

論文審査の結果の要旨

氏名 若桑 江友里

本論文は、量子計算のひとつのスキームである分散型量子計算について、量子通信の基本的な理論である量子シャノン理論の観点から定式化し、解析した結果をまとめたものである。分散型量子計算とは、離れた地点にいる多者が、共有されたエンタングルメントや古典および量子通信を利用して、ひとつのタスクを実行する量子計算のことである。本論文では特に、2者が局所的な測定・操作と古典的な通信 (LOCC) を用いて、2体のユニタリ操作を実現する場合について、必要となるエンタングルメント量・古典通信量の最小コストの評価を行っている。

本論文は英文で、9章からなる。第1章は序論で、研究の背景と目的および本論文の構成が述べられている。また、本文に現れる記号や略称の一覧表が与えられている。第2章では、量子情報理論で用いられる数学的道具および基本用語についての解説がされている。特にその後の解析で必要となる、フォン・ノイマンエントロピーや量子相互情報量、またヒルベルト空間の小芦-井元分解についての詳しい説明が与えられている。第3章では、量子シャノン理論の最近進展している話題である、量子 state merging および decoupling 問題 (多体量子系において、部分系にランダムな操作を行うことで他の系との相関を切るには、どのくらいのランダム性が必要かという問題) についてのレビューを行っている。

第4章・第5章の内容が、本論文の主要結果である。第4章では、まず量子マルコフ鎖とよばれる特殊な3体量子状態が導入され、次に一般の3体状態のひとつの部分系にランダムな操作を行うことで、量子マルコフ鎖に十分近づけるマルコフ化という過程が導入される。さらに、このマルコフ化に必要なランダム性 (マルコフ化コスト) の必要十分量が、小芦-井元分解などを応用して導出されている。また、ランダムユニタリ操作の代わりに部分系の測定を行った場合に、各種エントロピー量の変化の下限がマルコフ化コストで定まることを証明している。

第5章では、1ラウンドのプロトコルで、2者 A と B が2体のユニタリ操作を LOCC 実装する場合に必要な、エンタングルメント量および古典通信量の最小値が導出されている。先行研究では、1ペアの入力状態に対す

る2体ユニタリ操作の実装のみが扱われていたが、本論文では n ペアの独立な入力状態に対して同一のユニタリ操作を実装する、という状況が扱われている。また、この場合に $n \rightarrow \infty$ の極限で、実装したいユニタリ操作を施した状態と出力状態とのフィデリティが1となるために必要な、i) エンタングルメントコスト, ii) A から B への古典通信コスト, iii) B から A への古典通信コスト, の下限が全て実装したいユニタリ操作から定まるマルコフ化コストで与えられることを明らかにしている。

第6章では、与えられたユニタリ操作に対してマルコフ化コストを具体的に計算する二つの方法が提示されている。これらは、一般のユニタリ操作に対しては小芦-井元分解の既約性に基づくもの、一般化クリフォード演算子と呼ばれるユニタリ操作に対しては、これらの演算子の交換関係に基づくものである。第7章では、第5章と第6章で得られた結果を、2量子ビットに対する制御ユニタリ操作の場合に応用している。その結果、1ラウンドと2ラウンドのプロトコルを比較した場合、特別なクラスの制御ユニタリ操作については、後者のエンタングルメントコストの方が前者のそれよりも小さいことを示している。これは、ユニタリ操作のLOCC実装において、エンタングルメントコストとラウンド数の間にトレードオフ関係があることを $n \rightarrow \infty$ の漸近的な場合に初めて明らかにしたものである。第8章では全体のまとめと結論が述べられている。第9章はAppendixであり、主要結果の証明に必要な定理や補題の証明が与えられている。

以上のように、本論文では、量子通信の文脈で発展してきた量子シャノン理論を2者の場合の分散型量子計算に応用し、2体のユニタリ操作の実装に必要なエンタングルメントおよび古典通信の最小コストを導出することに成功しており、分散型量子計算の効率化に寄与しうることが期待される。また、本論文での多数の独立な入力状態に対する漸近的な解析は他に類を見ないものである。よって本論文は、博士論文として十分な内容を持つものと審査委員全員が認めた。

なお、本論文は、添田彬仁氏、村尾美緒氏との共同研究であるが、論文提出者が主体になって分析及び検証を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士（理学）の学位を授与できると認める。