

## 審査の結果の要旨

氏名 後藤和哉

近年、構造物の全体としての挙動を正しく予測する必要性から、大規模なアセンブリ構造解析および接触解析へのニーズが高まっている。大規模解析においては線形ソルバーが計算時間の大半を占めることから、線形ソルバーの高速化が重要である。直接法に基づく線形ソルバーはロバスト性に優れているが、解析規模の増大に対する計算量およびメモリ消費量の増大が著しく、並列計算への適合性も低い。一方、反復法はロバスト性に課題があるが、解析規模に対する計算量およびメモリ消費量の増大は緩やかであり、並列計算への適合性も高いことから、大規模計算においては必須となっている。したがって、大規模なアセンブリ構造解析および接触解析を行うにあたっては、反復法による安定な収束を可能とするため、悪条件行列を回避する定式化の採用が重要である。また、構造解析においては、解析の種類（静解析、動解析、線形、非線形など）やモデルの形状等によって解くべき行列の性質や、線形方程式の求解パターンが変わるため、効率的に計算するための最適な解法や前処理が異なる。このため、線形ソルバーは問題に応じて適切なものを選択することが重要であり、線形ソルバーをブラックボックスとして利用可能であることが望ましい。

そこで本研究では、アセンブリ構造解析に用いられる多点拘束（MPC）条件の処理、および、接触解析において用いられる接触拘束条件の処理において、悪条件行列を回避する定式化を採用し、さらに、線形ソルバーをブラックボックスとして利用可能となる手法を、その並列化と合わせて提案した。本論文は全7章からなる。

第2章から第4章では、本研究の背景について述べている。第2章では、有限要素法による大規模三次元構造解析で現れる有限要素法構造解析における行列の性質、および、線形ソルバーの研究動向について述べ、線形ソルバーに求められる性能および現状の課題について整理した。第3章では、接触問題およびMPC問題における制約条件付きエネルギー最小化問題の解法についてレビューを行い、現状における課題を整理した。第4章では、本研究において注目するオーバーラップ型領域分割法に基づく並列有限要素法について、その領域分割法と並列化について述べている。

第5章および第6章では、大規模なアセンブリ構造解析、および、接触解析に並列反復法線形ソルバーを適用する際に共通の課題となる制約条件付きエネルギー最小化問題の扱いとして、行列の条件数を悪化させないこと、また、線形ソルバーをブラックボックスとして利用できること、の2つの条件を満たす手法の検討を行っている。

第5章では、MPC問題への取り組みとして、自由度消去法を用いたMPC条件処理の検討を行っている。ここでは、自由度消去法の実装上の課題である、並列計算時の通信パターンの変化に対応するため、オーバーラップ型領域分割の特徴を利用し、局所的なオーバーラップ領域の修正を行う方法を提案している。提案手法を検証例題に適用した結果、自由度消去法による行列は解析モデル全体を一体のメッシュによってモデル化した場合とほぼ同等の行列となることが確認された。また、ペナルティ法と異なり、自由度消去法では、接合面のメッシュが一致しているか、一致していないかによる収束性の違いがほぼ無いことが確認された。提案手法では、並列数を増やした場合、MPCによる接合面がある領域とない領域が発生することにより、自由度消去のための行列三重積計算の負荷バランスが崩れる可能性があるが、OpenMPによるスレッド並列を導入し、MPIのプロセス数を抑えることにより、最大約2億自由度の大規模問題においても効率的に計算可能であることを確認した。

第6章では、接触問題への取り組みとして、ラグランジュ乗数法にもとづく手法を提案している。ラグランジュ乗数法では、悪条件行列は回避されるが、対角に0を含む非正定値行列を解くこととなるため、通常の反復解法では求解が困難となる。本研究では、MPC条件処理における自由度消去法と類似の手法により、ラグランジュ乗数の自由度およびスレーブ自由度を消去し、対角に0を含まない正定値行列に関する方程式に変換する前処理を提案した。なお、今回は、接触解析における制約条件付き最小化問題を扱う部分に焦点をあてるため、並列化に関しては最小限の対応とし、提案手法の有効性を調査することとした。提案手法を検証例題に適用した結果、静解析においては、提案手法によって線形ソルバーの収束性が改善されることが確認された。一方、動解析においては、収束性の明確な改善は認められなかったが、提案手法によって適用可能な前処理の選択肢が増えることにより、最適な前処理を選択することが可能となり、計算が高速化される例があった。今回扱ったのは約2~18万自由度と比較的小規模の例題ではあるが、その中でも比較的規模の大きい例題においては、計算時間が直接法と同等もしくはより高速となった。このことから、さらに大きな問題に対しては直接法と比較して大幅に有利となる可能性が高い。

以上、MPC条件処理および接触条件処理に対し、悪条件行列を回避し、かつ、ブラックボックスとして線形ソルバーを利用可能とする手法を提案し、それぞれの有効性を確認することができた。これら手法を様々な反復解法および前処理と組み合わせることにより、大規模かつ実機レベルのアセンブリ構造解析および接触解析を可能とし、ひいては、産業基盤や安心安全に密接に結びつくシステム創成学の発展に貢献するものである。

よって本論文は博士（工学）の学位請求論文として合格と認められる。