

論文内容の要旨

Information Theoretical Analysis of Distributed Quantum Computation

(分散型量子計算の情報論的解析)

若桑 江友里

情報通信のもっとも基本的な理論は**シャノンの情報理論**である。この理論は、「情報」の概念を記号の流れとして抽象化し、確率論を用いた厳密な取り扱いを可能としたことにより、絶大な成功を収めてきた。しかし、量子力学的な性質が無視できないレーザーなどの物理系を用いて効率的な情報通信を行うためには、重ね合せの原理や不確定性関係などの量子力学特有の効果を考慮する必要がある。このため、古典的な確率論を基礎とする従来のシャノン理論をそのまま適用することはできない。そこで、量子効果を考慮に入れた通信の理論として、シャノン理論を量子力学に一般化した**量子シャノン理論**が生まれた。Holevoの論文[1]に始まった量子シャノン理論は当初、「量子系を用いた古典情報の通信」を扱っていたが、のちに量子状態の通信や量子テレポーテーション、エンタングルメント理論などを取り込んで大きく発展してきた[2]。

古典・量子シャノン理論が扱う中心的課題は、符号化を利用して情報を送るときの**通信効率の原理的境界**である。その境界は「符号化定理」によって確率論的手法を用いて明らかにされる。量子力学はヒルベルト空間上の代数を基礎としているため、確率論的な性質が古典論とは本質的に異なる。にもかかわらず、大数の法則とランダム符号化をベースに構築されるシャノン理論の枠組みそのものは、量子力学にも自然に拡張されて

いる。これは、シャノン理論が古典論・量子力学の両方を包み込む普遍的な枠組みであることを示唆している。したがって、量子シャノン理論の研究は、「量子効果を利用した情報通信の原理的限界を明らかにする」だけでなく、「情報理論の観点から量子力学の基礎をより深く理解する」ためにも重要である。近年では、古典シャノン理論で発展してきた手法を用いて、量子シャノン理論をより「精密化」する研究が大きく発展してきている。しかし以上のような背景から、量子シャノン理論の適用範囲をさらに広げることが同じく重要であるといえる。

従来の量子シャノン理論が扱ってきたのは、情報を一方から他方へ送る通信と、2者間で共有されたエンタングルメントである。一方、近年では「離れた地点にいる多者がエンタングルメントや通信を利用して1つの量子計算を行う」ことを目的とする**分散型量子計算**が注目を集めている[3]。量子シャノン理論の手法を分散型量子計算の解析に適用することで、「計算」という複雑な過程での情報の“流れ”を定量的に理解することが可能となり、より効率的な計算の実装方法の発見につながることを期待される。

そこで、分散型量子計算の最も簡単な例として、以下の手順で行われる2者間での2体ユニタリ操作の実装を取り上げた。

- ① 離れた地点にいる2者が、入力となる量子系をそれぞれ手元に保持している。
- ② 計算の過程で必要となるエンタングルメントをあらかじめ2者が共有している。
- ③ 2者はそれぞれ、自分の手元にある量子系に対する局所的な測定を行う。
- ④ 古典通信路を使って測定結果を互いにやりとりする。
- ⑤ ③と④を繰り返すことで、2つの入力量子系に1つの2体ユニタリ操作が施される。

実装したいユニタリ操作が同じでも、必要となるエンタングルメントや古典通信のコストは実装方法によって異なる。そこで、実装したい操作に応じて、よりコストの小さい実装方法を見つけることと、実装に必要な最小コストを求めることの2つが中心的課題となる。

先行研究では1ペアの入力に対する実装のみが扱われていた。本研究では、量子シャノン理論の枠組みにのっとり、 n ペアの独立な入力に対して同一の2体ユニタリ操作をまとめて行う、という状況を考えた。 $n \rightarrow \infty$ でエラーがゼロに収束するという条件で、必要十分な古典通信量・エンタングルメント量の1ペアあたり量の導出を試みた。

本研究で得られた主な結果を以下に述べる。

はじめに、2体ユニタリ操作の実装が、多体量子系のエンタングルメントの変換操作と等価であることを示した。さらに、量子シャノン理論で中心的な役割を果たす量子 State Merging[4]というプロトコルを組み合わせることにより、「多体量子系の相関を切ること=Decoupling 問題」に帰着できることを示した。Decoupling 問題は、「部分系にランダムな操作を行うことで他の系との相関を切るためには、どのくらいのランダム性が必要か？」という問題である。2体量子系の Decoupling 問題は完全に解かれており[5]、必要なランダム性のコストは量子相互情報量という簡単な関数で与えられることがわかっている。この定理は Decoupling 定理として知られ、従来の量子シャノン理論において最も重要な役割を果たす手法となっている。しかし、多体量子系の場合には、「部分系に局所的な操作しか行えない」という制限によって非自明な問題となるため、今にいたるまで一般的な解は得られていない。

本研究により、ユニタリ操作の実装において必要となる Decoupling 問題には、量子マルコフ鎖という特殊な量子状態の構造を応用できることが示された。量子マルコフ鎖は、量子操作のもとで情報量が保存される条件を特徴づけるもので、量子誤り訂正符号などの解析において重要な役割を果たしている[6]。量子マルコフ鎖の構造を利用した Decoupling の手法を考案し、Decoupling 問題の解を求めた。この結果を用いて、測定回数がもっとも少ない(2回)任意の実装方法におけるエンタングルメント量・古典通信量の必要十分量を導出した。

また、量子シャノン理論の問題を「計算」の視点から見直すことで新たな知見が得られることを示すものとして、以下に説明する「分散圧縮」に関する結果も得た。分散圧縮とは、多者間に分散された1つの量子状態を、各者から1人の受信者への量子通信だけを用いて、全体のコヒーレンスを保ちながら一カ所に集めるというものである。そのときに必要となる量子通信量の圧縮限界を求めることが目標となる。この問題は2008年に[7]で定式化されて以来の未解決問題であった。本研究では、ある特殊な場合には、分散圧縮の問題を2者間での2体ユニタリ演算の実装に帰着することができ、分散圧縮での圧縮限界の下限と上限を①②で求めた下限と上限からそれぞれ導けることを示した。

本結果は、量子計算をシャノン理論の観点から解析した初めてのものであり、量子情報理論の2大分野である量子計算と量子通信の結びつきをさらに強め、発展させていくことにつながると期待される。

[1] A. S. Holevo, IEEE Trans. Inf. Theory 44, 269 (1998)

[2] M. Wilde, “Quantum Information Theory”, Cambridge University Press (2013)

- [3] J. I. Cirac et al., PRA 59, 4249 (1999)
- [4] M. Horodecki et al., Nature 436, 673 (2005)
- [5] B. Groisman et al., Phys. Rev. A 72, 032317 (2005)
- [6] P. Hayden et al., Com. Math. Phys. 246, 359 (2004)
- [7] D. Avis et al., J. Phys. A 41 (2008)