

論文審査の結果の要旨

氏名 藤 陽平

自発的対称性の破れを伴う量子・古典系の相転移を秩序パラメータにより記述する方法はランダウ理論とその精密化により確立されている。これに対して近年、トポロジカル相等の研究を通じ、局所的描像を持つ従来の秩序パラメータでは特徴づけられない新規な量子相の存在が認識され、注目されている。例えば従来の理論では単に無秩序相とされる状態の中にも何らかの異なる構造を持ったものが複数存在し、それらの間に非自明な相転移が起こる。このような量子相、量子相転移を記述する一般論は未だ確立されていない。本論文はその構築への一歩として、1次元量子スピン系に出現するギャップのある無秩序相に注目し、それらを対称性の観点から特徴づけようとするものである。各無秩序相はスピンの固有のパターンで局所的にもつれ合った基底状態に対応する。与えられた対称性のもとでハミルトニアンを変形して一つの基底状態から別の基底状態へ断熱遷移させる。その際途中でギャップが消失するならば両者は「対称性に保護されたトポロジカル相」として峻別される。本論文ではこのアイデアを多くの具体例に適用し、得られた知見を集積している。特に対称性として、これまで知られていなかったサイト中心反転とスピン回転の合成操作を提唱し、その妥当性をボゾン化に基づく有効場の理論、行列積による数値的手法、解析的議論により検証している。またこの対称性に付随して、スピン鎖の基底状態に関するリーブ・シュルツ・マティス定理の拡張が得られることも指摘している。以下、各章ごとにその内容を概説する。

第1章では導入として、本論文の背景、動機、位置づけについて説明し、対称性に保護されたトポロジカル相の研究の重要性を強調している。後半は各章ごとにその内容の要約を与え、論文全体の概要を提示している。

第2章は本論で必要となる基礎的な概念や手法についての要約にあてられている。自発的対称性の破れを伴わない量子相転移では量子もつれ合いが重要な役割を果たし、対称性に保護されたトポロジカル相という概念に導かれること、その典型例として1次元スピン鎖、スピンラダー等においてvalence-bond-solid (VBS) と呼ばれる相が実現されること、これらの解析には行列積の方法が有効であり、対称性の議論にも適している事等が解説されている。本論文で扱う格子模型は、種々の大きさ S のスピン鎖やそのラダーに、異方性、交替磁場、ダイマー的変調や所謂 D_z 項と呼ばれる相互作用を印加した1次元量子系である。

第3章ではボゾン化の手法と幾つかの技術的仮定に基づいて、これらの系の有効場の理論を導いている。具体的には、有効結合定数 g_{eff} を介してスピンの大きさ S あるいはラダーの本数 N に関連したスケール次元を持つコサイン型の頂点作用素を持つ量子サイン・ゴルドン模型を特定した。これに関する先行研究は摂動論によるものであり、本論文では、ボゾンのコンパクト化との整合性と対称性から relevant な頂点作用素を決定している点でより一般的な結果といえる。また、スピン系と有効場理論の対称性を俯瞰し、新たにサイト中心反転とスピン回転の合成のもとでの不変性を見出した。これにより、非縮退でギャップのある基底状態が存在しないと帰結するリーブ・シュルツ・マティス定理の適用範囲は、従来知られていたもの以外の対称性を持つ系にも拡張されることを指摘している。

第4章では3章で導いた有効場の理論で記述されるスピン鎖の例を提示し、有効結合定数 g_{eff} を模型のパラメータと適宜同定することにより、その符号の変化として量子相転移が系統的に理解されることを示している。例としてダイマー的変調 δ の入った N 本のスピン $\frac{1}{2}$ 鎖が強さ J_{\perp} で結合したラダーでは、 g_{eff} は J_{\perp} の $[\frac{N}{2}]$ 次多項式となり、 δ をパラメータに持つ。従って、 δ の変化に応じて $g_{\text{eff}} = 0$ をよぎる回数が J_{\perp} や N に依存する。これはラダー上に実現する種々の VBS 状態間の相転移を記述するもので、数値計算による報告と定性的に整合することを指摘している。その他、 D_z 項入りの整数スピン XXZ 鎖や偶数本からなるスピン $\frac{1}{2}$ のチューブについても同様の考察を与えている。

第5章では対称性の考察に立ち帰り、有効場理論の g_{eff} の符号変化に対応する量子相転移は、従来知られていた時間反転、ボンド中心反転、スピン π 回転のなす群 D_2 に加え、3章で見出したサイト中心反転とスピン π 回転の合成 \mathcal{I}_z によっても保護されるという主張を多角的に検証している。前半では D_z 項と交替磁場 h 入りのスピン1鎖を考察した。このハミルトニアンは上記の対称性のうち \mathcal{I}_z 以外を破る。 h の印加により反強磁性的な N 相とハルデン相はつながってしまうが Large-D 相との区別は \mathcal{I}_z により保護される。その様子を行列積法により相関長やエンタングルメントスペクトルを数値計算することにより検証した。後半では行列積表示された基底状態に対する対称性の帰結を理論的に考察した。 \mathcal{I}_z 対称性を利用して2値をとる指数を導入し、これにより N 相と Large-D 相が識別される事やストリング秩序パラメータとの関係を示した。また行列積の観点から、リーブ・シュルツ・マティス定理におけるスピンの半奇数という前提条件が、対称操作の非自明な射影表現に付随する状況一般に拡張される事等も指摘している。

第6章では論文全体の要約と展望が述べられており、今後の課題を挙げて結びとしている。

本論文は1次元量子スピン系における対称性に保護されたトポロジカル相について多くの新しい知見を提供するものであり、学位論文として十分な内容を持っている。

なお、本論文の一部は押川正毅氏、Frank Pollmann 氏との共同研究に基づくものであるが、論文提出者が主体となって解析、検討を行ったもので、その寄与は十分であると判断する。

以上の事から、博士（理学）の学位を授与できると認める。