad (2.17)$$

となる。

また、(2.2) と (2.3) を (2.1) に代入することで、

$$i\hbar \left\{ \frac{dc_1(t)}{dt} |\psi_1\rangle + c_1(t) \frac{\partial}{\partial t} |\psi_1\rangle + \frac{dc_2(t)}{dt} |\psi_2\rangle + c_2(t) \frac{\partial}{\partial t} |\psi_2\rangle \right\} = \{\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}'(t)\} \{c_1(t) |\psi_1\rangle + c_2(t) |\psi_2\rangle\} \quad (2.18)$$

となる。そして、(2.18) の左から $\langle \psi_1 |$ を掛けると、

$$i\hbar \frac{dc_1(t)}{dt} = c_2 \mathcal{H}'_{12}(t) e^{-i\omega_0 t} + c_1 \mathcal{H}'_{11}(t) \quad (2.19)$$

が得られ、さらに (2.18) の左から $\langle \psi_2 |$ を掛けると、

$$i\hbar \frac{dc_2(t)}{dt} = c_1 \mathcal{H}'_{21}(t) e^{i\omega_0 t} + c_2 \mathcal{H}'_{22}(t) \quad (2.20)$$

が得られる。ここで、 ω_0 、 $\mathcal{H}'_{11}(t)$ 、 $\mathcal{H}'_{12}(t)$ 、 $\mathcal{H}'_{21}(t)$ 、 $\mathcal{H}'_{22}(t)$ はそれぞれ、

$$\omega_0 = \frac{E_2 - E_1}{\hbar} \quad (2.21)$$

$$\mathcal{H}'_{11}(t) = \langle 1 | \mathcal{H}'(t) | 1 \rangle = -\frac{\mu_0}{2} \langle 1 | \mu_q^{(1)} | 1 \rangle (H_q e^{i\omega t} + \text{c.c.}) \quad (2.22a)$$

$$\mathcal{H}'_{12}(t) = \langle 1 | \mathcal{H}'(t) | 2 \rangle = -\frac{\mu_0}{2} \langle 1 | \mu_q^{(1)} | 2 \rangle (H_q e^{i\omega t} + \text{c.c.}) \quad (2.22b)$$

$$\mathcal{H}'_{21}(t) = \langle 2 | \mathcal{H}'(t) | 1 \rangle = -\frac{\mu_0}{2} \langle 2 | \mu_q^{(1)} | 1 \rangle (H_q e^{i\omega t} + \text{c.c.}) \quad (2.22c)$$

$$\mathcal{H}'_{22}(t) = \langle 2 | \mathcal{H}'(t) | 2 \rangle = -\frac{\mu_0}{2} \langle 2 | \mu_q^{(1)} | 2 \rangle (H_q e^{i\omega t} + \text{c.c.}) \quad (2.22d)$$

である。

いま、原子とマイクロ波が共鳴状態に近い $\omega_0, \omega \gg \omega - \omega_0$ である場合を考え、(2.19) および (2.20) の中で高速で変化する $e^{\pm i\omega t}$ および $e^{i(\omega+\omega_0)t}$ の項を無視して比較的ゆっくり変化する $e^{i(\omega-\omega_0)t}$ の項のみに着目する回転波近似を適用すれば、

$$\frac{dc_1(t)}{dt} = \frac{i\Omega}{2} c_2 e^{i(\omega-\omega_0)t} \quad (2.23)$$

$$\frac{dc_2(t)}{dt} = \frac{i\Omega^*}{2} c_1 e^{-i(\omega-\omega_0)t} \quad (2.24)$$

が得られる。ここで、

$$\Omega = \frac{\langle 1 | \mu_q^{(1)} | 2 \rangle \mu_0 H_q}{\hbar} \quad (2.25)$$

$$\Omega^* = \frac{\langle 2 | \mu_q^{(1)} | 1 \rangle \mu_0 H_q^*}{\hbar} \quad (2.26)$$

である。いま、 $t = 0$ で $c_1 = 1$ および $c_2 = 0$ という初期条件で (2.24) を解けば、

$$c_2(t) = \frac{i\Omega^*}{\sqrt{(\omega - \omega_0)^2 + |\Omega|^2}} e^{-\frac{i}{2}(\omega - \omega_0)t} \sin \left\{ \frac{\sqrt{(\omega - \omega_0)^2 + |\Omega|^2}}{2} t \right\} \quad (2.27)$$

となる。 $c_2(t)$ は確率振幅であるため、複素共役との積を取ると、

$$|c_2(t)|^2 = \frac{|\Omega|^2}{(\omega - \omega_0)^2 + |\Omega|^2} \sin^2 \left\{ \frac{\sqrt{(\omega - \omega_0)^2 + |\Omega|^2}}{2} t \right\} \quad (2.28)$$

となり、これは初め $|1\rangle$ 状態にあった原子が時刻 t において $|2\rangle$ に遷移する確率を示す。特に二準位原子と電磁波が共鳴し、 $\omega = \omega_0$ であるとき、

$$|c_2(t)|^2 \Big|_{\omega=\omega_0} = \sin^2 \frac{|\Omega|t}{2} \quad (2.29)$$

と書ける。つまり (2.29) は、電磁波との共鳴によって二準位原子の状態は $|1\rangle$ と $|2\rangle$ の間を周波数 $|\Omega|$ で振動することを意味する。 Ω はラビ周波数と呼ばれ、(2.25) や (2.26) から明らかなように、相互作用する磁場の強度振幅に比例することが知られている [52, 53]。従ってこのラビ周波数を用いて、電磁波の強度測定が可能となる。但し、 Ω と H の間

の比例定数が不明であっても磁界センサとして応用できるが、絶対電力測定をおこなう電力計などへの応用を考えた場合、この比例定数の値が必要となる。

各式中の次元に注目すると Ω 、 ω 、 ω_0 は角振動数を表すことは明らかであるが、便宜上、本稿ではこれらをしばしば「周波数」と表現することをここで断っておく。

2.1.1 セシウム原子のラビ周波数

Ω と H の間の比例定数の値についてセシウム原子の基底状態の場合を例に挙げる。セシウム原子の磁気モーメント μ は電子と原子核の磁気モーメント μ_J と μ_I に分けて、

$$\begin{aligned}\mu &= \mu_J + \mu_I \\ &= g_J \mu_B \mathbf{J} + g_I \mu_B \mathbf{I}\end{aligned}\quad (2.30)$$

と書ける。ここで、 \mathbf{J} は電子の全角運動量、 \mathbf{I} は原子核スピン、 μ_B ボーア磁子で電子質量 m_e を用いて、

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}\quad (2.31)$$

である [54, 55]。この値は、 $927.400968(20) \times 10^{-26}$ J/T と知られている [56]。さらに、 ^{133}Cs 原子の基底状態に対して Landé の g 因子 $g_J = 2.00254032(20)$ および原子核の g 因子 $g_I = -0.00039885395(52)$ である [57, 58]。従って、電子の磁気モーメントに対して原子核の磁気モーメントは無視することができ、(2.25) および (2.26) からセシウム原子の基底状態におけるラビ周波数は、 $F = I + J$ の量子数 F および磁気量子数 m_F で状態 $|F m_F\rangle^{*1}$ を表すと、

$$|\Omega| = \left| \frac{\mu_0 \mu_B g_J \langle F' m_{F'} | J_q | F m_F \rangle}{\hbar} H_q \right|\quad (2.32)$$

となる。ここで、 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/A²、 $\hbar = 1.054571726(47) \times 10^{-34}$ Js である [56]。さらに、 $|F m_F\rangle$ は Clebsch-Gordan 係数 $\langle J m_J, I m_I | F m_F \rangle$ を使って、

$$|F m_F\rangle = \sum_{m_J, m_I} \langle J m_J, I m_I | F m_F \rangle |J m_J, I m_I\rangle\quad (2.33)$$

のように量子数 J, m_J, I, m_I で表される状態 $|J m_J, I m_I\rangle$ で展開することができる [59, 60]。但し、Clebsch-Gordan 係数の一般式は、

$$\begin{aligned}\langle J m_J, I m_I | F m_F \rangle &= \delta(m_J + m_I, m_F) \left[(2F + 1) \frac{(J + I - F)!(J - I + F)!(-J + I + F)!}{(J + I + F + 1)!} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &\times \sum_n (-1)^n \frac{[(J + m_J)!(J - m_J)!(I + m_I)!(I - m_I)!(F + m_F)!(F - m_F)!]^{\frac{1}{2}}}{n!(J + I - F - n)!(J - m_J - n)!(I - m_I - n)!(F - I + m_J + n)!(F - J - m_I + n)!}\end{aligned}\quad (2.34)$$

で与えられる。ここで n は階乗の引数が負にならない範囲の整数である。これをセシウム原子の基底状態 $F = 3$ ($m_F = 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3$) および $F = 4$ ($m_F = 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4$) に適応し、それぞれ計算した結果を表 2.1 にまとめた。

一方、 $\mathbf{J} = (J_x, J_y, J_z)$ として x 軸を量子化軸に選び、

$$J_q = \begin{cases} J_x & (q = 0) \\ J_+ = J_y + iJ_z & (q = 1) \\ J_- = J_y - iJ_z & (q = -1) \end{cases}\quad \begin{aligned} &(2.35a) \\ &(2.35b) \\ &(2.35c) \end{aligned}$$

*1 B.1 節を参照。

表 2.1 セシウム原子の基底状態 ($J = \frac{1}{2}, I = \frac{7}{2}$) における Clebsch-Gordan 係数

F	m_F	m_J, m_I															
		$\frac{1}{2}, \frac{7}{2}$	$-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}$	$\frac{1}{2}, \frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}, -\frac{7}{2}$	$-\frac{1}{2}, -\frac{7}{2}$
4	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{7}{8}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{3}{8}}$	$\sqrt{\frac{5}{8}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	0	0	0	0	0	0
	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{5}{8}}$	$\sqrt{\frac{3}{8}}$	0	0	0	0	0
	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0
	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{7}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0
	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	3	0	$-\sqrt{\frac{7}{8}}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{5}{8}}$	$\sqrt{\frac{3}{8}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	0	0	0	0	0	0
	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{3}{8}}$	$\sqrt{\frac{5}{8}}$	0	0	0	0	0
	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	0	0
	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{\frac{7}{8}}$	0

と書けば、これらに対する行列要素はそれぞれ、

$$\langle J m_J, I m_I | J_\pi | J m_J, I m_I \rangle = m_J \quad (2.36)$$

$$\langle J m_J + 1, I m_I | J_+ | J m_J, I m_I \rangle = \sqrt{(J - m_J)(J + m_J + 1)} \quad (2.37)$$

$$\langle J m_J - 1, I m_I | J_- | J m_J, I m_I \rangle = \sqrt{(J + m_J)(J - m_J + 1)} \quad (2.38)$$

のようになる [61]。従って、表 2.1 の係数を用いて (2.32) の $|F m_F\rangle$ を $|J m_J, I m_I\rangle$ で展開し、(2.36) から (2.38) を用いれば、全角運動量の行列要素を計算することができる [62]。この結果を表 2.2 にまとめた。

以上を以って、 ^{133}Cs 原子の基底状態に対してラビ周波数と電磁波の磁場強度の間の比例定数が得られた。つまりこれは、得られた比例定数を用いることで、セシウム原子のラビ周波数から共鳴するマイクロ波の磁場強度の絶対値が測定可能であることを示唆している。

ところで、全角運動量の行列要素は実数である。また H もその位相を $t = 0$ のとき 0 となるように選ぶことで、実

表 2.2 全角運動量行列要素

		$F = 3$						
		$m_F = 3$	$m_F = 2$	$m_F = 1$	$m_F = 0$	$m_F = -1$	$m_F = -2$	$m_F = -3$
$F = 4$	$m_F = 4$	$-\sqrt{\frac{7}{8}}$	0	0	0	0	0	0
	$m_F = 3$	$\frac{\sqrt{7}}{8}$	$-\sqrt{\frac{21}{32}}$	0	0	0	0	0
	$m_F = 2$	$\frac{1}{\sqrt{32}}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\sqrt{\frac{15}{32}}$	0	0	0	0
	$m_F = 1$	0	$\sqrt{\frac{3}{32}}$	$\frac{\sqrt{15}}{8}$	$-\frac{\sqrt{5}}{4}$	0	0	0
	$m_F = 0$	0	0	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{4}$	0	0
	$m_F = -1$	0	0	0	$\frac{\sqrt{5}}{4}$	$\frac{\sqrt{15}}{8}$	$-\sqrt{\frac{3}{32}}$	0
	$m_F = -2$	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{15}{32}}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$-\frac{1}{\sqrt{32}}$
	$m_F = -3$	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{21}{32}}$	$\frac{\sqrt{7}}{8}$
	$m_F = -4$	0	0	0	0	0	0	$\sqrt{\frac{7}{8}}$

数とすることができる。これによって、

$$\Omega = \Omega^* \quad (2.39)$$

のように Ω を実数とすることができる。以下、 Ω は実数として扱う。

2.2 Camparo 等の研究

アメリカ Aerospace 社の J. C. Camparo 氏のグループはラビ周波数とマイクロ波強度に関する先駆的な研究を行った。彼等は位相変動する電磁波に対する原子の応答についての研究を行い、それがラビ周波数との共鳴によって強調されることを発見した [63]。つまり、特定の状態にある原子数の変動から原子集団のラビ周波数を計測することが可能となる。彼のグループはこれを利用してルビジウム原子のラビ周波数によるマイクロ波発信器の強度安定化などを行い [64–66]、これをアトミックキャンドル^{*2}と名付けた。

彼等の実験の概要は図 2.1 の通り、ガラスセルに封入した ^{87}Rb 原子気体を TE_{011} モードを許容する円筒型マイクロ波共振器内に挿入し、基底状態の超微細構造 $|F=1\rangle \leftrightarrow |F=2\rangle$ と共鳴する 6.8 GHz のマイクロ波を照射した。さらに $5S_{1/2} |F=2\rangle \leftrightarrow 5P_{1/2}$ 間遷移に相当する波長 795 nm のレーザーをプローブ光として用い、レーザーとマイクロ波による二重共鳴^{*3}を行った。この状態においてマイクロ波に周波数変調を印加し、変調周波数との共鳴から超微細構造間のラビ振動を観測した。[64] より引用したこの結果を図 2.2 に示す。図はマイクロ波に印加した周波数変調によって生じたレーザー光強度変調の高調波振幅と照射したマイクロ波の強度との関係を示したもので、特筆すべきは横軸におけるこの信号のピーク位置が変調周波数との共鳴条件から得られる 714 Hz のラビ周波数に相当するというのである。従って、図 2.2 の信号のピーク位置において周波数とマイクロ波の強度が結び付けられたことになる。この信号の 1 次微分などをエラー信号として用いてマイクロ波発信器に帰還すればマイクロ波強度の安定化が可能である。アトミックキャンドルによるマイクロ波強度安定化の結果は、 10^{-6} 程度と報告されている [65]。また彼等は他にも、アトミックキャンドルを吸収係数および屈折率測定にも応用している [67]。

しかし上記の成果は周波数とマイクロ波強度の相対的变化を関連付けたものであり、マイクロ波電力の絶対値測定には至っていないのが現状である。これはマイクロ波強度安定化自体が元々の彼等の研究動機であるというのも理由の一つであろうが、ラビ周波数から実用的なマイクロ波強度の絶対値を正確に知るためには使用した共振器の特性評価をす

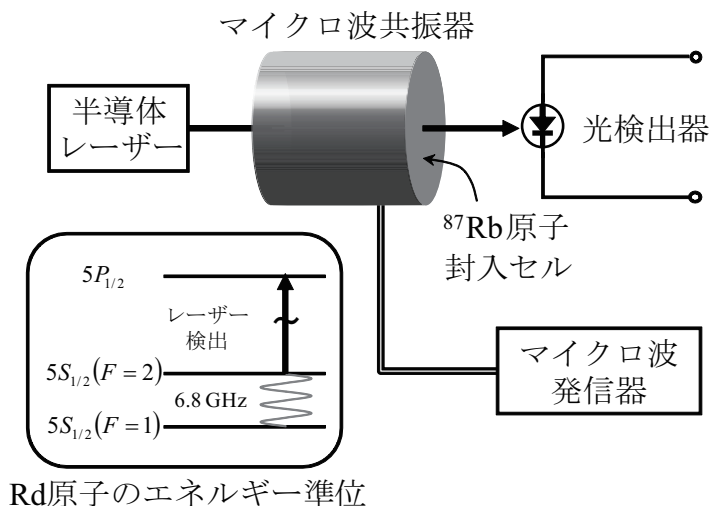


図 2.1 Camparo 等の実験の簡略図：ルビジウム気体を封入したガラスセルをマイクロ波共振器内に挿入し、マイクロ波による基底状態の超微細構造間のラビ振動をレーザーで観測する。この図は [64] を参考に作図した。

*2 詳細は第 4 章で述べる。

*3 詳細は第 3 章で述べる。

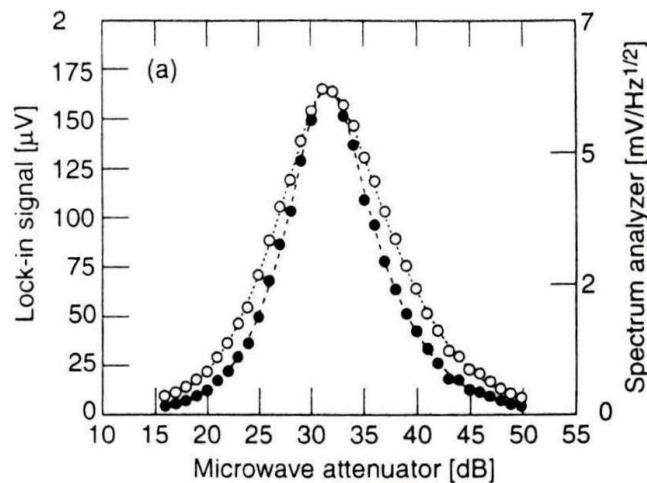


図 2.2 Camparo 等によるラビ共鳴：横軸上の信号のピーク位置においてラビ周波数とマイクロ波強度を関連付けることができる。この図は [64] より引用した。白抜き丸はスペクトラムアナライザによる測定結果、黒丸はロックインアンプによる測定結果であるが、どちらも本質的な意味に変わりはない。

るなど高度なマイクロ波解析が必要となることが大きな課題となっているためと推測される。

2.3 Michaud 等の研究

ガラスセル中の常温原子集団を用いた Camparo 氏等の実験に対し、カナダの国家計量標準機関である NRC の A. Michaud 氏等はレーザー冷却されたルビジウム原子を用いてラビ周波数によるマイクロ波強度測定の研究を行った [68–70]。この実験の概略図を図 2.3 に示す。彼等は磁気光学トラップにより冷却した ^{87}Rb 原子を自由落下させ、通路用の穴を開けたマイクロ波導波管内を通過させた。導波管内で 6.8 GHz のマイクロ波と相互作用させ、状態遷移した原子数を下方に設けたレーザーによる蛍光で計測した。従って、共鳴させるマイクロ波の強度を掃引し、ルビジウム原子のレーザー励起による蛍光強度を解析することでラビ周波数を得ることができる。Camparo 氏等の実験や後述の Crowley 氏等の実験とは異なり、Michaud 氏等の実験の特徴はマイクロ波共振器を用いず、導波管内の進行波を利用していることである。これによって、マイクロ波特性の解析などを省き、精度よく実用的なマイクロ波電力測定の実現が期待される。このラビ振動の様子を [69] より引用し、図 2.4 に示した。この振動は相互作用時間を固定した場合の (2.29) に対応するため、各点における位相からラビ周波数を推定することでマイクロ波強度を計算することができる。このようにして得られたマイクロ波電力の不確かさは、[69] によると、10 % 程度であり、その主な要因は導波管内を原子集団が通過する時間の見積もりや参照用マイクロ波電力の測定などに伴う不確かさであった。

2.4 Crowley 等の研究

Michaud 氏等と同じくアメリカの国家計量標準機関である NIST の T. P. Crowley 氏等はレーザー冷却されたセシウム原子を用いて実験を行った [71]。この実験の概要を図 2.5 に示す。彼のグループは、時間標準に用いられる原子泉型セシウム原子時計を利用して、磁気光学トラップにより冷却されたセシウム原子を鉛直方向に打ち上げ、その飛行管路中に設置したマイクロ波共振器内において 9.2 GHz のマイクロ波で基底状態超微細構造を励起した。その後、落下

途中で状態遷移した原子数を検出用レーザーで計測し、そのマイクロ波強度依存性からラビ振動を得た。尚、原子泉型原子時計を時間周波数標準に用いる場合は、打ち上げた原子を上昇と落下時において計 2 回マイクロ波と相互作用をさせる所謂 Ramsey 共鳴を利用するが、この場合は落下時にマイクロ波の出力を切断し、上昇時にのみ相互作用させた。この実験により得られたラビ振動の様子を [71] より引用し、図 2.6 に示した。図 2.4 の場合と同様に、この振動を (2.29) と対応させてマイクロ波電力を得ることができる。[71] によれば、このラビ振動を利用して得られたマイクロ波電力の絶対値と従来の方法によって得られた値との差はおよそ 5 % 程であった。但し、この測定の不確かさも 5 % を超えるもの^{*4}であったため不確かさの範囲内で両者は一致していたと言える。この不確かさの要因としてマイクロ波共振器の温度の不安定さ、伝送線路や共振器の特性解析の困難さなどが挙げられているが、現時点ではそれらの具体

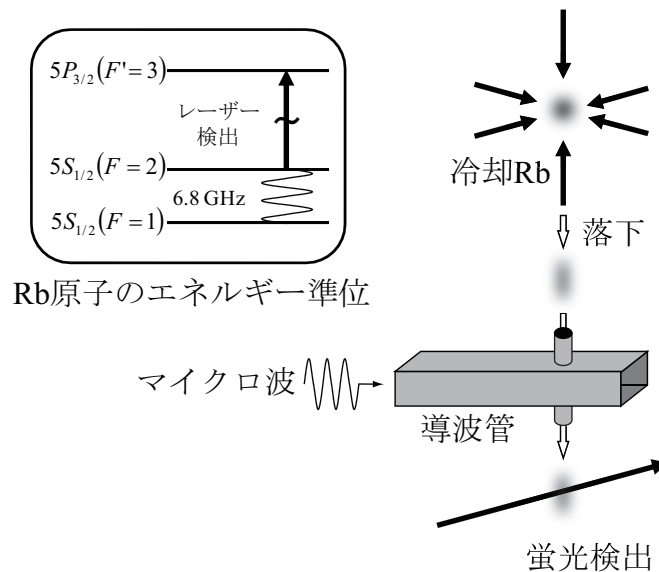


図 2.3 Michaud 等の実験の簡略図：磁気光学トラップにより冷却したルビジウム原子を自由落下させ、穴空き導波管を通過中にマイクロ波と相互作用させる。この図は [69] を参考に作図した。

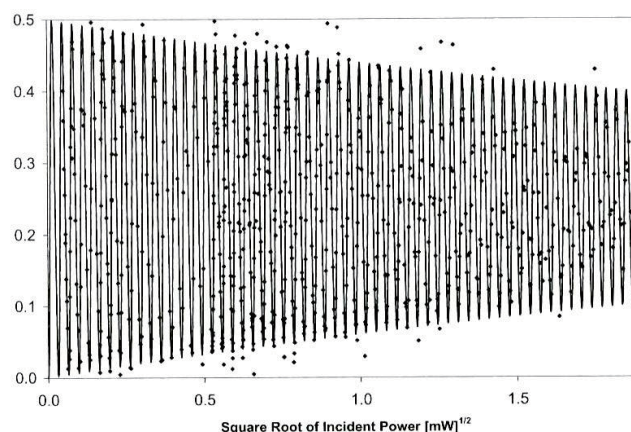


図 2.4 Michaud 等によるラビ振動の観測：マイクロ波の強度によりルビジウム原子の遷移確率が振動する様子が観測された。この図は [69] より引用した。

^{*4} 不確かさの具体的な数値までは示されていない。

的な評価までには至っていない。

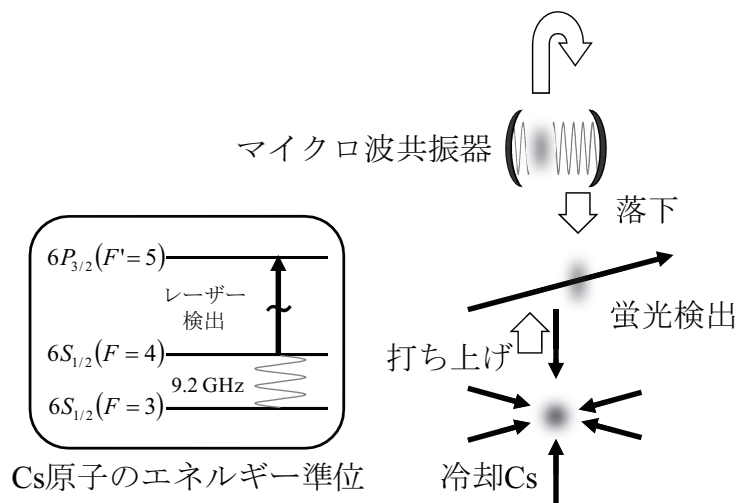


図 2.5 Crowley 等の実験の簡略図：実験には原子泉型セシウム原子時計を利用した。レーザー冷却されたセシウム原子を打ち上げ中にマイクロ波で励起し、そのラビ周波数を測定した。この図は [71] を参考に作図した。

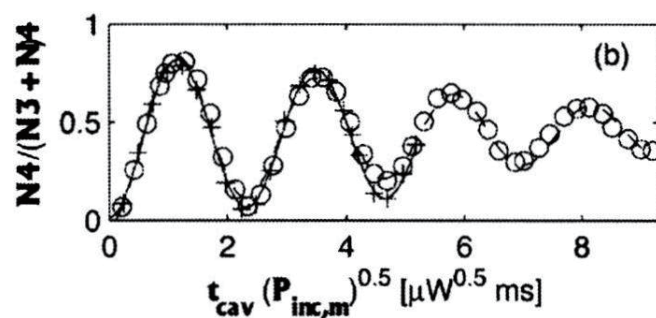


図 2.6 Crowley 等によるラビ振動の観測：励起された原子数がマイクロ波の強度に対して振動している。この図は [71] より引用した。

2.5 本研究の目的

2.5.1 ラビ周波数を用いたマイクロ波電力測定の利点

量子力学的現象は計量標準と非常に相性が良く、その代表例が時間周波数標準である。1.1.1 節で述べた通り、現在はセシウム原子の共鳴周波数によって定義され、原子時計によって極めて精密な測定が実現されている。その精度は 10^{-16} 台にも達し [72]、これは現在の計量標準の中でも抜群の精度を誇っている。さらに時間周波数は他の物理量の計量標準も支え、例えば長さは光速度を基準に定義されているため光の波長などを参照して測定できる。また、直流電圧はジョセフソン効果により周波数を参照して測定が可能である。このように量子力学的現象を用いて周波数測定を基準とした計量標準にはいくつかの成功例があるため、周波数測定を基準としたマイクロ波電力標準が期待されることもごく自然な傾向と言える。

ラビ周波数を用いたマイクロ波電力測定にはカロリメータのような熱型の測定と比べて、具体的に以下のような利点があると考えられる。

信頼性が高い 原子の構造を参照してマイクロ波電力の値を決めるため、電子部品によって構成されるカロリメータと比べて普遍的で、信頼性が高い。

安定である ラビ周波数を用いたマイクロ波強度安定化の結果は、 10^{-6} 程度と報告されている [65]。これは熱型測定を用いた典型的な場合より 2 桁程度良い。

測定時間が短い カロリメータ方式は熱測定を基本とするため、熱平衡状態を得るために非常に長い時間を要する^{*5}。これに対してラビ振動方式の場合、最短ではラビ周波数の逆数程度の時間^{*6}で測定可能である。

従来標準に依存しない カロリメータ方式とは SI 基本単位まで辿る行程が異なるため、それぞれを独立に評価することができる。これによってカロリメータ方式による現行の標準との比較検証が可能になり、お互いの信頼性を向上させることができる。また、SI の基本単位と組立単位を関連付けるネットワークに新たなグリッドを追加することができるため、各単位間を結ぶ物理法則の検証にも繋がる可能性があるなど基礎物理学の面でも興味深い。従ってラビ周波数を用いると遠隔地におけるマイクロ波強度同士の比較や同期などが実現する可能性がある。

2.5.2 次世代型標準の目標

ラビ周波数に基づくマイクロ波電力測定方法を次世代型標準として採用するためには、現行のカロリメータ方式より優れている必要がある。但し、「優れている」ことの判断基準にはいくつかの項目が存在する。精度、信頼性、安定性、実用性などである。

まず精度について議論するが、1.3 節でも述べたように現行の高周波電力標準においてマイクロ波回路特性の補正が不確かさの大きな要因となっている。但し、2.5.3 節などでも述べるが、ラビ周波数に基づく方法を用いたとしても同様の不確かさが残留するため、測定の精度が飛躍的に増すものではないことは断っておかなければならない。しかし、これはラビ振動型測定の本質的な測定限界ではないため伝送線路や共振器などの回路を工夫することで現行の標準を上回る将来的な可能性を十分秘めていると言える。従って、次世代型標準の測定精度に関してはカロリメータを超えることを目標とする。次に、信頼性と安定性に関しては 2.5.1 節で述べた通り、ラビ周波数を用いた方式に優位性がある。

^{*5} 1.3.3 節で紹介した 7 mm 同軸カロリメータ型電力測定装置の場合でも 1 回の測定で 20 分以上の時間を掛けるが、これでも世界的には短い方であり、他の機関の装置によっては測定までに数時間以上待機するものもある。

^{*6} 仮にラビ周波数を数 kHz とすると 1 ms 以下の時間となる。

また測定時間が短縮されることによる実用性の向上は大きい。

従って、ラビ周波数に基づく次世代型マイクロ波電力標準はカロリメータ方式を上回る精度を持つと同時に、信頼性、安定性、実用性に優れる。このような次世代型マイクロ波電力標準を目指す上で、先行研究から考えられる課題と本研究において解決する課題を次節以降に記す。

2.5.3 先行研究の課題

2.2 節から 2.4 節においてラビ周波数を利用したマイクロ波電力測定もしくはその安定化に関する研究を紹介した。すなわち、ルビジウム原子のアトミックキャンドルを用いた Camparo 氏等の研究、ルビジウム原子のレーザー冷却を用いた Michaud 氏等の研究、セシウム原子のレーザー冷却を用いた Crowley 氏等の研究である。しかしいずれにおいても、マイクロ波電力測定の精度という点では現行の熱型測定に匹敵するには至っていない。例えば、Michaud 等の測定精度は 10 % 程、Crowley 等の測定精度は少なくとも 5 % 以上である。これは以下の点に起因すると考えられる。ラビ周波数を用いたマイクロ波電力測定において、原子との共鳴によって直接得られる測定量はマイクロ波共振器の内部におけるマイクロ波の磁場の強さであり、実用的なマイクロ波電力測定に必要なテストポートにおける電力を求めるためには伝送線路や共振器の特性による補正を要する。しかしレーザー冷却を用いる場合、原子と相互作用を行う空間に原子導入のための開口を設けるなどの加工が必要となり、マイクロ波特性の補正や解析が複雑化する恐れがある。従って、これに対する補正の難しさが不確かさを増大させる傾向がある。また Camparo 氏等はマイクロ波強度の相対的な変化を捉え、強度安定化や屈折率測定に应用しているものの、絶対強度測定には至っていない。これも原子との相互作用を行う空間に置いた共振器の特性解析が課題であったと推測される。共振器内でマイクロ波は定在波を作るため、直接得られる磁場強度はその腹や節などが入り乱れたものとなる。従ってマイクロ波の入射電力を求めるためには、定在波ではなく、伝搬するマイクロ波を進行波とした上で、反射係数および管内の磁場と電場の分布を解析することが必要となる。さらに Camparo 氏等が円筒導波管を用いたことも問題を困難にしている。現在、筆者の知る限りでは、円筒導波管を対象にしたマイクロ波特性を解析するための高周波インピーダンス標準は整備されていない。従って、VNA を用いた円筒導波管のインピーダンス解析は用いることができず、円筒導波管によるマイクロ波絶対電力を高精度に測定することは難しいと言える。

また先行研究において、ルビジウム原子もしくはセシウム原子が用いられた。セシウムおよびルビジウムを使用することには一長一短があり、例えば共鳴するレーザーの波長はセシウムが 852 nm に対してルビジウムは 780 nm であり、これは CD に用いられる波長であるため容易に入手可能である。しかし、共鳴するマイクロ波はセシウムが 9.2 GHz に対してルビジウムは 6.8 GHz であり、周波数分類においてそれぞれ X バンドおよび C バンドに属する。現在、導波管の利用は高周波化する傾向にあるため、X バンドの方がマイクロ波部品の汎用性が高く、マイクロ波の反射測定に必要な VNA や調整に必要なチューナーも入手しやすい。従ってセシウム原子を用いる場合、ルビジウム原子の場合に比べて、光学装置の汎用性はやや低いが、マイクロ波装置の汎用性は高いと言える。

2.5.4 本研究で解決すべき課題

先行研究に鑑みると、ラビ周波数を用いたマイクロ波電力測定における課題は、原子との相互作用で得られる磁場強度と実的に必要な入射電力を如何に正確に結び付けられるかに集約される。これに対する 1 つの解決策としては実験系のマイクロ波特性を可能な限り単純化することである。従って本研究ではマイクロ波特性の単純化を重視して、特殊な加工を要するレーザー冷却ではなく、ガラスセル中の常温原子集団を用いる Camparo 氏等と同様のアトミックキャンドル方式を採用する。但し、円筒導波管ではなく方形導波管を用いることや、共振器を設けずマイクロ波を進行波とするなどの工夫を施すことで Camparo 氏等の課題を解決する。

また、使用する原子は 2.5.3 節で述べた通り、マイクロ波部品の汎用性を重視して、セシウム原子を採用した。セシウム原子を用いるという点においても、ルビジウム原子を用いた Camparo 氏等の研究とは異なる。セシウム原子の場合、共鳴周波数は約 9.2 GHz であるため、方形導波管の規格は WR-90^{*7}となる。本規格の導波管は汎用性が高く、高精度にマイクロ波特性の解析や調節を行うための部品が比較的容易に入手可能である。

表 2.3 に方式と使用した原子で分類した先行研究に対する本研究の位置付けをまとめた。

表 2.3 先行研究に対する本研究の位置付け

		方式	
		レーザー冷却	アトミックキャンドル
原子	⁸⁷ Rb	Michaud 氏等	Camparo 氏等
	¹³³ Cs	Crowley 氏等	本研究

また、本研究の特徴は以下の通りである。

- 従来の熱型とは異なる、周波数測定を基準とした方法でマイクロ波電力測定を実現する。
- ¹³³Cs 原子の基底状態の超微細構造間遷移のラビ振動を利用する。
- 測定の対象は特定の端子に入射するマイクロ波電力とする。
- マイクロ波特性の補正が容易になることを優先し、共振器などは用いない。
- 導波管は汎用性の高い WR-90 規格のものを使用する。
- 気相のセシウム原子を封入したガラスセルを導波管内部に挿入する方式を採用する。
- ラビ振動の観測はアトミックキャンドル方式を用いる。

先行研究の成果を踏まえ、本研究において達成すべき目標は以下のとおりである。まず、セシウム原子によるアトミックキャンドルを世界で初めて行うことである。次に、前例の無いアトミックキャンドル方式によるマイクロ波電力の絶対値測定を成功させることが挙げられる。これはアトミックキャンドルによる絶対電力測定に対する原理的な検証となる。そして、アトミックキャンドルによる測定精度の優位性を示すために、今日において実現されているラビ周波数を基準としたマイクロ波電力測定の中で最高の精度を達成することを最終的な目標とする。

2.5.5 本研究の手順

アトミックキャンドルを用いてセシウム原子のラビ周波数からマイクロ波電力を測定するために、以下の手順で研究を行った。

1. 二重共鳴分光

ラビ周波数を得るための基礎となるマイクロ波とセシウム原子の相互作用を観測する。この相互作用は小さく、マイクロ波のみを使用した実験系での測定は困難であるため、レーザーを介して検出する二重共鳴分光を行う。

2. アトミックキャンドル

二重共鳴分光により得られた信号からラビ周波数を抽出する。マイクロ波に位相変調を加え、パラメトリック励振を行うことでアトミックキャンドル信号を得る。ラビ周波数は、位相変調周波数との共鳴によって特定される。アトミックキャンドルから得られたラビ周波数を、マイクロ波の磁場強度に変換する。

^{*7} 内寸法は 22.860 mm × 10.160 mm で周波数帯域は 8.2 GHz から 12.4 GHz である。WR-90 は米国電子工業会 (EIA) による規格で、他の規格における WRI-100、WRJ-10、R100 などに相当する。

3. 測定パラメータの最適化

マイクロ波回路、光学系、ガラスセルの真空系などに関わる様々なパラメータをマイクロ波電力測定の高精度化に合わせて最適化する。

4. 絶対電力測定

最適化された系で得られたマイクロ波の磁場強度に回路特性の補正などを加えることで、入射電力への変換を行う。

5. 現行標準との比較

ラビ周波数から得られたマイクロ波電力と現行の標準であるカロリメータとの測定結果を比較し、本研究の妥当性を確認する。

6. 不確かさ評価

本実験に関わる不確かさの要素を検討し、実験的および理論的にその大きさを見積もる。最終的にそれらを合わせて、合成不確かさを算出する。

2.5.6 本稿の構成

まず、既に、第1章において本研究の背景として計量標準およびマイクロ波について説明し、続く第2章では従来の方法とは異なる原理に基づくラビ周波数を用いたマイクロ波電力標準について述べた。またここで上述の通り、ラビ周波数に基づくマイクロ波電力標準を実現するための工程を6つに分けて説明したが、この詳細は第3章以降に示す。

第3章では、アトミックキャンドルを実現するための予備的な実験として行ったレーザーとマイクロ波による二重共鳴分光について述べる。二重共鳴分光自体は古くから行われている方法であるが、本件研究ではマイクロ波電力測定に適用させるためのいくつかの工夫が成されている。これらについても第3章で説明する。

第4章では、アトミックキャンドルの実行について詳しく報告する。ここでアトミックキャンドルがラビ周波数とマイクロ波強度を結び役割を果たし、周波数を基準としたマイクロ波強度測定に有効であることを示す。

第5章において、得られたアトミックキャンドル信号をマイクロ波電力測定に適すように最適化した様子を記述する。この最適化は単に測定精度を向上させるだけでなく、マイクロ波強度の絶対値を正しく得るために必要な工程であることもここで述べる。

第6章では、セシウム原子のラビ周波数からマイクロ波電力を求める一連の工程を示す。本章は、従来と全く異なる方法でマイクロ波電力を測定するという本稿における主要な結果を含む。またこの工程はアトミックキャンドル方式による世界初のマイクロ波電力測定という重要な意味を持つ。

第7章では、ラビ周波数から得られたマイクロ波電力と従来方法による測定結果との比較について述べる。この比較によって本実験の妥当性の確認を行う。

第8章において、ラビ周波数方式および比較のために行った従来方式に伴う不確かさの評価に関する詳細を記す。またここで不確かさの要素を一覧化したバジェットを作成することで、合成不確かさに最も大きく影響している要素を特定する。これによって今後、改善すべき点を浮き彫りにする。

第9章では総括として、各章毎のまとめと全体を通してのまとめを記載する。

第10章において、第8章で特定した主な不確かさ要素への対策および今後有望と思われる研究の展開について言及する。

第II部

アトミックキャンダルによるラビ周波数測定

第 3 章

レーザーおよびマイクロ波の二重共鳴分光

2.1 節で述べた通り、ラビ周波数を得るためにはマイクロ波と特定の 2 準位間の相互作用を観測すればよい。従って、セシウム原子に対して、基底状態の超微細構造に対応する約 9.2 GHz の周波数を持つマイクロ波を照射し、その吸収量などを測定すればよい。しかしながら、3.1 節の結論を先に述べると、セシウム原子によるマイクロ波の吸収量は非常に小さいため、VNA などのマイクロ波のみを用いた測定系でこれを観測することは難しい。そのため、本研究ではセシウム原子のマイクロ波およびレーザーの二重共鳴 [73] を利用する。これはセシウム原子によるマイクロ波の吸収を、レーザーの吸収に置き換えて測定することを可能にするものである。周波数 9.2 GHz のマイクロ波に比べて波長 852 nm レーザーは光子のエネルギーに換算して 4 桁以上高いため、セシウム原子によるレーザーの吸収は比較的簡単に観測することができる。本章では、ラビ振動観測の前段階として、セシウム原子に対するレーザーおよびマイクロ波の二重共鳴分光について述べる。3.1 節においてマイクロ波のみを用いたセシウム原子の吸収スペクトル測定を試みについて、3.2 節において二重共鳴分光を実行した結果について記載する。

3.1 VNA によるセシウム原子のマイクロ波吸収測定

まず、単純セシウム原子によるマイクロ波の吸収を得る方法として VNA による透過率測定を試みた。実験にはアダプタにより WR-90 導波管に合わせた 2 端子の VNA を使用し、短絡とオフセット線路の各基準器および 2 端子の直結による目盛り合わせ^{*1}を行った。

本実験には気相のセシウム原子を封入したガラスセルを用いた。ここで、本研究の目的はマイクロ波電力の測定であるので、もしマイクロ波に漏洩などがあると精密な測定妨げとなる。従ってマイクロ波とセシウム原子の相互作用は、導波管内などの孤立した系において観測する必要がある。そこで本実験に用いたガラスセルの外寸法は WR-90 導波管の内寸法に合わせて 22.5 mm × 10.0 mm × 43.0 mm として作製し、これを導波管内に挿入した状態で測定を行った。また、ガラスセルの外寸法からガラスの厚さを除いた内寸法は 19.0 mm × 6.0 mm × 40.0 mm である。このガラスセル内部にセシウム原子の気体を飽和蒸気圧^{*2}で充満させ、吸気口を焼き切ることで密封した。ここではセシウム原子だけを封入し、窒素などのバッファガスは用いていない。これを長さ 15.2 cm の直線導波管にガラスの端面と導波管の繋ぎ目に当たる面が一致するように挿入した。このガラス端面がある端子をテストポートと定義する。ガラスセルと導波管の写真を図 3.1 に示す。直方体のガラスセルから突き出た部分は焼き切られた吸気口の跡である。

このガラスセル入り導波管のガラス端面がある方、つまり上記のテストポートを端子 1、他方を端子 2 として、VNA

^{*1} VNA は使用前に、装置内部や接続したケーブルやコネクタの特性を補正するために基準器を用いて調整を行う必要がある。この作業も一般的には「校正」と呼ばれているが必ずしもトレーサビリティや不確かさを伴うものではないためここではあえて「目盛り合わせ」という表現を用いた。

^{*2} セシウム蒸気圧は、例えば気温が 23 °C のとき 1.5×10^{-4} Pa 程度である [74]。

で S パラメータ S_{21} ^{*3} を測定し、セシウムによるマイクロ波の吸収を調べた。ここで S_{21} における導波管やガラスセルの特性を相殺するために、ガラスセルはセシウムを封入したものと空気を封入したものの 2 種類を用意し、その両者について測定を行った。VNA で測定したそれらの S パラメータ S_{21} の絶対値を図 3.2 に示す。セシウムを封入した場合と空気を封入した場合についてそれぞれ S_{21_Cs} および S_{21_Air} として、実線と点線で示した。それぞれの $|S_{21}|$ は 9.1 GHz 付近を中心になだらかな山型を示すが、これはガラスセルの前後の端面による多重反射によるものであると考えられる。さらに $|S_{21_Cs}|$ を $|S_{21_Air}|$ で除して、セシウム原子の共鳴周波数である 9.192631770 GHz 付近を拡大することで図 3.2 中の挿入図を得た。この挿入図を見る限り、明らかなセシウム原子の吸収線は現れていない。従って、本方法を用いてセシウム原子とマイクロ波との相互作用を得ることは困難であると判断した。

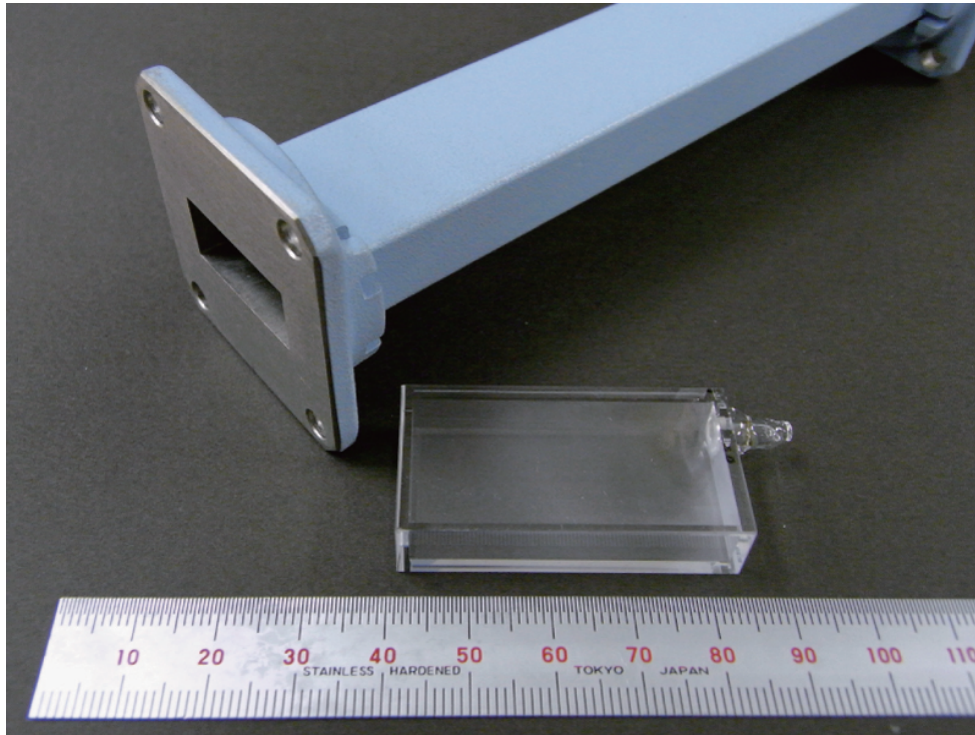


図 3.1 ガラスセルおよび導波管の写真：導波管は WR-90 規格のものである。ガラスセルの外寸法は導波管の内寸法に合わせて設計され、測定時にはガラスセルを導波管内部に挿入して使用する。

3.2 二重共鳴によるセシウム原子のマイクロ波吸収測定

3.2.1 二重共鳴の概略

次に、マイクロ波とレーザーによるセシウム原子の二重共鳴を試みた。図 3.3 に二重共鳴の概念図を示す。セシウムの基底状態 $6S_{1/2}$ の $|F = 4\rangle$ および $|F = 3\rangle$ の間のエネルギー差は室温に比べて非常に小さいため、図中の (a) に示す通り原子の取るエネルギー準位は初期状態において両状態に同程度に分布している。ここで (b) のように、 $6S_{1/2} |F = 4\rangle \leftrightarrow 6P_{3/2} |F = 3, 4\rangle$ ^{*4} に共鳴するレーザーを照射すると、レーザーを吸収した原子は $6P_{3/2}$ へと励起さ

^{*3} この場合、 S_{21} は端子 1 から端子 2 への振幅透過率に相当する。

^{*4} $6P_{3/2}$ の超微細構造準位は、選択則のため $|F = 3, 4, 5\rangle$ である。但し $6P_{3/2} |F = 5\rangle$ から $6S_{1/2} |F = 3\rangle$ への自然放出による緩和は起こらないため、本実験では使用しない。

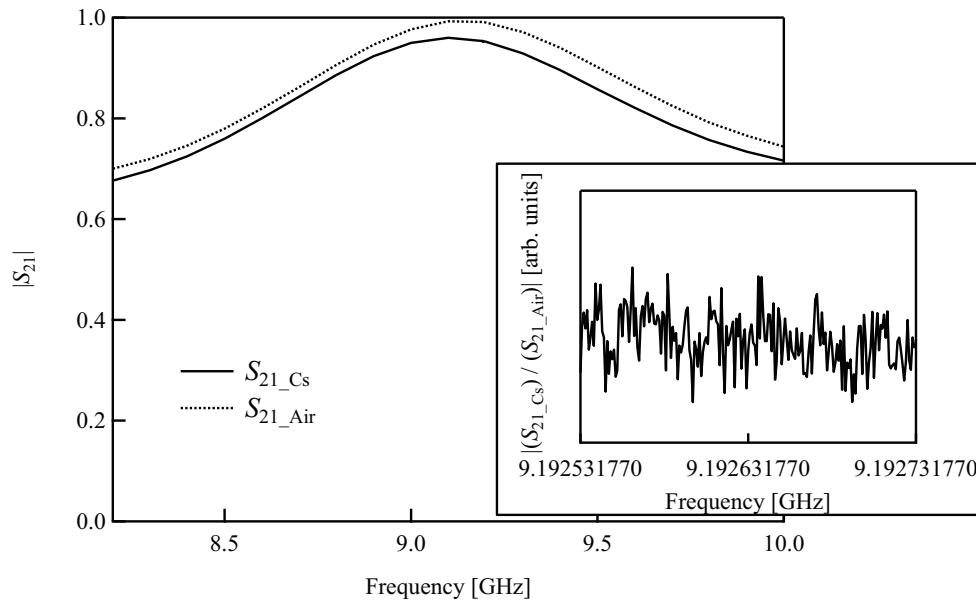


図 3.2 ガラスセル入り導波管の S_{21} : セシウムを封入したものを S_{21_Cs} 、空気を封入したものを S_{21_Air} とした。挿入図はそれらの比をセシウム原子の共鳴周波数付近で拡大したものである。この実験で明確なセシウム原子の吸収線は確認できなかった。

れた後、すぐに基底状態の $|F = 4\rangle$ もしくは $|F = 3\rangle$ へと緩和する。 $|F = 4\rangle$ へ緩和した原子は再びレーザーを吸収し、励起そして緩和を繰り返すため十分な時間が経過した後、(d) のようにほとんどの原子が $|F = 3\rangle$ に集まることになる^{*5}。この状態では $|F = 4\rangle$ の原子数が減少するため、レーザーの吸収量も少ない。ここで、 $|F = 3\rangle \leftrightarrow |F = 4\rangle$ に共鳴するマイクロ波を照射すると、 $|F = 3\rangle$ に溜まっていた原子が $|F = 4\rangle$ に遷移し、その結果レーザーの吸収量が増加する。つまりセシウム原子によるマイクロ波の吸収を、光子のエネルギーに換算して 4 桁以上強いレーザーの吸収に置き換えることを可能にする。これは、マイクロ波遷移をトランジスタのベース電流、レーザー遷移をエミッタおよびコレクタ間の電流に見立てると、二重共鳴はセシウムによるマイクロ波の吸収をレーザーの吸収に増幅するトランジスタのような物に例えることができる。従って二重共鳴分光においてセシウム原子とマイクロ波との相互作用を得るためには、マイクロ波と共鳴している場合と共鳴していない場合によるレーザーの吸収量の差を測定すれば良いことになる。

3.2.2 二重共鳴のための実験系

マイクロ波とレーザーによるセシウム原子の二重共鳴を得るために図 3.4 のような実験系を構築した。図 3.1 のようなガラスセルを WR-90 の直線導波管に挿入し、図 3.4 の “Cs glass cell” で示された位置に配置した。そしてこのガラスセルを挿入した導波管の外側には、セシウム原子に対して任意の方向に直流磁場を加えるための 3 組の準ヘルムホルツコイル^{*6}をそれらの軸が互いに直交するように設置した。準ヘルムホルツコイルはそれぞれ 30 回ずつ 2 層に巻き、それを 2 つ同軸に並べたものを 1 組とした。この準ヘルムホルツコイルはセシウム原子の超微細構造準位の縮退を制御すると同時に、原子の磁気モーメントおよびマイクロ波の磁場偏波に対して量子化軸を定義するという重要な役割を果

*5 これは光ポンピングと呼ばれる。

*6 各コイルは方形に巻いたため、厳密なヘルムホルツコイルではない。ヘルムホルツコイルは円形コイルをその半径と同じ距離だけ隔てて平行かつ同軸上に設置したものである。

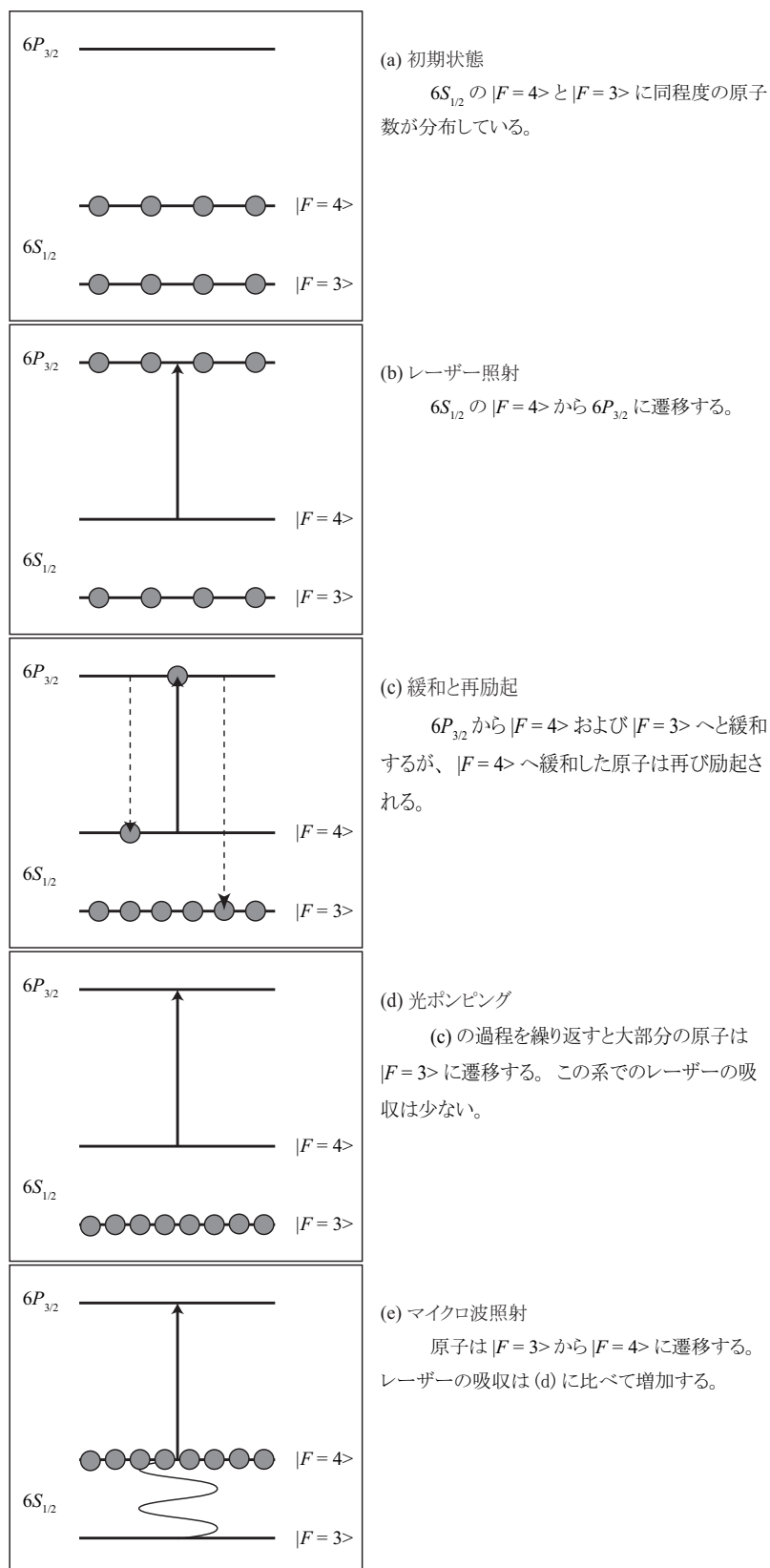


図 3.3 レーザーとマイクロ波の二重共鳴の原理：三準位原子にレーザーとマイクロ波を照射した場合を考える。(e)においてマイクロ波遷移によりレーザーの吸収量が増加する。

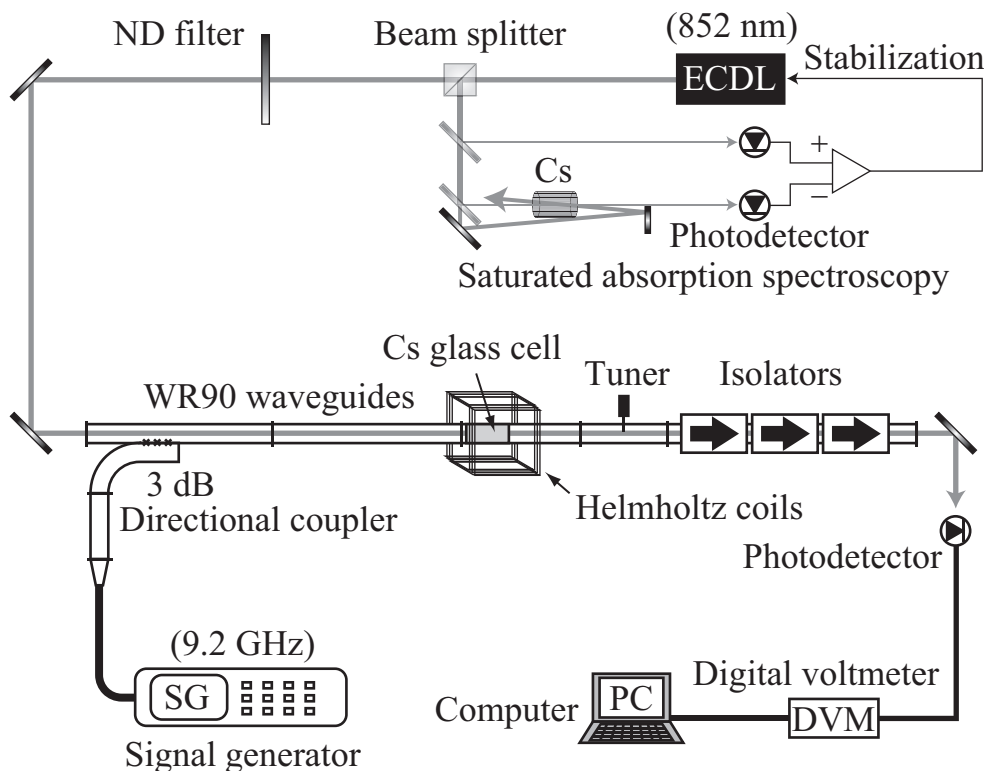


図 3.4 二重共鳴観測のための実験系：WR-90 導波管に挿入したガラスセル中のセシウム原子気体に、マイクロ波とレーザーを同方向から照射した。レーザーの透過光強度を解析することで二重共鳴が得られる。

たず。信号発生器 (SG^{*7}) で発振させた周波数 9.2 GHz 付近のマイクロ波は、結合度が 3 dB の方向性結合器を用いてセシウムが封入されたガラスセルまで誘導した。このとき、WR-90 導波管内での進行モードは TE₁₀ となる。SG 側から見てガラスセルの後方には、マイクロ波チューナーと 3 連に繋いだ 20 dB のアイソレーターによって反射の調整が可能である。本実験の場合は、テストポートからガラスセル、チューナー、アイソレーター側を見たときの反射係数が 0 となるようにした。VNA で測定したこの反射係数の絶対値を図 3.4 に示す。

セシウム原子の D_2 線に共鳴するレーザーは Littman-Metcalf 型の外部共振器型半導体レーザー (ECDL^{*8}) で発生させ、マイクロ波を導入した方向性結合器の他方の開放された端子から導波管内のガラスセルに照射した。照射するレーザーの強度は ND フィルタ^{*9}で調整可能である。その後マイクロ波チューナーやアイソレーターを通過したレーザーの透過光は光検出器 (PD^{*10}) で観測した。

3.2.3 セシウム原子の飽和吸収分光によるレーザー周波数安定化

レーザーの周波数は常にセシウム原子の D_2 線に共鳴している必要がある。またレーザー周波数の変動は、狭い範囲内であっても、二重共鳴信号の強度に影響を及ぼす。従ってここでは十分高い安定度を得るため、飽和吸収分光 [75] に

*7 Signal Generator

*8 External Cavity Diode Laser の略。半導体レーザーの波長選択性を補うためにレーザー素子の外部に鏡や回折格子を増設したものである。回折格子を用いたものには 1 次回折光を直接レーザー素子に戻す Littrow 型と 1 次回折光を鏡などで反射させてからレーザー素子に戻す Littman-Metcalf 型がある。

*9 Neutral Density filter

*10 PhotoDetector

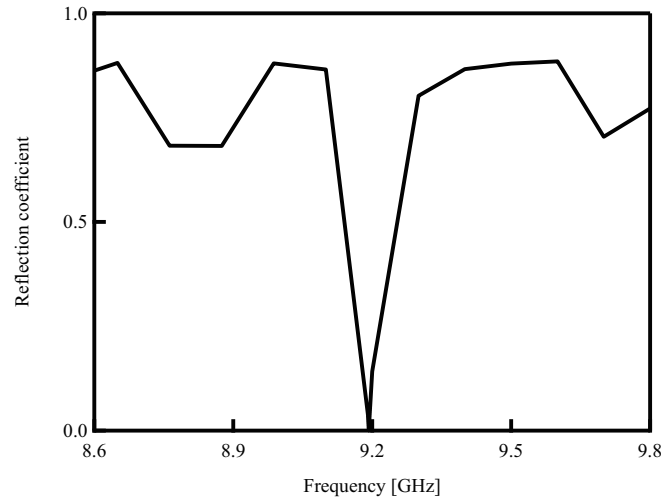


図 3.5 ガラスセル入り導波管の反射係数 –二重共鳴– : チューナーを用いてセシウムの共鳴周波数付近で 0 となるように調整した。

よって得られたスペクトルを用いてレーザーを $6S_{1/2} |F=4\rangle \leftrightarrow 6P_{3/2} |F=4\rangle$ の共鳴周波数に安定化した。飽和吸収分光とは次の通りである。室温程度の環境において狭い吸収線幅を持つ気体原子に光を照射したとしても、原子の熱運動のための飛行速度に応じた Doppler 効果により個々の原子が感じる光の周波数は異なり、その吸収線に Doppler 広がりと呼ばれる不均一幅が生じる。飽和吸収分光はこの Doppler 広がりに埋もれた均一幅を見出すための手法の 1 つである。飽和吸収分光の概要を図 3.6 に示す。図のように熱運動によって飛行する原子集団に 2 本の同一周波数 ν のレーザーを対向する向きで照射し、それらの光をそれぞれ Probe 光および Pump 光とすると、例えば Probe 光に向かって速さ v で飛行する原子は Doppler 効果により Probe 光の周波数を $\nu v/c$ だけ高く感じ、反対に Pump 光の周波数を $\nu v/c$ だけ低く感じる。ここで c は光速である。もしレーザーの周波数が原子の共鳴周波数 ν_0 よりも Doppler 効果の分だけ低い場合、この原子は Probe 光のみを吸収することになる。反対にレーザーの周波数が Doppler 効果の分だけ高い場合、この原子は Pump 光のみを吸収する。同じ速さで Pump 光に向かう原子についても同様で、レーザーの周波数が Doppler 効果の分だけ高い場合に Probe 光を吸収し、Pump 光は吸収しない。レーザーの周波数が Doppler 効果の分だけ低い場合はその逆である。つまり、2 本のレーザーの照射方向に対して速度成分を持つ原子に関しては Probe 光と Pump 光は互いに影響しない。しかし、レーザーの照射方向に対して速度成分を持たない原子に関しては Doppler 効果は無く、両方のレーザーを同じ周波数に感じる。その結果 Probe 光および Pump 光の対象が競合するため、ある程度のレーザー強度がある場合は吸収飽和が起きる。速度成分が 0、つまり Doppler 広がりを中心のみにおいて、吸収に飽和が無い場合と比べて Probe 光の吸収が減少するため、吸収スペクトルに窪みが生じる。この窪みを目安にすれば、Doppler 広がりより高い分解能を得ることができる。

ところで、セシウム原子の D_2 線における $6S_{1/2} |F=4\rangle$ からの遷移には $6S_{1/2} |F=4\rangle \leftrightarrow 6P_{3/2} |F=3, 4, 5\rangle$ の 3 本の吸収線 (それぞれ [4-3]、[4-4]、[4-5] と表記する) が存在する。さらに、温度 $T = 300$ K におけるセシウム原子の最確速度 v_{mp} は

$$v_{mp} = \sqrt{\frac{2k_B T}{M_{Cs}}} = 193.7 \text{ m/s} \quad (3.1)$$

であることを考えると、各吸収線の Doppler 広がり、

$$\nu \frac{v_{mp}}{c} = 227.1 \text{ MHz} \quad (3.2)$$

程度であることがわかる。ここで、 k_B は Boltzmann 定数、 M_{Cs} はセシウム原子の質量であって 2.207×10^{-25} kg、

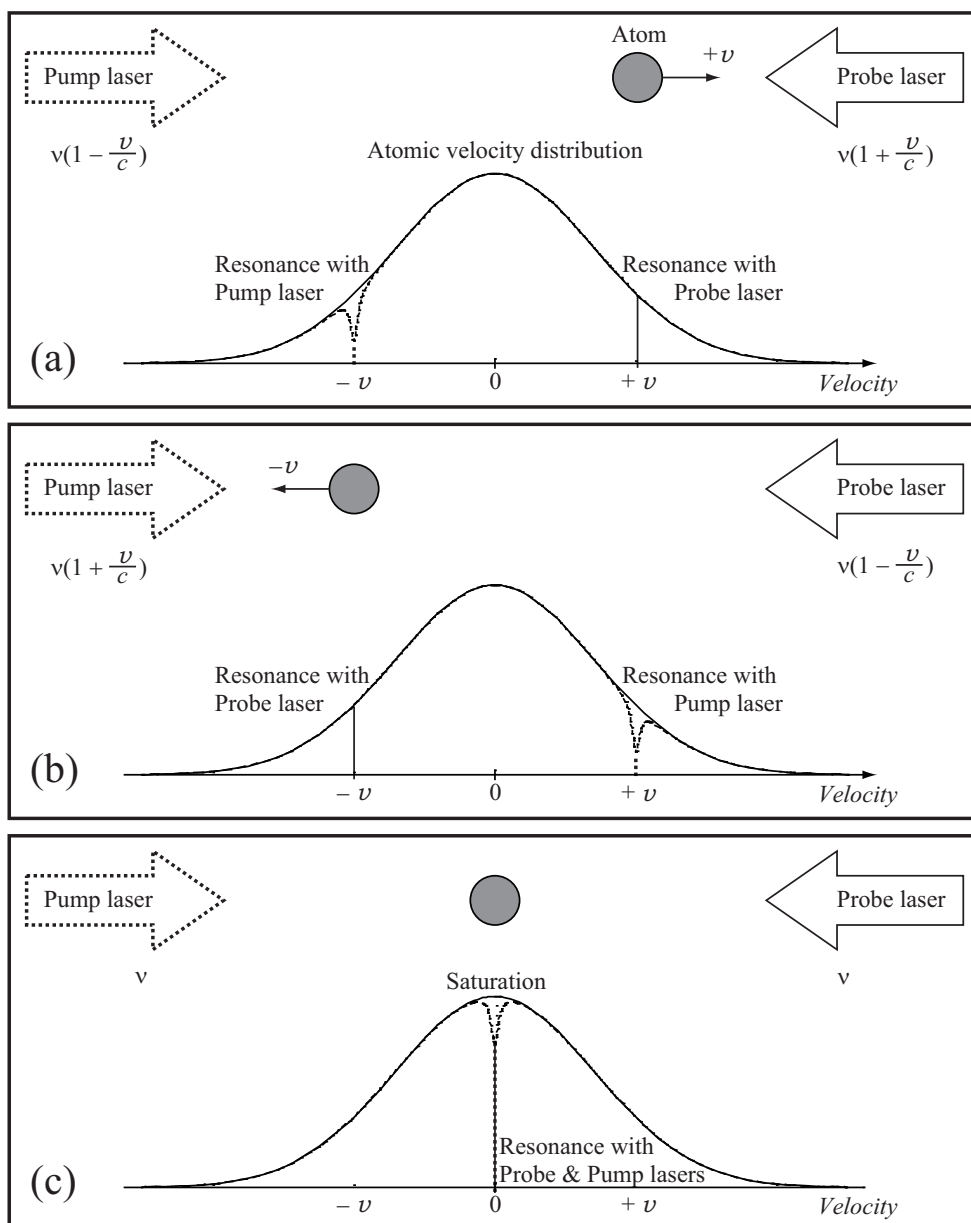


図 3.6 飽和吸収分光の概略図：(a) および (b) のようにレーザーの照射方向に対して速度成分を持つ原子には相反する Doppler 効果が生じるため Probe 光および Pump 光と共鳴する原子は競合しない。(c) のようにレーザーの照射方向に対して速度成分を持たない原子はどちらのレーザーも同じ周波数に感じるので互いに競合し、吸収飽和が起きる。

レーザーの共鳴周波数 ν を 351.7 THz とした。従って、それぞれの吸収線の周波数間隔は [4-3] と [4-4] が約 201.3 MHz、[4-4] と [4-5] が約 251.1 MHz であり、Doppler 広がりと同程度であることを考慮すると、これらは図 3.7 の通り、重なり合って 1 本の吸収線のように見える。

このように複数の吸収線が重なる場合の飽和吸収分光について 1 つ注意すべき点がある。それは、ある 2 本の吸収線の周波数を ν_1 、 ν_2 (但し、 $\nu_1 < \nu_2$) とし、 v_{co} で Probe 光に向かう原子を考える^{*11}。この場合、原子は Probe 光の

^{*11} 同じ速さで Probe 光から離れる原子を考えても同じ結果が得られる。

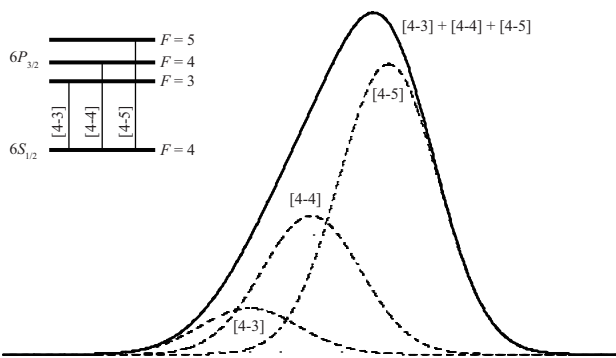


図 3.7 セシウム D_2 線の Doppler 広がりによる重なり： $6S_{1/2} |F=4\rangle \leftrightarrow 6P_{3/2} |F=3, 4, 5\rangle$ の 3 本の吸収線が重なっている。

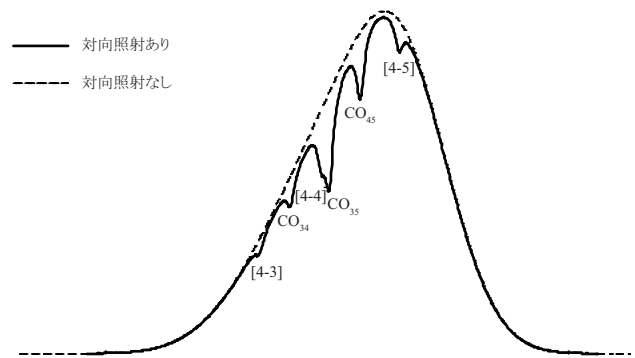


図 3.8 セシウムの飽和吸収分光スペクトルの予想図：レーザーの対向照射により Doppler 広がり以上の分解能を得ることができる。[4-3]、[4-4]、[4-5] は各吸収線の中心、 CO_{34} 、 CO_{35} 、 CO_{45} は各吸収線間のクロスオーバーを示す。

周波数をより高く、Pump 光の周波数をより低く感じる。いま、共鳴周波数は 2 つあるため Doppler 効果による離調の正負によりそれらを同時に満たす場合が存在し、そのときのレーザーの周波数を ν_{co} とすると、

$$\begin{cases} \nu_{co} \left(1 - \frac{v_{co}}{c}\right) = \nu_1 & (3.3a) \\ \nu_{co} \left(1 + \frac{v_{co}}{c}\right) = \nu_2 & (3.3b) \end{cases}$$

より、

$$\nu_{co} = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} \quad (3.4)$$

となる。従って、それぞれの吸収線の間でも Probe 光と Pump 光による競合が起こり、吸収飽和による窪みが生じることがわかる。これをクロスオーバーと呼ぶ。図 3.7 の場合は 3 本の吸収線が存在するので、各吸収線の中心およびそれぞれの中間のクロスオーバーを加えて計 6 つの吸収飽和による窪みが現れるはずである。各吸収線の間隔などから予想される飽和吸収スペクトルを図 3.8 に示した。但し、この図において窪みの幅や深さは経験的に妥当と考えられる形状で表現したものであり、定量的な裏付けがあるものではない。ここで各吸収線の中心を [4-3]、[4-4]、[4-5] とし、それらのクロスオーバーを CO_{34} 、 CO_{35} 、 CO_{45} で表現した。[4-4] は [4-3] と [4-5] の中間に近い位置にあるため、クロスオーバー CO_{35} と大部分が重なっていることに注意が必要である。

図 3.1 に示したようなガラスセル中のセシウムに ECDL からのビームを照射し、その周波数掃引に対する透過光強度の変化から求めたセシウム原子 D_2 線における $6S_{1/2} |F=4\rangle \leftrightarrow 6P_{3/2} |F=3, 4, 5\rangle$ 遷移による吸収スペクトルの典型例を図 3.9 に示す。ここで、レーザーの周波数は ECDL の回折格子の角度をピエゾで変化させることで掃引した。図 3.7 における予想の通り、実際に観測された吸収スペクトルも Doppler 広がりによって 3 本の吸収線が重なり合っ

て見えている。次に、より高分解能にレーザーの周波数を安定化させるため、対向照射による飽和吸収分光を行った。飽和吸収分光には二重共鳴に用いた方形型のガラスセルとは別に用意した円筒型ガラスセルを使用した。そこに ECDL の出力からビームスプリッターで分岐したレーザーをさらに 1:9 程の比で分けた Probe 光および Pump 光を互に対向するように照射した^{*12}。ガラスセルを透過した Probe 光を PD で検出し、レーザーの周波数に対してプロットしたものが図 3.10

*12 光学系配置の関係上、実際には Probe 光と Pump 光は互いに 0.1 rad 程度の角度で交差している。

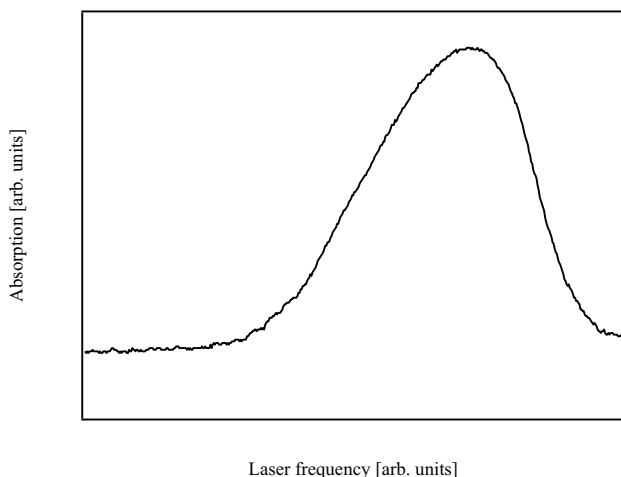


図 3.9 セシウム D_2 線の吸収スペクトルの典型例：外部共振器内の回折格子の角度をピエゾで変化させることでレーザーの周波数を掃引した。

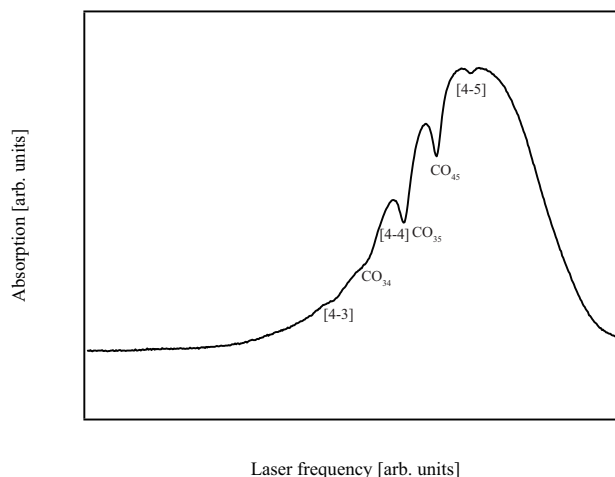


図 3.10 セシウムの飽和吸収スペクトル：ガラスセル中のセシウム原子に 2 分割したレーザーを対向照射することで得た。

である。この結果、図 3.8 の大方の予想の通り、各吸収線における窪みとそれらの間のクロスオーバーが確認された。但し今回得られた飽和吸収スペクトルでは、[4-4] と CO_{35} の区別はほとんど無く、[4-3] および CO_{34} の窪みも僅かであった。これらは Pump 光と Probe 光の強度比やお互いの照射軸を調整することで改善は可能であるが、今回の実験においては図 3.10 のような結果で十分と考えられるため特にこれ以上の調整は行わない。本実験では、図 3.10 の信号と、別途に参照した ECDL の出力との差を取って [4-4] の窪み辺りが 0 となるように調整した信号をエラー信号に用いて、サーボ機構により ECDL の回折格子を駆動するピエゾにフィードバックを行うことで、各実験においてレーザーの周波数を安定化した。

3.2.4 二重共鳴スペクトルの測定

3.2.3 節のように周波数安定化を行ったレーザーとマイクロ波を同時に導波管内に置かれたガラスセルに照射し、マイクロ波周波数の掃引に対するレーザーの透過強度の変化を図 3.11 に示した。この図の縦軸は透過光強度を反転させて任意目盛りで示したものであり、セシウム原子により吸収されたレーザー強度の相対値を意味する。マイクロ波の周波数を掃引した場合、共鳴時には図 3.3 の (e) の状態となり、非共鳴時には (d) の状態となる。従って、共鳴周波数においてセシウム原子によるレーザーの吸収は増すことになるため、図 3.11 はそのままマイクロ波の吸収スペクトルと見なすことができる。図 3.2 の挿入図では得られなかった吸収線が図 3.11 では明確に現れていることから、この一連の実験によって二重共鳴分光の有効性が示されたと言える。

次に得られた二重共鳴スペクトルに現れた 15 本のピークについて考察する。本実験において、ガラスセルの周りに配置した準ヘルムホルツコイルに電流は流していない。つまり、地磁気や実験装置などからの残留磁場がセシウム原子に作用していることになる。セシウム原子の基底状態のそれぞれの超微細構造準位はその量子数 F に応じて $m_F = -F, -F+1, \dots, 0, \dots, F-1, F$ だけ縮退している^{*13}。ここに磁場を加えると Zeeman 効果によりその縮退が解け、それぞれ $2F+1$ 個の副準位に分裂する。またそれぞれの副準位からは選択則により m_F の変化量 Δm_F が $0, \pm 1$ となる遷移のみが許容される。 $\Delta m_F = 0$ となる遷移は量子化軸に対して直線偏波を持つマイクロ波との相互作用によって得られる。このマイクロ波の直線偏波を π 偏波とする。 $\Delta m_F = \pm 1$ となる遷移は量子化軸に対して垂直

*13 B.1 節を参照。

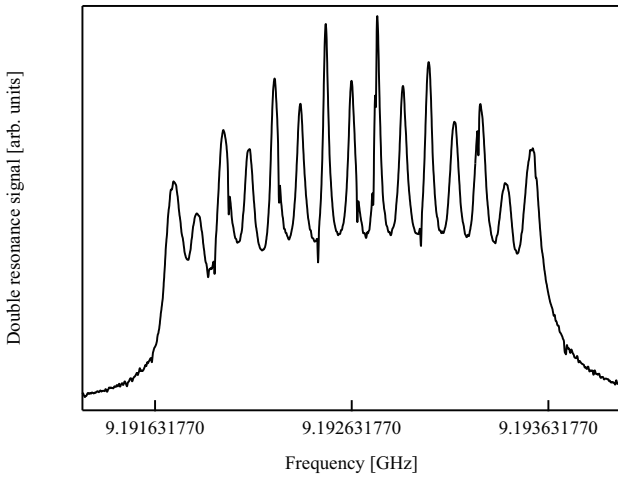


図 3.11 残留磁場がある場合の二重共鳴スペクトル：図 3.2 と比較して明確な吸収線が得られた。残留磁場による Zeeman 分裂のため 15 本のピークが現れている。

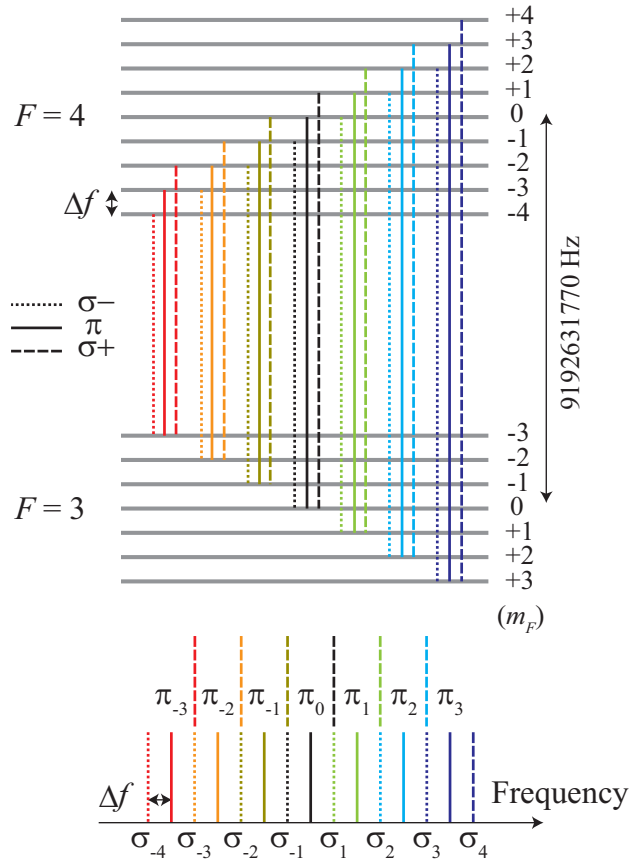


図 3.12 セシウム原子基底状態の超微細構造：各超微細構造準位は磁場によって $2F + 1$ 個に分裂する。選択則によって各副準位から 3 通りの遷移が許容され、合計 21 本の吸収線が存在し、重複を差し引いて 15 本のピークとして現れている。

な面内において円偏波を持つマイクロ波との相互作用によって得られる。この回転方向の異なるそれぞれの円偏波を σ_{\pm} 偏波とする。 π 偏波および σ_{\pm} 偏波によるそれぞれの Zeeman 副準位間の遷移を図 3.12 にまとめた。図において Zeeman 効果によって $|F = 4\rangle$ が 9 つに $|F = 3\rangle$ が 7 つの副準位にそれぞれ $\Delta f \times hm_F$ だけ離れて分裂したとする。ここで h はプランク定数である。それぞれの副準位間を π および σ_{\pm} による 3 通りの遷移が許容されるので、合計では 21 通りの遷移が存在する。但し図 3.12 の通り、その中で 6 組の吸収線の周波数は同一となるので、その重複分を差し引いた 15 本のピークとして観測される。以下、これらのピークの識別を容易にするために π 偏波によるピークに対して π_i ($i = -3, \dots, 3$)、さらに σ_{\pm} 偏波によるピークに対して σ_i ($i = -3, -2, -1, 1, 2, 3$) とそれぞれ名付けた。図 3.11 から、それぞれのピーク間隔は約 130 kHz であり、これが図 3.12 の Δf に対応する。従って、B.1 節の図 B.1 の磁場に対する Zeeman 効果による分裂の大きさを参考にすると残留磁場は約 $37 \mu\text{T}$ であることがわかる。

ここで、Zeeman 効果によるピークの分離が無くなるように準ヘルムホルツコイルに流す電流を調整した。図 3.13 の通り、WR-90 導波管の長辺方向であってマイクロ波進行方向から見て右向きを x 軸、短辺方向の上向きを y 軸、マイクロ波の進行方向の逆向きを z 軸と定義し、それぞれの軸方向に対をなす準ヘルムホルツコイルを流れる電流 I_x 、 I_y 、 I_z を 35 mA、26 mA、10 mA とした。このとき得られた二重共鳴スペクトルを図 3.14 に示す。この二重共鳴スペクトルには図 3.11 のような Zeeman 効果による分裂が無いので、ガラスセル中のセシウム原子の周辺において静磁

場が存在しない状態が実現されたことがわかる。

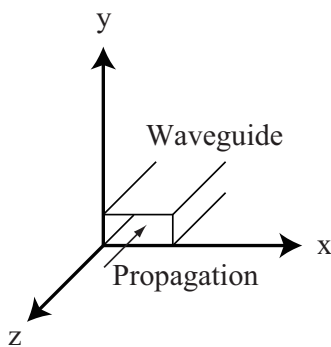


図 3.13 軸の定義：WR-90 導波管の長辺方向であってマイクロ波進行方向から見て右向きを x 軸、短辺方向上向きを y 軸、マイクロ波の進行方向逆向きを z 軸とした。

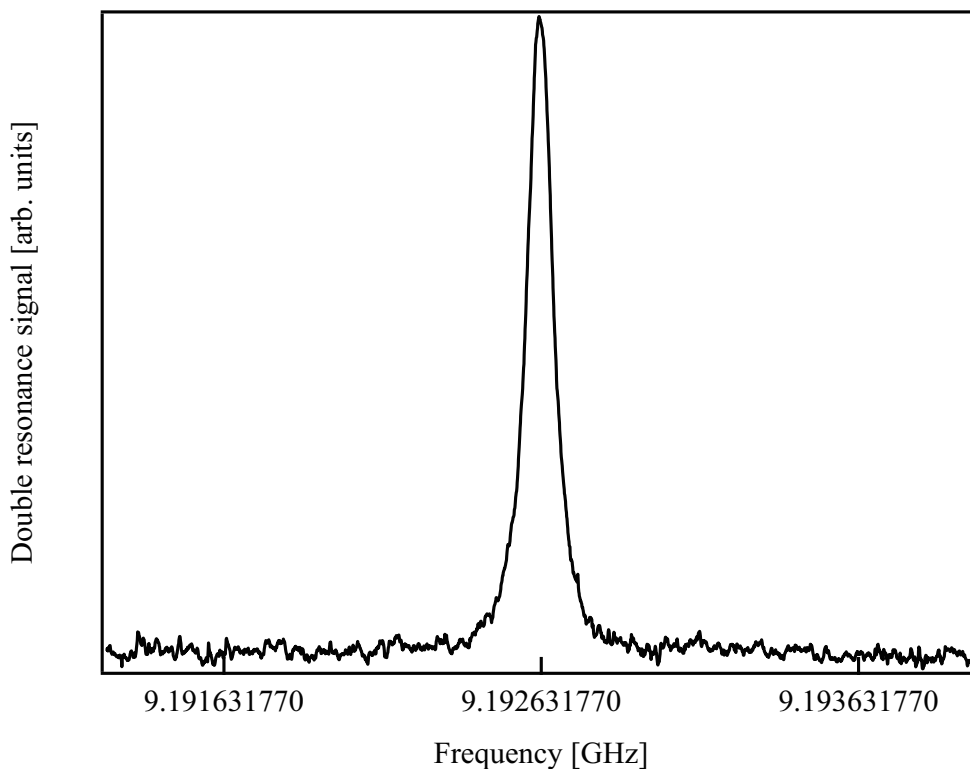


図 3.14 磁場が無い場合の二重共鳴スペクトル： $I_x = 35$ mA、 $I_y = 26$ mA、 $I_z = 10$ mA として残留磁場を除去した。

(2.32) からわかるようにラビ周波数はマイクロ波の偏波や Zeeman 副準位に依存する。従って、上のようにして実現されている無磁場の状態では多数の準位が縮退し、得られるラビ周波数も複雑化する。そこで、特定のラビ周波数を得るためには無磁場の状態に改めて特定の方向に静磁場を印加することでその方向において磁気モーメントを量子化し、さらにその量子化軸に対するマイクロ波の偏波方向を定める必要がある。図 3.15 に無磁場の場合、および改めて準ヘルムホルツコイルによって x 、 y 、 z 軸のみに静磁場を発生させた場合の二重共鳴スペクトルを示す。無磁場の状態 (a) に対してそれぞれの方向に静磁場を加えた場合、Zeeman 効果によるスペクトルの分裂が確認できた。ここで、図 3.16

に本実験において使用している TE_{10} モードの模式図を示す^{*14}。 TE_{10} モードでは、マイクロ波の電場成分は y 軸方向のみに存在し、磁場成分は xz 平面内を回転するように進行することがわかる。 y 軸を量子化軸としたときに、 π 偏波の成分が消えるのは、 TE_{10} モードのマイクロ波磁場は y 軸成分を持たないためである。静磁場によって縮退が解かれた場合、マイクロ波の周波数により任意のピークを選択すれば、特定の状態間遷移に相当するラビ周波数を得ることができる^{*15}。Zeeman 効果によるスペクトルの分離という点では図 3.11 と同様であるが、図 3.15 の (b) から (d) は量子化軸が明確であるという点で両者は異なる。理論的には表 2.2 を参考にして任意の状態間においてラビ周波数から磁場強度を求めることはできるが、得られた磁場強度が導波管内のマイクロ波のどの成分に相当するかを特定するためには量子化軸を明確に定義する必要がある。

3.2.5 バッファガス

ところで、実用的な数 μW から数 mW レベルのマイクロ波によるラビ周波数を、(2.32) や TE_{10} の電磁場の分布を参考に概算すると数 kHz 前後のオーダーとなる。従ってこのラビ周波数を得るためには、この逆数をとって数百 μs 前後のオーダー以上の相互作用時間が必要となる。しかしながら、(3.1) で計算した室温におけるセシウム原子の最確速度やガラスセルの内寸から概算した^{*16}マイクロ波と原子の実効的な相互作用時間^{*17}は、

$$\left\{ \frac{193.7 \text{ m/s}}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{19 \text{ mm}} + \frac{1}{6 \text{ mm}} + \frac{1}{40 \text{ mm}} \right) \right\}^{-1} \approx 37 \mu\text{s} \quad (3.5)$$

程度である。これは上で概算したラビ周波数測定に必要な相互作用時間以下であるため、何らかの解決策が必要となる。これにはいくつかの方法がある。例えば冷却により原子を遅くすることであるが、(3.1) の通り原子の最確速度は温度の平方根に比例するため、冷却によって相互作用時間を稼ぐのは非効率的である^{*18}。また原子を冷却すると蒸気圧、つまり気体原子の数が減少して信号強度を低下させることになるため、これは避けるべきである。さらに、レーザー冷却も 2.5 節でも述べたとおりマイクロ波回路を複雑化させるため不適である。相互作用空間を広くする方法もあるが、WR-90 導波管を用いているためその規格に反して大きくすることはできない。

一方、これら以外にもバッファガスを用いる方法がある [76]。バッファガスとはその名の通り緩衝材のような役目を果たし、Doppler 効果を抑制したり^{*19}、セシウム原子と壁および同種原子同士の衝突を和らげる働きがある。この方法では大掛かりな冷却設備の用意や、冷却のための SNR の大きな低下も無く、ガラスセルにセシウム原子と同時にある種のガスを封入するだけで済むため比較的容易に目的を達成できる。ある種のガスとは、セシウム原子と衝突したときに化学反応や量子状態の遷移などを起こさないものであり、マイクロ波との相互作用を乱さないことが要求される。この条件を満たすバッファガスとして、セシウム原子には H_2 、 He 、 N_2 、 Ne 、 Ar 、 Kr 、 Xe などが代表的に用いられている。またこれらのバッファガスで、典型的には数十 ms の相互作用時間を得ることが期待される [78]。本研究では簡便性などを考慮して、 N_2 を採用した。バッファガスの性質上その蒸気圧によって得られる相互作用時間が変化することが予想されるため、本研究では図 3.1 に示したものと同形状のガラスセルに、セシウム原子気体と同時に窒素パッ

*14 A.5 節を参照。

*15 但し図 3.12 の通りこの状態でも数本のピークは二重に縮退している。

*16 原子同士の衝突の平均自由行程はガラスセル寸法より非常に大きいとして無視した。

*17 x 、 y 、 z 方向におけるガラスセル壁面との衝突による緩和レートをそれぞれ独立に γ_x 、 γ_y 、 γ_z として現象論的に導入すると、実効的な緩和レート γ_c はこれらの合計によって $\gamma_c = \gamma_x + \gamma_y + \gamma_z$ となる。相互作用時間 $\tau_i (i = x, y, z, c)$ はこれらの逆数で与えられるとすると、 $\tau_x = \gamma_x^{-1}$ 、 $\tau_y = \gamma_y^{-1}$ 、 $\tau_z = \gamma_z^{-1}$ 、 $\tau_c = \gamma_c^{-1}$ となる。また、 x 、 y 、 z 方向に対する最確速度は一律に、 $v_x = v_y = v_z = v_{mp}/\sqrt{3}$ とすれば、(3.5) が得られる。

*18 例えば 10 倍の相互作用時間を得るためには絶対温度を 100 分の 1 とする必要がある。室温が 300 K 程度なので 3 K 程度を実現させなくてはならない。

*19 これを Dicke 効果と呼ぶ [77]。

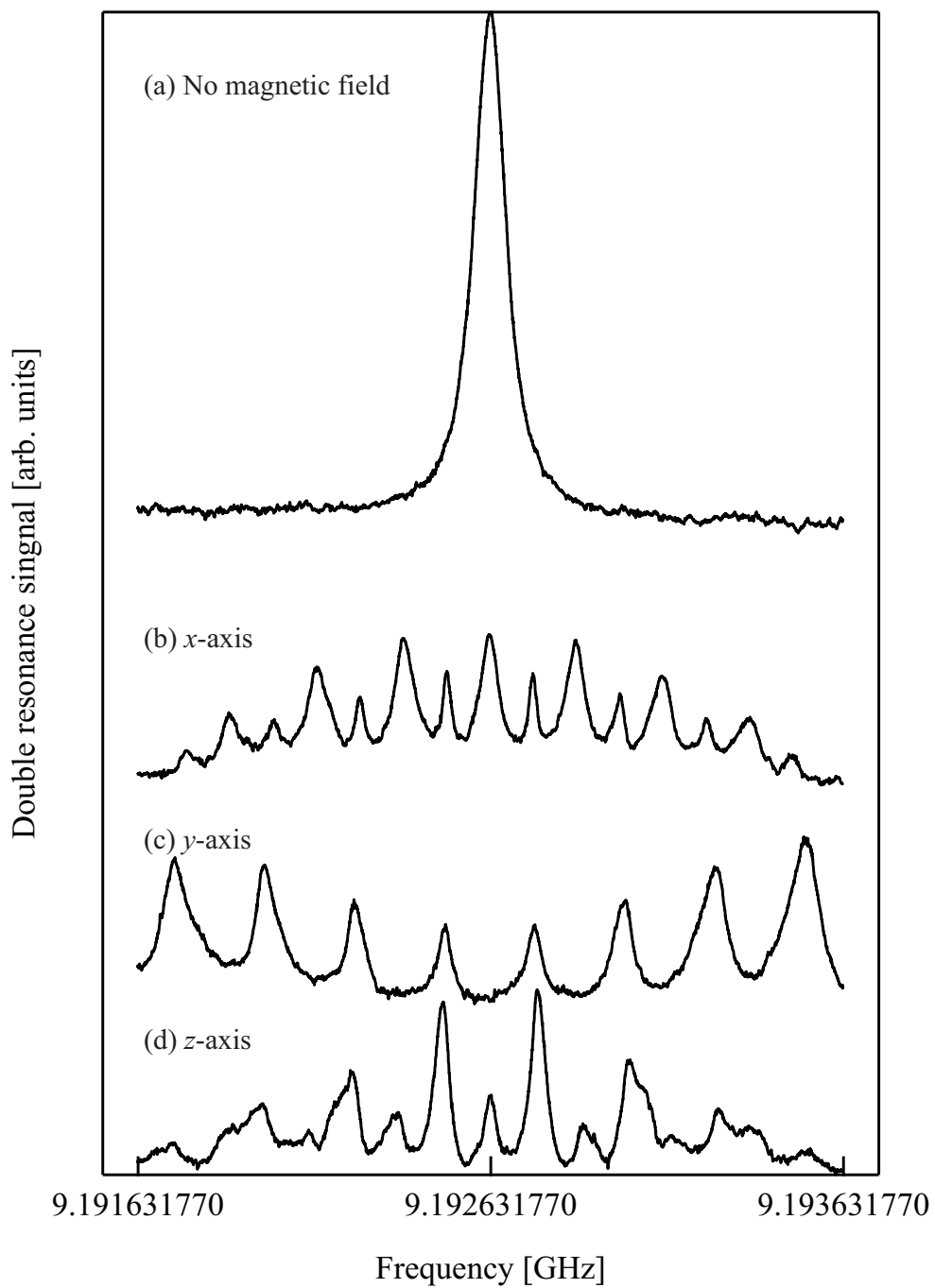


図 3.15 各量子化軸における二重共鳴スペクトル：それぞれ残留磁場を除去した場合 (a)、 x 軸方向に量子化した場合 (b)、 y 軸方向に量子化した場合 (c)、 z 軸方向に量子化した場合 (d) を示す。

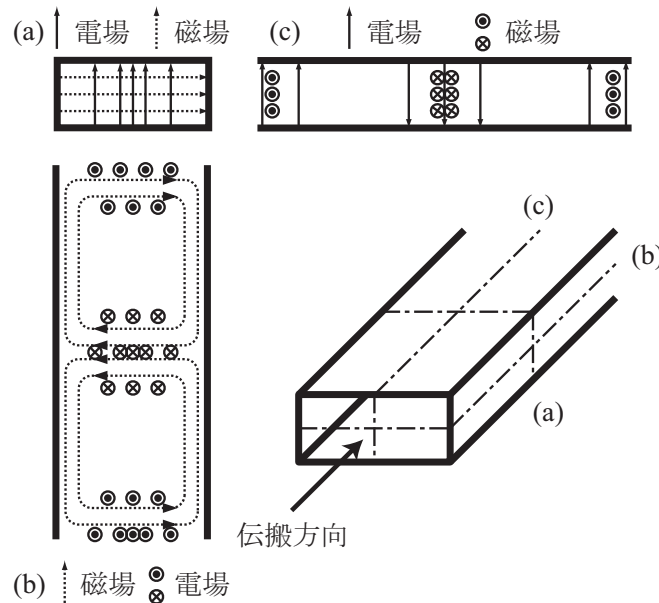


図 3.16 TE₁₀ モードの模式図：図 3.13 で定義される xy 平面 (a)、 xz 平面 (b)、 yz 平面 (c) それぞれにおける電磁場の様子を示す。

フアガスをそれぞれ 1.33 kPa、6.67 kPa、13.3 kPa^{*20}の気圧で封入したもの、3種類を用意した。ガラスセルをバッファガス 6.67 kPa 入りのもので取り替えて、図 3.15 と同様に二重共鳴スペクトルの観測を行った結果を図 3.17 に示した。無磁場の状態 (a) において吸収線はすべて重なり、 x 、 y 、 z 軸にそれぞれ磁場を掛けた場合 (b-d) には縮退が解けるといふ様子は図 3.15 と同じであった。しかし、相互作用時間が伸びたことによって、それぞれの吸収線の線幅はバッファガスがある場合の方が細くなっている点で両者は異なる。窒素バッファガスを導入したことによる定量的な効果と窒素蒸気圧の最適化などの詳細は第 5 章で述べることにし、差し当たって特に断りがない限りこの蒸気圧 6.67 kPa の窒素ガス入りセルを用いて、議論を進める。

尚、バッファガスをセシウム原子と同時に封入すると、異種原子からの摂動によって共鳴周波数が変化するバッファガスシフト [79–82] が生じる。従って、各蒸気圧におけるバッファガス入りセルを用いる場合には $|F = 3, m_F = 0\rangle \leftrightarrow |F = 4, m_F = 0\rangle$ のマイクロ波遷移であってもその周波数は 9192631770 Hz と僅かに異なることに注意が必要である。図 3.18 にそれぞれのバッファガス圧^{*21}によるマイクロ波およびレーザーの遷移における共鳴周波数の変化量を測定した結果を示す。ここで、マイクロ波遷移には $|F = 3, m_F = 0\rangle \leftrightarrow |F = 4, m_F = 0\rangle$ を用いてそれぞれのバッファガス圧における二重共鳴スペクトルのピーク周波数を調べ、バッファガスが無い場合に対する差を得た。レーザー遷移には $6S_{1/2} \leftrightarrow 6P_{3/2}$ を用いて吸収スペクトルを測定し、飽和吸収分光用に用いたセシウムの吸収線の周波数との差を得た。図中の黒丸がマイクロ波周波数のバッファガスシフト、白抜き丸がレーザー周波数のバッファガスシフトである。

*20 それぞれ 10 Torr、50 Torr、100 Torr に相当する。Torr は真空工学などの分野において使用されることが多いが、SI 単位ではない。

*21 ここでの値は製造上の目標値であり、実測値ではないため “nominal.” とした。

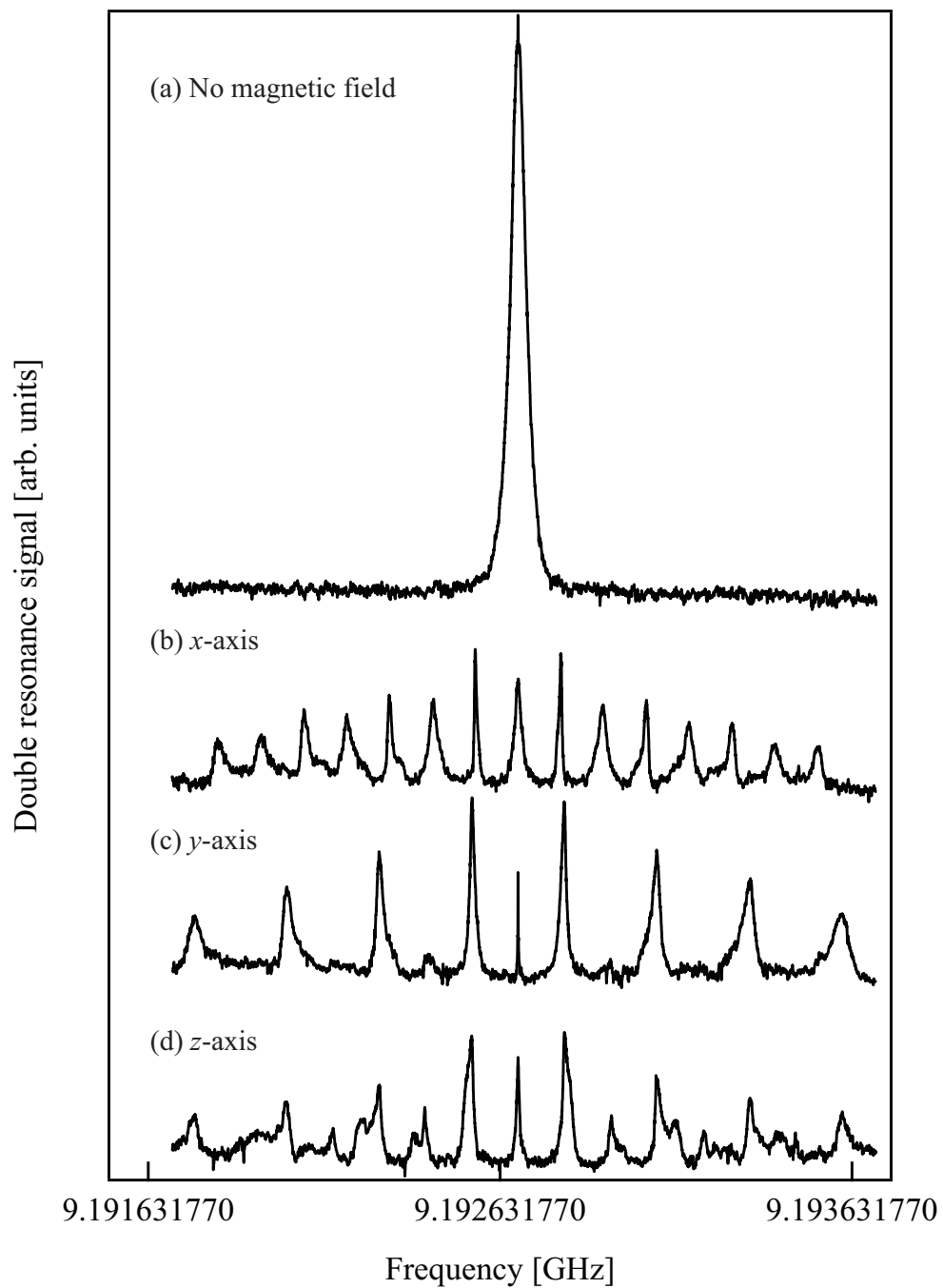


図 3.17 各量子化軸における二重共鳴スペクトル $-\text{N}_2$ バッファガス (6.67 kPa) 入り- : それぞれ残留磁場を除去した場合 (a)、 x 軸方向に量子化した場合 (b)、 y 軸方向に量子化した場合 (c)、 z 軸方向に量子化した場合 (d) を示す。

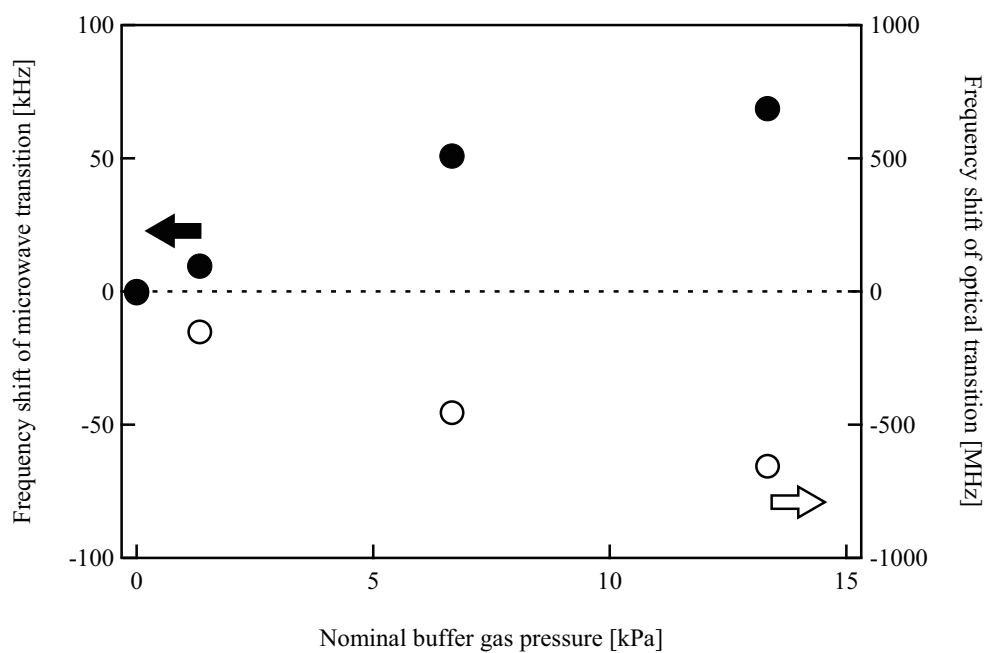


図 3.18 N_2 によるバッファガスシフト：黒丸は $|F = 3, m_F = 0\rangle \leftrightarrow |F = 4, m_F = 0\rangle$ のマイクロ波遷移の周波数シフトを二重共鳴スペクトルから測定した値、白丸は $6S_{1/2} \leftrightarrow 6P_{3/2}$ のレーザー遷移の周波数シフトを吸収スペクトルから測定した値を示す。

第4章

アトミックキャンドル

第3章において二重共鳴分光によるセシウム原子のマイクロ波に対する吸収スペクトルを得た。この吸収スペクトルにはガラスセル内の多数の原子が寄与している。この場合、マイクロ波の照射直後は原子集団でコヒーレントなラビ振動を行っているが、衝突や緩和などによって徐々に個々の位相が変化してしまうため原子集団としてのラビ振動は減衰振動として観測される。このような減衰振動の周波数を測定する場合、何らかの外的な変調を加えて固有振動と共鳴させるパラメトリック励振が有効である。

本章では、マイクロ波の位相変調によって二重共鳴信号をパラメトリック励振することで検出できるアトミックキャンドル信号について記載する。さらに、得られたアトミックキャンドル信号によるラビ周波数の特定およびマイクロ波の磁場強度への変換について言及する。本章の構成は、まず4.1節において密度行列方程式によるアトミックキャンドルの理論的解析を行うことで後述の実験結果に対する理解の助けとし、4.3節においてアトミックキャンドル信号測定について、4.4節でラビ周波数からマイクロ波の磁場強度への変換についてそれぞれ述べる [83]。

4.1 密度行列方程式によるモデル式の導出

まず、時間を含まない固有状態 $|1\rangle$ および $|2\rangle$ からなる二準位原子を考え、それらを重ね合わせた状態 $|\psi\rangle$ を

$$|\psi\rangle = r_1(t)|1\rangle + r_2(t)|2\rangle \quad (4.1)$$

と書く。ここで、

$$r_1(t) = c_1 e^{-i\frac{E_1}{\hbar}t} \quad (4.2)$$

$$r_2(t) = c_2 e^{-i\frac{E_2}{\hbar}t} \quad (4.3)$$

であり、これらはそれぞれ $|1\rangle$ および $|2\rangle$ の確率振幅である。また E_1 と E_2 はそれぞれの状態の固有エネルギーであり、 $E_1 < E_2$ とする。いま、 $r_1(t)$ 、 $r_2(t)$ を用いて密度行列の各要素 ρ_{nm} ($n, m = 1, 2$) は

$$\rho_{nm} = r_n(t)r_m^*(t) \quad (4.4)$$

と定義される。従って、(4.4) を要素とする密度行列 ρ は

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

である。

次にこの二準位原子と θ で位相変調された電磁波との磁気相互作用を考える。ここで θ は、位相変調の深さを ϕ_m 、変調周波数^{*1}を ω_m として、

$$\theta = \phi_m \sin(\omega_m t) \quad (4.6)$$

で表される。2.1 節と同様に、(2.11a) から (2.11c) を基底にとれば、電磁波の磁場 $H_\omega(t)$ は、

$$H_\omega(t) = H_q e^{i(\omega t + i\theta)} + \text{c.c.} \quad (4.7)$$

となる。

(4.4) の密度行列はハミルトニアン \mathcal{H} との交換関係

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [\mathcal{H}, \rho] \quad (4.8)$$

で示される密度行列方程式を満たす。ここで、 \mathcal{H} は無摂動ハミルトニアン \mathcal{H}_0 と摂動ハミルトニアン \mathcal{H}' の和で表され、 \mathcal{H}_0 は固有状態 $|1\rangle$ と $|2\rangle$ に対して固有エネルギー E_1 、 E_2 を与える。一方、摂動ハミルトニアンは 2.1 節と同様に既約テンソル演算子 $\mu_q^{(1)}$ を用いて、

$$\begin{cases} \mathcal{H}'_{11}(t) = \langle 1 | \mathcal{H}'(t) | 1 \rangle = -\frac{\mu_0}{2} \langle 1 | \mu_q^{(1)} | 1 \rangle (H_q e^{i(\omega t + \theta)} + \text{c.c.}) & (4.9a) \\ \mathcal{H}'_{12}(t) = \langle 1 | \mathcal{H}'(t) | 2 \rangle = -\frac{\mu_0}{2} \langle 1 | \mu_q^{(1)} | 2 \rangle (H_q e^{i(\omega t + \theta)} + \text{c.c.}) & (4.9b) \\ \mathcal{H}'_{21}(t) = \langle 2 | \mathcal{H}'(t) | 1 \rangle = -\frac{\mu_0}{2} \langle 2 | \mu_q^{(1)} | 1 \rangle (H_q e^{i(\omega t + \theta)} + \text{c.c.}) & (4.9c) \\ \mathcal{H}'_{22}(t) = \langle 2 | \mathcal{H}'(t) | 2 \rangle = -\frac{\mu_0}{2} \langle 2 | \mu_q^{(1)} | 2 \rangle (H_q e^{i(\omega t + \theta)} + \text{c.c.}) & (4.9d) \end{cases}$$

である。

いま、仮想的な 3 次元空間 (X, Y, Z) において Bloch ベクトル ρ_B を

$$\begin{pmatrix} \rho_X \\ \rho_Y \\ \rho_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\text{Re}[\rho_{12}] \\ 2\text{Im}[\rho_{12}] \\ \rho_{22} - \rho_{11} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

と、仮想的な力 F を

$$\begin{pmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\hbar}(\mathcal{H}'_{12} + \mathcal{H}'_{21}) \\ F_Y = \frac{1}{i\hbar}(\mathcal{H}'_{12} - \mathcal{H}'_{21}) \\ \omega_0 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

と定義する。 ω_0 は (2.21) で与えられる 2 準位原子の共鳴周波数である。 ρ_B および F を用いると、(4.8) の密度行列方程式は簡単に、

$$\frac{d\rho_B}{dt} = \mathbf{F} \times \rho_B \quad (4.12)$$

と書き換えることができる。次に、これを仮想空間の Z 軸のまわりを変調された電磁波の位相に合わせて回転する座標系 [84] に変換すると、

$$\frac{\partial \rho_B}{\partial t} = (\mathbf{F} - \boldsymbol{\omega}) \times \rho_B \quad (4.13)$$

と書ける。但し、 $\boldsymbol{\omega}$ は瞬時周波数を表し、 $\boldsymbol{\omega} = (0, 0, \omega + \dot{\theta})$ である。また回転座標系では、回転波近似により、

$$\begin{cases} \mathcal{H}'_{12} = -\frac{\mu_0}{2} \langle 1 | \mu_q^{(1)} | 2 \rangle H_q & (4.14a) \\ \mathcal{H}'_{21} = -\frac{\mu_0}{2} \langle 2 | \mu_q^{(1)} | 1 \rangle H_q & (4.14b) \end{cases}$$

^{*1} Ω 、 ω 、 Ω_0 などと同様に本来 ω_m は角振動数であるが、ここでは周波数と表現する。

となる。従って、ラビ周波数 Ω との関係は、

$$-\frac{2\mathcal{H}'_{12}}{\hbar} = -\frac{2\mathcal{H}'_{21}}{\hbar} = \Omega \quad (4.15)$$

である。以上により、(4.13) から

$$\begin{pmatrix} \dot{\rho}_X \\ \dot{\rho}_Y \\ \dot{\rho}_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\Delta + \dot{\theta})\rho_Y \\ -(\Delta + \dot{\theta})\rho_X + \Omega\rho_Z \\ -\Omega\rho_Y \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

が得られる。ここで Δ は原子の共鳴周波数からの電磁波の離調である。これを再び、(4.10) で与えられる Bloch ベクトルの定義に従って $\rho_{22} = \frac{1}{2}(\rho_Z + 1)$ および $\rho_{21} = \frac{1}{2}(\rho_X - i\rho_Y)$ の形に直せば、

$$\begin{cases} \dot{\rho}_{22} = -\gamma_1\rho_{22} + \Omega\text{Im}[\rho_{21}] \\ \dot{\rho}_{21} = -\gamma_2\rho_{21} + i(\dot{\theta} + \Delta)\rho_{21} - \frac{i\Omega}{2}(2\rho_{22} - 1) \end{cases} \quad (4.17a)$$

となる [85]。ここで γ_1 と γ_2 は現象論的に導入した縦緩和と横緩和である。いま、 ρ_{nm} を $\theta = 0$ の場合の解 σ_{nm} および θ によって強制振動される解 δ_{nm} に分け、 δ_{nm} が比較的小さく ρ_{nm} はそれらの線形結合

$$\rho_{nm} = \sigma_{nm} + \delta_{nm} \quad (4.18)$$

によって表される場合を考える。(4.18) を (4.17a) および (4.17b) に代入すると、

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_{22} + \dot{\delta}_{22} = -\gamma_1(\sigma_{22} + \delta_{22}) + \Omega\text{Im}[\sigma_{21} + \delta_{21}] \\ \dot{\sigma}_{21} + \dot{\delta}_{21} = -\gamma_2(\sigma_{21} + \delta_{21}) + i(\dot{\theta} + \Delta)(\sigma_{21} + \delta_{21}) - \frac{i\Omega}{2}\{2(\sigma_{22} + \delta_{22}) - 1\} \end{cases} \quad (4.19a)$$

と書ける。まず σ_{22} および σ_{21} について解くために、変調がない場合 ($\dot{\theta} = 0$, $\delta_{22} = \delta_{21} = 0$) の定常状態 ($\dot{\sigma}_{22} = \dot{\delta}_{22} = \dot{\sigma}_{21} = \dot{\delta}_{21} = 0$) を考えると、(4.19a) および (4.19b) は

$$\begin{cases} 0 = -\gamma_1\sigma_{22} + \Omega\text{Im}[\sigma_{21}] \\ 0 = -\gamma_2\sigma_{21} + i\Delta\sigma_{21} - \frac{i\Omega}{2}(2\sigma_{22} - 1) \end{cases} \quad (4.20a)$$

$$\quad (4.20b)$$

となり、これらを整理すると、

$$\begin{cases} \sigma_{22} = \frac{\Omega}{\gamma_1}\text{Im}[\sigma_{21}] \\ \sigma_{21} = -\frac{\Omega(i\gamma_2 - \Delta)}{2(\gamma_2^2 + \Delta^2)}(2\sigma_{22} - 1) \end{cases} \quad (4.21a)$$

$$\quad (4.21b)$$

となる。(4.21a) より σ_{22} は実数^{*2}であることがわかるから、(4.21b) の虚数部を求めると、

$$\text{Im}[\sigma_{21}] = -\frac{\gamma_2\Omega}{2(\gamma_2^2 + \Delta^2)}(2\sigma_{22} - 1) \quad (4.22)$$

である。(4.22) を (4.21a) に代入して、(4.21a) および (4.21b) をそれぞれ整理すると

$$\begin{cases} \sigma_{22} = \frac{1}{2} \frac{\frac{\gamma_2\Omega^2}{\gamma_1}}{\gamma_2^2 + \Delta^2 + \frac{\gamma_2\Omega^2}{\gamma_1}} \\ \sigma_{21} = -\frac{1}{2} \frac{\Omega(\Delta - i\gamma_2)}{\gamma_2^2 + \Delta^2 + \frac{\gamma_2\Omega^2}{\gamma_1}} \end{cases} \quad (4.23a)$$

$$\quad (4.23b)$$

*2 (2.39) のように電磁波の位相を選ぶことで Ω は実数にできる。

が得られる。次に、 σ_{22} と σ_{21} は δ_{22} と δ_{21} に比べてゆっくり変化する*3として、(4.19a) をさらに時間について微分することで、

$$\ddot{\delta}_{22} = -\gamma_1 \dot{\delta}_{22} + \Omega \text{Im}[\dot{\delta}_{21}] \quad (4.24)$$

が得られる。さらに、(4.19b) の両辺の虚数部を取って整理すると、

$$\text{Im}[\dot{\delta}_{21}] = -\gamma_2 \text{Im}[\delta_{21}] + (\dot{\theta} + \Delta) \text{Re}[\delta_{21}] - \Omega \delta_{22} + \dot{\theta} \text{Re}[\sigma_{21}] \quad (4.25)$$

となる。但し δ_{22} は実数であると仮定した。ここで、(4.25) を (4.24) に代入することで、

$$\ddot{\delta}_{22} + \gamma_1 \dot{\delta}_{22} + \Omega^2 \delta_{22} = -\Omega \gamma_2 \text{Im}[\delta_{21}] + \Omega(\dot{\theta} + \Delta) \text{Re}[\delta_{21}] + \Omega \dot{\theta} \text{Re}[\sigma_{21}] \quad (4.26)$$

が得られる。さらに、(4.19b) に (4.23a) と (4.23b) を代入して整理すると、

$$\dot{\delta}_{21} = -\gamma_2 \delta_{21} + i(\dot{\theta} + \Delta) \delta_{21} - i\Omega \delta_{22} + i\dot{\theta} \sigma_{21} \quad (4.27)$$

が得られる。次に、(4.26) と (4.27) を簡単化するために、 $|\dot{\theta}| \sim \phi_m \omega_m \gg \Delta, \gamma_2$ および $\text{Im}[\sigma_{21}] \gg \text{Im}[\delta_{21}]$ を仮定して整理し直すと、

$$\begin{cases} \ddot{\delta}_{22} + \gamma_1 \dot{\delta}_{22} + \Omega^2 \delta_{22} \approx \Omega \dot{\theta} \{ \text{Re}[\sigma_{21}] + \text{Re}[\delta_{21}] \} & (4.28a) \\ \text{Re}[\dot{\delta}_{21}] + \gamma_2 \text{Re}[\delta_{21}] \approx -\dot{\theta} \text{Im}[\sigma_{21}] & (4.28b) \end{cases}$$

となる。(4.23b) を (4.28b) に代入し、 δ_{21} は σ_{21} に比べて小さいという元々の定義と前述の $|\dot{\theta}| \gg \gamma_2$ という仮定から、 $\dot{\theta} \text{Im}[\sigma_{21}] \gg \gamma_2 \text{Re}[\delta_{21}]$ として、そこから得られる 1 階微分方程式を解くと

$$\text{Re}[\delta_{21}] \approx -\frac{\phi_m \Omega \gamma_2}{2(\gamma_2^2 + \Delta^2 + \frac{\gamma_2^2}{\gamma_1^2} \Omega^2)} \sin(\omega_m t) \quad (4.29)$$

である。ここで (4.23b) および (4.29)、さらに (4.6) から得られる $\dot{\theta} = \phi_m \omega_m \cos(\omega_m t)$ を (4.28a) に代入すると δ_{22} に関する 2 階微分方程式

$$\ddot{\delta}_{22} + \gamma_1 \dot{\delta}_{22} + \Omega^2 \delta_{22} = -\frac{\phi_m \omega_m \Omega^2 \Delta}{2(\gamma_2^2 + \Delta^2 + \frac{\gamma_2^2}{\gamma_1^2} \Omega^2)} \cos(\omega_m t) - \frac{\phi_m^2 \omega_m \Omega^2 \gamma_2}{4(\gamma_2^2 + \Delta^2 + \frac{\gamma_2^2}{\gamma_1^2} \Omega^2)} \sin(2\omega_m t) \quad (4.30)$$

が得られる。(4.30) の右辺は周波数 ω_m および $2\omega_m$ を持つ成分が結合した強制振動を示す。従って、これを満たす解も ω_m で振動する p_α と $2\omega_m$ で振動する p_β の結合によって

$$\delta_{22} = p_\alpha + p_\beta \quad (4.31)$$

と表すことができるとして、それぞれについて (4.30) を改めて分離することで、

$$\begin{cases} \ddot{p}_\alpha + \gamma_1 \dot{p}_\alpha + \Omega^2 p_\alpha = -\frac{\phi_m \omega_m \Omega^2 \Delta}{2(\gamma_2^2 + \Delta^2 + \frac{\gamma_2^2}{\gamma_1^2} \Omega^2)} \cos(\omega_m t) & (4.32a) \\ \ddot{p}_\beta + \gamma_1 \dot{p}_\beta + \Omega^2 p_\beta = -\frac{\phi_m^2 \omega_m \Omega^2 \gamma_2}{4(\gamma_2^2 + \Delta^2 + \frac{\gamma_2^2}{\gamma_1^2} \Omega^2)} \sin(2\omega_m t) & (4.32b) \end{cases}$$

と書ける。(4.32a) および (4.32b) は簡単に解くことができ、特解はそれぞれ、

$$\begin{cases} p_\alpha(t) = -p_{\alpha 0} \sin(\omega_m t + \phi_\alpha) & (4.33a) \\ p_\beta(t) = -p_{\beta 0} \cos(2\omega_m t + \phi_\beta) & (4.33b) \end{cases}$$

*3 $\dot{\sigma}_{22} \ll \dot{\delta}_{22}$ および $\dot{\sigma}_{21} \ll \dot{\delta}_{21}$

のような形となる。実際にこれらを解くと、 $\phi_\alpha = \tan^{-1}\{(\Omega^2 - \omega_m^2)/\gamma_1\omega_m\}$ および $\phi_\beta = \tan^{-1}\{(\Omega^2 - 4\omega_m^2)/2\gamma_1\omega_m\}$ となり、さらに

$$p_{\alpha 0} = \frac{1}{2} \frac{\phi_m \omega_m \Omega^2 \Delta \left(\gamma_2^2 + \Delta^2 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \Omega^2 \right)^{-1}}{\sqrt{(\Omega^2 - \omega_m^2)^2 + \gamma_1^2 \omega_m^2}} \quad (4.34a)$$

$$p_{\beta 0} = \frac{1}{4} \frac{\phi_m^2 \omega_m \Omega^2 \gamma_2 \left(\gamma_2^2 + \Delta^2 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \Omega^2 \right)^{-1}}{\sqrt{(\Omega^2 - 4\omega_m^2)^2 + 4\gamma_1^2 \omega_m^2}} \quad (4.34b)$$

である*4。以上を振り返ると、(4.34a) および (4.34b) は ω_m で位相変調された電磁波によって、二準位原子の励起状態にある原子数密度がそれぞれ ω_m および $2\omega_m$ の角周波数で強制振動される振幅を示す。さらに、電磁波が二準位原子と正確に共鳴する場合、つまり $\Delta = 0$ のとき、 $p_{\alpha 0} = 0$ となり、2倍高調波成分 $p_{\beta 0}$ のみが残る。またそれぞれの緩和和は小さく

$$\gamma_1 \gamma_2 \ll \omega_m^2 \quad (4.35)$$

であるとして、(4.34b) の分母に注目すると

$$\Omega = 2\omega_m \quad (4.36)$$

のときに $p_{\beta 0}$ は極大となることがわかる。従って、 $p_{\beta 0}$ を極大にする条件によってラビ周波数を特定することが可能となる。一方、レーザーとマイクロ波による二重共鳴によって特定の状態にある原子数密度を相対的に参照可能であることは第3章において述べた。つまり二重共鳴の際、マイクロ波に位相変調を印加すると、レーザーの透過光強度に位相変調周波数の2倍の高調波が現れる。ここで Ω もしくは ω_m を変数としてこの高調波の振幅が極大となる値を探せば、(4.36) の共鳴条件から、その時のラビ周波数はマイクロ波に印加した位相変調周波数の2倍であると推定できる。これは位相変調周波数を基にラビ周波数を測定したことに他ならない。

上述のようにアトミックキャンドル信号のピーク位置がラビ周波数に直結するため、その線幅は測定精度を決定する重要な因子ということになる。(4.34b) の半値全幅 Δ_{FWHM} は、(4.35) の条件下で、

$$\Delta_{\text{FWHM}} \sim \sqrt{3}\gamma_1 \quad (4.37)$$

と近似的に求めることができる。従って、縦緩和 γ_1 はアトミックキャンドル信号の線幅の決定に支配的に関わる非常に重要なパラメータであることがわかる。

4.2 アトミックキャンドルの語源

アトミックキャンドル (atomic candle) とは直訳すれば原子蠟燭であり、これは同じく原子を用いて時を計る原子時計という名称に因んで名付けられた [65, 85]。マイクロ波強度の安定化を図るシステムに原子蠟燭という名称が与えられた理由は、その昔、光度の基準として蠟燭が用いられていたことに由来する。1860年に英国の首都ガス条例で初めて燭 (candle) という単位が「1時間に120グレーン*5の割合で燃焼する6分の1ポンド*6の鯨油蠟燭の光度」として法定された [86]。その後1946年にCIPMによってブージ・ヌーベル*7として導入が決議され、1948年にカンデラ (candela) という名が承認された。さらに、何度かの改定を経て現在の定義に至る [1]。ここで、1燭 = 1.0067 cd である [87]。従って「蠟燭」が光の光度、つまり電磁波の強さを計る物の象徴として用いられ、原子を用いてこれを実現するシステムがアトミックキャンドルと名付けられたと考えられる。

*4 (4.32a) および (4.32b) の一般解はこれらの特解と齊次方程式の解の線形結合によって表すことができるが、ここでは扱わない。

*5 質量の単位で、記号は gr。1 gr = 64.79891 mg。

*6 質量の単位で、記号は lb。1 lb = 7000 gr = 453.59237 g

*7 フランス語の bougie nouvelle。英語で new candle の意味。

4.3 パラメトリック励振によるアトミックキャンドル信号の検出

セシウム原子の二重共鳴においてマイクロ波に位相変調を加えることでパラメトリック励振を遂行し、2倍高調波振幅を観測するための実験系の概略図を図 4.1 に、その写真を図 4.2 に示す。この大部分は図 3.4 と同様であるが、SG に対してファンクションジェネレータで生成した正弦波による位相変調を追加した。位相変調によって誘起されたレーザー透過光強度の高調波振幅は、位相変調周波数の倍波に同調したロックインアンプや FFT アナライザによって観測された。また、レーザーは 3.2.3 節と同様に飽和吸収分光 (SAS^{*8}) によって $6S_{1/2} |F=4\rangle \Leftrightarrow 6P_{3/2} |F=4\rangle$ の共鳴周波数に安定化し、ビームエキスパンダによって導波管の内寸^{*9}程度に拡張した。さらに、テストポートの直前に結合度 20 dB の方向性結合器と高周波電力計を設置することでマイクロ波のモニター電力を測定した。これはマイクロ波強度の参照には、一般的に、SG の設定値よりも高周波電力計の実測値を用いる方が信頼性が高いためである。

まず、マイクロ波に正弦波による $\omega_m = 1.5$ kHz の位相変調を施した場合、PD の出力に対してフーリエ変換による解析を行うことで高調波の様子を調べた。図 4.3 は FFT アナライザによる PD 出力のスペクトル分析の結果である。(4.18) および (4.31) で仮定した通り、PD の出力には直流、1.5 kHz ($= \omega_m/2\pi$)、3 kHz ($= 2\omega_m/2\pi$) の成分が存在することが確認された。また図 4.3 の (a) および (b) はマイクロ波の離調 Δ をそれぞれおよそ 2 kHz および 0 Hz としたときの結果で、 $\Delta \approx 0$ Hz のとき (4.34a) で予想された通り、確かに 1.5 kHz 成分の振幅つまり $p_{\alpha 0}$ が 0 となっていることがわかった。

以上のように、FFT アナライザによる解析により、PD 出力には位相変調周波数およびその 2 倍で振動する信号が存在することが確かめられた。また、マイクロ波を原子の共鳴周波数に固定した場合、位相変調周波数に同期する信号振幅 $p_{\alpha 0}$ は 0 となることも確認されたため、以下では 2 倍高調波の振幅 $p_{\beta 0}$ に着目する。(4.34b) は Ω および ω_m のどちらを変数としても、(4.36) の条件をみたすときに極大となる。 Ω を固定し、 ω_m を変数とした場合は、固定されたマイクロ波の強度を位相変調周波数の掃引により測定するという電力計に近いイメージである。それに対して、 ω_m を固定し、 Ω を変数とした場合は位相変調周波数によって指定されたラビ周波数となるようにマイクロ波強度を調整するという SG などの出力設定に近いイメージである。いずれの場合でも実際に発生しているマイクロ波の強度と位相変調の周波数を結び付けることはできるため、本研究の本筋は変わらない。従ってまず両者についてそれぞれ試行した後、どちらの方式を採用すべきかを検討する。

4.3.1 位相変調周波数掃引によるアトミックキャンドル信号の検出

位相変調周波数を変数とする方式は、固定されたマイクロ波強度を測るという一般的な電力測定と同じ形式であるため、その概念はわかりやすい。まず、二重共鳴信号にパラメトリック励振を行うためにファンクションジェネレータで生成した正弦波を SG の外部位相変調端子に入力した。このとき変調の深度 ϕ_m は 6 rad として、周波数は 12 kHz まで掃引した。 $p_{\beta 0}$ は位相変調周波数の 2 倍に同期したロックインアンプの出力をデジタル電圧計 (DVM) で読み取ることによって得られた。ガラスセルはバッファガスの圧力が 6.67 kPa のものを使用し、そこに図 3.13 における y 軸と平行な直流磁場を 42 μ T で印加することで量子化軸とした。マイクロ波周波数は、二重共鳴の予備測定において最も SNR が高かった σ_1 のピークに合わせて 9.19283 GHz に調整した。また使用したレーザーの強度は 120 μ W/cm² であった。SG の出力設定値を 0 dBm から 24 dBm まで変更し、それぞれにおけるロックインアンプの出力電圧を位相変調周波数に対してプロットすることで、図 4.4 のようなアトミックキャンドル信号が得られた [88]。これは、筆者の知る限り、セシウム原子を用いた機構としては世界で初めて達成されたアトミックキャンドルである。図から、SG の設定値

*8 Saturated Absorption Spectroscopy

*9 規格上は 22.86 mm \times 10.16 mm

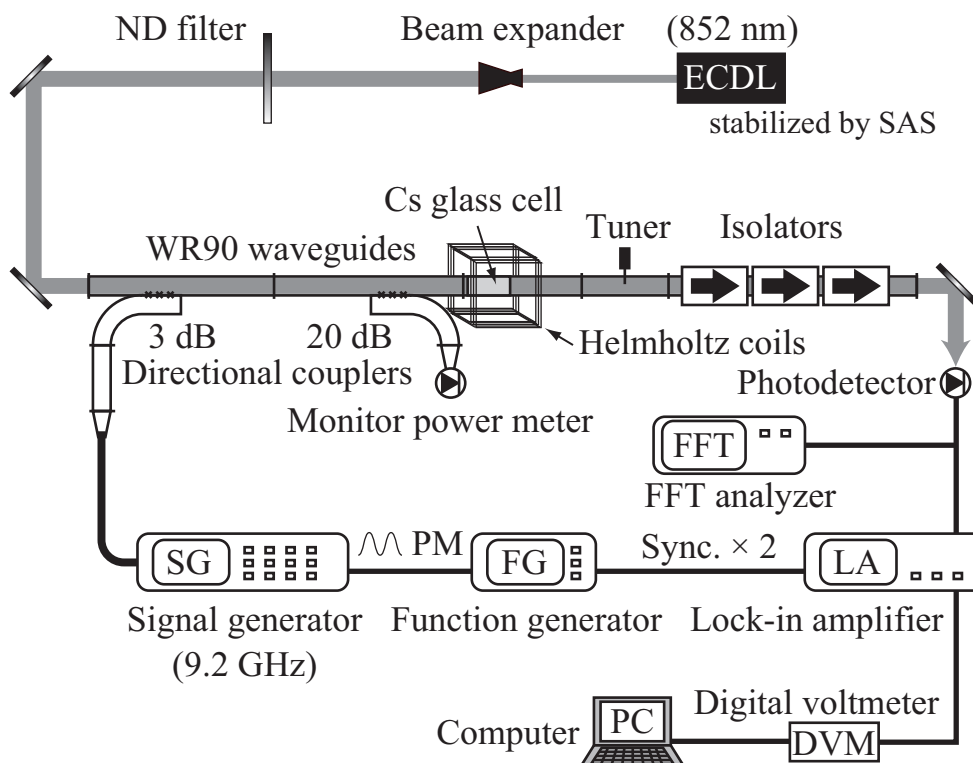


図 4.1 アトミックキャンドル信号検出のための実験系の概略図：二重共鳴分光においてマイクロ波に位相変調を施し、パラメトリック励振を実行することでアトミックキャンドル信号が得られる。

が高くなるに連れて黒三角で示したピークが高周波数側に移動している様子が確認できる。従ってこれはマイクロ波強度の変化を周波数シフトに置き換えたことに他ならず、長年にわたって熱や電圧を基準に測定されてきたマイクロ波強度測定に対して新たな可能性を示す結果となった。

次にこのピークにおける位相変調周波数とマイクロ波の強度の関係をまとめた。ここで、図 4.4 において dBm 単位で示したマイクロ波強度を mW 単位に変換し、その平方根を取ったものを相対的なマイクロ波の磁場強度を示す指標として採用した。この相対的磁場強度と各ピーク周波数を図 4.5 に示す。この結果、両者は比例関係にあることが確認できた。縦軸に示したピーク周波数はラビ周波数の 2 分の 1 に相当し、横軸はマイクロ波の磁場強度に比例する量であるため、この比例関係は (2.32) から予想された通りである。

この時点でも図 4.5 の縦軸を (4.36) と (2.32) を用いてマイクロ波の磁場強度に直せば、SG の設定値から得られる相対的磁場強度にラビ周波数を基準とした目盛りを付けることは可能である。しかし、図 4.5 のアトミックキャンドル信号は SNR が低く、また特定の周波数に大きなノイズが存在する。従って、この校正には大きな不確かさが伴うことが予想される。このような特定の周波数におけるノイズはシステム固有のものと考えられるが、この段階ではそれらの原因は不明であり、これらを 1 つ 1 つ解明して除去するためには大きな労力が必要となる。そこで次に、このノイズが比較的小さい周波数を選んでそこに位相変調周波数を固定し、ラビ周波数 Ω つまりマイクロ波強度を掃引することでアトミックキャンドル信号を得る方式を試行した。

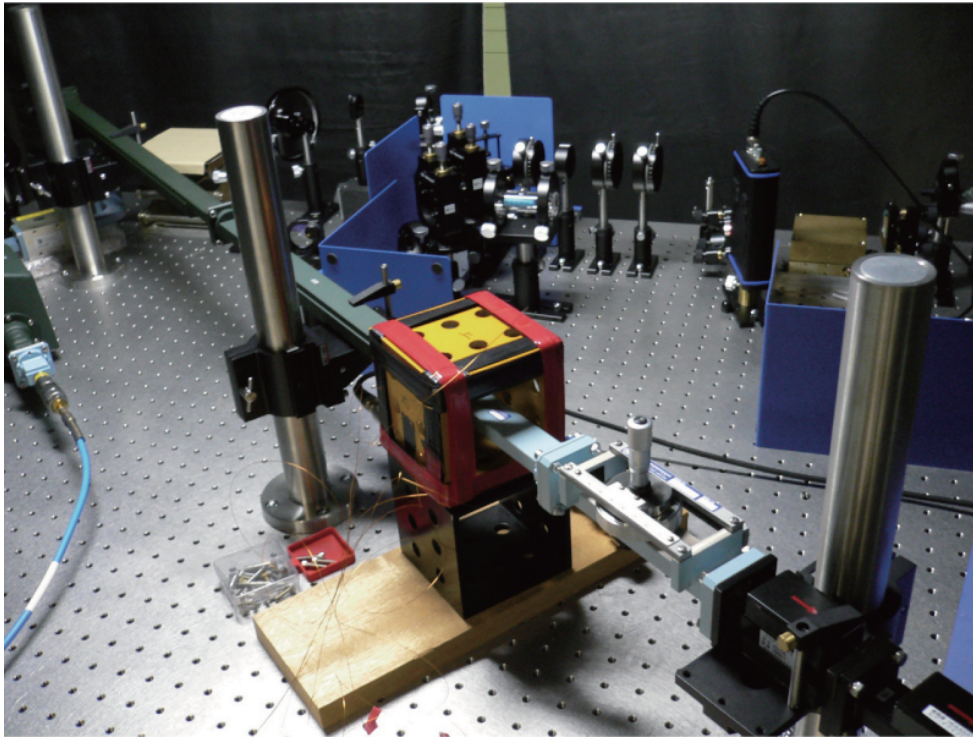


図 4.2 アトミックキャンドル信号検出のための実験系の写真：中央の黄色い箱が準ヘルムホルツコイルである。この内側を通る導波管の中にセシウム原子を封じたガラスセルが挿入されている。奥は検出用レーザーのための光学系である。

4.3.2 マイクロ波強度掃引によるアトミックキャンドル信号の検出

この方式は、厳密にはマイクロ波電力の測定ではなく、位相変調周波数によって指定された強度にマイクロ波を調整するという強度安定化の概念に近い。本実験ではマイクロ波強度は SG の設定値ではなく、テストポートの直前で分岐した信号をモニター電力計で測定した。また直流磁場は x 軸に $36 \mu\text{T}$ 印加し、二重共鳴スペクトルにおける π_0 のピークを使用した。このとき、マイクロ波の周波数は 9.1926826 GHz であった。レーザーの強度は $100 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ から $140 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ とし、 ϕ_m は 2 rad とした。図 4.5 において周波数固有のノイズが小さいと見られる 1.11 kHz 、 2.24 kHz 、 3.49 kHz 、 4.44 kHz を選び、それらにマイクロ波に印加する位相変調周波数を固定した。このとき、4.3.1 節の実験と同様に位相変調周波数の 2 倍に同期したロックインアンプの出力を DVM で測定した。SG の出力設定値を -20 dBm から 24 dBm まで変化させたとき、モニター電力計の mW 単位による測定値の平方根を横軸に取り、縦軸にロックインアンプの出力を描いたグラフが図 4.6 のようなアトミックキャンドル信号となった。但し各位相変調周波数による移動を鮮明にするために、図 4.6 の縦軸は各信号のピークで規格化した上で任意目盛りを用いた。図において、位相変調周波数 $\omega_m/2\pi$ を 1.11 kHz 、 2.24 kHz 、 3.49 kHz 、 4.44 kHz に設定した場合の測定値をそれぞれ、赤、橙、緑、青の丸で示した。同色の実線は (4.34b) を回帰分析用のパラメータで書き直した式

$$f(\xi) = \frac{A\xi_0\xi^2\gamma_2\left(\gamma_2^2 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1}\xi^2\right)^{-1}}{\sqrt{(\xi^2 - \xi_0^2)^2 + \gamma_1^2\xi_0^2}} + f_0 \quad (4.38)$$

を用いて描いた近似曲線である。(4.38) は A 、 ξ_0 、 γ_1 、 γ_2 、 f_0 をパラメータとして、 ξ の関数 $f(\xi)$ の回帰分析を行う。ここで、 A は振幅、 ξ_0 はピーク位置、 y_0 はノイズフロアに対応している。回帰分析には商用の分析ソフト [89] を利用

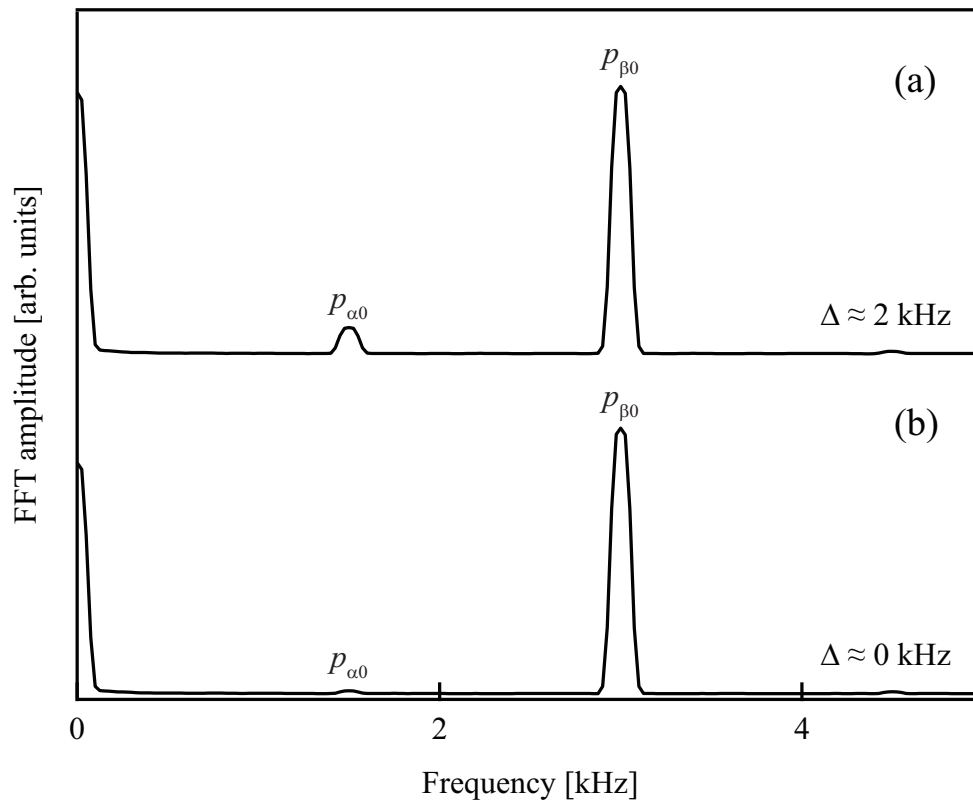


図 4.3 位相変調による二重共鳴信号の高調波解析： $\omega_m = 1.5$ kHz とした。(4.33a) の通り $\Delta \approx 0$ kHz において $p_\alpha \approx 0$ となっている。

した。図 4.6 から、各信号のピーク位置は ω_m の変化に応じて明らかに変位していることがわかる。ここでそれぞれのピークから、モニター電力計によるマイクロ波強度の測定値とラビ周波数を結び付けることができる。従ってこの結果も図 4.4 と同様に、マイクロ波強度の変化を周波数の変化としてとらえられたことを意味する。

図 4.4 と図 4.6 を比べると、後者のマイクロ波強度掃引によるアトミックキャンドル信号の方が SNR が高いように見える。また巨大な固有のノイズも存在しない。従ってこれ以降、位相変調周波数を指定し、マイクロ波強度を変数としてラビ周波数を掃引するという後者の方式を採用することが合理的である。但しここで行った両者の比較には、注目したピークや位相変調深さなどの条件の違いがあるため、条件次第では反対の結果が得られる可能性も否定できない。しかしながら、いずれの方式を用いても最終的に得られる $\Omega = 2\omega_m$ という結果は変わらないため、研究の本質は同じであることをここで再度強調しておく。

4.4 アトミックキャンドルによるマイクロ波の磁場強度測定

次に、図 4.6 で測定した位相変調周波数以外でも同様のアトミックキャンドル信号を得た。これらそれぞれのピーク位置で共鳴条件 $\Omega = 2\omega_m$ を用いることで、各信号のピークにおけるモニター電力計の表示値とラビ周波数を結び付けた結果を図 4.7 に示す。図の横軸はアトミックキャンドル信号がピークとなるときのモニター電力計の指示値の平方根であり、マイクロ波の磁場強度を相対的に示す量である。左軸は共鳴条件によって位相変調周波数から見積もったラビ周波数である。本実験では、410 Hz から 16110 Hz までの位相変調周波数についてそれぞれ両者を記録した。

各測定におけるアトミックキャンドル信号のピーク位置を特定するために、(4.38) を用いた回帰分析によって得られ

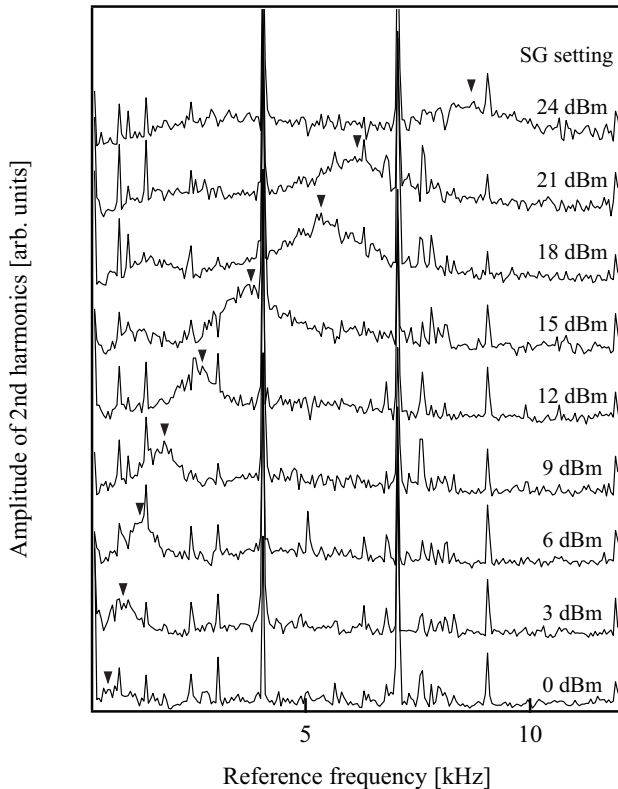


図 4.4 位相変調周波数掃引によるアトミックキャンドル信号：ピークの目測位置を黒三角で示した。SG の設定値に対してピーク位置が変化している様子がわかる。

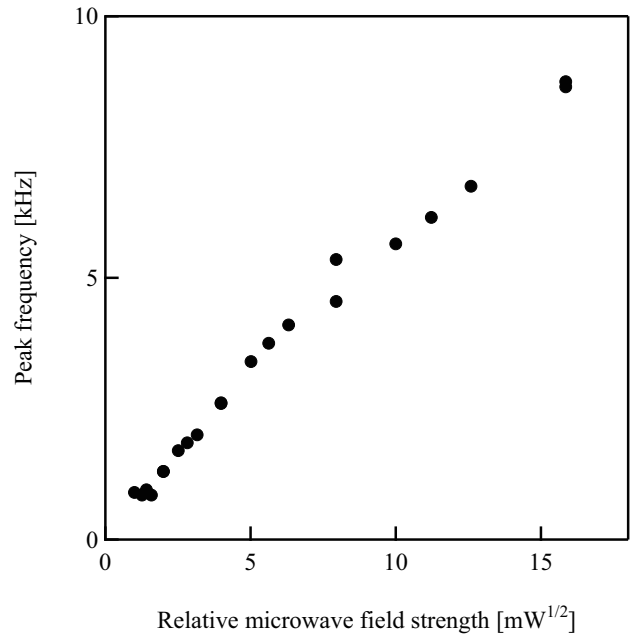


図 4.5 マイクロ波強度に対するアトミックキャンドル信号のピーク位置の変化：横軸は mW 単位で示した SG の設定値の平方根であり、相対的なマイクロ波磁場強度を表す。縦軸はアトミックキャンドルが最大となる位相変調周波数であり、ラビ周波数の 2 分の 1 に相当する。この実験から、(2.32) の通り両者は比例することが確かめられた。

る ξ_0 の値を参照した。1 回の分析で ξ_{0i} とその標準不確かさ $\Delta\xi_{0i}$ が得られ、各位相変調周波数における n 回^{*10}の測定の結果の標準偏差が $s(\xi_0)$ であるとして、図 4.6 のエラーバー $u(\xi_0)$ は

$$u(\xi_0) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta\xi_{0i}}{n} \right)^2 + \frac{s^2(\xi_0)}{n}} \quad (4.39)$$

と見積もられた。ここで、 $s(\xi_0)/\sqrt{n}$ は n 回の測定に対する平均値の標準偏差を示す。次に (4.39) の標準不確かさを ξ_0 で除し、それに包含係数 $k=2$ を掛けることで得た相対拡張不確かさを各ラビ周波数毎に図 4.8 に示した。その結果、相対拡張不確かさはラビ周波数に対しての依存性は小さく、概ね 5% 以下であることがわかった。また今回測定を行ったラビ周波数の範囲での平均値は 3.4% であった。表 1.5 に示した通り 9 GHz におけるカロリメータの校正測定能力が 0.6% であることを考えると^{*11}、この不確かさは十分とは言えない。従って、各パラメータを最適化するなどして不確かさを改善する必要があると考えられるが、それについては第 5 章で議論する。

図 4.7 の実線は丸で示した測定値のプロットを原点を通る直線で近似した結果であり、エラーバーを考慮すると各点において両者は概ね一致していることがわかる。従ってこれによって、相対的なマイクロ波磁場強度とラビ周波数との間の比例関係を確認できたことを示す。

ここで、ラビ周波数に基づいて得られるマイクロ波電力のダイナミックレンジについて議論する。本実験において、上記の通り 820 Hz から 32220 Hz までのラビ周波数に対して測定を行った。これは周波数の上では約 39 倍の範囲で

*10 今回は各点において 3 回から 6 回とした。

*11 カロリメータは同軸で本実験は導波管であるため厳密に言えば、直接比較することはできない。

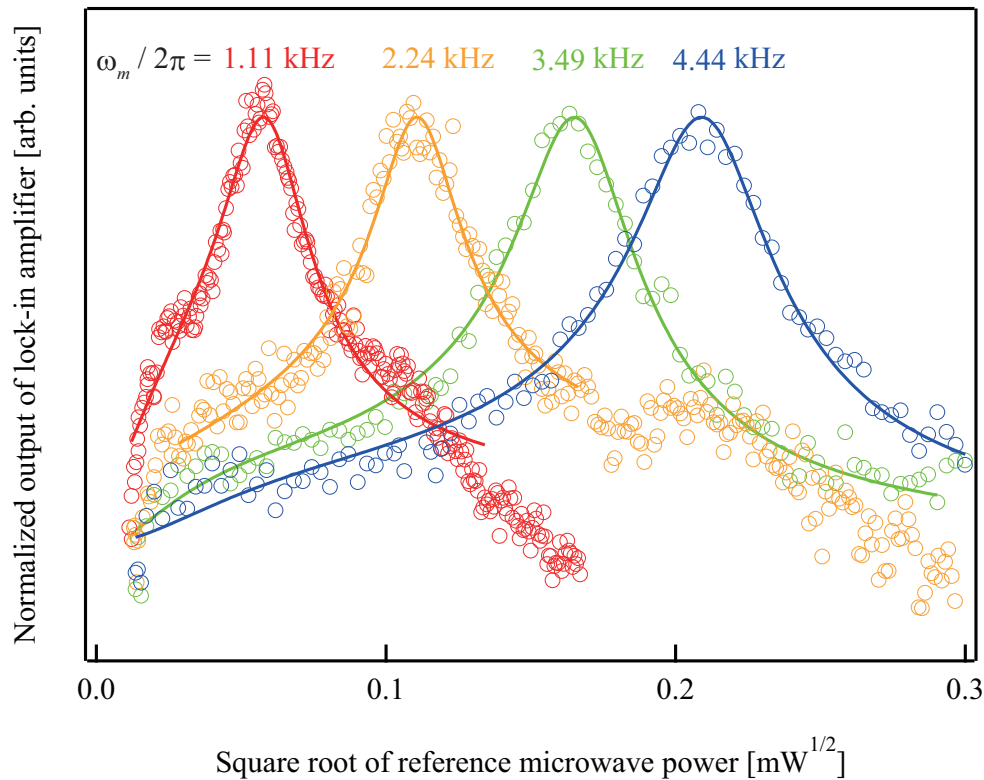


図 4.6 マイクロ波強度掃引によるアトミックキャンドル信号： $\omega_m/2\pi = 1.11$ kHz, 2.24 kHz, 3.49 kHz, 4.44 kHz における測定値と (4.34b) による近似曲線をそれぞれ赤、橙、緑、青の丸と実線で示した。 ω_m の値に応じてアトミックキャンドルのピーク位置が変化している様子がわかる。それぞれの信号のピークにおいて、マイクロ波強度の参照値と $\Omega = 2\omega_m$ に相当するラビ周波数を結び付けることができる。

あるが、電力に換算する場合はこれを自乗するため、1544 倍、つまり約 32 dB のダイナミックレンジに相当する。本実験における下限周波数はノイズと (4.35) の条件によって制限されている。一方、周波数が高くなるに連れて SNR は低下はするものの上記の範囲内では測定限界まで達してはいなかった。つまり本実験における上限周波数は SG の出力性能の限界によるものであり、増幅器などを用いればダイナミックレンジを拡張することも可能である。本測定における線形性を改善し、ダイナミックレンジを拡張することができれば高周波減衰量の測定にも本方式を応用できる可能性がある。現在の高周波減衰量の標準は低い周波数に置換した後、誘導分圧器を基準として測定されているが、これに対しても高い周波数のまま測定できること、原子の反応を基準としていること、異なる原理を用いることなどの利点が期待できる。

図 4.7 の右軸は、(2.32) を用いてラビ周波数をマイクロ波の磁場強度に変換したものである。今回、 x 軸方向に直流磁場を印加したときの π 偏波による遷移について考えているため、上記のように変換された磁場強度は x 軸に平行な成分を表す。両者は比例関係にあるため、図 4.7 のグラフは左右の軸の目盛りのどちらを用いても、そのまま読むことができる。ここで横軸と右軸の関係を見ると、マイクロ波の磁場強度が電力の平方根に比例するという一見して当たり前の結果が得られたことになる。しかし、この横軸は従来の熱測定に基づいた電力計によるものであるのに対して、縦軸はセシウム原子のラビ周波数から得たものである。これら方式の異なる方法を合わせて、当然とも思える結果が得られたことは貴重である。つまり、マイクロ波の強度を熱を介して直流電力に変換した過程とラビ周波数を介して磁場強度に変換した過程の間には、今回の測定精度内で定性的な矛盾が無いことが証明されたことになる。

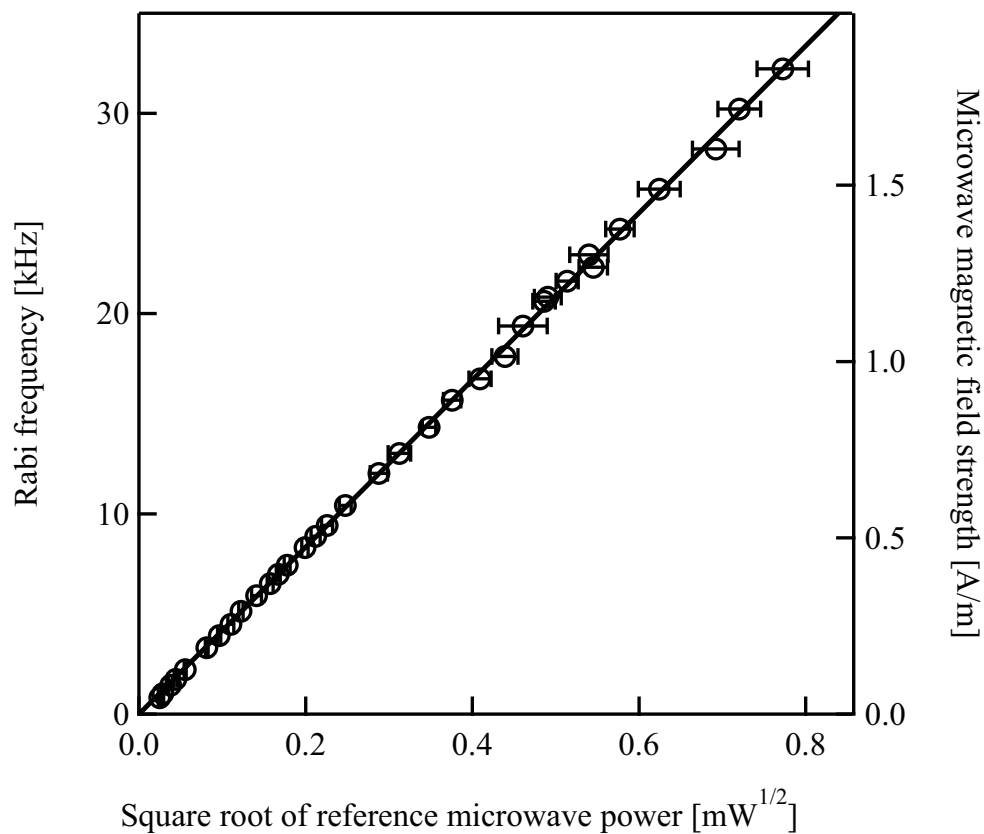


図 4.7 ラビ周波数とマイクロ波強度の関係：モニター電力計の表示値の平方根に対してラビ周波数は比例していることが確認できる。右軸は (2.32) を用いてラビ周波数から計算したマイクロ波の磁場強度である。

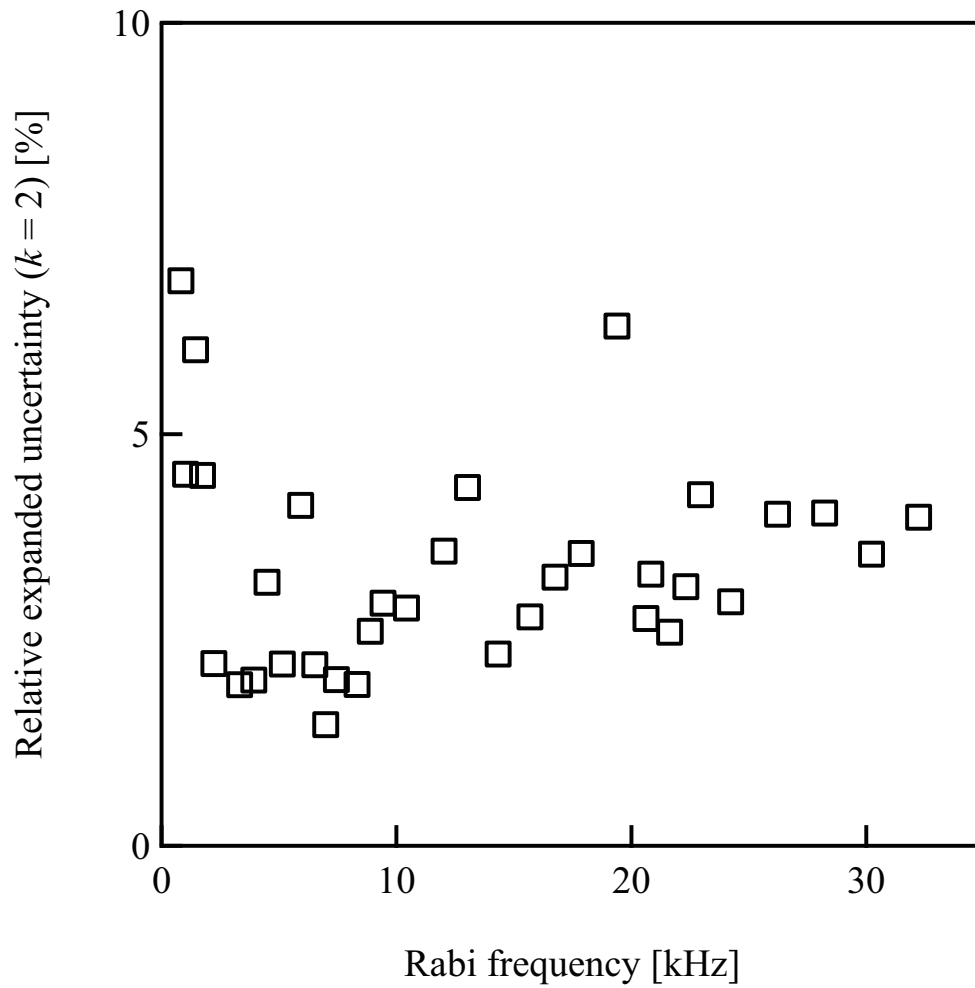


図 4.8 アトミックキャンドルを用いたマイクロ波強度とラビ周波数の関連付けにおける不確かさ：820 Hz から 32220 Hz までのラビ周波数における平均値は 3.4 % であった。

第 5 章

アトミックキャンドル信号の最適化

第 4 章において、アトミックキャンドル信号のピークを参照することでマイクロ波強度とラビ周波数を結び付けることに成功した。しかしその精度は平均で 3.4 % 程度であり、実用的な測定方法として確立するためにはさらに精度を上げる必要があることがわかった。本章において、アトミックキャンドル信号に関する各パラメータを最適化することでラビ周波数の測定精度の向上を試みた [90]。

5.1 アトミックキャンドル信号のピークの振る舞い

本節では、様々なパラメータによるアトミックキャンドル信号のピークへの影響について述べる。アトミックキャンドル信号のピーク位置はラビ周波数に直結する重要な量であり、この振る舞いについて調べることは本研究の基盤を固めるという意味でも不可欠である。

アトミックキャンドルに関する様々なパラメータを制御するために図 5.1 のような実験系を用いた。本実験系の基本は図 4.1 と同じであるが、レーザーのビーム径 d_L と x 軸^{*1}上の位置 x_L が可動開口によって変更可能なこと、導波管内に照射されるレーザー強度 I_L を測定するためスイッチング光パワーメータを設置したことなどが異なる。またセシウム原子が封入されたガラスセルは場合に応じて、バッファガス圧 P_{N_2} が 0 Pa、1.33 kPa、6.67 kPa、13.3 kPa のものを取り替えて使用した。

5.1.1 直流磁場強度による影響

準ヘルムホルツコイルによって発生させた直流磁場は、量子化軸を決定するという重要な役割を果たし、その方向については図 3.13 の定義を忠実に再現するように制御されている。しかしながらその強度については、前章までの実験において特に定めず、二重共鳴スペクトルの各 Zeeman 副準位が分離可能な範囲で適当な値を用いてきた。2.1 節や 4.1 節の計算においてこの影響は含まれていないため、未知の効果が存在する可能性も否定できない。従ってまず、直流磁場強度によるアトミックキャンドル信号のピークへの影響を調べた。

4.3.2 節の実験で用いた π_0 のピークは Zeeman 効果による周波数変化も無く、直流磁場に対しては非常に安定であると考えられるため、ここでは再び 4.3.1 節の実験と同様に y 軸に直流磁場を印加したときの σ_1 のピークに注目してその挙動を調べた。ここで、 y 軸方向に対を成す準ヘルムホルツコイルへの電流 I_y を 53 mA、80 mA、134 mA、188 mA に設定したそれぞれの場合について測定を行った。図 5.2 の (a) にこれらの電流値における二重共鳴スペクトルを示す。図から、図 3.15 および図 3.17 と同様の σ_{-4} から σ_4 のピークを確認することができ、それらの間隔は準ヘルムホルツコイルへの電流値に従って広がっていることがわかる。これらのピーク間隔からそれぞれの場合の直流磁場強度

*1 図 5.1 の挿入図または図 3.13 を参照。

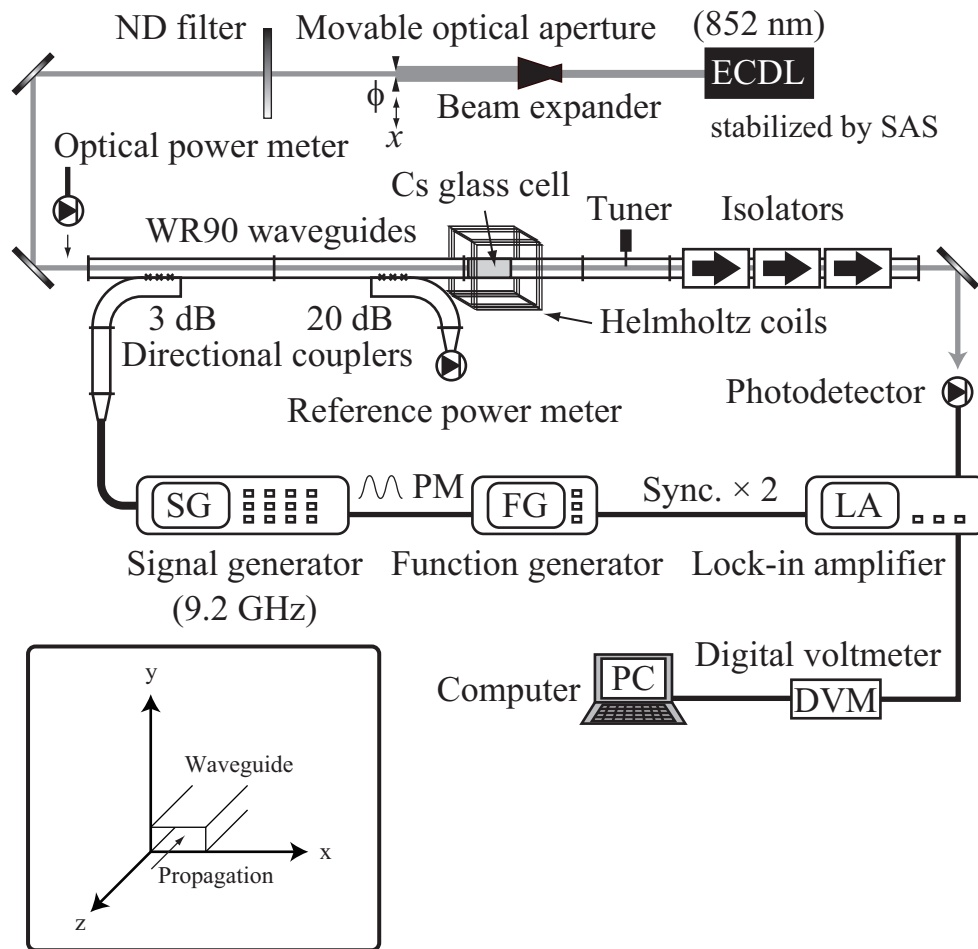


図 5.1 アトミックキャンドル信号の最適化のための実験系の概略図：位相変調の深さ、直流磁場強度、チューナーの設定、レーザーのビーム径 d_L 、 x 軸上の位置および強度、バッファガス圧がそれぞれ制御可能である。参考のため、図 3.13 と同様の軸の定義を挿入図に示した。

は $21.4 \mu\text{T}$ 、 $41.4 \mu\text{T}$ 、 $81.4 \mu\text{T}$ 、 $121.4 \mu\text{T}$ であることが推定できる。次にそれぞれの二重共鳴スペクトルにおいて σ_1 にマイクロ波の周波数を固定した場合について、それぞれ観測されたアトミックキャンドル信号を図 5.2 の (b) に示す。本図の横軸は、図 4.6 とは異なり、SG の設定値から見積もったものである。このとき、 $\omega_m/2\pi = 3500 \text{ Hz}$ および $\phi_m = 4.0 \text{ rad}$ とした。図 5.2(b) を見る限り、直流磁場の強度に対してアトミックキャンドル信号のピーク位置は変化しないようである。さらに詳しく調べるために各直流磁場強度について、位相変調周波数を変え、図 4.7 と同様にしてマイクロ波強度とラビ周波数の関係を調べた。その結果を図 5.2(c) に示す。図にはエラーバーが無いが、残念ながら定量的に各磁場強度における結果の一致の度合いやピーク位置の依存性を議論することはできないが、定性的に判断すれば図 5.2(c) において直流磁場強度に対して明確な依存性を見出すことはできない。つまりアトミックキャンドル信号のピーク位置は直流磁場の強度には影響されず一定であると言える。従って以下の実験においても、直流磁場の強度は二重共鳴スペクトルの Zeeman 副準位が分離可能な範囲で適当な値として、典型的に $35 \mu\text{T}$ 程度に設定する。

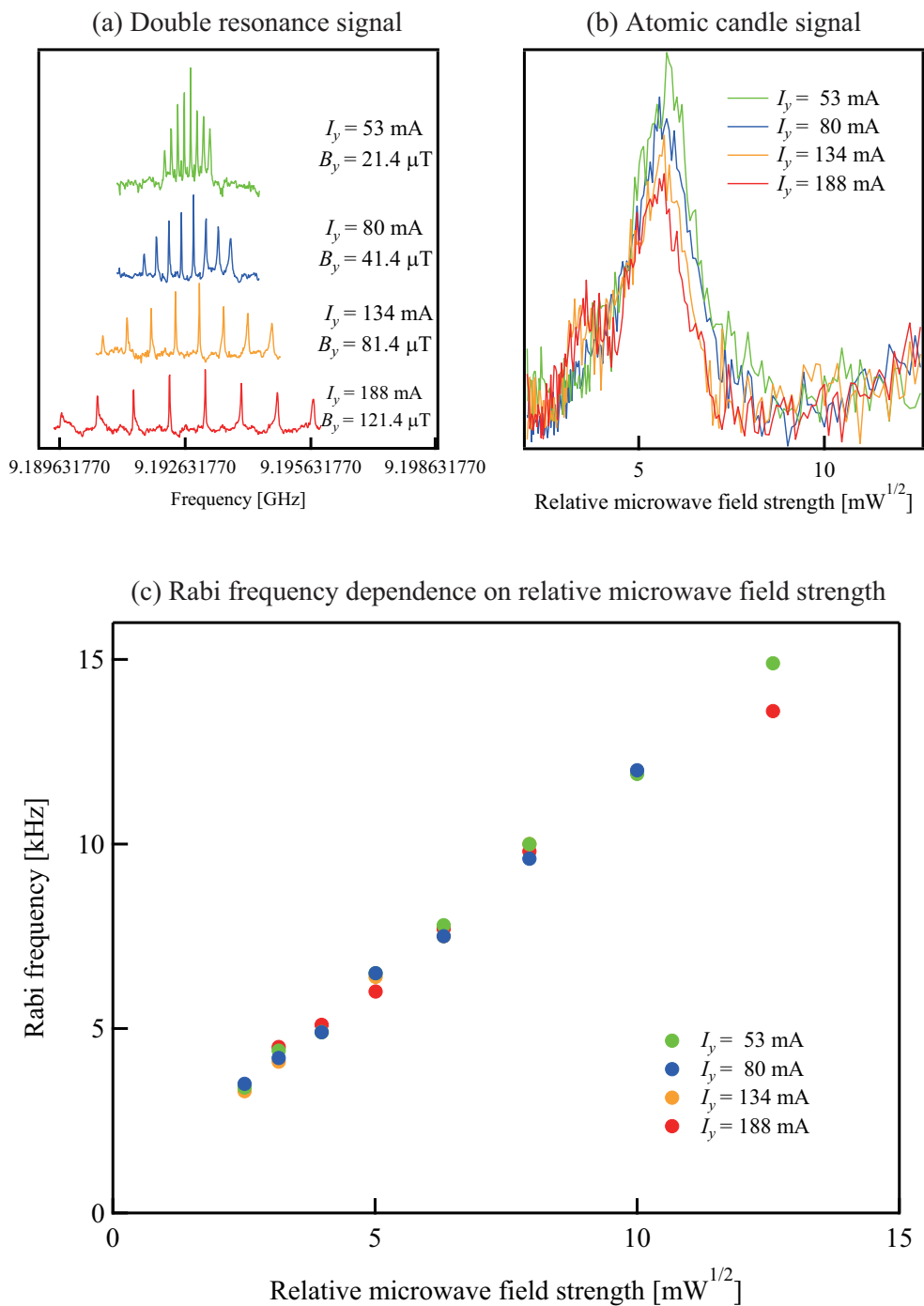


図 5.2 直流磁場強度によるアトミックキャンドル信号ピークの影響：アトミックキャンドル信号のピーク位置は直流磁場強度に対して明確な依存性を示さなかった。

5.1.2 位相変調深度による影響

4.1 節で議論したアトミックキャンドルの理論解析において、マイクロ波の位相変調によって強制振動される成分は比較的小さいとして (4.18) を仮定した。そして (4.34a) および (4.34b) からわかる通り位相変調の深さ ϕ_m に従って強制振動成分の振幅は大きくなるため、 ϕ_m はある程度大きいことが求められる。しかし、強制振動成分や位相変調深度に対する明確な上限は定められていないため、実際に実験を行うことで ϕ_m がアトミックキャンドル信号に及ぼす影響を調べた。ここでアトミックキャンドル信号に及ぼす影響として、ピーク位置、信号強度、および信号線幅を示すパラメータとして γ_1 を指標に選んだ。 ϕ_m を 1 rad から 10 rad まで変化させた場合、上記それぞれのパラメータをアトミックキャンドル信号に対する (4.38) の回帰分析によって見積もり、その依存性を図 5.3 に示した。このとき、量子化軸には x 軸を、二重共鳴スペクトルのピークには π_0 を選択し、さらに $\omega_m/2\pi = 3490$ Hz、 $I_L = 100 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ とした。図中において赤丸がピーク位置 ξ_0 、青四角が縦緩和 γ_1 、白抜き菱形が振幅 A を示している。横軸は位相変調の深さを示し、縦軸は左右軸の 2 つに分け、右軸を振幅 A 、左軸をピーク位置 ξ_0 および γ_1 とした。このとき左軸は $\phi_m \leq 3$ rad におけるピーク位置の平均値を 1 として規格化した*²。まず、図 5.3 において信号強度 A の振る舞いは明瞭である。(4.34b) と (4.38) を比較すると A は ϕ_m の 2 乗に比例することがわかるが、確かに図 5.3 において A は ϕ_m に従って二次関数的な増加を示した。次に、 γ_1 も ϕ_m に従って増加していることがわかる。さらに、ピーク位置 ξ_0 に注目すると、 ϕ_m が大きくなるにつれて、減少方向に変位していることがわかる。これらは、密度行列の強制振動成分は振動しない成分に比べて小さく、(4.18) という線形結合で表したが、 ϕ_m が大きくなることでこの仮定から外れ、測定と回帰分析の結果に差異が生じたためであると考察できる。従って大きい ϕ_m を用いた場合、大きい信号強度が得られるため SNR は高くなるが、信号線幅が広くなるためピークの特定精度が下がる。そして何よりピーク位置が変位するため、その真の値の推定が困難となる。このことから、 ϕ_m はピークの変位が起きない範囲でなるべく大きい値を選ぶ必要がある。厳密な閾値ではないが、図 5.3 から概ね 3 rad 以下の位相変調深度を用いるのが適当である。

5.1.3 定在波と進行波によるアトミックキャンドル信号波形

ところで、図 4.6 の測定値と近似曲線にはピークから外れた裾*³で不一致が確認できる。またこの不一致は、図 4.6 ではあまり顕著ではないが、ピークを形成しているようにも見える。ラビ周波数と位相変調周波数の 2 倍が共鳴するときアトミックキャンドル信号はピークを持つことは既に述べたが、各信号において単一の位相変調周波数を用いていることから、このような複数のピークはラビ周波数のばらつきによるものであることが予想される。ラビ周波数のばらつき、つまりガラスセル内におけるマイクロ波強度の分布には、伝送モードによる xy 平面のものと定在波による z 軸に沿ったものがある。前者については次節で述べるとして、ここでは後者を扱う。まず定在波による強度分布はマイクロ波の進行方向に沿って正弦関数で表すことができる。ここで正弦関数で分布する関数を総称した場合に支配的となる値を理解するために、正弦関数が 1 周期において取る値をヒストグラム化したものを図 5.4 に示す。図から明らかなように、正弦関数のヒストグラムは最大値 1 よび最小値 -1 において頻度が最大となる U 字型の分布*⁴をとる。従ってガラスセル内に定在波によるマイクロ波の強度分布が存在する場合、定在波の腹と節における強度が支配的にアトミックキャンドル信号に現れることが予想される。図 4.6 は、図 3.5 のようにガラスセル入り導波管のテストポート*⁵において反射係数が 0 となる設定のまま測定された結果である。これはテストポートからガラスセル側へマイクロ波を照射し

*² ξ_0 と γ_1 は同次元である。

*³ $\omega_m/2\pi = 1.11$ kHz において横軸の値が $0.1 \text{ mW}^{\frac{1}{2}}$ の位置、 $\omega_m/2\pi = 2.24$ kHz において横軸の値が $0.2 \text{ mW}^{\frac{1}{2}}$ の位置付近など。

*⁴ U 分布という。

*⁵ 3.1 節で定義した通り、ガラスセルを挿入した導波管においてガラスセル端面が配置された端子を指す。この面を通過してガラスセルへ向かう方向にマイクロ波は照射される。

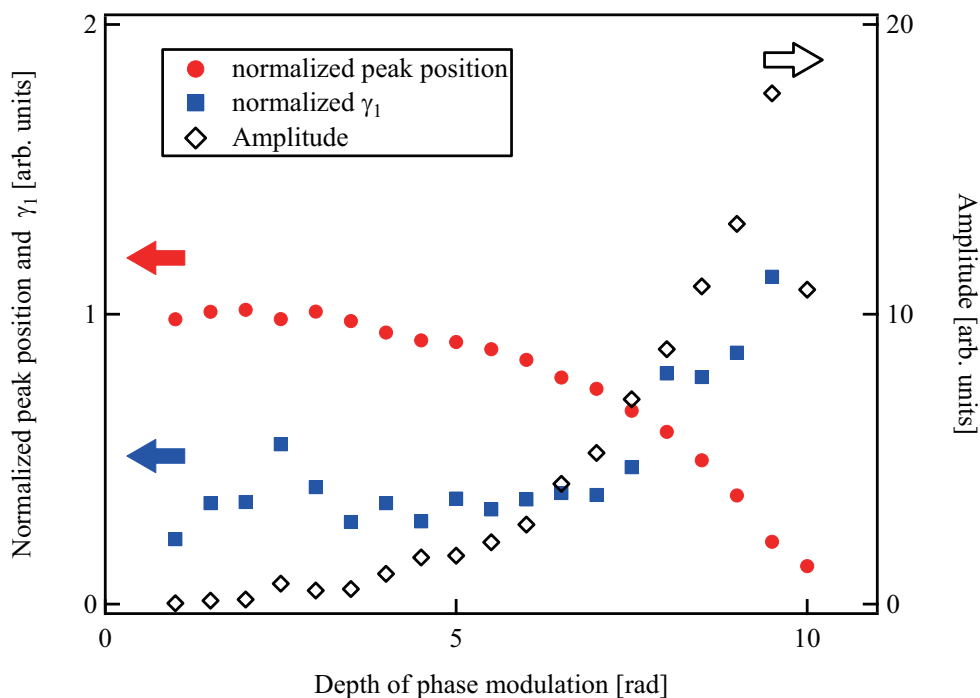


図 5.3 位相変調の深さによる各パラメータへの影響：赤丸がピーク位置 ξ_0 、青四角が縦緩和 γ_1 、白抜き菱形が信号振幅 A を示す。ピーク位置と縦緩和は $\phi_m \leq 3$ rad におけるピーク位置の平均値で規格化した。

た場合、ガラスセルの両端面やチューナー、アイソレーターなどからの反射波が打ち消し合うことを意味する。従って、この状態はガラスセル内およびチューナーとの間の複雑な多重反射によって実現されているため、ガラスセルの中には定在波による複数の腹と節が存在することが想像できる。

図 4.6 では複数のピークが鮮明ではないが、チューナーを適当に調節することで図 5.5 のような複数のピークを持つアトミックキャンドル信号が得られた。このとき測定条件はそれぞれ、 $P_{N_2} = 1.33$ kPa、 $\omega_m/2\pi = 3490$ Hz、 $\phi_m = 2.0$ rad、 $I_L = 100$ $\mu\text{W}/\text{cm}^2$ 、 $d_L = 5$ mm とした。この横軸は図 4.6 と同様にモニター電力計の測定値の平方根から得られたものであるが、ここではそれを最も高いピークにおいてラビ周波数 $\Omega/2\pi = 6980$ Hz で規格化した。白抜きの丸は測定値を示し、実線は $\xi_0/2\pi = 6980$ Hz、 $\gamma_1/2\pi = 1550$ Hz、 $\gamma_2/2\pi = 200$ Hz とした (4.38) による計算値である。図 5.5 では測定値と計算値の間に明らかな差異があり、測定値においては複数のピークが確認できる。この結果から、上記の予想の通り、アトミックキャンドルの多重ピークにはマイクロ波の反射調節が大きく関わっていることが確かめられた。また図 5.5 を見ると 3 本のピークが存在する。アトミックキャンドル信号の各ピークにおいて、ラビ周波数と関連付けられるため、いまガラスセル内には 3 種の支配的なラビ周波数が存在していることになる。また、定在波によるマイクロ波の強度分布の場合は U 分布となり、その腹もしくは節の寄与が大きいことは既に述べた。従って、この 3 本のピークはそれぞれガラスセル内におけるマイクロ波の定在波の腹と節によるものであることが予想できる。図 5.5 の左側のピークは弱いマイクロ波の出力であっても共鳴条件を満たしていることから、定在波の腹であることが予想される。反対に右側のピークは、マイクロ波の出力を上げたときに共鳴条件を満たすので、定在波の節であると考えられる。このように、アトミックキャンドルを用いるとマイクロ波の多重反射の具合を知ることができる。これはマイクロ波回路の中の空間的な強度分布の解析方法に応用できる可能性を示す。

次にチューナーを調節することで、ガラスセル内の定在波の除去を行った。ここで、チューナーの設定の目安を得るために電磁界シミュレータによってガラスセル内が進行波となる状態を再現した。このときの計算されたテストポート

の反射係数に、実測値を合わせるようにチューナーを調節することで定在波を除去することができる。電磁界シミュレータにはモーメント法に基づく商用のソフトウェア [91] を用いた。ここで計算に用いたガラスの比誘電率は、できる限り単純なモデルを考えて、面積を導波管断面に合わせた厚さ 1.5 mm のガラス平板の反射係数について VNA による実測値とシミュレータによる計算値を比較することで、 3.575 ± 0.05 と見積もった。ここでこの ± 0.05 という不確かさは、反射係数の実測値の不確かさの範囲を包含する計算結果を与える比誘電率の幅を示す。この値を用いて、ガラスセルの前面における反射のみが存在し、セシウム原子が封入された空間より後方からの反射を 0 とした場合のテストポートの反射係数を計算した。この結果、反射係数の振幅および位相はそれぞれ 0.42 および 148° と見積もられた。

さらに、VNA でテストポートの反射係数を実際に測定しながら、これが上記のように得られた計算値に近づくようにチューナーを調整した。調整を終えた後のテストポートの反射係数の絶対値を図 5.6 に示す。このときもしシミュレーション通りの状態が再現されているなら、ガラスセル内のマイクロ波は進行波のみが存在することになる。当然、計算モデルと実物との差によって理想的な状態にはならない可能性もあるが、この場合もアトミックキャンドル信号が複数のピークを持たないように再調整することもできる。従って、単一のピークを持つアトミックキャンドル信号が得られた場合、そのピークの分解能以下の精度で定在波の除去が達成されたことになる。

図 5.7 にチューナーの調整後に得られたアトミックキャンドル信号を示す。チューナーの設定以外の測定条件は図 5.5 の実験と同様である。またこの横軸も図 5.5 と同様に、縦軸を最大値とする位置をラビ周波数 $\Omega/2\pi = 6980$ Hz として規格化したものである。図の白抜きの丸は測定値を示す。そして実線は (4.38) による回帰曲線であり、このとき各パラメータはそれぞれ $\xi_0/2\pi = 6979.9$ Hz、 $\gamma_1/2\pi = 1462.2$ Hz、 $\gamma_2/2\pi = 184.17$ Hz であった。図 5.7 を見ると、アトミックキャンドル信号は単一のピークを持ち、また理論上の曲線ともよく一致している。つまり、本実験によってガラスセル中の原子集団から不均一な重ね合わせの無い、単一のラビ振動が得られたことになる。このように理論曲線と一致するアトミックキャンドル信号が実際に検出できたという事例は、筆者の知る限り、これが世界でも初めてのことである。従って本結果によって、4.1 節の理論が実証されたことにもなる。差し当たって図 5.7 のようなアトミックキャンドル信号を用いれば、位相変調周波数で指定されるラビ周波数を基準として、ガラスセル内を進行するマ

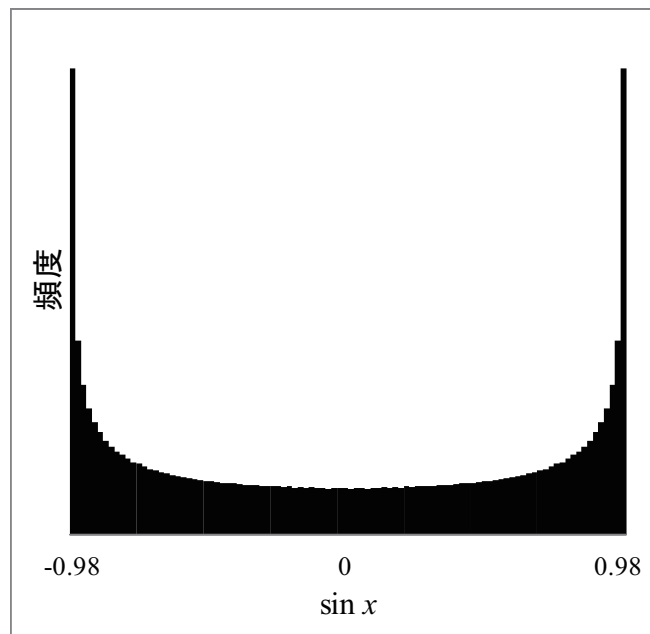


図 5.4 正弦関数のヒストグラム：最大値および最小値において頻度が最大となる U 分布をとる。

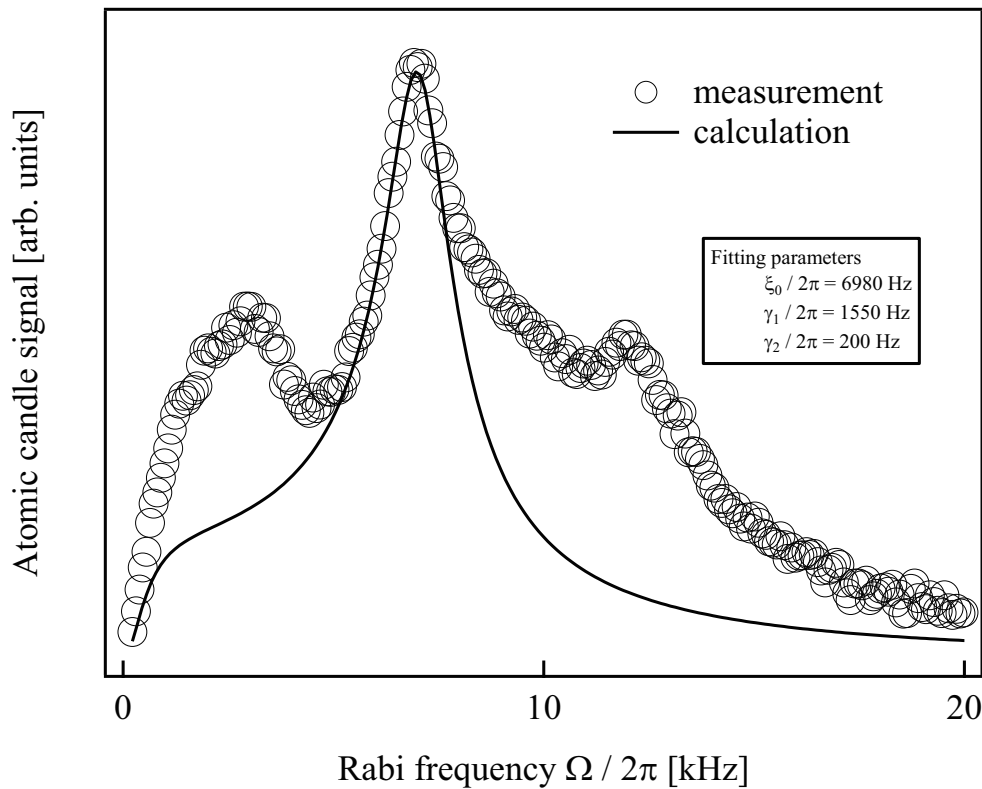


図 5.5 定在波によるアトミックキャンドル信号：ガラスセルの端面やアイソレーターなどからの多重反射によってマイクロ波は定在波となり、ガラスセル内におけるマイクロ波の強度分布に応じて複数のピークが生じた。白抜き丸で示した実測値と実線で示した (4.38) による近似曲線の間には差異が確認された。

マイクロ波強度の測定が可能となる。

5.1.4 導波管断面内の強度分布

マイクロ波の進行方向に対する強度分布は、5.1.3 節において定在波および進行波について言及することで議論した。本節では xy 平面、つまり導波管断面内に対するマイクロ波の強度分布について述べる。但し、本実験では方形導波管の TE_{10} モードを利用しているため伝搬するマイクロ波の磁場強度は y 軸に対してはほぼ一定^{*6}であるとして、ここでは y 軸の位置を導波管の真ん中となるように固定して x 軸の位置の変化について考える。それぞれの測定条件として、 $P_{N_2} = 1.33$ kPa、 $\omega_m/2\pi = 3490$ Hz、 $\phi_m = 2.0$ rad、 $I_L = 300$ $\mu\text{W}/\text{cm}^2$ 、 $d_L = 2$ mm に設定し、 x 軸の位置を変化させたときのアトミックキャンドル信号のピークの変位を相対的な磁場強度として読み取り、図 5.8 に示した。ここで、縦軸の値は最大値が 1 となるように規格化し、同様に横軸も縦軸の値が最大となる位置を $x_L = 0$ と定義した。黒丸は実測値で、その横方向のエラーバーは測定に用いたビーム径 $d_L = 2$ mm を示している。さらに実線は 5.1.3 節で用いた電磁界シミュレータによって計算した磁場強度を規格化したもので、これは実測値とよく一致した。但し、 x 軸の両端にはガラス壁があり、 $x_L \geq 4.45$ mm の領域ではセシウム原子を封入するために用いた吸気口の跡が影となるため測定することはできなかった。

この実験によって、導波管内には x に沿ったマイクロ波磁場強度の分布が存在することがわかった。計算上では、導

^{*6} 実際にはガラスセルを挿入した影響で y 軸に沿って勾配を持つが、これについては第 6 章で触れる。

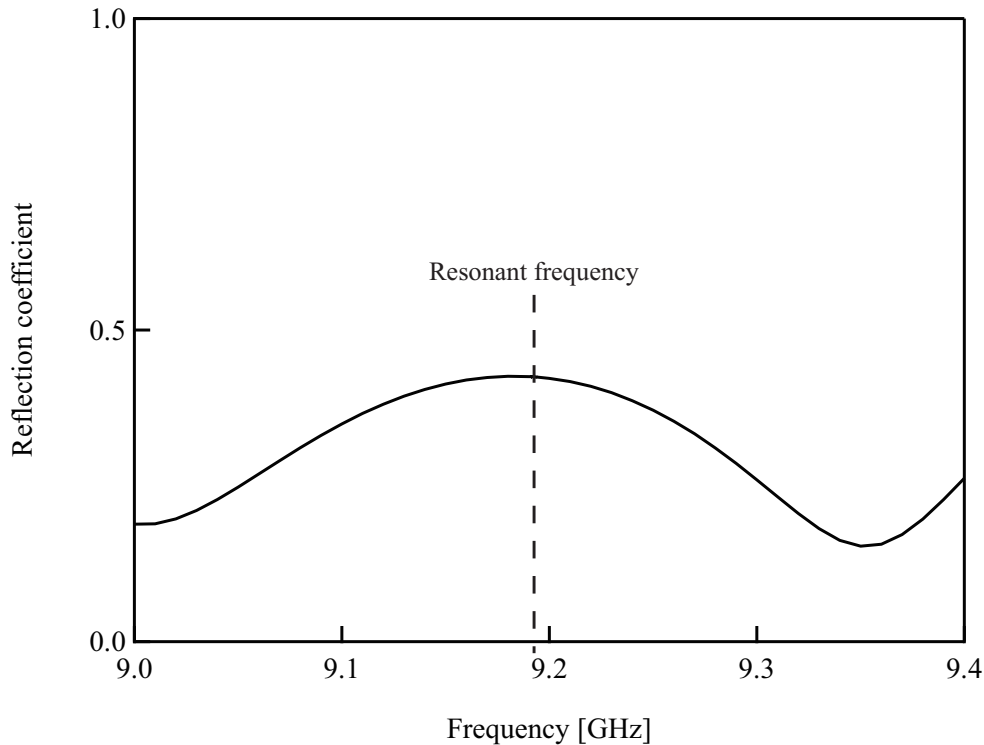


図 5.6 ガラスセル入り導波管の反射係数：ガラスセル内部での定在波を除去するためマイクロ波チューナーを用いてテストポートの反射係数が、ガラスセル内において進行波となるシミュレーション結果と一致するように調整した。

波管の中心においてその強度は最大となるためその位置を $x_L = 0$ mm と定義した。従って本実験によって導波管の中心が特定できたことになる。これは図 5.1 のようにレーザーの導波管への入射口とガラスセルが離れているために、ガラスセルへの実際の入射位置が不明瞭であることを補正するという意味で重要な作業である。以下の実験においてレーザーの照射位置は $x_L = 0$ mm に固定した。

5.2 最適化による高精度化

前節の研究によって、ピークの複数化や不要な変位が無い状態を実現することが可能となった。これによってガラスセルを進行波で伝搬するマイクロ波の磁場強度をアトミックキャンドルによって測定する準備ができたことになる。本節においては、この測定精度を向上させるために各パラメータの最適化を行う。精度向上とは具体的には図 4.8 に示したような不確かさを軽減させることに当たる。

5.2.1 レーザー強度とバッファガス圧の最適化

(4.37) のように、縦緩和 γ_1 が支配的にアトミックキャンドル信号の線幅を決定していることは既に述べた。従って γ_1 を小さくすることで、狭い線幅のアトミックキャンドル信号が得られ、ピーク特定の精度が高まることになる。そこで、測定条件の中で γ_1 に影響する因子について考える。まず γ_1 とは (4.17a) において導入されたパラメータで、単純な二準位原子のみを考えた場合は状態 $|2\rangle$ から状態 $|1\rangle$ への自然緩和に当たる。セシウム原子の基底状態においてこの本来の自然緩和は非常に小さいが、実際の測定環境を考慮した場合には他の外的な要因が加わる。そして以下のような外的な要因による緩和が、 γ_1 を支配的に決定すると考えられる。

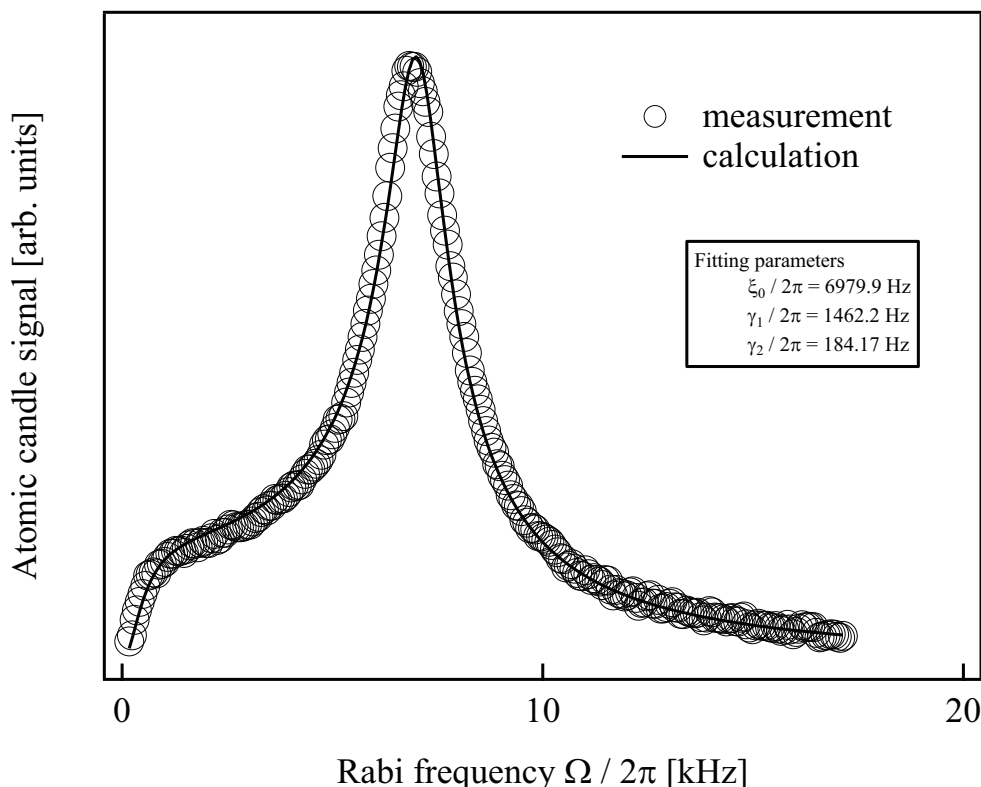


図 5.7 進行波によるアトミックキャンドル信号：ガラスセル内においてマイクロ波の強度はその進行方向に対して一定となり、単一ピークのアトミックキャンドル信号が得られた。白抜き丸で示した実測値と実線で示した (4.38) による回帰曲線もよく一致した。

1 つは、光ポンピングによる緩和である。本実験では二重共鳴分光において $|2\rangle$ から $|1\rangle$ への光ポンピングを行っているため、これが縦緩和として働く。つまりレーザーの強度は弱い方が、光ポンピングの効率が低くなり、 γ_1 を小さくできるという傾向が予想される。しかしこのレーザーは検出光としての役割を担っているため、レーザーの強度が小さい場合、SNR の低下を引き起こすことも考えられる。従ってまず、レーザー強度を変化させた場合について、 γ_1 および SNR への影響を調べた。 $P_{N_2} = 6.67$ kPa、 $\omega_m/2\pi = 3490$ Hz、 $\phi_m = 2.0$ rad、 $d_L = 5$ mm としたときの結果を図 5.9 に示す。図の黒丸が γ_1 で、白抜きの菱形が SNR である。両者とも、測定されたアトミックキャンドル信号に対して (4.38) を用いた回帰分析を行うことで見積もられた。但し、SNR は回帰分析によって得られた振幅 A をノイズフロアにおけるばらつきで除したもので定義される。ラビ周波数の測定精度を向上させるためには、 γ_1 は小さいほど良く、SNR は高いほど良いのであるが、図 5.9 を見ると、上記の予想の通り、 γ_1 と SNR は共にレーザー強度に対して単調に増加している。従って、この図だけではレーザー強度の最適値を判断することは困難である。

ここで、ラビ周波数の測定精度を示す指標として SNR と γ_1 の比をとって SNR/γ_1 というパラメータを導入し、これを最大とする条件を探すことで最適化を行う。 SNR/γ_1 は SNR が高く、 γ_1 が小さいほど大きくなるため、定性的には測定精度を示すには妥当な指標であると考えられる。事実、精密周波数測定分野においては Allan 分散 [92] と呼ばれる指標が精度評価のために用いられ、この Allan 分散の平方根は SNR を参照信号の線幅で除した量に反比例することが知られている [93, 94]。従って、アトミックキャンドルを「ラビ周波数」の安定化や精密測定などに利用した場合、 SNR/γ_1 が大きいほど、その Allan 分散は小さくなる。このような観点から、 SNR/γ_1 を指標とした最適化は十分合理的であると考えられる。それぞれのレーザー強度において、図 5.9 の SNR を γ_1 で除すことで SNR/γ_1 を得た結

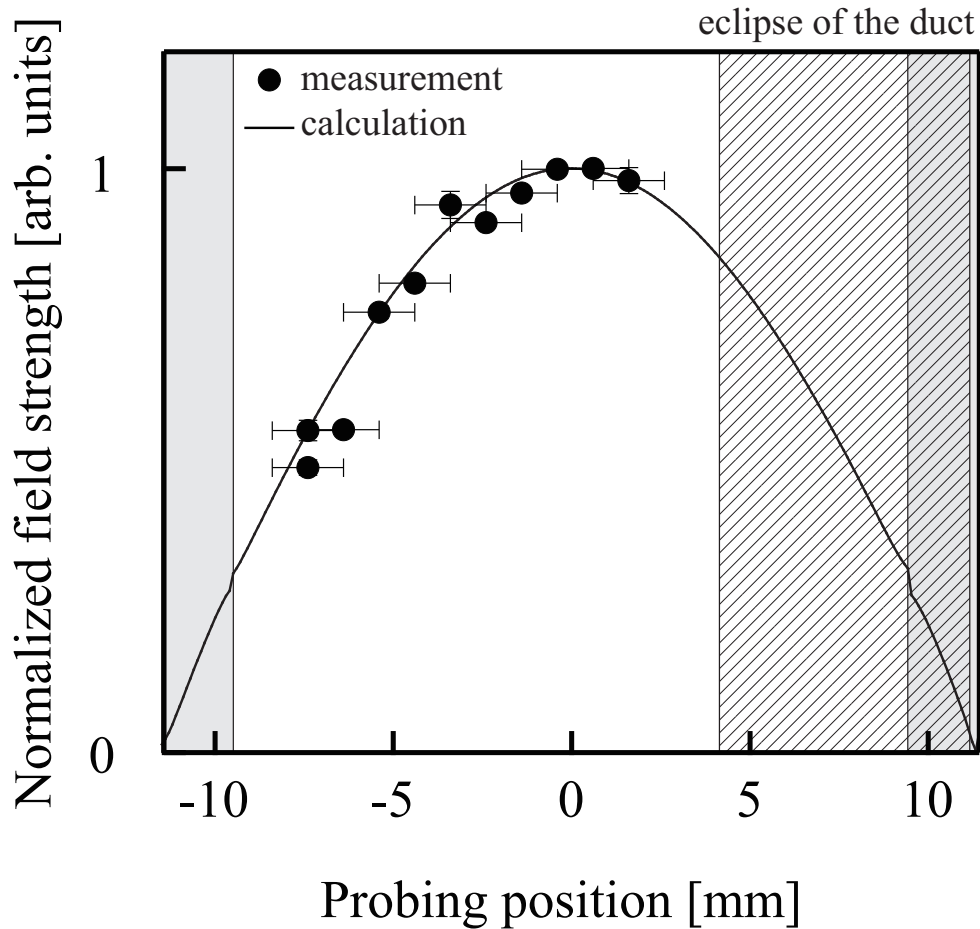


図 5.8 導波管内 x 軸上のマイクロ波強度分布：レーザーの照射位置を変え、アトミックキャンドル信号のピークの変位を参照することで導波管断面内の強度分布が得られる。黒丸で示した実測値と実線で示した計算値はよく一致した。

果を図 5.10 に示す。この場合、 SNR/γ_1 は最大値を持ち、そのときのレーザー強度 $I_L = 400 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ が本実験における最適値であることがわかった [95]。

本実験ではレーザーを用いて原子の振る舞いを検出しているため、レーザーが照射された領域を系としている。そのため、レーザービーム内外へ原子が入り出ると、観測対象の入れ替えが起こる。レーザービームの外では光ポンピングが無いため $|1\rangle$ と $|2\rangle$ の比率が内と異なり、この差異が原子の入れ替えを通じて縦緩和として働く。つまり、原子がレーザービームの照射域を通過するまでにかかる時間^{*7}も γ_1 を決める要因となる。また、原子がガラス壁や他の原子と衝突した場合にも $|1\rangle$ と $|2\rangle$ の間で緩和が起こる。これらは原子の運動に大きく依存するため、レーザー強度の他にも γ_1 に影響を与える要因としてパッファガス圧 P_{N_2} が挙げられる。これについても最適化が必要であるため、図 5.10 と同様の測定を P_{N_2} の異なる複数のガラスセルについて行い、それらの結果を図 5.11 にまとめた。図中において、 $P_{\text{N}_2} = 0 \text{ Pa}$ 、 1.33 kPa 、 6.67 kPa 、 13.3 kPa についての結果をそれぞれ黒四角、青丸、緑菱形、赤三角で示した。緑菱形のデータは図 5.10 と同一のものである。図 5.11 において各 P_{N_2} に対して I_L が最適値を持つことが確認でき、それらの値は例えば $P_{\text{N}_2} = 1.33 \text{ kPa}$ で $I_L = 100 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ 程度、 $P_{\text{N}_2} = 13.3 \text{ kPa}$ で $I_L = 200 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ 程度となるなど、一定ではない。とりわけ、 $P_{\text{N}_2} = 1.33 \text{ kPa}$ における $I_L = 100 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ 付近で SNR/γ_1 は最大となるためこの条

*7 Transit time と呼ぶ。

件を最適値として用いることにする。また他にも注目すべき点は、 $P_{N_2} = 0$ Pa では著しく SNR/γ_1 の値が低下するという点である。つまり、この結果はバッファガスの有用性を定量的に示していると言える。

5.2.2 レーザービーム径の最適化

Transit time に影響を与える要因としてバッファガス圧を挙げたが、レーザービームの直径 d_L も同様に γ_1 に影響を与えることが予想される。そして d_L が大きいほど信号に寄与する原子数が多くなるため、SNR にも密接に関連することも容易に想像できる。従って、5.2.1 節と同様に、 SNR/γ_1 の依存性を d_L に対しても調べる必要がある。図 5.12 に $P_{N_2} = 1.33$ kPa、 $\omega_m/2\pi = 3490$ Hz、 $\phi_m = 2.0$ rad、 $I_L = 100 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ とし、 d_L を変数としたときの結果を示す。この依存性は d_L が 6 mm を中心になだらかであり、概ね 4 mm から 8 mm 程度が最適値であることがわかった。

ここで d_L の最適化について 1 つ確認すべきことがある。それは図 5.8 の通りマイクロ波の磁場には導波管内の位置による強度分布があり、レーザービーム径が大きい場合、異なるピーク位置を持つアトミックキャンドル信号を重ね合わせて観測してしまう可能性があるという点である。計算上、この強度分布はガラスセル内において導波管の中心に正弦波状の腹を 1 つだけ持つため、その値が支配的となってアトミックキャンドル信号に図 5.5 のような複数のピークは現れない。しかし異なるピークの重ね合わせによって合成されたアトミックキャンドル信号は、本来測定すべき導波管の中心地における信号のピークから変位してしまう可能性も否定できない。そこで、この影響を確かめるために、 d_L を 1 mm から 12 mm まで変化させた場合のアトミックキャンドル信号のピーク位置の様子を調べ、図 5.13 に示した。本図の縦軸はピーク位置を、横軸の全範囲における平均値で規格化したものである。図 5.13 によると、アトミックキャンドル信号のピーク位置は d_L に対して統計的な変動はあるものの、明確な依存性は示していない。従って、本実験においてアトミックキャンドル信号のピーク位置は d_L に対して、標準偏差 0.33 % の統計的なばらつきの範囲内で一定であると結論づけた。また、この 0.33 % の標準偏差は第 8 章で述べるマイクロ波磁場強度から伝送電力への変換係数の不確かさに加算した。この結果は、図 5.4 のように正弦波の腹の値が支配的になることに加えて、ガウスビーム状に照射されたレーザーの中心付近に位置する原子の方が、レーザーの端付近の原子よりも大きくアトミックキャンドル信号に寄与したためであると考えられる。

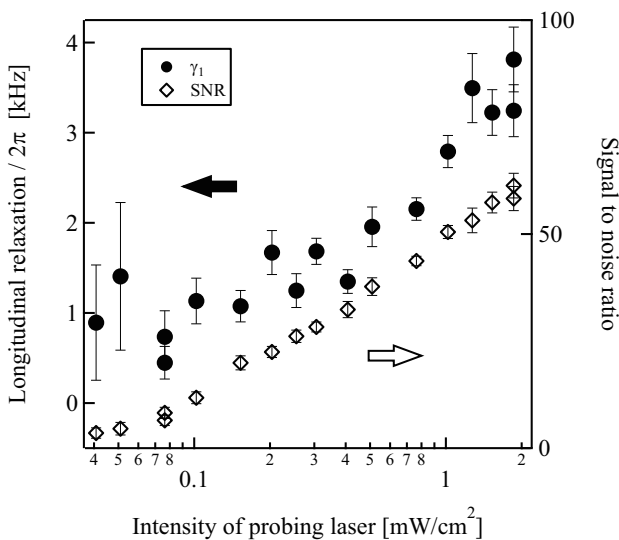


図 5.9 γ_1 と SNR のレーザー強度依存性： γ_1 と SNR は共にレーザー強度に対して単調増加するため、最適値は明らかでない。

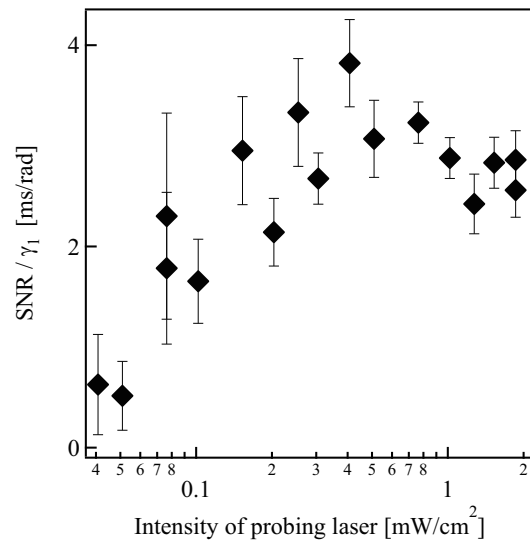


図 5.10 SNR/γ_1 のレーザー強度依存性： SNR/γ_1 を指標とすると、 $I_L = 400 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ 程度のところに最適値を持つ。

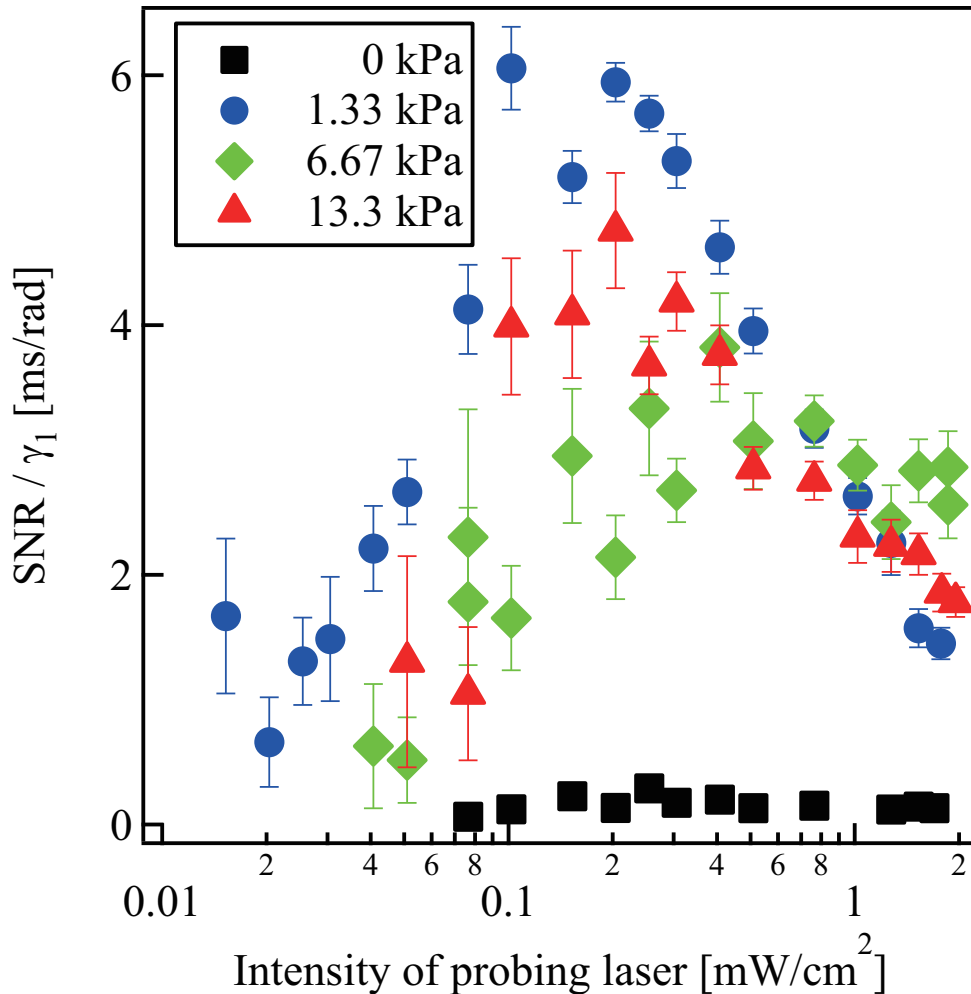


図 5.11 レーザー強度およびバッファガス圧の最適化： $P_{N_2} = 1.33$ kPa とし、 $I_L = 100 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ 程度とした場合が最適であることがわかる。

5.3 最適化による精度の向上

図 4.8 の通り、最適化前のアトミックキャンドル信号ピークの測定に関する不確かさは平均で 3.4 % であった。これに対して最適化の効果を示すため、最適化されたパラメータ $P_{N_2} = 1.33$ kPa、 $\phi_m = 2.0$ rad、 $I_L = 100 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ 、 $d_L = 6$ mm、 $x_L = 0$ mm、およびチューナーによって進行波とした場合におけるアトミックキャンドル信号のピーク位置に関する相対拡張不確かさを見積もった。その結果を図 5.14 に黒丸で示す。白四角は図 4.8 と同一のものである。この最適化後の不確かさも (4.39) と同様に回帰分析による残差と繰り返し測定のばらつきから求められた。最適化後の相対拡張不確かさは測定を行ったラビ周波数範囲の全域における平均で 0.9 % であり、図 5.14 から明らかなように最適化前と比べて大きく改善された。また、最適化後の相対拡張不確かさはラビ周波数が 10 kHz の付近で小さくなる傾向を示し、この周辺において概ね 0.2 % 前後となった。これは最適化前においては示されていない傾向であるため、最適化することによってラビ周波数に対する測定精度の依存性を浮き彫りにすることができたと言える。最良値で 0.2 % 以下というアトミックキャンドル信号のピーク特定の不確かさに関して言えば、表 1.5 に示したカロリメー

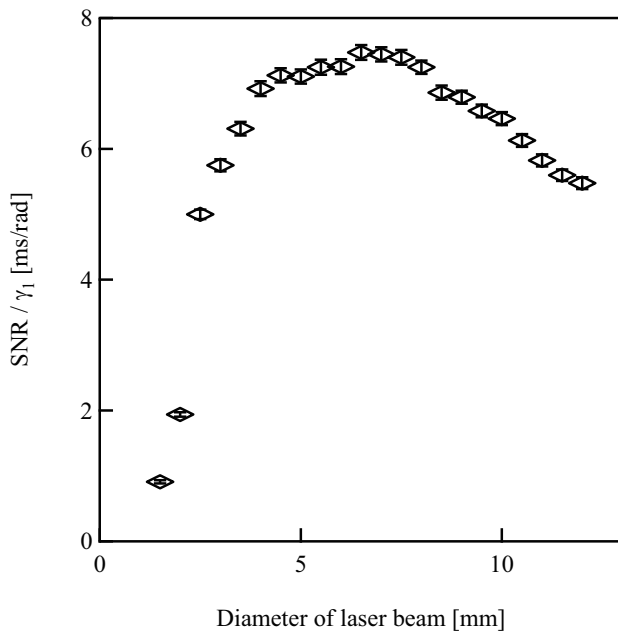


図 5.12 レーザービーム径の最適化： $d_L = 6$ mm 付近が最適であることがわかる。

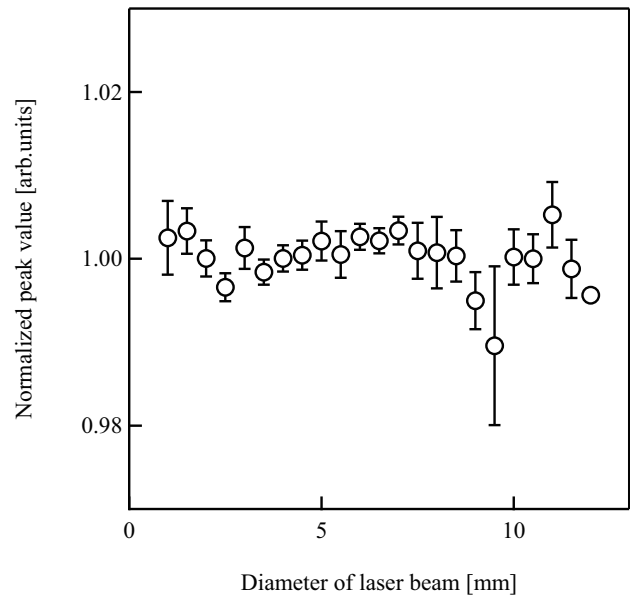


図 5.13 レーザービーム径によるアトミックキャンドル信号ピーク位置への影響：規格化されたピーク位置の変動は標準偏差で 0.33 % であった。

タの校正測定能力 0.6 % に対しても十分高精度な値である。勿論、これは 1 つの要素に対する不確かさであるから最終的なマイクロ波電力の不確かさには他の要素も追加されることになる。しかしそれらの不確かさは二乗和の平方根によって追加されるため、カロリメータの不確かさを目標とする場合も、その 3 分の 1 程度というアトミックキャンドル信号のピーク特定の不確かさは支障にはなり難い^{*8}。

^{*8} 例えば、0.2 という要素が 9 つあった場合によく、 $\sqrt{9 \times 0.2^2} = 0.6$ となる。

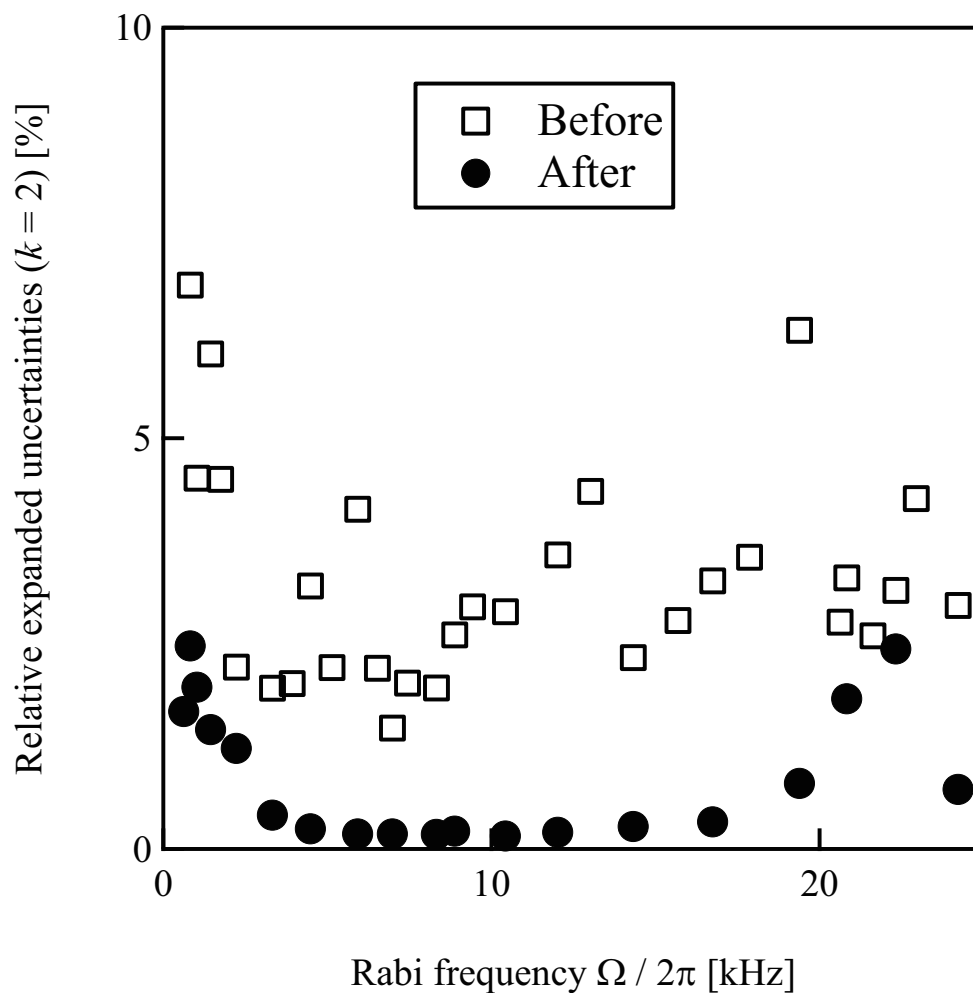


図 5.14 最適化による不確かさの向上：最適化前は平均で 3.4 % であったのに対して、最適化後は平均で 0.9 % に改善した。最適化後の不確かさはラビ周波数が 10 kHz となる付近において最良となり、概ね 0.2 % 前後であった。

第 III 部

絶対電力測定と不確かさ評価

第6章

ラビ周波数に基づく絶対電力測定

前章までに、アトミックキャンドルから得られるラビ周波数を用いて、進行波でガラスセル中を伝搬するマイクロ波の導波管中心における磁場強度が高精度に測定可能であることを述べた。本章ではまず (2.32) によってラビ周波数からマイクロ波の磁場強度を計算する。この工程は既に 4.4 節において述べたが、本章においては改めて最適化されたパラメータを用いて同様の操作を行うことでより高精度な結果が期待できる。次に、ガラスセルに起因するマイクロ波伝送モードへの影響に対する補正を行うことで磁場強度から伝送電力を求め、さらに反射係数の補正を加えることでテストポートへの入射電力に換算する [96]。マイクロ波電力標準のために必要となる実用的な量とはここで求められるテストポートへの入射電力であるので、本章においてラビ周波数を基準にこの量を得ることで最初に掲げた目標を達成できることになる。

6.1 絶対電力測定に向けたアトミックキャンドル信号の測定

まず、前章において最適化されたパラメータを用いてアトミックキャンドル信号を観測する。図 6.1 は $P_{N_2} = 1.33$ kPa、 $\phi_m = 2.0$ rad、 $I_L = 100 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ 、 $d_L = 6$ mm、 $x_L = 0$ mm、およびチューナーによって進行波とした場合において位相変調周波数 $\omega_m/2\pi$ を 2.24 kHz、3.49 kHz、4.44 kHz、5.21 kHz、6.01 kHz、7.16 kHz、8.37 kHz、9.69 kHz、10.41 kHz と変更したときの各アトミックキャンドル信号を、凡例に示した通りの色毎に示したものである。但し、この横軸はモニター電力計による指示値の平方根を取ったものである。図 6.1 から、単一のピークを持つアトミックキャンドル信号が ω_m の値に応じて変位していく様子を確認することができる。それぞれのアトミックキャンドル信号のピークにおいて、(4.36) の共鳴条件から ω_m の 2 倍に対応するラビ周波数が実現されていることになるので、そのときの横軸のモニター電力とラビ周波数を関連付けることができる。これは、横軸に対して各ピーク位置におけるラビ周波数によって目盛りを振ることに相当する行為と言える。

6.2 絶対電力測定に向けたマイクロ波磁場の測定

次に、図 6.1 から読み取ったラビ周波数とアトミックキャンドルのピークにおけるモニター電力の平方根の関係を、図 6.2 にまとめた。図の左軸は位相変調周波数を 2 倍することで求めた各アトミックキャンドル信号のピークにおけるラビ周波数であり、横軸はそれぞれのピーク位置をモニター電力の平方根で示したものである。ここで、アトミックキャンドル信号のピーク位置の特定に際して、前章までにおいて用いていた回帰分析による方法とは異なり、一次微分信号が 0 となる所をピーク位置とした。これは、アトミックキャンドル信号の測定値と近似曲線のピーク位置が僅かながら異なる場合があるためである。図 6.2 もマイクロ波の強度を周波数でとらえることに成功したという重要な意味を持つ。また本図と図 4.7 を比べると、回帰直線との差異も小さいことがわかる。このことから第 5 章における最適

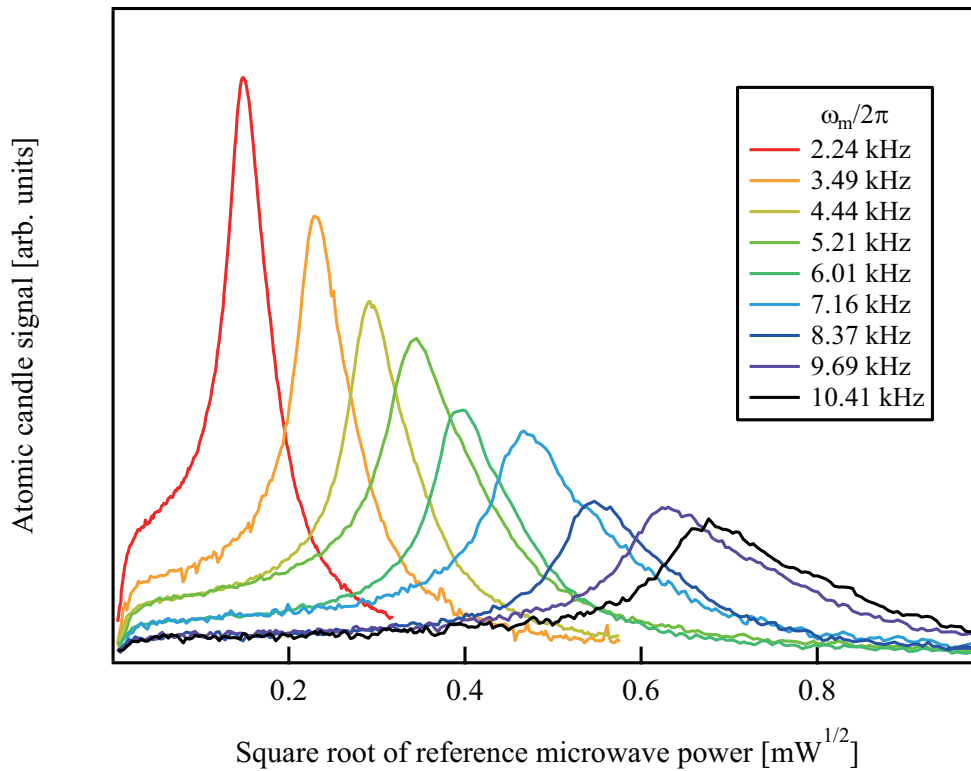


図 6.1 各位相変調周波数におけるアトミックキャンドル信号：位相変調周波数に応じてアトミックキャンドル信号のピークが変位している様子が見られる。

化の有効性が示されている。

さらに図 4.7 と同様に、(2.32) を用いてラビ周波数から計算したマイクロ波の磁場強度を図 6.2 の右軸に記載した。本図においても磁場強度が電力の平方根に比例するという極めて当然の結果が得られたことになるが、横軸は汎用の電力計によって得られ、縦軸は全く異なる周波数測定を基準とした方法によって得られたことをここで改めて強調しておく。右軸は、5.1 節の操作によって、ガラスセル中を進行波で伝搬するマイクロ波の導波管中心における x 軸方向の磁場強度を示すことになる。さらにこれを実用的な測定量とするためには、ガラスセルが挿入された導波管を 1 つのマイクロ波電力計と見立て、それへの入射電力に変換することが望まれる。この入射電力は他の電力計でも測定できるため、この変換によって他の高周波電力計との比較測定が実現可能となるからである。

6.3 磁場強度から絶対電力への変換

いま、導波管の中心におけるマイクロ波の磁場強度のみが得られている。これを導波管内を伝搬する電力に変換するためには、 xy 平面内のマイクロ波の電磁場の分布を求め、そこから得られる Poynting ベクトルを積分すればよい。導波管内を伝搬するマイクロ波の場合には、電磁場の分布は伝送モードによって決定される。この伝送モードは Maxwell 方程式に導波管によって与えられる境界条件を適用することで計算でき、例えば理想的な方形導波管の TE_{10} モードの

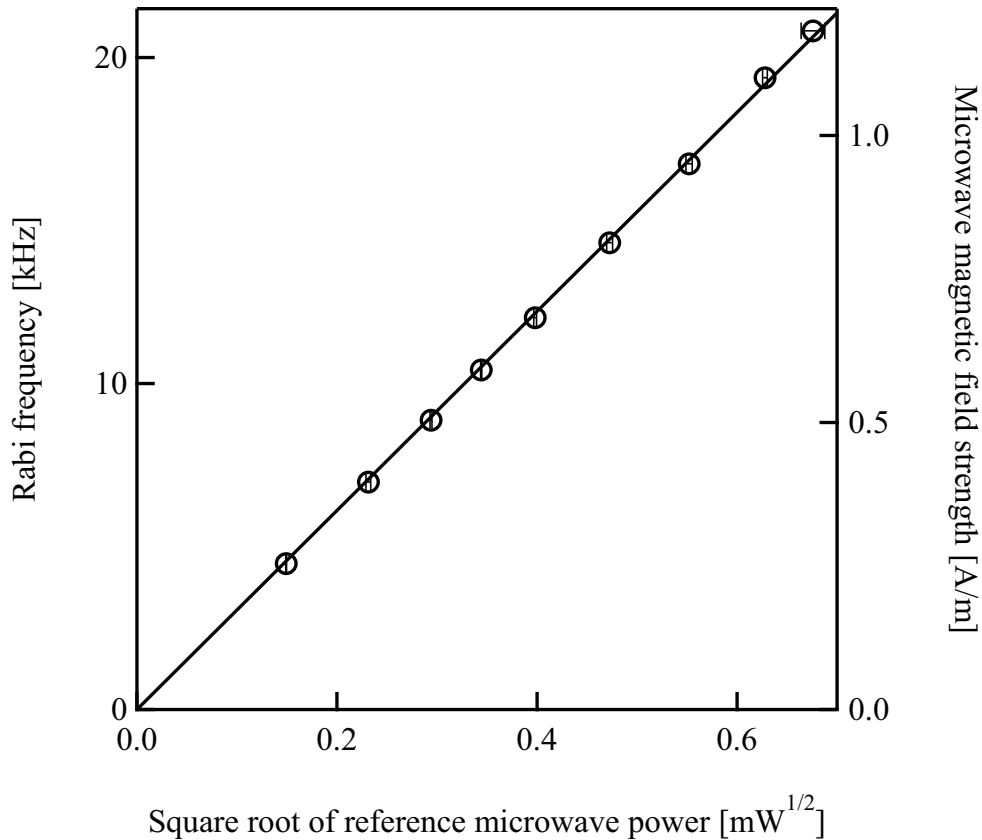


図 6.2 ラビ周波数とマイクロ波強度の関係—最適化後—：図 4.7 と比べて回帰直線との差異が小さい。

場合には、電場の xyz 成分を E_x 、 E_y 、 E_z 、磁場の xyz 成分を H_x 、 H_y 、 H_z とすると、それぞれ、

$$\begin{cases} H_z = A_{10} \cos \frac{\pi x}{L_x} e^{-i\kappa_0 z} & (6.1a) \\ E_y = -\frac{i\omega\mu L_x}{\pi} A_{10} \sin \frac{\pi x}{L_x} e^{-i\kappa_0 z} & (6.1b) \\ H_x = \frac{i\kappa_0 L_x}{\pi} A_{10} \sin \frac{\pi x}{L_x} e^{-i\kappa_0 z} & (6.1c) \\ E_x = E_z = H_y = 0 & (6.1d) \end{cases}$$

である*1。ここで、 μ は導波管内の透磁率、 L_x は方形導波管の長辺の長さ、 κ_0 は伝搬定数である。 A_{10} は任意振幅であり、これは導波管内の 1 点において磁場強度がわかれば決定される。従って、導波管中心における x 軸方向の磁場強度 $H_{x=0}$ を用いて、伝送電力 P_{10} は

$$P_{10} = \frac{\omega\mu L_x L_y}{4\kappa_0} H_{x=0}^2 \quad (6.2)$$

のように得られる。ここで L_y は方形導波管の短辺の長さである。

但し、本実験のように導波管にガラスセルを挿入した場合、内部の誘電率が一定ではなくなるため理想的な TE_{10} モードから逸脱する。この場合、(6.2) のような解析解は適用できず、ガラスセルの誘電率を考慮した計算が必要となる。しかし、ガラスセルが挿入された導波管に対して解析的な解を求めることは容易ではない。そのため、ここでも電

*1 [17] および A.5 節を参照。

磁界シミュレータを用いて電磁場の分布の計算を行い、(6.2)と同様の磁場強度の 2 乗と伝送電力の間の比例定数を求めた。計算には 5.1.3 節と同一のソフトウェア [91] を用い、後方のガラス壁以降の反射を 0 にして、ガラスセル内では進行波となるという測定と同様のモデルを用いた。この計算結果として、図 6.3 の (a) のような断面を持つ誘電体入りの導波管を伝搬するマイクロ波の x 軸方向の磁場強度の分布を同図の (b) に示す*2。ここで、ガラスセルの比誘電率は 5.1.3 節で推定した値を用い、導波管の寸法はノギスで実測して $22.85 \pm 0.05 \text{ mm} \times 10.15 \pm 0.05 \text{ mm}$ とし、ガラスセルの寸法は製図を参考にした。また図 6.3(b) は、計算上の伝送電力が 24.56 mW となる場合である。この伝送電力の値は計算上の設定で任意に選択できるが、本計算の目的は導波管中心における磁場強度の 2 乗との比を求めることであるため、これはどのような値であっても良い*3。(6.1c) の解析解では H_x の値は y 軸の位置に依らず一定であったが、図 6.3(b) に示された結果には y 軸方向に勾配を持ち、特にガラス壁の内部で磁場が強くなる傾向があることがわかる。しかし、レーザーが照射されている領域においては比較的なだらかであると言える。このことは既に、図 5.13 に示したレーザービーム径がアトミックキャンドル信号のピーク位置に不確かさの範囲で影響しないという実験結果によっても確認されている。図 6.3(b) の導波管の中心における値を読み取ると、0.949 A/m であった。(6.2) に倣って、導波管の中心におけるマイクロ波の磁場強度と伝送電力の関係を、 α という係数を導入して、

$$P_{10} = \alpha H_{x=0}^2 \quad (6.3)$$

と書けば、 α はシミュレーションの結果より、

$$\alpha = \frac{24.6 \text{ mW}}{(0.949 \text{ A/m})^2} = 0.02727 \text{ Wm}^2/\text{A}^2 \quad (6.4)$$

となる。従って、(6.4) と図 6.2 の右軸の値を (6.3) に代入すれば、ガラスセル内を伝搬するマイクロ波の電力が得られることになる。

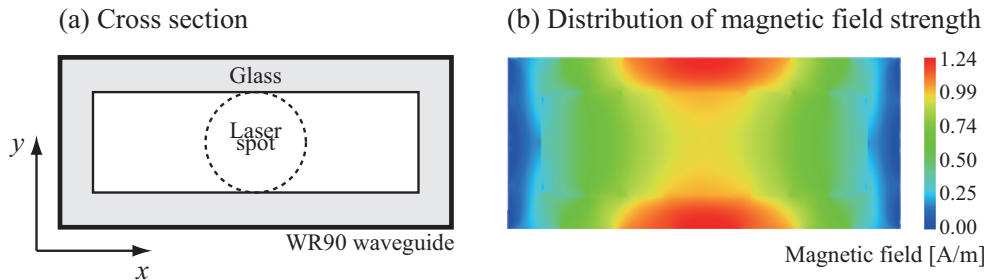


図 6.3 ガラスセル入り導波管内部のマイクロ波磁場強度分布：ガラスセル入り導波管の断面図 (a) とマイクロ波磁場強度分布の計算値 (b)。

さらにこれを、テストポートへの入射電力 P_{Rabi} へ変換するためにはガラスセル入り導波管の反射係数 Γ_r を考慮して、

$$P_{Rabi} = \frac{\alpha H_{x=0}^2}{1 - |\Gamma_r|^2} \quad (6.5)$$

とすればよい。 Γ_r は既に 5.1.2 節において測定され、その絶対値は図 5.6 に示されている。以上の Γ_r 、 α 、および図 6.2 の右軸の値を (6.5) に代入することでテストポートへの入射電力 P_{Rabi} を得ることができる [97]。その結果をモニター電力の関数として、図 6.4 に示した。縦と横に付けたエラーバーは $k = 2$ の拡張不確かさであるが、この見積りの詳細に関しては第 8 章で述べる。図の通り、両者は比例関係にあることは明らかである。縦軸および横軸は共に

*2 図 6.3(b) の磁場強度について、導波管の中心を通る水平線上の分布を規格化したものが図 5.8 の計算値に相当する。

*3 本計算では非線形効果を含まない。

同一の SG から分けたマイクロ波電力を示しているのがこの比例関係は当然である。しかし、一方はラビ周波数を基に測定された値であることが本図における非常に重要な点である。また縦軸と横軸の値を比べるとこの比例定数はおよそ 100 程度と読み取ることができる。これは結合度 20 dB の方向性結合器を用いてモニター電力を抽出しているという事実と合致する。つまりこの結合度が正しく、(1.20) の等価信号源反射係数などが無視でき、モニター電力計が校正されているとすれば^{*4}、この比例定数と結合度の比較を以って従来型と新型の電力測定結果が互いに一致していると確認されたことになる。勿論、以上の仮定に対する確認は無いため、何か別の確かな方法でこれを検証する必要がある。電力の比較測定については既に 1.3.2 節で解説し、取替え同時比較方法が最も高精度であることを述べた。従って図 6.4 のように得られた電力の絶対値について、カロリメータで校正された高周波電力計との取り替え同時比較方法による検証を実行することが望まれる。実際に行ったこの検証については第 7 章で詳しく述べる。

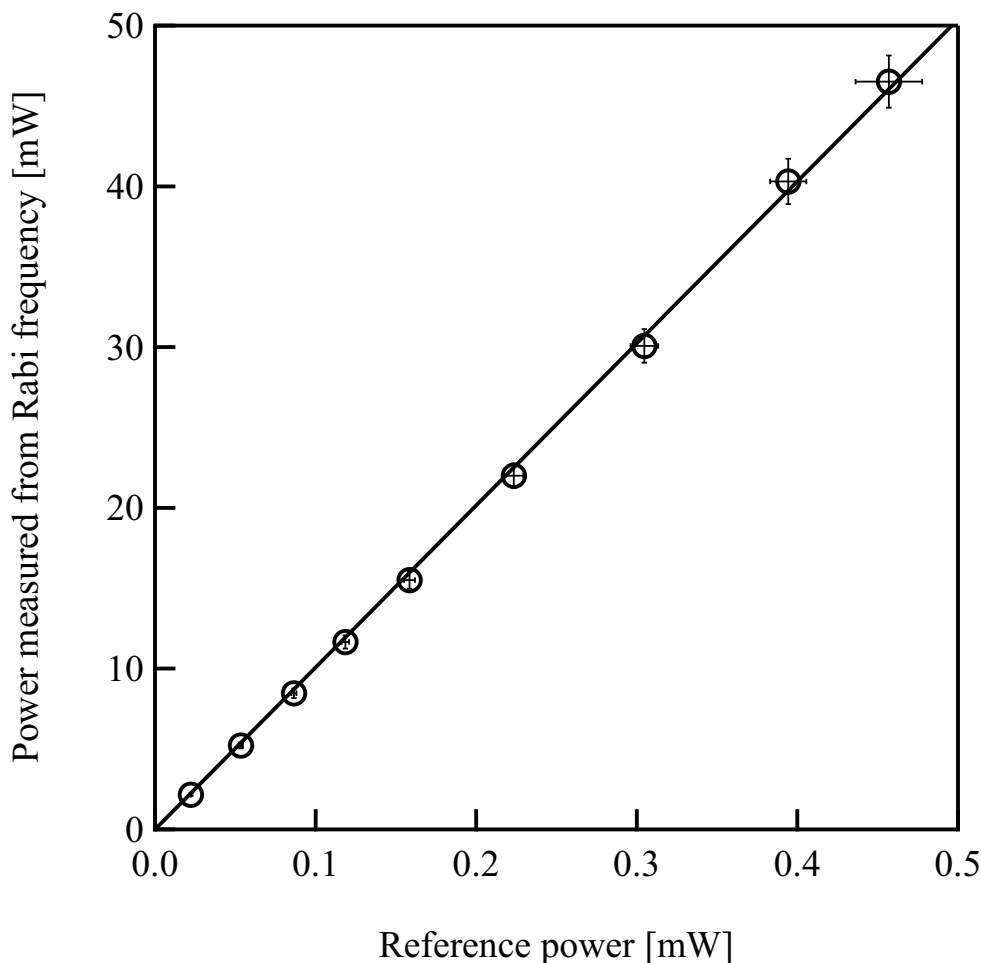


図 6.4 ラビ周波数基準によるマイクロ波電力：縦軸はラビ周波数を基準に測定したマイクロ波電力であり、横軸は従来型のマイクロ波電力計による参照値である。グラフの傾きがおよそ 100 であるのは、結合度 20 dB の方向性結合器を用いてモニター電力を抽出しているという事実と合致する。

^{*4} モニター電力計は SG の安定度を補正するもので相対的に安定であればその絶対値は問題にならないため、実際には校正されていない。

第7章

現行標準との比較

前章までに、ラビ周波数を基準としたマイクロ波電力の測定を行い、その結果が現行方式に基づく結果と比例関係にあることを確かめた。またこの比例定数はモニター電力抽出のための分岐比と、粗い見積もりでありながら一致した。本結果は現行方式とラビ周波数基準による新方式の結果が合致することを大まかに示すが、より高精度に検証するためにはカロリメータによる校正を受けた高周波電力計を用いて、取り替え同時比較方法に基づく比較測定を行う必要がある。

7.1 カロリメータによる仲介標準器の校正

カロリメータは特定の環境において高周波電力計を校正することに特化された装置であるため、本研究で構築した実験系のテストポートに直接、接続することは難しい。従ってまず、PC-7 コネクタを持つ高周波電力を仲介標準器として用意し、カロリメータを用いてこれを校正した。仲介標準器の校正は 1.3 節において解説したカロリメータの測定原理と高周波電力の比較校正方法に基づく手順で行われ、その結果、周波数 9.2 GHz における校正係数とそれに伴う標準不確かさは 0.9505 ± 0.0019 であった。このようにして校正係数が与えられた仲介標準器を用いて測定した結果は我が国の特定標準器であるカロリメータにトレーサブルとなる。従って、この仲介標準器とラビ周波数を基準にした結果を比較することで、信頼性の高い検証が実行できる。

7.2 変換アダプタの使用

ここで1つ注意すべき点がある。それは、NMIJ が所有する 7 mm 同軸カロリメータは N 型もしくは PC-7 コネクタを持つ高周波電力計に対応可能なため今回は PC-7 型の仲介標準器を校正したが、ラビ周波数を基準とした電力測定は WR-90 型の導波管を用いているという点である。そのため、同軸の PC-7 から導波管の WR-90 へ変換するためのアダプタを用いて、仲介標準器を導波管のテストポートに接続することになる。そしてアダプタを用いたままマイクロ波電力の測定を行うのであるが、この場合、A.6 節の通りアダプタによる多重反射や変換損失を補正するためにアダプタ効率を求める必要がある。アダプタ効率は (A.76) を参考に、VNA を用いて測定することができる。その結果を図 7.1 に示した。ここで、アダプタは同型のを 3 つ用意して電力測定を行い、それらの平均値 0.9869 を最終的な結果として採用した。図 7.1 にはそれら 3 つのアダプタ効率が色毎に示されている。アダプタ毎に若干の個体差はあるが、本測定の結果、アダプタを使用して電力測定を行う場合には概ね 2 % 程度の影響があることがわかる。

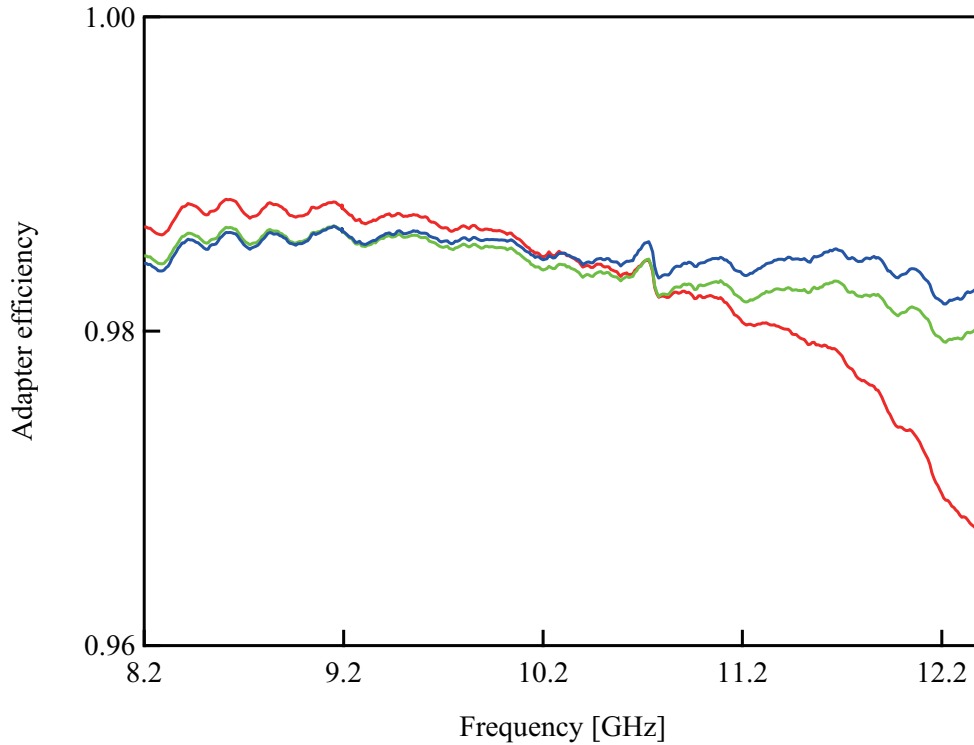


図 7.1 PC-7→WR-90 アダプタのアダプタ効率: 3 つの PC-7→WR-90 アダプタを用意し、それぞれを用いて測定を行った。

7.3 方向性結合器の等価信号源反射係数

取替え同時比較方法においては A.3 節で述べる等価信号源反射係数という量が重要となる。これは (1.22) や (A.26) で与えられ、分岐回路の S パラメータを 3 端子に対応した VNA で測定することによって得られる。但し、1.3.2 節でも触れたように 3 端子に対応した VNA は高価で、しかも測定前の目盛り合わせの作業も複雑である。そこで今回は、2 端子の VNA で測定可能な方法 [98] を用いて等価信号源反射係数の測定を行った。いま図 7.2 のように方向性結合器の信号源側を端子 1、モニター電力計側を端子 2、テストポート側を端子 3 と定義する。本測定では、3 端子素子である方向性結合器の端子 1 を終端器で塞ぎ、2 端子素子として VNA で S パラメータを測定する。いまこの終端器の反射係数を Γ_a とする。次にこの終端器を反射係数が Γ_b である終端器と取替えて、同様の測定を行う。反射係数が Γ_a である終端器および Γ_b である終端器が接続された方向性結合器の S パラメータをそれぞれ ${}^a S_{ij}$ および ${}^b S_{ij}$ ($i, j = 2, 3$) とすると、これらは終端器を接続していない本来の S パラメータ S_{ij} ($ij = 1, 2, 3$) を使って、

$${}^a S_{33} = S_{33} + \frac{S_{13}S_{31}\Gamma_a}{1 - S_{11}\Gamma_a} \quad (7.1)$$

$${}^a S_{23} = S_{23} + \frac{S_{13}S_{21}\Gamma_a}{1 - S_{11}\Gamma_a} \quad (7.2)$$

$${}^b S_{33} = S_{33} + \frac{S_{13}S_{31}\Gamma_b}{1 - S_{11}\Gamma_b} \quad (7.3)$$

$${}^b S_{23} = S_{23} + \frac{S_{13}S_{21}\Gamma_b}{1 - S_{11}\Gamma_b} \quad (7.4)$$

と書くことができる。従って、これらを用いて方向性結合器の等価信号源反射係数 Γ_{ge} は、

$$\Gamma_{ge} = {}^a S_{33} - \frac{{}^a S_{33} - {}^b S_{33}}{{}^a S_{23} - {}^b S_{23}} {}^a S_{23} \quad (7.5)$$

で得られる*1。(7.5)において Γ_{ge} は ${}^a S_{ij}$ および ${}^b S_{ij}$ のみで与えられるため、2端子のVNAで測定可能となる。また(7.5)の通り、等価信号源反射係数の結果には Γ_a や Γ_b は反映されないため、これらの値は何であってもよいことがわかる*2。

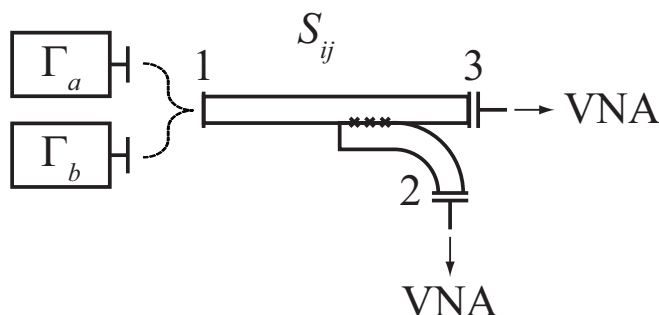


図 7.2 等価信号源反射係数の測定：端子 1 に反射係数の異なる素子を取替えて接続し、それぞれの場合において、残る 2 つの端子間で S パラメータの測定を行う。

実際に、本実験で使用した方向性結合器の端子 1 に反射係数の異なる 2 つの終端器を交互に接続し、2端子のVNAでSパラメータの測定を行った。その測定値から(7.5)を用いて計算した結果を図 7.3 に示す。本結果は 8.2 GHz から 12.4 GHz の範囲において概ね 0.005 以下と良好であった。これは図 1.9 の結果の同周波数範囲と比較しても遜色ない値である。

7.4 取替え同時比較方法による現行標準との比較

(1.26)を参考にすると、取替え同時比較方法を用いてラビ周波数方式による測定と熱方式による測定の結果を比較した場合、両者の間には

$$\frac{P_{Rabi}}{R_{Rabi}} = \frac{P_{calo}}{R_{calo}} \left| \frac{1 - \Gamma_{ge}\Gamma_c}{1 - \Gamma_{ge}\Gamma_r} \right|^2 \quad (7.6)$$

という関係が成り立つ。ここで Γ_c は同軸から導波管へのアダプタを含めた仲介標準器の反射係数、 R_{Rabi} と R_{calo} はラビ周波数型測定時および熱型測定時におけるモニター電力計での測定結果である。また P_{calo} は熱型測定によるテストポートへの入射電力であるが、これは仲介標準器の指示値を P'_{calo} とすると、

$$P_{calo} = \frac{P'_{calo}}{K_{calo}\eta_{ad}} \quad (7.7)$$

である。 K_{calo} と η_{ad} はそれぞれ 7.1 節および 7.2 節で述べた校正係数とアダプタ効率である。

図 7.4 は変換アダプタを介して仲介標準器をテストポートに接続した様子を示す写真である。このようにして、 P'_{calo} は測定された。さらに VNA で Γ_c を測ることで (7.6) に関するすべての量が揃う。これらの測定量を用いて、この両辺の実測結果を比べることでラビ周波数型測定と熱型測定の両立性が確かめられる。(7.6)の左辺は図 6.4 の傾きに相

*1 $\Gamma_{ge} = {}^b S_{33} - \frac{{}^a S_{33} - {}^b S_{33}}{{}^a S_{23} - {}^b S_{23}} {}^b S_{23}$ でもよい。

*2 但し、 ${}^a S_{23} - {}^b S_{23} \approx 0$ となるような終端器もしくは接続端子の選び方は不適である。

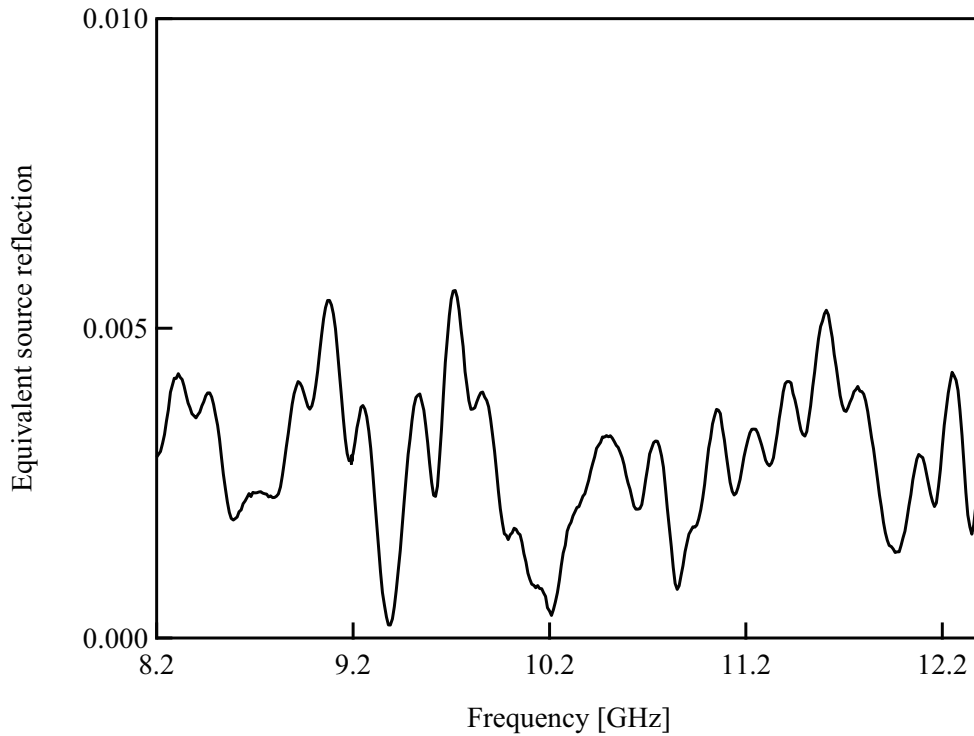


図 7.3 方向性結合器の等価信号源反射係数：方向性結合器の端子 1 を終端して測定を行い、(7.5) を用いて計算した。

当し、右辺は上述の各測定結果から求めることができる。これらの比較結果を図 7.5 に示した。ここで、モニター電力計の測定値を横軸に取った。図において、ラビ周波数を基準とした結果を黒丸で、熱型測定によるものを実線で表している。両結果とも方向性結合器の結合度が 20 dB であることを反映して 100 に近い値となった。黒丸に付いたエラーバーと実線の上下に引かれた点線はそれぞれの測定における包含係数 $k = 2$ の拡張不確かさであり、この詳細は第 8 章で述べる。これらの不確かさの範囲内でラビ周波数基準の結果と熱基準の結果は重なり合っている。従って、ラビ周波数基準による結果の方が測定レベルに対してやや不均一に見えるものの、両者は測定精度の範囲内で一致していると言える。ここで定量的に一致の度合いを示すため E_n 値という

$$E_n = \frac{|\xi_1 - \xi_2|}{\sqrt{u^2(\xi_1) + u^2(\xi_2)}} \quad (7.8)$$

で定義される量を導入する。これは、 $u(\xi_1)$ および $u(\xi_2)$ という不確かさを持つ 2 つの量 ξ_1 と ξ_2 がどの程度一致しているかを表す。大雑把に言えば、これが 1 以下であれば ξ_1 と ξ_2 の差が合成された不確かさよりも小さいことになるため両者は一致しているという目安になる。今回の場合、この値はすべての測定レベルの平均で 0.41、最大でも 0.76 であった。従ってこれによって、セシウム原子のラビ周波数を用いて測定したマイクロ波電力と我が国の特定標準器であるカロリメータにトレーサブルな仲介標準器で測定した結果が矛盾なく両立することが、定量的に示されたことになる。また、先行研究である Crowley 氏等の実験 [71] においても、ラビ周波数と従来型の測定結果の比較を行っているが、それらの差は約 5 % であったと報告されている。本実験においてそれらの差は最大でも 3 % 程度であるため、先行研究の結果と比べて高精度であることがわかる。

ここでラビ周波数測定に基づく電力測定に関する非線形性について考察する。図 7.5 を見ると、測定結果が電力レベルに依存して変化する非線形性があり、またこれは低電力側で顕著であるように見えるが、これはアトミックキャンドル信号のピークの非線形性によるものであると考えられる。つまり、アトミックキャンドルのピークは (4.34b) におい

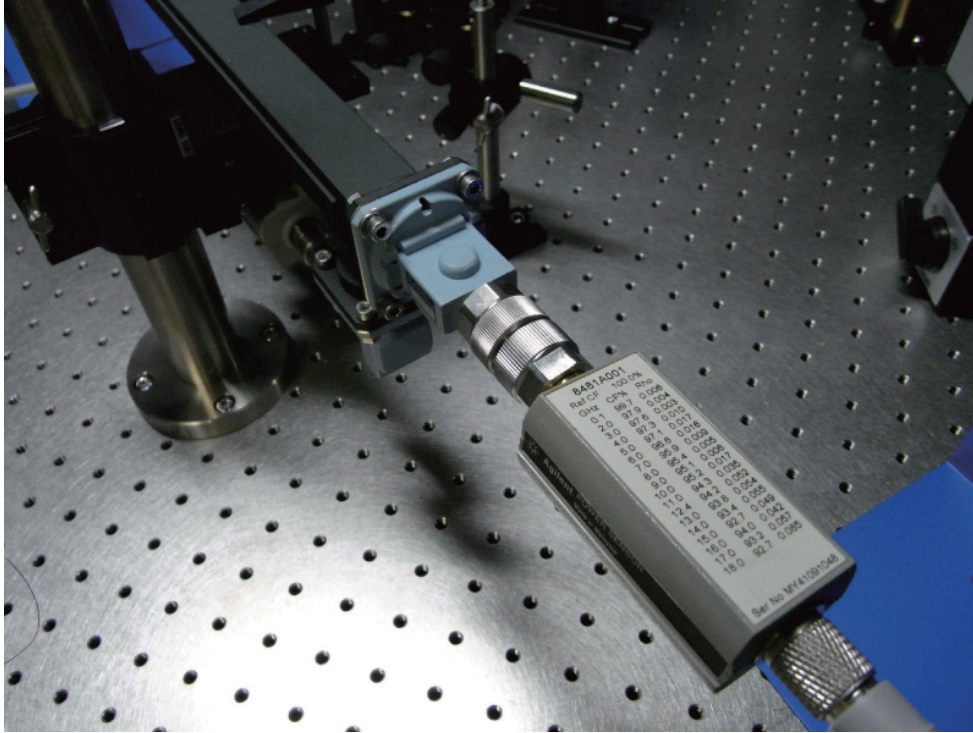


図 7.4 従来型マイクロ波電力計による測定の様子：NMIJ 所有のカロリメータで校正された PC-7 の電力計に WR-90 への変換アダプタを取り付けてテストポートにおける電力測定を行った。

て $\gamma_1\gamma_2 \ll \omega_m^2$ を仮定して $\Omega = 2\omega_m$ であるとしたが、 ω_m が小さくなる低電力側ではこれが成り立たず、ピークから得られるラビ周波数には ω_m に応じた非線形性が現れるということである。 $\gamma_1\gamma_2 \ll \omega_m^2$ でない場合のアトミックキャンドル信号のピークを得るために、(4.34b) の微分

$$\frac{\partial p_{\beta 0}}{\partial \Omega} = \frac{\phi_m^2 \omega_m \gamma_2 \Omega}{2 \left(\gamma_2^2 + \Delta^2 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \Omega^2 \right) \sqrt{(\Omega^2 - 4\omega_m^2)^2 + 4\gamma_1^2 \omega_m^2}} \left\{ \frac{\gamma_2^2 + \Delta^2}{\gamma_2^2 + \Delta^2 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \Omega^2} - \frac{\Omega^2 (\Omega^2 - 4\omega_m^2)}{(\Omega^2 - 4\omega_m^2)^2 + 4\gamma_1^2 \omega_m^2} \right\} \quad (7.9)$$

を 0 にする $\Omega \approx 2\omega_m$ を求める。従って、

$$4\gamma_1^2 \omega_m^2 (\gamma_2^2 + \Delta^2) = \Omega^2 (\Omega^2 - 4\omega_m^2) \left(\gamma_2^2 + \Delta^2 + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \Omega^2 \right) \quad (7.10)$$

が得られる。ここで $(\Omega^2 - 4\omega_m^2)$ の 2 次項は無視した。さらに (7.10) の右辺を $\Omega = 2\omega_m$ の周辺で Taylor 展開することで、

$$4\gamma_1^2 \omega_m^2 (\gamma_2^2 + \Delta^2) = 16\omega_m^3 (\gamma_2^2 + \Delta^2 + 4\frac{\gamma_2}{\gamma_1} \omega_m^2) (\Omega - 2\omega_m) \quad (7.11)$$

となるので、 ω_m が比較的小さい場合のアトミックキャンドル信号のピークは

$$\Omega = 2\omega_m + \frac{\gamma_1^2 (\gamma_2^2 + \Delta^2)}{4\omega_m \left(\gamma_2^2 + \Delta^2 + 4\frac{\gamma_2}{\gamma_1} \omega_m^2 \right)} \quad (7.12)$$

で与えられる。つまり、6.2 節の測定ではアトミックキャンドルのピークにおいて $\Omega = 2\omega_m$ と仮定していたため、ラビ周波数を低く見積もっていたことになる。(7.12) を用いて Ω の値を補正する場合には γ_1 、 γ_2 、 Δ の精密な測定が必

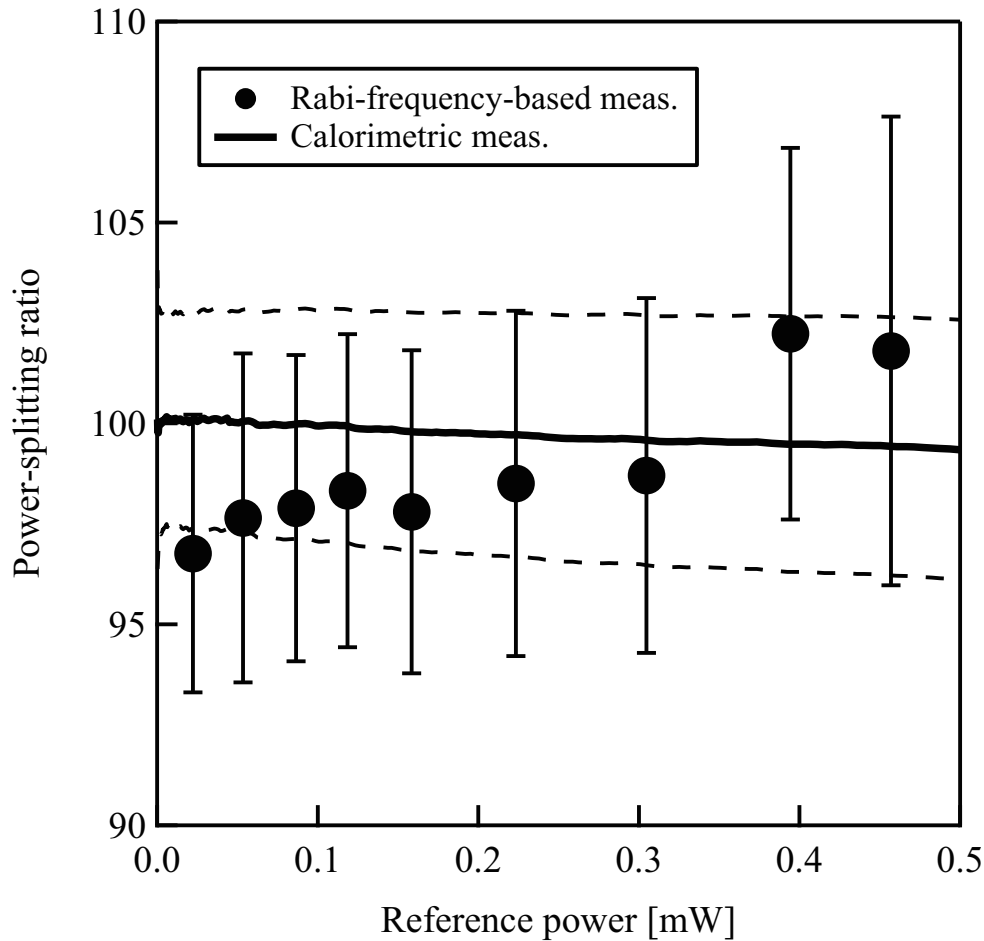


図 7.5 ラビ周波数基準による測定と熱型測定による電力分岐比の比較：ラビ周波数を基準に測定した結果を黒丸で、熱型測定による結果を実線で示した。両者は不確かさの範囲内で一致した。

要となるため、以下では非線形性の目安についての議論に留める。(7.12) を電力の非線形性に変換すると、

$$\left(\frac{2\omega_m}{\Omega}\right)^2 = \left\{ 1 + \frac{\gamma_1^2(\gamma_2^2 + \Delta^2)}{8\omega_m^2(\gamma_2^2 + \Delta^2 + 4\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\omega_m^2)} \right\}^{-2} \quad (7.13)$$

となる。この値が 1 の場合は線形となる。(7.13) を用いて図 7.5 のラビ周波数を基準にした測定結果に対して回帰分析を行うことで得られた非線形性と、非線形性を除いたときの中心値で規格化した電力比を図 7.6 に示す。このとき、 $\gamma_1/2\pi = 2140$ Hz、 $\gamma_2/2\pi = 405$ Hz、 $\Delta/2\pi = 654$ Hz であった。図 7.6 によると、 $\gamma_1\gamma_2 \ll \omega_m^2$ が成り立たなくなる低電力側では大きい非線形性が現れることがわかる。それに対して比較的電力が大きい領域、例えば $\Omega/2\pi = 10.42$ kHz においてその効果は 0.1 % 程である。従って、アトミックキャンドルを用いてマイクロ波電力測定を行う場合、比較的高い電力レベルで行うことが必要となる。本解析では、 $\omega_m/2\pi = 3$ kHz 以上で非線形性は 1 % 以下に抑えられることがわかった。これは 4 mW 以上の測定電力に対応する。

一方、電力レベルが高い $\omega_m/2\pi = 9.69$ kHz および 10.41 kHz の 2 点の電力分岐比が比較的大きく測定されているように見えるが、これは図 6.1 などからもわかる通り SNR の低下が原因であると考えられる。図 5.14 によると、測定の再現性を含めたアトミックキャンドル信号のピーク測定に関する不確かさは $\Omega/2\pi = 20$ kHz 付近において、大きい

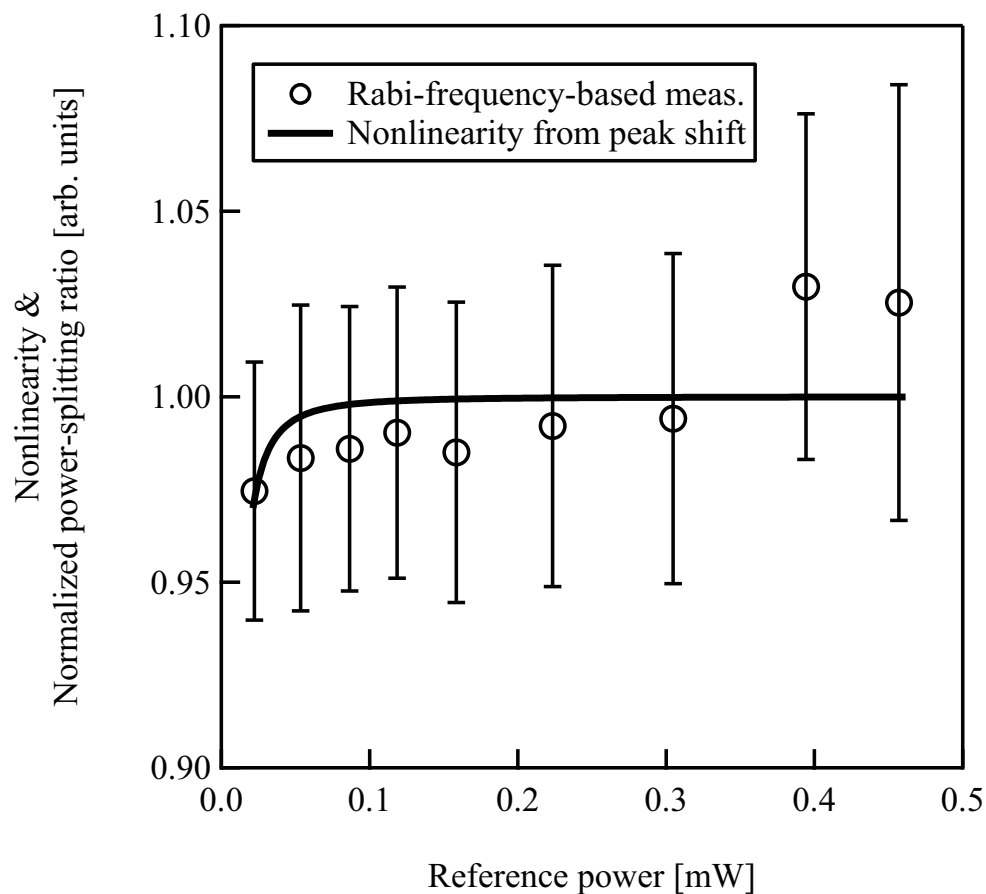


図 7.6 アトミックキャンドルのピークシフトによる非線形性：(7.13) による回帰分析から得られた非線形性を実線で、図 7.5 の電力比を規格化したものを白抜き丸で示した。

場合には 2% 程度の不確かさとなることがわかる。従って、図 7.5 における高電力側の 2 点が他の測定点から離れて見えるのは、測定のばらつきの範囲内である。

第 8 章

不確かさ評価

本章では、前章までに行ったラビ周波数を基準としたマイクロ波電力測定および仲介標準器による測定に関する不確かさの値と見積もり方法について言及する。不確かさの要素を 1 つ 1 つ検証し、それらを一覧にまとめることで、本測定における主要な不確かさの原因となるものを浮き彫りにすることも本章の狙いである。これによって今後の改良点を絞り込むことができる。

8.1 ラビ周波数を基準とした測定の不確かさ

ラビ周波数を基準とした測定の不確かさとして、(7.6) の左辺に関する不確かさの評価を行った [99]。ここでは、ラビ周波数 $\Omega/2\pi = 10.42$ kHz の場合を一例として各不確かさの要因を挙げ、その見積もりについて議論する。これはモニター電力計の測定値では 0.119 mW に相当する場合である。

8.1.1 ラビ周波数を基準とした測定の各不確かさ要素

磁場強度

磁場強度の不確かさは (2.32) をモデル式として見積もられる。まずラビ周波数 $\Omega = 2\omega_m$ であるから、 Ω の相対標準不確かさは使用したファンクションジェネレータの仕様から 3×10^{-4} % とした。さらに比例定数の不確かさについてそれぞれ文献値を参考にして、 μ_B の相対標準不確かさを 2.2×10^{-6} % [56]、 \hbar の相対標準不確かさを 4.4×10^{-6} % [56]、 g_J の相対標準不確かさを 1.0×10^{-5} % [57, 58] とした。

(2.32) は上記の要素の乗除算からなるため、磁場強度に対する合成標準不確かさはこれらの二乗和の平方根で計算される。しかしこの中で Ω の相対標準不確かさが桁違いに大きく、他の要素はほぼ無視することができる。従って、磁場強度の相対合成標準不確かさとして 3×10^{-4} % と見積もった。これに感度係数を掛けることで、実効的に P_{Rabi}/R_{Rabi} の電力比測定に寄与する相対標準不確かさに直した値は 0.0006 % であった。この値は、以下に示す他の不確かさ要素と比べると極めて小さく、無視できる大きさである。

変換係数 α

磁場強度から伝送電力への変換係数 α の不確かさは、以下の要素から見積もった。まず、 α は導波管中心の磁場強度と伝送電力の関係を示す係数であるため、導波管中心位置の不確かさ、つまり 5.2.2 節で述べたレーザービーム径による 0.33 % のピークのばらつきがこれに含まれる。これを感度係数を含めた相対標準不確かさに直すと、0.67 % である。次に、電磁界シミュレーションの不確かさも考慮すべきである。これには 5.1.3 節で述べた比誘電率の不確かさや、6.3 節で述べた導波管寸法の不確かさが含まれる。比誘電率と各寸法の値を不確かさの範囲で変化させ、 α の計算

結果に及ぼす影響を調べた結果、これらに起因する相対標準不確かさは 1.18 % と見積もられた。さらに電磁界シミュレータ自体にも不確かさは存在する。これを見積もるために、(6.2) の解析解との比較を行って両者の差を調べた。つまり、ガラスセルが挿入されていない導波管のみに対する電磁界シミュレーションの結果を解析的な解と比較し、その差を不確かさとして採用した。この結果、計算データを取得する最小単位である計算格子を細かくしたとき両者は近い値を示すことが確認できたが、計算機性能や計算時間の関係で本研究で用いた条件においては 0.91 % の相対不確かさが存在することがわかった。この不確かさは計算時間をより長く掛けることで軽減することは可能であるが、上記で述べた計算パラメータによる不確かさの方が大きいので、この作業は労力の割に効果が小さいことが予想される。

上記の要素を二乗和の平方根によって計算することで α の相対合成標準不確かさは 1.64 % と見積もられた。ラビ周波数を基準としたマイクロ波電力測定において、これが最大の不確かさの要因であった。

反射係数

テストポートにおける反射を補正するために測定した反射係数の不確かさは、用いた VNA の性能^{*1}で決まる。従ってこれはその仕様から 1.36 % と見積もった。但し、感度係数を考慮して実効的に電力比測定に寄与する値に変換した場合、これは 0.60 % となる。

アトミックキャンドル信号のピーク

アトミックキャンドル信号のピーク位置は、その一次微分が 0 となる所から得られる。つまりアトミックキャンドルのピーク付近でその一次微分を線形と見なし、回帰分析を行うことで 0 との交点を見積もった。従って、この線形近似の残差からピーク分析に対する相対標準不確かさを 0.08 % とした。これに感度係数を乗算し、実効的に電力比測定に寄与する相対標準不確かさとするると 0.15 % である。

モニター電力計の非線形性

モニター電力計は SG の安定性を補正するものであって、その絶対値は問題にならないが、その相対値つまり線形性は評価される必要がある。ここでこのモニター電力計の線形性は、国家標準にトレーサブルな校正を受けた固定減衰器と比較することで評価された。その結果は 0.92 % であり、これを相対標準不確かさとして採用した。

繰り返し性

繰り返し性は、ラビ周波数を基準とした測定において唯一の Type A の不確かさである。従って、残りの要素はすべて Type B の不確かさということである。繰り返し性は、マイクロ波強度を掃引し、アトミックキャンドルを得て、そのピーク位置を特定するという一連の測定を 3 回繰り返したときの平均値の標準偏差として見積もられた。この結果として得られた相対標準不確かさは 0.04 % であった。これを感度係数を考慮して実効的に電力比測定に寄与する値に換算すると、0.08 % であった。

8.1.2 ラビ周波数を基準とした測定の合成不確かさ

以上を、テストポートにおける電力 P_{Rabi} とそのときのモニター電力 R_{Rabi} に関する要素に分けて表 8.1 にまとめた。但し、繰り返し性は両者に関わる要素であるがその寄与率は不明であるため、ここでは便宜的に R_{Rabi} 側へ載せた。本表に記載した値は、既に感度係数を考慮した、実効的に電力比測定に寄与する相対標準不確かさである。従ってこれらの値の二乗和の平方根を計算することでそのまま相対合成標準不確かさとすることができる。このような表記で

*1 VNA の目盛り合わせの方法や使用した標準器群の性能もこれに含まれる。

は、各要素を何の係数も用いずに比較することができる。そのため、最終的な合成不確かさに大きく寄与する要素を一目瞭然に見分けることができるという利点がある。

まず P_{Rabi} および R_{Rabi} に対して個別に相対合成標準不確かさを求めた。 P_{Rabi} の相対合成標準不確かさは磁場強度、変換係数、反射係数の不確かさの二乗和の平方根から、1.7 % と評価された。そして、この大部分が変換係数 α の不確かさに起因するものであることは表 8.1 の P_{Rabi} の欄から明らかである。 R_{Rabi} については、ピーク位置、非線形性、繰り返しの不確かさの二乗和の平方根から、0.9 % であり、この主要因は非線形性によるものであった。さらに、これらの比 P_{Rabi}/R_{Rabi} に対する不確かさも、二乗和の平方根によって算出できる。その結果、相対合成標準不確かさで 2.0 %、包含係数 $k = 2$ の相対拡張不確かさでは 4.0 % であった。

表 8.1 ラビ周波数によるマイクロ波電力測定に関する不確かさバジェット

Measurand	Component	Converted relative uncertainty
P_{Rabi}	Magnetic field strength	0.0006 %
	Conversion factor α	1.64 %
	Reflection coefficient	0.60 %
	Total ($k = 1$)	1.7 %
R_{Rabi}	Peak finding	0.15 %
	Nonlinearity	0.92 %
	Dispersion	0.08 %
	Total ($k = 1$)	0.9 %
$\frac{P_{Rabi}}{R_{Rabi}}$	Total ($k = 1$)	2.0 %
	Total ($k = 2$)	4.0 %

以上が、ラビ周波数を基準としたマイクロ波電力測定に関する不確かさである。2.3 節と 2.4 節における先行研究においても不確かさに関して言及されているが、Michaud 氏等は 10 % と報告し、Crowley 氏等は 5 % 以上としてはいるが完全な見積もりは達成されていない。従って、本研究成果はラビ周波数を基準としたマイクロ波電力測定において世界最高の精度を達成したと言える。さらに 2.2 節の Camparo 氏等の研究においては絶対電力測定に至っていないことにも鑑みると、本研究においてアトミックキャンドルを用いた方式でマイクロ波の電力測定を行ったこと自体が世界で初めての例となる。

表 8.1 を見ると、合成不確かさの主要因は変換係数 α の算出に起因するものであることは明白である。実際に、 P_{Rabi} の不確かさは α の不確かさにほぼ等しい。従って、今後、不確かさを向上させるためには α の精度を上げること、もしくは電磁界シミュレータに頼らない方法を開発することが効果的であることがわかる。導波管およびガラスセルの一式に工夫を加えることで電磁界シミュレータを不要とする改善案については、今後の展望として、10.1 節に記載する。

8.2 熱型測定の不確かさ

本説では検証のために取替え同時比較方法に基づいて行われた仲介標準器による電力測定として、(7.6) の右辺に関する不確かさについて述べる。また、ここでも 8.1 節に合わせて、モニター電力が 0.119 mW の場合を一例として説明する。

8.2.1 熱型測定の各不確かさ要素

校正係数

仲介標準器の校正係数の不確かさは、1.3.3 節で述べたようなカロリメータとの比較校正に起因する [33]。この結果、相対標準不確かさで 0.20 % であった。ところで表 1.5 において 9.2 GHz に対する最高の校正能力は包含係数 $k = 2$ で 0.60 %^{*2}とされているが、この値には多少の余裕が設けられているため、実際にはこれを下回る不確かさで校正することも可能である^{*3}。今回の場合、計量法に則った計測は求められていないため、この 0.20 % という通常より少し高精度な値を用いる。

アダプタ効率

アダプタ効率は (A.76) で与えられるため、これに関わる S パラメータの不確かさ、つまり VNA の精度に依存する。VNA の仕様から求めた各 S パラメータ測定の不確かさをモデル式を参考にして合成することで、アダプタ効率の相対標準不確かさとして 1.15 % という値が得られた。今回、これが熱型測定における主な不確かさの要因であった。つまりカロリメータを用いて同軸コネクタ上の電力を測定する場合に限り、より高精度に測定することは可能であるが、今回のように導波管の電力を測定する場合にはアダプタの補正を行う必要があるため、比較的大きな不確かさが追加されてしまうことがわかる。

反射補正

方向性結合器の等価信号源反射係数、仲介標準器の反射係数、ガラスセル入り導波管の反射係数による反射補正の不確かさは VNA の精度に起因する。また反射補正項の不確かさは (1.30) と同様に展開することができるので、これと VNA の仕様を参考にすると、0.59 % と見積もることができる。

電力比測定の非線形性

ここでは、8.1.1 節で求めたようなモニター電力計の非線形性だけではなく、モニター電力計と仲介標準器による電力比測定の線形性を評価した^{*4}。8.1.1 節と同様に国家標準にトレーサブルな固定減衰器による評価を行った結果、相対標準不確かさを 0.59 % と見積もった。

繰り返し性

繰り返し性は、熱型測定において唯一の Type A の不確かさであり、残りはすべて Type B の不確かさである。これは仲介標準器をテストポートに接続し、電力を測るという一連の作業を 3 回繰り返したときの平均値の標準偏差として見積もられた。この結果は相対標準不確かさで 0.25 % であった。

8.2.2 熱型測定の合成不確かさ

以上の要素を表 8.2 にまとめた。本表に記載した値はすべて各要素の相対標準不確かさであるが、これは表 8.1 と同様に、実効的に (7.6) の右辺に寄与する不確かさと等価である。従って、熱型測定に関する相対合成標準不確かさはこれらの二乗和の平方根から求めることができる。その結果は 1.5 % であった。またこれは包含係数 $k = 2$ の相対拡張不確かさで 2.9 % であった。

*2 つまり標準不確かさでは 0.3 % である。

*3 但し、これを下回る不確かさで校正証明書を発行することはできない。

*4 カロリメータによる校正は 1 mW 付近で行われたため、仲介標準器の線形性は別途評価される必要がある。

表 8.2 熱型電力測定に関する不確かさバジェット

Component	Relative uncertainty
Calibration factor	0.20 %
Adapter efficiency	1.15 %
Reflection coefficient	0.59 %
Nonlinearity	0.59 %
Dispersion	0.25 %
Total ($k = 1$)	1.5 %
Total ($k = 2$)	2.9 %

この値と、ラビ周波数を基準としたマイクロ波電力測定に関する拡張不確かさとして見積もられた 4.0 % という値を比較すると大差はない。従って、導波管内におけるマイクロ波電力を測定する限り、ラビ周波数方式の測定結果は現行標準に迫る精度を達成したことになる。しかし、熱型測定に関する不確かさの大部分はアダプタ効率によるものであり、これは効率の良いアダプタを用いることや、より高精度にアダプタ効率を測定することなどによって軽減可能である。さらに言えば導波管に特化したカロリメータを用いれば、これを下回る不確かさを達成することもできる^{*5}。つまりこれは、ラビ周波数方式と熱方式においてそれぞれが本来意図された伝送路で最高精度の測定を行った場合は、依然として 1 桁程の差があることを意味する。この差を埋めるためには、ラビ周波数方式に対する高精度化が必要であるが、それには 8.1.2 節で述べた通り、電磁界シミュレータによる要因を改善することが効果的である。電磁界シミュレータによる計算は、マイクロ波の伝送モードを乱すようなガラスセルの影響を補正するためのものであるので、ガラスセルの構造を工夫することで不確かさを大きく抑制できる可能性がある。この新型のガラスセルの開発については今後の課題としたい^{*6}。いずれにしても、過去数十年にわたって研究され続けてきたカロリメータに対して、わずか数年の研究によってラビ周波数方式の結果が矛盾なく示され、その精度もあと 1 桁まで迫ることができたことは特筆すべきである。

^{*5} 例えば NIST では、WR-90 導波管において包含係数 $k = 2$ で 1 % 程度という相対拡張不確かさを実現している。

^{*6} この改善案については 10.1 節で議論する。

第Ⅳ部

総括

第9章

まとめ

本章では、本稿を通しての総括を行う。以下に示す 9.1 節から 9.8 節の各節毎にそれぞれ第 1 章から第 8 章の各章の内容を簡潔にまとめた。さらに続く 9.9 節で本稿全体についてのまとめを記した。

9.1 第 1 章のまとめ

第 1 章では本研究の背景としてまず、計量標準について述べた。この中で、人々が量の基準を共有することの大切さに触れ、これを実現する共通単位である国際単位系とそのあらましについて言及した。また計量標準において非常に重要な計量トレーサビリティ、測定標準、不確かさなどの概念もここで導入した。

次に、本研究におけるもう 1 つの背景としてマイクロ波の概要について述べた。ここで、マイクロ波、より広義に、電磁波は当初から無線通信への応用が進み、現在においても通信、放送などに用いられていることに触れ、さらにこの応用技術を支えるために高周波電力標準が重要であることを主張した。そしてこの高周波電力標準を、NMIJ における事例と共に紹介し、現在最も高精度な方法はカロリメータ方式による電力測定と取替え同時比較方法による比較校正であることを説明した。最後に、世界各国における高周波電力標準の整備状況をまとめた。

9.2 第 2 章のまとめ

第 1 章で現行の高周波電力標準について紹介したことに対して、第 2 章では次世代型マイクロ波電力標準と成り得る量子現象を利用した方式について記述した。まず基本原理となるラビ周波数について数式を用いて説明し、これがマイクロ波の磁場強度に比例することを述べた。またセシウム原子の場合について、量子論に基づく構造解析や過去の文献に報告されている値からこの比例定数を見積もった。つまり、これはセシウム原子のラビ周波数を基準としてマイクロ波電力を測定可能であることを意味する。

このラビ周波数を基準としたマイクロ波強度測定について 3 つの先行研究を紹介した。それらは、ルビジウム原子のアトミックキャンドル方式による Camparo 氏等の研究、ルビジウム原子のレーザー冷却方式による Michaud 氏等の研究、セシウム原子のレーザー冷却方式による Crowley 氏等の研究である。またここで、Camparo 氏等はマイクロ波の強度を相対的にとらえることに成功したが絶対値測定には至っていないこと、Michaud 氏等と Crowley 氏等は絶対電力測定に成功したが高精度化には至っていないことを指摘した。そしてこれらの課題は原子と相互作用を行う空間におけるマイクロ波特性の評価に集約されると考察した。特にレーザー冷却を用いた場合、これを避けることは困難であると考え、常温原子を用いるアトミックキャンドルが有望であることを述べた。これを受けて本研究においてこれらの課題を解決するために、実験系を単純化し、マイクロ波特性を解析可能とした機構において、アトミックキャンドル方式による測定を行うことを述べた。また本章において、セシウム原子を用いたアトミックキャンドル方式によるマイク

口波電力測定を世界で初めて実現し、ラビ周波数方式では世界最高精度を達成するという目標を掲げた。

9.3 第3章のまとめ

第3章ではアトミックキャンドルを得る前の予備実験として、マイクロ波とセシウム原子との相互作用を観測するために行った二重共鳴分光について述べた。始めに、VNAによる測定ではマイクロ波の吸収スペクトルを得ることは困難であることを示した。これに対して二重共鳴分光の原理を交え、これを用いてマイクロ波の吸収スペクトルがレーザーの吸収量を介して効率よく観測可能であることを述べた。そして二重共鳴分光のために構築した実験系およびそれによって得られた結果について紹介した。ここで、二重共鳴分光自体は一般的な方法であるが、以下の点は本研究における特色と言える。まず後の実験において測定の対象となるマイクロ波が外部に放射されることなどを防ぐため、二重共鳴分光は特別に設計されたガラスセルを用いて導波管内の孤立した系で実行されたことである。次に、二重共鳴スペクトルの Zeeman 副準位や静磁場による量子化軸によって、マイクロ波の磁場成分を選別可能にしたことである。さらに、予測されるラビ周波数の逆数から測定に必要な相互作用を見積もった結果、パuffersガスを導入したことなどである。

9.4 第4章のまとめ

第4章において、アトミックキャンドル信号の検出についての詳細を述べた。始めにアトミックキャンドルの原理を二準位原子に対する密度行列を用いた理論解析によって説明した。ここで、アトミックキャンドル信号は二重共鳴分光においてマイクロ波に位相変調を加えることで得られ、さらにこの振幅を最大とする条件によって位相変調周波数からラビ周波数を特定可能であることを示した。また、アトミックキャンドルの検出には位相変調周波数もしくはマイクロ波強度を掃引する2通りの方法があることを述べ、それらについてそれぞれ検証した様子を記載した。本章で得られたアトミックキャンドル信号はセシウム原子を用いた機構としては初めて報告されたものである。この結果、両方式においてもマイクロ波強度とラビ周波数が比例することを示すことに成功したと同時に、マイクロ波強度を掃引する方法の方がより高精度化できる可能性が示された。

9.5 第5章のまとめ

第5章では、アトミックキャンドル信号に対して行った最適化について述べた。この最適化はアトミックキャンドル信号をマイクロ波の強度測定に応用することを目的に行われ、ピークの振る舞い、線幅、SNRなどが指標に選ばれた。まず、ラビ周波数特定に直接影響するアトミックキャンドル信号のピークの振る舞いを調べた結果、位相変調の深さ、ガラスセル内での定在波、検出用レーザーの照射位置などについて調整が必要であることを示した。次に、アトミックキャンドル信号の線幅とSNRを指標として、検出用レーザーの強度とビーム径、パuffersガス圧などの最適化を行った結果について言及した。この結果、最適値としてパuffersガス圧 $P_{N_2} = 1.33$ kPa、位相変調深さ $\phi_m = 2.0$ rad、レーザー強度 $I_L = 100 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ 、レーザービーム系 $d_L = 6$ mm、レーザー照射位置 $x_L = 0$ mm、およびチューナーによって進行波とすることなどが得られた。またこの最適化によって、ラビ周波数測定の測定精度が大幅に改善したことも示された。

9.6 第6章のまとめ

第6章では、ラビ周波数からマイクロ波磁場強度を計算し、さらにガラスセルへの入射電力へ変換する過程について述べた。この概要は以下の通りである。測定されたラビ周波数はまず、第2章で見積もった比例定数や第5章の最適化によって、導波管中心における x 軸方向の磁場強度に変換された。さらに導波管内部の電磁場の分布を電磁界シミュレータによって計算することで、中心における磁場強度から伝送電力を算出した。そして、ガラスセル前面の反射係数をVNAで測定し、これを補正することで、伝送電力をテストポートへの入射電力に変換した。また、この入射電力はモニター電力に対して比例関係にあることが確かめられた。この電力測定の結果は、ラビ周波数を基準としてマイクロ波電力を測定するという本研究における基本概念を実現できたという意味で非常に重要である。またこれは筆者の知る限りでは、アトミックキャンドル方式に基づいて達成されたマイクロ波電力測定の初めての事例である。

9.7 第7章のまとめ

第7章では、第6章で得られたラビ周波数を基準としたマイクロ波電力の結果を検証するために行われた比較測定について述べた。この比較測定は現行の高周波電力標準であるカロリメータにトレーサブルな仲介標準器を用いて、取替え同時比較方法に基づいて実行された。等価信号源反射係数やアダプタ効率などを考慮して両者の電力測定結果を比較した結果、お互いの不確かさの範囲内で一致することが確認された。従って、これによって本研究の妥当性が確かめられたこととなる。またこれは同時に、SI組立単位であるワットに対して新たに提唱された組み立て方法について整合性が確認できたとも言える。これによってSIという単位系自体の強化に貢献できる可能性がある。

9.8 第8章のまとめ

第8章では、ラビ周波数方式および熱方式によるマイクロ波電力測定に対するそれぞれの不確かさの見積もりについて述べた。この結果、包含係数 $k = 2$ の相対拡張不確かさは、ラビ周波数方式に対して4.0%、熱方式に対して2.9%であることを示した。このラビ周波数方式に対する4.0%という値は、現在まで行われたラビ周波数方式によるマイクロ波電力測定の中では最小の不確かさである。本章の狙いには、単に不確かさを算出することだけでなく、今後効率的に不確かさを改善するための課題を明確化することも含まれている。ここで作成したラビ周波数方式に関する不確かさバジェットによって、マイクロ波磁場強度から伝送電力への変換係数が不確かさの最大の要因であることが判明した。従ってこの変換精度を向上させることが今後の改善策として効果的であることを浮き彫りにすることができた。

9.9 全体のまとめ

本稿において、現行と異なる新たな方法に基づくマイクロ波電力の計量標準について記述した。

まず研究背景として以下について紹介した。電磁波は発見当初より無線通信としての応用が発達し、特に今日において携帯電話、無線LAN、放送に用いられるマイクロ波に対する需要は高い。またマイクロ波を利用する上で、基礎を支えるマイクロ波電力標準は重要である。これは過去数十年にわたってカロリメータによる熱測定方式によって実現されてきたが、近年、量子現象を用いた全く新しい方式による計量標準が注目を集めている。それは、相互作用するマイクロ波の磁場強度に比例するという原子のラビ周波数測定を基準とするという画期的な提案であり、数例ではあるが先行研究も存在する。具体的には、ルビジウム原子のアトミックキャンドル方式を利用した Camparo 氏等の研究、ルビジウム原子のレーザー冷却を利用した Michaud 氏等の研究、そしてセシウム原子のレーザー冷却を利用した Crowley

氏等の研究である。Michaud 氏等および Crowley 氏等はそれぞれマイクロ波の絶対電力測定に成功したが、レーザー冷却を実行するための装置に関する解析が複雑化するという問題から比較的大きな不確かさを伴うという課題が残された。Camparo 氏等も用いたマイクロ波回路の形状が原因となり、その特性の解析が困難であるため、マイクロ波電力の絶対値を測定するには至っていない。これらの問題点はラビ周波数測定のためのマイクロ波回路が複雑化することに集約される。

これらの背景を踏まえて遂行した本研究の方針は以下の通りである。まず、マイクロ波回路が複雑化しがちなレーザー冷却方式ではなく、アトミックキャンドル方式を採用したことである。そして、マイクロ波部品の汎用性を考え、9.2 GHz 付近の周波数を用いるセシウム原子を用いたことである。ここで、セシウム原子に対するアトミックキャンドルの実行は世界でも初めての事例となる。

また、測定の手順は以下の通りである。まずラビ周波数を内包するセシウム原子とマイクロ波の相互作用を得るため、二重共鳴分光を実行した。本実験には、マイクロ波の漏洩や放出を防ぐために直方体型ガラスセルを用いて導波管内において測定したこと、偏波や Zeeman 副準位を選ぶことで測定対象となるマイクロ波磁場の成分を選別可能としたこと、バッファガスを用いて十分な相互作用時間を得たことなどの特色がある。続いて、二重共鳴分光におけるマイクロ波に位相変調を加えることで、パラメトリック励振を行い、アトミックキャンドル信号を検出した。このアトミックキャンドル信号をマイクロ波電力測定に応用するために各パラメータに対して最適化を行った結果、線幅が狭く、SNR が高い信号が得られた。またこの最適化後のアトミックキャンドル信号の波形は理論曲線とよく合致していた。次に、位相変調周波数の2倍とラビ周波数が共鳴するときアトミックキャンドル信号の振幅は最大となるという性質を利用することで、セシウム原子のラビ周波数が得られた。測定されたラビ周波数は、量子力学に基づくセシウム原子の構造解析や過去の文献値を用いて、照射したマイクロ波の磁場強度に変換された。測定対象となる導波管内におけるマイクロ波の磁場成分は、量子化軸や Zeeman 副準位、さらにレーザーの照射位置によって選択可能であり、本実験においては導波管中心における x 軸成分とした。さらに、ガラスセルによるマイクロ波伝送モードへの影響を補正するために、電磁界シミュレータを用いて導波管内における電磁場の分布を計算した。この計算結果と前面のガラスによる反射係数の実測値を補正することで、マイクロ波の磁場強度から入射電力が得られた。これが、アトミックキャンドル方式によってマイクロ波の絶対電力を測定した初の例となる。そして本実験結果と、特定標準器で校正された仲介器による測定結果との比較を行った結果、両者は不確かさの範囲内で一致することが確認された。従って、本研究結果に対して現行の高周波電力標準にトレーサブルな検証が行われ、高い妥当性が確認されたことになる。最後に、このラビ周波数に基づく電力測定の不確かさを解析した結果、標準不確かさで 2.0 % 程度と評価された。これは今までに報告されたラビ周波数方式によるマイクロ波電力測定の結果の中で最小の不確かさを記録した。

第 10 章

今後の展望

10.1 導波管の改良による不確かさの改善

ラビ周波数を基準としたマイクロ波電力測定の不確かさを改善するためには、表 8.1 に示した不確かさバジェットを参照すると、変換係数 α の精度向上が効果的であることがわかる。また α にはマイクロ波の伝送モードを補正するために電磁界シミュレータによる計算が含まれ、これが不確かさを悪化させていることも 8.1.1 節で述べた。これを根本的に解決するためには、マイクロ波の伝送モードを乱さないような工夫が必要である。伝送モードは、 xy 平面におけるガラスセルの誘電率に影響されるため、これを取り除くことが直接的な解決策となる。つまりセシウム原子をガラスセルに封入するのではなく、導波管の特定領域の前後に真空窓を設け、ここに直接セシウム原子を導入するという構造が考えられる。しかし、この構造ではガラス窓と導波管を繋ぎ合わせる必要がある。この場合、合成石英ガラスなどだけで構成されたガラスセルとは異なり、接着剤や金属壁面からの残留ガスの漏れなどが原因となって高い真空度を保つことができない。そこで適宜、真空ポンプを用いて真空度を保つ必要が生じる。さらにここで、真空引きのための吸気口がマイクロ波の伝送モードに影響しないことも求められる。これらを考慮して、マイクロ波を導入して測定を行う場合には可動シールドによって吸気口を塞ぐことができる機構を有する真空導波管を考案した。また、これを試作し、テストポートに設置した様子を図 10.1 に示す。この写真における奥側がテストポートである。従って、手前側にはこの後、チューナーやアイソレーターが設置される予定である。

今後の研究において、この真空導波管内でマイクロ波が進行波となるように調整し、そのときの反射係数を評価する。さらにその後、セシウム原子およびバッファガスを導入して、アトミックキャンドル信号を得る予定である。

この真空導波管の伝送モードには通常 TE_{10} モードが適用される。従って、これによって伝送電力は電磁界シミュレータに頼ることなく (6.2) で計算されるため、変換係数 α に関する不確かさは大幅に軽減されることが期待される。表 8.1 から α に関する欄を削除することができれば、 P_{Rabi} に関する不確かさはほぼ反射係数に関する要因で決定される。これはカロリメータでも同様であるため、現行の標準と同程度の精度が達成されることになる。2.5.2 節でも述べた通りカロリメータと同等の精度が達成された場合、原子の構造を参照することによる信頼性および安定性、高速測定による実用性などを加味して本方式がカロリメータを超える標準となることが期待される。また、マイクロ波電力測定の精度や安定性が向上することで、周波数標準 [100, 101] の高度化などが見込まれている。

10.2 自由空間における磁場強度測定への展開

8.1.2 節などにおいて、マイクロ波の磁場強度を電力に変換する際に大きな不確かさが生じることを述べた。しかし、これは裏を返せば、マイクロ波の磁場強度であれば高精度に測定可能であることを示唆している。高周波の電磁場の強度を測定する場合は、まず電力測定を行い、インピーダンスによって変換を行うという方式が一般的に用いられる。こ

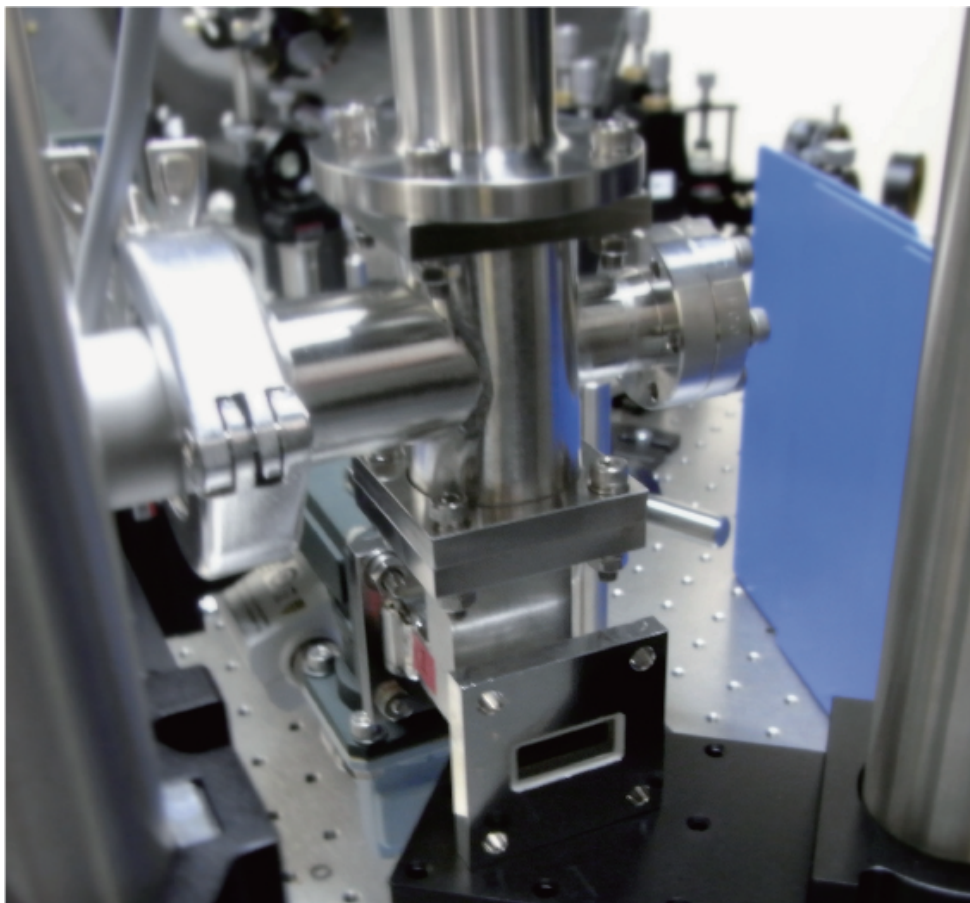


図 10.1 試作した真空導波管の写真：ガラスセル壁によるマイクロ波の伝送モードへの影響を軽減するため、真空導波管を考案した。真空導波管は可動式のマイクロ波シールドを有し、真空引きもしくは電力測定の場合に応じて開閉が可能である。セシウム原子が導入される空間においてマイクロ波の伝送モードが TE_{10} に保たれるように設計されている。

れに対してラビ周波数から直接マイクロ波の磁場強度を算出可能な本方式はインピーダンスによる変換の不確かさを省く有効な手段と言える。高周波電磁場の高周波回路内における実用性が低いことは 1.3 節で述べたが、電磁環境両立性 (EMC^{*1}) の分野などに代表されるような自由空間を対象とした場合、電磁場の強度測定は重要である。従って本方式を自由空間におけるマイクロ波磁場測定に応用することは大変興味深い。また自由空間における磁場強度測定は比較的周波数が低い領域において一般的に行われているが、マイクロ波などの高い周波数帯の電磁場を直接測定する例は少ない。この理由の 1 つとして、周波数が高くなるほど金属で構成されるアンテナなどによって、被測定電磁場が乱されやすくなることが挙げられる。これに対して本方式は、さらにガラスセルとレーザーによって磁場強度を検出可能であるため被測定磁場への影響を軽減できる可能性を秘めている。本方式がマイクロ波領域における電磁場強度の解析方法として実用化された場合、高周波磁場分析という新たな分野の開拓に繋がる可能性もある。これは空間的な電磁場の分布解析を容易にするため、EMC、無線通信、物性評価、非接触検査などへの応用が見込まれる。

実際、近年になって、原子の挙動を利用した高周波電磁場測定方法について複数のグループが報告を行っている。例えば NIST のグループは Rydberg 原子のラビ周波数を用いて、自由空間における高周波電場を測定することを提唱し

*1 ElectroMagnetic Compatibility

た [102]。またトルコの NMI である UME^{*2}では、二重共鳴の信号強度を利用した磁場センサに関する研究を発表した [103–105]。さらにオクラホマ大学においても、Rydberg 状態にある Rb 原子の EIT^{*3}信号を用いた高周波電場強度センサの開発が行われている [106, 107]。これらのことから、原子との相互作用を利用した電磁波の強度測定について、各国から高い関心が示されていることが伺える。

10.3 周波数拡張への展望

ラビ周波数を利用して測定されるマイクロ波の周波数は、原子の共鳴周波数に限られる。このため、本研究においても周波数は 9.2 GHz 付近の非常に狭い範囲に制限されていた。しかし、前述の NIST、UME、オクラホマ大学などにおける研究 [102, 104, 107] において、Zeeman 副準位間を利用することで MHz 帯の測定が可能なことや、Rydberg 状態を利用することで非常に広い範囲に周波数を拡張できることが示唆されている。つまり周波数によって異なる原子を用意しなくても、同一原子の中の様々な量子状態を利用することで広帯域測定に対応することが可能となる。これは、ラビ周波数を用いた方式における最大の短所とも言える単一周波数の問題を解決する可能性を秘めた非常に興味深い提案である。

*2 Ulusal Metroloji Enstitüsü

*3 Electromagnetically Induced Transparency

第 V 部

後付け

付録 A

高周波測定

A.1 信号源と負荷による反射

高周波回路の進行波の状態を表す量としては電流や電圧でなく、電力が便利であることは本文中でも述べた。そこで、進行波の大きさを電力に関連付けて表す量として波振幅と呼ばれる量がよく用いられている。波振幅とは、その絶対値は進行波の電力の平方根に等しく、位相は進行波の電圧または電場の横方向成分の位相に等しい複素数として定義されている。いま図 A.1 のように、特性インピーダンスが Z_0 である伝送線路を介して負荷と信号源が接続されている場合について考える。負荷への入射電力 P_i および反射電力 P_r は、入射波と反射波の電圧 V_i と V_r を用いて、それぞれ、

$$P_i = \frac{|V_i|^2}{Z_0} \quad (\text{A.1})$$

$$P_r = \frac{|V_r|^2}{Z_0} \quad (\text{A.2})$$

である。ここで、上記の定義より入射波および反射波の波振幅 a および b はそれぞれ、

$$a = \frac{V_i}{\sqrt{Z_0}} \quad (\text{A.3})$$

$$b = \frac{V_r}{\sqrt{Z_0}} \quad (\text{A.4})$$

と書ける。従って、負荷の反射係数 Γ_L は波振幅を用いて、

$$\Gamma_L = \frac{V_r}{V_i} = \frac{b}{a} \quad (\text{A.5})$$

となる。

次に図 A.2 のように特性インピーダンスが Z_0 、伝搬定数が κ_0 、長さが d である伝送線路を介して負荷と信号源が接続された高周波回路の場合について考える。このとき、信号源および負荷から伝送線路への波振幅を a_1 および a_2 とし、伝送線路から信号源および負荷への波振幅を b_1 および b_2 とした*1。伝送線路の伝搬定数を考慮すると、 b_1 、 b_2 は a_1 、 a_2 を用いて、

$$b_1 = e^{-\kappa_0 d} a_2 \quad (\text{A.6})$$

$$b_2 = e^{-\kappa_0 d} a_1 \quad (\text{A.7})$$

*1 負荷における波振幅の記号が図 A.1 の場合と逆転していることに注意。

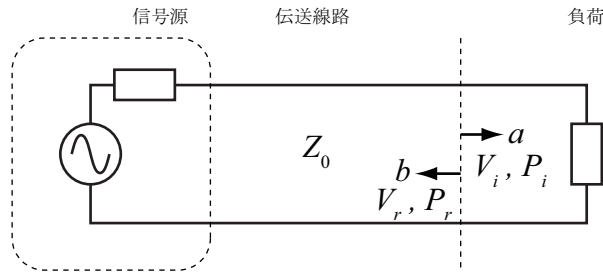


図 A.1 負荷と信号源の接続：特性インピーダンスが Z_0 である伝送線を介して負荷と信号源を接続した高周波回路。負荷への入射波および反射波の波振幅を a および b とする。

となる。さらに a_1 は、信号源の励振波^{*2}を a_G 、信号源の反射係数を Γ_G とすると、

$$a_1 = a_G + \Gamma_G b_1 \quad (\text{A.8})$$

であり、負荷の反射係数 Γ_L を用いると a_2 は

$$a_2 = \Gamma_L b_2 \quad (\text{A.9})$$

であるので、(A.6) から (A.9) の連立方程式を解くと、

$$a_1 = \frac{1}{1 - \Gamma_G \Gamma_L e^{-2\kappa_0 d}} a_G \quad (\text{A.10})$$

$$a_2 = \frac{\Gamma_L e^{-\kappa_0 d}}{1 - \Gamma_G \Gamma_L e^{-2\kappa_0 d}} a_G \quad (\text{A.11})$$

$$b_1 = \frac{\Gamma_L e^{-2\kappa_0 d}}{1 - \Gamma_G \Gamma_L e^{-2\kappa_0 d}} a_G \quad (\text{A.12})$$

$$b_2 = \frac{e^{-\kappa_0 d}}{1 - \Gamma_G \Gamma_L e^{-2\kappa_0 d}} a_G \quad (\text{A.13})$$

を導くことができる。(A.10) から (A.13) に共通する分母は信号源と負荷の間で繰り返される多重反射を表している。従ってこのような多重反射がある場合、図 A.2 のように信号源、伝送線路、負荷が直列に接続されただけの単純な回路であっても、信号源の励振波 a_G 、伝送線路を信号源から負荷へ向かう進行波 a_1 、負荷への入射波 b_2 のそれぞれは異なることがわかる。そして、通常は信号源や高周波部品の反射係数は低く設計されてはいるが、厳密には 0 ではないため、高周波回路を扱うときは常にこれらの反射の影響に注意する必要がある。

ここで信号源を直接負荷に繋いだ場合は、 $d = 0$ で表すことができるから、(A.10) から (A.13) は

$$a_1 = b_2 = \frac{1}{1 - \Gamma_G \Gamma_L} a_G \quad (\text{A.14})$$

$$b_1 = a_2 = \frac{\Gamma_L}{1 - \Gamma_G \Gamma_L} a_G \quad (\text{A.15})$$

となり、(A.14) の絶対値の 2 乗を取ることで (1.17) および (1.18) が得られる。またこれは高周波信号源の出力は接続された負荷の反射係数^{*3}によって変化し、 $\Gamma_L = \Gamma_G^*$ という共役整合のときに最大となることを示す。つまり、例えば高周波電力計を高周波信号源に繋いだとしても、信号源の励振電力を直接測定することはできないということである。高周波測定については、このような直感的に理解し難い振る舞いが多く存在するため注意が必要となる。

*2 信号源に無反射終端器を接続した場合に信号源から出射される進行波のこと。

*3 インピーダンスの不整合に起因する。

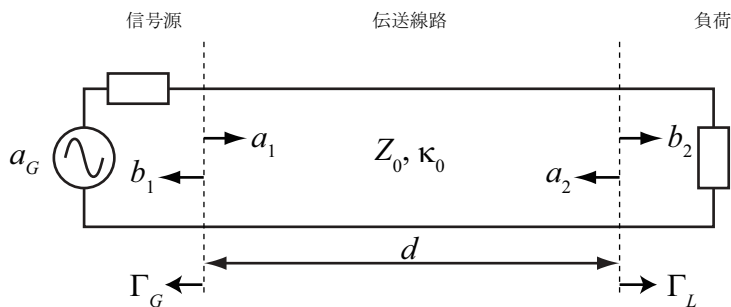


図 A.2 伝送線路の波振幅：特性インピーダンスが Z_0 および伝搬定数が κ_0 である長さ d の伝送線路を介して負荷と信号源を接続した高周波回路。信号源および負荷から伝送線路への波振幅を a_1 および a_2 とし、伝送線路から信号源および負荷への波振幅を b_1 および b_2 とする。

A.2 Sパラメータ

多開口回路の解析を行うために、Sパラメータと呼ばれる量を導入する。いま図 A.3 のように n 開口回路の各開口に無反射信号源を接続した場合を考える。各開口における入射波と反射波の波振幅を a_i および b_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) とすると、この n 開口回路の Sパラメータ S_{ij} は、

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & \cdots & S_{2n} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & \cdots & S_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & S_{n3} & \cdots & S_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \tag{A.16}$$

で定義される。この S_{ij} を要素とする行列は散乱行列と呼ばれる。

Sパラメータは定義の通り、回路の開口間における入射波や反射波の関係を示す量であり、高周波素子の反射、伝送、損失などを評価する場合によく用いられている。高周波電力測定においても、高周波電力計の反射係数や伝送線路の損失を評価することが求められる。つまり Sパラメータ測定は高周波電力測定の基盤を支える技術と言える。

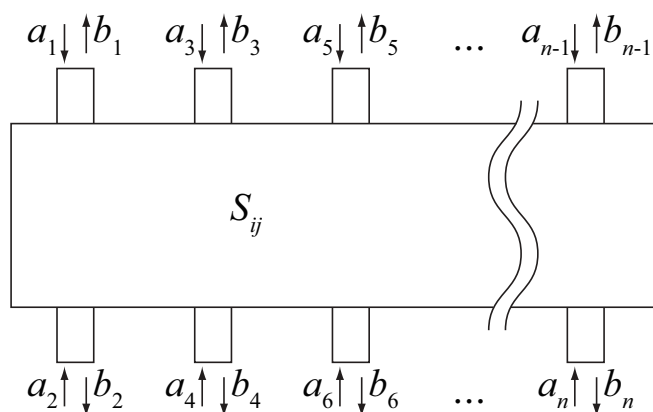


図 A.3 n 開口回路の Sパラメータ：各開口に無反射信号源を接続したとき、それぞれの入射波と反射波の波振幅を a_i および b_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) とする。

A.3 等価信号源反射係数

ここでは、A.2 節で導入された S パラメータを用いて図 A.4 のように 2 抵抗パワースプリッタで二分された信号の解析を行う。このパワースプリッタの S パラメータを S_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) とし、端子 1、2、3 にそれぞれの反射係数が Γ_g 、 Γ_2 、 Γ_3 である信号源、負荷 2、負荷 3 を接続した場合を考える。このとき、各開口における入射波および出射波の波振幅 a_i および b_i ($i = 1, 2, 3$) は、

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 + S_{13}a_3 \quad (\text{A.17})$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 + S_{23}a_3 \quad (\text{A.18})$$

$$b_3 = S_{31}a_1 + S_{32}a_2 + S_{33}a_3 \quad (\text{A.19})$$

および、端子 2 と 3 において、

$$a_2 = \Gamma_2 b_2 \quad (\text{A.20})$$

$$a_3 = \Gamma_3 b_3 \quad (\text{A.21})$$

と書ける。(A.18) と (A.19) に (A.20) および (A.21) を代入して整理すると、

$$(1 - S_{22}\Gamma_2) b_2 = S_{21}a_1 + S_{23}\Gamma_3 b_3 \quad (\text{A.22})$$

$$(1 - S_{33}\Gamma_3) b_3 = S_{31}a_1 + S_{32}\Gamma_2 b_2 \quad (\text{A.23})$$

となり、さらに (A.22) と (A.23) から a_1 を消去して、 b_2/b_3 について解くと、

$$\frac{b_2}{b_3} = \frac{S_{21}}{S_{31}} \frac{1 - \left(S_{33} - \frac{S_{23}S_{31}}{S_{21}} \right) \Gamma_3}{1 - \left(S_{22} - \frac{S_{32}S_{21}}{S_{31}} \right) \Gamma_2} \quad (\text{A.24})$$

が得られる。(A.24) において、

$$\Gamma_{ge2} = S_{22} - \frac{S_{32}S_{21}}{S_{31}} \quad (\text{A.25})$$

$$\Gamma_{ge3} = S_{33} - \frac{S_{23}S_{31}}{S_{21}} \quad (\text{A.26})$$

で置き換え、(A.14) と比べると Γ_{ge2} と Γ_{ge3} は端子 2 と 3 から信号源側を見たときの反射係数に対応していることがわかる。これらの Γ_{ge2} と Γ_{ge3} は等価信号源反射係数と呼ばれ、同時比較方法や取替え同時比較方法を用いるときに重要なパラメータとなる。通常、高周波電力の測定においては (A.14) などからわかる通り、信号源側と電力計側の間の多重反射の影響を補正するため両者の反射係数を知る必要がある。しかし、実際には信号源の励振波と反射波の区別が困難なため、励振中の信号源の反射係数を測定することは簡単ではない。それに対して等価信号源反射係数は、信号源側の反射係数に対応しながらも実際の信号源の反射係数 Γ_g には依存せずに、パワースプリッタの S パラメータだけで決定されることが特徴であり、これは VNA などを用いて測定することが可能である。特に理想的な 2 抵抗パワースプリッタの場合、散乱行列 S が、

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.25 & 0.25 \\ 0.5 & 0.25 & 0.25 \end{pmatrix} \quad (\text{A.27})$$

となるように設計されているので (A.25) および (A.26) は、

$$\Gamma_{ge2} = \Gamma_{ge3} = 0.25 - \frac{0.25 \times 0.5}{0.5} = 0 \quad (\text{A.28})$$

である [108]。従って同時比較方法や取替え同時比較方法を用いる場合、2 抵抗パワースプリッタを使用すれば多重反射の影響を除去することができる。しかしながら、実際には両抵抗や伝送路長のバランスなどにより (A.28) は完全に 0 にはならないため、補正や不確かさへの加算が必要となる。

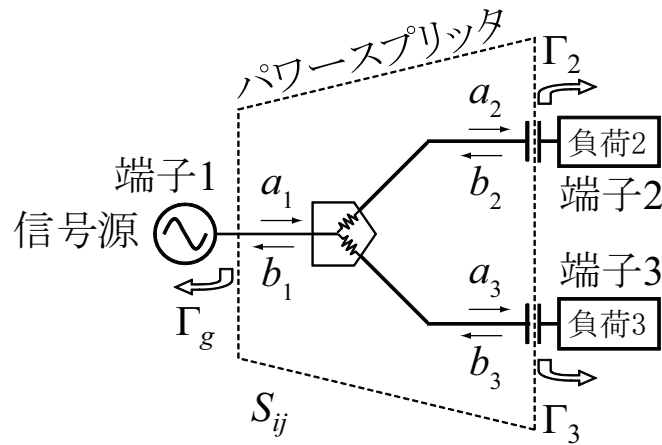


図 A.4 S パラメータによるパワースプリッタの解析：パワースプリッタの S パラメータを $S_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$ とし、端子 1、2、3 にそれぞれの反射係数が Γ_g 、 Γ_2 、 Γ_3 である信号源、負荷 2、負荷 3 を接続する。

A.4 取替え同時比較方法における反射補正項の不確かさ

本節では、取替え同時比較方法において現れる反射補正に関する項

$$M = \left| \frac{1 - \Gamma_{ge}\Gamma_u}{1 - \Gamma_{ge}\Gamma_s} \right|^2 \quad (\text{A.29})$$

に関連する不確かさを求める。ここで Γ_s 、 Γ_u は STD、DUT の反射係数、 Γ_{ge} は等価信号源反射係数である。まず、 Γ_s 、 Γ_u 、 Γ_{ge} の実測値を Γ_{sM} 、 Γ_{uM} 、 Γ_{geM} とし、知ることのできないそれらの真の値を Γ_{sA} 、 Γ_{uA} 、 Γ_{geA} と書く。これらを用いると、反射補正項 M の実測値と真の値との差 $\Delta(M)$ は、

$$\Delta(M) = \left| \frac{1 - \Gamma_{geM}\Gamma_{uM}}{1 - \Gamma_{geM}\Gamma_{sM}} \right|^2 - \left| \frac{1 - \Gamma_{geA}\Gamma_{uA}}{1 - \Gamma_{geA}\Gamma_{sA}} \right|^2 \quad (\text{A.30})$$

である。ここでそれぞれの反射係数と等価信号源反射係数の積が 1 より十分小さいと仮定*4すると (A.30) は、

$$\Delta(M) \approx |1 + \Gamma_{geM}(\Gamma_{sM} - \Gamma_{uM})|^2 - |1 + \Gamma_{geA}(\Gamma_{sA} - \Gamma_{uA})|^2 \quad (\text{A.31})$$

と近似することができる。さらに各反射係数が複素数であることに注意して展開し、反射係数に関する 4 次の項を無視すれば、

$$\begin{aligned} \Delta(M) \approx & 1 + \Gamma_{geM}(\Gamma_{sM} - \Gamma_{uM}) + \Gamma_{geM}^*(\Gamma_{sM}^* - \Gamma_{uM}^*) \\ & - 1 - \Gamma_{geA}(\Gamma_{sA} - \Gamma_{uA}) + \Gamma_{geA}^*(\Gamma_{sA}^* - \Gamma_{uA}^*) \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

*4 それぞれの反射係数は図 1.9、図 1.11、図 1.12 の通り典型的には 0.1 以下なのでこの仮定は妥当と言える。

となる。一方、ここでそれぞれの反射係数の実測値と真の値との差を $\Delta(\Gamma_{ge})$ 、 $\Delta(\Gamma_s)$ 、 $\Delta(\Gamma_u)$ と定義すると、 Γ_{geA} 、 Γ_{sA} 、 Γ_{uA} は、

$$\Gamma_{geA} = \Gamma_{geM} - \Delta(\Gamma_{ge}) \quad (\text{A.33})$$

$$\Gamma_{sA} = \Gamma_{sM} - \Delta(\Gamma_s) \quad (\text{A.34})$$

$$\Gamma_{uA} = \Gamma_{uM} - \Delta(\Gamma_u) \quad (\text{A.35})$$

と書ける。これら (A.33) から (A.35) を (A.32) に代入して $\Delta(\Gamma_{ge})$ 、 $\Delta(\Gamma_s)$ 、 $\Delta(\Gamma_u)$ に関する 2 次の項を無視してまとめると、

$$\begin{aligned} \Delta(M) \approx & (\Gamma_{sM} - \Gamma_{uM}) \Delta(\Gamma_{ge}) + (\Gamma_{sM}^* - \Gamma_{uM}^*) \Delta^*(\Gamma_{ge}) \\ & - \Gamma_{geM} (\Delta(\Gamma_u) - \Delta(\Gamma_s)) - \Gamma_{geM}^* (\Delta^*(\Gamma_u) - \Delta^*(\Gamma_s)) \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

となる。従って両辺の絶対値から、

$$\begin{aligned} |\Delta(M)| \leq & 2 |(\Gamma_{sM} - \Gamma_{uM}) \Delta(\Gamma_{ge})| + 2 |\Gamma_{geM} (\Delta(\Gamma_u) - \Delta(\Gamma_s))| \\ \leq & 2 |\Gamma_{sM} - \Gamma_{uM}| \Delta(|\Gamma_{ge}|) + 2 |\Gamma_{geM}| \Delta(|\Gamma_u|) + 2 |\Gamma_{geM}| \Delta(|\Gamma_s|) \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

が得られる。但し、ここで $|\Delta(\Gamma_{ge})| = \Delta(|\Gamma_{ge}|)$ 、 $|\Delta(\Gamma_s)| = \Delta(|\Gamma_s|)$ 、 $|\Delta(\Gamma_u)| = \Delta(|\Gamma_u|)$ とした。いま $\Delta(|\Gamma_{ge}|)$ 、 $\Delta(|\Gamma_s|)$ 、 $\Delta(|\Gamma_u|)$ を改めてそれぞれのパラメータの標準不確かさ $u(|\Gamma_{ge}|)$ 、 $u(|\Gamma_s|)$ 、 $u(|\Gamma_u|)$ と定義すると、(A.37) は M の不確かさの最悪値を意味する。そこで、(A.37) の右辺の各項の二乗和の平方根によって合成標準不確かさ $u_c(M)$ が与えられるとすれば、

$$u_c^2(M) = 4 |\Gamma_{sM} - \Gamma_{uM}|^2 u^2(|\Gamma_{ge}|) + 4 |\Gamma_{geM}|^2 u^2(|\Gamma_u|) + 4 |\Gamma_{geM}|^2 u^2(|\Gamma_s|) \quad (\text{A.38})$$

となる。(A.38) の添字を変えたものが (1.30) である。

A.5 方形導波管の TE モード

電場と磁場がそれぞれ $Ee^{-i\omega t}$ および $He^{-i\omega t}$ で与えられる電磁波を考える。 ω は角周波数である。ここで、 E と H はそれぞれの横モードを示す成分^{*5} E_t 、 H_t および縦モードを示す成分^{*6} E_l 、 H_l に分けて、

$$\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z) = \{\mathbf{E}_t(x, y) + \mathbf{E}_l(x, y)\}e^{-\kappa_0 z} \quad (\text{A.39})$$

$$\mathbf{H} = (H_x, H_y, H_z) = \{\mathbf{H}_t(x, y) + \mathbf{H}_l(x, y)\}e^{-\kappa_0 z} \quad (\text{A.40})$$

と書ける。 κ_0 は伝搬定数である。これに真空中の Maxwell 方程式 (1.6) および (1.8) を適用することで、

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} + i\kappa_0 E_y = -i\omega\mu_0 H_x \quad (\text{A.41})$$

$$-i\kappa_0 E_x - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -i\omega\mu_0 H_y \quad (\text{A.42})$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\omega\mu_0 H_z \quad (\text{A.43})$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} + i\kappa_0 H_y = i\omega\varepsilon_0 E_x \quad (\text{A.44})$$

$$-i\kappa_0 H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = i\omega\varepsilon_0 E_y \quad (\text{A.45})$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = i\omega\varepsilon_0 E_z \quad (\text{A.46})$$

*5 z 軸と直交する。

*6 z 軸と平行である。

となる。さらに、(A.41)、(A.42)、(A.44)、(A.45) から E_x 、 E_y 、 H_x 、 H_y について解くと、

$$E_x = \frac{-i}{\kappa_c^2} \left(\kappa_0 \frac{\partial E_z}{\partial x} + \omega \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \quad (\text{A.47})$$

$$E_y = \frac{i}{\kappa_c^2} \left(-\kappa_0 \frac{\partial E_z}{\partial y} + \omega \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (\text{A.48})$$

$$H_x = \frac{i}{\kappa_c^2} \left(\omega \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial y} - \kappa_0 \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (\text{A.49})$$

$$H_y = \frac{-i}{\kappa_c^2} \left(\omega \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial x} + \kappa_0 \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \quad (\text{A.50})$$

が得られる。ここで κ_c はカットオフ波数と呼ばれ、

$$\kappa_c^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 - \kappa_0^2 \quad (\text{A.51})$$

で与えられる。いま、TE モードを考えると $E_z = 0$ であるから、(A.47) から (A.50) は、

$$E_x = \frac{-i\omega\mu_0}{\kappa_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (\text{A.52})$$

$$E_y = \frac{i\omega\mu_0}{\kappa_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (\text{A.53})$$

$$H_x = \frac{-i\kappa_0}{\kappa_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (\text{A.54})$$

$$H_y = \frac{-i\kappa_0}{\kappa_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (\text{A.55})$$

となる。

一方、(1.13) より

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \right) H_z = 0 \quad (\text{A.56})$$

であるから、(A.40) における $H_z = H_l(x, y)e^{-\kappa_0 z}$ を用いて、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \kappa_c^2 \right) H_l(x, y) = 0 \quad (\text{A.57})$$

と書ける。ここで、 $H_l(x, y)$ を

$$H_l(x, y) = X(x)Y(y) \quad (\text{A.58})$$

のように x と y の成分に分離することで、それぞれ、

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + \kappa_x^2 X = 0 \quad (\text{A.59})$$

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} + \kappa_y^2 Y = 0 \quad (\text{A.60})$$

となる。ここで $\kappa_c^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2$ である。これらの 2 階微分方程式を解くと $H_l(x, y)$ の一般解は任意の定数 C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 を用いて、

$$H_l(x, y) = \{C_1 \cos(\kappa_x x) + C_2 \sin(\kappa_x x)\} \{C_3 \cos(\kappa_y y) + C_4 \sin(\kappa_y y)\} \quad (\text{A.61})$$

である。従って、(A.52) と (A.53) から、

$$\mathbf{E}_t \cdot \mathbf{e}_x = \frac{-i\omega\mu_0}{\kappa_c^2} \kappa_y \{C_1 \cos(\kappa_x x) + C_2 \sin(\kappa_x x)\} \{-C_3 \sin(\kappa_y y) + C_4 \cos(\kappa_y y)\} \quad (\text{A.62})$$

$$\mathbf{E}_t \cdot \mathbf{e}_y = \frac{-i\omega\mu_0}{\kappa_c^2} \kappa_x \{-C_1 \sin(\kappa_x x) + C_2 \cos(\kappa_x x)\} \{C_3 \cos(\kappa_y y) + C_4 \sin(\kappa_y y)\} \quad (\text{A.63})$$

となる。ここで e_x と e_y はそれぞれ x 、 y 方向の単位ベクトルである。

いま、図 A.5 のように x 、 y 軸方向の長さがそれぞれ L_x 、 L_y の長方形の断面を持つ中空の導波管を考える。この場合の境界条件 $y = 0, L_y$ で $E_t \cdot e_x = 0$ および $x = 0, L_x$ で $E_t \cdot e_y = 0$ を用いて、

$$C_2 = C_4 = 0 \quad (\text{A.64})$$

$$\kappa_y = \frac{n\pi}{L_y} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (\text{A.65})$$

$$\kappa_x = \frac{m\pi}{L_x} \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (\text{A.66})$$

が得られるから、 H_z は (A.40) より、

$$H_z(x, y, z) = A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{L_x} \cos \frac{n\pi y}{L_y} e^{i\kappa_0 z} \quad (\text{A.67})$$

である。ここで A_{mn} は C_1 と C_3 をまとめた任意の定数である。(A.67) を (A.52) から (A.55) に代入することで、方形導波管における TE_{mn} モードの各電磁場は、

$$E_x = \frac{in\pi\omega\mu_0}{\kappa_c^2 L_y} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{L_x} \sin \frac{n\pi y}{L_y} e^{i\kappa_0 z} \quad (\text{A.68})$$

$$E_y = \frac{-im\pi\omega\mu_0}{\kappa_c^2 L_x} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{L_x} \cos \frac{n\pi y}{L_y} e^{i\kappa_0 z} \quad (\text{A.69})$$

$$H_x = \frac{im\pi\kappa_0}{\kappa_c^2 L_x} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{L_x} \cos \frac{n\pi y}{L_y} e^{i\kappa_0 z} \quad (\text{A.70})$$

$$H_y = \frac{in\pi\kappa_0}{\kappa_c^2 L_y} A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{L_x} \sin \frac{n\pi y}{L_y} e^{i\kappa_0 z} \quad (\text{A.71})$$

となる [17]。ここで $m = 1, n = 0$ とすることで TE_{10} モードの各電磁場 (6.1a) から (6.1d) が得られる。

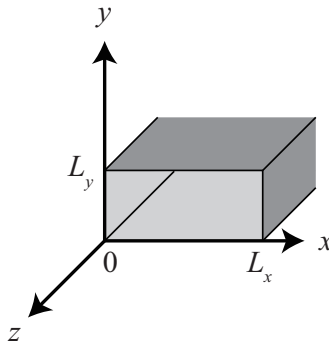


図 A.5 導波管の形状： x 、 y 軸方向の長さがそれぞれ L_x 、 L_y の長方形の断面を持つ導波管を考える。

A.6 アダプタ効率

コネクタ形状が異なる高周波回路同士を接続するためにしばしば変換アダプタが用いられる。当然、このアダプタの挿入によっても反射や伝送損失が生じることになり、例えば高周波電力計にアダプタを接続して測定を行う場合にはこれらの影響を考慮する必要がある。いま、信号源と負荷の間に S パラメータが S_{ij} で与えられるアダプタを挿入し、信号源からアダプタ側に P_{in} という電力が入射した場合、負荷で消費される電力を P_L 、負荷とアダプタを合わせた素子

全体で消費される電力を P_A とする。さらに負荷および負荷とアダプタを合わせた素子全体の反射係数をそれぞれ、 Γ_L および Γ_A とする。ここで、アダプタによる影響を補正するためにアダプタ効率 η_{ad} という量を

$$\eta_{ad} = \frac{P_L}{P_A} \quad (\text{A.72})$$

と定義する。 P_L と P_A は P_{in} を用いてそれぞれ、

$$P_L = |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2) P_{in} \quad (\text{A.73})$$

$$P_A = (1 - |\Gamma_A|^2) P_{in} \quad (\text{A.74})$$

と書ける。また Γ_A はアダプタの S パラメータを用いて、

$$\Gamma_A = S_{11} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \quad (\text{A.75})$$

と表すことができる。従って、アダプタ効率 η_{ad} は、

$$\eta_{ad} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2 - |S_{11} + (S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}\Gamma_L)|^2} \quad (\text{A.76})$$

となる。この量を用いると、アダプタを接続した高周波電力計を改めて 1 つの高周波電力計と見なして測定を行うことができる。

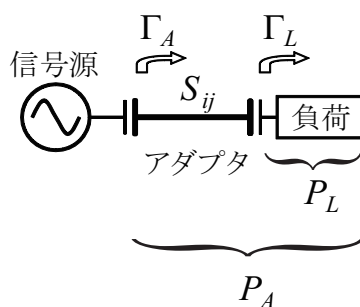


図 A.6 アダプタの挿入による消費電力の差：負荷での消費電力 P_L とアダプタを含めた素子全体での消費電力 P_A との比をアダプタ効率 η_{ad} と定義する。

付録 B

セシウム原子

B.1 ^{133}Cs 原子のエネルギー準位

セシウム原子は原子番号 55 の元素であり、K 殻から P 殻までに 55 個の電子を持つ。K 殻から O 殻までの 54 個の電子は閉殻となるため、最外殻の 1 個の電子と原子核との作用が原子のエネルギー準位に主に関わっている。すなわち、原子核スピン I による磁気モーメントと電子の軌道角運動量 L による磁気モーメントの相互作用によって微細構造が形成され、さらに電子スピン S による磁気モーメントを加えた相互作用によって超微細構造が形成される。軌道角運動量と電子スピンの結合により電子の全角運動量 J は

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} \quad (\text{B.1})$$

のように得られ、この全角運動量子数 J は

$$|L - S| \leq J \leq L + S \quad (\text{B.2})$$

の範囲の離散的な値となる。電子が S 軌道るとき $L = 0$ 、P 軌道るとき $L = 1$ であり、電子スピンは $S = \frac{1}{2}$ であるから、微細構造は 6S 軌道に $6S_{1/2}$ の準位が、6P 軌道に $6P_{1/2}$ および $6P_{3/2}$ の 2 準位が生じる。さらに電子の全角運動量 J と原子核スピン I との結合を F で表すと、

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{J} \quad (\text{B.3})$$

であり、量子数 F は

$$|I - J| \leq F \leq I + J \quad (\text{B.4})$$

の範囲となる。この F は超微細構造に対してよい量子数として扱われる。セシウム原子の場合、 $I = \frac{7}{2}$ であるから基底状態 $6S_{1/2}$ において $F = 3, 4$ 、 $6P_{1/2}$ において $F = 3, 4$ 、 $6P_{3/2}$ において $F = 2, 3, 4, 5$ となる超微細構造が生じる。ここで、外部から磁場を加えてその磁場の方向で量子化した場合、それぞれの超微細構造準位は量子化軸に対して

$$m_F = -F, -F + 1, \dots, F - 1, F \quad (\text{B.5})$$

を磁気量子数として、さらに分離する。これを Zeeman 効果と呼ぶ。外部からの磁場が小さい場合、分離する磁気副準位のエネルギーシフトは m_F および磁束密度 B に比例するため、これを共鳴周波数のシフト $\Delta\nu$ で表すと、

$$\Delta\nu = \frac{g_F \mu_B}{h} m_F B \quad (\text{B.6})$$

となる。ここで g_F は F の g 因子である。

これらをまとめて図示したセシウム原子の超微細構造準位と、実験的な事実等に基づく各準位間のエネルギー差 [109] に相当する電磁波の周波数もしくは波長を図 B.1 に示した。

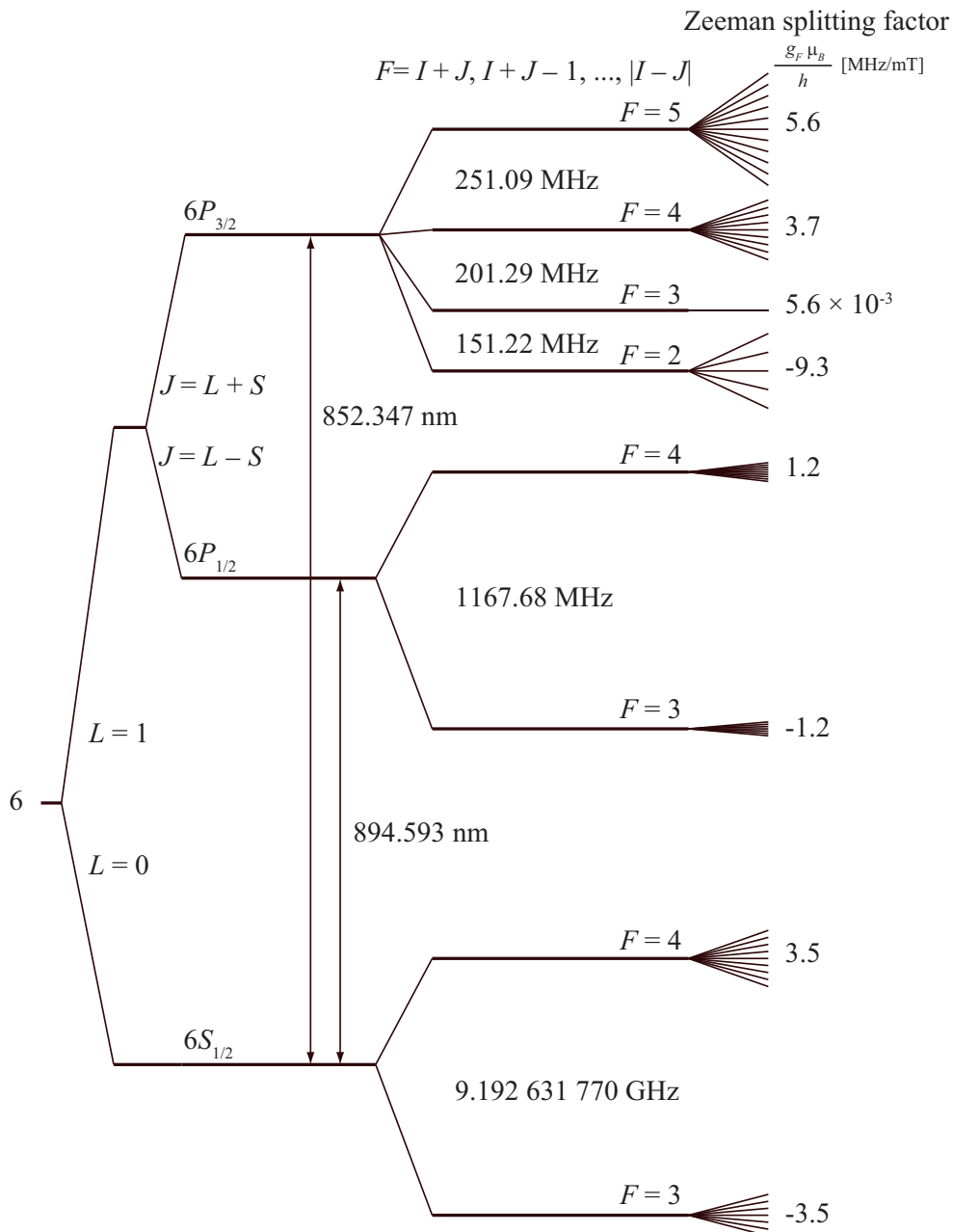


図 B.1 セシウム原子のエネルギー準位 : $F = I + J$ が良い量子数となる。

また、各準位は各量子数の変化量 ΔF および Δm_F が

$$\Delta F = 0, \pm 1 \tag{B.7}$$

$$\Delta m_F = 0, \pm 1 \tag{B.8}$$

となる遷移のみが許容される。ここで、 $\Delta m_F = 0$ は量子化軸方向の直線偏波 (π 偏波) の電磁波による遷移、 $\Delta m_F = \pm 1$ は量子化軸に直交する面内における円偏波 (σ_{\pm} 偏波) の電磁波による遷移に対応する。

謝辞

本稿の執筆に当たり大勢の方々にお力添えを頂きました。限られた紙面の中で賜りましたすべての御恩に対して感謝を伝えることは困難と存じますが、本稿の結びとして、ここで御礼を申し上げます。

東京大学物性研究所・准教授の秋山英文先生には、本研究の初期段階から要所要所において本稿の取りまとめに関する確かな助言を賜りました。また私が修士課程の学生として秋山先生の研究室に在籍しておりましたときから熱心にご指導ご鞭撻頂きましたことは、現在でも研究職に携わる身において強力な支えとなっております。修士課程修了後に現職に就いてからも親身に相談に乗って頂きましたこと、および本学位申請におきまして紹介人を快くお引き受け頂きましたことに誠に感謝の念に堪えません。

本論文の審査委員会・主査を務めて頂きました鳥井寿夫先生および副査を務めて頂きました三尾典克先生、酒井広文先生、石川颯一先生、小林洋平先生に感謝を申し上げます。先生方には本論文をご精読いただき、論文の内容から研究者としての心得に至るまで大変有益な助言を頂きました。

産業技術総合研究所計測標準研究部門・主任研究員の島岡一博博士には本研究の基となる手掛かりを頂くと共に、共同研究者として数々の助力を頂きました。特に本稿において重要な項目となりました高周波技術をご教示下さったこと、または本研究に設備と時間を費やすことができる環境を工面して下さいましたこと、誠に有り難く存じます。

産業技術総合研究所計測標準研究部門・前電磁波計測科長の小見山耕司博士並びに同・現科長の島田洋蔵博士からは、あるときには管理者の立場から、またあるときには共同研究者の立場から本研究を支えて頂きました。本研究を今日まで継続できましたことに感謝申し上げます。

産業技術総合研究所計測標準研究部門・前々電磁波計測科長の井上武海博士には、カロリメータによる校正において大変なご支援を頂きました。またカロリメータの不確かさ評価について懇切丁寧にお教え頂きましたこと、有難く思います。

明治大学理工学部・教授の立川真樹先生並びに同・教授の小田島仁司先生には、本研究の基本原理に関する貴重な議論を頂きました。また学生時代に立川先生から数々頂きましたお教えが今日になっても活かされていること、有り難く感じております。

新居浜工業高等専門学校電子制御工学科・教授の福田京也先生には、ガラスセルに関して多大な協力を頂きました。また過去に旧通信総合研究所において共に実験を行い、その都度、基礎からご教示いただけたことは非常に貴重な経験となっております。

産業技術総合研究所ネットワークフォトンクス研究センター・主任研究員の黒須隆行博士には外部共振器型半導体レーザーに関して強力な力添えを頂きました。レーザーの故障に悩まされていた際に自作の非常に高精度なレーザーを貸与していただきましたこと、誠に感謝しております。

産業技術総合研究所計測標準研究部門・主任研究員の安田正美博士並びに岐阜工業高等専門学校機械工学科・講師の河野託也先生には事ある毎に、また非常に些細な事柄にも相談に乗って頂きました。お二人から非常に気さくに接して頂きましたこと、嬉しく思います。

産業技術総合研究所計測標準研究部門・時間周波数科時間標準研究室長の池上健博士、同・主任研究員の渡部謙一博

士並びに柳町真也博士にはセシウム原子に関する様々な相談をさせて頂きました。

産業技術総合研究所計測標準研究部門・主任研究員の廣瀬雅信博士並びに同・主任研究員の飴谷充隆博士には電磁界シミュレータの使用について丁寧にご教示頂きました。

産業技術総合研究所イノベーション推進本部・イノベーションコーディネータの石川純博士からは真空系について詳しくお教えいただきました。

National Research Council の Alain Michaud 博士には先行研究の詳細を含む貴重な議論を頂きました。

産業技術総合研究所計測標準研究部門・主任研究員の石居正典博士には今後の展開について貴重な手掛かりを頂きました。

本稿の執筆に対して理解を頂き、常に心身共に支えてくださいました妻の千智と長男の優介に心から感謝致します。家族の存在にどれほど助けられたことがわかりません。また、私生活を通じて多大なる支援を頂きました両親、兄弟、祖父母、友人に御礼を申し上げます。

最後に改めましてご協力頂きました皆様に感謝申し上げます。本稿の結びとさせて頂きます。皆様、誠に有難うございました。

本稿に関連する発表

国際論文

1. Moto Kinoshita, Kazuhiro Shimaoka, and Koji Komiyama, “Determination of microwave field strength using Rabi oscillation for a new microwave power standard”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, volume 58, Issue 4, pp. 1114–1119 (2009), [83]
2. Moto Kinoshita, Kazuhiro Shimaoka, and Koji Komiyama, “Atomic microwave power standard based on the Rabi frequency”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, volume 60, Issue 7, pp. 2696–2701 (2011), [96]
3. Moto Kinoshita, Kazuhiro Shimaoka, and Yozo Shimada, “Optimization of the Atomic Candle Signal for the Precise Measurement of Microwave Power”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, volume 62, Issue 6, pp. 1807–1813 (2013), [90]

会報・紀要

1. 木下基, “高周波電力標準に関する調査研究”, 産総研計量標準報告 4 巻, 3 号, pp. 189–199 (2006), [9]
2. 木下基, 島岡一博, 小見山耕司, “高周波電力計の比較校正方法とその不確かさの評価”, 産総研計量標準報告, 6 巻, 3 号, pp. 145–150 (2007), [27]
3. M. Kinoshita, K. Shimaoka, and K. Komiyama, “Rabi Frequency Measurement for Microwave Power Standard using Double Resonance Spectrum”, *2008 Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM) Digest*, pp. 698–699, [88]
4. 木下基, 島岡一博, 小見山耕司, “次世代型マイクロ波電力標準の研究”, 電気学会研究会資料, IM-08-34 (2008)
5. 木下基, “次世代型マイクロ波電力標準の研究”, 産総研 TODAY 2009 年 6 月号, Vol. 9, No. 6, p.18
6. Moto Kinoshita, “Study of a new microwave power standard”, AIST TODAY 2009-3, No.33, p.23
7. M. Kinoshita, K. Shimaoka, and K. Komiyama, “Absolute measurement of microwave power based on the atomic Rabi frequency”, *Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM) 2010 Digest*, pp. 734–735, [97]
8. M. Kinoshita, K. Shimaoka, and K. Komiyama, “Uncertainty of Atomic Microwave Power Standard”, *2010 Asia-Pacific Radio Science Conference Proceedings*, AB-6, [99]
9. M. Kinoshita, K. Shimaoka, and Y. Shimada, “Optimization of the Atomic Candle Signal Used for Microwave Power Standard Based on the Rabi Frequency”, *Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM) 2012 Digest*, pp. 114–115 (2012), [95]

学会・会議

1. 木下基, “高周波電力標準に関する調査研究”, 平成 17 年度新規採用職員調査研究発表会, 産総研つくばセンター, (2005)
2. 木下基, 島岡一博, 小見山耕司, “7 mm 同軸高周波電力標準における比較校正システムの開発”, 計量標準総合センター第 9 回成果発表会 産総研つくばセンター, (2006)
3. 木下基, 島岡一博, 小見山耕司, “2.4 mm 同軸自動比較校正システムの開発”, 計量標準総合センター第 11 回成果発表会 産総研つくばセンター, (2007)
4. 島岡一博, 木下基, “比較校正方法の実演と不確かさバジェット表の作成”, 第 3 回高周波クラブ会合 産総研つくばセンター, (2007)
5. 木下基, 島岡一博, 小見山耕司, “マイクロ波電力標準のための Cs 原子の二重共鳴スペクトルの観測”, 日本物理学会第 62 回年次大会, 北海道大学札幌キャンパス, (2007)
6. 木下基, 島岡一博, 江口健一, 小見山耕司, “3.5 mm 同軸電力比較校正システムの開発”, 計量標準総合センター第 13 回成果発表会, 産総研つくばセンター, (2008)
7. M. Kinoshita, K. Shimaoka, and K. Komiyama, “Rabi Frequency Measurement for Microwave Power Standard using Double Resonance Spectrum”, *Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM) 2008*, Omni Interlocken Resort Broomfield, Colorado, USA, June 8–13, 2008
8. 木下基, 島岡一博, 小見山耕司, “次世代型マイクロ波電力標準の研究”, 電気学会 計測研究会, 電力中央研究所 大手町本部 (2008/6/19)
9. 木下基, 島岡一博, 小見山耕司, “ラビ周波数を用いた次世代型マイクロ波電力標準の開発”, 日本物理学会 2008 年秋季大会, 岩手大, (2008)
10. 木下基, 島岡一博, 小見山耕司, “次世代型マイクロ波電力標準の開発”, 計量標準総合センター 2008 成果発表会, 産総研つくばセンター, (2008)
11. 木下基, 島岡一博, 小見山耕司, “ラビ周波数を用いた次世代型マイクロ波電力標準の開発 II”, 日本物理学会第 64 回年次大会, 立教大, (2009)
12. 木下基, 島岡一博, 小見山耕司, “ラビ振動型マイクロ波電力標準の研究”, 日本物理学会 2009 年秋季大会, 熊本大, (2009)
13. 木下基, 島岡一博, 小見山耕司, “周波数測定に基づくマイクロ波電力標準の開発”, 計測標準フォーラム, 大田区産業プラザ PiO, (2009/10/30)
14. 木下基, 島岡一博, 小見山耕司, “周波数測定に基づくマイクロ波電力標準の開発”, 計量標準総合センター 2009 年度成果発表会, 産総研つくばセンター, (2010)
15. M. Kinoshita, K. Shimaoka, and K. Komiyama, “Absolute measurement of microwave power based on the atomic Rabi frequency”, *Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM) 2010*, Daejeon Convention Center (DCC), Daejeon, Korea, June 13–18, 2010
16. M. Kinoshita, “Quantum-based microwave power standard”, *KRISS invited seminar*, KRISS, Daejeon, Korea, (2010/06/21)
17. M. Kinoshita, K. Shimaoka, and K. Komiyama, “Uncertainty of Atomic Microwave Power Standard”, *2010 Asia-Pacific Radio Science Conference (AP-RASC'10)*, Toyama International Conference Center, (2010/09/23)
18. 木下基, 島岡一博, 島田洋蔵, “周波数測定を基にしたマイクロ波電力標準”, 精密周波数の発生と高精度分配のた

めの次世代回路技術調査専門委員会 2010年度 第3回委員会, 首都大学東京, (2010/12/17)

19. 木下基, 島岡一博, 島田洋蔵, “ラビ周波数を用いたマイクロ波電力標準の不確かさ評価”, 計量標準総合センター 2010年度成果発表会, 産総研つくばセンター, (2011)
20. 木下基, 島岡一博, 島田洋蔵, “ラビ周波数を利用したマイクロ波電力標準の研究”, 日本物理学会第66回年次大会, 新潟大, (2011)
21. Moto Kinoshita, “Microwave Power Standard Based on Atomic Quantum Mechanics”, *the 27th APMP General Assembly and Related Meetings 2011 (APMP2011) in Kobe, TCEM Workshop*, the Kobe International Convention Center, (2011)
22. M. Kinoshita, K. Shimaoka, and Y. Shimada, “Optimization of the Atomic Candle Signal Used for Microwave Power Standard Based on the Rabi Frequency”, *Conference on Precision Electromagnetic Measurements 2012*, Gaylord National Resort Washington D.C., USA, July 1–6, 2012
23. Moto Kinoshita, “Electromagnetic power measurements”, *NMIJ RF Metrology seminar*, King Mongkut’s Institute of Technology Ladkrabang (KMITL), Thailand, December 6th, 2013

参考文献

- [1] 産業技術総合研究所計量標準総合センター（訳編）．「国際単位系 (SI) 安心・安全を支える世界共通のものさし」．日本規格協会, 2007.
- [2] 産業技術総合研究所計量標準総合センター．「メートル条約に基づく組織と活動のあらまし」, 3月 2012.
- [3] 産業技術総合研究所計量標準総合センター, 製品評価技術基盤機構認定センター（訳編）．「計量学-早わかり」．2009.
- [4] 「計量法」, 平成四年五月二十日法律第五十一号（改正：平成二三年八月三〇日法律第一〇五号）.
- [5] “*International vocabulary of metrology - Basic and general concepts and associated terms (VIM)*”. JCGM member organizations, 3 edition, 2012.
- [6] “*Guide to the expression of uncertainty in measurement*”. International organization for standardization, 1995.
- [7] 飯塚幸三（監修）．「計測における不確かさの表現のガイド」．日本規格協会, 1996.
- [8] J. R. Taylor（著）, 林茂雄・馬場涼（訳）．「計測における誤差解析入門」．東京化学同人, 2000.
- [9] 木下基．「高周波電力標準に関する調査研究」．産総研計量標準報告, Vol. 4, No. 3, pp. 189–200, 1月 2006.
- [10] 中山正敏．「電磁気学」．裳華房, 12月 1986. その他一般的な電磁気学の教科書を参照.
- [11] J. C. Maxwell. “A dynamical theory of the electromagnetic field”. *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, Vol. 155, No. The Royal Society, pp. 459–512, Jan. 1865.
- [12] 物理学辞典編集委員会（編）．「改訂版 物理学辞典」, “ヘルツの実験”, p. 1953. 培風館, 1992.
- [13] 物理学辞典編集委員会（編）．「改訂版 物理学辞典」, “マルコーニ”, p. 2076. 培風館, 1992.
- [14] 「電波法」, 昭和二十五年五月二日法律第三百三十一号（改正：平成二三年六月二四日法律第七四号）.
- [15] C. E. Shannon. “A mathematical theory of communication”. *Bell Syst. Tech. J.*, Vol. 27, pp. 379–423, 623–656, Jul., Oct. 1948.
- [16] 総務省総合通信基盤局．「周波数割当表」．電波利用ホームページ <<http://www.tele.soumu.go.jp>>, 平成 25年 3月 27日更新.
- [17] D. M. Pozar. “*Microwave Engineering*”. John Wiley & Sons, Inc., 3 edition, 2005.
- [18] 大森俊一, 横島一郎, 中根央．「高周波・マイクロ波測定」．コロナ社.
- [19] R. F. Desch and R. E. Larson. “Bolometric microwave power calibration techniques at the National Bureau of Standard”. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 12, No. 1, pp. 29–33, Jun. 1963.
- [20] A. C. Macpherson and D. M. Kerns. “A microwave microcalorimeter”. *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 26, No. 1, pp. 27–33, Jan. 1955.
- [21] G. F. Engen. “A refined X-band microwave microcalorimeter”. *J. Res. NBS*, Vol. 63C, No. 1, Jul.–Sep. 1959.
- [22] M. P. Weidman. “Direct comparison transfer of microwave power sensor calibrations”. *NIST Tech. note*

- 1379, Jan. 1996.
- [23] 横島一郎. 「高周波測定技術の基礎 -S パラメータ入門-」. サイベック社, 1992.
- [24] A. Y. Rumfelt and L. B. Elwell. “Radio frequency power measurements”. *Proc. of the IEEE*, Vol. 55, No. 6, pp. 835–850, Jun. 1967.
- [25] M. Hiebel. “*Fundamentals of Vector Network Analysis*”. Rohde & Schwarz GmbH & Co. KG, 3 edition, 2008.
- [26] 岩崎俊. 「電磁波計測 -ネットワークアナライザとアンテナ-」. コロナ社, 2007.
- [27] 木下基, 島岡一博, 小見山耕司. 「高周波電力計の比較校正方法とその不確かさの評価」. 産総研計量標準報告, Vol. 6, No. 3, pp. 145–150, 9月 2007.
- [28] Agilent Technologies. “Vector network analyzer uncertainty calculator”. Computer Software.
- [29] 桜井健二郎. 「マイクロ波電力標準に関する研究」. 電気試験所研究報告, Vol. 680, , 12月 1967.
- [30] 島岡一博. 「高周波電力標準に関する調査研究」. 産総研計量標準報告, Vol. 2, No. 1, pp. 159–174, 4月 2003.
- [31] T. Inoue and K. Yamamura. “A broadband power meter calibration system in the frequency range from 10 MHz to 40 GHz using a coaxial calorimeter”. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 45, No. 1, pp. 146–152, Feb. 1996.
- [32] T. Inoue. “Broadband RF power standard for 7 mm coaxial waveguide in the frequency range of 10 MHz - 18 GHz - design and fabrication - ”. *Bull. ETL*, Vol. 64, No. 1, pp. 3–10, 2000.
- [33] T. Inoue and K. Sato. “Broadband RF power standard for 7 mm coaxial waveguide in the frequency range of 10 MHz - 18 GHz - evaluation of uncertainty - ”. *Bull. ETL*, Vol. 64, No. 1, pp. 11–17, 2000.
- [34] 坂本泰彦, 井上武海. 「電磁気標準」. 計測と制御, Vol. 41, No. 4, pp. 295–300, 4月 2002.
- [35] K. Sakurai and T. Nemoto. “A thin - film bolometer unit”. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 16, No. 3, pp. 206–211, Sep. 1967.
- [36] T. Nemoto, K. Fujisawa, and T. Inoue. “Newly developed bolometer mounts for the short millimeter wave region”. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 21, No. 4, pp. 480–483, Nov. 1972.
- [37] T. Inoue and K. Yamamura. “Automatic bolometer bridge using an adaptive control technique for rf power measurement”. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 27, No. 2, pp. 166–169, Jun. 1978.
- [38] T. Inoue, I. Yokoshima, and M. Sasaki. “High-Performance thin-film barretter mount for power measurement in W-band”. *Electronic Lett.*, Vol. 21, No. 5, pp. 170–172, Feb. 1985.
- [39] 井上武海, 山村恭平. 「94 GHz 電力標準と国際比較」. 電子技術総合研究所彙報, Vol. 11, pp. 18–35, 11月 1992.
- [40] 井上武海, 山村恭平, 佐藤恵子. 「RF パワーメータ校正用広帯域同軸マイクロカロリメータ」. *Trans. IEE Japan*, Vol. 118C, No. 12, pp. 1798–1804, 12月 1998.
- [41] Y. Okano and Y. Inoue. “Automatic microcalorimeter system for broadband power measurement 75 GHz - 100 GHz range”. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 50, No. 2, pp. 385–388, Apr. 2001.
- [42] T. Inoue. “Evaluation of uncertainty due to excess heating by an adiabatic line in calorimetric measurement of RF power”. *CPEM Digest 2000*, pp. 164–165, May 2000.
- [43] BIPM. “KCDB, CMCs”. Web page <<http://kcdb.bipm.org/AppendixC>>, 2013.
- [44] NMI. “Radio frequency and microwave capabilities”. Web page <<http://www.measurement.gov.au>>, 2013.
- [45] NRC. “Electrical standards”. Web page <<http://www.nrc-cnrc.gc.ca>>, 2013.
- [46] CMI. “1013 dept. microwave measurement - RB praha”. Web page <<http://www.cmi.cz>>, 2013.
- [47] CENAM. “Catálogo de servicios”. Web page (in Spanish) <<http://www.cenam.mx>>, 2013.

- [48] VNIIFTRI. “Electromagnetic measurement of radio frequency band”. Web page (in Russian) <<http://www.vniiftri.ru>>, 2013.
- [49] NSCIM. “Electrical and magnetic quantities”. Web page <<http://www.metrology.kharkov.ua>>, 2013.
- [50] NPL. “Power standards, meters and sensors”. Web page <<http://www.npl.co.uk>>, 2013.
- [51] NIST. “Electromagnetic measurements”. Web page <<http://www.nist.gov>>, 2013.
- [52] 霜田光一, 矢島達夫, 上田芳文, 清水忠雄, 粕谷敬宏. 「量子エレクトロニクス(上)」. 裳華房, 1972.
- [53] 霜田光一. 「レーザー物理入門」. 岩波書店, 1983.
- [54] 伊達宗行. 「電子スピン共鳴」. 培風館, 1978.
- [55] 山内淳. 「磁気共鳴-ESR--電子スピンの分光学-」. サイエンス社, 1972.
- [56] NIST. “The NIST reference on constants, units and uncertainty”, 2011. Web page <<http://physics.nist.gov/cuu/index.html>>, Jun. 2011.
- [57] C. W. White, W. M. Hughes, G. S. Hayne, and H. G. Robinson. “Determination of g-factor ratios for free ^{133}Cs and ^{87}Rb atoms”. *Phys. Rev. A*, Vol. 7, No. 3, pp. 1178–1182, March 1973.
- [58] E. Arimondo, M. Inguscio, and P. Violino. “Experimental determination of the hyperfine structure in the alkali atoms”. *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 49, No. 1, pp. 31–75, Jan. 1977.
- [59] G. Racah. “Theory of complex spectra. II”. *Phys. Rev.*, Vol. 62, pp. 438–462, Nov. 1942.
- [60] 山崎勝義. 「Clebsch-Gordan 係数と射影演算子」, 5月 2007.
- [61] 平野功. 「原子・光・磁気の解析 –その成り立ちと発展の軌跡–」. 技報堂出版, 2004.
- [62] R. C. Mockler. “Atomic beam frequency standards”. *Adv. Electronics and Electron Phys.*, Vol. 15, , 1961.
- [63] R. P. Frueholz and J. C. Camparo. “Underlying simplicity of atomic population variations induced by a stochastic phase-fluctuating field”. *Phys. Rev. A*, Vol. 54, No. 4, p. 3499, 1996.
- [64] J. C. Camparo. “Atomic stabilization of electromagnetic field strength using rabi resonances”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 80, No. 2, pp. 222–225, January 1998.
- [65] J. G. Coffey and J. C. Camparo. “Atomic stabilization of field intensity using rabi resonances”. *Phys. Rev. A*, Vol. 62, No. 1, p. 013812, 2000.
- [66] J. C. Camparo and J. G. Coffey. “Accessing photon number via an atomic time interval”. *Phys. Rev. A*, Vol. 66, No. 4, p. 043416, 2002.
- [67] T. Swan-Wood, J. G. Coffey, and J. C. Camparo. “Precision measurements of absorption and refractive-index using an atomic candle”. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 50, No. 5, pp. 1229–1233, 2001.
- [68] D. Paulusse, N. Rowell, and A. Michaud. “Realization of an atomic microwave power standard”. In *CPEM Digest 2002*, pp. 194–195. IEEE, 2002.
- [69] D. C. Paulusse, N. L. Rowell, and A. Michaud. “Accuracy of an atomic microwave power standard”. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 54, No. 2, pp. 692–695, April 2005.
- [70] D. C. Paulusse, N. L. Rowell, and A. Michaud. “Microwave power standard using cold atoms”. 2005.
- [71] T. P. Crowley, E. A. Donley, and T. P. Heavner. “Quantum-based microwave power measurements: Proof-of-concept experiment”. *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 75, No. 8, pp. 2575–2580, August 2004.
- [72] S. R. Jefferts, T. P. Heavner, T. E. Parker, and J. H. Shirley. “NIST cesium fountains—current status and future prospects”. In *Proc. SPIE*, Vol. 6673, p. 667309, 2007.
- [73] T. Olsen and T. L. Larsen. “Double resonance spectroscopy on the cesium atomic clock transition”, May 2004.
- [74] J. B. Taylor and I. Langmuir. “Vapor pressure of caesium by the positive ion method”. *Phys. Rev.*, Vol. 51,

- No. 9, p. 753, 1937.
- [75] O. Schmidt, K. M. Knaak, R. Wynands, and D. Meschede. “Cesium saturation spectroscopy revisited: How to reverse peaks and observe narrow resonances”. *Appl. Phys. B*, Vol. 59, No. 2, pp. 167–178, 1994.
- [76] F. G. Major (著), 盛永篤郎 (訳). 「量子の鼓動 – 原子時計の原理と応用 –」. シュプリンガー・フェアラーク東京, 2006.
- [77] R. H. Dicke. “The effect of collisions upon the Doppler width of spectral lines”. *Phys. Rev.*, Vol. 89, pp. 472–473, 1953.
- [78] N. Beverini, P. Minguzzi, and F. Strumia. “Foreign-gas-induced cesium hyperfine relaxation”. *Phys. Rev. A*, Vol. 4, No. 2, p. 550, 1971.
- [79] M. Arditi and T. R. Carver. “Frequency shift of the zero-field hyperfine splitting of Cs¹³³ produced by various buffer gases”. *Phys. Rev.*, Vol. 112, No. 2, p. 449, October 1958.
- [80] L. B. Robinson. “Frequency shifts in the hyperfine spectra of alkalis caused by foreign gases”. *Phys. Rev.*, Vol. 117, No. 5, p. 1275, 1960.
- [81] A. Andalkar and R. B. Warrington. “High-resolution measurement of the pressure broadening and shift of the Cs *D1* and *D2* lines by N₂ and he buffer gases”. *Phys. Rev. A*, Vol. 65, No. 3, p. 032708, 2002.
- [82] O. Kozlova, R. Boudot, S. Guérandel, and E. De Clercq. “Measurement of Cs-buffer gas collisional frequency shift using CPT pulsed clock”. *CPEM Digest 2010*, pp. 466–467, 2010.
- [83] M. Kinoshita, K. Shimaoka, and K. Komiyama. “Determination of microwave field strength using Rabi oscillation for a new microwave power standard”. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 58, No. 4, pp. 1114–1119, April 2009.
- [84] R. P. Frueholz and J. C. Camparo. “Entropy and attractor dimension as measures of the field-atom interaction”. *Phys. Rev. A*, Vol. 47, No. 5, p. 4404, 1993.
- [85] J. G. Coffer, B. Sickmiller, A. Presser, and J. C. Camparo. “Line shapes of atomic-candle-type rabi resonances”. *Phys. Rev. A*, Vol. 66, No. 2, p. 023806, August 2002.
- [86] 小泉袈裟勝. 「続単位のおはなし」. 日本規格協会, 1985.
- [87] 小泉袈裟勝. 「単位のおはなし」. 日本規格協会, 1979.
- [88] M Kinoshita, K Shimaoka, and K Komiyama. “Rabi frequency measurement for microwave power standard using double resonance spectrum”. *CPEM Digest 2008*, pp. 698–699, 2008.
- [89] Computer software. Igor Pro 6. WaveMetrics, Inc.
- [90] M. Kinoshita, K. Shimaoka, and Y. Shimada. “Optimization of the atomic candle signal for the precise measurement of microwave power”. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 62, No. 6, pp. 1807–1813, June 2013.
- [91] Computer software. FEKO. EM Software & Systems.
- [92] D. W. Allan, N. Ashby, and C. C. Hodge. “The science of timekeeping”. *Hewlett Packard Appl. note*, No. 1289, Jun. 1997.
- [93] H Talvitie, M Merimaa, and E Ikonen. “Frequency stabilization of a diode laser to Doppler-free spectrum of molecular iodine at 633 nm”. *Opt. Comm.*, Vol. 152, No. 1, pp. 182–188, 1998.
- [94] K Fukuda, M Tachikawa, and M Kinoshita. “Allan-variance measurements of diode laser frequency-stabilized with a thin vapor cell”. *Appl. Phys. B*, Vol. 77, No. 8, pp. 823–827, 2003.
- [95] M Kinoshita, K Shimaoka, and Y Shimada. “Optimization of the atomic candle signal used for microwave power standard based on the Rabi frequency”. *CPEM Digest 2012*, pp. 114–115, 2012.
- [96] M. Kinoshita, K. Shimaoka, and K. Komiyama. “Atomic microwave power standard based on the rabi

- frequency". *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 60, No. 7, pp. 2696–2701, July 2011.
- [97] M Kinoshita, K Shimaoka, and K Komiyama. "Absolute measurement of microwave power based on the atomic Rabi frequency". *CPEM Digest 2010*, pp. 734–735, 2010.
- [98] K. Shimaoka. "A new method for measuring accurate equivalent source reflection coefficient of three-port devices". *CPEM Digest 2010*, pp. 589–590, 2010.
- [99] M Kinoshita, K Shimaoka, and K Komiyama. "Uncertainty of atomic microwave power standard". *2010 AP-RASC Proc.*, pp. AB-6, 2010.
- [100] A. Risley, S. Jarvis Jr., and J. Vanier. "The dependence of frequency upon microwave power of wall-coated and buffer-gas-filled gas cell Rb⁸⁷ frequency standards". *J. Appl. Phys.*, Vol. 51, No. 9, pp. 4571–4576, 1980.
- [101] 熊谷基弘, 伊東宏之, 梶田雅稔, 細川瑞彦. 「原子泉型一次周波数標準器 NICT-CsF1 (時空標準特集)–(日本標準時の高度化)」. 情報通信研究機構季報, Vol. 56, No. 3, pp. 29–43, 2010.
- [102] J. A. Gordon, C. L. Holloway, S. Jefferts, and T. Heavner. "Quantum-based SI traceable electric-field probe". In *EMC, 2010 IEEE Int'l Symp.*, pp. 321–324. IEEE, 2010.
- [103] M. Cetintas, R. Hamid, O. Sen, and S. Cakir. "Characterization of a far-field microwave magnetic field strength sensor based on double radiooptical resonance". *EMC, IEEE Trans.*, Vol. 52, No. 1, pp. 21–31, 2010.
- [104] S. Cakir, R. Hamid, M. Cetintas, G. Cakir, and O. Sen. "Sensing of RF magnetic fields using Zeeman splitting of double radiooptical resonance and a new approach to Helmholtz coil calibrations". *Sensors J., IEEE*, Vol. 12, No. 7, pp. 2465–2473, 2012.
- [105] M. Cetintas, S. Cakir, R. Hamid, and O. Sen. "Toward absolute measurements of far-field microwave magnetic field by atomic sensor based on double radiooptical resonance". *EMC, IEEE Trans.*, Vol. 54, No. 1, pp. 225–227, 2012.
- [106] J. Sedlacek, A. Schwettmann, H. Kübler, R. Löw, T. Pfau, and J. P. Shaffer. "Quantum assisted electrometry using bright atomic resonances". *arXiv preprint arXiv:1205.4461*, 2012.
- [107] J. A. Sedlacek, A. Schwettmann, H. Kübler, and J. P. Shaffer. "Atom-based vector microwave electrometry using rubidium Rydberg atoms in a vapor cell". *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 111, No. 6, p. 063001, 2013.
- [108] R. A. Johnson. "Understanding microwave power splitter". *microwave J.*, Vol. 18, No. 12, pp. 49–51, 56, Dec. 1975.
- [109] D. A. Steck. "Cesium D line data". Web page <<http://steck.us/alkalidata/cesiumnumbers.pdf>>, 2010.

