

論文審査の結果の要旨

氏名 桑原 知剛

近年、量子多体系の基底状態、特にギャップを持つハミルトニアン基底状態の研究が盛んに行われている。特に、行列積状態あるいはPEPS (Projected Entangled Pair State) といった、系のサイズに関する多項式程度の数のパラメータで記述することのできるシンプルな基底状態は、エンタングルメントなどの量子情報理論との関連からも注目されている。これまで、有限レンジで相互作用する次元量子系については、様々な厳密な結果が知られているが、より高次元あるいは長距離相互作用を持つギャップ系に関する理論的な理解はまだ十分とは言えない。本学位請求論文では、これまでの短距離相互作用系に代わり、 k -local 系と呼ばれる任意の距離の k 体相互作用を持つクラスに注目し、基底状態が満たすべき基礎的な不等式を導出することで、ギャップを持つ基底状態の特徴付けが試みられている。

第1章は緒言である。本研究の動機と基本的な問題設定が行われている。第2章では、短距離相互作用系における先行研究の結果がレビューされている。特に、ギャップを持つ短距離相互作用系の解析の基礎となる Lieb-Robinson bound と、そこから導き出される相関関数の指数関数的減衰、次元系におけるエンタングルメントエントロピーの面積則などが解説されている。

第3章では、本論文における解析の出発点となる重要な不等式が導かれている。 k -local ハミルトニアンの固有状態のうちエネルギー E 以下のものの重ね合わせに対して、サイズ L の領域で定義される演算子を作用することでそのエネルギー分布を変化させることを考える。このときのエネルギー励起は $\mathcal{O}(L)$ を超えると指数的に減衰することが証明された。この定理は局所的な演算によって大域的な影響が出ないということを意味している。従来の「距離」ではなく「エネルギースペクトル」に注目することにより初めて導き出されたもので、重要な成果であると評価できる。この定理を用いることにより、第4章以降で様々な結論が導き出されている。

第4章では、「局所可逆性」という新しい概念が導入されている。これは、ある状態の中に非局所的な性質がどの程度存在するのかを定量的に表すものである。具体的には、サイズ L の領域で定義される演算子により乱された基底状態が、ある $\mathcal{O}(\sqrt{L})$ -local 演算子で近似的に元の状態に戻すことが出来る場合、その系は局所可逆性を持つと定義される。この局所可逆性に関して、ギャップを持つ基底状態は局所可逆性を満たすこと、また局所可逆性は量子フィッシャー情報量に強い制限を与えることが証明されている。この結果を元に、動的臨界指数に対する新しい不等式および平均場近似の誤差に関する不等式が導出された。さらには、大域的な量子性の代表例であるトポロジカルオーダーを持つ Kitaev モデルの基底状態が、局所可逆性を満たさないことも示された。これらの結果は、相関関数の指数関数的減衰やエンタングルメントエントロピーの面積則といった、ギャップを持つ系が満たすべき性質を別の側面から補完する新しい結果として高く評価できる。さらに、第5章では、第4章の結果をより一般化し、基底状態だけでなく任意の低エネルギー状態に

対して不等式が拡張されている。

第6章では、 k -local ハミルトニアンによる時間発展に対する制限が議論されている。長距離相互作用も含む k -local 系においては、任意の2スピンの相互作用しうるため、短距離相互作用系において議論されてきた「情報伝達速度」は意味をなさない。本論文では情報転送に代わる「情報共有の速度」という概念を導入し、Lieb-Robinson bound に代わる新しい不等式を導いている。さらにその不等式を適用することにより、トポロジカルオーダーが k -local 系の時間発展に対しても安定であることが証明されている。

第7章は結言であり、以上の結果に関するまとめと未解決の課題、今後の展望や実験における不等式の検証可能性が述べられている。本論文は、 k -local 系という従来ほとんど議論されてこなかった量子系の一般的な性質を数学的に解析し、局所可逆性や情報共有速度といった新たな概念を提案することで、非縮退なギャップを持つ基底状態に関する様々な知見を与えたという点で高く評価される。本研究で導入された局所可逆性という概念は、従来から短距離相互作用系の基底状態で議論されてきた二体相関の指数関数的減衰やエンタングルメントエントロピーの面積則の不完全性を補完するものとなっており、トポロジカルオーダーなど従来の観測量では特徴づけることの難しい量子状態の理解へ向けた今後の理論・実験研究にも大きな指針を与えるものとして評価される。

なお、本論文の第3章、第4章、第5章および第6章の内容は、Itai Arad、Zeph Landau、Luigi Amico、Vlatko Vedral との共同研究であるが、論文提出者が主体となって理論の導出および結果の解析や考察を行ったもので、本人の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士（理学）の学位を授与できると認める。