

論文審査の結果の要旨

氏名 森本 裕介

本論文は、数理ファイナンスに現れるいくつかの非線形問題に対してのモンテカルル法を用いた数値計算法について、新しい手法を提唱すると共にその収束の精度を調べたものである。

数理ファイナンスでは資産価格過程として拡散過程を用いることが多い。その際、ヨーロッパン・デリバティブの価格は線形の拡散方程式で記述されるが、アメリカン・デリバティブの価格は非線形の拡散方程式で記述される。ファイナンスの問題を偏微分方程式で記述するとき、しばしば3次元を超える高い次元の方程式となり、従来の偏微分方程式に対する数値計算法では、関数記憶に大量の記憶容量を必要とするため精度よい計算が実現できない。このため記憶容量を余り必要としないモンテカルル法を用いた数値計算法について研究がなされてきた。ヨーロッパン・デリバティブの価格は拡散過程の期待値により表現されるのでモンテカルル法の適用は容易であるが、アメリカン・デリバティブの価格計算は最適停止問題となるため、単純な平均では表現できない。そのため、モンテカルル法でどのように数値計算すべきかは自明ではない。今日までに知られている有力な方法としては確率メッシュ法と最小二乗回帰法の2つがある。確率メッシュ法は、その実行に遷移確率密度を使用するので密度関数が陽に知られている限定的なモデルでのみ使用可能である。一方、最小二乗回帰法では、まず関数系を用意して価値関数をその関数系で近似するので、モデルは一般でよいが、どのような関数系を用いればよいかという問題が生じる。そのため、どちらの方法も近似の精度については十分な研究がなされてこなかった。本論文ではアメリカンとヨーロッパンの中間的なものであるバミューダン・デリバティブの価格についても調べている。そして、確率メッシュ法を用いた近似法については、バミューダン、アメリカンの両方の型のデリバティブの価格に対して、近似値が真の値に収束するための十分条件を与え、その近似精度についての定理を証明している。また、最小二乗回帰法についてはバミューダン・デリバティブの価格について近似精度についての定理を証明すると共に、どのような関数系を用いるべきかについての指標も与えている。

リーマンショック以後カウンターパーティー（取引相手）リスクが大きな問題となり CVA (Credit Valuation Adjustment) と呼ばれる指標が金融機関では盛んに用いられるようになってきている。その計算では多くの資産を参照する必要があり、巨大な次元の系での非線形計算となる。本論文で

は、巨大系を多くの小さな次元の系に分解しその系に対して確率メッシュ法を用いるという新しい手法を提唱し、その計算精度についても考察している。

CVA の結果に関して設定を詳しく述べる。資産に対する基礎過程である N_m -次元確率過程 $X^{(m)}(t)$, $m = 0, 1, \dots, M$, が確率微分方程式

$$dX^{(0)}(t) = \sum_{k=0}^d V_k^{(0)}(X^{(0)}(t)) \circ dB^k(t)$$

$$dX^{(m)}(t) = \sum_{k=0}^d V_k^{(m)}(X^{(0)}(t), X^{(m)}(t)) \circ dB^k(t), \quad m = 1, \dots, M$$

で与えられているとする。その上で、満期が T_k , $k = 1, \dots, M$, 支払いが $F_{m,k}(X^{(0)}(T_k), X^{(m)}(T_k))$, $m = 1, \dots, M$, で与えられるヨーロッパ型デリバティブ契約全体に対する CVA の値が

$$\int_0^T dt E[g(t, X^{(0)}, \dots, X^{(M)}(t)) \\ \times (E[\sum_{m=1}^M \sum_{k:T_k \geq t} F_{m,k}(X^{(0)}(T_k), X^{(m)}(T_k)) | \mathcal{F}_t] \vee 0)]$$

の形で与えられるとした場合に、その近似値を確率メッシュ法で計算する方法を2種類提唱し、その収束精度についての定理を得ている。また、簡単な場合に数値実験による検証を行っている。多くの場合デリバティブの支払いは少数の資産価格を参照して決まることが多く、CVA の計算においては複雑なモデルを使うことは少ないのでこの方法は実際的である。

このように本論文では数理ファイナンスにおける非線形問題であるアメリカン・デリバティブ、バミューダン・デリバティブの価格のモンテカルロ法による数値計算について従来提唱されていた確率メッシュ法、最小二乗回帰法の有効性についての定理を与えると共に、巨大系に対する CVA のモンテカルロ法による数値計算の新しい方法を提唱しその有効性に関する定理を与えている。これは数理ファイナンスの観点から高く評価できるものである。

よって、論文提出者 森本 裕介 は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。