論文審査の結果の要旨

氏名　岡村　和樹

本論文は、古典的な格子状の単純ランダムウォークとは異なる複数の設定で、離散時間の確率過程の訪問点の個数や大偏差原理について調べたものである。

まず主要結果である Chapter 2 の結果を述べる。無限グラフ X の上のを動く単純ランダムウォーク $S = \{S_n; n = 0, 1, \ldots\}$ を考え、時刻 $n-1$ までの訪問点の集合 $\{S_0, S_1, \ldots, S_{n-1}\}$, $n \geqq 1$, の個数を R_n とし、P_x は出発点が x である S の分布を表すことにする。$T^+ := \inf\{n \geq 1 : S_n = S_0\}$ とし、$F_1 := \inf_{x\in X} P_x(T^+ < +\infty)$, $F_2 := \sup_{x\in X} P_x(T^+ < +\infty)$ とおく。ここでは電気回路の有効抵抗の概念を用いてグラフの一様性条件という概念を定義しグラフが一様性条件を満たすならば、任意の $\varepsilon > 0, x \in X$ に対して、

$$\lim_{n\to\infty} P_x(R_n/n \geq 1 - F_1 + \epsilon) = 0$$
$$\lim_{n\to\infty} P_x(R_n/n \leq 1 - F_2 - \epsilon) = 0$$

が成立することを示し、さらに、$\delta > 0$　が存在して

$$\lim_{M\to\infty} M^{1+\delta} \sup_x P_x(M < T_x^+ < +\infty) = 0$$

が成り立つならば

$$1 - F_2 \leqq \varliminf_{n\to\infty} \frac{R_n}{n} \leqq \varlimsup_{n\to\infty} \frac{R_n}{n} \leqq 1 - F_1, \quad P_x\text{-a.s.} \qquad x \in X$$

が成立することも示した。

従来は vertex transitive というある種の対称性を仮定して同様な結果が示されていたが、一様性条件は rough isometry という条件の下でグラフの変形を行った場合にも安定であるので、適用可能となるグラフが大きく広がった。また、上極限と下極限に対して異なる評価を与えているが、実際に両者が異なる例も与えている。

Chapter 4 では $\mathbf{Z}$ 上の自己相互作用を持つランダムウォークに対して訪問点の集合の個数の頻度 R_n/n の分布が $n \to \infty$ が $n \to \infty$ の時、法則収束することを証明しており、その極限分布の特徴付けを与えている。

その極限分布はある一次変換から作られるドラーム型の関数方程式を用いて記述されるが、さらに一般の一般の場合を第 3 章で論じている。すなわち、

$$f(x) = \begin{cases} F_0(f(2x)) & 0 \leq x \leq 1/2 \\ F_1(f(2x-1)) & 1/2 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

という関数方程式において、$F_i, i=0,1,$ が、2次実正方行列から定まる１次分数変換であるとき、その解を分布関数とするような $[0,1]$ 上の確率測度のハウスドルフ次元に対する評価が与えられている。

$[0,1]$ 上の確率測度に関して、それから決まる無限0,1列のランダム性に関する概念が存在するが、Chapter 5 では、Chapter 3 で与えた測度に関してランダムな点の構成的Hausdorff次元の上と下からの評価を与えている。

Chapter 6 では長距離相関を持つパーコレーションからできる無限グラフ上のランダムウォークに対する大偏差原理を証明している。これまでベルヌイ型のパーコレーションについては結果が知られていたが、独立性を大幅に弱めても同様な結果が成立することを示した。また、この手法により一様楕円性を満たさないランダム媒質中のランダムウォークのグラフ距離に関する shape theorem に関する最近の結果の拡張も得ている。

このように本論文では複雑な無限グラフ上のランダムウォークに対して、訪問点の個数の大数の法則や大偏差原理を証明すると同時に、自己相互作用を持つランダムウォークの訪問点の個数に対する極限定理を証明するなど、いくつもの新しい結果を与えている。これは確率過程論の観点から高く評価できるものである。

よって、論文提出者　岡村　和樹　は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。