# 論文審査の結果の要旨

氏　名　　中 村　 あ か ね

中村あかねは、Autonomous limit of 4-dimensional Painlevé-type equations and the singular fibers of their spectral curve fibrations という論文を学位論文として提出した。以下、周辺の研究状況の説明、論文内容の説明，論文の意義についての解説を、簡単に述べる。

Painlevé 方程式は、１９世紀の終わりから２０世紀のはじめにかけて、超幾何函数や楕円函数に続く新しい特殊函数を構成しようという意図のもとに見つけられた、非線型非自励な 2 階常微分方程式である。これは８種類に分類され、それぞれは相空間が 2 次元の正準方程式系に書くことができる。相空間は、岡本初期値空間とよばれる代数曲面で記述され、この曲面を解析することで様々な性質を調べることができる。

Painlevé 方程式の高次元への拡張には、古くから Garnier や Schlesinger によって調べられていたものがあるが、この２０年ほどの間に、その枠組みから少しはずれた方程式がソリトン理論などの文脈から構成されてきた。中村氏は、共著論文で、相空間が 4 次元の場合の Painlevé 型方程式の、線型方程式の変形理論からみた分類を行っている。

提出された学位論文は、そこで分類された Painlevé 型方程式の幾何学的特徴付けを与えることを目的としている。中村氏の方法は次のようである。直接岡本初期値空間にあたるものを調べず、まず、方程式の自励極限を考え、得られた Liouville の意味での可積分系を調べる。4 次元の系なので、ふたつの独立な積分を持つが、積分の値を決めると、対応して 2 次元複素トーラスが得られる。この 2 次元トーラスが退化する様子が相空間の特徴付けを与えると考えられるが、ここでもそれをみるかわりに、対応するスペクトラル曲線の退化を考える。これは種数 2 の曲線の退化となるが、それは浪川・上野の論文で分類されているので、その退化の型と微分方程式を対応させる。

高次元の Painlevé 方程式についても、いくつかの場合、初期値空間の構成などの研究は行われている。しかし、構成された多様体がどのようなもので、どのように区別されるのかということについては考えられてこなかった。中村氏の結果から、特異ファイバーの方が違うので違うなどということが言えるようになった。特に、このような非線型方程式の場合、座標変換によって方程式が移り合わないかどうかというような簡単なことも、すぐには分からないことが

多いので、重要な結果であると思われる。古典的な 2 次元の方程式の場合、曲面の特徴付けから、双有理対称性や特殊解についての知見が得られた。高次元の場合も、中村氏の結果から、方程式のいろいろな性質が分かるのではないかと期待されている。

　よって論文提出者　中村 あかね　は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があるものと認める。