

論文審査の結果の要旨

氏名 有木 健人

本論文は3部あわせて10章からなっている。第1部はイントロダクションであり、流体力学における乱流の重要性と、その統計的取扱法、特に非一様乱流に関する従来の研究とその問題点を紹介し、本論文の目的を述べる。

第2部は4章からなり、乱流に関する従来の研究をまとめている。第1章で流体力学の基本方程式であるナビエ・ストークス方程式を与え、第2章で流体速度場のアンサンブル平均としての平均速度場と、それに対するゆらぎ速度ベクトル場の分離を行い、揺らぎ速度ベクトルの相関関数としてレイノルズストレステンソルを導入する。次の第3章で一様乱流を、そして第4章で非一様乱流のモデル化を論じ、 $K-\varepsilon$ モデルに代表される現象的モデルは、ある程度成功をおさめているもののゆらぎ速度ベクトルの基礎方程式から導かれたものではないことを強調する。また基礎方程式に基づく理論的研究の数少ない例として、吉澤(1984)によって導入されたTSDIA(Two-Scale Direct-Interaction Approximation)があるが、一般座標変換に対する共変性を満たしていないという欠点を指摘する。

第3部は全部で6章からなり、非一様乱流を記述する新たな平均ラグランジュ法を提案する本論文の主要部分となっている。まず第5章で、従来の非一様乱流の記述は、一般座標変換に対する不変性を満たしていないことを強調し、いわば一般相対論と同様にして、座標変換に対する不変性を保証する定式化を行うことで、レイノルズ応力テンソルをはじめとする物理量をモデル化し、従来の現象的モデルとの関係を明らかにするという、本研究の基本的な姿勢を提示する。その目的のために第6章において、平均ラグランジュ座標系を導入する。これは、流体の平均速度で移流されるラグランジュ的座標系であり、その座標系から見れば、各点における乱流の効果を局所的な空間領域からの寄与として取り扱うことができる。

第7章ではこの方針にしたがって具体的に、(i)流体のゆらぎ速度ベクトルの基礎方程式を一般座標変換に対して共変な形に書く、(ii)それを平均ラグランジュ座標系で書き下す、(iii)そこに登場する物理量に対して、一様成分と非一様成分を分離する、(iv)繰り込み摂動論を応用して、それらの物理量の統計平均量を計算する、というプログラムを実行する。ここで用いる繰り込み摂動論は、Wyld(1961)によるもので、粘性減衰場を非摂動場としてとり扱い、非線形

自己相互作用を非線形摂動パラメータ λ の高次展開を最低次数項に繰り込んだ後、 λ の最低次で打ち切るものである。

第 8 章では平均ラグランジュ座標系での定式化の最も重要な応用として、非等方性と非一様性を特徴付ける無次元摂動パラメータ μ と δ に関するレイノルズ応力テンソルの具体的な摂動論的表式を求めた。

第 9 章では、得られたレイノルズ応力テンソルの共変性を確かめ、従来の現象論的なモデルに対応した項が導かれていることを示す。特に工学分野で広く用いられている $K-\varepsilon$ 型の代数表現を共変性を保った上で理論的に導出できたことは、本論文の定式化で用いられた近似を正当化するものである。

さらに、2つの平板間を一様に流れるチャンネル流の場合、今回得られたレイノルズ応力テンソルは、数値実験結果を比較的良く再現できることがわかった。

最後の第 10 章は本論文で得られた結論の要約であり、平均ラグランジュ座標系を用いて、流体のゆらぎの基礎方程式から、座標変換に関する共変性を保った理論を構築し、それからレイノルズ応力テンソルを含む流体の統計量を共変的に導くことに成功したことが述べられている。本文中で用いられた数学的な導出の詳細は付録 A から J にまとめられている。

本論文で提案された理論を用いることによりレイノルズ応力以外の重要な乱流統計量についても共変性を保ったモデル表式を得ることが期待される。これらの成果は乱流モデリングの研究を進展させ、流体物理学の発展に貢献するものである。

以上の本論文は、指導教員である半場藤弘氏との議論に啓発されつつも、基本的には論文提出者がすべての解析・執筆を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって博士（理学）を授与できると認める。