

論文の内容の要旨

Observing the Weak Value through Quantum Interference (量子干渉を通して観る弱値)

氏名 森 琢也

量子力学では、不確定性原理のために軌跡を定義する事が困難である事が知られている。二重スリット実験において、どちらのスリットを粒子が通過したのかを測定する事で干渉縞は観測できなくなる。逆に干渉縞が観測できる場合には、どちらのスリットを通過したのかは不明となる。このような両立しない2つの物理量は測定できず、量子力学における相補性として知られている。

1924年にド・ブローイは波動性と粒子性との統合を目指し、物質波(ド・ブローイ波)を導入した[1]。第5回ソルベイ会議でアインシュタインは二重スリットを用いた思考実験を提唱した。多数の電子が二重スリットを通過したとき、スクリーン上では干渉縞が測定される。電子がスリットを通過する際に、スリットが粒子から得る運動量を測定できる。そして運動量保存則から電子の得る運動量を求める事ができる。電子の運動量とスクリーン上での位置を測定する事で、粒子の経路を決定できる。このことから、アインシュタインは粒子の軌跡と干渉縞を同時に得る事が相補性に反すると指摘した。これに対してボーアは、アインシュタインが提案した装置を用いて経路を測定すると、不確定性関係のために、干渉縞が観測できなくなる事を示した。この例のように、二つの両立しない測定結果が議論されるべきでないという事が知られている。ファインマンは、粒子の波動性が量子力学において重要な役割を果たすという事を指摘している[2]。電子を用いた二重スリット実験は1965年にイェンソン(Jönsson)によって行なわれた[3]。二重スリット実験の追試は、1989年に外村らによって行なわれた[4]。第5回ソルベイ会議でアインシュタインが提案した二重スリット実験では、粒子とスリットの間での運動量のやり取りを測定することによって、粒子経路の推定が試みられた。スカリー(Scully)らは粒子の運動量のやり取りを測定せずに、粒子の経路を決定する独創的な実験を提案した。さらに、粒子がどの経路を通過したのかスクリーン上で測定できないようにすることで、干渉縞が再び現れる事も示した[5]。彼らの議論においても相補性は破られない。

コチシュ(Kocsis)らは二重スリット実験において、ワイスマン(Wiseman)の提唱した理論に基づいて粒子の軌跡を再構築した[6]。ワイスマンはド・ブローイ=ボーム解釈において定義される粒子の速度が運動量の弱値(weak

value) の実部に対応している事を指摘した [7]。コチシュらは運動量の弱値を異なるスクリーンの位置において測定を繰り返す事で軌跡を再構築した。こうして得られた結果はド・ブロイ＝ボーム解釈で予測された軌跡と一致している [8]。ド・ブロイ＝ボーム解釈は隠れた変数理論の中で最も成功している例であり、物理プロセスを粒子性で説明する事を目指している。ド・ブロイ＝ボーム解釈では粒子が量子ポテンシャル (quantum potential) に従って運動している。もし初期位置を観測できれば、その運動は完全に決定される。しかし、粒子位置の測定はその後の位置を乱してしまう。そのため、ド・ブロイ＝ボーム解釈では、粒子の終位置を測定する事で粒子の初期位置を決定できる [9, 10]。

弱値は 1988 年にアハロノフらによって提唱された値であり、始状態と終状態とで定義される [11]。弱値は量子力学の枠組みで定義され、期待値の一般化として捉える事ができる。そして期待値と同様に、弱値もまた統計的な量である。弱値の定義は、始状態 (初期状態) と終状態との間の物理プロセスを考えるという意味で S 行列と似ている。S 行列と弱値との大きな違いは、測定の相互作用によって初期状態の擾乱が小さい (理想的にはない) という点にある。

弱値は測定する物理量の固有値の範囲を超える事がある (弱値増幅) ので、精密測定への応用がされている [12, 13]。その他にも波動関数の測定 [14] や、量子力学のパラドックスの解釈にも弱値は用いられている。

実際には行っていない測定 (反事実的な測定) から導かれる結論は、実際に得られる結果との矛盾を引き起こすことがある。ハーディはマッハ＝ツェンダー干渉計を用いたパラドックスを提唱した [15]。ハーディのパラドックスでは二つの干渉計を組み合わせ、光子の代わりに電子と陽電子が用いられている。それぞれの干渉計には検出器 C_{\pm} と D_{\pm} が備え付けられている。これらの干渉計は重なりがあり、電子と陽電子が衝突すると対消滅が起きる。電子 (陽電子) が入射しない場合には、陽電子 (電子) は常に片方の測定器 $C_{+}(C_{-})$ のみで測定されるように設定されている。しかし電子と陽電子が同時に入射する場合には、干渉計に重なり部分があるので、もう片方の測定器 $D_{+}(D_{-})$ でも粒子の測定される事がある。両方の粒子が測定器 D_{\pm} で測定される確率は 0 ではない事が示される。この場合には、どちらの粒子も重なり部分に入射していると推測できる。しかし、この状況では粒子が対消滅するはずであり、矛盾している。ボーアが指摘するように、物理量は測定の設定に依存しており、測定無しに中間状態を推測すべきでない。反事実的な測定が量子力学ではできないので、直観的な説明が常に正しい結論を導くとは限らない。その一方で、弱値は量子力学に合理的な解釈を与えるのではないかと期待されている。実際にハーディのパラドックスの直観的な説明が弱値を用いて提案され、実験でも確かめられている [16, 17, 18]。

また、ダナン (Danan) らはマッハ＝ツェンダー干渉計の結果を合理的な説明するために弱値を用いた実験を提案した [19]。彼らの用いた干渉計は、光子の通過した経路を調べるために、各々の鏡がある振動数で微小振動している。終点で光子の持つ振動数を測定する事で、光子がどの経路を通過したのかを調べる。始状態から推測される光子の通る経路と実験結果は一致しない事がある。しかしダナンらは終状態からの時間逆発展状態も考慮する事で、実験結果を直観的に説明できる事を示した。この結論はアハロノフらの提唱する two state vector formulation と整合的である [20, 21]。

しかし、弱値の物理的な意味は弱値増幅や複素数値のために曖昧である。アハロノフらは弱値が、測定による反作用が最小となるときに得られる測定器の変化に対応した力学的な効果であると述べている [22]。同様に、ドレッセル (Dressel) らは弱値の実部が条件付き期待値であり、虚部が測定による擾乱に由来すると述べている [23]。一方で、弱値の提唱者の一人であるバイドマン (Vaidman) は弱値が、彼の定義する実在の要素 (element of reality) に対応していると述べている [24]。

この学位論文ではバイドマンと似た立場を取るが、実在の要素を定義しない。いくつかの例を通して弱値の解釈を考察し、弱値を用いて量子力学の直観的な理解を目指す。量子力学において粒子の軌跡を定義する事は、粒子の位置を測定する事で運動量が擾乱をうけるために、困難である事が知られている。しかし、弱値は、始状

態が測定による擾乱の小さい極限で得られる。それに加えて、位置の弱値はいくつかの例において古典軌道と一致するので、弱値を軌道と解釈して考察を行う。本論文では量子干渉を通して弱値の振る舞いを調べる。

本論文では以下の事を示す。まず干渉効果が弱値の虚部で表現されることを述べる [25]。その具体例として、二重スリット実験とスピン系について考察を行う。その結果として、二重スリット実験において、運動量の弱値の虚部が干渉効果に対応している事と、スピン系においては、スピン演算子の虚部が干渉効果として見なせる事を示す。次に弱値の実部に着目する。自由粒子や、いくつかのポテンシャルの元での位置の弱値が古典軌道に一致する事を示す。この性質が一般に成り立つか確認するために、二重スリット実験を用いて考察を進める。二重スリット実験において位置の弱値の実部が古典軌道の平均値で表され、粒子的描像を持つ事を示す [25]。しかし、多重スリットの場合には、弱値の実部が平均値で表現されるとは限らない。そこで複素確率を導入する事で、位置の弱値が古典軌道の平均値として理解できる事を述べる。また、スリット上でどの経路を通過したのか測定可能とする内部自由度を導入するが、あえて経路を測定せずに干渉縞の現れる系のもとで、得られる弱値が古典軌道と対応する事を示す。この結果は、弱値が統計的な量なので相補性とは矛盾しない。最後に非自明なポテンシャル (完全反射する壁) の下での位置の弱値の考察を行なう。このとき、位置の弱値は古典経路とは異なり、時間に関して滑らかな複素関数に表される [26]。

弱値は、測定器との相互作用が弱い極限の下で得られる値であり、どのような測定器で測定するかに依存しない。本論文では、弱値が測定器で得られるだけの量ではなく、物理的に意味のある量であると主張する。特に、これまで考察してきたような特別な状況の下で、弱値は古典的な軌道と対応づける事ができる。弱値に関してより一般の系に拡張することは、量子力学の理解を深めるために有用であると考えられる。

本発表は、投稿中の論文 [25, 26] に従っている。

参考文献

- [1] L. De Broglie, *Found. Phys.* **1**, 5 (1970).
- [2] L. Feynman and R. Leighton, *Sands, The Feynman Lectures on Physics Vol. 3*, Addison-Wesley, 1964.
- [3] C. Jonsson, *Zeitschrift für Physik* **161**, 454 (1961).
- [4] A. Tonomura, J. Endo, T. Matsuda, T. Kawasaki, and H. Ezawa, *Am. J. Phys.* **57**, 117 (1989).
- [5] M. O. Scully, B.-G. Englert, and H. Walther, *Nature* **351**, 111 (1991).
- [6] S. Kocsis et al., *Science* **332**, 1170 (2011).
- [7] H. M. Wiseman, *New J. Phys.* **9**, 165 (2007).
- [8] C. Philippidis, C. Dewdney, and B. J. Hiley, *Il Nuovo Cimento B Series 11* **52**, 15 (1979).
- [9] D. Bohm, *Phys. Rev.* **85**, 166 (1952).
- [10] D. Bohm, *Phys. Rev.* **85**, 180 (1952).
- [11] Y. Aharonov, D. Z. Albert, and L. Vaidman, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 1351 (1988).
- [12] O. Hosten and P. Kwiat, *Science* **319**, 787 (2008).
- [13] P. B. Dixon, D. J. Starling, A. N. Jordan, and J. C. Howell, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 173601 (2009).

- [14] J. S. Lundeen, B. Sutherland, A. Patel, C. Stewart, and C. Bamber, *Nature* **474**, 188 (2011).
- [15] L. Hardy, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2981 (1992).
- [16] K. Mølmer, *Phys. Lett. A* **292**, 151 (2001).
- [17] Y. Aharonov, A. Botero, S. Popescu, B. Reznik, and J. Tollaksen, *Phys. Lett. A* **301**, 130 (2002).
- [18] J. Lundeen and A. Steinberg, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 020404 (2009).
- [19] A. Danan, D. Farfurnik, S. Bar-Ad, and L. Vaidman, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 240402 (2013).
- [20] Y. Aharonov, P. Bergmann, and J. Lebowitz, *Phys. Rev.* **134**, B1410 (1964).
- [21] Y. Aharonov and L. Vaidman, *Phys. Rev. A* **41**, 11 (1990).
- [22] Y. Aharonov and A. Botero, *Phys. Rev. A* **72**, 052111 (2005).
- [23] J. Dressel and A. Jordan, *Phys. Rev. A* **85**, 012107 (2012).
- [24] L. Vaidman, *Found. Phys.* **26**, 895 (1996).
- [25] T. Mori and I. Tsutsui, arXiv preprint arXiv:1410.0787 (2014).
- [26] T. Mori and I. Tsutsui, arXiv preprint arXiv:1412.0916 (2014).