

# 論文審査の結果の要旨

氏名 倉持 結

本論文は、全8章からなる。第1章は序論、第2章は量子測定に関する概説、第3章は古典的エントロピーに関する概説、第4章は量子測定におけるシャノンエントロピーの保存則に関する先行研究の概説、第5章は量子測定における相対エントロピー保存則の定式化、第6章は連続測定における相対エントロピー保存則の解析、第7章は相対エントロピー保存則を満たす量子測定過程に対応する測定の構築、第8章が結論という構成である。

量子測定では、確率的に測定値を得ることで状態の情報を得るとともに、状態が測定の反作用を受けて確率的に別の状態に変化する。あるオブザーバブルに対応する量子測定によって得られる測定値の確率分布は、正值作用素測度 (POVM) と呼ばれる作用素の集合と状態の組み合わせによって記述され、状態に対して POVM で記述される量子測定を行うことによって得られる情報量は、測定値の確率分布のシャノンエントロピーを用いて定量化することができる。一方、量子測定の反作用による状態の確率的な変化は、完全正值 instrument と呼ばれる作用素の集合を状態に作用させることで記述される。

Ban による先行研究では、完全正值 instrument で記述される量子測定過程によって減少した POVM に関する状態の情報量が、量子測定過程によって得ることができる POVM に関する状態の情報量である相互情報量と等しくなる、という量子測定におけるシャノンエントロピー保存則を考察し、連続測定を行う場合においても POVM に関する情報量を保存する量子測定過程の満たすべき条件を導いた。しかし、連続変数系においてはシャノンエントロピーに測度依存性があるため情報量として適切ではなく、また、Ban の示した条件は満たさないが情報量は保存していると考えられる量子光学系の量子測定の例もあることから、連続変数系において情報量と反作用との関係を考察することはできなかった。

そこで本論文の第5章では、連続変数系を含む一般的な量子系における量子測定によって得られる情報量を、二つの状態に対する量子測定によって得られる測定値の確率分布の相対エントロピーとして定義した。そして、完全正值 instrument で記述される量子測定過程によって得られる情報量が、この量子測定過程によって減少した情報量に等しい、という相対エントロピー保存則を導入し、情報量を保存する量子測定が満たす条件を導出した。この条件は、量子測定過程がシャノンエントロピー保存則を満たす場合と比べて弱い条件となっている。また、相対エントロピー保存則は、完全正值 instrument と POVM の組み

合わせからなる結合測定過程で得られる情報量と、POVMのみで得られる情報量が同じである、という形式でも表すことができることを示した。さらに、射影値測定と呼ばれる特別な測定の場合には条件が簡略化され、離散変数系の射影値測定においては、この条件が必要十分条件となることを示した。

第6章では、量子光学における典型的な量子測定である、量子非破壊測定、光子数計数測定、2種類の量子カウンター測定、ホモダイン測定、ヘテロダイン測定に対して、導出した条件および相対エントロピー保存則が成り立っていることを証明した。一方、解析した6種類の量子測定のうち、1種類の量子カウンター測定、ホモダイン測定、ヘテロダイン測定においては、シャノンエントロピー保存則は成り立っていないことを示した。

第7章では、完全正直 instrument で記述される量子測定過程が与えられた場合、相対エントロピー保存則を満たすような対応する POVM が存在することを、完全正直 instrument を無限回連続して行う量子測定に対応する POVM を構成し、相対エントロピー保存則が成立することを確かめることで証明した。

本論文は、連続変数系を含む一般的な量子系における量子測定によって得られる情報量と、量子測定が状態に及ぼす反作用を定量的に評価し、これらの関係について、相対エントロピーの保存則という新しい観点から数学的に厳密な定式化を行ったものである。そして、連続変数系の一つとして、近年発展の著しい量子光学系における量子非破壊測定、光子数計数測定、ホモダイン測定などの量子測定の新たな特性を解明した。この定式化は、連続変数系を含む任意の量子系に対して適用可能な広い一般性を持ち、量子測定過程の設計を行う際の指標としても有効である。よって本論文は、博士論文として十分な内容を持つものと審査委員全員が認めた。

なお、本論文第5章から第7章までの研究は、上田正仁教授との共同研究であるが、論文提出者が主体となって分析および検証を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士（理学）の学位を授与できると認める。