

論文審査の結果の要旨

氏名 池田達彦

本論文は6章からなり、第1章は序論、第2章は統計力学における典型性の概説、第3章はユニタリー時間発展による平衡化に関する諸説の概説、第4章はミクロカノニカル集団の精度に関する考察、第5章は量子純粋状態で表された平衡状態のエントロピーに関する考察、第6章はまとめと結論、をそれぞれ記している。

本論文では、 D 次元ヒルベルト空間で記述される量子多体系の、ある量子純粋状態を初期状態として時間発展させ、ある時刻にハミルトニアンの中のパラメーターを急に変化(quench)させ、またしばらく時間発展させ、最後に物理量を測る、という状況を理論的に解析している。それにより、(i) ミクロカノニカル集団が、この状況で得られる状態と、どのくらいの精度で同じ答えを与えるか、(ii) この状況で得られる状態に対して、エントロピーをどのように定義すれば、熱力学エントロピーと整合するか、という2つの問いに答えることを目的にしている。

まず(i)について、eigenstate thermalization hypothesis から、統計力学の対象になるような力学変数の精度が、少なくとも $D^{-1/2}$ のようにスケールすることを議論している。続いて、上記の状況設定のもとでは、さらに $D^{-1/2}$ のようにスケールする因子が出てきて、結果的に、精度が D^{-1} のようにスケールすることを、1次元非可積分量子系における数値計算を遂行することにより示している。ヒルベルト空間の次元 D は、量子系の自由度の指数関数でスケールするので、系のサイズの指数関数で精度が上がることになる。この結果は、非可積分系では、エネルギー固有状態の波動関数が複雑なものになるために、直積状態のような「自然な」状態で展開したときに、展開係数に特別な相関はないためであろうと解釈される。そのために、quenchした後の状態には特別な相関がない、という解釈である。ただし、eigenstate thermalization hypothesis 自体がまだ仮定に過ぎないことと、本論文の数値計算も特定の1つのモデルについてのみ遂行したものであることから、以上の結果の普遍性を調べることは今後の課題である。

次に(ii)について、まず、von Neumann entropy は熱力学エントロピーとは整合しないという、よく知られた事実を注意している。そして、密度

演算子をエネルギー固有状態で表示したときの、その対角成分の Shannon entropy を「対角エントロピー」と名付け、その性質を調べている。この対角エントロピーは、von Neumann entropy とは異なり、純粋状態においてもゼロにはならないし、ユニタリー時間発展のもとで値が変わりうる。さらに、対角エントロピーが、熱力学第2法則を満たす熱力学エントロピーと整合することを見るために、任意の外部操作に対して、もしもその操作する時刻を精密に制御しない限りは、対角エントロピーが非減少（増加するかまたは値が変わらない）であることを示している。これは、対角エントロピーが熱力学エントロピーのように振る舞うことを示唆している。ただし、真の熱力学エントロピーは、定数倍および付加定数を除いて一意的であることが知られているが、本論文の対角エントロピーが熱力学エントロピーと（定数倍および付加定数を除いて）一致することまでは示せておらず、それは今後の課題である。

以上の成果により、平衡状態ではないような量子純粋状態のユニタリー時間発展による平衡化という問題と、量子純粋状態で表された平衡状態のエントロピーの表現の問題という、量子統計力学の基礎的問題に対する理解が進んだ。よって本論文は、博士論文として十分な内容を持つものと審査委員全員が認めた。

なお、本論文は、上田正仁氏、作道直幸氏、Anatoli Polkovnikov 氏との共同研究であるが、論文提出者が主体になって分析及び検証を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

よって、博士（理学）の学位を授与できると認める。