

博士論文

音響振動連成数値解析による 積層型音響材料の部材性能予測に関する研究

(Study on prediction of the performances of multi-layered acoustic elements based on the vibro-acoustic numerical analysis)

井上 尚久

目次

第 1 章	序論	7
1.1	研究の背景	7
1.1.1	既存の数値解析手法	8
1.1.2	部材性能予測に関する既往研究	10
1.2	研究の目的	11
1.3	論文の構成	11
1.4	使用計算機・プログラミング言語・ライブラリについて	12
第 2 章	数値解析の基礎理論	13
2.1	緒言	13
2.1.1	構成材料の分類とモデル化について	13
2.1.2	積分方程式導出のための基礎事項	14
2.2	音場の数値解析理論	15
2.2.1	音場の基礎方程式	15
2.2.2	音場の境界条件	15
2.2.3	有限要素法による音場の解析	16
2.2.4	境界要素法による音場の解析	22
2.2.5	有限要素法と境界要素法の結合	29
2.3	弾性体振動場の数値解析理論	33
2.3.1	弾性体振動場の基礎方程式	33
2.3.2	有限要素法による弾性体振動場の解析	34
2.4	板振動場の数値解析理論	39
2.4.1	板振動場の基礎方程式	39
2.4.2	有限要素法による板振動場の解析	41
2.5	膜振動場の数値解析理論	48
2.5.1	膜振動場の基礎方程式	48
2.5.2	有限要素法による膜振動場の解析	48
2.6	多孔質弾性体振動場の数値解析理論	52
2.6.1	内部流体モデル	52

2.6.2	Biot 理論による多孔質弾性体振動場の基礎方程式	57
2.6.3	有限要素法による多孔質弾性体振動場の解析	59
2.7	音響振動連成系の取扱い	69
2.7.1	連成問題における弱形式積分方程式	69
2.7.2	音響系-振動系の結合	70
2.7.3	振動系-振動系の結合	77
第 3 章	音響管問題による吸遮音特性解析	87
3.1	緒言	87
3.1.1	音響管計測における材料支持条件に関する既往関連研究	89
3.1.2	伝達関数法の理論	92
3.1.3	多孔質材料の物理的挙動に関する周波数	94
3.2	解析プログラムの妥当性検証	96
3.3	単層多孔質材料の吸音率解析	102
3.3.1	固定支持条件	104
3.3.2	空隙条件	111
3.4	複層多孔質材料の吸音率解析	122
3.4.1	固定支持条件	122
3.4.2	空隙条件	129
3.5	単層多孔質材料の透過損失解析	134
3.5.1	固定支持条件	135
3.5.2	空隙条件	135
3.6	複層多孔質材料の透過損失解析	137
3.6.1	固定支持条件	137
3.6.2	空隙条件	140
3.7	まとめ	141
第 4 章	剛平面上の凹み内部に設置した音響材料の吸音率解析	143
4.1	緒言	143
4.1.1	既往関連研究	143
4.1.2	解析アルゴリズムの構築	145
4.1.3	解析の効率化	150
4.2	単層多孔質材料の吸音率	153
4.2.1	試料面積の影響	154
4.2.2	凹み深さの影響	159
4.2.3	多孔質材厚みの影響	166
4.2.4	背後空気層の影響	166
4.2.5	凹み・試料形状の影響	169

4.3	積層材料の吸音率	172
4.3.1	平面状積層材の解析	173
4.3.2	試料端部における隙間の影響	177
4.4	まとめ	182
第 5 章	剛パフル上の開口内部に設置した音響材料の音響透過損失解析	183
5.1	緒言	183
5.1.1	既往関連研究	183
5.1.2	解析アルゴリズムの構築	186
5.2	板状部材の支持条件のモデル化	188
5.2.1	集中バネ支持モデル	188
5.2.2	三次元弾性体支持モデル	192
5.2.3	垂直入射エネルギー吸収率の比較	192
5.3	単層板材料の音響透過損失	204
5.3.1	試料設置条件に関する検討	204
5.3.2	端部支持条件に関する検討	221
5.4	積層材料の音響透過損失	232
5.4.1	平面状積層材の解析	233
5.4.2	試料端部における隙間の影響	241
5.5	まとめ	243
第 6 章	総括	245
6.1	研究の成果	245
6.2	今後の課題	247
付録 A	要素積分の評価	249
A.1	内挿関数とその微分形	249
A.1.1	四辺形要素	249
A.1.2	六面体要素	251
A.2	Gauss-Legendre 積分による面積分・体積分の評価	254
A.2.1	Gauss-Legendre 積分について	254
A.2.2	一定要素境界要素法における境界積分の評価	255
A.2.3	ガラーキ境界要素法における境界積分の評価	258
A.2.4	有限要素法における要素積分の評価	264
図目次		266
表目次		273
参考文献		275

第1章

序論

1.1 研究の背景

騒音振動伝搬の制御，室内の残響音の制御などの従来の音響設計に加え，スピーチプライバシーの確保や拡声放送などの情報伝達の明瞭化，知的生産性の向上など様々な観点から音環境に対する社会的要求が高まっている。個人レベルにおいても，より高いQOLを支える要因の一つとして，居室や自動車内などのプライベートな空間においても音環境が重要視されている。このような幅広い音環境設計の実現においては音響材料の軽量化，薄型化，高性能化，低コスト化が必要不可欠である。

新規材料の開発サイクルは性能予測，試料製作，性能試験の三段階に大別される。古くは簡易的手法による予測を行い，試料を大量に作成，評価する実験ベースの試行錯誤が主導的であったが，実験設備の整備に関する初期費用を含め，時間・経済・環境的成本が大きく，設計変更に対する柔軟性の低さが問題視されてきた。各段階における精度の向上は，サイクルの繰返しの低減につながり，コストの削減に大きく貢献すると言える。

近年では科学技術及び計算機資源の発展を受け，コンピュータを用いた音響材料の音響・振動伝搬シミュレーションに基づく音響材料の性能予測が実現化しつつある。特に近年の音響材料開発において中心的な役割を果たす積層型音響材料においては，その構成の多様性から，事前の性能予測は必須であると言える。

音響材料性能は材料が実際に空間に設置された際に呈する空間性能と，理想条件で呈する部材固有の性能である部材性能に大別できる。様々な利用状況を想定した材料開発では，部材性能の設計が重要であるといえる。現在，積層型音響材料については理論解析を用いることでその部材性能予測が行われていが，解析における前提として無限大面積試料，各層内で一様な物性値，平面状の積層などの仮定を行うため，実際の条件との乖離が生じ，設計への適用については大まかな傾向の把握に留まらざるを得ないと言える。そのような課題を受け，比較的小規模かつ単純な構造の音響機器・自動車部材などの開発現場では波動理論に基づく数値解析も利用されはじめている。数値解析では解析対象，条件に関する制限は非常に小さくなり，設計自由度が高く，現実に即した性能の予測が可能である。しかしながら，建築分野では試験体の規模が大きいこと，部材のモデル化も複雑である事などから音響性能の数値予測は実用化に課題を残していると言える。特に，積層型音響材料については背景となる理論・現象の難解さも相まって，需要が大きいにも関わらず一般的な音響指標を定量化する数値解析手法が確立されていない状況である。

一方、音響材料開発における吸音率・音響透過損失などの性能評価は音響管を用いた方法及び試験室を用いる方法の2つに大別できる。これらの手法はJIS, ISOにも規格化され([124, 125, 126, 127, 129, 130]), 性能試験法として広く用いられるものの、試料周辺の物理条件、試料の支持条件などが計測値に大きく影響を及ぼし、特に異なる試験室間では一貫した性能値を得ることが困難であることが知られている。これらの変動要因に関する知見が不足していることは材料開発の性能試験における精度、信頼性の劣化の一因と考えられる。また、JIS, ISO規格における試験室計測では試験体の規模について、建築部材では吸音・遮音試験ともに 10m^2 程度と比較的大規模の試料面積が望ましいとしている。一方、自動車内装材の分野では実際の使用状況や試験体製作の都合上、 1m^2 程度の試料寸法での試験が行われている。このような小規模試験体、特に自動車内装材などについてはそれに特化した測定規格がないことから、基本的な計測原理は建築部材と同様であるが、計測法の詳細はメーカー各社で大きく異なっており、部材性能評価という点では多くの不確定要因を孕んでいるのが現状である。

1.1.1 既存の数値解析手法

既往研究の概観に先駆け、既存の数値解析手法を整理する。音場、振動場の予測手法はこれまでに数多くの研究が行われており、一般に既往の音場解析手法は音の波動性を無視した幾何音響的手法と音場、振動場の偏微分方程式に基づく波動音響学的手法に大別される。

幾何音響学的手法は鏡像法、音線法に代表される。前述の通り、音波が持つ散乱、回折などの波動的性質を無視し、幾何学的反射のみで音波のエネルギーが伝搬されると仮定し、エネルギーの次元で過渡応答を算出するものである。近年では壁面の乱反射率(Scattering coefficient)に応じて拡散反射や端部散乱を模擬する方法や、デジタルフィルタによる周波数依存性の考慮なども提案され予測精度、適用範囲の向上が見られる。鏡像法、音線法は後述の波動論的手法と異なり、対象波長に応じて空間を要素分割する必要がない。そのため大スケールの空間や高周波数の解析においても計算負荷への影響は小さく計算時間が高速であることから商用ソフトなども多く、実務での利用が盛んである。

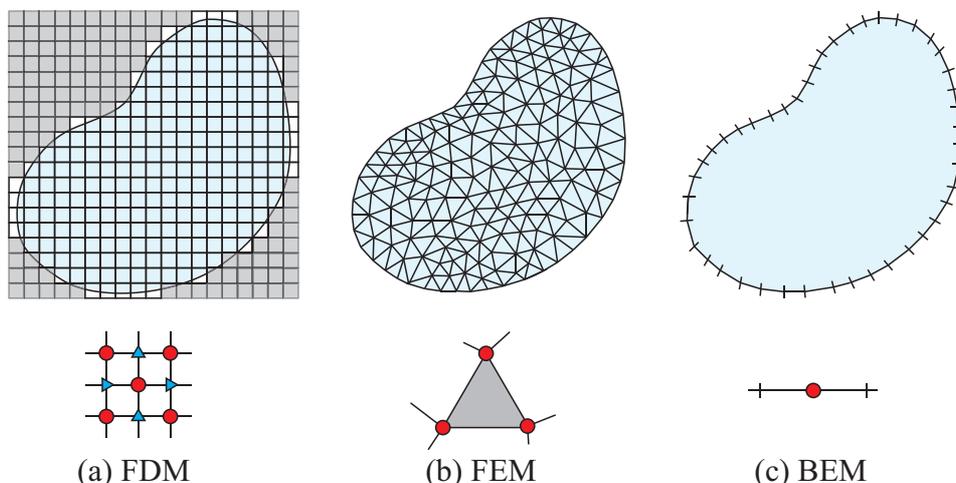


Fig. 1.1: Schematics of discretization of field in three numerical methods.

波動音響学的手法としては、理論解析を始め、近年の急速な計算機資源の増加に伴って数値解析が行われるようになった。音響分野に限らず、数値解析手法は有限差分法、有限要素法、境界要素法の3手法が主な手法となっている。以下では音響問題に関するそれぞれの特徴を簡単に述べる。

音響分野において有限差分法は、時間領域有限差分法 (Finite Differential Time Domain Method: FDTD 法) と呼ばれる、時間領域における過渡応答を算出する方法が一般的である。Fig.1.1(a) に示すように、FDTD 法における空間離散は多くの場合直交格子によるため、曲面で構成される境界は階段近似により表すこととなる。コンピュータのメモリ上で階段状のようなデータ構造とする事は計算上必ずしも効率的であるとは言えず、汎用性の観点から対象空間を内包するような矩形領域としてメモリを確保することとなる。また、空間全体を離散化する必要がある事から、基本的には閉空間が解析対象となる。解法自体は微分を差分に置き換えると言う非常に単純な方法であるため、コード化は容易であり、音響・振動連成問題など広い適用範囲を持っている。

有限要素法 (Finite Element Method: FEM) は空間を比較的単純な形状の要素により分割し、弱形式化された支配方程式を各要素について評価し、対象となる物理場の近似解の算出を連立一次方程式を解く問題へと帰着させる手法である。Fig.1.1(b) に空間離散化の概念を示す。有限要素法ではメッシュに用いる形状は任意であるが、解析精度がメッシュに大きく依存するため、空間の特性に応じた均等な要素分割が望ましい。また FDTD 法と同様に、空間全体を離散化する必要がある事から、基本的には閉空間が解析対象となる。FEM における係数行列は多くの場合対称であり、大半の成分が 0 となる疎行列 (Sparse matrix) である。コード化においては、これらの性質を利用した行列成分の格納方法及び、連立一次方程式の解法がメモリ使用率・計算時間の効率化において非常に重要であるため、ノウハウが多い手法であるとも言える。FEM は時間・周波数領域の両方の応答が算出可能である。音響・振動問題の多くに適用可能であり、それらの連成も容易であるため、オープンソースや商用ソフトが多いことも特徴と言える。

境界要素法 (Boundary Element Method : BEM) は空間領域の境界を要素に分割し、境界積分方程式を離散化することで、対象となる物理場の近似解の算出を連立一次方程式を解く問題へと帰着させる手法である。BEM も時間・周波数領域の両方の応答が算出可能であるが、周波数領域解析が主流となっている。Fig.1.1(c) に境界離散化のイメージを示す。境界積分方程式によれば任意の点における物理量は、直接波及び全境界面上の物理量の寄与による和として表す事ができる。この時、無限遠方における境界からの寄与は Sommerfeld の放射条件に基づき無視する事ができるため、開空間 (無限遠方で区切られた空間) を効率的に解析する事が可能である。弾性振動解析などにも適用可能であるが、弾性振動問題は有限である場合が多く、解析効率の面から FEM が有利であることから、BEM は音響問題における適用が主流であると言える。BEM においては境界にのみ未知数が設定されるため、自由度数は FDTD, FEM に比べ飛躍的に少ない。しかし、係数行列が一般に非対称、密行列となるため、計算機資源の観点から必ずしもメリットが多いとは言えない。さらに、BEM 固有の問題として、係数行列の対角成分を算出する際に特異積分を行う必要があること、開空間における散乱問題において係数行列にランク不足が生じる場合があること、不均質媒質の取り扱いが複雑であることなどが挙げられ、特別な配慮が必要である。BEM を用いるメリットは開空間の解析や、注目する領域に対して遠方に音源がある場合の解析が容易である事、任意の音源指向特性を容易に考慮可能である事、また反射音のみを抽出できる事が挙げられる。

1.1.2 部材性能予測に関する既往研究

本論文における詳細な検討項目や実測に関する文献レビューは各章の冒頭に譲り、ここでは本研究における大きな目的である音響材料の吸音率・音響透過損失の性能予測に関する既往の研究を挙げる。

■吸音率予測 無限大面積試料の吸音率解析として、Takahashi は、散乱モード展開法により単純な周期形状を持つ吸音構造体の解析手法を示している [64]。また、藤本らは散乱モード展開法と境界要素法の結合解法 [22]、Sakamoto らは有限要素法と散乱モード展開法との結合解法 [54] により一周期内在任意形状で構成される場合の吸音率の予測手法を構築している。小口らは藤本らの手法を用い、穿孔板前面に目隠板を有する構造を取り上げ、吸音率解析を行っている [89]。これらの解析では無限大面積に対する吸音率予測であるが、現実利用される構造は有限面積である。この場合、試料端部での回折などの波動現象により吸音率が大きく変化する面積効果と呼ばれる現象が知られており [132]、面積効果を加味した吸音率は統計音響理論に基づく設計上有効であると考えられる。また、部材単位での性能という観点では試料面積は部材仕様の一部であり、面積効果を含めた吸音率がその材料が音場に及ぼす影響をよりよく表しているものと考えられる。このような有限面積試料の吸音率解析として、廣澤は剛骨格多孔質材を想定し、領域結合境界要素法による吸音率予測を行っている [114]。また、ここでは入射条件を考慮した解析を行っており、その有効性の一端を示している。

■音響透過損失予測 無限大面積弾性板の透過損失は比較的単純な理論で表され、その取扱は古くから研究が行われている [37, 38]。Sewell は無限大剛バフル中の有限矩形板のランダム入射透過損失について、コインシデンス限界周波数以下の透過損失についてモード展開法に基づく理論を示している [60]。有限弾性板においては共振の有無により透過損失が大きく左右されることから、より厳密な波動論的解析が必須である。このような手法として、Sewell と同様の問題設定で、真田らは実際にモード展開係数を数値的に算出する手法による準理論解析 [107]、佐久間らは有限要素法、境界要素法の結合解法による数値解析による検討を行っている [103]。また、弾性板により仕切られた2つの室間の透過損失について黒木らは有限要素法により [101]、朝倉らは時間領域有限差分法により [78] 数値解析を実施し、検討を行っている。その他にも微細穿孔板、付加質量膜などの解析対象・及び項目を限定した解析などを含めると多くの例が見られる [69, 56]。

■積層型音響材料の性能予測 無限大面積の積層型音響材料を対象とした手法として、Brouard は様々な弾性体、多孔質弾性体など種々の媒質の連成を考慮可能な伝達マトリクス法を構築している [10]。この手法は研究の背景でも触れた理論的な解析手法であり、計算負荷の小ささも相まり、材料開発において広く利用されている。近年では有限サイズ補正 [5, 51, 67] や、並列積層 [70] などを考慮する近似手法も提案されており、その適用範囲が拡大している。

1.2 研究の目的

上述の通り、数値解析による音響材料の部材性能予測に関する研究は数多く見られるが、その多くが単層材料を対象としていたり、形状や振動特性に制限を設けるものがほとんどであり、複雑な構成、形状の音響材料を対象とした予測手法は未整備の段階である。また、多くの研究が解析項目に特化した解析システムを構築しているため、同一材料の吸音率、透過損失を算出する場合には個別にプログラムを書く必要がある上に、解析モデルが異なるため、それぞれの相互比較を行うことが難しいと言える。そこで本研究では積層型音響材料の開発サイクルの合理化を念頭に大きく二つの目的を設定する。

第一の目的はより高い条件設定の任意性、適用範囲をもった部材性能予測手法を構築することで、性能予測における材料のモデル化の過程で生じる現実との乖離を小さくし、性能予測精度の向上を図ることである。

第二の目的は構築した手法の妥当性検証のケーススタディを通して積層材料の振動メカニズム・音響指標の挙動を把握するものであり、材料の性能測定における誤差要因に関する知見の取得を行い、測定精度の向上を図ることである。

1.3 論文の構成

第一章では研究の背景、既往の関連研究及び数値解析手法について概観し、本研究の目的を述べる。

第二章では本研究の基礎となる数値解析理論について述べる。音場、弾性体振動場、板振動場、膜振動場、多孔質弾性体振動場について有限要素法、境界要素法による解析の定式化を行った後に、それぞれの物理場の連成方法を具体的に述べる。その中で、本論文では多孔質弾性体とその他の媒質、剛壁などの間に微小空気層が存在する場合の境界条件(非接着境界条件)を導出し、数値解析への導入法を示す。

第三章では音響管問題を取り上げ、構築した解析プログラムの妥当性の検証を行う。また、第二章で定式化した非接着境界条件について妥当性を示すとともに適用限界について述べる。その後、音響管を用いた実測において誤差要因として知られる試料支持条件に関する解析を行い、管内における現象及び計測される音響指標値の挙動を把握する。

第四章では任意の形状、構成の材料を前提とした吸音率解析モデルを構築し、単層多孔質材料および積層材料について適用する。単層多孔質材料の解析の妥当性検証におけるケーススタディの中で、一般に残響室法吸音率における誤差要因として知られる面積効果、及びその抑制法としての Deep-well 法を取り上げ、それらが予測値に及ぼす影響、ひいては実測における影響について知見を得る。また、積層材料の解析においては特有の振動メカニズムについて整理し、解析の妥当性を示した上で、実測及び施工時に影響が大ききと想定される試料端部の隙間が及ぼす影響について考察を行う。

第五章では任意の形状、構成の材料を前提とした音響透過損失解析モデルを提示し、単層板材料、および積層材料に適用する。単層板材料の解析の妥当性検証においては、一般に実測において大きな誤差要因となる試料設置および試料支持に関する問題設定を行い、実測においても有効と考えられる知見を取得する。また、積層材料の解析においては、振動メカニズムの把握、解析の妥当性検証を行った後に、吸音率における検証と同様に実測及び施工時に影響が大ききと想定される試料端部の隙間が及ぼす影響について考

察を行う。

第六章では本研究において得られた成果を整理し、今後の課題、将来の展望を述べて総括とする。

1.4 使用計算機・プログラミング言語・ライブラリについて

計算機については特に断らない限り Tab. 1.1 のものを使用している。使用言語は Fortran 2003, intel 社製のコンパイラ (ifort) 及びライブラリ (MKL Library) を用いている。従って、比較的演算負荷の高い行列-行列積や行列方程式の求解は OpenMP 並列化されたものを用いている。

Tab. 1.1: CPU and RAM specification of the machine used in this thesis.

CPU	:	Intel Xeon E5-4610 (6 core /2.4 GHz/ 15 MB/ QPI7.2GT/95W)	Equipped 4 CPUs Total 24 cores, 48 threads
Memory	:	16 GB (DDR3-1333 ECC Registered 2 Rank)	8 slot/ 1 CPU Total 512 GB

第2章

数値解析の基礎理論

2.1 緒言

本論文では材料内外の音場・振動場の解析に有限要素法，境界要素法を用い，定常状態における音響振動伝搬をシミュレートし，部材性能の同定を行う。本章では，これらのシミュレーションの基礎となる数値解析理論を述べる。以降の章では本章で述べた数値解析理論をコンピュータに実装し，ここで構築した理論及びプログラムの妥当性を示した上で，詳細なケーススタディを行っている。また，実際のプログラミング上取り扱いが煩雑になる数値積分に関しては付録 A にまとめることとした。

2.1.1 構成材料の分類とモデル化について

積層型音響材料の構成材料は大きく非通気材料，通気材料に分けられる。非通気材料は固体とみなすことができる材料であり，さらに以下の3つに分類される。

- 三次元弾性体：寸法の偏差が小さいもの
- 板：広がりに対し厚さの小さいもの
- 膜：広がりに対し厚さが小さく，しなやかで材料自体の剛性が無視できるもの

ただし，本論文では非通気材料(固体)は線形弾性体とし，一定損失係数による構造減衰のみを考慮することとする。また，膜材料内部の減衰は考慮しない。

通気性材料は繊維材料や発泡材料に代表される連続気泡の多孔質材料がそれに分類される。音響問題における多孔質材料のモデル化はその骨格振動の取り扱いに着目し，以下の2つに大別される。

- 等価流体モデル：骨格振動を無視し，減衰性の流体として取扱う手法
- 固気二相モデル：骨格振動を考慮し，固気二相の連成伝搬を考慮する手法 (Biot 理論 [8], [9])

積層型音響材料の性能予測においては多孔質材骨格の振動を考慮することは極めて重要であり，本論文においても Biot 理論に基づく多孔質材モデルを中心的に取り扱う。

また，一般に同一構成であっても，材料間の物理的条件(積層条件)により材料の振動性状，音響性能は大きく異なる。本論文では材料の積層条件として接着，非接着条件の2種類の条件を考慮する。特に非接着

条件についてはその簡易的なモデル化手法を定式化し、有限要素法への導入方法を述べることにする。

2.1.2 積分方程式導出のための基礎事項

時間因子と空間微分に関する演算子

本論文では定常状態における音場・振動場の解析を行う。この時、時間因子は一貫して $\exp(j\omega t)$ を採用することとした。

スカラー場 B に対する勾配及びベクトル場 $\mathbf{A}(A_x, A_y, A_z)$ の発散をあらわす演算をそれぞれ以下のように書く

$$\text{grad}B = \nabla B = \frac{\partial B}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial B}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial B}{\partial z} \mathbf{e}_z \quad (2.1)$$

$$\text{div}\mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (2.2)$$

ただし、 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ はそれぞれ x, y, z 軸方向の単位ベクトルである。

発散定理

境界 ∂D で区切られる領域 D におけるベクトル場 \mathbf{A} において、以下の発散定理が成り立つ。

$$\int_D \text{div}\mathbf{A}dV = \oint_{\partial D} \mathbf{A} \cdot \mathbf{n}dS \quad (2.3)$$

ただし、 \mathbf{n} は境界における外向き法線方向ベクトルである。発散定理の意味するところは、領域内における湧き出しの総和は境界における流出の和に等しい、ということである。

発散定理において $\mathbf{A} = \phi \nabla \psi$ とおくと、Green の第一恒等式は次式のようにかける。

$$\int_D (\text{grad}\phi \cdot \text{grad}\psi + \phi \nabla^2 \psi) dV = \oint_{\partial D} \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} dS \quad (2.4)$$

ここで $\frac{\partial}{\partial n}$ は境界における法線方向微分を表す。また、同様に発散定理において $\mathbf{A} = \phi \nabla \psi - \psi \nabla \phi$ とおくと、Green の第二恒等式は次式のようにかける。

$$\int_D (\phi \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \phi) dV = \oint_{\partial D} \left(\phi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) dS \quad (2.5)$$

2.2 音場の数値解析理論

2.2.1 音場の基礎方程式

均質かつ粘性の無い空気中を音波が伝搬する時，以下の連続の式及び運動方程式が成り立つ。

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\kappa \operatorname{div} \mathbf{v} \quad (2.6)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\operatorname{grad} p \quad (2.7)$$

ただし， p :音圧， \mathbf{v} :粒子速度ベクトル， κ :体積弾性率， ρ :空気密度である。これより，音圧に関して以下の波動方程式が成り立つ。

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.8)$$

空気中の音速 c は $c = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}}$ で表される。

ここで，調和振動を仮定すると，流体中の Helmholtz 方程式が以下のように書ける。

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (2.9)$$

2.2.2 音場の境界条件

空気中の定常音場において粒子速度 \mathbf{v} は運動方程式,Eq.(2.7) より以下のようにかける。

$$\mathbf{v} = -\frac{1}{j\omega\rho} (\operatorname{grad} p) \quad (2.10)$$

この時，単位ベクトル \mathbf{r} 方向への粒子速度は次のように表される。

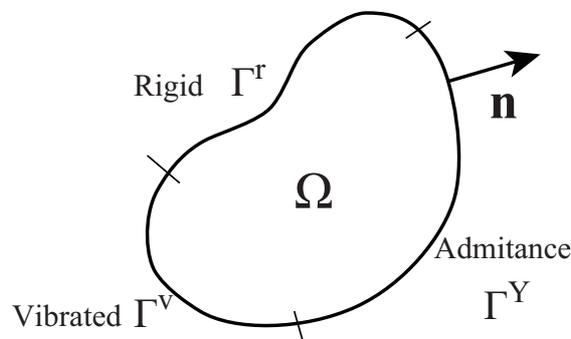


Fig. 2.1: Analytical model for acoustic field.

$$\begin{aligned}
v_r &= \mathbf{v} \cdot \mathbf{r} \\
&= -\frac{1}{j\omega\rho}(\text{grad}p) \cdot \mathbf{r} \\
&= -\frac{1}{j\omega\rho} \frac{\partial p}{\partial r}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

音場の境界では局所作用が成り立つものとし、実際の音場との対応から境界 Γ について剛壁境界 Γ^r , アドミッタンス境界 Γ^Y , 振動境界 Γ^v の3種類を考慮する。各々の境界では境界面外向き法線方向の粒子速度 v_n が以下の式を満たすものとする。

$$v_n = \begin{cases} -v^f & (\text{on } \Gamma^v) \\ \beta p & (\text{on } \Gamma^Y) \\ 0 & (\text{on } \Gamma^r) \end{cases}$$

ただし, v^f : 内向き法線方向振動速度, β : 法線方向音響アドミタンスである。これより, 境界面における音圧の法線方向傾度について各々の境界条件は以下のようにかける。

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \begin{cases} j\omega\rho v^f & (\text{on } \Gamma^v) \\ -jk\beta_n p & (\text{on } \Gamma^Y) \\ 0 & (\text{on } \Gamma^r) \end{cases} \tag{2.12}$$

β_n は空気のアドミタンスで基準化した法線方向音響アドミタンスである。

2.2.3 有限要素法による音場の解析

Helmholtz 方程式の弱形式化

ここでは重み付き残差法に基づき, 支配方程式を弱形式に変形する。Eq.(2.9) に重み関数 δp を乗じ, 領域内部全体で積分する。

$$\int_{\Omega} \delta p (\nabla^2 p + k^2 p) dV = 0 \tag{2.13}$$

上式第一項は, Green の第一恒等式を適用し下式のように変形できる。

$$\int_{\Omega} \delta p \nabla^2 p dV = - \int_{\Omega} (\text{grad} \delta p \cdot \text{grad} p) dV + \int_{\Gamma} \delta p \frac{\partial p}{\partial n} dS \tag{2.14}$$

Eq.(2.14) を Eq.(2.13) に代入すると以下のように弱形式の積分方程式が得られる。

$$\int_{\Omega} (\text{grad} \delta p \cdot \text{grad} p) dV - k^2 \int_{\Omega} \delta p p dV - \int_{\Gamma} \delta p \frac{\partial p}{\partial n} dS = 0 \tag{2.15}$$

さらに上式第三項に境界条件 Eq.(2.12) を適用すると, 非連成音場について以下の積分方程式が成り立つ。

$$\int_{\Omega} (\text{grad} \delta p \cdot \text{grad} p) dV - k^2 \int_{\Omega} \delta p p dV + jk\beta_n \int_{\Gamma^Y} \delta p p dS - j\omega\rho_0 \int_{\Gamma^v} \delta p v^f dS = 0 \tag{2.16}$$

積分方程式の離散化

ここでは Eq.(2.16) にガラーキン法を適用し、数値的に解くことができる形式に変形する過程を示す。積分領域を N 個の要素に分割し、各要素内について Eq.(2.16) を評価し、領域全体でその影響を重ね合わせることを考える。ここで、ある要素内の任意点で音圧 p は要素節点における値 p_i と内挿関数 N_i を用いて次式で近似する。

$$p = \sum_i N_i p_i \quad (2.17)$$

ここで $\{\mathbf{N}\}$, $\{\mathbf{p}_e\}$ なるベクトルを次式のように定義する。

$$\{\mathbf{N}\} = \{N_1, N_2, N_3, \dots, N_I\} \quad (2.18)$$

$$\{\mathbf{p}_e\} = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_I\}^T \quad (2.19)$$

これらを用いると、Eq.(2.17) は次式のようにベクトルの内積として表すことができる。

$$p = \{\mathbf{N}\} \cdot \{\mathbf{p}_e\} \quad (2.20)$$

さらに、ガラーキン法では重み関数 δp の内挿を試験関数と同一にとる。

$$\delta p = \{\mathbf{N}\} \cdot \{\delta \mathbf{p}_e\} \quad (2.21)$$

以上の関係を用い、Eq.(2.16) を各要素内におけるマトリックス形式として表し、最終的に全体マトリックスを構築する過程を以下に示す。

要素マトリックスの導出

まず、ある要素 e について Eq.(2.16) の第一項は

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \nabla \delta p \cdot \nabla p dV &= \int_{\Omega_e} \nabla \left(\sum_i N_i \delta p_i \right) \cdot \nabla \left(\sum_j N_j p_j \right) dV \\ &= \int_{\Omega_e} \left(\sum_i \frac{\partial N_i}{\partial x} \delta p_i \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial x} p_j + \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial y} \delta p_i \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial y} p_j + \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial z} \delta p_i \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial z} p_j \right) dV \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}^a]^T [\mathbf{B}^a] dV \{\mathbf{p}_e\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{K}_e^a] \{\mathbf{p}_e\} \end{aligned} \quad (2.22)$$

となる。ここで、 $[\mathbf{B}^a]$ 及び $[\mathbf{K}_e^a]$ はそれぞれ歪みマトリックス、剛性マトリックスと呼ばれ、以下のよう定義される。

$$[\mathbf{B}^a] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_I}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_I}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \dots & \frac{\partial N_I}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$[\mathbf{K}_e^a] = \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}^a]^T [\mathbf{B}^a] dV \quad (2.24)$$

続いて, Eq.(2.16) 第二項における積分項は

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \delta p p dV &= \int_{\Omega_e} \left(\sum_i N_i \delta p_i \right) \cdot \left(\sum_j N_j p_j \right) dV \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Omega_e} \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dV \{\mathbf{p}_e\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{M}_e^a] \{\mathbf{p}_e\} \end{aligned} \quad (2.25)$$

となる。ここで, $[\mathbf{M}_e^a]$ は慣性マトリックスと呼ばれ, 以下のように定義される。

$$[\mathbf{M}_e^a] = \int_{\Omega_e} \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dV \quad (2.26)$$

次に, Eq.(2.16) 第三項はインピーダンス境界に関する項であり,

$$\begin{aligned} \beta_0 \int_{\Gamma_e} \delta p p dS &= \int_{\Gamma_e} \left(\sum_i N_i \delta p_i \right) \cdot \left(\sum_j N_j p_j \right) dS \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \beta_0 \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dS \{\mathbf{p}_e\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{C}_e^a] \{\mathbf{p}_e\} \end{aligned} \quad (2.27)$$

と表せる。ここで, $[\mathbf{C}_e^a]$ は一般に減衰マトリックスと呼ばれ, 以下のように定義される。

$$[\mathbf{C}_e^a] = \beta_0 \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dS \quad (2.28)$$

最後に第四項は振動境界に対する項であり, 外力条件や弾性体, 板などの変位や速度により記述される振動場との連成条件を表す項である。ここでは一定速度 $v(\Gamma_e)$ で駆動される境界を考える。この時, 第四項における積分項は

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_e} \delta p v^f dS &= \int_{\Gamma_e} \left(\sum_i N_i \delta p_i \right) dS v(\Gamma_e) \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T v(\Gamma_e) dS \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \{\mathbf{Q}_e^a\} v(\Gamma_e) \end{aligned} \quad (2.29)$$

となる。ここで, ベクトル $\{\mathbf{Q}_e^a\}$ は以下のように定義される。

$$\{\mathbf{Q}_e^a\} = \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T dS \quad (2.30)$$

振動場との連成問題における第四項は適合マトリックス $[\mathbf{Q}]$ として表される。各種媒質境界面における適合マトリックスは 2.4 節においてまとめて示すこととする。

本論文では Eq.(2.24),(2.26),(2.28),(2.30) は数値積分により評価する。数値積分の具体的な手順は 2.5 節においてまとめて示す。

全体マトリックスの構築

有限要素法においては領域を N 個の要素に分割し、定義領域全体での積分を各要素に対して領域区分した積分の総和として評価する。この時、Fig.2.2 に示すようなモデルケースを想定し、要素マトリックスを重ね合わせて全体マトリックスを構築する手順を具体的に示す。

$$\int_{\Omega} dV = \sum_n \int_{\Omega_n} dV \quad (2.31)$$

要素 Ω_1, Ω_2 に対し、Eq.(2.22) がそれぞれ次のように得られるとする。

$$\{\delta \mathbf{p}_e^1\}^T [\mathbf{K}_1^a] \{\mathbf{p}_e^1\} = \begin{Bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \\ \delta p_4 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_{11}^1 & k_{12}^1 & k_{13}^1 & k_{14}^1 \\ k_{21}^1 & k_{22}^1 & k_{23}^1 & k_{24}^1 \\ k_{31}^1 & k_{32}^1 & k_{33}^1 & k_{34}^1 \\ k_{41}^1 & k_{42}^1 & k_{43}^1 & k_{44}^1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{Bmatrix} \quad (2.32)$$

$$\{\delta \mathbf{p}_e^2\}^T [\mathbf{K}_2^a] \{\mathbf{p}_e^2\} = \begin{Bmatrix} \delta p_3 \\ \delta p_4 \\ \delta p_5 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_{11}^2 & k_{12}^2 & k_{13}^2 & k_{14}^2 \\ k_{21}^2 & k_{22}^2 & k_{23}^2 & k_{24}^2 \\ k_{31}^2 & k_{32}^2 & k_{33}^2 & k_{34}^2 \\ k_{41}^2 & k_{42}^2 & k_{43}^2 & k_{44}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{Bmatrix} \quad (2.33)$$

全節点音圧ベクトル $\{\mathbf{p}\}$ を $\{\mathbf{p}\} = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\}$ を用いると、上に示した 2 式はそれぞれ次式と同値である。

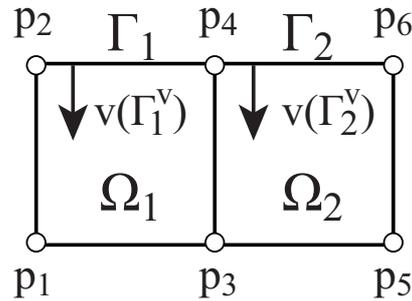


Fig. 2.2: A model case for the assembly step in FEM.

$$\{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{K}'_1^a] \{\mathbf{p}\} = \begin{Bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \\ \delta p_4 \\ \delta p_5 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_{11}^1 & k_{12}^1 & k_{13}^1 & k_{14}^1 & 0 & 0 \\ k_{21}^1 & k_{22}^1 & k_{23}^1 & k_{24}^1 & 0 & 0 \\ k_{31}^1 & k_{32}^1 & k_{33}^1 & k_{34}^1 & 0 & 0 \\ k_{41}^1 & k_{42}^1 & k_{43}^1 & k_{44}^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{Bmatrix} \quad (2.34)$$

$$\{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{K}'_2^a] \{\mathbf{p}\} = \begin{Bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \\ \delta p_4 \\ \delta p_5 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{11}^2 & k_{12}^2 & k_{13}^2 & k_{14}^2 \\ 0 & 0 & k_{21}^2 & k_{22}^2 & k_{23}^2 & k_{24}^2 \\ 0 & 0 & k_{31}^2 & k_{32}^2 & k_{33}^2 & k_{34}^2 \\ 0 & 0 & k_{41}^2 & k_{42}^2 & k_{43}^2 & k_{44}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{Bmatrix} \quad (2.35)$$

以上の関係から、領域全体の積分を以下のようにマトリックス形式で表す事ができる。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \nabla \delta p \cdot \nabla p dV &= \int_{\Omega_1} \nabla \delta p \cdot \nabla p dV + \int_{\Omega_2} \nabla \delta p \cdot \nabla p dV \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e^1\}^T [\mathbf{K}_1^a] \{\mathbf{p}_e^1\} + \{\delta \mathbf{p}_e^2\}^T [\mathbf{K}_2^a] \{\mathbf{p}_e^2\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{K}'_1^a] \{\mathbf{p}\} + \{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{K}'_2^a] \{\mathbf{p}\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}\}^T ([\mathbf{K}'_1^a] + [\mathbf{K}'_2^a]) \{\mathbf{p}\} \\ &= \begin{Bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \\ \delta p_4 \\ \delta p_5 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_{11}^1 & k_{12}^1 & k_{13}^1 & k_{14}^1 & 0 & 0 \\ k_{21}^1 & k_{22}^1 & k_{23}^1 & k_{24}^1 & 0 & 0 \\ k_{31}^1 & k_{32}^1 & k_{33}^1 + k_{11}^2 & k_{34}^1 + k_{12}^2 & k_{13}^2 & k_{14}^2 \\ k_{41}^1 & k_{42}^1 & k_{43}^1 + k_{21}^2 & k_{44}^1 + k_{22}^2 & k_{23}^2 & k_{24}^2 \\ 0 & 0 & k_{31}^2 & k_{32}^2 & k_{33}^2 & k_{34}^2 \\ 0 & 0 & k_{41}^2 & k_{42}^2 & k_{43}^2 & k_{44}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{Bmatrix} \\ &= \{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{K}^a] \{\mathbf{p}\} \end{aligned} \quad (2.36)$$

このように、部分剛性マトリックス $[\mathbf{K}_1^a], [\mathbf{K}_2^a]$ より、全体剛性マトリックス $[\mathbf{K}^a]$ を構築する際には、それぞれの部分マトリックスにおいて共通する節点に対応する成分を加算すればよい事がわかる。

次に、要素 Γ_1^v, Γ_2^v に対し、Eq.(2.29) がそれぞれ次のように得られるとする。

$$\{\delta \mathbf{p}_e^1\}^T \{\mathbf{Q}_1^a\} v(\Gamma_1^v) = \begin{Bmatrix} \delta p_2 \\ \delta p_4 \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} q_1^1 \\ q_2^1 \end{Bmatrix} v(\Gamma_1^v) \quad (2.37)$$

$$\{\delta \mathbf{p}_e^2\}^T \{\mathbf{Q}_1^a\} v(\Gamma_2^v) = \begin{Bmatrix} \delta p_4 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} q_1^2 \\ q_2^2 \end{Bmatrix} v(\Gamma_2^v) \quad (2.38)$$

全節点音圧ベクトル $\{\mathbf{p}\}$ を用いると、上に示した2式はそれぞれ次式と同値である。

$$\{\delta \mathbf{p}\}^T \{\mathbf{Q}_1^a\} v(\Gamma_1^v) = \begin{Bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \\ \delta p_4 \\ \delta p_5 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} 0 \\ q_1^1 \\ 0 \\ q_2^1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} v(\Gamma_1^v) \quad (2.39)$$

$$\{\delta \mathbf{p}\}^T \{\mathbf{Q}_1^{\mathbf{a}}\} v(\Gamma_2^{\mathbf{v}}) = \begin{Bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \\ \delta p_4 \\ \delta p_5 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ q_1^2 \\ 0 \\ q_2^2 \end{Bmatrix} v(\Gamma_2^{\mathbf{v}}) \quad (2.40)$$

以上の関係から、振動境界全体での積分を以下のようにマトリックス形式で表す事ができる。

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma^{\mathbf{v}}} \delta p v^{\mathbf{f}} dS &= \int_{\Gamma_1^{\mathbf{v}}} \delta p v^{\mathbf{f}} dS + \int_{\Gamma_2^{\mathbf{v}}} \delta p v^{\mathbf{f}} dS \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e^1\}^T \{\mathbf{Q}_1^{\mathbf{a}}\} v(\Gamma_1^{\mathbf{v}}) + \{\delta \mathbf{p}_e^2\}^T \{\mathbf{Q}_2^{\mathbf{a}}\} v(\Gamma_2^{\mathbf{v}}) \\ &= \{\delta \mathbf{p}\}^T (\{\mathbf{Q}_1^{\mathbf{a}}\} v(\Gamma_1^{\mathbf{v}}) + \{\mathbf{Q}_2^{\mathbf{a}}\} v(\Gamma_2^{\mathbf{v}})) \\ &= \{\delta \mathbf{p}\}^T [\{\mathbf{Q}_1^{\mathbf{a}}\}, \{\mathbf{Q}_2^{\mathbf{a}}\}] \{v(\Gamma_1^{\mathbf{v}}), v(\Gamma_2^{\mathbf{v}})\}^T \\ &= \begin{Bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \\ \delta p_4 \\ \delta p_5 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ q_1^1 & 0 \\ 0 & 0 \\ q_2^1 & q_1^2 \\ 0 & 0 \\ 0 & q_2^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v(\Gamma_1^{\mathbf{v}}) \\ v(\Gamma_2^{\mathbf{v}}) \end{Bmatrix} \\ &= \{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{Q}^{\mathbf{a}}] \{\mathbf{v}^{\mathbf{f}}\} \end{aligned} \quad (2.41)$$

ここで、境界面振動速度ベクトル $\{\mathbf{v}^{\mathbf{f}}\}$ を $\{\mathbf{v}^{\mathbf{f}}\} = \{v(\Gamma_1^{\mathbf{v}}), v(\Gamma_2^{\mathbf{v}})\}^T$ と定義した。

同様に慣性・減衰マトリックスについても共通成分を重ね合わせると、音場のみの非連成系において、Eq.(2.16) はマトリックス形式で以下のように書く事が出来る。

$$\{\delta \mathbf{p}\}^T (([\mathbf{K}^{\mathbf{a}}] - k^2[\mathbf{M}^{\mathbf{a}}] + jk[\mathbf{C}^{\mathbf{a}}]) \{\mathbf{p}\} - j\omega\rho[\mathbf{Q}^{\mathbf{a}}] \{\mathbf{v}^{\mathbf{f}}\}) = 0 \quad (2.42)$$

上式が $\{\delta \mathbf{p}\}$ によらず解を持つためには

$$([\mathbf{K}^{\mathbf{a}}] - k^2[\mathbf{M}^{\mathbf{a}}] + jk[\mathbf{C}^{\mathbf{a}}]) \{\mathbf{p}\} = j\omega\rho[\mathbf{Q}^{\mathbf{a}}] \{\mathbf{v}^{\mathbf{f}}\} \quad (2.43)$$

が要求される。

プライム'に関する注意

以降の節では、マトリックスに対するプライム $[\cdot]'$ は上述のように、マトリックス $[\cdot]$ と全節点ベクトルにより表される二次形式 (ベクトル・マトリックス・ベクトル積) が、要素マトリックス $[\cdot]$ と要素節点ベクトルの二次形式と同値になるように無関係な成分に 0 が埋められたマトリックスである事を意味することとする (Eq.(2.34) 及び (2.35))。 $\{\cdot\}'$ についても同様であり、ベクトル・ベクトル積が同値となるように 0 パディングを行うことを意味する (Eq.(2.39) 及び (2.40))。ただし、これは数式の表現上の暗黙のルールを少なくするための記述であり、有限要素法のコード化においてこのステップをとる必要はないことを強調しておく。

このような仮定をする事で、同様の手順で全体マトリックスを構築する場合、次式のように書く事ができる。

$$[\mathbf{K}^a] = \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{K}_e^a] \quad (2.44)$$

2.2.4 境界要素法による音場の解析

境界積分方程式の導出

Helmholtz 方程式 Eq.(2.9) に試験関数 G を掛け、領域にわたる積分を考える。

$$\int_{\Omega} (G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \nabla^2 p(\mathbf{r}_q) + k^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) p(\mathbf{r}_q)) dV_q = 0 \quad (2.45)$$

試験関数は任意の観測点 \mathbf{p} とソース点 \mathbf{q} に関して、次式を満たす基本解を与える。

$$\nabla^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) + k^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) = -\delta(|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|) \quad (2.46)$$

δ は Dirac のデルタ関数であり、3次元領域における基本解は次式で表される。

$$G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) = \frac{\exp(-jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|)}{4\pi|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|} \quad (2.47)$$

Eq.(2.45) 第一項に Green の第二恒等式を適用すると次式のように変形できる。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} p(\mathbf{r}_q) (\nabla^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) + k^2 G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)) dV_q \\ + \int_{\Gamma} \left(G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial n} - p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n} \right) dS_q = 0 \end{aligned} \quad (2.48)$$

さらに、基本解が Eq.(2.46) を満たすことから以下のように展開される。

$$p(\mathbf{r}_p) + \int_{\Gamma} \left(p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} - \frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \right) dS_q = 0 \quad (2.49)$$

ここで、Eq.(2.46) 右辺における負符号が反映されている点に注意されたい。また、基本解 G の方向微分は下式のように表される。

$$\frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} = -\frac{1 + jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|}{4\pi|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|^2} \frac{(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q) \cdot \mathbf{n}_q}{|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|} \exp(-jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|) \quad (2.50)$$

■境界上の観測点周辺の特異性 観測点 \mathbf{p} が境界上に有り、この観測点から領域を見込む角度が $\theta(\mathbf{r})$ であるとする。この時、観測点のまわりに微小半径 ε の球状の境界面 Γ^1 を境界をくりぬくように設け、 Γ^1 からの寄与を考える。まず、球の半径が微小と考えているため、境界面 Γ^1 上における音圧 p 、及びその法線方向傾度 $\frac{\partial p}{\partial n}$ は観測点 \mathbf{p} における値と等しく、一定値であると考えられる。また、境界が観測点を

中心とした球形である事から、外向き法線方向微分は球の半径方向への微分である。さらに、球面上の積分であることから、微小面積は $dS = \varepsilon^2 d\omega$ とおける。

$$\begin{aligned}
& \int_{\Gamma^1} \left(p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n} - G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial n} \right) dS_q \\
&= \int_{\Gamma^1} \left(p(\mathbf{r}_p) \frac{\partial G(\varepsilon)}{\partial r} - G(\varepsilon) \frac{\partial p(\mathbf{r}_p)}{\partial r} \right) dS_q \\
&= \int_{\Gamma^1} \left(-p(\mathbf{r}_p) \frac{1 + jk\varepsilon}{4\pi\varepsilon^2} \exp(-jk\varepsilon) - \frac{\exp(-jk\varepsilon)}{4\pi\varepsilon} \frac{\partial p(\mathbf{r}_p)}{\partial r} \right) \varepsilon^2 d\omega \\
&= \frac{1}{4\pi} \left(-p(\mathbf{r}_p)(1 + jk\varepsilon) \exp(-jk\varepsilon) - \varepsilon \exp(-jk\varepsilon) \frac{\partial p(\mathbf{r}_p)}{\partial r} \right) \int_{\Gamma^1} d\omega \\
&= \frac{4\pi - \theta(\mathbf{r})}{4\pi} \left(-p(\mathbf{r}_p)(1 + jk\varepsilon) \exp(-jk\varepsilon) - \varepsilon \exp(-jk\varepsilon) \frac{\partial p(\mathbf{r}_p)}{\partial r} \right) \quad (2.51)
\end{aligned}$$

上式で $\varepsilon \rightarrow 0$ の極限を考えると、以下のようにかける。

$$\int_{\Gamma^1} \left(p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n} - G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial n} \right) dS_q = -\frac{4\pi - \theta(\mathbf{r})}{4\pi} p(\mathbf{r}_p) \quad (2.52)$$

これより、Eq.(2.49) を境界上を含む領域内全ての観測点に一般化すると、以下のように書くことができる。

$$e(\mathbf{r}) p(\mathbf{r}_p) + \int_{\Gamma} \left(p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} - \frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \right) dS_q = p_D(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_s) \quad (2.53)$$

$e(\mathbf{r})$ は観測点から領域を見込む割合であり、次式で与えられる。

$$e(\mathbf{r}) = \frac{\theta(\mathbf{r})}{4\pi} \quad (2.54)$$

■無限遠方における境界からの寄与 観測点 p に対し球面上の境界 Γ^∞ が十分遠方に存在する場合を考える。この時、境界が十分遠方に存在する事から、観測点との距離 R は $R = |\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q| \approx |\mathbf{r}_q|$ で一定値と

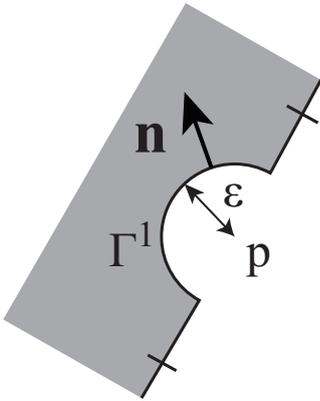


Fig. 2.3: Avoidance of the singularity around observation point.

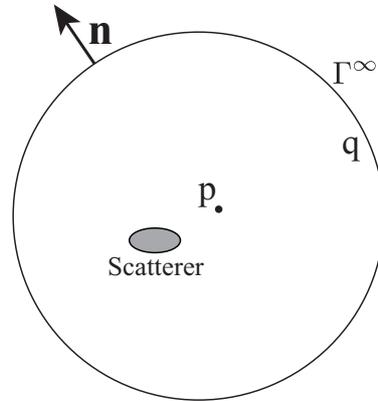


Fig. 2.4: Schematic of the Sommerfeld condition.

考えられる。これは、観測点を中心とした、球面を考える事に相当する。従って、ここでも同様に、外向き法線方向微分は球の半径方向への微分であり、球面上の積分であることから、微小面積は $dS = R^2 d\omega$ とおくことができる。

$$\begin{aligned}
& \int_{\Gamma^\infty} \left(p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n} - G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial n} \right) dS_q \\
&= \int_{\Gamma^\infty} \left(p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(R)}{\partial r} - G(R) \frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial r} \right) dS_q \\
&= \int_{\Gamma^\infty} \left(-p(\mathbf{r}_q) \frac{1 + jkR}{4\pi R^2} \exp(-jkR) - \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} \frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial r} \right) R^2 d\omega \\
&= \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma^\infty} \left(-p(\mathbf{r}_q)(1 + jkR) \exp(-jkR) - R \exp(-jkR) \frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial r} \right) d\omega \\
&= -\frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma^\infty} \left\{ p(\mathbf{r}_q) + R \left(\frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial r} + jkp(\mathbf{r}_p) \right) \right\} \exp(-jkR) d\omega \quad (2.55)
\end{aligned}$$

ここで、Sommerfeld の減衰条件、及び放射条件によると [27] 次の条件が成り立つ。

$$\lim_{R \rightarrow \infty} p(R) = 0 \quad (2.56)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R \left(\frac{\partial p(R)}{\partial n} + jkp(R) \right) = 0 \quad (2.57)$$

これより、 $R \rightarrow \infty$ の条件下では Eq.(2.55) の積分項の内部が 0 になることは明らかである。従って、以下の式が成り立つ。

$$\int_{\Gamma^\infty} \left(p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n} - G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial n} \right) dS_q = 0 \quad (2.58)$$

これは無限遠方における境界からの寄与は考慮する必要がないことを意味している。開空間は無限遠方に境界を有する空間と考えられるが、境界要素法で解析上この境界を設定する必要すらなく、厳密に散乱、放射問題を取り扱う事ができる。

積分方程式の離散化

Eq.(2.12) による各境界条件を適用すると、Eq.(2.53) は以下のように変形することができる。

$$\begin{aligned}
e(\mathbf{r}_p)p(\mathbf{r}_p) + \int_{\Gamma} p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS_q + jk \int_{\Gamma^V} \beta_0(\mathbf{r}_q)p(\mathbf{r}_q)G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS_q \\
= j\omega\rho \int_{\Gamma^V} v^f(\mathbf{r}_q)G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS_q + p_D(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_s) \quad (2.59)
\end{aligned}$$

Eq.(2.59) は境界上における音圧、粒子速度が既知であれば、音場内における任意の点での音圧が算出可能である事を意味している。Eq.(2.59) における境界積分を処理するにあたり、境界を N 個の要素に分割し、各要素の積分の総和として評価する。

$$\int_{\Gamma} dS = \sum_{n=1}^N \int_{\Gamma_n} dS_n \quad (2.60)$$

また、音圧、粒子速度及びアドミタンスは各要素について重心 ($\mathbf{r}_n = \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N$) における値で、要素内にわたって一定値であるという仮定を導入する。従って、Eq.(2.59) は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} e(\mathbf{r}_p)p(\mathbf{r}_p) + \sum_{n \in \Gamma} p(\mathbf{r}_n) \int_{\Gamma_n} \frac{\partial G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS_q + \sum_{n \in \Gamma^Y} jk\beta_0(\mathbf{r}_n)p(\mathbf{r}_n) \int_{\Gamma_n^Y} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS_q \\ = \sum_{n \in \Gamma^v} j\omega\rho v^f(\mathbf{r}_n) \int_{\Gamma_n^v} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS_q + p_D(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_s) \end{aligned} \quad (2.61)$$

上式は、境界における音圧や粒子速度を未知係数とした線形和の形式となっている。これらを求めるため、観測点 \mathbf{r}_p を各境界上の未知数の定義点 (要素の重心) に設置する。即ち、上式に $\mathbf{r}_p = \mathbf{r}_m (m = 1, \dots, N)$ を代入して N 個の線形方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}p(\mathbf{r}_1) + \sum_{n \in \Gamma} p(\mathbf{r}_n)H_{1n} + \sum_{n \in \Gamma^Y} jkp(\mathbf{r}_n)G_{1n}^Y &= \sum_{n \in \Gamma^v} j\omega\rho v^f(\mathbf{r}_n)G_{1n}^v + p_D(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_s) \\ &\vdots \\ \frac{1}{2}p(\mathbf{r}_m) + \sum_{n \in \Gamma} p(\mathbf{r}_n)H_{mn} + \sum_{n \in \Gamma^Y} jkp(\mathbf{r}_n)G_{mn}^Y &= \sum_{n \in \Gamma^v} j\omega\rho v^f(\mathbf{r}_n)G_{mn}^v + p_D(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}_s) \\ &\vdots \\ \frac{1}{2}p(\mathbf{r}_N) + \sum_{n \in \Gamma} p(\mathbf{r}_n)H_{Nn} + \sum_{n \in \Gamma^Y} jkp(\mathbf{r}_n)G_{Nn}^Y &= \sum_{n \in \Gamma^v} j\omega\rho v^f(\mathbf{r}_n)G_{Nn}^v + p_D(\mathbf{r}_N, \mathbf{r}_s) \end{aligned} \quad (2.62)$$

$e(\mathbf{r}_m)$ は \mathbf{r}_m が平らな境界面上であることから、 $1/2$ となっていることに注意されたい。また、 $H_{mn}, G_{mn}^Y, G_{mn}^v$ は以下のように定義される。

$$H_{mn} = \int_{\Gamma_n} \frac{\partial G(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} dS_q \quad (2.63)$$

$$G_{mn}^Y = \begin{cases} \beta_0(\mathbf{r}_n) \int_{\Gamma_n^Y} G(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}_q) dS_q & (n \in \Gamma^Y) \\ 0 & (n \notin \Gamma^Y) \end{cases} \quad (2.64)$$

$$G_{mn}^v = \begin{cases} \int_{\Gamma_n^v} G(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}_q) dS_q & (n \in \Gamma^v) \\ 0 & (n \notin \Gamma^v) \end{cases} \quad (2.65)$$

最終的に、Eq.(2.62) はマトリックス形式で以下のように表す事ができる。

$$\left(\frac{1}{2}[\mathbf{I}] + [\mathbf{H}] + jk[\mathbf{G}^Y]\right) \cdot \{\mathbf{p}\} = j\omega\rho[\mathbf{G}^v]\{\mathbf{v}^f\} + \{\mathbf{p}_D\} \quad (2.66)$$

$[\mathbf{I}]$ は単位行列, $[\mathbf{H}], [\mathbf{G}^Y], [\mathbf{G}^V]$ の m 行 n 列の成分はそれぞれ, Eq.(2.63), (2.64), (2.65) で表される。ただし, Eq.(2.63), (2.64), (2.65) は多くの場合解析的に算出することが難しいため, 数値積分により算出する事となる。また, 混乱を避けるため強調するが, 添字 m は m 番目の境界上の未知数であることを表し, 添字 n は n 番目の境界からの寄与であることを表している。

ここで, 境界における振動速度が所与である場合, Eq.(2.66) は境界面上の音圧に関する連立一次方程式となる。これを解く事で得られる境界面上の音圧, 所与の境界面の振動速度を Eq.(2.61) へ代入する事で, 領域内の任意点における音圧が得られる。

また, 多孔質材内部など, 異種媒質の内部音場を考慮する際には, 結合面上では音圧・粒子速度共に未知数と考え, 媒質間の音圧・粒子速度の連続条件を適用する事で連成を行う。

半自由空間を含む音場の解析

半自由空間の解析は, 散乱体及び音源の対称面に対する鏡像を考慮する事で行われる。このような音場の解析例としては防音塀や, 建物群を対象とした屋外騒音伝搬の解析例がある。さらなる応用として, 領域分割に基づき, 無限大剛平面下に空間を有するような音場の解析を行う事ができる。このような解析例としては掘割道路からの騒音伝搬や, 開放窓を經由する側路伝搬の解析などが行われている。ここでは後者のような音場について, 無限大剛平面より上部の空間に関する定式化を行う。

半自由空間においては, Eq.(2.46) の基本解は下式で与えられる。

$$G^{\text{inf}}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) = G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) + G(\mathbf{r}_{p'}, \mathbf{r}_q) \quad (2.67)$$

ここで, G は自由空間における基本解 Eq.(2.47) であり, p' は観測点 p の無限大剛平面に対する鏡像点である。上式を試験関数とすると, 半自由空間における境界積分方程式が次式で得られる。

$$p(\mathbf{r}_p) + \int_{\Gamma} \left(p(\mathbf{r}_q) \frac{\partial G^{\text{inf}}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)}{\partial n_q} - \frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} G^{\text{inf}}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \right) dS_q = 0 \quad (2.68)$$

対称面上で, $\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q, \mathbf{r}_{p'} - \mathbf{r}_q$ は法線方向に対して逆向きであり, $|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q| = |\mathbf{r}_{p'} - \mathbf{r}_q|$ である。従って, $q \in \Gamma$ では常に $\partial G^{\text{inf}} / \partial n_q = 0$ である。さらに, 観測点が対称面上に存在する場合, 観測点 p とその鏡像点 p' は一致し, $G^{\text{inf}}(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) = 2G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q)$ となる。以上のことから, Eq.(2.68) は以下のように展開される。

$$p(\mathbf{r}_p) - 2 \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial p(\mathbf{r}_q)}{\partial n_q} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) \right) dS_q = 0 \quad (2.69)$$

2.2.4 項における 4π 空間の定式化に見られた, 境界上での観測点の特異性は, 基本解の一階微分により生じたものである。従って, 対称面上の境界においては特異点が生じず, 音場の見込み角に関する項は生じない。

境界 Γ は無限大平面下の空間との連成面であることを考慮し, 音源項を付加すると最終的に下式が得られる。

$$p(\mathbf{r}_p) - 2j\omega\rho \int_{\Gamma} v^f(\mathbf{r}_q) G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS_q = p_D(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_s) \quad (2.70)$$

■選点法による積分方程式の離散化 2.2.4 項と同様に、境界を N 個の要素に分割し、各要素の積分の総和として境界積分を評価する。またその時、重心で音圧・粒子速度が一定であると仮定すると Eq.(2.70) は以下のように書ける。

$$p(\mathbf{r}_p) - 2j\omega\rho \sum_{n \in \Gamma} v^f(\mathbf{r}_n) \int_{\Gamma_n} G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS_q = p_D(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_s) \quad (2.71)$$

さらに、観測点を各境界の重心に設置し ($\mathbf{r}_p = \mathbf{r}_m (m = 1, \dots, N)$), N 個の線形方程式を得る。

$$\begin{aligned} p(\mathbf{r}_1) - 2j\omega\rho \sum_{n \in \Gamma} v^f(\mathbf{r}_n) \int_{\Gamma_n} G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_q) dS_q &= p_D(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_s) \\ &\vdots \\ p(\mathbf{r}_m) - 2j\omega\rho \sum_{n \in \Gamma} v^f(\mathbf{r}_n) \int_{\Gamma_n} G(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}_q) dS_q &= p_D(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}_s) \\ &\vdots \\ p(\mathbf{r}_N) - 2j\omega\rho \sum_{n \in \Gamma} v^f(\mathbf{r}_n) \int_{\Gamma_n} G(\mathbf{r}_N, \mathbf{r}_q) dS_q &= p_D(\mathbf{r}_N, \mathbf{r}_s) \end{aligned} \quad (2.72)$$

最終的に Eq.(2.72) をマトリックス形式で以下のように表すことができる。

$$[\mathbf{I}]\{\mathbf{p}\} - 2j\omega\rho[\mathbf{G}^{\text{IF}}]\{\mathbf{v}^f\} = \{\mathbf{p}_D\} \quad (2.73)$$

$[\mathbf{I}]$ は単位行列, $[\mathbf{G}^{\text{IF}}]$ の m 行 n 列は次式で得られる。

$$G_{mn}^{\text{IF}} = \int_{\Gamma_n^{\text{IF}}} G(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}_q) dS_q \quad (2.74)$$

■ガラーキン法による積分方程式の離散化 Eq.(2.70) の両辺に $\delta p(\mathbf{r}_p)$ を掛け、定義面 Γ_p 全体で積分した以下の方程式を考える。

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_p} \delta p(\mathbf{r}_p) p(\mathbf{r}_p) dS_p - 2j\omega\rho \int_{\Gamma_p} \delta p(\mathbf{r}_p) \int_{\Gamma_q} v^f(\mathbf{r}_q) G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS_q dS_p \\ = \int_{\Gamma_p} \delta p(\mathbf{r}_p) p_D(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_s) dS_p \end{aligned} \quad (2.75)$$

境界を N 個に分割し、それぞれの積分を評価する。この時、ある要素 e 内における $p, \delta p, v^f$ はその要素における節点値から以下のように近似されるものと仮定する。

$$\begin{aligned} p &= \{\mathbf{N}\}\{\mathbf{p}_e\} \\ \delta p &= \{\mathbf{N}\}\{\delta \mathbf{p}_e\} \\ v^f &= \{\mathbf{N}\}\{\mathbf{v}_e^f\} \end{aligned} \quad (2.76)$$

Eq.(2.75) 左辺第一項は以下のように書ける。

$$\begin{aligned}
\int_{\Gamma_p} \delta p(\mathbf{r}_p) p(\mathbf{r}_p) dS_p &= \sum_n \int_{\Gamma_{p,n}} \delta p(\mathbf{r}_p) p(\mathbf{r}_p) dS_p \\
&= \sum_n \{\delta \mathbf{p}_n\} \int_{\Gamma_{p,n}} \{\mathbf{N}_n\}^T \{\mathbf{N}_n\} dS_p \{\mathbf{p}_n\} \\
&= \sum_n \{\delta \mathbf{p}_n\} [\mathbf{Q}_n^G] \{\mathbf{p}_n\} \\
&= \{\delta \mathbf{p}\} [\mathbf{Q}^G] \{\mathbf{p}\}
\end{aligned} \tag{2.77}$$

Eq.(2.75) 左辺第二項における積分は以下のように展開できる。

$$\begin{aligned}
\int_{\Gamma_p} \delta p(\mathbf{r}_p) \int_{\Gamma_q} v^f(\mathbf{r}_q) G(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_q) dS_q dS_p \\
&= \sum_m \sum_n \int_{\Gamma_{p,m}} \int_{\Gamma_{q,n}} G(\mathbf{r}_{p,m}, \mathbf{r}_{q,n}) \delta p(\mathbf{r}_{p,m}) v^f(\mathbf{r}_{q,n}) dS_{q,n} dS_{p,m} \\
&= \sum_m \sum_n \{\delta \mathbf{p}_m\} \int_{\Gamma_{p,m}} \int_{\Gamma_{q,n}} G(\mathbf{r}_{p,m}, \mathbf{r}_{q,n}) \{\mathbf{N}_m\}^T \{\mathbf{N}_n\} dS_{q,n} dS_{p,m} \{\mathbf{v}_n^f\} \\
&= \sum_m \sum_n \{\delta \mathbf{p}_m\} [\mathbf{G}_{mn}^G] \{\mathbf{v}_n^f\} \\
&= \{\delta \mathbf{p}\} [\mathbf{G}^G] \{\mathbf{v}^f\}
\end{aligned} \tag{2.78}$$

ここで、 $[\mathbf{G}_{mn}^G]$ は $m \neq n$ の場合には非対称行列となるが、 $[\mathbf{G}_{nm}^G] = [\mathbf{G}_{mn}^G]^T$ である。さらに、全体行列において $[\mathbf{G}_{nm}^G]^T$ は $[\mathbf{G}_{mn}^G]$ に対して対称な位置に格納される。従って、 $[\mathbf{G}_{mn}^G]$ を重ね合わせた全体行列 $[\mathbf{G}^G]$ は対称行列となっている。また、実際のプログラムにおいては $[\mathbf{G}_{nm}^G] = [\mathbf{G}_{mn}^G]^T$ の関係から、 $n \geq m$ についてのみ二重面積分を行えば良い。

Eq.(2.75) 右辺は以下のように書ける。

$$\begin{aligned}
\int_{\Gamma_p} \delta p(\mathbf{r}_p) p_D(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_s) dS_p &= \sum_n \int_{\Gamma_{p,n}} \delta p(\mathbf{r}_{p,n}) p_D(\mathbf{r}_{p,n}, \mathbf{r}_s) dS_{p,n} \\
&= \sum_n \{\delta \mathbf{p}_n\} \int_{\Gamma_{p,n}} \{\mathbf{N}_n\} p_D(\mathbf{r}_{p,n}, \mathbf{r}_s) dS_{p,n} \\
&= \{\delta \mathbf{p}\} \{\mathbf{D}^G\}
\end{aligned} \tag{2.79}$$

以上の関係から Eq.(2.75) は以下のように書ける。

$$\{\delta \mathbf{p}\} ([\mathbf{Q}^G] \{\mathbf{p}\} - 2j\omega\rho[\mathbf{G}^G] \{\mathbf{v}^f\} - \{\mathbf{D}^G\}) = 0 \tag{2.80}$$

重み $\{\delta \mathbf{p}\}$ によらず、上式が成り立つために

$$[\mathbf{Q}^G] \{\mathbf{p}\} - 2j\omega\rho[\mathbf{G}^G] \{\mathbf{v}^f\} = \{\mathbf{D}^G\} \tag{2.81}$$

が要求される。

2.2.5 有限要素法と境界要素法の結合

前節までに有限要素法 (FEM) 及び境界要素法 (BEM) の定式化に関して述べたが、ここでは両手法の結合方法を具体的に述べる。ここで、多面体上の稜や頂点では節点値における法線方向粒子速度を一意に定義できないため、結合面は平面であることを前提とする。

一定要素境界要素法との結合

BEM において一定要素を用いる場合、未知数の定義点が FEM と BEM で異なるため、連成境界面上で面的な適合条件を考える事となる。本論文では、結合要素面内における音圧・粒子速度に関し以下のような仮定を行う。

- FEM において要素内の音圧は節点値より内挿
- BEM において要素内の音圧は重心における値で要素にわたり一定
- FEM・BEM ともに要素内の粒子速度は重心における値で要素にわたり一定

以上の仮定を踏まえ、以下の関係式を要素毎に適用する。

$$\begin{cases} \int_{\Gamma_e^{\text{IF}}} p_{\text{Be}} dS = \int_{\Gamma_e^{\text{IF}}} p_{\text{Fe}} dS & (p \in \Gamma^{\text{IF}}) \\ v_{\text{Be}}^f = -v_{\text{Fe}}^f & (v^f \in \Gamma^{\text{IF}}) \end{cases} \quad (2.82)$$

$$\quad (2.83)$$

Eq.(2.82) は面に加わる力の連続、Eq.(2.83) は面内での粒子速度の連続を意味する。

はじめに、ある結合要素 e に対し、Eq.(2.82) を考える。Eq.(2.82) 左辺は境界要素が一定要素を仮定している事から次式のように書ける。

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_e^{\text{IF}}} p_{\text{Be}} dS &= \int_{\Gamma_e^{\text{IF}}} dS p_{\text{Be}} \\ &= \Delta_{\Gamma_e^{\text{IF}}} p_{\text{Be}} \end{aligned} \quad (2.84)$$

ただし、 $\Delta_{\Gamma_e^{\text{IF}}}$ は結合要素の面積である。一方、Eq.(2.82) 右辺は節点値による内挿を仮定している事から次式のように書ける。

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_e^{\text{IF}}} p_{\text{Fe}} dS &= \int_{\Gamma_e^{\text{IF}}} \{\mathbf{N}\} dS \{\mathbf{p}_{\text{Fe}}\} \\ &= \{\mathbf{Q}_e^{\mathbf{a}}\}^T \{\mathbf{p}_{\text{Fe}}\} \end{aligned} \quad (2.85)$$

ここで、 $\{\mathbf{Q}_e^{\mathbf{a}}\}$ は Eq.(2.30) で定義される。以上の関係から、Eq.(2.82) はある要素について下式のように書ける。

$$\begin{aligned} p_{\text{Be}} &= \frac{1}{\Delta_{\Gamma_e^{\text{IF}}}} \{\mathbf{Q}_e^{\mathbf{a}}\}^T \{\mathbf{p}_{\text{Fe}}\} \\ &= \{\mathbf{F}_e^{\mathbf{a}}\} \{\mathbf{p}_{\text{Fe}}\} \end{aligned} \quad (2.86)$$

ただし, $\{\mathbf{F}_e^a\}$ を以下のように定義する。

$$\{\mathbf{F}_e^a\} = \frac{1}{\Delta_{\Gamma_e^{\text{IF}}}} \{\mathbf{Q}_e^a\}^T \quad (2.87)$$

同様に Γ^{IF} 上の全 N 個の要素について Eq.(2.82) を考えると, N 本の音圧の適合に関する式が得られる。

$$\begin{aligned} p_{B1} &= \{\mathbf{F}_1^a\} \{\mathbf{p}_{F1}\} \\ &\vdots \\ p_{Bm} &= \{\mathbf{F}_m^a\} \{\mathbf{p}_{Fm}\} \\ &\vdots \\ p_{BN} &= \{\mathbf{F}_N^a\} \{\mathbf{p}_{FN}\} \end{aligned} \quad (2.88)$$

境界要素領域の全境界面音圧ベクトル $\{\mathbf{p}_B\}$, 有限要素領域の全節点音圧ベクトル $\{\mathbf{p}_F\}$ を用いると上式は以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \underbrace{\{0, \dots, 0, \dots, 1, \dots, 0, \dots, 0, \dots\}}_{\substack{p_B \notin \Gamma_1^{\text{IF}} & p_B \in \Gamma_1^{\text{IF}} & p_B \notin \Gamma_1^{\text{IF}}}} \{\mathbf{p}_B\} &= \{\mathbf{F}_1^a\} \{\mathbf{p}_F\} \\ &\vdots \\ \underbrace{\{0, \dots, 0, \dots, 1, \dots, 0, \dots\}}_{\substack{p_B \notin \Gamma_m^{\text{IF}} & p_B \in \Gamma_m^{\text{IF}} & p_B \notin \Gamma_m^{\text{IF}}}} \{\mathbf{p}_B\} &= \{\mathbf{F}_m^a\} \{\mathbf{p}_F\} \\ &\vdots \\ \underbrace{\{0, \dots, 0, \dots, 0, \dots, 1, \dots\}}_{\substack{p_B \notin \Gamma_N^{\text{IF}} & p_B \in \Gamma_N^{\text{IF}} & p_B \notin \Gamma_N^{\text{IF}}}} \{\mathbf{p}_B\} &= \{\mathbf{F}_N^a\} \{\mathbf{p}_F\} \end{aligned} \quad (2.89)$$

$\{\mathbf{F}_e^a\}$ は 2.2.3 項に示したように, $\{\mathbf{F}_e^a\} \{\mathbf{p}_F\} = \{\mathbf{F}_e^a\} \{\mathbf{p}_{F_e}\}$ となるように, 0 を埋めたベクトルである。これらの関係をマトリックス形式で以下のように書くことができる。

$$[\mathbf{T}] \{\mathbf{p}_B\} = [\mathbf{F}^a] \{\mathbf{p}_F\} \quad (2.90)$$

$[\mathbf{T}]$ は要素選定マトリックスであり, 各行の成分は Eq.(2.89) 左辺のベクトルに示すように, 対象とする音圧に対応する列で 1 , それ以外で 0 をとる。

以上の関係から, 境界要素領域, 有限要素領域の音響-音響連成系の全体マトリックスを具体的に示す。有限要素領域では Eq.(2.43) から次式が成り立つ。

$$[\mathbf{A}^F] \{\mathbf{p}_F\} - j\omega\rho[\mathbf{Q}_C^a] \{\mathbf{v}_{FC}^f\} = j\omega\rho[\mathbf{Q}_F^a] \{\mathbf{v}_F^f\} \quad (2.91)$$

ただし, $[\mathbf{A}^F] = [\mathbf{K}^a] - k^2[\mathbf{M}^a] + jk[\mathbf{C}^a]$, $\{\mathbf{p}_F\}$ は全節点音圧ベクトル, $\{\mathbf{v}_{FC}^f\}$ は連成境界面上の粒子速度ベクトル, $\{\mathbf{v}_F^f\}$ は有限要素領域の境界面での粒子速度ベクトルである。

■一般的な一定要素境界要素領域との結合 一般的な境界要素領域では Eq.(2.66) から次式が成り立つ。

$$[\mathbf{A}^B]\{\mathbf{p}_B\} - j\omega\rho[\mathbf{G}_C^V]\{\mathbf{v}_{BC}^f\} = j\omega\rho[\mathbf{G}_B^V]\{\mathbf{v}_B^f\} + \{\mathbf{p}_D\} \quad (2.92)$$

ただし, $[\mathbf{A}^B] = \frac{1}{2}[\mathbf{I}] + [\mathbf{H}] + jk[\mathbf{G}^Y]$, $\{\mathbf{p}_B\}$ は全境界面音圧ベクトル, $\{\mathbf{v}_{BC}^f\}$ は連成境界面上の粒子速度ベクトル, $\{\mathbf{v}_B^f\}$ は境界要素領域の境界面での粒子速度ベクトル, $\{\mathbf{p}_D\}$ は外力ベクトルである。

Eq.(2.91), (2.92), (2.90), (2.83) より, 境界要素領域, 有限要素領域の音響-音響連成系の全体マトリックスは以下のように得られる。

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}^F] & [\mathbf{0}] & -j\omega\rho[\mathbf{Q}_C^a] \\ [\mathbf{F}^a] & -[\mathbf{T}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{A}^B] & j\omega\rho[\mathbf{G}_C^V] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{p}_F\} \\ \{\mathbf{p}_B\} \\ \{\mathbf{v}_{FC}^f\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} j\omega\rho[\mathbf{Q}_F^a]\{\mathbf{v}_F^f\} \\ \{\mathbf{0}\} \\ j\omega\rho[\mathbf{G}_B^V]\{\mathbf{v}_B^f\} + \{\mathbf{p}_D\} \end{Bmatrix} \quad (2.93)$$

■半自由空間を記述する一定要素境界要素領域との結合 半自由空間中の境界要素領域では Eq.(2.73) から次式が成り立つ。

$$[\mathbf{I}]\{\mathbf{p}_B\} - 2j\omega\rho[\mathbf{G}_C^V]\{\mathbf{v}_{BC}^f\} = \{\mathbf{p}_D\} \quad (2.94)$$

ただし, $\{\mathbf{p}_B\}$ は全境界面音圧ベクトル, $\{\mathbf{v}_{BC}^f\}$ は連成境界面上の粒子速度ベクトル, $\{\mathbf{p}_D\}$ は外力ベクトルである。

またこのような半自由空間に対しては, Eq.(2.90) における要素選定マトリックスは単位行列として表す事ができ, Eq.(2.90) は以下のように簡略化される。

$$[\mathbf{I}]\{\mathbf{p}_B\} = [\mathbf{F}^a]\{\mathbf{p}_F\} \quad (2.95)$$

Eq.(2.91), (2.94), (2.95), (2.83) より, 境界要素領域, 有限要素領域の音響-音響連成系の全体マトリックスは以下のように得られる。

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}^F] & -j\omega\rho[\mathbf{Q}_C^a] \\ [\mathbf{F}^a] & 2j\omega\rho[\mathbf{G}_C^V] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{p}_F\} \\ \{\mathbf{v}_{FC}^f\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} j\omega\rho[\mathbf{Q}_F^a]\{\mathbf{v}_F^f\} \\ \{\mathbf{p}_D\} \end{Bmatrix} \quad (2.96)$$

ガラーキン境界要素法との結合

ガラーキン境界要素法では, 有限要素法と同様に要素節点に音圧・粒子速度の未知数を定義し, 要素内は節点値から内挿する手法を採用しているため, 境界面において, 節点音圧, 節点粒子速度について共通の未知数を用いるだけで連続条件を課す事が可能である。この時, BEM と FEM で音圧・粒子速度の内挿関数は, 計算の都合上は, 必ずしも同一のものを使用する必要はない (要素内で適合していなくても良い)。ただし, 厳密には要素内部で不連続を生じていることとなり, 適合している場合よりも細かい要素分割が要求される。以下ではガラーキン境界要素法がより有利となる半自由空間上の音場と有限要素法による音場との結合法について述べる。

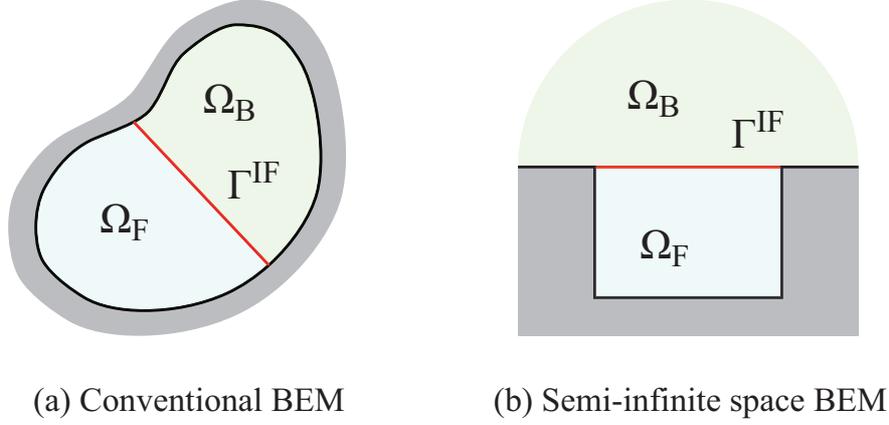


Fig. 2.5: Coupling models of BEM and FEM.

■半自由空間を記述するガラーキ境界要素領域との結合 半自由空間中のガラーキ境界要素領域では Eq.(2.81) から次式が成り立つ。

$$[\mathbf{Q}^G]\{\mathbf{p}_B^G\} - 2j\omega\rho[\mathbf{G}_C^{Gv}]\{\mathbf{v}_{BC}^f\} = \{\mathbf{p}_D^G\} \quad (2.97)$$

ただし, $\{\mathbf{p}_B^G\}$ は境界面における節点音圧ベクトル, $\{\mathbf{v}_{BC}^f\}$ は連成境界面における節点粒子速度ベクトル, $\{\mathbf{p}_D^G\}$ は外力ベクトルである。

一方, 有限要素領域においては Eq.(2.43) より以下の方程式が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}_{FF}^F] & [\mathbf{A}_{FC}^F] \\ [\mathbf{A}_{CF}^F] & [\mathbf{A}_{CC}^F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{p}_F^F\} \\ \{\mathbf{p}_C^F\} \end{Bmatrix} - j\omega\rho \begin{bmatrix} [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{Q}_C^F] \end{bmatrix} \{\mathbf{v}_C^F\} = j\omega\rho \begin{bmatrix} [\mathbf{Q}_C^F] \\ [\mathbf{0}] \end{bmatrix} \{\mathbf{v}_F^F\} \quad (2.98)$$

ただし, $\{\mathbf{p}_F^F\}, \{\mathbf{p}_C^F\}$ はそれぞれ領域内, 及び連成境界面における節点音圧ベクトル, $\{\mathbf{v}_F^F\}, \{\mathbf{v}_C^F\}$ はそれぞれ領域内, 及び連成境界面における節点粒子速度ベクトルである。

連成面上の音圧, 粒子速度について $\{\mathbf{p}_B^G\} = \{\mathbf{p}_C^F\}, \{\mathbf{v}_{BC}^f\} = -\{\mathbf{v}_C^F\}$ の条件を課すことで以下の音響-音響連成系の全体マトリックスが得られる。

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}_{FF}^F] & [\mathbf{A}_{FC}^F] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{A}_{CF}^F] & [\mathbf{A}_{CC}^F] & -j\omega\rho[\mathbf{Q}_C^F] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{Q}^G] & 2j\omega\rho[\mathbf{G}_C^{Gv}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{p}_F^F\} \\ \{\mathbf{p}_C^F\} \\ \{\mathbf{v}_C^F\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} j\omega\rho[\mathbf{Q}_C^F]\{\mathbf{v}_F^F\} \\ \{\mathbf{0}\} \\ \{\mathbf{p}_D^G\} \end{Bmatrix} \quad (2.99)$$

ここで, 有限要素法における音圧, 粒子速度及び境界要素法における音圧に対し同一の内挿関数を用いる場合, $[\mathbf{Q}^G] = [\mathbf{Q}_C^F]$ である。さらに上式第三行に $-j\omega\rho$ を乗じると上式は以下のように対称化される。

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}_{FF}^F] & [\mathbf{A}_{FC}^F] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{A}_{CF}^F] & [\mathbf{A}_{CC}^F] & -j\omega\rho[\mathbf{Q}_C^F] \\ [\mathbf{0}] & -j\omega\rho[\mathbf{Q}_C^F] & 2\omega^2\rho^2[\mathbf{G}_C^{Gv}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{p}_F^F\} \\ \{\mathbf{p}_C^F\} \\ \{\mathbf{v}_C^F\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} j\omega\rho[\mathbf{Q}_C^F]\{\mathbf{v}_F^F\} \\ \{\mathbf{0}\} \\ -j\omega\rho\{\mathbf{p}_D^G\} \end{Bmatrix} \quad (2.100)$$

2.3 弾性体振動場の数値解析理論

2.3.1 弾性体振動場の基礎方程式

均質かつ等方的な弾性体中を振動が伝搬する時、弾性体中の微小部分で、各方向について内力と慣性力の釣り合いは以下のように書く事が出来る。

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} - \rho_s \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} - \rho_s \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - \rho_s \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= 0\end{aligned}\quad (2.101)$$

ここで、 u_x, u_y, u_z は各軸方向の変位である。また、 $\sigma_{..}$ は微小部分に働く応力を表し、下付き添字について、一つ目は応力の働く面、二つ目は応力の働く方向を表している。また、 ρ_E は物質の密度である。これらの応力成分を2階のテンソル $\underline{\underline{\sigma}}^E$ として表記し、上の3式をまとめると下式のように書く事が出来る。

$$\text{div} \underline{\underline{\sigma}}^E - \rho_E \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.102)$$

ただし、

$$\begin{aligned}\text{div} \underline{\underline{\sigma}}^E &= \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}^T \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right\}^T \\ &= \left\{ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \quad \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} \quad \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right\}^T\end{aligned}\quad (2.103)$$

また、歪み-応力関係式は次式で表される。

$$\underline{\underline{\sigma}}^E = \lambda_E \text{div} \mathbf{u} \mathbf{1} + 2\mu_E \underline{\underline{\varepsilon}}^E \quad (2.104)$$

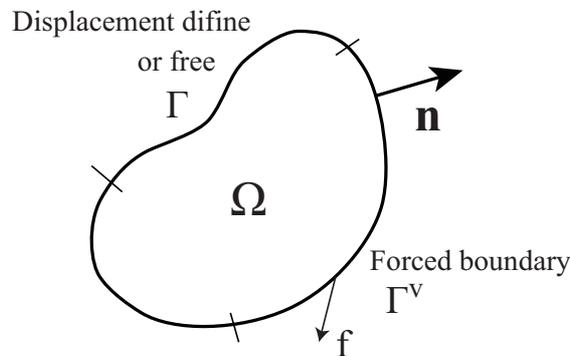


Fig. 2.6: Analytical model for elastic body field.

ここで、 λ_E, μ_E はそれぞれ lame の第一、第二係数であり、ヤング率 E 及びポアソン比 ν を用いて以下のように書ける。

$$\lambda_E = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu_E = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.105)$$

$\underline{\underline{1}}$ は単位テンソル、 $\underline{\underline{\varepsilon}}^E$ は歪みテンソルであり各成分は次式で定義される。

$$\varepsilon_{ij}^E = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad (i, j = x, y, z) \quad (2.106)$$

ここで、調和振動を仮定すると、定常状態における弾性体振動場の基礎方程式は以下のように書ける。

$$\operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}}^E + \rho_E \omega^2 \mathbf{u} = 0 \quad (2.107)$$

2.3.2 有限要素法による弾性体振動場の解析

偏微分方程式の弱形式化

Eq.(2.107) の両辺に仮想変位 $\delta \mathbf{u}$ を掛け、定義領域 Ω 中で積分することで次式が得られる。

$$\int_{\Omega} (\delta \mathbf{u} \cdot \operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}}^E + \rho_E \omega^2 \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) dV = 0 \quad (2.108)$$

上式、第一項は以下のように変形することができる。 $(i, j = x, y, z)$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \delta \mathbf{u} \cdot \operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}}^E dV &= \int_{\Omega} \sum_i \sum_j \delta u_j \frac{\partial \sigma_{ij}^E}{\partial i} dV \\ &= \int_{\Omega} \sum_i \sum_j \left\{ \frac{\partial}{\partial i} (\delta u_j \cdot \sigma_{ij}^E) - \frac{\partial \delta u_j}{\partial i} \sigma_{ij}^E \right\} dV \end{aligned} \quad (2.109)$$

$$= \int_{\Omega} \sum_i \sum_j \left\{ \frac{\partial}{\partial i} (\delta u_j \cdot \sigma_{ij}^E) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \delta u_j}{\partial i} + \frac{\partial \delta u_i}{\partial j} \right) \sigma_{ij}^E \right\} dV \quad (2.110)$$

$$= \int_{\Omega} \left(\nabla \cdot (\delta \mathbf{u} \cdot \underline{\underline{\sigma}}^E) - \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^E : \underline{\underline{\sigma}}^E \right) dV \quad (2.111)$$

$$= \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u} \cdot \underline{\underline{\sigma}}^E \cdot \mathbf{n} dS - \int_{\Omega} \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^E : \underline{\underline{\sigma}}^E dV \quad (2.112)$$

Eq. (2.109) から Eq. (2.110) の変形では応力テンソルの対称性を利用している。さらに、Eq. (2.111) から Eq. (2.112) の変形では Eq. (2.111) の第一項に発散定理を適用している。また、Eq. (2.112) における $:$ は行列の内積を表す演算子である。

以上の関係から、Eq.(2.108) は弱形式として下式で表される。

$$\int_{\Omega} \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^E : \underline{\underline{\sigma}}^E dV - \rho_E \omega^2 \int_{\Omega} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} dV - \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u} \cdot \underline{\underline{\sigma}}^E \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (2.113)$$

積分方程式の離散化

ここでは、Eq.(2.113) にガラーキン法を適用し、数値的に解く事ができる形式に変形する事を考える。積分領域を N 個の要素に分割し、各要素内について Eq.(2.113) を評価し、領域全体でその影響を重ね合わせることを考える。ここで、ある要素内の任意点で変位 $\mathbf{u} = \{u_x, u_y, u_z\}^T$ を要素節点における値 $\mathbf{u}^i = \{u_x^i, u_y^i, u_z^i\}^T$ と内挿関数 N_i を用いて次式で近似する。

$$\mathbf{u} = \sum_i N_i \mathbf{u}^i \quad (2.114)$$

ここで $[\mathbf{N}]$ なるマトリックス, $\{\mathbf{u}_e\}$ なるベクトルをそれぞれ次式のように定義する。

$$[\mathbf{N}] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \dots & N_I & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \dots & 0 & N_I & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \dots & 0 & 0 & N_I \end{bmatrix} \quad (2.115)$$

$$\{\mathbf{u}_e\} = \{u_x^1, u_y^1, u_z^1, \dots, u_x^I, u_y^I, u_z^I\}^T \quad (2.116)$$

これらを用いると、Eq.(2.114) は次式のようにマトリックス・ベクトル積として表すことができる。

$$\mathbf{u} = [\mathbf{N}]\{\mathbf{u}_e\} \quad (2.117)$$

さらに、ガラーキン法では仮想変位 $\delta\mathbf{u}$ を試験関数と同一にとる。

$$\delta\mathbf{u} = [\mathbf{N}]\{\delta\mathbf{u}_e\} \quad (2.118)$$

以上の関係を用い、Eq.(2.113) を各要素内におけるマトリックス形式として表し、最終的に全体マトリックスを構築する過程を以下に示す。

要素マトリックスの導出

はじめに、ある要素 e について Eq.(2.113) の第一項を考える。ここでは均質、等方性の媒質を考えているため、応力テンソル、歪みテンソルは対称テンソルである。従って、9つの成分のうち独立な成分は6つであり、Eq.(2.113) 第一項におけるマトリックスの内積は次式のように書く事ができる。

$$\begin{aligned} \delta\boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\sigma} &= \delta\varepsilon_{xx}\sigma_{xx} + \delta\varepsilon_{yy}\sigma_{yy} + \delta\varepsilon_{zz}\sigma_{zz} + \delta\varepsilon_{xy}\sigma_{xy} + \delta\varepsilon_{yz}\sigma_{yz} + \delta\varepsilon_{zx}\sigma_{zx} \\ &\quad + \delta\varepsilon_{yx}\sigma_{yx} + \delta\varepsilon_{zy}\sigma_{zy} + \delta\varepsilon_{xz}\sigma_{xz} \\ &= \delta\varepsilon_{xx}\sigma_{xx} + \delta\varepsilon_{yy}\sigma_{yy} + \delta\varepsilon_{zz}\sigma_{zz} + 2\delta\varepsilon_{xy}\sigma_{xy} + 2\delta\varepsilon_{yz}\sigma_{yz} + 2\delta\varepsilon_{zx}\sigma_{zx} \\ &= \{\delta\boldsymbol{\varepsilon}\}^T \cdot \{\boldsymbol{\sigma}\} \end{aligned} \quad (2.119)$$

ここで、応力テンソル、歪みテンソルに対し、以下のようなベクトル表記を導入した。

$$\{\boldsymbol{\sigma}\} = \{\sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{zx}\}^T \quad (2.120)$$

$$\{\delta\boldsymbol{\varepsilon}\} = \{\delta\varepsilon_{xx} \quad \delta\varepsilon_{yy} \quad \delta\varepsilon_{zz} \quad 2\delta\varepsilon_{xy} \quad 2\delta\varepsilon_{yz} \quad 2\delta\varepsilon_{zx}\}^T \quad (2.121)$$

Eq.(2.121) は Eq.(2.106) より以下のように書ける。

$$\begin{pmatrix} \delta\varepsilon_{xx} \\ \delta\varepsilon_{yy} \\ \delta\varepsilon_{zz} \\ 2\delta\varepsilon_{xy} \\ 2\delta\varepsilon_{yz} \\ 2\delta\varepsilon_{zx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial\delta u_x}{\partial x} \\ \frac{\partial\delta u_y}{\partial y} \\ \frac{\partial\delta u_z}{\partial z} \\ \frac{\partial\delta u_x}{\partial y} + \frac{\partial\delta u_y}{\partial x} \\ \frac{\partial\delta u_y}{\partial z} + \frac{\partial\delta u_z}{\partial y} \\ \frac{\partial\delta u_z}{\partial x} + \frac{\partial\delta u_x}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta u_x \\ \delta u_y \\ \delta u_z \end{Bmatrix} \quad (2.122)$$

さらにある要素 e の内部で変位を Eq.(2.117) により近似することから、

$$\begin{pmatrix} \delta\varepsilon_{xx} \\ \delta\varepsilon_{yy} \\ \delta\varepsilon_{zz} \\ 2\delta\varepsilon_{xy} \\ 2\delta\varepsilon_{yz} \\ 2\delta\varepsilon_{zx} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \dots & N_I & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \dots & 0 & N_I & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \dots & 0 & 0 & N_I \end{bmatrix} \{\delta\mathbf{u}_e\} \quad (2.123)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial N_I}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial z} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_I}{\partial y} & \frac{\partial N_I}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial z} & \frac{\partial N_I}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_I}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial x} \end{bmatrix} \{\delta\mathbf{u}_e\} \quad (2.124)$$

$$= [\mathbf{B}]\{\delta\mathbf{u}_e\} \quad (2.125)$$

と書く事が出来る。ここで、 $[\mathbf{B}]$ は以下のように定義した。

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial N_I}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial z} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_I}{\partial y} & \frac{\partial N_I}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial z} & \frac{\partial N_I}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_I}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.126)$$

次に、Eq.(2.104) の関係をベクトル表記で表すと下式のように書ける。

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_E + 2\mu_E & \lambda_E & \lambda_E & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_E & \lambda_E + 2\mu_E & \lambda_E & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_E & \lambda_E & \lambda_E + 2\mu_E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_E \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{pmatrix} \quad (2.127)$$

同様にある要素 e については以下のように書ける。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} = [\mathbf{D}][\mathbf{B}]\{\mathbf{u}_e\} \quad (2.128)$$

ここで、 $[\mathbf{D}]$ は弾性マトリックスであり、以下のように定義した。

$$[\mathbf{D}] = \begin{bmatrix} \lambda_E + 2\mu_E & \lambda_E & \lambda_E & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_E & \lambda_E + 2\mu_E & \lambda_E & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_E & \lambda_E & \lambda_E + 2\mu_E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_E \end{bmatrix} \quad (2.129)$$

以上の関係から、Eq.(2.113) の第一項は

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^E : \underline{\underline{\sigma}}^E dV &= \int_{\Omega} \{\delta \underline{\underline{\varepsilon}}\}^T \cdot \{\underline{\underline{\sigma}}\} dV \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e\}^T \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dV \{\mathbf{u}_e\} \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{K}_e^E] \{\mathbf{u}_e\} \end{aligned} \quad (2.130)$$

となる。ここで、 $[\mathbf{K}_e^E]$ は要素剛性マトリックスであり、以下のように定義した。

$$[\mathbf{K}_e^E] = \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dV \quad (2.131)$$

続いて、Eq.(2.113) の第二項は、同様に要素内で変位を Eq.(2.117) で近似していることから、

$$\begin{aligned} \rho_E \int_{\Omega_e} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} dV &= \rho_E \int_{\Omega_e} \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] \{\mathbf{u}_e\} dV \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{M}_e^E] \{\mathbf{u}_e\} \end{aligned} \quad (2.132)$$

と書く事ができる。ここで要素慣性マトリックス $[\mathbf{M}_e^E]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{M}_e^E] = \rho_E \int_{\Omega_e} [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] dV \quad (2.133)$$

最後に、Eq.(2.113) の第三項は境界における減衰や加振、異種媒質との連続条件を表す項である。ここではある力 $\mathbf{f}_e = \{f_x, f_y, f_z\}$ により加振される境界を考える。即ち、境界において $\underline{\underline{\sigma}} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f}_e$ が規定され、要素にわたって一定値であるとする。この時、Eq.(2.113) の第三項は

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_y^e} \delta \mathbf{u} \cdot \underline{\underline{\sigma}}^E \cdot \mathbf{n} dS &= \int_{\Gamma_y^e} \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{f}_e\} dS \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{Q}_e^E] \{\mathbf{f}_e\} \end{aligned} \quad (2.134)$$

と書くことが出来る。ここで、外力ベクトル $[\mathbf{Q}_e^E]$ は以下のように定義した。

$$[\mathbf{Q}_e^E] = \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}]^T dS \quad (2.135)$$

各種媒質境界面における連続条件及び、その時の Eq.(2.113) 第三項は 2.4 節においてまとめて示すこととする。

全体マトリックスの構築

音響系と同様に、要素マトリックスを重ね合わせ、全体剛性、慣性マトリックスを以下のように与える。

$$\begin{aligned} [\mathbf{K}^E] &= \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{K}_e^E] \\ [\mathbf{M}^E] &= \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{M}_e^E] \end{aligned}$$

また、外力条件も同様に以下のようなマトリックス・ベクトル積の形式で与える。

$$\begin{aligned} \sum_{e \in \Gamma_v} \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{f}_e\} dS &= [[\mathbf{Q}_1^E] \quad [\mathbf{Q}_2^E] \quad \dots \quad [\mathbf{Q}_e^E] \quad \dots] \begin{Bmatrix} \{\mathbf{f}_1^E\} \\ \{\mathbf{f}_2^E\} \\ \vdots \\ \{\mathbf{f}_e^E\} \\ \vdots \end{Bmatrix} \\ &= [\mathbf{Q}^E] \{\mathbf{f}^E\} \end{aligned} \quad (2.136)$$

ここで、 $\{\mathbf{f}^E\}$ は振動境界の要素数 $\times 3$ 自由度分の長さを持つ全境界面外力ベクトルである。 $[\mathbf{Q}^E]$ は境界上の外力に関する全体適合マトリックスである。

全節点仮想変位ベクトル $\{\delta \mathbf{u}\}$ 、全節点変位ベクトル $\{\mathbf{u}\}$ を用いると、Eq.(2.113) はマトリックス形式で以下のように書く事が出来る。

$$\{\delta \mathbf{u}\}^T (([\mathbf{K}^E] - \omega^2 [\mathbf{M}^E]) \{\mathbf{u}\} - [\mathbf{Q}^E] \{\mathbf{f}^E\}) = \{0\} \quad (2.137)$$

仮想変位によらず上式が成立する為には

$$([\mathbf{K}^E] - \omega^2 [\mathbf{M}^E]) \{\mathbf{u}\} = [\mathbf{Q}^E] \{\mathbf{f}^E\} \quad (2.138)$$

が要求される。

2.4 板振動場の数値解析理論

2.4.1 板振動場の基礎方程式

板振動場としてここでは Kirchhoff の薄板理論について定式化を行う。平板が $z = 0$ の xy 平面上にあるものとする。Mindlin の厚板や Kirchhoff の薄板における仮定を 4 つ以下に示す。

1. 面内方向の変形は板断面にわたって線形に変化する。
2. 板中のある点 (x, y, z) の z 方向の変位は z に依存しない。
3. 中立面の変位は z 方向にのみ生じる。
4. z 方向に対する垂直応力は生じない。

さらに Kirchhoff の薄板理論では次のような仮定を行う。

5. 中立面に対する垂線は、変形後も中立面に垂直である。

板を扁平な弾性体振動場として捉えた場合、仮定 1, 2, 3 より、三次元的な変位が次式のように表される。

$$u_\alpha(x, y, z) = \Psi_\alpha(x, y)z \quad (\alpha = x, y) \quad (2.139)$$

$$u_z(x, y, z) = w(x, y) \quad (2.140)$$

ここで、 Ψ_α は αz 平面における平板の回転角、 w は平板の面外方向変位である (Fig.2.7)。

さらに、仮定 5 より面外方向変位と回転角の間には次式の関係が成立する。

$$\Psi_\alpha(x, y) = -\frac{\partial w}{\partial \alpha} \quad (\alpha = x, y) \quad (2.141)$$

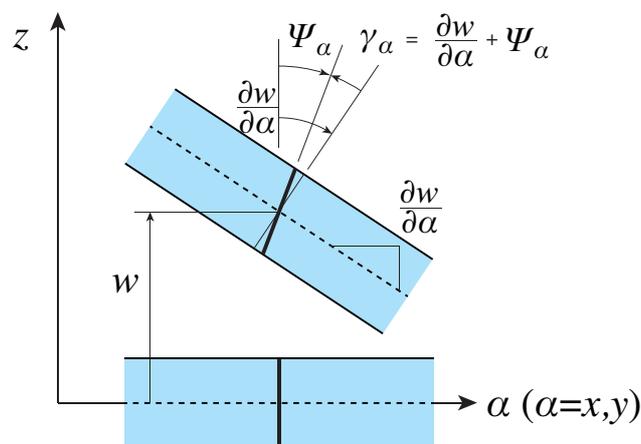


Fig. 2.7: Plate kinematics and definition of rotations.

よって、Fig.2.7 よりせん断ひずみ成分 γ_α は 0 となり、歪みテンソルの各成分 ε_{ij}^p は Eq. (2.106) に Eq. (2.139), Eq. (2.140) を用いて次式のように書くことができる。

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^p = -z \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta}, \quad \varepsilon_{\alpha z}^p = \varepsilon_{z\alpha}^p = 0, \quad \varepsilon_{zz}^p = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\alpha, \beta = x, y) \quad (2.142)$$

ここで、仮定 2 によれば上式の ε_{zz}^p は 0 であるが、 x, y 方向の直応力が有限の値を持つ場合、Eq.(2.104) の関係から仮定 4 と矛盾が生じることは明らかである。そこで、仮定 4 をもとに ε_{zz}^p を差し替える。Eq. (2.104) の σ_{zz}^s に 0 を代入し、 ε_{zz}^s について解くことで次式が導出される。

$$\varepsilon_{zz}^p = -\frac{\lambda}{2\mu + \lambda} (\varepsilon_{xx}^p + \varepsilon_{yy}^p) \quad (2.143)$$

これをさらに Eq. (2.104) に代入することで、 $(i, j = x, y, z)$ としたとき応力テンソルの各成分 σ_{ij}^p は次式で表される。

$$\sigma_{ij}^p = 2\mu \varepsilon_{ij}^p + \frac{2\mu\lambda}{2\mu + \lambda} (\varepsilon_{xx}^p + \varepsilon_{yy}^p) \delta_{ij} \quad (i, j) \neq (z, z) \quad (2.144)$$

これが Kirchhoff の平板理論における歪み-応力関係式である。

次に、支配方程式の導出をモーメントを用いて行う。Fig.2.8 のような向きのモーメントテンソルの各成分 $M_{\alpha\beta}$ は応力 $\sigma_{\alpha\beta}^p$ を板厚方向に積分し、次式で与えられる ($\alpha, \beta = x, y$)。

$$M_{\alpha\beta} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{\alpha\beta}^p z dz \quad (2.145)$$

ここで、 z は中立面を原点とした板厚さ方向の座標値であり、 h を平板の板厚とすると板裏面で $z = -h/2$ 、板表面で $z = h/2$ である。なお、Eq.(2.142), Eq.(2.144), Eq.(2.145) より、モーメントテンソルの各成分は変位 w を用いて次式で表される。

$$M_{\alpha\beta} = \mu \frac{h^3}{12} \left\{ -2 \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} + \frac{2\lambda}{2\mu + \lambda} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \delta_{\alpha, \beta} \right\} \quad (2.146)$$

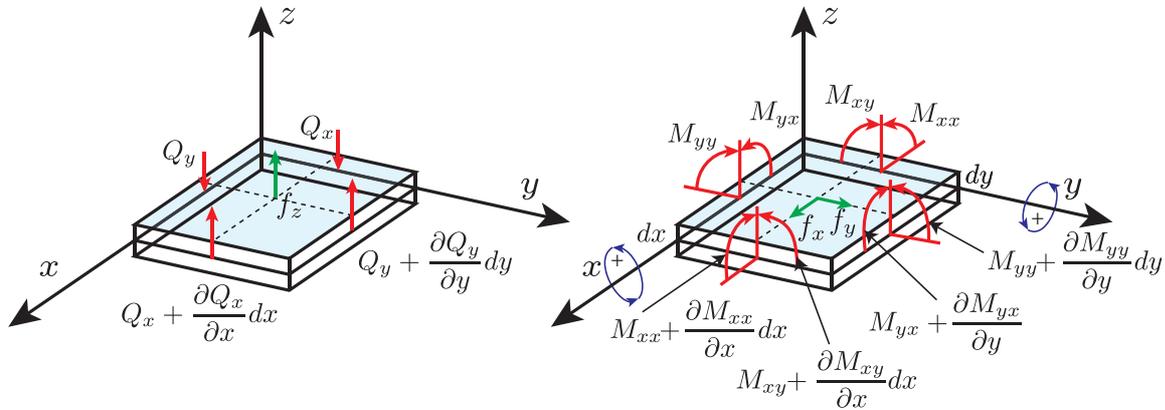


Fig. 2.8: Stresses on infinitesimal element.

一方、矩形要素の角運動量の効果が小さく無視できるとき、モーメント、せん断力及び板表面における面内外力に関し x, y 軸回りのモーメントのつり合いから以下の関係が得られる。

$$-Q_x = \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - z f_x \quad (2.147)$$

$$-Q_y = \frac{\partial M_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} - z f_y \quad (2.148)$$

上の2式において右辺第三項 f_x, f_y は板断面に単位面積あたり働く面内方向外力であり、各軸 + 方向を正方向とする。また、 z 方向の並進運動に関するせん断力、慣性力、面外外力のつり合いから以下の関係が導かれる。

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - h\rho_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + f_z = 0 \quad (2.149)$$

ここで、上式第三項は単位面積当たりの慣性力、 f_z は単位面積当たりに働く面外方向外力、 ρ_p は平板材料の密度である。

以上の関係から、調和振動を仮定し Eq. (2.147), Eq. (2.148), Eq. (2.149) より Q_x, Q_y を消去すると、定常状態における板表面で三次元的な外力 $\mathbf{f} = \{f_x, f_y, f_z\}$ が加わる場合の板振動場の基礎方程式が以下の様に見える。

$$\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} - h\rho_p \omega^2 w - z\frac{\partial f_x}{\partial x} - z\frac{\partial f_y}{\partial y} - f_z = 0 \quad (2.150)$$

2.4.2 有限要素法による板振動場の解析

偏微分方程式の弱形式化

Eq.(2.150) の両辺に仮想変位 δw を掛け、定義領域 Γ 中で積分することで次式が得られる。 ($\alpha, \beta = x, y$)

$$\int_{\Gamma} \left\{ \delta w \left(\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \frac{\partial^2 M_{\alpha\beta}}{\partial \alpha \partial \beta} \right) - z \delta w \left(\sum_{\alpha} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \alpha} \right) - \delta w f_z - \delta w h \rho_p \omega^2 w \right\} dS = 0 \quad (2.151)$$

上式、左辺第一項は以下のように変形することができる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} \delta w \left(\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \frac{\partial^2 M_{\alpha\beta}}{\partial \alpha \partial \beta} \right) dS \\ &= \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\delta w \frac{\partial M_{\alpha\beta}}{\partial \beta} \right) - \frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} \frac{\partial M_{\alpha\beta}}{\partial \beta} \right\} dS \end{aligned} \quad (2.152)$$

$$= \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\delta w \frac{\partial M_{\alpha\beta}}{\partial \beta} \right) - \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} M_{\alpha\beta} \right) + \frac{\partial^2 \delta w}{\partial \alpha \beta} M_{\alpha\beta} \right\} dS \quad (2.153)$$

$$= \int_{\partial\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\delta w n_{\alpha} \frac{\partial M_{\alpha\beta}}{\partial \beta} - \frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} n_{\beta} M_{\alpha\beta} \right) dL + \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\frac{\partial^2 \delta w}{\partial \alpha \beta} M_{\alpha\beta} \right) dS \quad (2.154)$$

Eq. (2.153) から Eq. (2.154) の変形では Eq. (2.153) の第一項，第二項に発散定理を適用している。続いて，Eq.(2.151) 第二項は以下のように変形することができる。

$$\int_{\Gamma} z \delta w \left(\sum_{\alpha} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \alpha} \right) dS = z \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} (\delta w f_{\alpha}) - \frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} f_{\alpha} \right\} dS \quad (2.155)$$

$$= z \int_{\partial \Gamma} \sum_{\alpha} (\delta w f_{\alpha} n_{\alpha}) dL - z \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} f_{\alpha} \right) dS \quad (2.156)$$

$$= -z \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} f_{\alpha} \right) dS \quad (2.157)$$

Eq.(2.155) から Eq.(2.156) の変形では Eq.(2.155) の第一項に発散定理を適用している。Eq.(2.156) 第一項は面外変位と面内外力の仕事と見なせることから，その値は 0 である。以上の関係から，Eq.(2.151) は弱形式として下式で表される。

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\frac{\partial^2 \delta w}{\partial \alpha \partial \beta} M_{\alpha \beta} \right) dS - h \rho_p \omega^2 \int_{\Gamma} \delta w w dS - \int_{\Gamma} \delta w f_z dS \\ & + z \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} f_{\alpha} \right) dS + \int_{\partial \Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\delta w n_{\alpha} \frac{\partial M_{\alpha \beta}}{\partial \beta} - \frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} n_{\beta} M_{\alpha \beta} \right) dL = 0 \end{aligned} \quad (2.158)$$

積分方程式の離散化

ここでは，Eq.(2.158) にガラーキン法を適用し，数値的に解くことができる形式に変形することを考える。積分領域を N 個の要素に分割し，各要素内について Eq.(2.158) を評価し，領域全体でその影響を重ね合わせることを考える。ここで，要素節点 i における変位ベクトルを次式のように板の面外変位とたわみ角で定義する。なおここでは右手系座標系を用い，各軸の右ねじ方向を回転角の正方向とし定式化を行う。

$$\mathbf{w} = \begin{Bmatrix} w \\ \theta_x (= \partial w / \partial y) \\ \theta_y (= -\partial w / \partial x) \end{Bmatrix} \quad (2.159)$$

ある要素内の任意点での変位 w を要素節点における変位ベクトル $\mathbf{w}^i = \{w^i, \theta_x^i, \theta_y^i\}^T$ と内挿関数近似 $N_w^i, N_{\theta_x}^i, N_{\theta_y}^i$ を用いて次式で近似する。

$$w = \sum_i (N_w^i w^i + N_{\theta_x}^i \theta_x^i + N_{\theta_y}^i \theta_y^i) \quad (2.160)$$

ここで $\{\mathbf{N}^p\}$ なるベクトル， $\{\mathbf{w}_e\}$ なるベクトルをそれぞれ次式のように定義する。

$$\{\mathbf{N}^p\} = \{N_w^1 \quad N_{\theta_x}^1 \quad N_{\theta_y}^1 \quad \dots \quad N_w^I \quad N_{\theta_x}^I \quad N_{\theta_y}^I\} \quad (2.161)$$

$$\{\mathbf{w}_e\} = \{w^1, \theta_x^1, \theta_y^1, \dots, w^I, \theta_x^I, \theta_y^I\}^T \quad (2.162)$$

これらを用いると，Eq.(2.160) は次式のようにベクトル積として表すことができる。

$$w = \{\mathbf{N}^p\} \{\mathbf{w}_e\} \quad (2.163)$$

さらに、ガラーキソ法では仮想変位 δw を試験関数と同一にとる。

$$\delta w = \{\mathbf{N}^p\}\{\delta \mathbf{w}_e\} \quad (2.164)$$

以上の関係を用い、Eq.(2.158) を各要素内におけるマトリックス形式として表し、最終的に全体マトリックスを構築する過程を以下に示す。

要素マトリックスの導出

はじめに、ある要素 e について Eq.(2.158) の第一項を考える。ここでは均質、等方性の平板を考えているため、モーメントテンソルの4つの成分のうち独立な成分は3つであり、Eq.(2.158) 第一項の積は次式のように書く事ができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial \alpha \beta} M_{\alpha \beta} &= \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} M_{xx} + \frac{\partial^2 \delta w}{\partial xy} M_{xy} + \frac{\partial^2 \delta w}{\partial yx} M_{yx} + \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} M_{yy} \\ &= M_{xx} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} M_{xy} + \frac{\partial^2 \delta w}{\partial yx} 2M_{yx} \\ &= \{\delta R\}^T \cdot \{M\} \end{aligned} \quad (2.165)$$

ここで、以下のようなベクトル表記を導入した。

$$\{\delta R\} = \left\{ \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} \quad 2 \frac{\partial^2 \delta w}{\partial yx} \right\}^T \quad (2.166)$$

$$\{M\} = \{M_{xx} \quad M_{yy} \quad M_{xy}\}^T \quad (2.167)$$

さらにある要素 e の内部で変位を Eq.(2.163) により近似することから、

$$\{\delta R\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} [N_w^1 \quad N_{\theta_x}^1 \quad N_{\theta_y}^1 \quad \dots \quad N_w^I \quad N_{\theta_x}^I \quad N_{\theta_y}^I] \{\delta \mathbf{w}_e\} \quad (2.168)$$

$$= [\mathbf{B}]\{\delta \mathbf{w}_e\} \quad (2.169)$$

と書くことができる。ここで、 $[\mathbf{B}]$ は以下のように定義した。

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} N_w^1 & \frac{\partial^2}{\partial x^2} N_{\theta_x}^1 & \frac{\partial^2}{\partial x^2} N_{\theta_y}^1 & \dots & \frac{\partial^2}{\partial x^2} N_w^I & \frac{\partial^2}{\partial x^2} N_{\theta_x}^I & \frac{\partial^2}{\partial x^2} N_{\theta_y}^I \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} N_w^1 & \frac{\partial^2}{\partial y^2} N_{\theta_x}^1 & \frac{\partial^2}{\partial y^2} N_{\theta_y}^1 & \dots & \frac{\partial^2}{\partial y^2} N_w^I & \frac{\partial^2}{\partial y^2} N_{\theta_x}^I & \frac{\partial^2}{\partial y^2} N_{\theta_y}^I \\ 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} N_w^1 & 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} N_{\theta_x}^1 & 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} N_{\theta_y}^1 & \dots & 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} N_w^I & 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} N_{\theta_x}^I & 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} N_{\theta_y}^I \end{bmatrix} \quad (2.170)$$

次に、Eq.(2.146) の関係を Eq.(2.106) を用いてベクトル表記で表すと下式のように書ける。

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E_p(1 + j\eta_p)h_p^3}{12(1 - \nu_p^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_p & 0 \\ \nu_p & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu_p)/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.171)$$

同様にある要素 e については以下のように書ける。

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = [\mathbf{D}][\mathbf{B}]\{\mathbf{w}_e\} \quad (2.172)$$

ここで、 $[\mathbf{D}]$ は弾性マトリックスであり、以下のように定義した。

$$[\mathbf{D}] = \frac{E_p(1 + j\eta_p)h_p^3}{12(1 - \nu_p^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_p & 0 \\ \nu_p & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu_p)/2 \end{bmatrix} \quad (2.173)$$

以上の関係から、Eq.(2.158) の第一項は

$$\int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\frac{\partial^2 \delta w}{\partial \alpha \beta} M_{\alpha\beta} \right) dS = \{\delta R\}^T \cdot \{M\} \quad (2.174)$$

$$\begin{aligned} &= \{\delta \mathbf{w}_e\}^T \int_{\Gamma_e} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dS \{\mathbf{w}_e\} \\ &= \{\delta \mathbf{w}_e\}^T [\mathbf{K}_e^{\mathbf{P}}] \{\mathbf{w}_e\} \end{aligned} \quad (2.175)$$

となる。ここで、 $[\mathbf{K}_e^{\mathbf{P}}]$ は要素剛性マトリックスであり、以下のように定義した。

$$[\mathbf{K}_e^{\mathbf{P}}] = \int_{\Gamma_e} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dS \quad (2.176)$$

続いて、Eq.(2.158) の第二項は、同様に要素内で変位を Eq.(2.163) で近似していることから、

$$\begin{aligned} h\rho_p \int_{\Gamma_e} \delta w \cdot w dS &= h\rho_p \int_{\Gamma_e} \{\delta \mathbf{w}_e\}^T \{\mathbf{N}^{\mathbf{P}}\}^T \{\mathbf{N}^{\mathbf{P}}\} \{\mathbf{w}_e\} dS \\ &= \{\delta \mathbf{w}_e\}^T [\mathbf{M}_e^{\mathbf{P}}] \{\mathbf{w}_e\} \end{aligned} \quad (2.177)$$

と書く事ができる。ここで要素慣性マトリックス $[\mathbf{M}_e^{\mathbf{P}}]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{M}_e^{\mathbf{P}}] = h\rho_p \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}^{\mathbf{P}}\}^T \{\mathbf{N}^{\mathbf{P}}\} dS \quad (2.178)$$

次に、Eq.(2.158) の第三項は平板に加わる面外方向の外力をあらわす項である。単位面積あたり f_z の力による板表面への加振を考える。この時、Eq.(2.158) の第三項は

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} \delta w f_z dS &= \int_{\Gamma} \{\delta \mathbf{w}_e\}^T \{\mathbf{N}^{\mathbf{P}}\}^T \{\mathbf{f}_e\} dS \\ &= \{\delta \mathbf{w}_e\}^T [\mathbf{Q}_e^{\mathbf{P}}] \{\mathbf{f}_e\} \end{aligned} \quad (2.179)$$

と書く事が出来る。ここで、外力ベクトル $\{\mathbf{Q}_e^{\mathbf{P}}\}$ は以下のように定義した。

$$\{\mathbf{Q}_e^{\mathbf{P}}\} = \int_{\Gamma} \{\mathbf{N}^{\mathbf{P}}\}^T dS \quad (2.180)$$

Eq.(2.158) の第四項は平板表面に加わる面内方向の外力をあらわす項である。現実的な問題としては板への加振力は上に示した面外方向のみと考えられる場合が多い。従って、本論文でもこれらの項は後述する三次元弾性体、多孔質弾性体との連成問題の場合のみ考慮することとする。

最後に、Eq.(2.158)の第五項は境界における減衰や加振、異種媒質との連続条件を表す項である。 x, y 方向の微分を垂直な方向 n と境界に平行な方向 s に分解すると、以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} & \int_{\partial\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\delta w n_{\alpha} \frac{\partial M_{\alpha\beta}}{\partial \beta} - \frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} n_{\beta} M_{\alpha\beta} \right) dL \\ &= \int_{\partial\Gamma} \left\{ \frac{\partial \delta w}{\partial n} M_n + \frac{\partial \delta w}{\partial s} M_s - \delta w \left(\frac{\partial M_n}{\partial n} + \frac{\partial M_s}{\partial s} \right) \right\} dL \end{aligned} \quad (2.181)$$

$$= \int_{\partial\Gamma} \left\{ \frac{\partial \delta w}{\partial n} M_n - \delta w \left(\frac{\partial M_n}{\partial n} + 2 \frac{\partial M_s}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial s} (\delta w M_s) \right\} dL \quad (2.182)$$

$$= \int_{\partial\Gamma} \left\{ \frac{\partial \delta w}{\partial n} M_n - \delta w \left(\frac{\partial M_n}{\partial n} + 2 \frac{\partial M_s}{\partial s} \right) \right\} dL + \int_{\partial\partial\Gamma} \{ \delta w n_s M_s \} dP \quad (2.183)$$

ただし、 $M_n = M_{\alpha\beta} \mathbf{n}_{\beta} \mathbf{n}_{\alpha}$ 、 $M_s = M_{\alpha\beta} \mathbf{n}_{\beta} \mathbf{s}_{\alpha}$ である。また、Eq. (2.182) から Eq. (2.183) の変形では Eq. (2.182) の第三項に発散定理を適用している。この式により、境界積分項は境界上での変位 δw と境界線に対する法線方向回転角 $\partial \delta w / \partial n$ 、法線方向曲げモーメント M_n 、及び板縁辺における有効せん断力 $(\partial M_n / \partial n + 2 \partial M_s / \partial s)$ [68] により表される事がわかる。

はじめに Fig.2.9 に示す板振動場における 4 つの基本境界条件を考える。これらの条件は何れも Eq.(2.183) に代入すると縁辺上の積分項が 0 となることから、これら 4 つの基本境界条件では境界積分項を考慮する必要がないことを表している。従って有限要素法においては変位、及び法線方向回転角についてのみ拘束条件を与えることでこれらの境界条件を考慮する事ができる。

次に、境界における減衰条件として境界線上の変位と回転角に対し有効せん断力を $Z_Q w$ 、境界に垂直な方向の曲げモーメントを $Z_M (\partial w / \partial n)$ と与える。ここで Z_Q をは並進運動の機械インピーダンス、 Z_M はモーメントインピーダンスである。このとき、(2.158)の第四項は以下のように変形される。

$$\begin{aligned} & \int_{\partial\Gamma} \left(\delta w Z_Q w + \frac{\partial \delta w}{\partial n} Z_M \frac{\partial w}{\partial n} \right) dL \\ &= \int_{\partial\Gamma_e} \left(Z_Q \{ \delta \mathbf{u}_e \}^T \{ \mathbf{N}^p \}^T \{ \mathbf{N}^p \} \{ \mathbf{u}_e \} + Z_M \{ \delta \mathbf{u}_e \}^T \frac{\partial}{\partial n} \{ \mathbf{N}^p \}^T \frac{\partial}{\partial n} \{ \mathbf{N}^p \} \{ \mathbf{u}_e \} \right) dL \\ &= \{ \delta \mathbf{u}_e \}^T [\mathbf{Z}_e^p] \{ \mathbf{u}_e \} \end{aligned} \quad (2.184)$$

ここで、境界条件に関するマトリックス $[\mathbf{Z}_e^p]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{Z}_e^p] = \int_{\partial\Gamma} \left(Z_Q \{ \mathbf{N}^p \}^T \{ \mathbf{N}^p \} + Z_M \frac{\partial}{\partial n} \{ \mathbf{N}^p \}^T \frac{\partial}{\partial n} \{ \mathbf{N}^p \} \right) dL \quad (2.185)$$

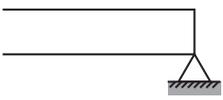
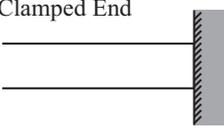
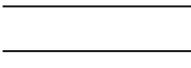
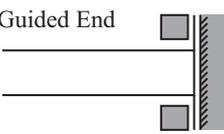
	Normal Moment $M_n = 0$	Normal Slope $\frac{\partial w}{\partial n} = 0$
Displacement $w = 0$	Simple Support End 	Clamped End 
Shear Force $\frac{\partial M_n}{\partial n} + 2\frac{\partial M_s}{\partial s} = 0$	Free End 	Guided End 

Fig. 2.9: Fundamental boundary condition for the bending plate.

全体マトリックスの構築

要素マトリックスを重ね合わせ、全体剛性、慣性マトリックスを以下のように与える。

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{K}^P] &= \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{K}_e^P] \\
 [\mathbf{M}^P] &= \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{M}_e^P] \\
 [\mathbf{Q}^P] &= [\mathbf{Q}_e^P] \{ \mathbf{f}_e^P \} \\
 [\mathbf{Z}^P] &= \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{Z}_e^P]
 \end{aligned}$$

全節点仮想変位ベクトル $\{\delta \mathbf{u}\}$ 、全節点変位ベクトル $\{\mathbf{u}\}$ を用いると、Eq.(2.113) はマトリックス形式で以下のように書く事が出来る。

$$\{\delta \mathbf{w}\}^T (([\mathbf{K}^P] + [\mathbf{Z}^P] - \omega^2 [\mathbf{M}^P]) \{\mathbf{w}\} - [\mathbf{Q}^P] \{\mathbf{f}^P\}) = \{0\} \quad (2.186)$$

仮想変位によらず上式が成立する為には

$$([\mathbf{K}^s] + [\mathbf{Z}^P] - \omega^2 [\mathbf{M}^s]) \{\mathbf{w}\} = [\mathbf{Q}^s] \{\mathbf{f}^s\} \quad (2.187)$$

が要求される。

板曲げ要素

本研究では Adini-Clough-Melosh の非適合長方形要素を用いる [1, 40]。3つの自由度をもつ節点が長方形要素の場合4つのあるため、各要素における自由度は12である。ここで、長方形の各辺を x 軸もしくは y 軸に平行になるようにとり、要素内の面外変位を近似する12項の4次多項式として w を次式で与える。

$$w \equiv \{\mathbf{P}\}^T \{\alpha\} \quad (2.188)$$

ただし、

$$\{\mathbf{P}\}^T = \{ 1, x, y, x^2, xy, y^2, x^3, x^2y, xy^2, y^3, x^3y, xy^3 \} \quad (2.189)$$

$$\{\alpha\}^T = \{ \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{11}, \alpha_{12} \} \quad (2.190)$$

である。

したがって回転角 θ_x, θ_y は以下のように表される。

$$\theta_x = \frac{\partial w}{\partial y} = \alpha_3 + \alpha_5 x + 2\alpha_6 y + 2\alpha_8 x^2 + 2\alpha_9 xy \quad (2.191)$$

$$+ 3\alpha_{10} y^2 + \alpha_{11} x^3 + 3\alpha_{12} xy^2 \quad (2.192)$$

$$\theta_y = -\frac{\partial w}{\partial x} = -\alpha_2 - 2\alpha_4 x - \alpha_5 y - 3\alpha_7 x^2 - 2\alpha_8 xy \quad (2.193)$$

$$- \alpha_9 y^2 - 3\alpha_{11} x^2 y - \alpha_{12} y^3 \quad (2.194)$$

α_1 から α_{12} までの定数を求めるため、節点 i の座標値 (x_i, y_i) を代入し連立方程式を立式する。これら 12 個すべての方程式は、まとめて以下のようなマトリクスとベクトルにより表現できる。

$$\{\mathbf{w}_e\} = [\mathbf{C}]\{\alpha\} \quad (2.195)$$

ただし、 $[\mathbf{C}]$ は節点座標の値により決まる 12×12 のマトリクスである。

ここで Eq. (2.188) は次式のように表せる。

$$w \equiv \{\mathbf{P}\}^T \{\alpha\} = \{\mathbf{P}\}^T [\mathbf{C}]^{-1} \{\mathbf{w}_e\} = \{\mathbf{N}^P\} \{\mathbf{w}_e\} \quad (2.196)$$

$$\{\mathbf{N}^P\} = \{\mathbf{P}\}^T [\mathbf{C}]^{-1} \quad (2.197)$$

$\{\mathbf{N}^P\}$ は要素内 z 方向変位 w のための内挿関数マトリックスである。

2.5 膜振動場の数値解析理論

2.5.1 膜振動場の基礎方程式

均質かつ等方的で、しなやかな膜中を振動が伝搬する時、膜の微小部分で張力による復元力と慣性力の膜の面外方向に関する釣り合いから以下の膜振動方程式が得られる。

$$T\nabla_m^2 u_m - \rho_m \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2} + f_z = 0 \quad (2.198)$$

ただし、 T, ρ_m, f_z, u_m はそれぞれ膜に働く張力及び膜の面密度、単位面積当りに加わる力、面外変位である。また、 ∇_m は膜面内のナブラであり、膜が xy 平面内で定義される場合 ∇_m^2 は以下のように表される。

$$\nabla_m = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (2.199)$$

ここで調和振動を仮定すると、定常状態における膜振動場の基礎方程式は以下のように書ける。

$$T\nabla_m^2 u_m + \rho_m \omega^2 u_m + f_z = 0 \quad (2.200)$$

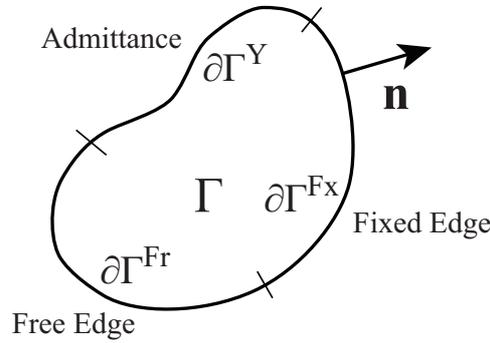


Fig. 2.10: Boundary conditions and domain notation for membrane vibration field.

2.5.2 有限要素法による膜振動場の解析

Eq.(2.200) は二次元空間における Helmholtz 方程式と等価である。従って、有限要素解析に関する定式化についても音場における定式化と共通する部分が多い。従って、以下では重複を避けるため、注意を要する部分を除き式変形の詳細は省略する。

偏微分方程式の弱形式化

Eq.(2.200) の両辺に仮想面外変位 δu^m を掛け、定義領域中で積分した以下の方程式を考える。

$$\int_{\Gamma} (T\delta u^m \nabla_m^2 u_m + \rho_m \omega^2 \delta u^m u^m + \delta u^m f_z) dS = 0 \quad (2.201)$$

上式第一項に二次元面内での Green の第一恒等式を適用し、整理すると以下の弱形式方程式が導かれる。

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} T \nabla_{\mathbf{m}} \delta u^{\mathbf{m}} \cdot \nabla_{\mathbf{m}} u^{\mathbf{m}} dS - \int_{\Gamma} \rho_{\mathbf{m}} \omega^2 \delta u^{\mathbf{m}} u^{\mathbf{m}} dS \\ - \int_{\Gamma} \delta u^{\mathbf{m}} f_z dS - T \int_{\partial\Gamma} \delta u^{\mathbf{m}} \frac{\partial u^{\mathbf{m}}}{\partial n} dL = 0 \end{aligned} \quad (2.202)$$

積分方程式の離散化

ここでは Eq.(2.202) にガラーキン法を適用し、数値的に解く事が出来る形式に変形する過程を示す。領域を N 個の要素に分割し、各要素について Eq.(2.202) を評価し、領域全体でその影響を重ね合わせる事を考える。ここで、ある要素内の任意点で面外変位 $u_{\mathbf{m}}$ を要素節点における値 $u_{\mathbf{m}}^i$ と内挿関数 N_i を用いて次式で近似する。

$$\begin{aligned} u^{\mathbf{m}} &= \sum_i N_i u^{\mathbf{m}i} \\ &= [\mathbf{N}^{\mathbf{m}}] \{\mathbf{u}^{\mathbf{m}}\} \end{aligned} \quad (2.203)$$

ただし、 $[\mathbf{N}^{\mathbf{m}}] = [N_1, N_2, N_3, \dots, N_I]$, $\{\mathbf{u}_{\mathbf{m}}\} = \{u^{\mathbf{m}1}, u^{\mathbf{m}2}, u^{\mathbf{m}3}, \dots, u^{\mathbf{m}I}\}$ と定義する。さらに、ガラーキン法では仮想変位面外 $\delta u^{\mathbf{m}}$ を試行関数と同一にとり以下のように与える。

$$\delta u^{\mathbf{m}} = [\mathbf{N}^{\mathbf{m}}] \{\delta \mathbf{u}^{\mathbf{m}}\} \quad (2.204)$$

以上の関係を用い、Eq.(2.202) を各要素内におけるマトリックス形式として表し、最終的に全体マトリックスを構築する過程を以下に示す。

要素マトリックスの導出

はじめに、ある要素 e について Eq.(2.202) の第一項、第二項は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_e} \nabla_{\mathbf{m}} \delta u^{\mathbf{m}} \cdot \nabla_{\mathbf{m}} u^{\mathbf{m}} dS &= \int_{\Gamma_e} \nabla_{\mathbf{m}} \left(\sum_i N_i \delta u^{\mathbf{m}i} \right) \cdot \nabla_{\mathbf{m}} \left(\sum_i N_i u^{\mathbf{m}i} \right) dS \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\}^T \int_{\Gamma_e} [\mathbf{B}^{\mathbf{m}}]^T [\mathbf{B}^{\mathbf{m}}] dS \{\mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\} \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\}^T [\mathbf{K}^{\mathbf{m}}] \{\mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\} \end{aligned} \quad (2.205)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_e} \delta u^{\mathbf{m}} u^{\mathbf{m}} dS &= \int_{\Gamma_e} \left(\sum_i N_i \delta u^{\mathbf{m}i} \right) \left(\sum_i N_i u^{\mathbf{m}i} \right) dS \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\}^T \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}^{\mathbf{m}}]^T [\mathbf{N}^{\mathbf{m}}] dS \{\mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\} \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\}^T [\mathbf{M}^{\mathbf{m}}] \{\mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\} \end{aligned} \quad (2.206)$$

ここで、歪みマトリックス $[\mathbf{B}^{\mathbf{m}}]$ 、要素剛性マトリックス $[\mathbf{K}_e^{\mathbf{m}}]$ 、要素慣性マトリックス $[\mathbf{M}_e^{\mathbf{m}}]$ をそれぞれ

れ以下のように定義した。

$$[\mathbf{B}^m] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} [\mathbf{N}^m], \quad [\mathbf{K}_e^m] = \int_{\Gamma_e} [\mathbf{B}^m]^T [\mathbf{B}^m] dS, \quad [\mathbf{M}_e^m] = \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}^m]^T [\mathbf{N}^m] dS \quad (2.207)$$

続いて、ある要素について Eq.(2.202) の第三項を考える。ここではある要素内で一定の加振力 f_z^e が規定される条件を考える。この時、Eq.(2.202) 第三項は

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_e} \delta u^m f_z dS &= \{\delta \mathbf{u}_e^m\}^T \int_{\Gamma} [\mathbf{N}^m]^T dS \{f_z^e\} \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e^m\}^T [\mathbf{Q}_e^m] \{f_z^e\} \end{aligned} \quad (2.208)$$

ここで、要素適合マトリックス $[\mathbf{Q}_e^m]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{Q}_e^m] = \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}^m]^T dS \quad (2.209)$$

最後に、ある境界要素について Eq.(2.202) の第四項を考える。膜振動場において最も単純な境界条件は固定端、及び自由端でありそれぞれ膜境界上において $u^m = 0$ (on $\partial\Gamma^{\text{Fx}}$), 及び $\partial u^m / \partial n = 0$ (on $\partial\Gamma^{\text{Fr}}$) により表される。これらの境界条件では Eq.(2.202) の第四項が 0 となることは明らかである。

また、音場と同様に、膜振動場境界において面外変位の法線方向傾度と面外変位に対して下式の局所作用を仮定する事で、インピーダンス境界条件を考慮することができる。

$$\frac{\partial u^m}{\partial n} = -jk^m \beta_n^m u^m \quad (2.210)$$

ここで、 β_n^m は膜振動場の固有アドミッタンス $\beta_n^m = 1/\sqrt{\rho_m T}$ で正規化した法線方向アドミッタンス、 k^m は膜振動場の波数である。この時、Eq.(2.202) 第四項は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \int_{\partial\Gamma} \delta u^m \frac{\partial u^m}{\partial n} dL &= -jk^m \beta_n^m \int_{\partial\Gamma} \delta u^m u^m dL \\ &= -jk^m \{\delta \mathbf{u}_e^m\}^T \left(\beta_n^m \int_{\partial\Gamma} [\mathbf{N}^m]^T [\mathbf{N}^m] dL \right) \{u_e^m\} \\ &= -jk^m \{\delta \mathbf{u}_e^m\}^T [\mathbf{C}_e^m] \{u_e^m\} \end{aligned} \quad (2.211)$$

ここで、要素減衰マトリックス $[\mathbf{C}_e^m]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{C}_e^m] = \beta_n^m \int_{\partial\Gamma} [\mathbf{N}^m]^T [\mathbf{N}^m] dL \quad (2.212)$$

全体マトリックスの構築

要素マトリックスを重ね合わせ、全体剛性、慣性、減衰マトリックスを以下のように与える。

$$[\mathbf{K}^m] = \sum_{e \in \Gamma} [\mathbf{K}_e^m], \quad [\mathbf{M}^m] = \sum_{e \in \Gamma} [\mathbf{M}_e^m], \quad [\mathbf{C}^m] = \sum_{e \in \partial\Gamma} [\mathbf{C}_e^m], \quad (2.213)$$

また、外力条件についても以下のようなマトリックス・ベクトル積の形式で与える。

$$\begin{aligned} \sum_{e \in \Gamma} \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}^m]^T \{f_z^e\} dS &= \begin{bmatrix} [\mathbf{Q}'_e] & [\mathbf{Q}'_e] & \dots & [\mathbf{Q}'_e] & \dots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_z^e \\ f_z^e \\ \vdots \\ f_z^e \\ \vdots \end{Bmatrix} \\ &= [\mathbf{Q}^m] \{\mathbf{f}_z\} \end{aligned} \quad (2.214)$$

上述の関係及び、全節点仮想面外変位ベクトル $\{\delta \mathbf{u}^m\}$ 、全節点面外変位ベクトル $\{\mathbf{u}^m\}$ を用いると、Eq.(2.202) は以下のように表される。

$$\{\delta \mathbf{u}^m\} ((T[\mathbf{K}^m] - \rho_m \omega^2 [\mathbf{M}^m] - jk^m T[\mathbf{C}^m]) \{\mathbf{u}^m\} - [\mathbf{Q}^m] \{\mathbf{f}_z\}) = 0 \quad (2.215)$$

仮想面外変位によらず上式が成立する為には

$$(T[\mathbf{K}^m] - \rho_m \omega^2 [\mathbf{M}^m] - jk^m T[\mathbf{C}^m]) \{\mathbf{u}^m\} = [\mathbf{Q}^m] \{\mathbf{f}_z\} \quad (2.216)$$

が要求される。また、一般に音響-膜振動連成問題においては膜張力の影響は小さいとされており [55]、膜振動場については無張力、即ち $T = 0$ を仮定した以下のマトリックス方程式を考える事が多い。

$$-\rho_m \omega^2 [\mathbf{M}^m] \{\mathbf{u}^m\} = [\mathbf{Q}^m] \{\mathbf{f}_z\} \quad (2.217)$$

2.6 多孔質弾性体振動場の数値解析理論

2.6.1 内部流体モデル

多孔質材料の細孔内部を音波が伝搬する過程において粘性や熱伝導の影響により減衰が生じる。このような減衰の効果は一般に強い周波数依存性を持ち、実効密度及び複素体積弾性率として慣性・弾性パラメータの虚部を考慮する事により取り扱われる。実効密度及び複素体積弾性率の周波数特性の予測モデルについては多くのモデルが提案されている (Fig. 2.11)。本項ではこれらの予測モデル及びそれらに用いられるパラメータを概説し、整理する。

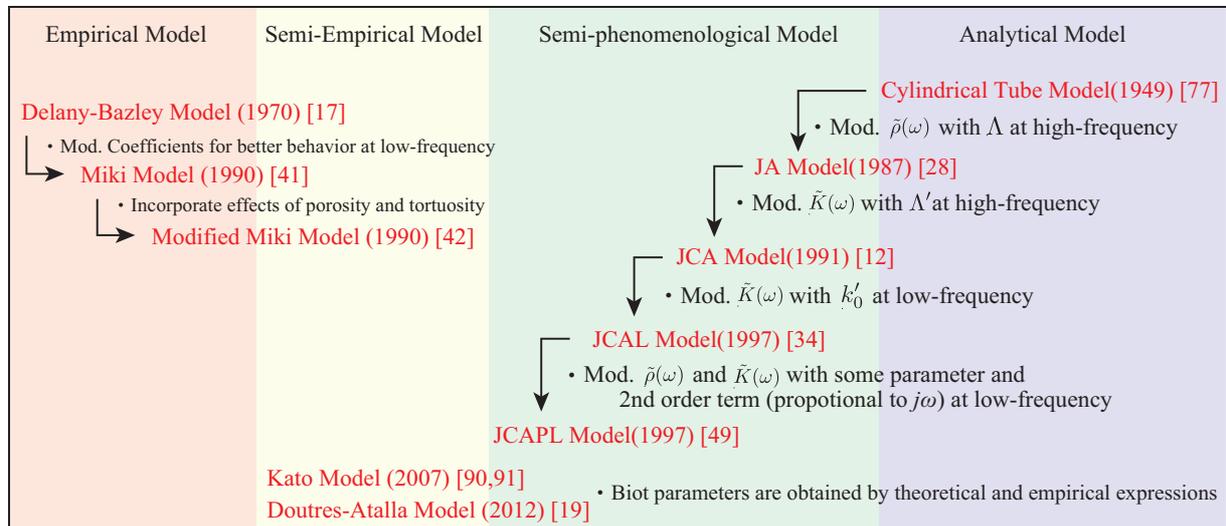


Fig. 2.11: Development of internal fluid models

多孔質材を表す物理量

以下に内部の空隙の構造特性を表す物理量を列挙する。

- 空隙率 (Porosity : ϕ []) 多孔質材全体のみかけの体積に対する内部空気の体積の比である。空隙率は骨格を形成する材料の物質密度 ρ_s , 及び多孔質材の嵩密度 ρ_b より $\phi = 1 - \frac{\rho_b}{\rho_s}$ と表される。
- 迷路度 (Tortuosity : α_∞ []) 円筒管モデルにおける円筒管の傾きを表すパラメータである。より一般的には多孔質材料内部における見かけの密度の上昇を表す。また、後述の Biot 理論においては固体相と流体相の慣性力の連成の大きさに関連する。
- 粘性特性長 (Viscous Characteristic Length : Λ [m]) 細孔内部を非圧縮性流体が流れる時に生じる流速 v_i より $\Lambda = 2 \int_{\Omega} v_i^2 dV / \int_{\Gamma} v_i^2 dS$ として定義される。ただし、 Ω は細孔内部の領域、 Γ は細孔における壁面を表す。実効密度の高音域における挙動を表すため Johnson らにより導入されたパラメータである [28]。多孔質材内部では大小の細孔が連結しており、粘性特性長は空隙の狭窄部分の

サイズに関連している。

- 熱的特性長 (Thermal Characteristic Length : Λ' [m]) 複素体積弾性率の高音域における挙動を表すため Champoux らにより導入されたパラメータである [12]。 $\Lambda' = 2 \int_{\Omega} dV / \int_{\Gamma} dS$ として定義される。熱的特性長は多孔質材内部空隙の大きい部分のサイズに関連している。
- 流れ抵抗 (Flow Resistivity : σ [Ns/m⁴]) 細孔に流れる空気が単位面積、単位長さ当たりを受ける抵抗を表す。流れ抵抗は実効密度の低音域における挙動に関連する。
- 熱浸透率 (Thermal Permeability : k'_0 [m²]) 熱伝導減衰と粘性減衰の類似性から Lafarge により導入されたパラメータである [34]。熱浸透率から粘性流における Darcy の法則と等価な関係が得られ、複素体積弾性率の低音域での挙動に関連する。

以下に多孔質材骨格に関するパラメータを示す。

- ヤング率 (Young's Modulus : E [N/m²])
- ポアソン比 (Poisson's ratio : ν [])
- 損失係数 (Loss Factor : η [])
- 高密度 (Bulk Density : ρ_b [kg/m³])

Miki Model

Miki は流れ抵抗、空隙率、迷路度と特性インピーダンス、及び伝搬定数の関係について以下の実験式を示している [41, 42]。

$$\tilde{Z}_f = \frac{\rho_0 \sqrt{\alpha_\infty} c_0}{\phi} \left[1 + 0.07 \left(\frac{f}{\sigma_e} \right)^{-0.632} - 0.107j \left(\frac{f}{\sigma_e} \right)^{-0.632} \right] \quad (2.218)$$

$$\tilde{\gamma}_f = \frac{\omega \sqrt{\alpha_\infty}}{c_0} \left[0.160 \left(\frac{f}{\sigma_e} \right)^{-0.618} + j \left(1 + 0.109 \left(\frac{f}{\sigma_e} \right)^{-0.618} \right) \right] \quad (2.219)$$

ここで実効的な流れ抵抗を $\sigma_e = \frac{\phi}{\alpha_\infty} \sigma$ として定義した。また、Miki Model は Delany-Bazley Model [17] の修正モデルであるが、Delany-Bazley Model においては $0.01 < f/\sigma < 10$ を適用推奨範囲としている。ただし、Miki Model においては $f/\sigma < 0.01$ の領域においても Delany-Bazley Model に見られる低音域での不整合は見られないとしている。

また、実効密度 $\tilde{\rho}_f$ 、複素体積弾性率 \tilde{K}_f 、複素音速 \tilde{c}_f 、複素波数 \tilde{k}_f 、特性インピーダンス \tilde{Z}_f 、伝搬定数 $\tilde{\gamma}_f$ はそれぞれ以下のように表される。

$$\tilde{Z}_f = \sqrt{\tilde{K}_f \tilde{\rho}_f}, \quad \tilde{\rho}_f = -j \frac{\tilde{Z}_f \tilde{\gamma}_f}{\omega}, \quad \tilde{K}_f = j \omega \frac{\tilde{Z}_f}{\tilde{\gamma}_f}, \quad \tilde{c}_f = j \frac{\omega}{\tilde{\gamma}_f}, \quad \tilde{k}_f = -j \tilde{\gamma}_f \quad (2.220)$$

Johnson-Champoux-Allard-Lafarge Model

Johnson らは粘性特性長 Λ を導入し、実効密度の高音域、低音域の漸近特性がそれぞれ以下のように書ける事を示した [28]。

$$\tilde{\rho}_f = \rho_0 \alpha_\infty \left(1 + \frac{2}{\Lambda} \left(\frac{\eta}{j\omega \rho_0} \right)^{1/2} \right), \omega \rightarrow \infty. \quad (2.221)$$

$$\tilde{\rho}_f = \frac{\sigma \phi}{j\omega}, \omega \rightarrow 0. \quad (2.222)$$

Eq.(2.221), (2.222) の漸近挙動を呈する最も単純なモデルとして, Johnson らは以下の実効密度を与えた [28]。

$$\tilde{\rho}_f = \rho_0 \alpha_\infty \left(1 + \frac{\sigma \phi}{j\omega \alpha_\infty \rho_0} \sqrt{1 + j\omega \frac{4\eta \alpha_\infty^2 \rho_0}{\phi^2 \Lambda^2 \sigma^2}} \right) \quad (2.223)$$

一方, Champoux らは熱的特性長 Λ' を導入し, 体積弾性率の高音域における漸近特性が以下のように書ける事を示した [12]。

$$\tilde{K}_f = \gamma P_0 \left[1 - \frac{2(\gamma - 1)}{\Lambda'} \left(\frac{\eta}{j\omega B^2 \rho_0} \right)^{1/2} \right]^{-1}, \omega \rightarrow \infty. \quad (2.224)$$

また, Lafarge らは熱浸透率 k'_0 を導入し, 低音域における漸近特性が以下のように書ける事を示した [34]。

$$\tilde{K}_f = \gamma P_0 \left[\gamma - j\omega \frac{(\gamma - 1)\rho_0 k'_0 B^2}{\eta \phi} \right]^{-1}, \omega \rightarrow 0 \quad (2.225)$$

Eq.(2.224), (2.225) の漸近挙動を考慮し, Johnson-Allard-Champoux-Lafarge Model における複素体積弾性率が以下のように導かれる。

$$\tilde{K}_f = \gamma P_0 \left[\gamma - (\gamma - 1) \left[1 + \frac{\eta \phi}{j\omega \rho_0 k'_0 B^2} \sqrt{1 + j\omega \frac{4\rho_0 k'_0{}^2 B^2}{\eta \phi^2 \Lambda'^2}} \right]^{-1} \right]^{-1} \quad (2.226)$$

理想的な円筒細管において熱浸透率は $k'_0 = \phi \Lambda'^2 / 8$ と表され, これにより熱浸透率を置き換えた以下の体積弾性率が導かれる (Johnson-Champoux-Allard Model)。

$$\tilde{K}_f = \gamma P_0 \left[\gamma - (\gamma - 1) \left[1 + \frac{8\eta}{j\omega \rho_0 \Lambda'^2 B^2} \sqrt{1 + j\omega \frac{\rho_0 \Lambda'^2 B^2}{16\eta}} \right]^{-1} \right]^{-1} \quad (2.227)$$

一般に熱浸透率 k'_0 は計測が容易でない。熱浸透率は熱伝導減衰が極大となる周波数に関連するが, 多孔質材料においては粘性減衰が支配的であることから, 表面インピーダンスや, 吸音率の予測上は Johnson-Champoux-Allard Model は実用上十分な精度であるとされている [5]。

Kato Model

Kato は円筒管モデルを元にベッセル関数部の近似, 及び減衰に関する補正項 s_v, s_t を加えた以下の式を提案している [90, 91]。

$$\tilde{\rho}_f = \rho_0 \alpha_\infty \left[1 + \frac{8\eta}{j\omega \rho_0 \Lambda^2} \sqrt{1 + j\omega \frac{\rho_0 \Lambda^2}{12\eta}} - s_v \right] \quad (2.228)$$

$$\tilde{K}_f = \gamma P_0 \left[\gamma - (\gamma - 1) \left[1 + \frac{8\eta}{j\omega \rho_0 \Lambda_{\text{eff}}'^2 B^2} \sqrt{1 + j\omega \frac{\rho_0 \Lambda_{\text{eff}}'^2 B^2}{12\eta}} - s_t \right]^{-1} \right]^{-1} \quad (2.229)$$

上式において $\Lambda, \Lambda'_{\text{eff}}, \alpha_\infty, s_v, s_t$ は以下の通り与えることとしている。

熱的特性長はその定義から物質密度, 繊維径, 高密度より理論値に算出することができる。

$$\Lambda'_{\text{theory}} = \frac{D(\rho_s - \rho_b)}{2\rho_b} \quad (2.230)$$

ただし, 実際の熱的特性長は繊維同士が接触する事により理論値より小さくなっていると考えられる事から, 接触面積を考慮した以下の実効熱的特性長 Λ'_{eff} を用いる。

$$\Lambda'_{\text{eff}} = \frac{D(\rho_s - \rho_b)}{2\rho_b(1 - \chi)} \quad (2.231)$$

この時, 接触面積については以下の実験式を示している。

$$\chi = 1 - \left[1 + \left(\frac{5.45 \times 10^{-5}}{\Lambda'_{\text{theory}}} \right)^2 \right]^{-1} \quad (2.232)$$

Allard は円形断面繊維材料において繊維方向に対し垂直に音波が伝搬する場合に, 熱的特性長と粘性特性長が以下の関係で表される事を示している [5]。

$$\Lambda = \Lambda'_{\text{eff}}/2 \quad (2.233)$$

また, 迷路度についても以下の実験式を示している。

$$\alpha_\infty = 1 + \left(\frac{5.45 \times 10^{-5}}{\Lambda'_{\text{theory}}} \right)^{1.5} \quad (2.234)$$

補正項に s_v, s_t についても以下の実験式を示している。

$$s_v = -\frac{\eta(\rho_s - \rho_b)}{j\omega \rho_0 \rho_b \Lambda'_{\text{eff}}} \left(\frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{\Lambda'_{\text{eff}}} \right), \quad s_t = j \left[\frac{2\eta(\rho_s - \rho_b)}{3\omega \rho_0 \rho_b \Lambda'_{\text{eff}}} \left(\frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{\Lambda'_{\text{eff}}} \right) \right]^{3/4} \quad (2.235)$$

■Kato Model に基づく流れ抵抗の推定 Kato Model では流れ抵抗を助変数とせず、繊維径、嵩密度、物質密度のみで実効密度、複素体積弾性率が算出できることが大きな利点であるが、流れ抵抗は多孔質材の物理的挙動を記述する最も基本的なパラメータであることから、その値が明らかであることが望ましい。そこで、ここでは Kato Model が暗に想定する、流れ抵抗を導出する。Kato Model の実効密度 (Eq.(2.228)) は低音域において以下のように近似できる。

$$\tilde{\rho}_f \approx \rho_0 \alpha_\infty \left[1 + \frac{8\eta}{j\omega\rho_0\Lambda^2} \left(1 + j\omega \frac{\rho_0\Lambda^2}{24\eta} \right) - s_v \right] \quad , \omega \rightarrow 0 \quad (2.236)$$

$$= \rho_0 \alpha_\infty \left(\frac{4}{3} + \frac{(32 - 31\phi)\alpha_\infty\eta}{j\omega(1 - \phi)\phi\Lambda_{\text{eff}}^2} \right) \quad (2.237)$$

Eq.(2.237) の虚部と、JCA Model における実効密度の低音域での漸近挙動 (Eq.(2.222)) を等値すると、Kato Model における流れ抵抗相当の量は以下のように表される。

$$\sigma = \frac{(32 - 31\phi)\alpha_\infty\eta}{(1 - \phi)\phi\Lambda_{\text{eff}}^2} \quad (2.238)$$

以上の関係性から、Kato Model は Biot parameter の予測モデルとしても利用可能である。

2.6.2 Biot 理論による多孔質弾性体振動場の基礎方程式

uU 形式の連立方程式

Biot は均質かつ等方的で、非粘性流体で満たされた多孔質弾性体中の振動伝搬について、固体相・流体相の変位 $\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f$ に関する以下のような連立微分方程式を導いている。

$$\operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}}^s(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f) - \rho_{11} \frac{\partial^2 \mathbf{u}^s}{\partial t^2} - \rho_{12} \frac{\partial^2 \mathbf{u}^f}{\partial t^2} = 0 \quad (2.239)$$

$$\operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}}^f(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f) - \rho_{22} \frac{\partial^2 \mathbf{u}^f}{\partial t^2} - \rho_{12} \frac{\partial^2 \mathbf{u}^s}{\partial t^2} = 0 \quad (2.240)$$

上式中の固体相、流体相の応力テンソル $\underline{\underline{\sigma}}^s(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f), \underline{\underline{\sigma}}^f(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f)$ はそれぞれ以下のように表される。

$$\underline{\underline{\sigma}}^s(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f) = (P - 2N) \operatorname{div} \mathbf{u}^s \underline{\underline{1}} + 2N \underline{\underline{\epsilon}}^s + Q \operatorname{div} \mathbf{u}^f \underline{\underline{1}} \quad (2.241)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^f(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f) = Q \operatorname{div} \mathbf{u}^s \underline{\underline{1}} + R \operatorname{div} \mathbf{u}^f \underline{\underline{1}} \quad (2.242)$$

$\underline{\underline{1}}$ は単位テンソル、 $\underline{\underline{\epsilon}}^s$ は固体相の歪みテンソルであり各成分 ϵ_{ij}^s は Eq.(2.106) と同様に定義される。また、 P, Q, R は Biot の弾性パラメータ、 $\rho_{11}, \rho_{12}, \rho_{22}$ は Biot の慣性パラメータでありそれぞれ以下のように与えられる。

$$\begin{cases} P = \frac{(1-\phi)(1-\phi - K_b/K_s)K_s + \phi(K_s/K_f)K_b}{1-\phi - K_b/K_s + \phi(K_s/K_f)} + \frac{4}{3}N \\ Q = \frac{(1-\phi - K_b/K_s)\phi K_s}{1-\phi - K_b/K_s + \phi(K_s/K_f)} \\ R = \frac{\phi^2 K_s}{1-\phi - K_b/K_s + \phi(K_s/K_f)} \end{cases} \quad (2.243)$$

$$\begin{cases} \rho_{11} = \rho_b - \rho_{12} \\ \rho_{12} = -\phi \rho_0 (\alpha_\infty - 1) \\ \rho_{22} = \phi \rho_0 - \rho_{12} \end{cases} \quad (2.244)$$

ここで、 K_b は多孔質弾性体骨格の体積弾性率、 K_s は多孔質弾性体骨格を形成する材料の体積弾性率である。一般的に吸音材料として利用される多孔質材料では $K_b \ll K_s$ であるとされ [7]、その場合には P, Q, R は以下のように簡略化できる。

$$\begin{cases} P \approx \frac{(1-\phi)^2}{\phi} K_f + K_b + \frac{4}{3}N \\ Q \approx (1-\phi)K_f \\ R \approx \phi K_f \end{cases} \quad (2.245)$$

調和振動を仮定すると、定常状態における多孔質弾性体振動場の基礎方程式は以下のように書ける。

$$\operatorname{div} \underline{\sigma}^s(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f) + \rho_{11} \omega^2 \mathbf{u}^s + \rho_{12} \omega^2 \mathbf{u}^f = 0 \quad (2.246)$$

$$\operatorname{div} \underline{\sigma}^f(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f) + \rho_{22} \omega^2 \mathbf{u}^f + \rho_{12} \omega^2 \mathbf{u}^s = 0 \quad (2.247)$$

ここで、多孔質弾性体中の流体の粘性・熱伝導減衰を考慮する場合には、 P, Q, R の定義式 (2.243) における K_f を周波数依存性を考慮した Eq.(2.227) または Eq.(2.229) に置き換え、 $\rho_{11}, \rho_{12}, \rho_{22}$ についても同様に周波数依存性を考慮した Eq.(2.223) または Eq.(2.228) を用い、以下のように与える。

$$\begin{cases} \tilde{\rho}_{11} &= \rho_b - \tilde{\rho}_{12} \\ \tilde{\rho}_{12} &= -\phi(\tilde{\rho}_f - \rho_0) \\ \tilde{\rho}_{22} &= \phi\rho_0 - \tilde{\rho}_{12} \end{cases} \quad (2.248)$$

一般に時間領域の偏微分方程式においては、このような実効密度、体積弾性率の周波数依存性は非整数階の微分演算、即ち畳込み積分により表される [21]。周波数領域においてはこれらの畳込み演算が乗算に置き換えられることから、このような単純な係数の置き換えが説明される。

up 形式の連立方程式

流体相の応力テンソルと音圧は以下の関係で表される。

$$\underline{\sigma}^f(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f) = -\phi p \underline{\mathbf{1}} \quad (2.249)$$

Atalla らは Eq.(2.241),(2.242),(2.246),(2.247), 及び (2.249) から固体相変位 \mathbf{u}^s , 流体相圧力 p を変数とした以下の連立方程式を導いた [6]。

$$\operatorname{div} \underline{\sigma}^s(\mathbf{u}^s) + \tilde{\rho}_s \omega^2 \mathbf{u}^s + \tilde{\gamma} \operatorname{grad} p = 0 \quad (2.250)$$

$$\nabla^2 p + \omega^2 \frac{\tilde{\rho}_{22}}{R} p - \omega^2 \frac{\tilde{\gamma} \tilde{\rho}_{22}}{\phi^2} \operatorname{div} \mathbf{u}^s = 0 \quad (2.251)$$

ここで $\tilde{\rho}_s, \tilde{\gamma}$ は固体相の実効密度、及び二相の空間的な連成の強さを表す係数でそれぞれ以下のように定義される。

$$\tilde{\rho}_s = \tilde{\rho}_{11} - \frac{(\tilde{\rho}_{12})^2}{\rho_{22}}, \quad \tilde{\gamma} = \phi \left(\frac{\tilde{\rho}_{12}}{\rho_{22}} - \frac{\tilde{Q}}{R} \right) \quad (2.252)$$

ただし、 $\underline{\sigma}^s(\mathbf{u}^s)$ は真空中における多孔質弾性体の骨格の応力テンソルであり、純粋な固体と同様に Eq.(2.104) により表される。また、up 形式における固体相の応力テンソル $\underline{\sigma}^s(\mathbf{u}^s, p)$ は次式で表される。

$$\underline{\sigma}^s(\mathbf{u}^s, p) = \underline{\sigma}^s(\mathbf{u}^s) - \phi \frac{\tilde{Q}}{R} p \underline{\mathbf{1}} \quad (2.253)$$

Eq.(2.250) 左辺の第一、二項は三次元弾性体振動場における方程式 Eq.(2.107) と同一の形式であり、第三項は流体圧力による骨格に生じる見かけの直応力の上昇と解釈できる。また、Eq.(2.251) 左辺の第一、二項は Helmholtz 方程式, Eq.(2.9) と同一の形式であり、第三項は骨格振動による音源項の付加と解釈できる。

up 形式の導出は周波数領域に限定されるものの、uU 形式に対し新たな仮定をすることなく導出されるため、定常応答解析においては適用に特別な制限はない。数値解析の適用を考えた際、節点当りの必要自由度が uU 形式では 6 自由度であるのに対し、up 形式では 4 自由度に軽減される。さらに up 形式では種々の異種媒質境界面における連成条件のプログラムへの実装が容易であることなどの利点を持っている。従って、本論文では多孔質弾性体の解析には up 形式を採用する事とした。

2.6.3 有限要素法による多孔質弾性体振動場の解析

偏微分方程式の弱形式化

■固体相方程式 Eq.(2.250) の両辺に仮想変位 $\delta \mathbf{u}^s$ を掛け、定義領域 Ω 中で積分することで次式が得られる。

$$\int_{\Omega} (\delta \mathbf{u}^s \cdot \text{div} \underline{\underline{\sigma}}^s(\mathbf{u}^s) + \tilde{\rho}_s \omega^2 \delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{u}^s + \tilde{\gamma} \delta \mathbf{u}^s \cdot \text{grad} p) dV = 0 \quad (2.254)$$

上式、第一項は Eq.(2.109)~(2.112) の変形と同様にして以下のように変形される。

$$\int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^s \cdot \text{div} \underline{\underline{\sigma}}^s(\mathbf{u}^s) dV = \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u}^s \cdot \underline{\underline{\sigma}}^s(\mathbf{u}^s) \cdot \mathbf{n} dS - \int_{\Omega} \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^s : \underline{\underline{\sigma}}^s(\mathbf{u}^s) dV \quad (2.255)$$

以上の関係から固体相の偏微分方程式に対し、以下のように弱形式化された積分方程式が得られる。

$$\int_{\Omega} \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^s : \underline{\underline{\sigma}}^s(\mathbf{u}^s) dV - \int_{\Omega} \tilde{\rho}_s \omega^2 \delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{u}^s dV - \int_{\Omega} \tilde{\gamma} \delta \mathbf{u}^s \cdot \text{grad} p dV - \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u}^s \cdot \underline{\underline{\sigma}}^s(\mathbf{u}^s) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (2.256)$$

■流体相方程式 Eq.(2.251) の両辺に仮想音圧 δp を掛け、定義領域 Ω 中で積分することで次式が得られる。

$$\int_{\Omega} \left(\delta p \cdot \nabla^2 p dV + \omega^2 \frac{\tilde{\rho}_{22}}{R} \delta p \cdot p - \omega^2 \frac{\tilde{\gamma} \tilde{\rho}_{22}}{\phi^2} \delta p \cdot \text{div} \mathbf{u}^s \right) dV = 0 \quad (2.257)$$

上式第三項は以下のように変形することができる。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \delta p \cdot \text{div} \mathbf{u} dV &= \int_{\Omega} \sum_i \delta p \frac{\partial u_i}{\partial i} dV \\ &= \int_{\Omega} \sum_i \left\{ \frac{\partial}{\partial i} (\delta p u_i^s) - \frac{\partial \delta p}{\partial i} u_i^s \right\} dV \end{aligned} \quad (2.258)$$

$$= \int_{\Omega} \{ \text{div} (\delta p \mathbf{u}^s) - \nabla \delta p \cdot \mathbf{u}^s \} dV \quad (2.259)$$

$$= \int_{\Gamma} \delta p \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n} dS - \int_{\Omega} \nabla \delta p \cdot \mathbf{u}^s dV \quad (2.260)$$

Eq. (2.259) から Eq. (2.260) の変形では Eq. (2.259) の第一項に発散定理を適用している。Eq.(2.257) に Eq.(2.260) を代入し、第一項に Green の第一定理を適用し整理すると流体相の偏微分方程式に対し、以下のように弱形式化された積分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \nabla \delta p \cdot \nabla p dV - \omega^2 \frac{\tilde{\rho}_{22}}{R} \int_{\Omega} \delta p \cdot p dV - \omega^2 \frac{\tilde{\gamma} \tilde{\rho}_{22}}{\phi^2} \int_{\Omega} \nabla \delta p \cdot \mathbf{u} dV \\ + \int_{\Gamma} \left(\omega^2 \frac{\tilde{\gamma} \tilde{\rho}_{22}}{\phi^2} \delta p \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n} dS - \delta p \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \right) dS = 0 \end{aligned} \quad (2.261)$$

積分方程式の離散化

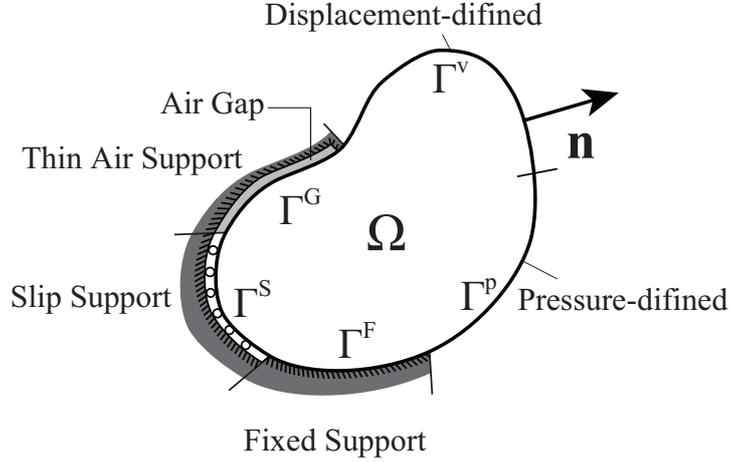


Fig. 2.12: Boundary conditions and domain notation for poroelastic body field.

ここでは Eq.(2.256), (2.261) にガラーキン法を適用し, 数値的に解く事が出来る形式に変形する過程を示す。積分領域を N 個の要素に分割し, 各要素内について Eq.(2.256), (2.261) を評価し, 領域全体でその影響を重ね合わせることを考える。ここで, ある要素内の任意点で固体相の変位 \mathbf{u}^s および流体相の音圧 p を要素節点における値と内挿関数 N_i を用いて次式で近似する。

$$\mathbf{u}^s = \sum_i N_i \mathbf{u}^{si}, \quad p = \sum_i N_i p^i \quad (2.262)$$

ここで, $[\mathbf{N}^s], [\mathbf{N}^p]$ なるマトリックス, $\{\mathbf{u}_e^s\}, \{p_e\}$ なるベクトルをそれぞれ次式のように定義する。

$$[\mathbf{N}^s] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \dots & N_I & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \dots & 0 & N_I & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \dots & 0 & 0 & N_I \end{bmatrix}, \quad [\mathbf{N}^p] = [N_1, \dots, N_I] \quad (2.263)$$

$$\{\mathbf{u}_e^s\} = \{u_x^1, u_y^1, u_z^1, \dots, u_x^I, u_y^I, u_z^I\}^T, \quad \{p_e\} = \{p^1, \dots, p^I\} \quad (2.264)$$

以上の関係より Eq.(2.262) を次式のようにマトリックス・ベクトル積として表す。

$$\mathbf{u}^s = [\mathbf{N}^s] \{\mathbf{u}_e^s\}, \quad p = [\mathbf{N}^p] \{p_e\} \quad (2.265)$$

また, ガラーキン法を適用する事から, 仮想変位, 及び仮想音圧は次式により表される。

$$\delta \mathbf{u}^s = [\mathbf{N}^s] \{\delta \mathbf{u}_e^s\}, \quad \delta p = [\mathbf{N}^p] \{\delta p_e\} \quad (2.266)$$

体積積分項について

はじめにある要素 e について Eq.(2.256) の第一項, 第二項を考える。これらに関する式変形は, 多孔質材固体相を均質, 等方性と仮定しているため, 2.3.2 項における要素剛性マトリックス, 要素慣性マトリッ

クスと全く同様に展開できるため、重複を避けるため以下には結果のみを示す。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^s : \underline{\underline{\sigma}}^s dV &= \int_{\Omega} \{\delta \underline{\varepsilon}\}^T \cdot \{\underline{\sigma}\} dV \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e\}^T \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}^s]^T [\mathbf{D}^s] [\mathbf{B}^s] dV \{\mathbf{u}_e\} \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{K}_e^s] \{\mathbf{u}_e\} \end{aligned} \quad (2.267)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_s \int_{\Omega_e} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} dV &= \tilde{\rho}_s \int_{\Omega_e} \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{N}^s]^T [\mathbf{N}^s] \{\mathbf{u}_e\} dV \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{M}_e^s] \{\mathbf{u}_e\} \end{aligned} \quad (2.268)$$

ただし、固体相要素剛性マトリックス $[\mathbf{K}_e^s]$ 、及び固体相要素慣性マトリックス $[\mathbf{M}_e^s]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{K}_e^s] = \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}^s]^T [\mathbf{D}^s] [\mathbf{B}^s] dV, \quad [\mathbf{M}_e^s] = \tilde{\rho}_s \int_{\Omega_e} [\mathbf{N}^s]^T [\mathbf{N}^s] dV \quad (2.269)$$

また、固体相歪みマトリックス $[\mathbf{B}^s]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{B}^s] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}^T [\mathbf{N}^s] \quad (2.270)$$

続いて、ある要素 e について Eq.(2.261) の第一項、第二項を考える。これらに関する式変形についても、2.2.3 項における要素剛性マトリックス、要素慣性マトリックスと全く同様に展開できることから、以下には結果のみを示す。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \nabla \delta p \cdot \nabla p dV &= \int_{\Omega_e} \nabla \left(\sum_i N_i \delta p_i \right) \cdot \nabla \left(\sum_j N_j p_j \right) dV \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}^f]^T [\mathbf{B}^f] dV \{\mathbf{p}_e\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{K}_e^f] \{\mathbf{p}_e\} \end{aligned} \quad (2.271)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \delta p p dV &= \int_{\Omega_e} \left(\sum_i N_i \delta p_i \right) \cdot \left(\sum_j N_j p_j \right) dV \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Omega_e} [\mathbf{N}^f]^T [\mathbf{N}^f] dV \{\mathbf{p}_e\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{M}_e^f] \{\mathbf{p}_e\} \end{aligned} \quad (2.272)$$

ただし、流体相要素剛性マトリックス $[\mathbf{K}_e^f]$ 、及び流体相要素慣性マトリックス $[\mathbf{M}_e^f]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{K}_e^f] = \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}^f]^T [\mathbf{B}^f] dV, \quad [\mathbf{M}_e^f] = \int_{\Omega_e} [\mathbf{N}^f]^T [\mathbf{N}^f] dV \quad (2.273)$$

また、流体相歪みマトリックス $[\mathbf{B}^f]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{B}^f] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} [\mathbf{N}^f] \quad (2.274)$$

次にある要素 e について Eq.(2.256) の第三項の連成項は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned}
\tilde{\gamma} \int_{\Omega_e} \delta \mathbf{u}^s \cdot \nabla p dV &= \tilde{\gamma} \int_{\Omega_e} \left(\{ \delta u_x^s, \delta u_y^s, \delta u_z^s \} \cdot \left\{ \frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} \right\} \right) dV \\
&= \tilde{\gamma} \int_{\Omega_e} \left([\delta u_x^s, \delta u_y^s, \delta u_z^s] \left[\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} \right]^T \right) dV \\
&= \{ \delta \mathbf{u}_e^s \}^T \left(\tilde{\gamma} \int_{\Omega_e} [\mathbf{N}^s]^T [\mathbf{B}^f] dV \right) \{ \mathbf{p}_e \} \\
&= \{ \delta \mathbf{u}_e^s \}^T [\mathbf{C}_e^{sf}] \{ \mathbf{p}_e \}
\end{aligned} \tag{2.275}$$

ここで、要素連成マトリックス $[\mathbf{C}_e^{sf}]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{C}_e^{sf}] = \tilde{\gamma} \int_{\Omega_e} [\mathbf{N}^s]^T [\mathbf{B}^f] dV \tag{2.276}$$

最後にある要素 e について Eq.(2.261) の第三項の連成項については固体相と同様に式変形可能であり、以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned}
\tilde{\gamma} \int_{\Omega_e} \nabla \delta p \cdot \mathbf{u}^s dV &= \tilde{\gamma} \int_{\Omega_e} \left(\left\{ \frac{\partial \delta p}{\partial x}, \frac{\partial \delta p}{\partial y}, \frac{\partial \delta p}{\partial z} \right\} \cdot \{ u_x^s, u_y^s, u_z^s \} \right) dV \\
&= \tilde{\gamma} \int_{\Omega_e} \left(\left[\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} \right] [\delta u_x^s, \delta u_y^s, \delta u_z^s]^T \right) dV \\
&= \tilde{\gamma} \{ \delta \mathbf{p}_e \}^T \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}^f]^T [\mathbf{N}^s] dV \{ \mathbf{u}_e^s \} \\
&= \{ \delta \mathbf{p}_e \}^T [\mathbf{C}_e^{sf}]^T \{ \mathbf{u}_e^s \}
\end{aligned} \tag{2.277}$$

境界積分項について

Eq.(2.256), (2.261) 第四項の境界積分項は減衰、加振、異種媒質との連続条件を表す項である。以下では文献 [16] に基づき、加振条件及び基本的な支持条件におけるこれらの項の変形を示す。特に、 $K_b \ll K_s$ の条件下においてはこれらの境界積分項は 0 となり、考慮する必要がない事を示す。また、異種媒質との連続条件に関する処理については次節でまとめて論じる。

ここでは、以降の議論の便宜上、固体相境界積分項における真空中での固体相応力テンソル $\underline{\underline{\sigma}}^s(\mathbf{u}^s)$ を固体相、流体相の応力テンソルの合計である全応力テンソル $\underline{\underline{\sigma}}^t$ を用いる形式に変形する。Eq.(2.249), (2.253) より、全応力テンソルは以下のように表される。

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{\sigma}}^t &= \underline{\underline{\sigma}}^s(\mathbf{u}^s, p) + \underline{\underline{\sigma}}^f(\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^f) \\
&= \underline{\underline{\sigma}}^s(\mathbf{u}^s) - \phi \left(1 + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right) p \underline{\underline{1}}
\end{aligned} \tag{2.278}$$

上式より、固体相境界積分項は以下のように書ける。

$$\begin{aligned}
I_s &= \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u}^s \cdot (\underline{\underline{\sigma}}^s \cdot \mathbf{n}) dS \\
&= \int_{\Gamma} \left[\delta \mathbf{u}^s \cdot (\underline{\underline{\sigma}}^t \cdot \mathbf{n}) + \phi \left(1 + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right) (\delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n}) p \right] dS
\end{aligned} \tag{2.279}$$

同様に、議論の便宜上、流体相境界積分項における法線方向音圧傾度を流体変位を用いて表す事を考える。Eq.(2.247),(2.249) から、流体相の変位・音圧、固体相の変位の関係は以下のように書ける

$$\frac{\phi}{\omega^2 \tilde{\rho}_{22}} \nabla p = \mathbf{u}^f + \frac{\tilde{\rho}_{12}}{\tilde{\rho}_{22}} \mathbf{u}^s \quad (2.280)$$

ただし、 $\operatorname{div} p \mathbf{1} = \nabla p$ の関係を用いた。上式両辺に対し、境界面の法線ベクトルとの内積をとると、境界における音圧の法線方向傾度について以下の関係が得られる。

$$\frac{\phi}{\omega^2 \tilde{\rho}_{22}} \frac{\partial p}{\partial n} = u_n^f + \frac{\tilde{\rho}_{12}}{\tilde{\rho}_{22}} u_n^s \quad (2.281)$$

この関係から、流体相の境界積分項は以下のように展開される。

$$\begin{aligned} I_f &= \int_{\Gamma} \left[\omega^2 \frac{\tilde{\gamma} \tilde{\rho}_{22}}{\phi} \delta p (\mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n}) dS - \delta p \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \right] dS \\ &= \frac{\omega^2 \tilde{\rho}_{22}}{\phi^2} \int_{\Gamma} \left[\phi \tilde{\gamma} \delta p (\mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n}) dS - \frac{\phi^2}{\omega^2 \tilde{\rho}_{22}} \delta p \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \right] dS \\ &= \frac{\omega^2 \tilde{\rho}_{22}}{\phi^2} \int_{\Gamma} \left[\tilde{\gamma} \delta p u_n^s - \phi \delta p \cdot \left(u_n^f + \frac{\tilde{\gamma}}{\phi} u_n^s + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} u_n^s \right) \right] dS \\ &= -\frac{\omega^2 \tilde{\rho}_{22}}{\phi^2} \int_{\Gamma} \phi \delta p \cdot \left(u_n^f + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} u_n^s \right) dS \\ &= -\frac{\omega^2 \tilde{\rho}_{22}}{\phi^2} \int_{\Gamma} \phi \delta p \cdot \left(u_n^f - u_n^s + u_n^s + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} u_n^s \right) dS \\ &= -\frac{\omega^2 \tilde{\rho}_{22}}{\phi^2} \int_{\Gamma} \left[\delta p \cdot \phi (u_n^f - u_n^s) + \delta p \cdot \phi \left(1 + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right) u_n^s \right] dS \end{aligned} \quad (2.282)$$

ここで、 $K_b \ll K_s$ の条件、即ち \tilde{Q}, \tilde{R} が Eq.(2.245) で表される場合、固体相、流体相に共通して現れる $\phi \left(1 + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right)$ が以下のように表される。

$$\phi \left(1 + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right) = 1 \quad (2.283)$$

この関係より固体相、流体相共に境界積分項が非常に単純化される。以降では表記の簡略化のため \tilde{S} を以下のように定義する。

$$\tilde{S} = \phi \left(1 + \frac{\tilde{Q}}{\tilde{R}} \right) \quad (2.284)$$

■音響加振条件 Γ^p 上においてある音圧 p^i が規定される境界条件を考える。この時、以下の条件が満たされなければいけない。

$$\begin{cases} \underline{\underline{a}}^t \cdot \mathbf{n} = -p^i \mathbf{1} \cdot \mathbf{n} \\ p = p^i \end{cases} \quad (\text{on } \Gamma^p) \quad (2.285)$$

上式はそれぞれ境界面において全応力が外力と釣り合っている事、流体相音圧が規定する音圧と連続することを表している。第一式を Eq.(2.279) に代入すると以下のように表される。

$$\begin{aligned}
I_s &= \int_{\Gamma^p} \delta u_n^s (-1 + \tilde{S}) p dS \\
&= (-1 + \tilde{S}) \int_{\Gamma^p} (\delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n}) p dS \\
&= (-1 + \tilde{S}) \{\delta \mathbf{u}_e^s\}^T \int_{\Gamma^p} [\mathbf{N}^s]^T \{\mathbf{n}\} [\mathbf{N}^f] \{\mathbf{p}_e\} dS \\
&= (-1 + \tilde{S}) \{\delta \mathbf{u}_e^s\}^T [\mathbf{Q}^p] \{\mathbf{p}_e\}
\end{aligned} \tag{2.286}$$

ここで、 $K_b \ll K_s$ の条件においては Eq.(2.283) より $I_s = 0$ である。また、第二式は流体相方程式におけるディリクレ境界条件であることから、境界上で $\delta p = 0$ となる。これは弱形式方程式が成立するための前提条件である [97]。従って、Eq.(2.282) は Γ^p 上で 0 となる。

$$I_f = 0 \tag{2.287}$$

以上の関係から、有限要素法の実装において、 $K_b \ll K_s$ の条件下では音響加振条件においては境界積分項を考慮する必要は無く、境界 Γ^p 上の音圧 p に対し、 $p = p^i$ なる拘束条件のみを考慮すれば良い。

■構造加振条件 Γ^v 上においてある音圧 \mathbf{u}^i が規定される境界条件を考える。この時、以下の条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} \mathbf{u}^s = \mathbf{u}^i \\ u_n^s - u_n^f = 0 \end{cases} \quad (\text{on } \Gamma^v) \tag{2.288}$$

上式第一式は固体相変位は規定される変位と等しいこと、第二式は加振面法線方向に関し両相の相対変位が常に 0 であること、即ち同位相、同振幅であることを示している。これらの条件は質量流速が無い、不透性かつ剥離しない条件などと解釈できる。また、第一式は固体相方程式に対するディリクレ境界条件であることから、境界上で $\delta \mathbf{u}^s = 0$ である。従って、Eq.(2.279) は Γ^v 上で 0 となる。

$$I_s = 0 \tag{2.289}$$

また、第二式を Eq.(2.282) に代入すると以下のように表される。

$$\begin{aligned}
I_f &= -\frac{\omega^2 \tilde{\rho}_{22}}{\phi^2} \int_{\Gamma^p} \delta p \tilde{S} u_n^s dS \\
&= -\frac{\omega^2 \tilde{\rho}_{22}}{\phi^2} \tilde{S} \int_{\Gamma^p} \delta p (\delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n}) dS \\
&= -\frac{\omega^2 \tilde{\rho}_{22}}{\phi^2} \tilde{S} \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Gamma^p} [\mathbf{N}^f]^T \{\mathbf{n}\} [\mathbf{N}^f] dS \{\mathbf{u}_e^s\} \\
&= -\frac{\omega^2 \tilde{\rho}_{22}}{\phi^2} \tilde{S} \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{Q}^v] \{\mathbf{u}_e^s\}
\end{aligned} \tag{2.290}$$

ここで、 $K_b \ll K_s$ の条件下では上式は次節に示す音場-弾性体振動場の連成に見られる音場の境界積分項と同様の形式となる (Eq.(2.308))。

有限要素法の実装における構造加振条件においては境界 Γ^p 上の固体相変位に対し、 $\mathbf{u}^s = \mathbf{u}^i$ なる拘束条件をあたえ、流体相においては Eq.(2.290) の境界積分項を考慮する必要がある。

■固定支持条件 多孔質弾性体の剛壁面における固定支持は、以下のような境界条件により表される。

$$\begin{cases} \mathbf{u}^s = 0 \\ u_n^f - u_n^s = 0 \end{cases} \quad (\text{on } \Gamma^F) \quad (2.291)$$

第一式は固体変位の三次元的な拘束、第二式は境界面において両相の相対法線方向変位が無いことを意味する。第一式は固体相方程式におけるディリクレ境界条件であることから $I_s = 0$ である。また、第一式より、境界面における固体相の法線方向変位も 0 であるため、第二式と合わせると、 $I_f = 0$ であることが明らかである。従って、有限要素法の実装においては三次元的な固体相変位の拘束のみを考慮すれば良い。

■スリップ支持条件 多孔質弾性体の剛壁面におけるスリップ支持は、以下のような境界条件により表される。

$$\begin{cases} \sigma_{\text{tan}}^t = 0 \\ u_n^s = 0 \\ u_n^f - u_n^s = 0 \end{cases} \quad (\text{on } \Gamma^S) \quad (2.292)$$

σ_{tan}^t は境界面における全面内応力である。流体相音圧は面内方向成分は常に 0 であることから、第一式は境界面においてはこの面内で固体相応力が生じないことを意味している。第二式は固体相の法線方向変位がないこと、即ち境界面上を滑る運動を表している。第三式は境界面において両相の相対法線方向変位が無いことを意味している。Eq.(2.279) を境界面の法線方向 \mathbf{n} 、及び面内の独立な二方向 \mathbf{t}, \mathbf{b} により張られる局所直交座標系で表し、Eq.(2.292) の第一式、及び第二式を考慮すると以下のように $I_s = 0$ が示される。

$$\begin{aligned} I_s &= \int_{\Gamma^S} \left[\begin{matrix} \delta u_n & \delta u_t & \delta u_b \end{matrix} \right] \begin{bmatrix} \sigma_{nn} & \sigma_{nt} & \sigma_{nb} \\ \sigma_{tn} & \sigma_{tt} & \sigma_{tb} \\ \sigma_{bn} & \sigma_{bt} & \sigma_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \tilde{S} \delta u_n p \right] dS \\ &= \int_{\Gamma^S} \left[\begin{matrix} \delta u_n & \delta u_t & \delta u_b \end{matrix} \right] \cdot \left\{ \begin{matrix} \sigma_{nn} & \sigma_{tn} & \sigma_{bn} \end{matrix} \right\}^T + \tilde{S} \delta u_n p \right] dS \\ &= \int_{\Gamma^S} \left[\begin{matrix} 0 & \delta u_t & \delta u_b \end{matrix} \right] \cdot \left\{ \begin{matrix} \sigma_{nn} & 0 & 0 \end{matrix} \right\}^T + \tilde{S} \times 0 \times p \right] dS \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.293)$$

また、Eq.(2.292) 第二、第三式より $I_f = 0$ が明らかである。以上の事から、有限要素法の実装においては $u_n^s = 0$ の関係のみを考慮すれば良い。

■剛壁密着条件 Fig.2.13 に示すように多孔質弾性体と剛壁の間に厚さ ε の微小な空気層が存在する条件を考える。この時、多孔質弾性体場と音場の境界面においては以下の連続条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} \underline{\sigma}^t \cdot \mathbf{n} = -p^{a+} \mathbf{n} \\ p = p^{a+} \\ (1 - \phi)u_n^s + \phi u_n^f = u^{a+} \end{cases} \quad (2.294)$$

ここで剛壁と多孔質弾性体の隙間幅 ε が非常に小さい場合、多孔質弾性体直面の音圧・法線方向粒子速度 p^{a+}, u^{a+} と剛壁直面の音圧・法線方向粒子速度 p^{a-}, u^{a-} は一致し、一定値であると考えられる。さら

に剛壁面においては法線方向粒子速度は0である。以上のことから、剛壁密着条件における以下の境界条件が導かれる。

$$\begin{cases} \underline{\sigma}^t \cdot \mathbf{n} = -p\mathbf{n} \\ (1 - \phi)u_n^s + \phi u_n^f = 0 \end{cases} \quad (\text{on } \Gamma^G) \quad (2.295)$$

上式第一式を Eq.(2.279) に、また第二式を Eq.(2.282) にそれぞれ代入すると以下の関係が得られる。

$$I_s = (-1 + \tilde{S}) \int_{\Gamma} \delta u_n^s p dS \quad (2.296)$$

$$I_f = -\frac{\omega^2 \tilde{\rho}_{22}}{\phi^2} (-1 + \tilde{S}) \int_{\Gamma} \delta p u_n^s dS \quad (2.297)$$

ここで、 $K_b \ll K_s$ の条件においては $I_s = 0, I_f = 0$ であり、これらの境界積分項を考慮する必要がなくなる。以上のことから、有限要素法の実装においては up 形式を用いた多孔質弾性体振動場の解析を行う際、境界において特にディリクレ境界条件を規定せず、境界積分項も考慮しない場合には剛壁密着条件となっていることが分かる。

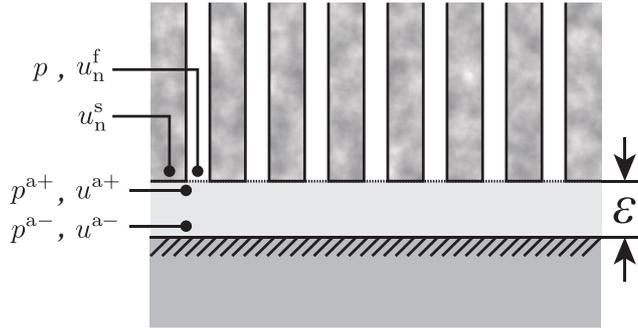


Fig. 2.13: Poroelastic material placed closely to the rigid wall with narrow gap.

全体マトリックスの構築

これまでと同様に、要素マトリックスを重ね合わせ、全体マトリックスを以下のように与える。

$$[\mathbf{K}^s] = \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{K}_e^{/s}], \quad [\mathbf{M}^s] = \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{M}_e^{/s}], \quad [\mathbf{C}^{sf}] = \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{C}_e^{/sf}] \quad (2.298)$$

$$[\mathbf{K}^f] = \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{K}_e^{/f}], \quad [\mathbf{M}^f] = \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{M}_e^{/f}], \quad [\mathbf{C}^{sf}]^T = \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{C}_e^{/sf}]^T \quad (2.299)$$

はじめに簡単のため、境界での加振項を除いた形式で解くべき全体マトリックス方程式を示す。全節点仮想固体相変位ベクトル $\{\delta \mathbf{u}^s\}$ 、全節点固体相変位ベクトル $\{\mathbf{u}^s\}$ 、全節点仮想流体相音圧ベクトル $\{\delta \mathbf{p}\}$ 、全節点流体相音圧ベクトル $\{\mathbf{p}\}$ 、を用いると、Eq.(2.256), (2.261) はマトリックス形式でそれぞれ以下のように書く事が出来る。

$$\begin{cases} \{\delta \mathbf{u}^s\}^T (([\mathbf{K}^s] - \omega^2 [\mathbf{M}^s]) \{\mathbf{u}^s\} - [\mathbf{C}^{sf}] \{\mathbf{p}\}) = \{0\} \\ \{\delta \mathbf{p}\}^T (([\mathbf{K}^s] - \omega^2 \frac{\tilde{\rho}_{22}}{\tilde{R}} [\mathbf{M}^s]) \{\mathbf{p}\} - \omega^2 \frac{\tilde{\rho}_{22}}{\phi^2} [\mathbf{C}^{sf}]^T \{\mathbf{u}^s\}) = \{0\} \end{cases} \quad (2.300)$$

上式を元に、音響加振条件，構造加振条件を考慮するとマトリックス方程式は以下のように書く事ができる。

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{I}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{A}_{22}^s] & [\mathbf{A}_{23}^s] & -[\mathbf{C}_{21}^{sf}] & -[\mathbf{C}_{22}^{sf}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{A}_{32}^s] & [\mathbf{A}_{33}^s] & [\mathbf{0}] & -[\mathbf{C}_{32}^{sf}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & -[\mathbf{C}_{12}^{fs}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{A}_{11}^f] & [\mathbf{A}_{12}^f] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & -[\mathbf{C}_{22}^{fs}] & -[\mathbf{C}_{23}^{fs}] & [\mathbf{A}_{21}^f] & [\mathbf{A}_{22}^f] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{I}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{u}_1^s\} \\ \{\mathbf{u}_2^s\} \\ \{\mathbf{u}_3^s\} \\ \{\mathbf{p}_1\} \\ \{\mathbf{p}_2\} \\ \{\mathbf{p}_3\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{u}^i\} \\ -[\mathbf{A}_{21}^s]\{\mathbf{u}^i\} + [\mathbf{C}_{23}^{sf}]\{\mathbf{p}^i\} \\ ([\mathbf{C}_{33}^{sf}] + (-1 + \tilde{S})[\mathbf{Q}^p])\{\mathbf{p}^i\} \\ ([\mathbf{C}_{11}^{fs}] + \tilde{S}[\mathbf{Q}^v])\{\mathbf{u}^i\} \\ [\mathbf{C}_{21}^{fs}]\{\mathbf{u}^i\} - [\mathbf{A}_{23}^f]\{\mathbf{p}^i\} \\ \{\mathbf{p}^i\} \end{Bmatrix} \quad (2.305)$$

ここで，上式に限らず，有限要素法一般についてであるが，主としてディリクレ境界条件を規定した場合に生じる単位マトリックス $[\mathbf{I}]$ を対角項とする行，及び列はマトリックス方程式から除外しても構わない。ただし，プログラミング上の後処理を考慮した際，解ベクトルからメッシュ上全節点の物理値を参照できる方が都合が良い事が多いため，上式のように単位マトリックスにより規定値を含めた全体行列を作成する事が有用である。この時行列の元数は大きくなるが，行列をスパース形式で保存する場合にはメモリ消費が問題になることは少ないと言える。また，行列方程式の直接解法としてスパースソルバーを用いる場合にはシンボリック分解 (LU 分解の合理化) の過程で演算の増加が防がれるため，求解速度への影響も小さいと言える。

2.7 音響振動連成系の取扱い

2.7.1 連成問題における弱形式積分方程式

連成問題においては最終的な全体マトリックスを対称にするために係数の調整を行う。以下に本節で用いる弱形式積分方程式を示す。式中下括弧は連成に関する項を示している。本節では異種媒質境界面におけるこれら連成項の振る舞いを具体的に述べる。

■音場

$$\frac{1}{\rho\omega^2} \left(\int_{\Omega} (\nabla\delta p \cdot \nabla p) dV - k^2 \int_{\Omega} \delta p p dV \right) - \underbrace{\frac{1}{\rho\omega^2} \int_{\Gamma} \delta p \frac{\partial p}{\partial n} dS}_{=I_a} = 0 \quad (2.15')$$

■弾性体振動場

$$\int_{\Omega} \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^E : \underline{\underline{\varepsilon}}^E dV - \rho_E \omega^2 \int_{\Omega} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} dV - \underbrace{\int_{\Gamma} \delta \mathbf{u} \cdot (\underline{\underline{\sigma}}^E \cdot \mathbf{n}) dS}_{=I_E} = 0 \quad (2.113')$$

■板振動場

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\frac{\partial^2 \delta w}{\partial \alpha \beta} M_{\alpha\beta} \right) dS - h \rho_p \omega^2 \int_{\Gamma} \delta w w dS - \underbrace{\int_{\Gamma} \delta w f_z dS}_{=I_{PLn}} - \underbrace{\left(-z \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} f_{\alpha} \right) dS \right)}_{=I_{PLt}} \\ & + \int_{\partial\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\delta w n_{\alpha} \frac{\partial M_{\alpha\beta}}{\partial \beta} - \frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} n_{\beta} M_{\alpha\beta} \right) dL = 0 \end{aligned} \quad (2.158')$$

■膜振動場

$$\begin{aligned} & T \int_{\Gamma} \nabla_m \delta u^m \cdot \nabla_m u^m dS - \rho_m \omega^2 \int_{\Gamma} \delta u^m u^m dS \\ & - \underbrace{\int_{\Gamma} \delta u^m f_z dS}_{=I_m} - T \int_{\partial\Gamma} \delta u^m \frac{\partial u^m}{\partial n} dL = 0 \end{aligned} \quad (2.202')$$

■多孔質弾性体振動場

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^s : \underline{\underline{\varepsilon}}^s(\mathbf{u}^s) dV - \tilde{\rho}_s \omega^2 \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{u}^s dV - \tilde{\gamma} \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^s \cdot \nabla p dV \\ & - \underbrace{\int_{\Gamma} \left[\delta \mathbf{u}^s \cdot (\underline{\underline{\sigma}}^t \cdot \mathbf{n}) + \tilde{S}(\delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n}) p \right] dS}_{=I_s} = 0 \end{aligned} \quad (2.256')$$

$$\begin{aligned} & \frac{\phi^2}{\tilde{\rho}_{22}\omega^2} \int_{\Omega} \nabla \delta p \cdot \nabla p dV - \frac{\phi^2}{\tilde{R}} \int_{\Omega} \delta p \cdot p dV - \tilde{\gamma} \int_{\Omega} \nabla \delta p \cdot \mathbf{u} dV \\ & - \underbrace{\int_{\Gamma} \left[\delta p \cdot \phi (u_n^f - u_n^s) + \tilde{S} \delta p \cdot u_n^s \right] dS}_{=I_f} = 0 \end{aligned} \quad (2.261')$$

2.7.2 音響系-振動系の結合

音場-弾性体振動場の結合

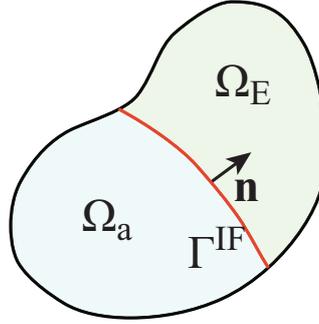


Fig. 2.15: The notation on the acoustic elastic coupling problem.

音場と弾性体振動場の境界面では以下のような音圧-応力及び法線方向音圧傾度-振動変位の連続条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} \underline{\sigma}^E \cdot \mathbf{n} = -p\mathbf{n} & (2.306) \\ \frac{1}{\rho\omega^2} \frac{\partial p}{\partial n} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} & (2.307) \end{cases}$$

ここで、Eq.(2.15'),(2.113') 共に、境界積分項は発散定理を適用した事により生じた項であるため、法線方向は領域に対し外向きに定義している。ここでは法線方向を音場に対して外向きに統一し、境界積分項を評価することを考える。はじめに、Eq.(2.15') 第三項に Eq.(2.307) を代入し、全要素について総和をとると以下のように表す事が出来る。

$$\begin{aligned} I_a &= \frac{1}{\rho\omega^2} \sum_{e \in \Gamma} \int_{\Gamma_e} \delta p \frac{\partial p}{\partial n} dS \\ &= \sum_{e \in \Gamma} \int_{\Gamma_e} \delta p \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS \\ &= \sum_{e \in \Gamma} \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T \cdot \mathbf{n} \cdot [\mathbf{N}] dS \{\mathbf{u}_e\} \\ &= \sum_{e \in \Gamma} \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{Q}_e^{\mathbf{aE}}] \{\mathbf{u}_e\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{Q}^{\mathbf{aE}}] \{\mathbf{u}\} \end{aligned} \quad (2.308)$$

ここで要素適合マトリックス $[\mathbf{Q}_e^{\mathbf{aE}}]$ 、全体適合マトリックス $[\mathbf{Q}^{\mathbf{aE}}]$ は下式で定義される。

$$[\mathbf{Q}_e^{\mathbf{aE}}] = \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T \cdot \mathbf{n} \cdot [\mathbf{N}] dS \quad (2.309)$$

$$[\mathbf{Q}^{\mathbf{aE}}] = \sum_{e \in \Gamma} [\mathbf{Q}_e^{\mathbf{aE}}] \quad (2.310)$$

次に, Eq.(2.306) を Eq.(2.113') 第三項に代入し全要素について総和をとると以下のように表される。

$$\begin{aligned}
I_E &= - \sum_{e \in \Gamma} \int_{\Gamma_e} \delta \mathbf{u} \cdot p \mathbf{n}^E dS \\
&= \sum_{e \in \Gamma} \int_{\Gamma_e} \delta \mathbf{u} \cdot p \mathbf{n}^a dS \\
&= \sum_{e \in \Gamma} \{\delta \mathbf{u}_e\}^T \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}]^T \cdot \mathbf{n}^{aT} \cdot \{\mathbf{N}\} dS \{\mathbf{p}_e\} \\
&= \sum_{e \in \Gamma} \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{Q}_e^{\mathbf{Ea}}] \{\mathbf{p}_e\} \\
&= \{\delta \mathbf{u}\}^T [\mathbf{Q}^{\mathbf{Ea}}] \{\mathbf{p}\}
\end{aligned} \tag{2.311}$$

ここで, $\mathbf{n}^E, \mathbf{n}^a$ はそれぞれ弾性体振動場, 音場に対する外向き法線ベクトルであり, 要素適合マトリックス $[\mathbf{Q}_e^{\mathbf{Ea}}]$, 全体適合マトリックス $[\mathbf{Q}^{\mathbf{Ea}}]$ は下式で定義される。

$$[\mathbf{Q}_e^{\mathbf{Ea}}] = \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}]^T \cdot \mathbf{n}^{aT} \cdot \{\mathbf{N}\} dS \tag{2.312}$$

$$[\mathbf{Q}^{\mathbf{Ea}}] = \sum_{e \in \Gamma} [\mathbf{Q}_e^{\mathbf{Ea}}] \tag{2.313}$$

音場及び弾性体振動場のマトリックス方程式にそれぞれ上述の境界積分項を加え連立させる事で, 以下のように, 連成系のマトリックス方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\rho \omega^2} ([\mathbf{K}^a] - k^2 [\mathbf{M}^a] + jk [\mathbf{C}^a]) & -[\mathbf{Q}^{\mathbf{aE}}] \\ -[\mathbf{Q}^{\mathbf{Ea}}] & [\mathbf{K}^E] - \omega^2 [\mathbf{M}^E] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{p}\} \\ \{\mathbf{u}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{j\omega} [\mathbf{Q}^a] \{\mathbf{v}^f\} \\ [\mathbf{Q}^E] \{\mathbf{f}^s\} \end{Bmatrix} \tag{2.314}$$

要素適合マトリックス Eq.(2.309) と Eq.(2.312) を比較すると, $[\mathbf{Q}_e^{\mathbf{Ea}}] = [\mathbf{Q}_e^{\mathbf{aE}}]^T$ であることがわかる。従って, 全体適合マトリックスについても $[\mathbf{Q}^{\mathbf{Ea}}] = [\mathbf{Q}^{\mathbf{aE}}]^T$ であり, Eq.(2.314) の係数行列も対称行列となっている。

音場-板振動場の結合

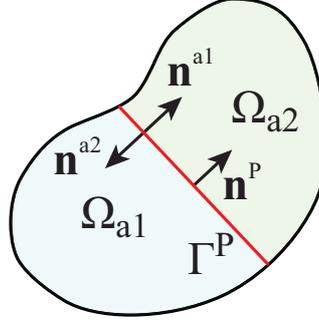


Fig. 2.16: The notation on the acoustic plate coupling problem.

音場と板振動場の境界面では以下のような音圧-外力及び法線方向音圧傾度-振動変位の連続条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} f_\alpha = 0, & (\alpha = x, y) & (2.315) \\ f_z = \pm p & & (2.316) \\ \frac{1}{\rho\omega^2} \frac{\partial p}{\partial n} = \pm w & & (2.317) \end{cases}$$

この時、板面は法線方向側を表面と定義し、上式においては裏面の音場-板振動場連成では正符号、表面の音場-板振動場連成では負符号を採用する。ここでは音場に対する法線方向は領域外向きに統一し、音場の境界積分項と振動場の外力項を評価することを考える。はじめに、Eq.(2.15') 第三項に Eq.(2.317) を代入し、全要素について総和をとると以下のように表す事が出来る。

$$\begin{aligned} I_a &= \frac{1}{\rho\omega^2} \sum_{e \in \Gamma^P} \int_{\Gamma_e^P} \delta p \frac{\partial p}{\partial n} dS \\ &= \pm \sum_{e \in \Gamma^P} \int_{\Gamma_e^P} \delta p w dS \\ &= \pm \sum_{e \in \Gamma^P} \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Gamma_e^P} \{\mathbf{N}\}^T [\mathbf{N}^P] dS \{\mathbf{w}_e\} \\ &= \pm \sum_{e \in \Gamma^P} \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{Q}_e^{\text{ap}}] \{\mathbf{w}_e\} \\ &= \pm \{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{Q}^{\text{ap}}] \{\mathbf{w}\} \end{aligned} \quad (2.318)$$

である。ここで要素適合マトリックス $[\mathbf{Q}_e^{\text{ap}}]$ 、全体適合マトリックス $[\mathbf{Q}^{\text{ap}}]$ は下式で定義される。

$$[\mathbf{Q}_e^{\text{ap}}] = \int_{\Gamma_e^P} \{\mathbf{N}\}^T [\mathbf{N}^P] dS \quad (2.319)$$

$$[\mathbf{Q}^{\text{ap}}] = \sum_{e \in \Gamma^P} [\mathbf{Q}_e^{\text{ap}}] \quad (2.320)$$

Eq.(2.315) より, $I_{PL_t} = 0$ である。また, Eq.(2.316) を Eq.(2.158') 第三項に代入し全要素について総和をとると以下のように表される。

$$\begin{aligned}
I_{PL_n} &= \sum_{e \in \Gamma^P} \int_{\Gamma_e^P} \delta w f_z dS \\
&= \pm \sum_{e \in \Gamma^P} \int_{\Gamma_e^P} \delta w p dS \\
&= \pm \sum_{e \in \Gamma^P} \{\delta \mathbf{w}_e\}^T \int_{\Gamma_e^P} \{\mathbf{N}^P\}^T \{\mathbf{N}\} dS \{\mathbf{p}_e\} \\
&= \pm \sum_{e \in \Gamma^P} \{\delta \mathbf{w}_e\}^T [\mathbf{Q}_e^{\text{pa}}] \{\mathbf{p}_e\} \\
&= \pm \{\delta \mathbf{w}\}^T [\mathbf{Q}^{\text{pa}}] \{\mathbf{p}\}
\end{aligned} \tag{2.321}$$

要素適合マトリックス $[\mathbf{Q}_e^{\text{pa}}]$, 全体適合マトリックス $[\mathbf{Q}^{\text{pa}}]$ は下式で定義される。

$$[\mathbf{Q}_e^{\text{pa}}] = \int_{\Gamma_e^P} [\mathbf{N}^P]^T \{\mathbf{N}\} dS \tag{2.322}$$

$$[\mathbf{Q}^{\text{pa}}] = \sum_{e \in \Gamma^P} [\mathbf{Q}_e^{\text{pa}}] \tag{2.323}$$

音場及び弾性体振動場のマトリックス方程式にそれぞれ上述の境界積分項を加え連立させる事で, 以下のように, 連成系のマトリックス方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\rho \omega^2} ([\mathbf{K}^a] - k^2 [\mathbf{M}^a] + jk [\mathbf{C}^a]) & -[\mathbf{Q}^{\text{ap}}] \\ -[\mathbf{Q}^{\text{pa}}] & [\mathbf{K}^P] - \omega^2 [\mathbf{M}^P] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{p}\} \\ \{\mathbf{w}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{j\omega} [\mathbf{Q}^a] \{\mathbf{v}^f\} \\ [\mathbf{Q}^P] \{\mathbf{f}^P\} \end{Bmatrix} \tag{2.324}$$

要素適合マトリックス Eq.(2.319) と Eq.(2.322) を比較すると, $[\mathbf{Q}_e^{\text{pa}}] = [\mathbf{Q}_e^{\text{ap}}]^T$ であることがわかる。従って, 全体適合マトリックスについても $[\mathbf{Q}^{\text{pa}}] = [\mathbf{Q}^{\text{ap}}]^T$ であり, Eq.(2.324) の係数行列も対称行列となっている。

さらに, 音場 1-板振動場-音場 2 の適合を行う場合には, 以下のように, 連成系のマトリックス方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}^{\text{a1}}] & -[\mathbf{Q}^{\text{a1P}}] & [0] \\ -[\mathbf{Q}^{\text{pa1}}] & [\mathbf{A}^P] & [\mathbf{Q}^{\text{pa2}}] \\ [0] & [\mathbf{Q}^{\text{a2P}}] & [\mathbf{A}^{\text{a2}}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{p}^1\} \\ \{\mathbf{w}\} \\ \{\mathbf{p}^2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{j\omega} [\mathbf{Q}^{\text{a1}}] \{\mathbf{v}^{\text{f1}}\} \\ [\mathbf{Q}^P] \{\mathbf{f}^P\} \\ -\frac{1}{j\omega} [\mathbf{Q}^{\text{a2}}] \{\mathbf{v}^{\text{f2}}\} \end{Bmatrix} \tag{2.325}$$

ただし, $[\mathbf{A}^a] = \frac{1}{\rho \omega^2} ([\mathbf{K}^a] - \omega^2 [\mathbf{M}^a] + jk [\mathbf{C}^a])$, $[\mathbf{A}^P] = [\mathbf{K}^P] - \omega^2 [\mathbf{M}^P]$ である。

音場-膜振動場の結合

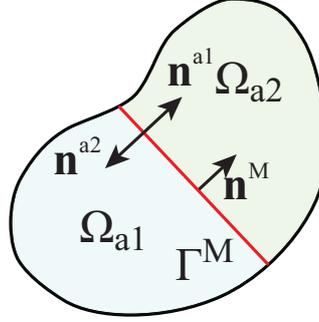


Fig. 2.17: The notation on the acoustic membrane coupling problem.

音場と膜振動場の境界面では以下のような音圧-外力及び法線方向音圧傾度-振動変位の連続条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} f_z = \pm p & (2.326) \\ \frac{1}{\rho\omega^2} \frac{\partial p}{\partial n} = \pm u^m & (2.327) \end{cases}$$

音場-膜振動場の連成は音場-板振動場の連成と全く同様に展開できる。ここでは重複を避けるため、結果のみを示す。Fig.2.17 に示すような音場 1-膜振動場-音場 2 の連成系のマトリックス方程式は以下のよう

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}^{a1}] & -[\mathbf{Q}^{a1m}] & [\mathbf{0}] \\ -[\mathbf{Q}^{ma1}] & [\mathbf{A}^m] & [\mathbf{Q}^{ma2}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{Q}^{a2m}] & [\mathbf{A}^{a2}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{p}^1\} \\ \{\mathbf{u}^m\} \\ \{\mathbf{p}^2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{j\omega} [\mathbf{Q}^{a1}] \{\mathbf{v}^{f1}\} \\ [\mathbf{Q}^m] \{\mathbf{f}^m\} \\ -\frac{1}{j\omega} [\mathbf{Q}^{a2}] \{\mathbf{v}^{f2}\} \end{Bmatrix} \quad (2.328)$$

ただし、 $[\mathbf{A}^a] = \frac{1}{\rho\omega^2}([\mathbf{K}^a] - \omega^2[\mathbf{M}^a] + jk[\mathbf{C}^a])$, $[\mathbf{A}^m] = [\mathbf{K}^m] - \omega^2[\mathbf{M}^m]$, または $[\mathbf{A}^m] = -\omega^2[\mathbf{M}^m]$ である。また、 $[\mathbf{Q}^{am}]$, $[\mathbf{Q}^{ma}]$ は以下のように与えられる。

$$[\mathbf{Q}_e^{am}] = \int_{\Gamma_e^M} \{\mathbf{N}\}^T [\mathbf{N}^m] dS, \quad [\mathbf{Q}^{am}] = \sum_{e \in \Gamma^M} [\mathbf{Q}_e^{am}] \quad (2.329)$$

$$[\mathbf{Q}_e^{ma}] = \int_{\Gamma_e^M} [\mathbf{N}^m]^T \{\mathbf{N}\} dS, \quad [\mathbf{Q}^{ma}] = \sum_{e \in \Gamma^M} [\mathbf{Q}_e^{ma}] \quad (2.330)$$

音場-多孔質弾性体振動場の結合

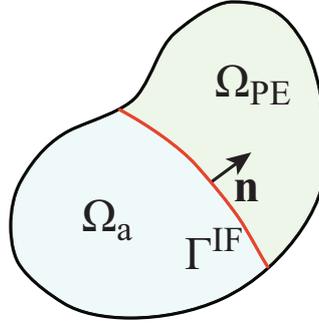


Fig. 2.18: The notation on the acoustic poroelastic coupling problem.

音場-多孔質弾性体振動場の境界面では以下の連続条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} \underline{\sigma}^t \cdot \mathbf{n} = -p^a \mathbf{n} & (2.331) \\ p = p^a & (2.332) \\ (1 - \phi)u_n^s + \phi u_n^f = \frac{1}{\rho\omega^2} \frac{\partial p^a}{\partial n} \quad (= u^a) & (2.333) \end{cases}$$

第一式は多孔質弾性体全応力と音圧の釣り合い、第二式は音圧の連続、第三式は多孔質弾性体の重み付けした変位が音場の変位と連続であることを意味している。ここでは境界面の法線方向を音場に対して外向きに統一し、 I_s 及び $I_f + I_a$ を評価する。はじめに、Eq.(2.331), (2.332) より I_s は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} I_s &= \sum_{e \in \Gamma^{IF}} \int_{\Gamma_e^{IF}} \left[\delta \mathbf{u}^s \cdot (\underline{\sigma}^t \cdot \mathbf{n}) + \tilde{S}(\delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n})p \right] dS \\ &= (-1 + \tilde{S}) \sum_{e \in \Gamma^{IF}} \int_{\Gamma_e^{IF}} (\delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n})p^a dS \\ &= (-1 + \tilde{S}) \sum_{e \in \Gamma^{IF}} \{\delta \mathbf{u}_e^s\}^T \int_{\Gamma_e^{IF}} [\mathbf{N}^s]^T \cdot \{\mathbf{n}\}^T \cdot \{\mathbf{N}\} dS \{\mathbf{p}_e^a\} \\ &= \sum_{e \in \Gamma^{IF}} \{\delta \mathbf{u}_e^s\}^T [\mathbf{Q}_e^{sa}] \{\mathbf{p}_e^a\} \\ &= \{\delta \mathbf{u}^s\}^T [\mathbf{Q}^{sa}] \{\mathbf{p}^a\} \end{aligned} \quad (2.334)$$

ここで要素適合マトリックス $[\mathbf{Q}_e^{sa}]$, 全体適合マトリックス $[\mathbf{Q}^{sa}]$ は下式で定義される。

$$[\mathbf{Q}_e^{sa}] = (-1 + \tilde{S}) \int_{\Gamma_e^{IF}} [\mathbf{N}^s]^T \cdot \mathbf{n} \cdot \{\mathbf{N}\} dS \quad (2.335)$$

$$[\mathbf{Q}^{sa}] = \sum_{e \in \Gamma^{IF}} [\mathbf{Q}_e^{sa}] \quad (2.336)$$

続いて, $I_f + I_a$ は Eq.(2.332), (2.333) より以下のように変形できる。

$$\begin{aligned}
I_f + I_a &= \sum_{e \in \Gamma^{IF}} \int_{\Gamma_e^{IF}} \left[-\delta p \cdot \phi (u_n^f - u_n^s) - \tilde{S} \delta p \cdot u_n^s + \frac{1}{\rho \omega^2} \delta p^a \frac{\partial p^a}{\partial n} \right] dS \\
&= -(-1 + \tilde{S}) \sum_{e \in \Gamma^{IF}} \int_{\Gamma_e^{IF}} \delta p^a (\mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n}) dS \\
&= -(-1 + \tilde{S}) \sum_{e \in \Gamma^{IF}} \{\delta \mathbf{p}_e^a\}^T \int_{\Gamma_e^{IF}} [\mathbf{N}^a]^T \{\mathbf{n}\} [\mathbf{N}^s] dS \{\mathbf{u}_e^s\} \\
&= \sum_{e \in \Gamma^{IF}} \{\delta \mathbf{p}_e^a\}^T [\mathbf{Q}_e^{\text{fa}}] \{\mathbf{u}_e^s\} \\
&= \{\delta \mathbf{p}^a\}^T [\mathbf{Q}^{\text{fa}}] \{\mathbf{u}^s\}
\end{aligned} \tag{2.337}$$

ここで要素適合マトリックス $[\mathbf{Q}_e^{\text{fa}}]$, 全体適合マトリックス $[\mathbf{Q}^{\text{fa}}]$ は下式で定義される。

$$[\mathbf{Q}_e^{\text{fa}}] = -(-1 + \tilde{S}) \int_{\Gamma_e^{IF}} [\mathbf{N}^a]^T \cdot \mathbf{n} \cdot [\mathbf{N}^s] dS \tag{2.338}$$

$$[\mathbf{Q}^{\text{fa}}] = \sum_{e \in \Gamma^{IF}} [\mathbf{Q}_e^{\text{fa}}] \tag{2.339}$$

最終的に連成系のマトリックス方程式が以下のように得られる。

$$\begin{bmatrix}
[\mathbf{A}_{FF}^s] & [\mathbf{A}_{FC}^s] & -[\mathbf{C}_{FF}^{\text{sf}}] & -[\mathbf{C}_{FC}^{\text{sf}}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\
[\mathbf{A}_{CF}^s] & [\mathbf{A}_{CC}^s] & -[\mathbf{C}_{CF}^{\text{sf}}] & -[\mathbf{C}_{CC}^{\text{sf}}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\
-[\mathbf{C}_{FF}^{\text{fs}}] & -[\mathbf{C}_{FC}^{\text{fs}}] & [\mathbf{A}_{FF}^f] & [\mathbf{A}_{FC}^f] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\
-[\mathbf{C}_{CF}^{\text{fs}}] & -[\mathbf{C}_{CC}^{\text{fs}}] & [\mathbf{A}_{CF}^f] & [\mathbf{A}_{CC}^f] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\
[\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{A}_{FF}^a] & [\mathbf{A}_{FC}^a] \\
[\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{A}_{CF}^a] & [\mathbf{A}_{CC}^a]
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix}
\{\mathbf{u}_F^s\} \\
\{\mathbf{u}_C^s\} \\
\{\mathbf{p}_F\} \\
\{\mathbf{p}_C\} \\
\{\mathbf{p}_F^a\} \\
\{\mathbf{p}_C^a\}
\end{Bmatrix} \tag{2.340}$$

ここで, $K_b \ll K_s$ の場合, $I_s = 0$ 及び $I_f + I_a = 0$ であり, これらの境界積分項, 即ち適合マトリックス $[\mathbf{Q}^{\text{sa}}]$, $[\mathbf{Q}^{\text{fa}}]$ を考慮する必要がない。従って, 有限要素法の実装においては音圧の連続条件のみを考慮すれば良く, これらは上に示したようにマトリックスを重ね合わせる事で考慮される。

2.7.3 振動系-振動系の結合

弾性体振動場-弾性体振動場の結合

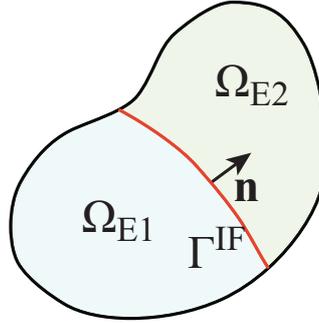


Fig. 2.19: The notation on the elastic elastic coupling problem.

弾性体振動場同士の境界面では以下のような応力及び振動変位の連続条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} \underline{\sigma}^{E1} \cdot \mathbf{n} = \underline{\sigma}^{E2} \cdot \mathbf{n} \\ \mathbf{u}^{E1} = \mathbf{u}^{E2} \end{cases} \quad (2.341)$$

$$(2.342)$$

ここでは法線方向を弾性体振動場 1 に対して外向きに統一し、境界積分項を評価することを考える。弾性体振動場 1 及び 2 の境界積分項の値をそれぞれ I_1, I_2 とし、その和を考える。

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u}^{E1} \cdot \underline{\sigma}^{E1} \cdot \mathbf{n}^{E1} dS + \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u}^{E2} \cdot \underline{\sigma}^{E2} \cdot \mathbf{n}^{E2} dS \\ &= \int_{\Gamma} (\delta \mathbf{u}^{E1} \cdot \underline{\sigma}^{E1} \cdot \mathbf{n}^{E1} + \delta \mathbf{u}^{E2} \cdot \underline{\sigma}^{E2} \cdot \mathbf{n}^{E2}) dS \\ &= \int_{\Gamma} (\delta \mathbf{u}^{E1} \cdot \underline{\sigma}^{E1} \cdot \mathbf{n}^{E1} - \delta \mathbf{u}^{E2} \cdot \underline{\sigma}^{E2} \cdot \mathbf{n}^{E1}) dS \end{aligned} \quad (2.343)$$

上式に連続条件 Eq.(2.341) 及び Eq.(2.342) を代入すると $I_1 + I_2 = 0$ が得られる。これは弾性体同士の境界上で応力の連続は自然に達成される事を意味している。また、変位の連続条件 Eq.(2.342) はマトリックスの成分を重ね合わせ、共通の未知数を用いることで達成される。

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}_{CC}^{E1}] & [\mathbf{A}_{CF}^{E1}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{A}_{FC}^{E1}] & [\mathbf{A}_{FF}^{E1}] + [\mathbf{A}_{FF}^{E2}] & [\mathbf{A}_{FC}^{E2}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{A}_{CF}^{E2}] & [\mathbf{A}_{CC}^{E2}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{u}^{E1}\} \\ \{\mathbf{u}^{E12}\} \\ \{\mathbf{u}^{E2}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [\mathbf{Q}^{E1}] \{\mathbf{f}^{E1}\} \\ \{\mathbf{0}\} \\ [\mathbf{Q}^{E2}] \{\mathbf{f}^{E2}\} \end{Bmatrix} \quad (2.344)$$

ただし、 $[\mathbf{A}^E] = [\mathbf{K}^E] - \omega^2 [\mathbf{M}^E]$ である。

弾性体振動場-板振動場の結合

弾性体振動場と板振動場の境界面の適合条件として、境界面において弾性体に生じる応力が平板の面内、面外方向に加わる単位面積あたりの外力の釣り合いから以下の条件が与えられる。

$$-\underline{\sigma}^E \cdot \mathbf{n}^E = \{f_x, f_y, f_z\} \quad (2.345)$$

さらに、境界面での面外・面内変位の適合条件として以下のような振動変位の連続条件を与える。

$$\begin{cases} u_x^E = -z \frac{\partial w}{\partial x}, & (= z\theta_y) \\ u_y^E = -z \frac{\partial w}{\partial y}, & (= -z\theta_x) \\ u_z^E = w \end{cases} \quad (2.346)$$

Fig.2.20 に示すように連成面における、法線方向を弾性体振動場に対して外向きに統一し、弾性体振動場の境界積分項及び板振動場の外力積分項 I_E, I_{PL_n}, I_{PL_t} の和を考える。

$$\begin{aligned} I_E + I_{PL_n} + I_{PL_t} &= \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u}^E \cdot (\underline{\underline{q}}^E \cdot \mathbf{n}^E) dS + \int_{\Gamma} \delta w f_z dS - z \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} f_{\alpha} \right) dS \\ &= \int_{\Gamma} \left\{ -z \frac{\partial \delta w}{\partial x}, -z \frac{\partial \delta w}{\partial y}, \delta w \right\} \cdot \{-f_x, -f_y, -f_z\} dS \\ &\quad + \int_{\Gamma} \delta w f_z dS - z \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial x} f_x + \frac{\partial \delta w}{\partial y} f_y \right) dS \\ &= 0 \end{aligned}$$

これは弾性体の境界上で応力と平板の連続は面外変位の連続条件のもと自然に達成される事を意味している。従って有限要素法においては、変位の連続条件 Eq.(2.346) において板裏面側の三次元弾性体については $z = -h/2$, 表側の三次元弾性体については $z = h/2$ とし、弾性体振動場の三次元変位と板振動場の面外変位・回転角について未知数の消去を行えば良い。

ここで、Fig.2.21 を例に取り、三次元弾性体-板連成振動場の全体行列の一例を示す。弾性体と板裏面 ($z = -h/2$) との連成を考える。連成前の全体係数行列、未知数ベクトルは以下のように書ける。

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}_{uu}^E] & [\mathbf{A}_{uu_x}^E] & [\mathbf{A}_{uu_y}^E] & [\mathbf{A}_{uu_z}^E] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{A}_{u_x u}^E] & [\mathbf{A}_{u_x u_x}^E] & [\mathbf{A}_{u_x u_y}^E] & [\mathbf{A}_{u_x u_z}^E] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{A}_{u_y u}^E] & [\mathbf{A}_{u_y u_x}^E] & [\mathbf{A}_{u_y u_y}^E] & [\mathbf{A}_{u_y u_z}^E] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{A}_{u_z u}^E] & [\mathbf{A}_{u_z u_x}^E] & [\mathbf{A}_{u_z u_y}^E] & [\mathbf{A}_{u_z u_z}^E] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{A}_{ww}^P] & [\mathbf{A}_{w\theta_x}^P] & [\mathbf{A}_{w\theta_y}^P] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{A}_{\theta_x w}^P] & [\mathbf{A}_{\theta_x \theta_x}^P] & [\mathbf{A}_{\theta_x \theta_y}^P] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{A}_{\theta_y w}^P] & [\mathbf{A}_{\theta_y \theta_x}^P] & [\mathbf{A}_{\theta_y \theta_y}^P] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{u}\} \\ \{\mathbf{u}_x\} \\ \{\mathbf{u}_y\} \\ \{\mathbf{u}_z\} \\ \{\mathbf{w}\} \\ \{\theta_x\} \\ \{\theta_y\} \end{Bmatrix} \quad (2.347)$$

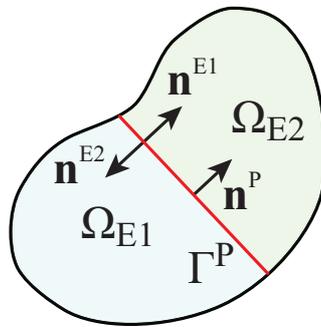


Fig. 2.20: The notation on the elastic plate coupling problem.

変位・回転角の連続条件より上式は以下のように重ね合わせられる。

$$\begin{bmatrix}
 [\mathbf{A}_{\mathbf{u}}^E] & [\mathbf{A}_{\mathbf{u}\mathbf{u}_z}^E] & \frac{h}{2}[\mathbf{A}_{\mathbf{u}\mathbf{u}_y}^E] & -\frac{h}{2}[\mathbf{A}_{\mathbf{u}\mathbf{u}_x}^E] \\
 [\mathbf{A}_{\mathbf{u}_z\mathbf{u}}^E] & [\mathbf{A}_{\mathbf{u}_z\mathbf{u}_z}^E] + [\mathbf{A}_{\mathbf{w}\mathbf{w}}^P] & \frac{h}{2}[\mathbf{A}_{\mathbf{u}_z\mathbf{u}_y}^E] + [\mathbf{A}_{\mathbf{w}\theta_x}^P] & -\frac{h}{2}[\mathbf{A}_{\mathbf{u}_z\mathbf{u}_x}^E] + [\mathbf{A}_{\mathbf{w}\theta_y}^P] \\
 \frac{h}{2}[\mathbf{A}_{\mathbf{u}_y\mathbf{u}}^E] & \frac{h}{2}[\mathbf{A}_{\mathbf{u}_y\mathbf{u}_z}^E] + [\mathbf{A}_{\theta_x\mathbf{w}}^P] & \frac{h^2}{4}[\mathbf{A}_{\mathbf{u}_y\mathbf{u}_y}^E] + [\mathbf{A}_{\theta_x\theta_x}^P] & -\frac{h^2}{4}[\mathbf{A}_{\mathbf{u}_y\mathbf{u}_x}^E] + [\mathbf{A}_{\theta_x\theta_y}^P] \\
 -\frac{h}{2}[\mathbf{A}_{\mathbf{u}_x\mathbf{u}}^E] & -\frac{h}{2}[\mathbf{A}_{\mathbf{u}_x\mathbf{u}_z}^E] + [\mathbf{A}_{\theta_y\mathbf{w}}^P] & -\frac{h^2}{4}[\mathbf{A}_{\mathbf{u}_x\mathbf{u}_y}^E] + [\mathbf{A}_{\theta_y\theta_x}^P] & \frac{h^2}{4}[\mathbf{A}_{\mathbf{u}_x\mathbf{u}_x}^E] + [\mathbf{A}_{\theta_y\theta_y}^P]
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 \{\mathbf{u}\} \\
 \mathbf{w} \\
 \theta_x \\
 \theta_y
 \end{Bmatrix}
 \quad (2.348)$$

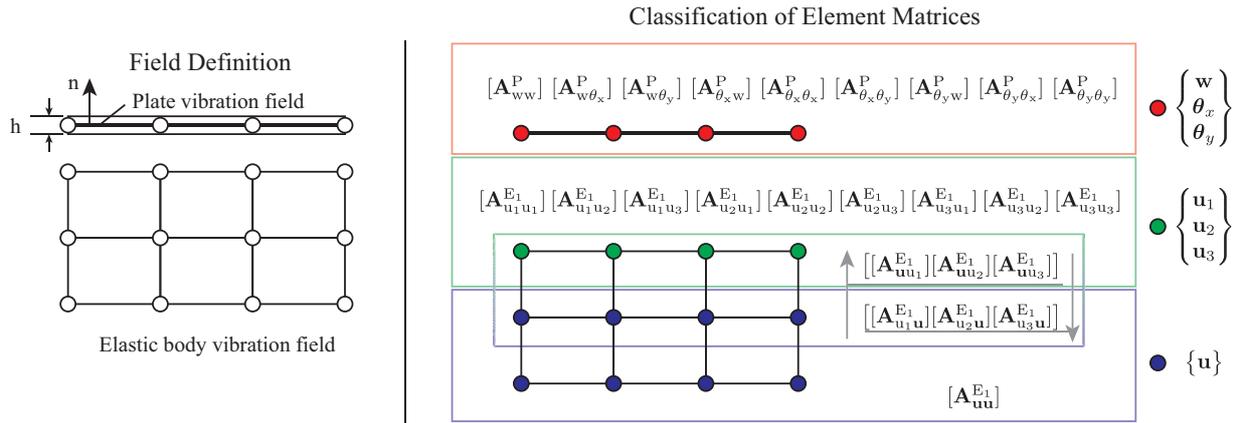


Fig. 2.21: A model case of the coupling between plate and three dimensional elastic body vibration fields.

多孔質弾性体振動場とその他の振動場の結合

多孔質材料とその他の材料の連続条件は音響特性に非常に重大な影響を与える。本論文では材料同士の境界面の物理的状況として、

1. 変位を共有して一体的に振動する接着条件
2. 微小な空気層を介して振動が伝搬する非接着条件 (Fig.2.22)

の二つの状況を想定する。特に非接着条件については、このような微小空気層を音場として扱う事で考慮することができる。しかし有限要素解析においてこのような微小空間に対してメッシュを設ける場合、扁平な要素が発生し、解析効率・精度の劣化が懸念される。このような扁平要素を避ける方法としては Rong らが提案する縮退音響要素 [53] を用いる方法が考えられる。縮退音響要素を用いる事で、任意の材料間の隙間を考慮する事ができるが、新たに多くのプログラムを実装する必要があり、導入は比較的煩雑であると言える。

そこで、本論文では多孔質弾性体振動場とその他の振動場間の隙間に限定し、空気層が微小である事を元に非接着条件における材料間の連続条件を誘導し、隙間に対し音響要素メッシュを設ける事なく解析を行う手法を提案する。

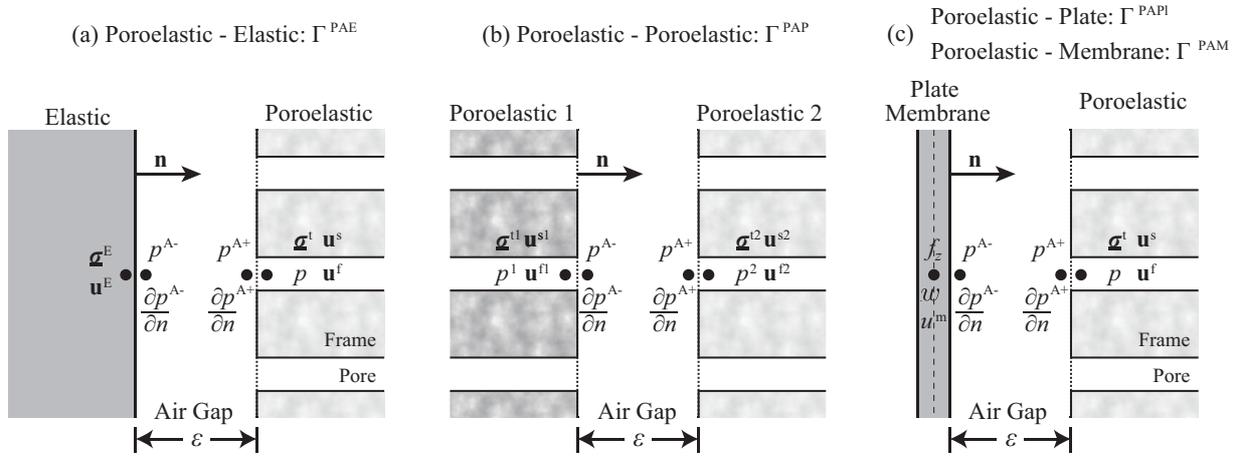


Fig. 2.22: Wave propagation across thin air gap between a poroelastic material and another vibrating material.

Fig.2.22 に示すような微小厚さ ε の空気層においては音圧、粒子速度が層の表裏でそれぞれ一致すると考えられる。即ち、以下の条件が成立する。

$$\begin{cases} p^{a-} \approx p^{a+} \\ \frac{\partial p^{a-}}{\partial n} \approx \frac{\partial p^{a+}}{\partial n} \end{cases} \quad (2.349)$$

弾性体振動場-多孔質弾性体振動場の結合

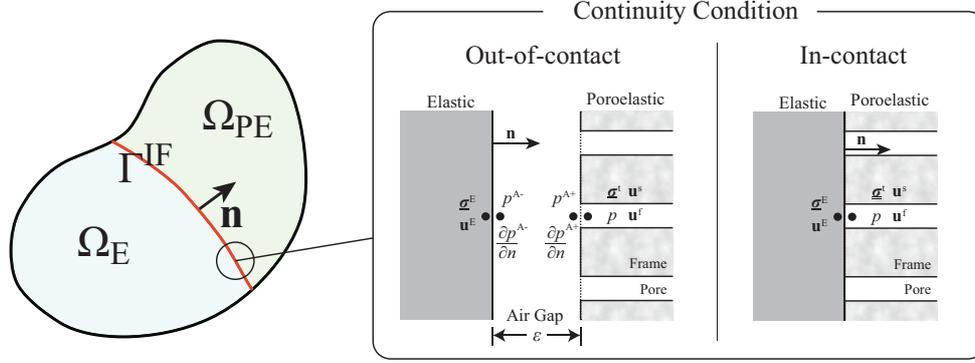


Fig. 2.23: The notation on the elastic-poroelastic coupling problem.

弾性体振動場-多孔質弾性体振動場の結合においては，境界積分項 I_s, I_E の和，及び I_f を考える

$$I_s + I_E = \int_{\Gamma} \left[\delta \mathbf{u}^s \cdot (\underline{\sigma}^t \cdot \mathbf{n}) + \tilde{S}(\delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n})p \right] dS + \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u}^E \cdot (\underline{\sigma}^E \cdot \mathbf{n}^E) dS$$

$$I_f = \int_{\Gamma} \left[\delta p \cdot \phi (u_n^f - u_n^s) + \delta p \cdot \tilde{S}u_n^s \right] dS$$

■接着条件 弾性体-多孔質弾性体振動場の接着境界面では以下のような応力及び振動変位の連続条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} \underline{\sigma}^t \cdot \mathbf{n} = \underline{\sigma}^E \cdot \mathbf{n} & (2.350) \\ \mathbf{u}^s = \mathbf{u}^E & (2.351) \\ u_n^f - u_n^s = 0 & (2.352) \end{cases}$$

Eq.(2.350),(2.351) より $I_s + I_E$ は以下のように変形できる。

$$I_s + I_E = \tilde{S} \int_{\Gamma} (\delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n}) p dS \quad (2.353)$$

また，Eq.(2.352) より， I_f は以下のように変形できる。

$$I_f = \tilde{S} \int_{\Gamma} \delta p (\mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n}) dS \quad (2.354)$$

■非接着条件 弾性体-多孔質弾性体振動場の非接着境界面では以下のような応力及び振動変位の連続条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} \underline{\sigma}^t \cdot \mathbf{n} = -p\mathbf{n} & (2.355) \\ \underline{\sigma}^E \cdot \mathbf{n} = -p\mathbf{n} & (2.356) \\ (1 - \phi)u_n^s + \phi u_n^f = u_n^E & (2.357) \end{cases}$$

$$I_s + I_E = (-1 + \tilde{S}) \int_{\Gamma} (\delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n}) p dS + \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u}^E \cdot \mathbf{n} p dS$$

$$I_f = (-1 + \tilde{S}) \int_{\Gamma} \delta p u_n^s dS + \int_{\Gamma} \delta p \cdot u_n^E dS$$

ここで、 $K_b \ll K_s$ を仮定すると、上式はそれぞれ以下のように書ける。

$$I_s + I_E = \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u}^E \cdot \mathbf{n} p dS$$

$$I_f = \int_{\Gamma} \delta p \cdot u_n^E dS$$

これらの式は音場-弾性体場に見られる境界積分項と一致する。

板振動場-多孔質弾性体振動場の結合

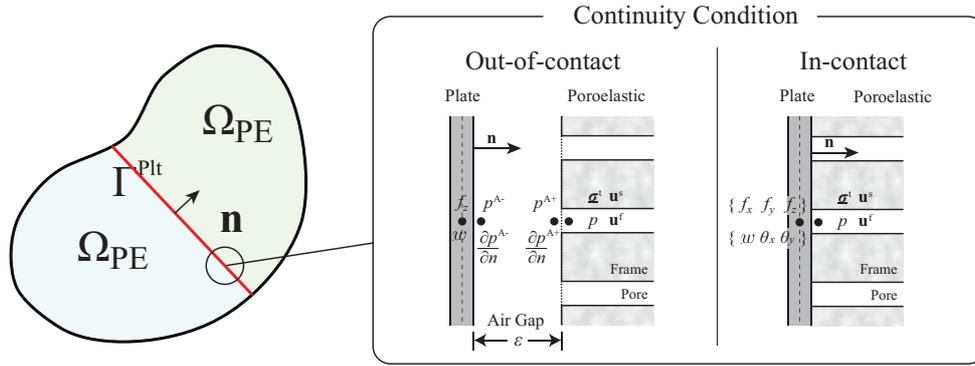


Fig. 2.24: The notation on the plate-poroelastic coupling problem.

板振動場-多孔質弾性体振動場の結合においては、境界積分項 I_s, I_{PL_n}, I_{PL_t} の和、及び I_f を考える

$$I_s + I_{PL_n} + I_{PL_t} = \int_{\Gamma} \left[\delta \mathbf{u}^s \cdot (\underline{\sigma}^t \cdot \mathbf{n}) + \tilde{S} (\delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n}) p \right] dS$$

$$+ \int_{\Gamma} \delta w f_z dS - z \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} f_{\alpha} \right) dS$$

$$I_f = \int_{\Gamma} \left[\delta p \cdot \phi (u_n^f - u_n^s) + \delta p \cdot \tilde{S} u_n^s \right] dS$$

■接着条件 板振動場-多孔質弾性体振動場の接着境界面では以下のような応力及び振動変位の連続条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} -\underline{\sigma}^t \cdot \mathbf{n} = \{f_x, f_y, f_z\} & (2.358) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{u}^s = \left\{ -z \frac{\partial w}{\partial x}, -z \frac{\partial w}{\partial x}, w \right\} & (2.359) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_n^f - u_n^s = 0 & (2.360) \end{cases}$$

上記連続条件より固体部に関する境界積分項の和 $I_s + I_{PL_n} + I_{PL_t}$ 及び、流体部における境界積分項 I_f はそれぞれ以下のように書ける。

$$I_s + I_{PL_n} + I_{PL_t} = \tilde{S} \int_{\Gamma} \delta w p dS$$

$$I_f = \tilde{S} \int_{\Gamma} \delta p w dS$$

■非接着条件 板振動場-多孔質弾性体振動場の非接着境界面では以下のような応力及び振動変位の連続条件が満たされなければいけない。

$$\begin{cases} \underline{\underline{a}}^t \cdot \mathbf{n} = -p\mathbf{n} & (2.361) \\ f_{\alpha} = 0, \quad (\alpha = x, y) & (2.362) \\ f_z = \pm p & (2.363) \\ (1 - \phi)u_n^s + \phi u_n^f = \pm w & (2.364) \end{cases}$$

上記連続条件より固体部に関する境界積分項の和 $I_s + I_{PL_n} + I_{PL_t}$ 及び、流体部における境界積分項 I_f はそれぞれ以下のように書ける。

$$I_s + I_{PL_n} + I_{PL_t} = (-1 + \tilde{S}) \int_{\Gamma} (\delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n}) p dS \pm \int_{\Gamma} \delta w p dS$$

$$I_f = (-1 + \tilde{S}) \int_{\Gamma} \delta p u_n^s dS \pm \int_{\Gamma} \delta p w dS$$

ここで、 $K_b \ll K_s$ を仮定すると、上式はそれぞれ以下のように書ける。

$$I_s + I_{PL_n} + I_{PL_t} = \pm \int_{\Gamma} \delta w p dS$$

$$I_f = \pm \int_{\Gamma} \delta p w dS$$

これらの式は音場-板振動場に見られる境界積分項と一致する。

膜振動場-多孔質弾性体振動場の結合

膜振動場-多孔質弾性体振動場の結合においては、境界積分項 I_s, I_M の和、及び I_f を考える

$$I_s + I_M = \int_{\Gamma} \left[\delta \mathbf{u}^s \cdot (\underline{\underline{a}}^t \cdot \mathbf{n}) + \tilde{S} (\delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n}) p \right] dS + \int_{\Gamma} \delta u^m f_z dS$$

$$I_f = \int_{\Gamma} \left[\delta p \cdot \phi (u_n^f - u_n^s) + \delta p \cdot \tilde{S} u_n^s \right] dS$$

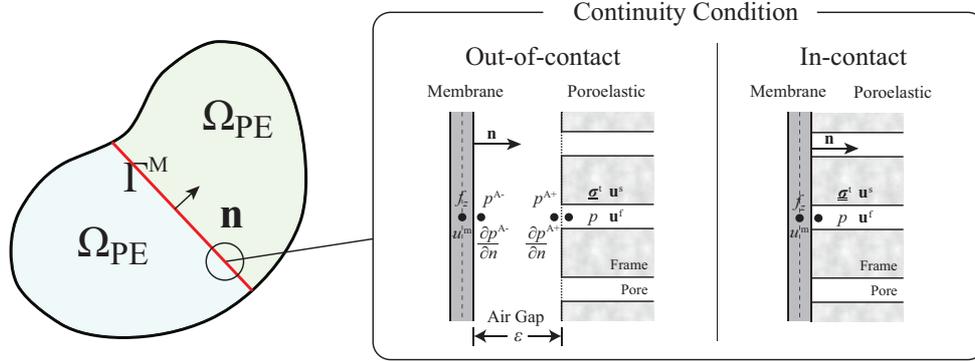


Fig. 2.25: The notation on the membrane-poroelastic coupling problem.

■接着条件 膜振動場-多孔質弾性体振動場の接着境界面では以下のような応力及び振動変位の連続条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} -\underline{\sigma}^t \cdot \mathbf{n} = \{0, 0, f_z\} & (2.365) \\ \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n} = u^m & (2.366) \\ u_n^f - u_n^s = 0 & (2.367) \end{cases}$$

上記連続条件より固体部に関する境界積分項の和 $I_s + I_M$ 及び、流体部における境界積分項 I_f はそれぞれ以下のように書ける。

$$I_s + I_M = \tilde{S} \int_{\Gamma} \delta u^m p dS$$

$$I_f = \tilde{S} \int_{\Gamma} \delta p u^m dS$$

■非接着条件 膜振動場-多孔質弾性体振動場の非接着境界面では以下のような応力及び振動変位の連続条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} \underline{\sigma}^t \cdot \mathbf{n} = -p\mathbf{n} & (2.368) \\ f_\alpha = 0, \quad (\alpha = x, y) & (2.369) \\ f_z = \pm p & (2.370) \\ (1 - \phi)u_n^s + \phi u_n^f = \pm u^m & (2.371) \end{cases}$$

上記連続条件より固体部に関する境界積分項の和 $I_s + I_M$ 及び、流体部における境界積分項 I_f はそれぞれ以下のように書ける。

$$I_s + I_M = (-1 + \tilde{S}) \int_{\Gamma} (\delta \mathbf{u}^s \cdot \mathbf{n}) p dS \pm \int_{\Gamma} \delta u^m p dS$$

$$I_f = (-1 + \tilde{S}) \int_{\Gamma} \delta p u_n^s dS \pm \int_{\Gamma} \delta p u^m dS$$

ここで、 $K_b \ll K_s$ を仮定すると、上式はそれぞれ以下のように書ける。

$$I_s + I_M = \pm \int_{\Gamma} \delta u^m p dS$$

$$I_f = \pm \int_{\Gamma} \delta p u^m dS$$

これらの式は音場-板振動場に見られる境界積分項と一致する。

多孔質弾性体振動場-多孔質弾性体振動場の結合

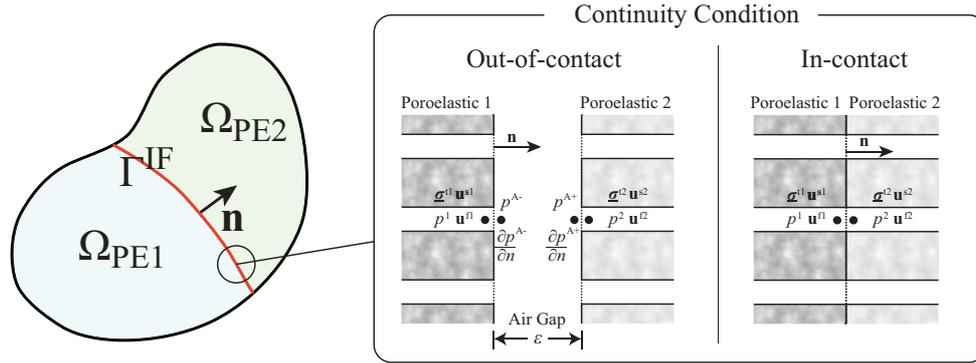


Fig. 2.26: The notation on the poroelastic-poroelastic coupling problem.

多孔質弾性体-多孔質弾性体振動場の結合においては、各相の境界積分項の和、 I_{s1} 、 I_{s2} 及び I_{f1} 、 I_{f2} を考える

$$I_{s1} + I_{s2} = \int_{\Gamma} \left[\delta \mathbf{u}^{s1} \cdot (\underline{\sigma}^{t1} \cdot \mathbf{n}_1) + \tilde{S}_1 (\delta \mathbf{u}^{s1} \cdot \mathbf{n}_1) p_1 \right] dS + \int_{\Gamma} \left[\delta \mathbf{u}^{s2} \cdot (\underline{\sigma}^{t2} \cdot \mathbf{n}_2) + \tilde{S}_2 (\delta \mathbf{u}^{s2} \cdot \mathbf{n}_2) p_2 \right] dS$$

$$I_{f1} + I_{f2} = \int_{\Gamma} \left[\delta p_1 \cdot \phi_1 (u_{n_1}^{f1} - u_{n_1}^{s1}) + \delta p_1 \cdot \tilde{S}_1 u_{n_1}^{s1} \right] dS + \int_{\Gamma} \left[\delta p_2 \cdot \phi_2 (u_{n_2}^{f2} - u_{n_2}^{s2}) + \delta p_2 \cdot \tilde{S}_2 u_{n_2}^{s2} \right] dS$$

■接着条件 多孔質弾性体振動場-多孔質弾性体振動場の接着境界面では以下のような応力及び振動変位の連続条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} \underline{\sigma}^{t1} \cdot \mathbf{n} = \underline{\sigma}^{t2} \cdot \mathbf{n} & (2.372) \end{cases}$$

$$\begin{cases} p^1 = p^2 & (2.373) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{u}^{s1} = \mathbf{u}^{s2} & (2.374) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1 - \phi_1) u_n^{s1} + \phi_1 u_n^{f1} = (1 - \phi_2) u_n^{s2} + \phi_2 u_n^{f2} & (2.375) \end{cases}$$

上記連続条件より固体部に関する境界積分項の和 $I_{s1} + I_{s2}$ 及び、流体部における境界積分項 $I_{f1} + I_{f2}$ はそれぞれ以下のように書ける。

$$I_{s1} + I_{s2} = (\tilde{S}_1 - \tilde{S}_2) \int_{\Gamma} (\delta \mathbf{u}^{s1} \cdot \mathbf{n}_1) p_1 dS$$

$$I_{f1} + I_{f2} = (\tilde{S}_1 - \tilde{S}_2) \int_{\Gamma} \delta p_1 \cdot u_{n_1}^{s1} dS$$

ここで、 $K_b \ll K_s$ を仮定すると、上式はそれぞれ 0 となり、音圧、変位の連続条件を課すのみで連成が考慮される。

■非接着条件 多孔質弾性体振動場-多孔質弾性体振動場の非接着境界面では以下のような応力及び振動変位の連続条件が満たされなければいけない。

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\sigma}^{t1} \cdot \mathbf{n} = -p^1 \mathbf{n} \end{array} \right. \quad (2.376)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\sigma}^{t2} \cdot \mathbf{n} = -p^2 \mathbf{n} \end{array} \right. \quad (2.377)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p^1 = p^2 \end{array} \right. \quad (2.378)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1 - \phi_1)u_n^{s1} + \phi_1 u_n^{f1} = (1 - \phi_2)u_n^{s2} + \phi_2 u_n^{f2} \end{array} \right. \quad (2.379)$$

上記連続条件より固体部に関する境界積分項の和 $I_{s1} + I_{s2}$ 及び、流体部における境界積分項 $I_{f1} + I_{f2}$ はそれぞれ以下のように書ける。

$$I_{s1} + I_{s2} = (-1 + \tilde{S}_1) \int_{\Gamma} (\delta \mathbf{u}^{s1} \cdot \mathbf{n}_1) p_1 dS + (-1 + \tilde{S}_2) \int_{\Gamma} (\delta \mathbf{u}^{s2} \cdot \mathbf{n}_2) p_2 dS$$

$$I_{f1} + I_{f2} = (-1 + \tilde{S}_1) \int_{\Gamma} \delta p_1 (\mathbf{u}^{s1} \cdot \mathbf{n}_1) dS + (-1 + \tilde{S}_2) \int_{\Gamma} \delta p_2 (\mathbf{u}^{s2} \cdot \mathbf{n}_2) dS$$

ここで、 $K_b \ll K_s$ を仮定すると、上式はそれぞれ0となり、音圧の連続条件を課すのみで連成が考慮される。

第3章

音響管問題による吸遮音特性解析

3.1 緒言

管壁において粘性・熱伝導の影響が無視できる程度の細い管の内部では音波が平面波として伝搬し、その内部に設置された材料に対し垂直に音波の入射・反射・透過が生じる。このような音場は解析的定式化が容易であることから、材料の音響特性の計測へ応用されており、JIS, ISOにも規格が設けられ広く利用されている [124]。音響管計測は小面積試料、小規模装置、短時間で計測可能であり、材料開発の初期段階や、品質管理の目的で主に利用される。本章では音響管計測（音響管問題）を取り上げ、三つに大別される検討を行う。

音響管計測では材料と管側壁との物理的な状態が測定結果に重大な影響を及ぼすことが知られている。この物理状態としては Fig.3.1 に示す3つの条件に大別される。音響管内の音場・振動場は管側壁を鏡面として周期状態を形成し、無限に広がっていると見なすことができる。従って、理論的には管側壁と材料の間に空隙がなく、材料が側壁でスリップ支持される場合のみ、観測される音響指標値は無限大面積試料に対するものと一致することとなる。このことから、側壁で材料がスリップ支持される条件において、理論解析値、数値解析値を比較する事で前章で定式化した音響振動連成解析手法及び、構築したプログラムの妥当性を検証する事ができる。これを第一の目的とする。

無限大面積試料に対する音響指標値の計測という立場から見ると、音響管内ではスリップ支持条件が達成される事が望ましい。しかしながら、現実の測定条件においてはスリップ支持条件が達成される事は少なく、材料と管の間に隙間が生じたり、材料が管と接触し、固定支持に近い条件となっている。このような条件化で観測される音響指標値は無限大面積の理論値とは大きく乖離する事がある。JIS, ISOにおいては骨格の振動が無視できる多孔質材料にのみその適用を限定しているが、その基準については明記されていない。そこで本章では、弾性骨格多孔質材料内部の波動伝搬が考慮可能である Biot 理論を用い、単層材料・複層材料に対し、これらの条件下で観測される音響指標値の振る舞い、振動メカニズムに関する考察を行い、現象に関する理解を深めることを第二の目的とする。

一方、品質管理などの目的においては必ずしも無限大面積の値を計測する必要はなく、寧ろ計測の再現性が重要であるといえる。特にスリップ支持をねらい切り出した試料は実際には固定支持または空隙条件となることが多い。その際、固定支持、空隙条件のいずれの条件下での計測値かは不明確であり、測定の再現性を劣化する一因となっている。そこで、試料を管径よりもあえて大きめ、または小さめに切り出す

ことで、支持条件を明らかにすることが再現性の向上において有効であると考えられる。また、そのような条件下での計測値を数値解析を行うことなく簡易な理論により予測することができれば、実測の尤もらしさの検証がより容易になり、品質管理の合理化が促進されるものと考えられる。本章では音響管計測で最も頻繁に計測される単層多孔質材料の吸音率に関して、固定支持条件及び空隙条件の計測値の理論的算出法に関する考察を行うことを第三の目的とする。

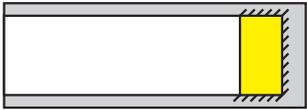
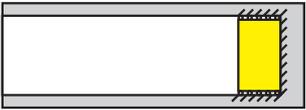
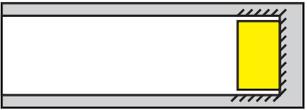
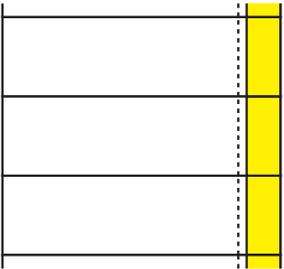
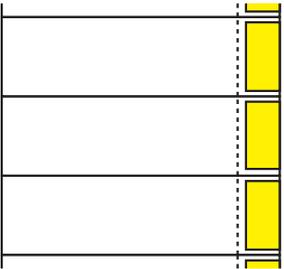
	Fixed	Sliding	Gap
In-tube Configuration			
Deformation in Equivalent Infinite Field			
Single Layer Porous Material			
• Absorption Coefficient	§3.3.1		§3.3.2
• Transmission Loss	§3.5.1	§3.2	§3.5.2
Membrane-Covered Porous Material			
• Absorption Coefficient	§3.4.1		§3.4.2
• Transmission Loss	§3.6.1	§3.2	§3.6.2

Fig. 3.1: Three physical conditions between the tube and the material and the deformations in the equivalent infinite field under the conditions.

3.1.1 音響管計測における材料支持条件に関する既往関連研究

側壁における拘束による影響

Biot 理論を元にした数値解析による周辺拘束の影響の検討として、Kang *et al.* は後壁接着条件での単層および膜付き (接着条件) 多孔質材について拘束条件下の吸音率及び表面インピーダンスを二次元の有限要素法により解析を行っている [29]。ここでは管径に関するパラメトリックスタディを行っており、管径が小さい程材料の見かけ上の剛性が上昇する事を示している。Vigran *et al.* は後壁接着条件での単層多孔質材について軸対称有限要素法を用い、吸音率、表面インピーダンス、軸上の骨格変位を算出している [72]。また、自由音場法による実測、音響管計測との比較を行っている。その中で、音響管計測においては側壁で試料が拘束される事で、自由音場法では見られない剪断波が生じることを指摘している。Song *et al.* は単層多孔質材について軸対称有限要素法により透過問題を解析し、試料拘束条件下での吸音率及び透過損失を算出している [63]。ここでも同様に端部拘束が見かけ上多孔質材料の剛性が上昇に寄与する事を示している。また周辺拘束により剛骨格多孔質材とみなせる場合においては、低音域において透過損失、吸音率に流れ抵抗制御領域が存在する事を指摘している。

また、岩瀬ら、寺尾らは音響管計測における試料の周辺拘束による共振について、多孔質材料に針をさす事による骨格振動抑制に関する実験的検討を行っている [83, 112]。岩瀬らは試料表面の振動をドップラー振動計により計測し、大きく振動する試料中央部、共振の腹となり得る部分に針を設置し、針固定の有効性を例証している。また、岩瀬 *et al.* は骨格共振の生じる周波数として、試料面積に対し厚さの小さい試料では板振動の一次モードに近い周波数で共振が生じ、試料が厚くなるにつれ板振動共振の周波数からは乖離する傾向を観察している [84]。

さらに骨格振動の影響に関する基準として、Pilon *et al.* は以下のように定義される Frame Acoustical Excitability (FAE) なる指標値を提案している [47]。

$$FAE = \frac{\sigma E t^2}{\rho_b^2 R^2} \quad [\text{W/kg}] \quad (3.1)$$

この指標は3つの影響要因、粘性力による二相の連成の大きさ (σ/ρ_b)、後壁接着時の骨格の一次縦共振モード E/ρ_b 、試料の厚さ t 対円形断面音響管の半径 R の比の値 t/R から構成されている。Pilon *et al.* は軸対称有限要素法により様々な材料の拘束条件下での吸音率 α_m と、無限大面積における理論値 α_{th} との比較を行い、FAE について以下のような基準を提案している。

$$\begin{aligned} FAE < 1 \quad [\text{MW/kg}] &\rightarrow \alpha_m = \alpha_{th} \\ 1 < FAE < 2 \quad [\text{MW/kg}] &\rightarrow \alpha_m \approx \alpha_{th} \\ FAE > 2 \quad [\text{MW/kg}] &\rightarrow \alpha_m \neq \alpha_{th} \end{aligned} \quad (3.2)$$

以上のようにこれまでに多くの実験的・数値解析的検討が行われているが、後壁接着状態の検討が主であり、背後空気層を含む場合の骨格振動の影響については検討が十分なされていない。また、膜付き (表面被覆) 多孔質材については後壁接着条件のみの吸音率解析であり、背後空気層条件及び透過損失については骨格振動の影響は明らかでなく、音響管計測による吸音率・透過損失の同定の可能性も明らかではない。また、岩瀬 *et al.* が指摘した、骨格共振の周波数が試料が厚くなるにつれ板振動共振の周

波数から乖離するメカニズムが明らかではない。そのため、骨格振動の影響を含む測定値からその影響を除いた特性を推定することが困難である。

以上のことから本章における固定支持条件の検討項目を以下のように設定することとした。

- 単層・膜付き多孔質材について背後空気層条件における骨格振動の影響を検証する
- 膜付き多孔質材の透過損失計測における骨格振動の影響を検証する
- 骨格共振の生じる周波数を含む、単層・積層材の管内での吸遮音メカニズムを整理する

側壁における空隙による影響

理論解析による周辺空隙の影響に関する検討として、Cummings は剛骨格多孔質材を想定し、以下の仮定を行った上で理論解析を行っている [15]。

1. 試料及び隙間を渡る断面で音圧 p は一様である。(平面波伝搬を仮定)
2. 材料表面の実効粒子速度 $\langle u \rangle$ は空隙部分と材料部分の粒子速度 (u_a, u_m) の面積重み付けにより $\langle u \rangle = \varepsilon u_a + (1 - \varepsilon) u_m$ と表される。ここで $\varepsilon = (\text{空隙面積})/(\text{管断面積})$ である。
3. 表面インピーダンスは $z_{\text{surf}} = p/\langle u \rangle$ と表される。

このような条件のもと、空隙部は表面インピーダンスの実部の低下、即ち吸音率の低下で表されるという結論を導いている。上記の仮定が成立しない場合として、Pilon *et al.* は文献 [48] の中で、試料周辺の空隙により Double Porosity [44] としての振舞いが生じていると見なすことが妥当である事をして指摘している。Double Porosity とはオーダーが異なる二つの空隙サイズを持つ材料であり、その例として多孔質材料で作った穿孔板などが挙げられる。二つの空隙率はそれぞれ microporosity, Macro-(meso-)porosity と呼ばれ、音響管計測においては隙間が Macroporosity として働いていると見なす事ができる。その中で、Cummings の仮定は二つの空隙間で流れ抵抗差が小さい場合に位置づけられ、一方流れ抵抗差が大きい時、microporosity 領域では波動伝搬ではなく圧力拡散が生じ、この時表面インピーダンスの虚部の増加、即ち吸音率の上昇が生じることを示している。

さらに Pilon *et al.* は Fig. 3.2 に示すような空隙条件において、上述の Double porosity の影響を考慮し、以下のように定義される permeability ratio なる指標値を提案している [48]。

$$\frac{\Pi_m^s}{\Pi^s} = \frac{\sigma \phi_m R_m^2}{8\eta} \quad (3.3)$$

Π_m^s, Π^s はそれぞれ、多孔質材料中及び macroporosity 部の静的浸透率 (static viscous permeability) である。一般的にはこの値が大きい程、Cummings の示した理論と乖離が大きくなり、Double porosity としての物理的挙動が顕著になる。 R_m は試料周辺の空隙と同一面積となる円筒管半径であり空隙の厚み t 及び管

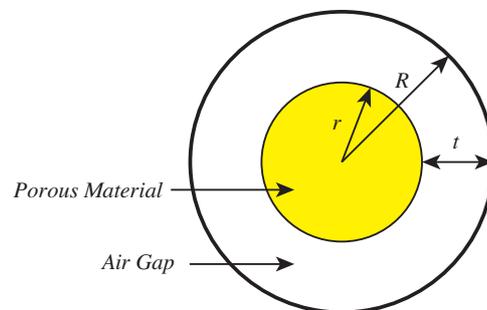


Fig. 3.2: Material and peripheral gap condition.

径 R より $R_m = \sqrt{2Rt - t^2}$ と表される。また ϕ_m は macroporosity であり, $\phi_m = (R^2 - r^2)/R^2$ である。影響の程度は permeability ratio について整理した文献中のチャート図を用いる事としている。また, ここでの検討では, Biot 理論に軸対称有限要素法を適用した解析を行い算出した吸音率 α_m と, 無限大面積における理論値 α_{th} との比較を行っており, 骨格振動の影響を加味した結果を得ている。以上のように試料周辺の空隙の影響についても種々の検討が行われているが, 単層多孔質材について背後空気層を持つ場合の吸音率, 透過損失, 及び複層材料の吸音率・透過損失に関する隙間の影響については検討が行われていない。従って, 本章における空隙条件の検討項目を以下のように設定することとした。

- 単層・膜付き多孔質材について背後空気層条件における試料周辺の隙間の影響を検証する
- 膜付き多孔質材の透過損失計測における試料周辺の隙間影響を検証する

3.1.2 伝達関数法の理論

4 マイクロフォン法による音響指標値の算出

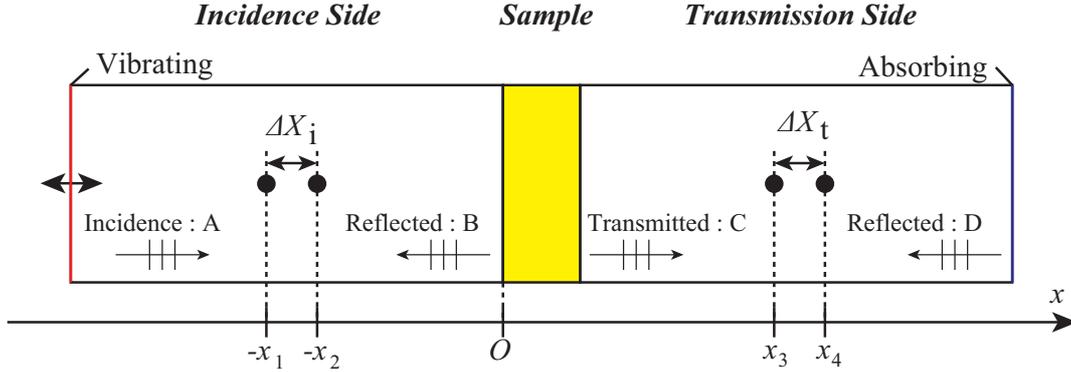


Fig. 3.3: Configuration for the transfer function method to identify the material properties.

音響管内において音波が0次モードで伝搬する時、その音場は一次元音場の一般解により表す事ができる。この時、入射側、透過側の各計測点における音圧 $p_1 \sim p_4$ の音圧はそれぞれ以下のように表す事が出来る。

$$\begin{cases} p_1 = Ae^{-jk(-x_1)} + Be^{jk(-x_1)} \\ p_2 = Ae^{-jk(-x_2)} + Be^{jk(-x_2)} \end{cases} \quad (p \in \text{Incidence Side}) \quad (3.4)$$

$$\begin{cases} p_3 = Ce^{-jk(x_3)} + De^{jk(x_3)} \\ p_4 = Ce^{-jk(x_4)} + De^{jk(x_4)} \end{cases} \quad (p \in \text{Transmission Side}) \quad (3.5)$$

入射側、透過側各領域で2点の複素音圧から進行波と後退波を分離する事ができ、その複素振幅は以下のように表す事ができる。

$$\begin{cases} A = (p_1e^{-jkx_2} - p_2e^{-jkx_1})/2j \sin k\Delta X_i \\ B = (p_2e^{jkx_1} - p_1e^{jkx_2})/2j \sin k\Delta X_i \end{cases} \quad \begin{cases} C = (p_3e^{jkx_4} - p_4e^{jkx_3})/2j \sin k\Delta X_t \\ D = (p_4e^{jkx_3} - p_3e^{jkx_4})/2j \sin k\Delta X_t \end{cases}$$

これより、入射波振幅 A 、反射波振幅 B 、透過波振幅 C より複素音圧反射率 r_n 、複素音圧透過率 T_n 、垂直入射吸音率 α_n 、垂直入射透過損失 R_n が以下のように算出できる。

$$r_n = \frac{B}{A} = \frac{p_2e^{jkx_1} - p_1e^{jkx_2}}{p_1e^{-jkx_2} - p_2e^{-jkx_1}} \quad (3.6)$$

$$T_n = \frac{C}{A} = \frac{p_3e^{jkx_4} - p_4e^{jkx_3}}{p_1e^{-jkx_2} - p_2e^{-jkx_1}} \frac{\sin k\Delta X_t}{\sin k\Delta X_i} \quad (3.7)$$

$$\alpha_n = 1 - |r_n|^2 \quad (3.8)$$

$$R_n = 10 \log_{10}(1/|T_n|^2) \quad (3.9)$$

適用限界周波数

音響管計測には主に2つの測定上限周波数が存在する。第一の限界周波数は管径に関する条件であり、断面方向の1次モード以下の周波数のみが管内を一次元伝搬する。これらの周波数は円筒管、矩形管でそれぞれ以下のように表される。

$$f_{\text{ul}}^1 = \begin{cases} 0.58c_0/R & , \text{ for cylindrical tube} \\ 0.50c_0/L & , \text{ for rectangular tube} \end{cases} \quad (3.10)$$

ここで、 R は円筒管内径、 L は矩形管の短辺の長さである。第二の上限周波数は受音点間隔によるものである。これは受音点間に半波長以上の音波が入る場合、位相差が正しく検出されず、複素振幅が一意に定まらないためである。受音点間隔を ΔX とすると以下の上限周波数が定められる。

$$f_{\text{ul}}^2 = 0.50c_0/\Delta X \quad (3.11)$$

$f_{\text{ul}}^1, f_{\text{ul}}^2$ の内、小さいものが上限周波数となる。ただし、低音域において受音点間隔が波長に対し小さすぎる場合には位相差が正しく捉えられず、誤差要因となることから、 f_{ul}^2 は f_{ul}^1 と一致させることが多い。

3.1.3 多孔質材料の物理的挙動に関する周波数

固体相・流体相連成の分離周波数

Zwikker & Kosten は文献 [77] において粘性抵抗力による二相の連成を考慮した連立方程式を示している。この時、骨格振動について慣性力 $j\omega\rho_b$ と粘性抵抗力 $\phi^2\sigma$ の大きさが等しくなる周波数を固体相・流体相連成の分離周波数として以下のように与えられる。

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \frac{\phi^2\sigma}{\rho_b} \quad (3.12)$$

音響加振下の多孔質材において f_d 以上の周波数においては、骨格の慣性力が流体の運動に起因する粘性力より大きくなるため、流体相を伝搬する音波が骨格振動を励起しにくくなっていると考えられる。Biot 理論は Zwikker & Kosten のモデルの拡張にあたり、同様に粘性抵抗力による連成を考慮していることから f_d は Biot 理論の中でも重要な周波数であると言える。

多孔質材厚み方向の一次共振周波数

真空状態において、多孔質材は通常の固体と同一と見なせる。この時、固体相を伝搬する縦波の一次モード共振は $1/4$ 波長が材料厚さ t と等しくなる時に生じ、以下の周波数で表される。

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{4t} \sqrt{\frac{E}{\rho_b}} \quad (3.13)$$

多孔質材内部が空気で満たされる場合においても概ね f_{res} 周辺に共振が生じる [3]。

JCA Model に基づく実効密度の遷移周波数

多孔質材料内部での粘性減衰は実効密度の虚部により表されるが、JCA Model においては低音域と高音域において異なるメカニズムにより減衰が説明される。JCA Model おける実効密度及び低音域・高音域の漸近挙動は以下のように与えられる。

$$\tilde{\rho}_f = \frac{\rho_0\alpha_\infty}{\phi} \left(1 + \frac{\sigma\phi}{j\omega\alpha_\infty\rho_0} \sqrt{1 + j\omega \frac{4\eta\alpha_\infty^2\rho_0}{\phi^2\Lambda^2\sigma^2}} \right) \quad (3.14)$$

$$= \begin{cases} \frac{\rho_0\alpha_\infty}{\phi} \left(1 + \frac{2\alpha_\infty\eta}{\phi\sigma\Lambda^2} \right) + \rho_0\alpha_\infty \frac{\sigma}{j\omega} & , \omega \rightarrow 0 \\ \frac{\rho_0\alpha_\infty}{\phi} \left(1 + \frac{d_v}{\Lambda} \right) - j \frac{\rho_0\alpha_\infty d_v}{\phi\Lambda} & , \omega \rightarrow \infty \end{cases} \quad (3.15)$$

ただし、 d_v は粘性境界層厚であり、 $d_v = \sqrt{2\eta/\rho_0\omega}$ で与えられる。上述のメカニズムの切り替わる周波数はそれぞれの漸近線が交差する周波数と考えられる。実効密度の場合、実部及び虚部がそれぞれ等しくなる周波数は一致し、以下のように与えられる。

$$f_{v1} = \frac{1}{4\pi\rho_0\eta} \left(\frac{\phi\Lambda\sigma}{\alpha_\infty} \right)^2 \quad (3.16)$$

f_{v1} 以下の周波数では実効密度は Eq.(3.15) 第一式により表され、 $1/j\omega$ が一階の積分に対応すると考えると空気中の運動方程式が以下のように修正できる。

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \rightarrow \frac{\rho_0 \alpha_\infty}{\phi} \left(1 + \frac{2\alpha_\infty \eta}{\phi \sigma \Lambda^2} \right) \frac{\partial v}{\partial t} + (\rho_0 \alpha_\infty \sigma) v + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (3.17)$$

JCA Model に基づく複素体積弾性率の遷移周波数

同様に多孔質材料内部での熱伝導減衰は複素体積弾性率の逆数の虚部で考慮され、JCA Model においては低音域と高音域において異なるメカニズムにより減衰が説明される。JCA Model における複素体積弾性率は以下のように与えられる。

$$\tilde{K}_f = \frac{\gamma P_0}{\phi} \left[\gamma - (\gamma - 1) \left[1 + \frac{8\eta}{j\omega \rho_0 \Lambda'^2 N_{Pr}} \sqrt{1 + j\omega \frac{\rho_0 \Lambda'^2 N_{Pr}}{16\eta}} \right]^{-1} \right]^{-1} \quad (3.18)$$

$$= \begin{cases} \frac{\gamma P_0}{\phi} \left[\gamma - j\omega \frac{(\gamma - 1) \rho_0 N_{Pr} \Lambda'^2}{8\eta} \right]^{-1}, & \omega \rightarrow 0 \\ \frac{\gamma P_0}{\phi} \left[1 + \frac{(\gamma - 1) d_t}{\Lambda'} - j \frac{(\gamma - 1) d_t}{\Lambda'} \right]^{-1}, & \omega \rightarrow \infty \end{cases} \quad (3.19)$$

ただし、 d_t は熱伝導境界層厚であり、 $d_t = \sqrt{2\eta/\rho_0 N_{Pr} \omega}$ で与えられる。同様に、複素体積弾性率はその逆数の低音域、高音域の漸近線が交差する周波数を考える。複素体積弾性率では実部及び虚部に対し、それぞれ以下のように与えられる。

$$f_{tlr} = \frac{\eta}{\rho_0 N_{Pr} \omega \Lambda'^2} \quad (3.20)$$

$$f_{tli} = (16)^{1/3} f_{tlr} \quad (3.21)$$

$f_{tlr} < f_{tli}$ であるため、 f_{tlr} 以下の周波数では複素体積弾性率は Eq.(3.19) 第一式により表され、 $j\omega$ が一階の微分に対応すると考えると空気中の連続の式が以下のように修正できる。

$$\frac{1}{K_0} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \rightarrow \frac{\phi}{P_0} \frac{\partial p}{\partial t} - \left(\frac{\phi}{\gamma P_0} \frac{(\gamma - 1) \rho_0 N_{Pr} \Lambda'^2}{8\eta} \right) \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (3.22)$$

低音域における多孔質材内部の波動伝搬は Eq.(3.17), (3.22) により表される。この時、低音域とみなせる周波数の基準は Eq.(3.17), (3.22) で、それぞれ概ね f_{v1} , f_{tlr} により表される。

3.2 解析プログラムの妥当性検証

本節では前章に示した音響振動連成解析理論、及び構築した解析プログラムの妥当性の検証を行う。ここでは前節に示した伝達関数法に基づき、単層・2層材料の透過損失解析を行い、解析解及び伝達マトリクス法 (TMM) による値と比較を行うこととする。ただし、板・弾性体の連成については5.2節にて詳細に検討を行うため、ここでは省略する。解析は1/12 oct 中心周波数について行った。

単層材料の透過損失

板・膜は自由端、三次元弾性体はスリップ支持条件とした場合の透過損失の解析値を Fig.3.4 に示す。ただし、これら三種の材料は面密度が同一 (30[kg/m²]) となるように物性値を与えた。板・膜は全周波数帯域で、三次元弾性体は中低音域で質量則に従う傾向が見られる。また、三次元弾性体には高音域でディップが見られるが、これは厚さ方向の共振によるものである。ここで、厚さ方向の共振周波数は下式で与えられる。

$$f_{r1} = \frac{1}{2t} \sqrt{\frac{\lambda_E + 2\mu_E}{\rho_E}} \quad (3.23)$$

ただし、 λ_E, μ_E はラメの第1, 第2定数である。試料厚み方向の共振は TMM においても考慮され、FEM と TMM の値は良い対応が見られることから三次元弾性体の解析は妥当に行われているものと判断できる。

Fig.3.4 に示した検討では、板材は薄板としてモデル化しているため、端部拘束を受けず、垂直入射の場合については質量のみの特性となっており、剛性が正しく反映されているかについては妥当に判断することができない。そこで、音響管内で板が単純支持される場合の透過損失を薄板及び扁平な三次元弾性体により解析した結果の比較を行った。ここで音響管は一辺0.05mの正方形断面とした。また、三次元弾性体は厚みを持つが、中立面と対応する線上に厚み方向の変位拘束条件を与えた。参照値として単純支持薄板の等価剛性を考慮した理論値 [98]、及び下式による単純支持板の固有周波数 [68] を併せて示す。結果を Fig.3.5 に示す。

$$f_{mn} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{Et^2}{12\rho_s(1-\nu^2)}} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \quad (3.24)$$

中低音域において薄板と三次元弾性体の結果は対応しており、高周波数域において共振周波数に乖離が見られる。また、薄板の解析では各モードの周波数が透過損失のディップと対応していることから、薄板の曲げ振動、及び音場との連成についても妥当な解析が行われていると判断できる。

ここで、(1,1) モードの前後で、FEM による値は理論値より大きくなる傾向が見られる。これは理論値においては振動面はピストン振動することを仮定しているが、FEM では周辺拘束部は振動しておらず、平均的な振動変位が小さくなるためであると考えられる。周波数が高くなり波長が短くなるにつれ、周辺拘束の影響は小さくなり、質量則に近似するものと考えられる。

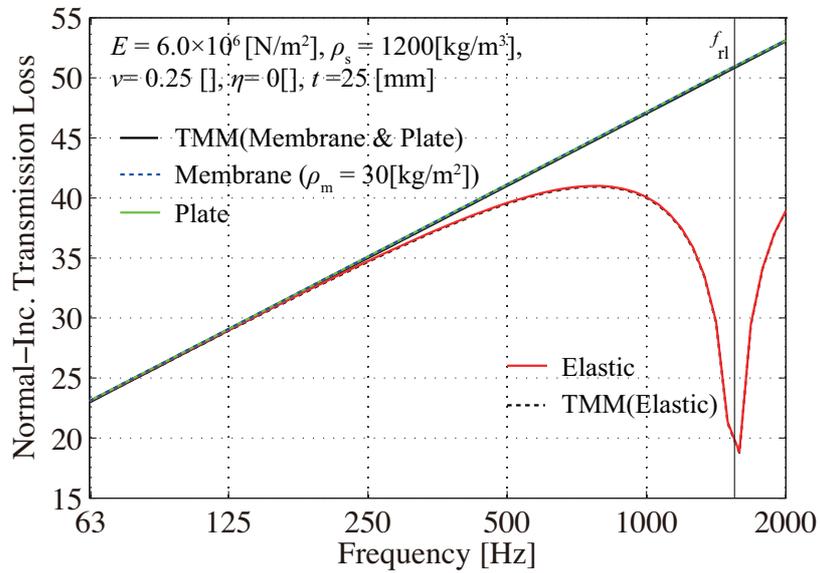


Fig. 3.4: Normal-incidence transmission losses for materials with the same area density.

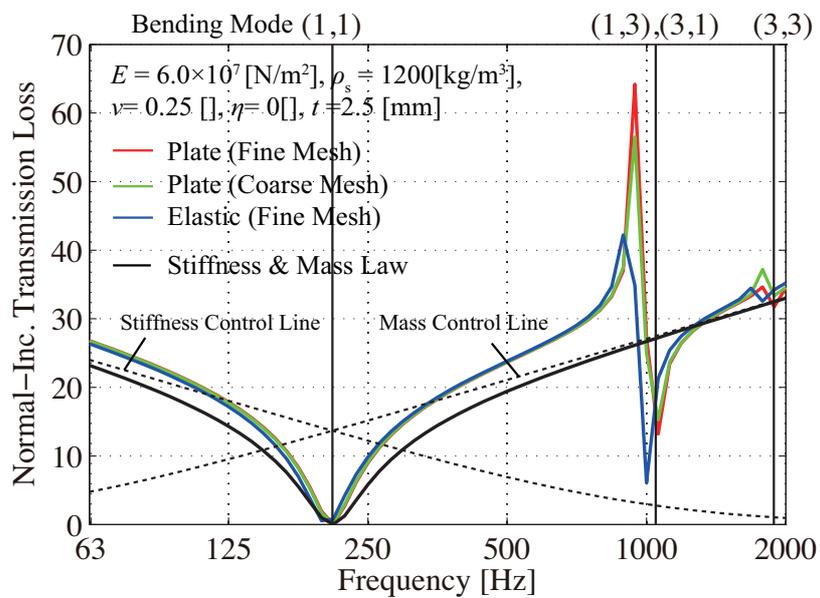


Fig. 3.5: Normal-incidence transmission losses for materials with simply-supported edges.

続いて、多孔質弾性体をスリップ支持条件とした場合の透過損失の解析値を示す。ここではまず、Fig.3.6 に示す音場における剛骨格多孔質材の流れ抵抗制御の理論を示す。領域 I の加振条件、領域 I,II の連続条件、領域 II,III の連続条件より、以下のマトリックス方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \beta_0 & -\beta_0 & 0 & 0 & 0 \\ e^{-jk_0L_1} & e^{jk_0L_1} & e^{-jk_fL_1} & e^{jk_fL_1} & 0 \\ \beta_0 e^{-jk_0L_1} & -\beta_0 e^{jk_0L_1} & \beta_f e^{-jk_fL_1} & -\beta_f e^{jk_fL_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-jk_fL_2} & e^{jk_fL_2} & -e^{-jk_0L_2} \\ 0 & 0 & \beta_f e^{-jk_fL_2} & -\beta_f e^{jk_fL_2} & -\beta_0 e^{-jk_0L_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} v_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

上式を解き、入射波振幅 A_1 と透過波振幅 A_5 の比から振幅透過率 T が以下のように得られる。

$$\frac{1}{T} = \left(\cos k_f d + \frac{j(\beta_f^2 + \beta_0^2)}{2\beta_f\beta_0} \sin k_f d \right) e^{-jk d} \quad (3.26)$$

ここで、 $\omega \rightarrow 0$ の極限を考えると、 $k_f d \ll 1$ 、 $\beta_f \ll \beta_0$ であり実効密度は低音域の漸近挙動を示すことから、エネルギー透過率が以下のように表される。

$$\frac{1}{\tau} \approx \left| 1 + \frac{j(\beta_f^2 + \beta_0^2)}{2\beta_f\beta_0} k_f d \right|^2 \quad (3.27)$$

$$\approx \left| 1 + \frac{j\beta_0 k_f d}{2\beta_f} \right|^2 \quad \left(= \left| 1 + \frac{j\omega \tilde{\rho}_f}{2\rho_0 c_0} \right|^2 \right) \quad (3.28)$$

$$\approx \left| 1 + \frac{\sigma d}{2\rho_0 c_0} \right|^2 \quad (3.29)$$

上式は低音域においては剛骨格多孔質材料の透過損失は流れ抵抗 σd [Ns/m³] のみに依存し、一定値をとる事を示している。

多孔質弾性体の透過損失の解析値を Fig.3.7 に示す。ここでは多孔質材内部空気の複素体積弾性率、実効密度は Kato Model を用いて算出した。骨格の質量を考慮する際には低音域では試料全体が一体として動くため、質量則に従う傾向が見られる。その後、中音域において流れ抵抗制御の傾向を示し、高音域では内部での音波の減衰が顕著になるため透過損失が上昇する。また、FEM, TMM で両者の値はよく対応しており、多孔質弾性体についても解析の妥当性が示されたといえる。

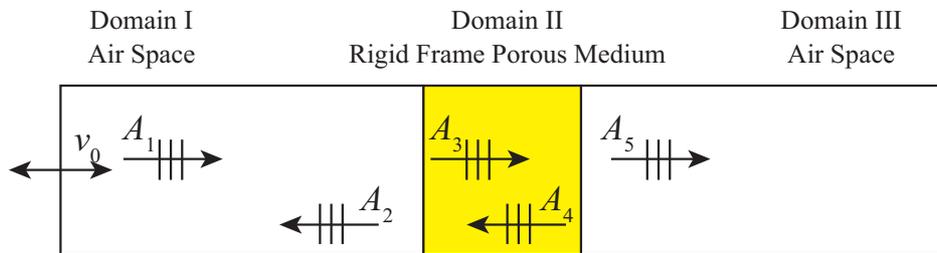


Fig. 3.6: Configuration for the derivation of flow resistance control.

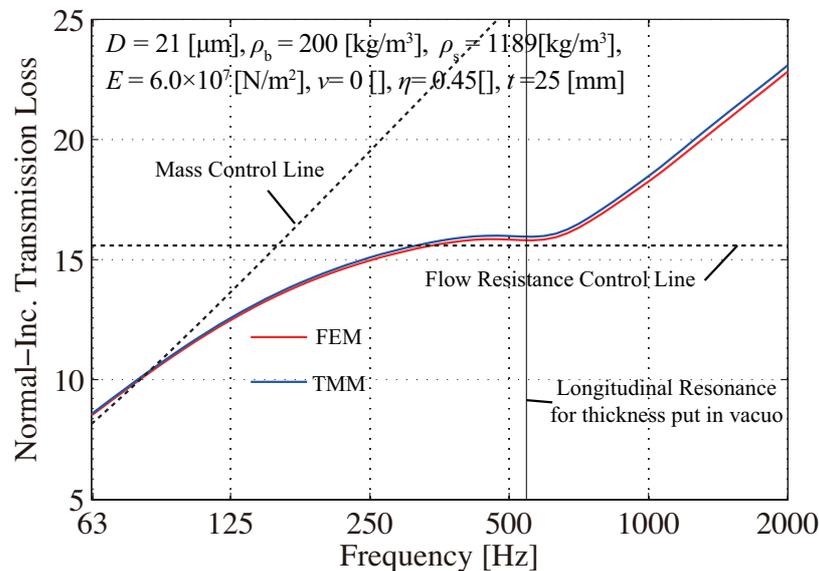


Fig. 3.7: Normal-incidence transmission losses for poroelastic material.

複層材料の透過損失

多孔質弾性体と板・膜・三次元弾性体により構成される2層材料について同様にスリップ支持、自由端条件下で解析を行った結果を Fig.3.8(a),(b) に示す。(a) は接着条件における解析結果である。膜・板・三次元弾性体はこの条件下では質量として働いており、結果は一致している。低音域では質量則に従う傾向が見られ、500Hz 付近で多孔質材厚み方向の縦共振によりディップが生じている。また高音域では多孔質材内部の減衰により質量則を超える透過損失を示している。(b) は前章において定式化した非接着連続条件を用いた解析結果である。TMM では材料間に空気層 0.1mm を設けた解析を行っているが、FEM, TMM の結果はよく対応している。

ここで、膜と多孔質弾性体を非接着条件とし、材料と管壁との間に 0.5mm の隙間を設けた場合の透過損失の解析値を Fig.3.9 に点線で示す。また、0.1mm の微小空気層に対しても六面体二次要素により要素分割を行った場合の解析を実線で示している。Fig.3.9(a) は膜、多孔質材共に 49mm×49mm であり、(b) は膜材が 50mm×50mm、多孔質材が 49mm×49mm で多孔質材部分のみに隙間がある条件である。

条件 (a), (b) 共に2つの隙間モデルの値は一致しておらず、特に膜材が軽い場合には低音域において非接着連続条件による解析値は異常に高い透過損失を示している。このような乖離の原因を精査するため、条件 (a) の材料間の微小空気層における膜面上、多孔質弾性体面上のインテンシティレベル分布を Fig.3.10 に示す。試料中央付近では膜側、多孔質弾性体側のインテンシティレベルは概ね等しいが、試料端部ではその値に差が生じていることがわかる。即ち、非接着連続条件で想定している微小空気層内で音圧・粒子速度が厚み方向に一定であるという仮定が端部付近では成立していないと言える。従って、材料間の微小空気層端部で回折や、エネルギーの流れが大きくなると考えられる条件では非接着連続条件の適用には注意が必要である。以降、試料側部に隙間がある条件の解析で非接着条件を扱う場合には空気層の

メッシュを設けることとする。

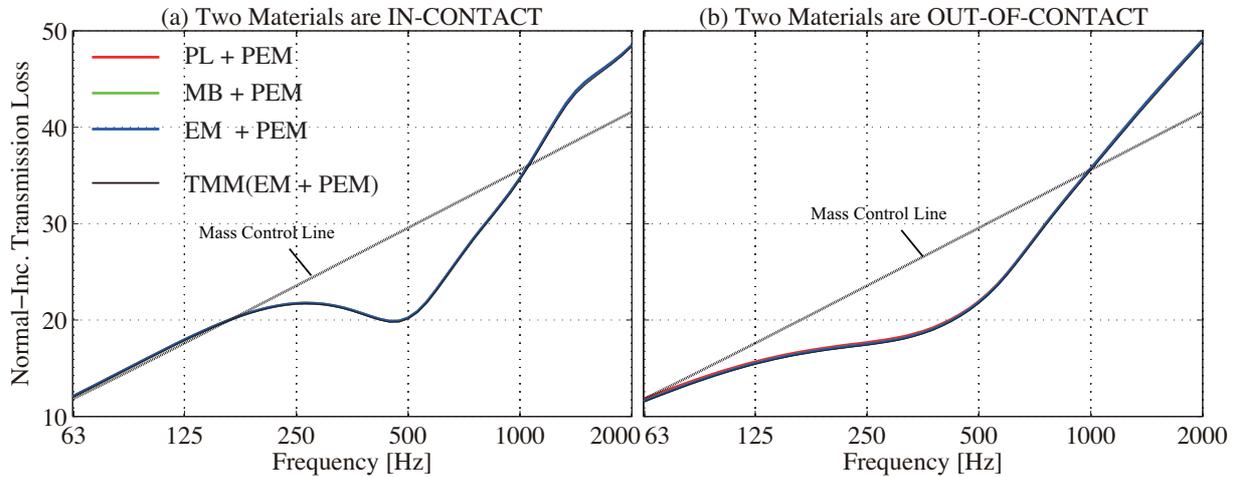


Fig. 3.8: Normal-incidence transmission losses for layered materials. Properties of poroelastic material and other materials are same as those shown in Fig.3.7 and Fig.3.4 respectively.

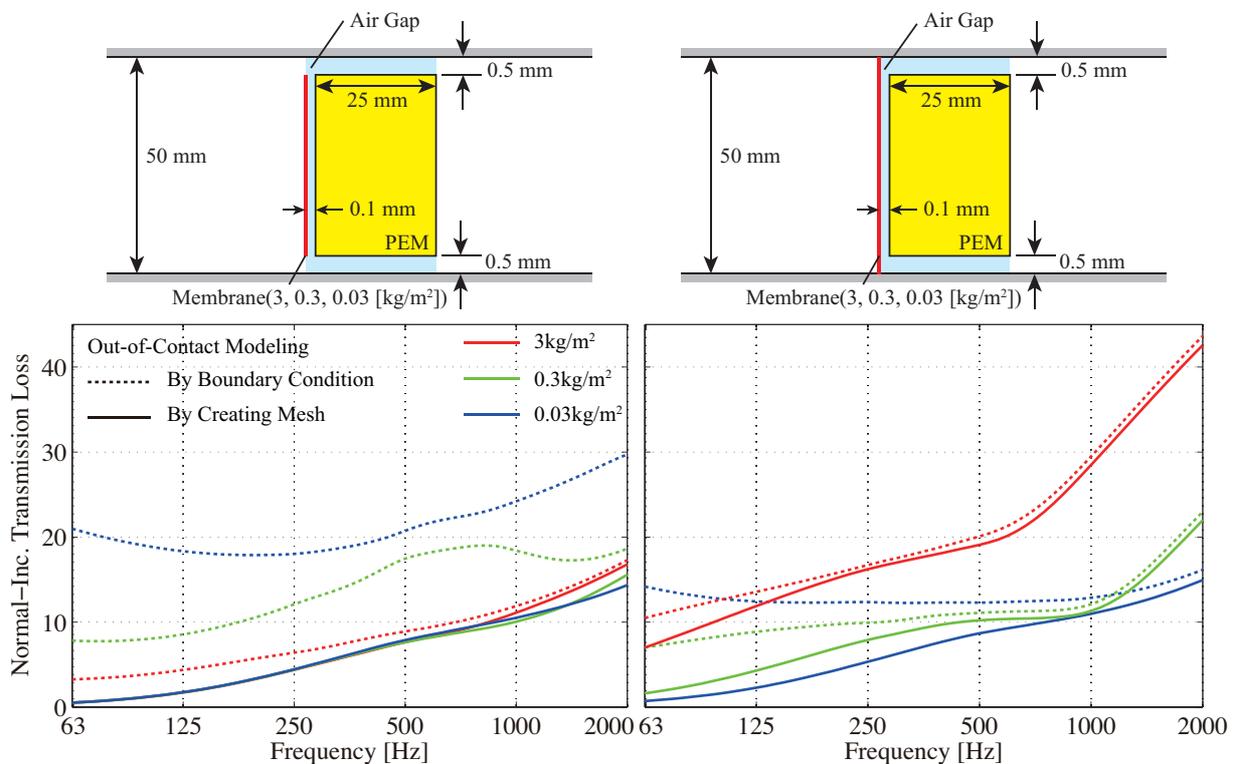


Fig. 3.9: Normal-incidence transmission losses for membrane-covered poroelastic materials with gap between material and side wall.

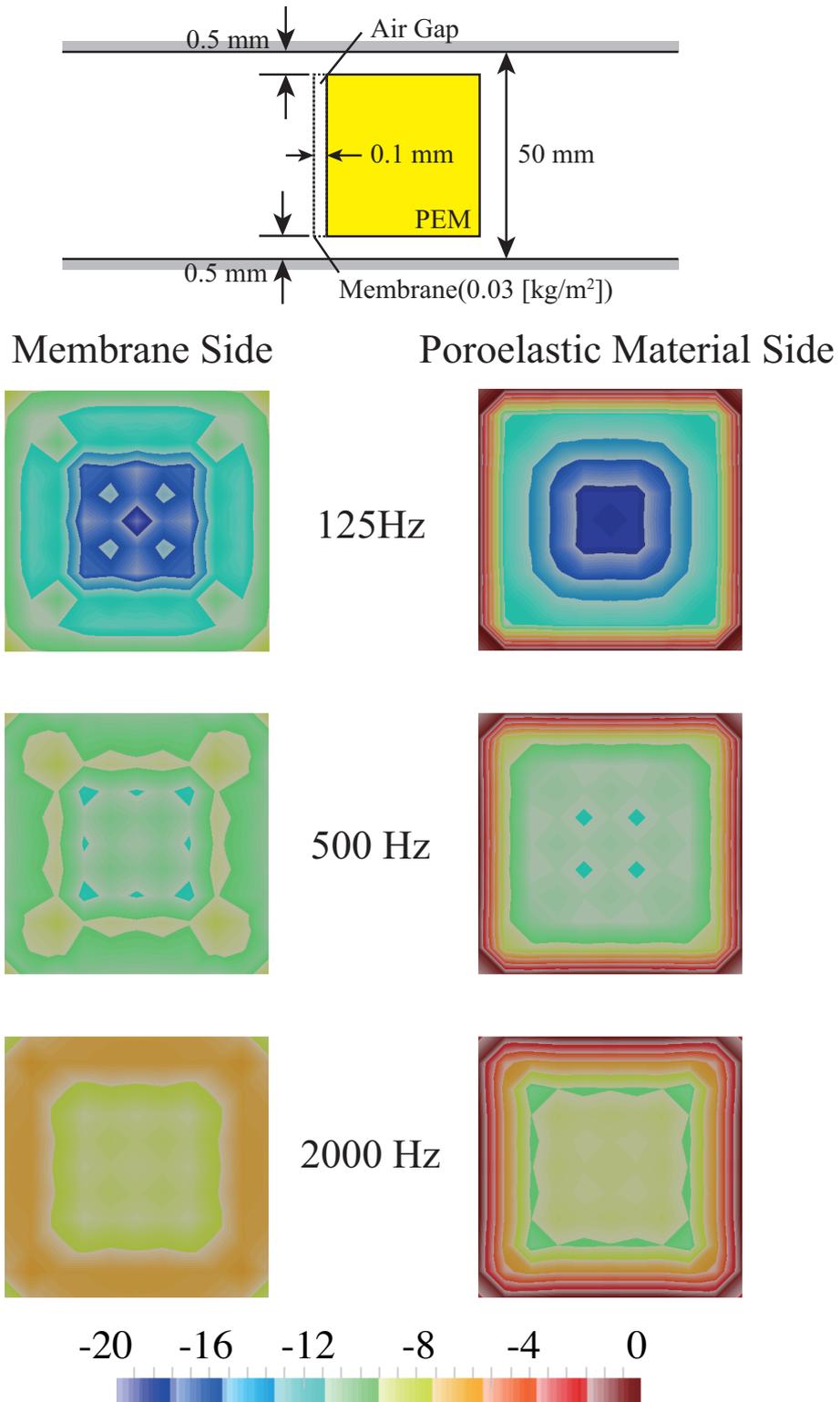


Fig. 3.10: Distribution of the relative intensity level on the gap between the membrane and poroelastic material.

3.3 単層多孔質材料の吸音率解析

■物性値の設定 本節では単層多孔質材料を取り上げ、上述の3種の支持条件での垂直入射吸音率の同定を行う。3.1.1項で述べた通り、流れ抵抗の大きい材料ほど、試料周辺の物理条件が結果に大きな影響を及ぼすことが分かっている。そこで、固定支持、空隙の影響を観察するという目的から、比較的流れ抵抗の大きい繊維系材料としてグラスウール 96K、発泡系材料としてウレタンフォーム 40K を代表に取り以降の検討を行う。これらの物性値 [135] を Tab.3.1 に示す。ただし、多孔質材料の内部流体モデルとしては JCA Model を用いることとした。

■材料・背後空気層厚の設定 計算に用いた形状を Fig.3.11 に示す。管断面形状は正方形である。多孔質弾性体領域は up 形式により解析を行うため、管側壁における固体相変位について3軸各方向の変位を0とした。材料厚 t_m は 12.5, 25.0, 50.0, 100 mm の4条件、背後空気層厚 t_a は 0(後壁非接着, 接着), 12.5, 25.0, 50.0 mm の5条件で解析を行った。要素分割は27節点六面体要素により行い、要素最大寸法は音響要素で 0.02 m, 多孔質弾性体要素で 0.01 m とした。

Tab. 3.1: Default physical properties for the following calculations.

	Property Name	Dimension	GW96K	UF40K
	Porosity	[]	0.96	0.99
	Tortuosity	[]	1.07	1.6
Biot Parameter	Flow Resistivity	[Ns/m ⁴]	5.5×10^4	1.0×10^5
	Viscous CL	[μ m]	50	10
	Thermal CL	[μ m]	100	30
	Young's Modulus	[N/m ²]	2.0×10^5	5.5×10^4
Elastic Parameter	Loss Factor	[]	0.24	0.15
	Poisson's Ratio	[]	0	0.1
	Bulk Density	[kg/m ³]	96	40

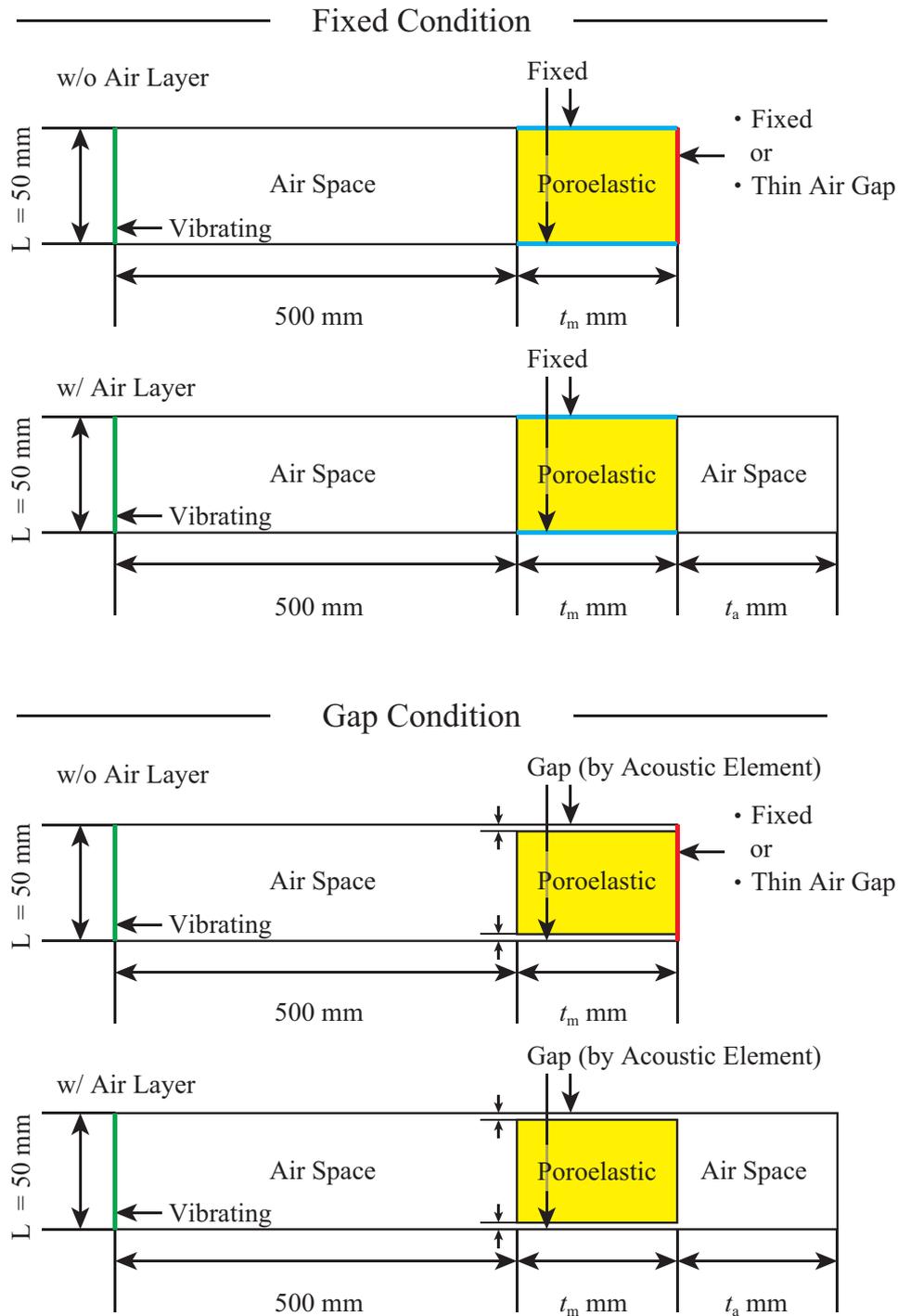


Fig. 3.11: Calculation configuration for this section.

3.3.1 固定支持条件

■Frame Acoustically Excitability FAE 一辺の長さが L の正方形と等しい面積を持つ円の半径は $r_{eq} = L/\sqrt{\pi}$ と表される。ここでは等価半径 r_{eq} により FAE を算出した。

■曲げ共振周波数 f_{rb} 単純支持矩形薄板の曲げ振動における (1,1) モード周波数は以下のように与えられる。

$$f_{rb} = \frac{\pi t}{L^2} \sqrt{\frac{E}{12(1-\nu^2)\rho_b}} \quad (3.30)$$

■剪断共振周波数 f_{rs} 側壁で試料が固定される事で断面方向には横波が励起されると考えられる。ここで、純粋な横波の二次元場での (1,1) モードは周波数は音場内の縦波モードのアナロジーから以下のように表される。

$$f_{rs} = \begin{cases} \frac{c_s}{2} \sqrt{\frac{1}{L_1^2} + \frac{1}{L_2^2}} & (3.31a) \\ 0.38274 \frac{c_s}{a} & (3.31b) \end{cases}$$

c_s は剪断波の音速であり、 $c_s = \sqrt{N/\rho_b}$ である。Eq.(3.31a) は各辺の長さが L_1, L_2 の矩形断面の場合、Eq.(3.31b) は半径 a の円形断面の場合である。

以下に上記の3つの値を示す。

Tab. 3.2: Key values for the poroelastic material in this study.

Material	Thickness [mm]	FAE [MW/kg]	f_{rb} [Hz]	f_{rs} [Hz]
GW96K	12.5	0.23	207	456
	25.0	0.93	414	
	50.0	3.7	828	
	100	15	1656	
UF40K	12.5	0.67	169	354
	25.0	2.7	338	
	50.0	11	676	
	100	43	1352	

材料背後条件の影響

Fig. 3.12, 3.13 に材料背後条件を変化させた場合の単層多孔質材料の吸音率特性を示す。

■後壁接着・密着条件 無限大面積試料においては後壁接着条件で GW, UF 共に材料厚み方向の共振周波数 f_{r1} において吸音率が落ち込む特性が見られる。一方、後壁非接着及び空気層条件では真空中では f_{r1} の倍の周波数で生じると考えられるが、吸音率に明確な落ち込みは見られない。側壁で固定される事により、骨格共振によるピーク・ディップが高音域にシフトする傾向が見られる。また、低音域では剛骨格多孔質材の特性に近似する傾向が見られる。

■背後空気層条件 無限大面積試料においては背後空気層が存在する場合、低音域において Helmholtz 共鳴による吸音率のピークが見られる。この時概ね多孔質材を質量、背後空気層をバネと考える事ができ、特に材料が厚いほど明確にピークとして現れている。管側壁で固定される事で、材料全体の一体的な振動が抑制されるためこのピークが生じず、剛骨格多孔質材の特性に近づく傾向が見られる。UF においては背後空気層が大きい場合、骨格共振 (断面内の剪断波の高次モード) によるピークが多く見られる。ただし、試料面に対し対称な加振力が働くため奇数モードのみの励起である。

また、全条件を通して高音域においては支持条件の影響は小さい。材料が厚くなるにつれ、多孔質材内部伝搬での減衰が支配的となるため、背後空気層の影響は小さくなる。

また、背後空気層がある場合、特にその厚さが大きい場合には FAE が 1 より小さい場合でも骨格振動の影響が見られることがわかる。ただし、 FAE が小さいほど乖離が小さい傾向は見られることから、骨格振動が無視できる基準が厳しくなっているものと捉えられる。

■共振周波数について 試料が 12.5, 25.0 mm の場合、GW, UF 共に Tab.3.2 に示した曲げ共振周波数よりも高い周波数で吸音率の落ち込みが見られる。高音域側にシフトする理由としては背後空気層による音響負荷が原因であると考えられる。試料が厚くなるにつれ吸音率のピークが f_{rs} 周辺に生じている。特に 100 mm の試料では背後条件に依らず、GW, UF 共にほぼ f_{rs} でピークが生じている。このことから、岩瀬が指摘した [84] 周波数が高くなるにつれ板振動理論に沿わなくなるのは、試料厚が大きくなるにつれ管断面方向の剪断モードが卓越するためであると考えられる。またこの事から、十分厚い試料の吸音率のピークとなる周波数 f_{rs} から剛性値の推定が可能であると考えられる。

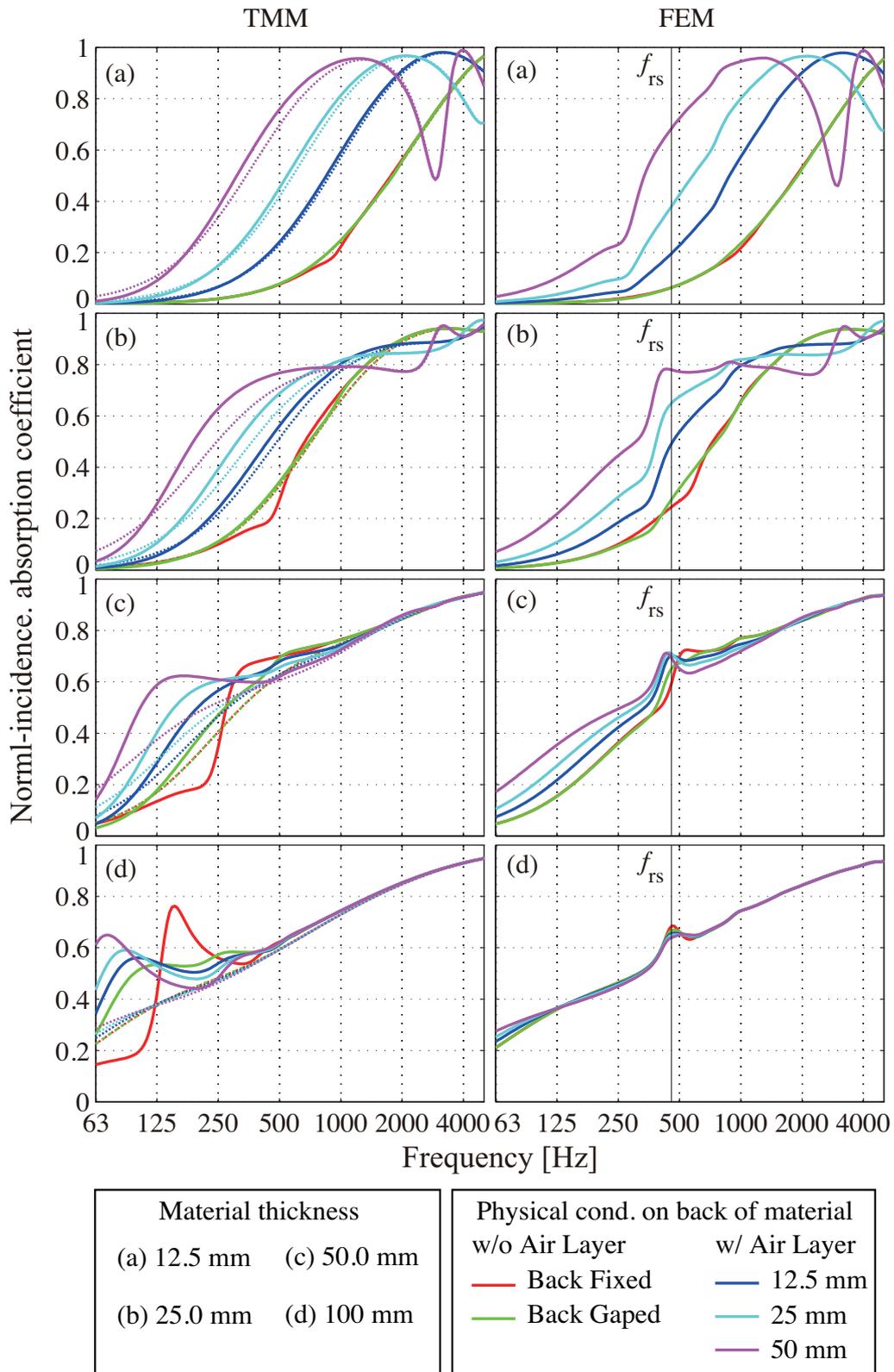


Fig. 3.12: Normal-incidence absorption coefficients calculated for GW96K. Theoretical values are shown on the left column, and computational ones are on the right. Dotted lines are values by rigid frame model.

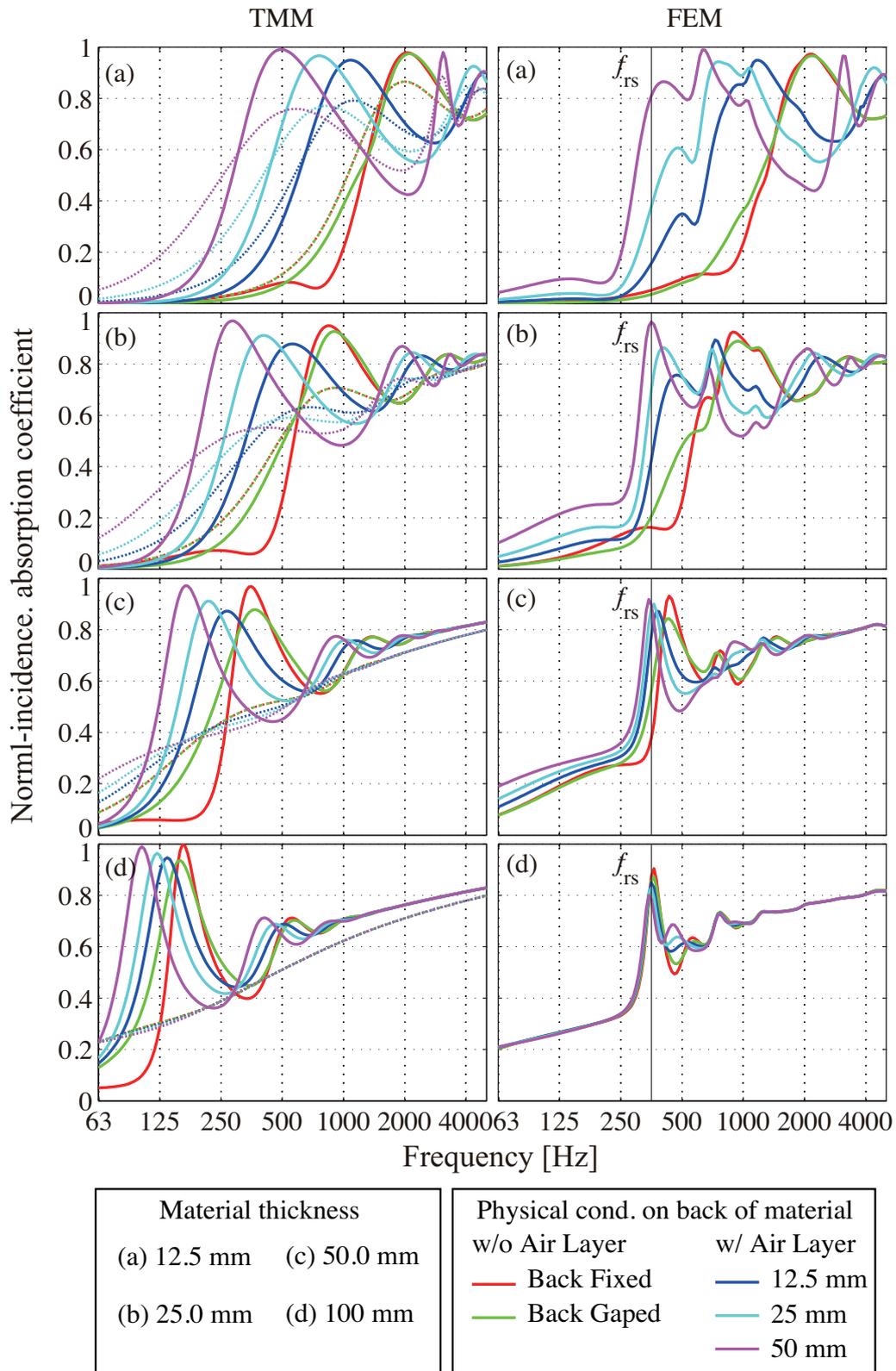


Fig. 3.13: Normal-incidence absorption coefficients calculated for UF40K. Theoretical values are shown on the left column, and computational ones are on the right. Dotted lines are values by rigid frame model.

等価ヤング率の推定

ここでは固定支持条件下の計測値(計算値)の理論的予測法に関する検討を行う。先の検討で音響管内底面及び側壁で固定支持される多孔質材は見かけの剛性が上昇していると解釈できる結果が得られた。この上昇については過去の文献でもその程度について言及しているものはない。従って、ここではこの剛性の上昇の程度について考察を行うこととする。側壁での支持による剛性値の上昇の程度が明らかになれば、異なる管径での吸音率の測定値が連続しないという現象の説明にもなり、実測値から真の剛性値を逆算する事で、太管・細管での実測値の整合性得ることも可能であり、計測の妥当性検証という観点からも有用である。

■最適化問題による等価ヤング率の算出 等価ヤング率 E_{eq} は、数値解析値を理論解析値によりフィッティングすることで数値的に算出する。ここでは、指定区間内を黄金分割探索と放物線内挿に基づき評価関数の極値を探索する手法を用いた [133]。この時、評価関数 CF を以下のように設定した。 $\alpha_{F,i}, \alpha_{T,i}$ はそれぞれ有限要素法により算出した吸音率、等価ヤング率を用いた伝達マトリックス法により算出した吸音率である。 N は計算を行った周波数の数であり、本検討では 63~2000 Hz の 1/12 oct. 中心周波数について計算し、 $N = 61$ とした。 $E()$ は系列の期待値、 $V()$ は分散を意味する。また、等価ヤング率の算出にあたり、平均的な誤差が最小になるよりも共振の生じる周波数が一致していることが重要である。従って、ここでは変化率に対応する \mathbf{Y} も評価関数に採用し、関数形状の似具合を考慮することを意図している。

$$X_i = \alpha_{F,i} - \alpha_{T,i}(E_{eq}) \quad , (i = 1, \dots, N) \quad (3.32)$$

$$Y_i = X_{i+1} - X_i \quad , (i = 1, \dots, N - 1) \quad (3.33)$$

$$CF = E(|\mathbf{X}|)V(\mathbf{X})E(|\mathbf{Y}|)V(\mathbf{Y}) \quad (3.34)$$

■結果と考察 Fig.3.14 に GW96K の条件の一例を示す。FEM による解析値およびフィッティングにより算出したヤング率を用いて TMM により算出した値は概ね良く対応しており、側壁での固定支持を剛性値の上昇とみなすことの妥当性が確認できる。また、Fig.3.14 右に様々な材料厚、管径で算出したヤング率の真値 E_{true} からの上昇倍率 $\alpha_{MF} = E_{eq}/E_{true}$ を両対数軸で示す。これらから特に材料厚に対し管が細い場合には α_{MF} に線形な関係が見られる。ここで、側壁固定により生じる断面のせん断共振を等価ヤング率による厚み方向の縦共振周波数により表していることから、それぞれの共振周波数

$$f_{r1} = \frac{1}{4t} \sqrt{\frac{E\alpha_{MF}}{\rho_s}}, \quad f_{s1} = \frac{1}{\sqrt{2}L} \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho_s}} \quad (3.35)$$

を等値すると、ヤング率の上昇倍率 α'_{MF} は以下のように表される。

$$\alpha'_{MF} = \frac{4}{1+\nu} \frac{t^2}{L^2} \quad (3.36)$$

推定精度向上の試みとして、上式を基に α_{MF} が以下の関数であらわされると仮定し、さらにフィッティングを行い、係数 x, y, z を算出した。ここで、材料厚 t が小さい場合、管径 L が大きい場合には MF

が1に漸近することを意図している。

$$\alpha''_{MF} = 1 + \frac{x}{1 + y\nu} \left(\frac{t}{L} \right)^z \quad (3.37)$$

物性値について Table. 3.3 に示す6種, 18条件, 材料厚について12.5, 25.0, 37.5, 50.0, 100 mmの5条件, 正方形管の一辺の長さについて25.0, 37.5, 50.0, 75.0, 100, 200mmの6条件の計540条件でヤング率の上昇値 $\alpha_{MF}(t, L)$ をフィッティングにより算出した。結果を Fig.3.15(a) に示す。この結果から, ヤング率の上昇率は材料の流れ抵抗・ヤング率の影響よりも, ポアソン比 ν , 材料厚 t , 管径 L の影響が支配的であることが分かる。また, ポアソン比が大きくなるに連れ, 剛性値の上昇倍率が小さくなる傾向が見られた。

続いて, 得られた $\alpha_{MF}(t, L)$ を Eq.(3.37) によりフィッティングすることで係数 x, y, z を推定した。その際, 以下の評価関数を用い, Nelder-Mead のシンプレックスアルゴリズム [134] により評価した。また, その際, 初期値としては, Eq.(3.36) を参考値と考え, $x = 4, y = 1, z = 2$ とした。

$$X(t, L) = \alpha_{MF}(t, L) - \alpha''_{MF}(t, L) \quad (3.38)$$

$$CF = E(|\mathbf{X}|)V(\mathbf{X}) \quad (3.39)$$

これにより $x = 2.7786, y = 1.2901, z = 2.3889$ が得られた。これにより算出した α'' を Fig.3.15(b) に黒線で示す。試料が薄く, 管が細い場合には推定式の値は小さめに評価されるものの, 概ねどの試料厚, 管面積においても Eq.(3.37) による推定は実際に推定された上昇倍率の範囲内にあり, 推定式は妥当なものであると考えられる。

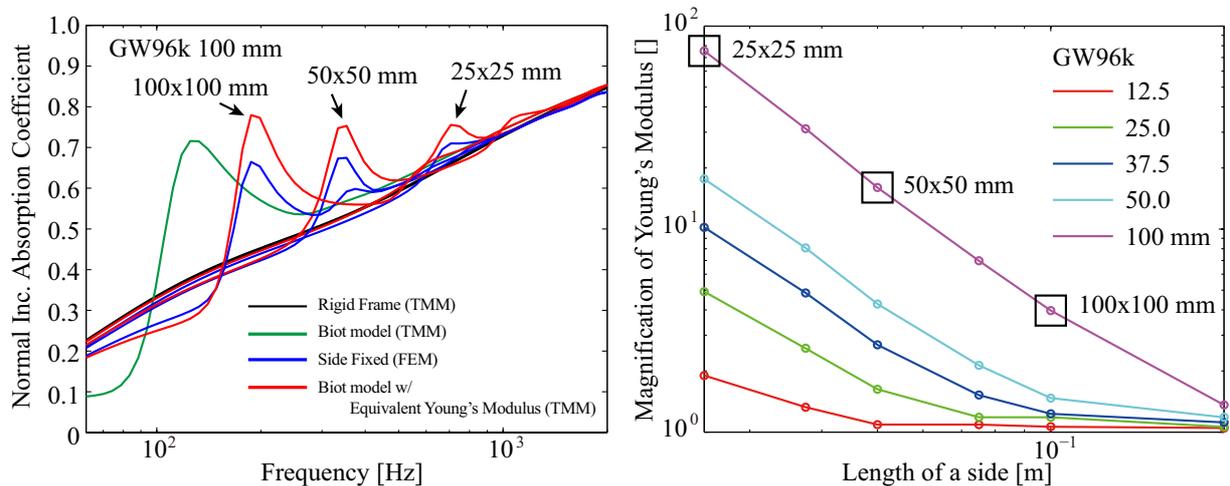


Fig. 3.14: Calculation of the equivalent Young's modulus: Left, normal incidence absorption coefficient by FEM and TMM. Right, identified equivalent Young's modulus for various tube widths and material thicknesses.

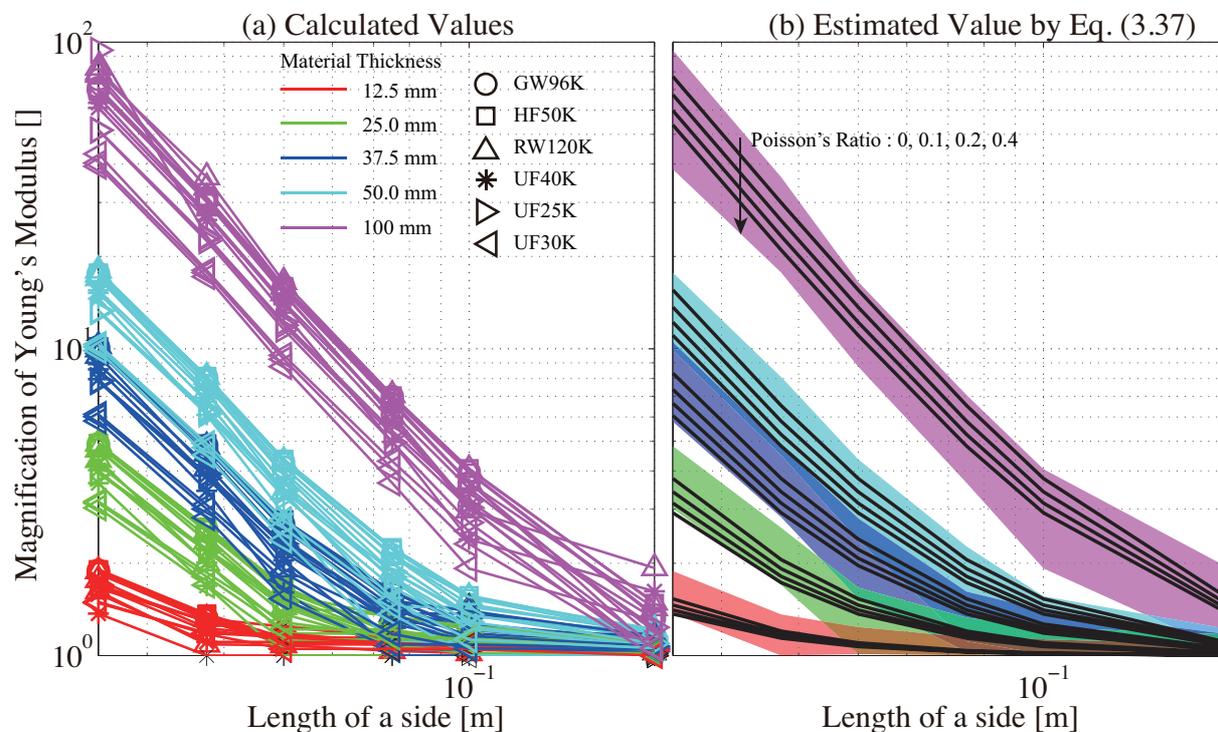


Fig. 3.15: Calculation of the equivalent Young's modulus: Left, identified equivalent Young's modulus for various materials, tube widths and material thicknesses. Right, estimation by the proposed function.

Tab. 3.3: Physical properties for the equivalent Young's Modulus calculations.

Property Name & Dimension	GW96K	HF50K	RW120K	UF40K	UF25K	UF30K
Porosity []	0.96	0.96	0.96	0.99	0.98	0.98
Tortuosity []	1.07	1.11	1.75	1.6	1.4	1.9
Flow Resistivity [Ns/m^4]	5.5×10^4	1.9×10^4	1.5×10^5	1.0×10^5	1.0×10^5	2.2×10^4
Viscous CL [μm]	50	126	55	10	50	87
Thermal CL [μm]	100	252	111	30	150	146
Young's Modulus [N/m^2]			2.5×10^4 , 5.0×10^4 , 1.0×10^5			
Loss Factor []	0.24	0.24	0.36	0.15	0.20	0.18
Poisson's Ratio []	0	0	0	0.1	0.3	0.2
Bulk Density [kg/m^3]	96	50	120	40	25	30

3.3.2 空隙条件

ここでははじめに音響管内で多孔質材と、材料側壁間に空隙がある場合の計測値(計算値)の理論的予測法に関して、文献[44, 48]に従って簡単に整理する。音響管内での空隙条件が Double Porosity と呼ばれる状態に相当することは3.1.1項に述べたとおりである。実測においては骨格振動があり、かつ空隙の影響が存在するものと考えられるが、ここでは現象の単純化のため、理論的予測法においては骨格振動は考慮しないこととする。

Double Porosity のメカニズム

流れ抵抗を考慮した、Rayleigh モデルに基づく多孔質材内部の定常状態の運動方程式は

$$\underbrace{j\omega(\rho_0\alpha_\infty/\phi)v}_{\text{inertial term}} + \underbrace{\sigma_m v}_{\text{viscous term}} + \underbrace{\nabla p}_{\text{potential term}} = 0 \quad (3.40)$$

と表される。この時、抵抗力と慣性力の大きさが等しくなる角周波数 ω_{vm} を以下のように書くことができる。

$$\omega_{vm} = \frac{\sigma_m \phi}{\rho_0 \alpha_\infty} \quad (3.41)$$

ω_{vm} を境に、それ以下の周波数では粘性力が卓越し、圧力変動の物理場は拡散的な挙動を示すことを意味し、それ以上の周波数では慣性力が卓越し、波動伝搬が生じることを意味している。

ここで、Fig.3.16 に示すように、材料と側壁間の空隙を断面積が等価な円筒管にモデル化することを考える。この時、Zwikker & Kosten の円筒管理論から、等価径円筒管内の流れ抵抗は以下のように表すことができる。

$$\sigma_M = \frac{8\eta}{\phi_M R_{eq}^2} \quad (3.42)$$

この時、管一辺の長さを L 、Macroporosity(管断面面積に対する空隙断面面積の比)を ϕ_M とすると、等価半径は $R_{eq} = \sqrt{L^2 \phi_M / \pi}$ である。これより、Macroporosity の領域においても同様に、粘慣性に関する周波数を以下のように定義できる。

$$\omega_{vM} = \frac{\sigma_M \phi_M}{\rho_0} = \frac{8\eta}{\rho_0 R_{eq}^2} \quad (3.43)$$

$\omega_{vM} \ll \omega \ll \omega_{vm}$ の周波数領域では、波動伝搬は主に隙間によって行われていると考えられる。また、特性周波数近傍ではそれぞれの減衰メカニズムが観察される。

また、Double Porosity の特性周期(ここでは管の一辺の長さ)に対して、多孔質材内部の波長が十分長い場合、同程度の場合、短い場合にその現象を分ける事ができる。多孔質材内部の波長と同程度のオーダーとなる周波数は以下のように表される。

$$\omega_d = \frac{(1 - \phi_M)P_0}{\phi_m \sigma_m D(0)} \quad (3.44)$$

ここで、 $D(0)$ は熱浸透率に対応するパラメータであり、本論文における検討の中では以下のように与えられる。

$$D(0) = \frac{L^2}{4\pi} \left(\ln \left(\frac{1}{\phi_M} \right) - \frac{3}{2} + 2\phi_M - \frac{\phi_M^2}{2} \right) \quad (3.45)$$

$\omega \ll \omega_d$ の領域では材料内の音圧分布は一様とみなせる。この時、Cummings の理論が適用可能なものと見なせ、吸音率の低下が生じる。 ω_d 周辺の周波数では、Macropore 部の音圧と多孔質材内部平均的な音圧の位相差が大きくなる、即ち相対速度が上昇することで減衰が大きくなり、吸音率の上昇が生じる。 $\omega_d \ll \omega$ の領域では、多孔質材内部の音場は巨視的な挙動に寄与せず、空隙部のみの特徴になるものと考えられる。ただし、本論文における解析周波数領域ではこの挙動は見られなかった。

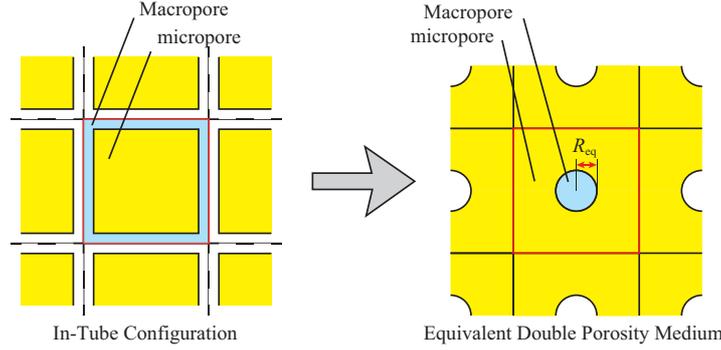


Fig. 3.16: Equivalent conversion of the configuration in tube.

Double Porosity 材料内部の実効密度・複素体積弾性率

実効密度は多孔質材部分と Macropore 部分が並列にあると考え、体積比による重み付けにより以下のように表される。

$$\frac{1}{\rho_{dp}} = \frac{1 - \phi_M}{\tilde{\rho}_{eq}} + \frac{\phi_M}{\tilde{\rho}_{cyl}} \quad (3.46)$$

ここで、 $\tilde{\rho}_{eq}$ は多孔質材内部の実効密度であり、JCA model や Kato model により評価される量である。 $\tilde{\rho}_{cyl}$ は空隙部を円筒管によりモデル化した際の実効密度で、以下のように与えられる。

$$\tilde{\rho}_{cyl} = \frac{\rho_0}{1 - \frac{2 J_1(\mu\sqrt{-j})}{\mu\sqrt{-j} J_0(\mu\sqrt{-j})}} \quad (3.47)$$

ただし、 $\mu = \sqrt{2\eta R_{eq}^2 / \rho_0 \omega}$ である。

一方、複素体積弾性率も同様に並列かつ体積比の重み付けにより得られるが、多孔質材部分の体積弾性率について上述の音圧の拡散に関する補正項 F_d を考慮する。

$$\frac{1}{\tilde{K}_{dp}} = \frac{1 - \phi_M}{\tilde{K}_{eq}} \left\{ F_d \left(\frac{\omega P_0}{\phi_m \tilde{K}_{eq}} \right) \right\} + \frac{\phi_M}{\tilde{K}_{cyl}} \quad (3.48)$$

ここで、 \tilde{K}_{eq} は多孔質材内部の複素体積弾性率であり、実効密度と同様に JCA model や Kato model により評価される。 \tilde{K}_{cyl} は Macropore 部を円筒管によりモデル化した際の複素体積弾性率で、以下のように与えられる。

$$\tilde{K}_{cyl} = \frac{\gamma P_0}{1 + (\gamma - 1) \left(1 - \frac{2 J_1(\mu\sqrt{-j})}{\mu\sqrt{-j} J_0(\mu\sqrt{-j})} \right)} \quad (3.49)$$

$F_d(\omega)$ は多孔質材内部の平均的な音圧と空隙内部の音圧の比であり、以下のように表される。

$$F_d(\omega) = 1 - j\omega D(\omega) \quad (3.50)$$

$$D(\omega) = \frac{1}{j\omega + \omega_d \sqrt{1 + \frac{M_d \omega}{2\omega_d}}} \quad (3.51)$$

$$M_d = \frac{8D_0}{\Lambda_d(1 - \phi_M)} \quad (3.52)$$

ここで、 Λ_d は音圧拡散に関する特性長であり、円形の Macropore では材料厚みを考慮し、以下のように表される。

$$\Lambda_d = \frac{(L^2 - \pi R_{eq}^2)d_m}{\pi R_{eq}d_m + N_t(L^2 - \pi R_{eq}^2)} \quad (3.53)$$

N_t は終端条件に関する係数であり、終端が空気層の場合 0, 剛壁の場合 1 である。以上、Double Porosity 材料内部の実効密度、複素体積弾性率の算出法を整理した。Macropore 部分を等価な断面積をもつ円筒管により置き換える場合、内部の特性は通常の Biot Parameter 5 つに加え、Macropore を含む周期 L , 及び Macroporosity ϕ_M により表されることがわかる。

Double Porosity 材料の吸音率

管一辺の長さを 50 mm, Macroporosity を 1, 2, 4% とした場合の, UF40K の特性を上述の Double Porosity 理論及び数値解析により算出し比較を行った。数値解析では剛骨格モデルのみを想定した。結果を Fig.3.17(a),(d) に示す。Double Porosity 理論による予測値は数値解析と大きく異なっていることがわかる。これは、数値解析では材料四周に空隙を設けており、実際には Macropore 部分と、多孔質材部分の接触面積は等価な円筒の場合よりも大きくなっているためである。そこで、単位体積当たりの接触面積を大きくするため、Macroporosity ϕ_M を固定し、Macropore を含む周期 L を小さくした解析を行った。その結果を Fig.3.17(b),(c),(e),(f) に示す。周期 5mm による Double Porosity 理論は数値解析と概ね対応しており、周期の調整により妥当な解析結果が得られることが明らかとなった。ここで、周期を変化させることで、円筒管の等価半径も異なっていることがわかる。本章冒頭の文献レビューで述べたとおり、Pilon らは空隙に対して等断面積の円筒管を想定していることから、文献中における Permeability Ratio は実質的な値とは異なっている可能性があり、適用の際には注意が必要である。

音響管計測の結果の利用の一例として、Miki モデルなどによる予測値と照らし合わせ流れ抵抗を推定し、理論、数値解析への入力とすることが考えられる。その際に、管壁との間に生じた空隙に起因する吸音率のピークに沿うように推定を行うと、流れ抵抗を小さめに評価することが懸念されることにも注意が必要である。

材料背後条件に関するケーススタディ

ここでは数値解析により空隙による吸音率の影響についての観察を行う。ここでは Biot 理論に基づく解析に加え、Double Porosity 理論では考慮されていない骨格振動の影響についても観察を行うこととする。Rigid Frame の特性は Elastic Frame において流れ抵抗が等しく、嵩密度及び骨格剛性が大きい試料の

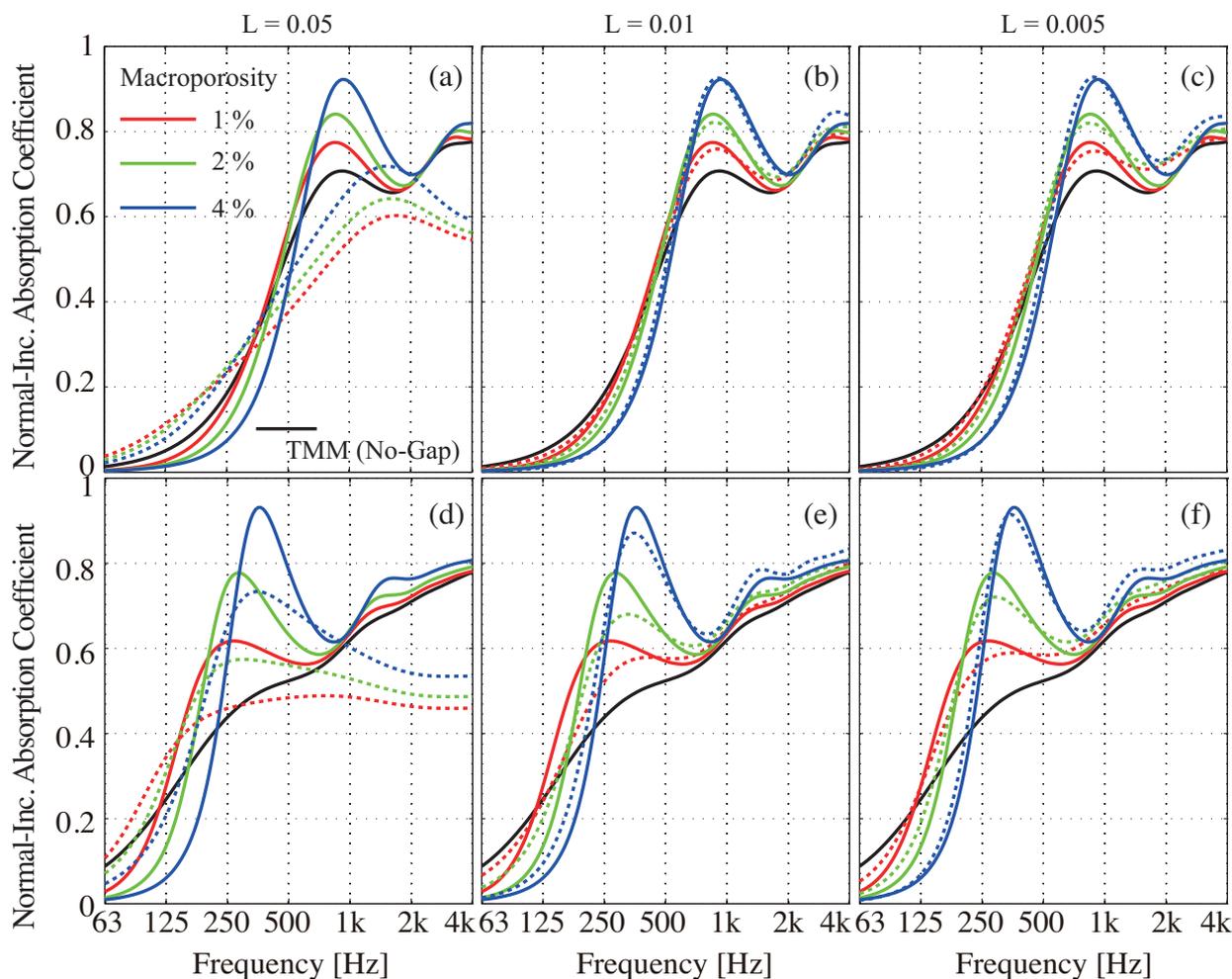


Fig. 3.17: Normal incidence absorption coefficients calculated for the UF40K with peripheral air gap. The material thicknesses are (a-c) 25 mm and (d-f) 50 mm. Macroscopic Periods are (a,d) 50 mm, (b,e) 10 mm and (c,f) 5 mm. Solid lines are results by FEM and dashed ones are those by double porosity theory.

特性と見なす事が出来る。隙間は空隙面積が管断面積の 1, 2, 4% となるよう設定した。その時、隙間幅はそれぞれ、0.125, 0.250, 0.500 mm である。

■後壁接着・密着条件 Fig.3.18, 3.19 にそれぞれ GW96K, UF40K の結果を示す。上段に剛骨格モデル、中段に後壁接着の弾性骨格モデル、下段に後壁非接着の弾性骨格モデルの結果を示している。両材料ともに試料厚みが大きくなるに連れ、無限大面積試料(隙間なし)の特性からの乖離が大きくなっている。一般的傾向として、隙間が大きくなるにつれ、低音域においては吸音率は低下し、中高音域では吸音率のピークが大きくなり、高周波数側にシフトする傾向が見られた。また、高音域では概ねその影響が小さいが、流れ抵抗が大きい場合には若干の上昇が見られる。

骨格振動の影響について、流れ抵抗が中程度である場合 (GW96K) には剛骨格モデルと後壁非接着条件の弾性骨格モデルでは吸音率の特性は定量的、定性的にも概ね同様の傾向を示している。一方、UF40K

では剛骨格モデルを想定した場合、より隙間の影響が顕著な傾向が見られた。従って、流れ抵抗の大きくかつ剛骨格とみなせる材料では隙間の影響がより顕著になると推察される。また、後壁密着条件においては隙間の大きさに依らず、骨格の縦共振周波数は同じ周波数で現れている。従って、多孔質材の機械特性の推定を行う際には試料を管径よりも小さく切断の上、管底に試料を接着することで計測可能であると考えられる。ところで、上述の通り Double Porosity における吸音率の上昇は Macropore 部分と多孔質材内部の相対速度が上昇することに起因する。弾性骨格モデルにおいては骨格と内部多孔質材の相対速度に関して同様の関係性があるものと考えられる。この影響により隙間がない場合(無限大面積の理論値)においても弾性骨格モデルでは剛骨格モデルに対し高い吸音率を示しているものと考えられる。

■背後空気層条件 Fig.3.20, 3.21 にそれぞれ剛骨格, 弾性骨格 GW96K の結果を示す。材料厚は上段が 12.5 mm, 中段が 25.0 mm, 下段が 50.0 mm である。また, Fig.3.22, 3.23 は UF40K について同様に表示している。背後空気層を有する場合でもその隙間による影響は概ね後壁密着・非接着条件と同様の傾向を示している。背後空気層厚が大きくなるにつれ、隙間なしの吸音率に比べ、低音域での低下, 中音域での上昇する傾向が顕著になっている。また、吸音率のピークは一般に低音域側へシフトしその値は大きくなる傾向が見られる。ただし、骨格振動を考慮した UF, Macroporosity 4% のみピークが低域側にシフトするもののその値は小さくなる傾向が見られた。Double Porosity 材料は Macroporosity ϕ_M が大きい場合や、繰り返し周期 L が小さい場合には空気部分の割合が増加するため吸音率が減少傾向を示すことがあり、ここではそのような影響が現れているものと推察される。

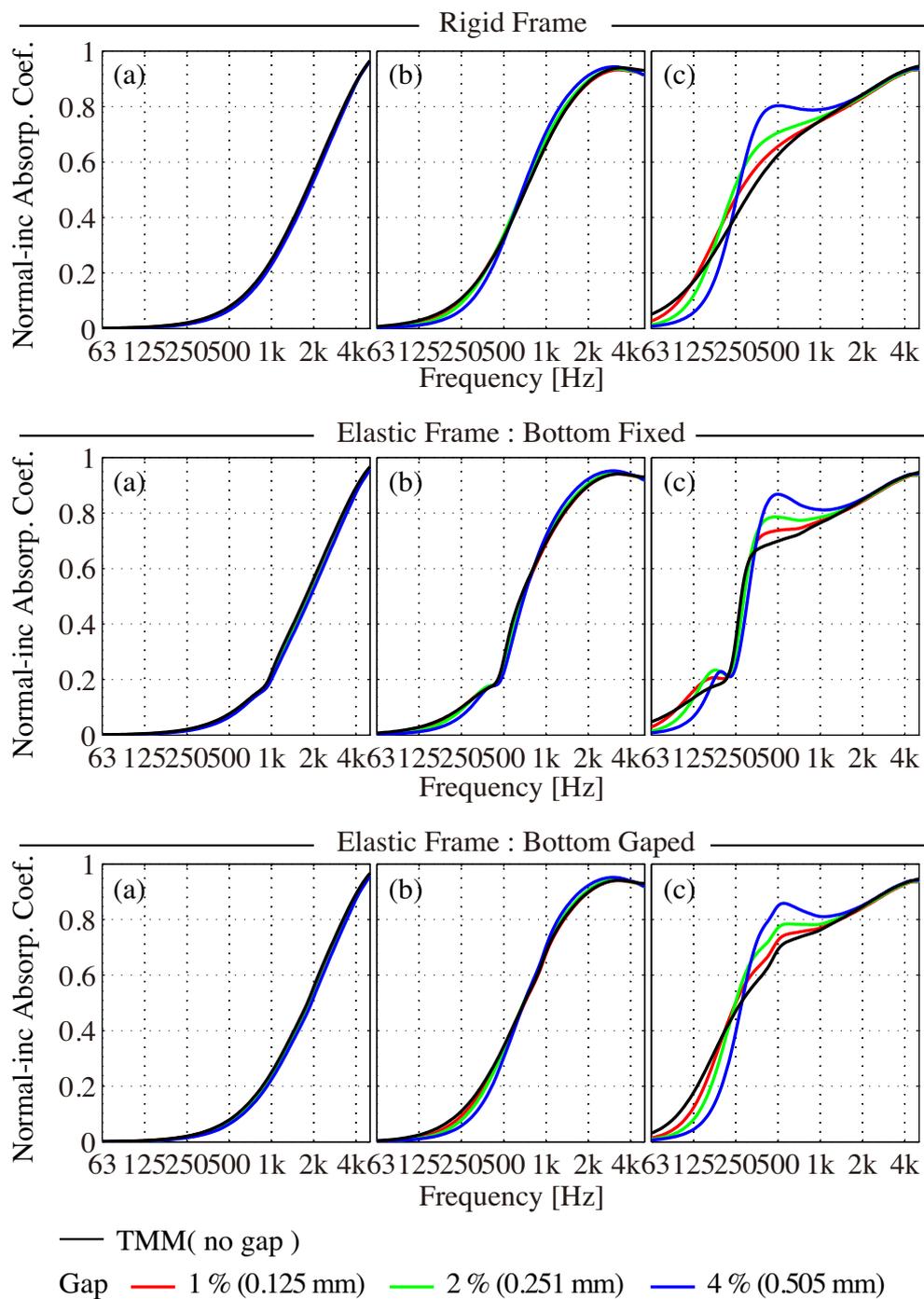


Fig. 3.18: Normal-incidence absorption coefficients calculated for the GW96K backed by rigid backing. Material thicknesses are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.

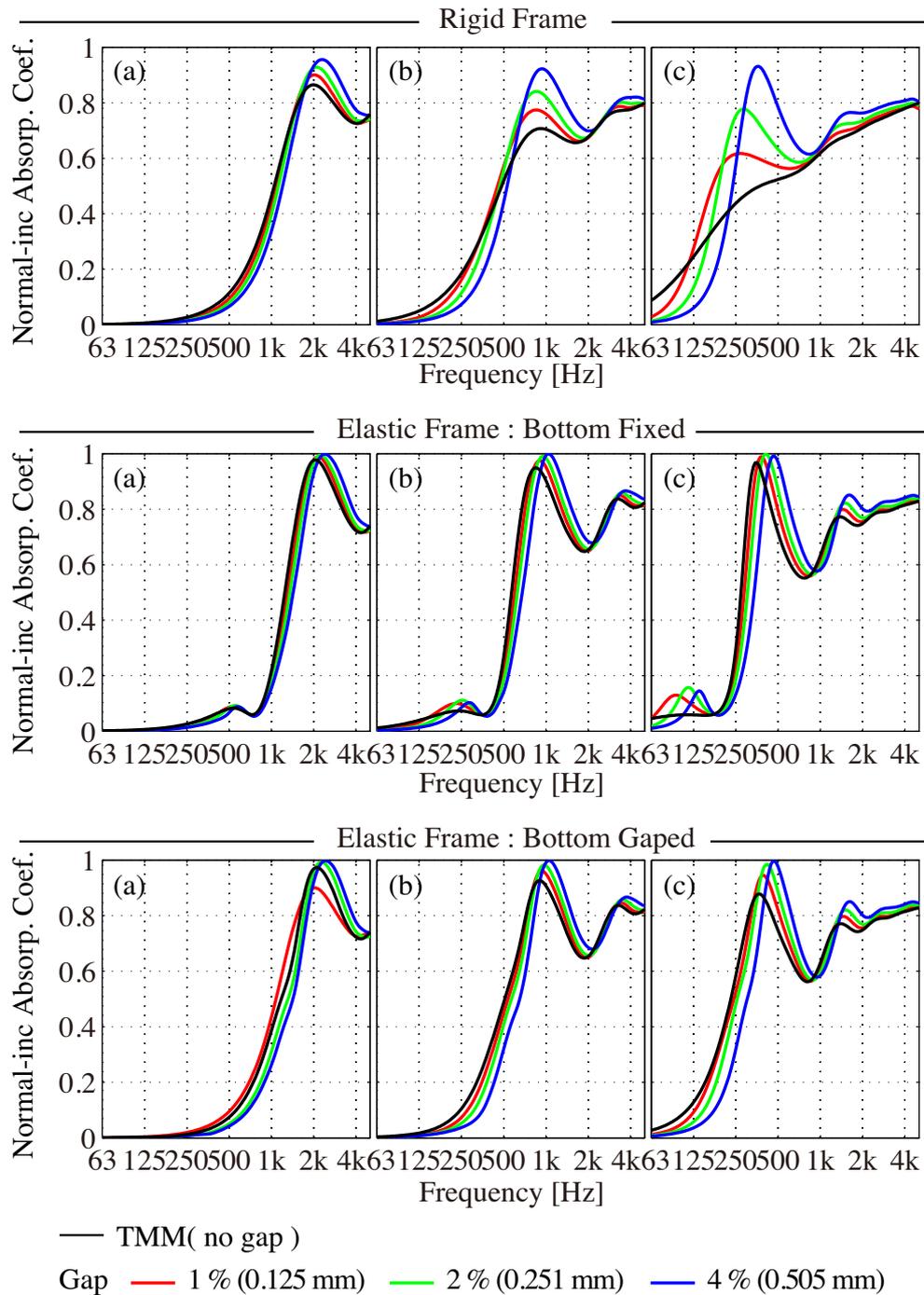


Fig. 3.19: Normal-incidence absorption coefficients calculated for the UF40K backed by rigid backing. Material thicknesses are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.

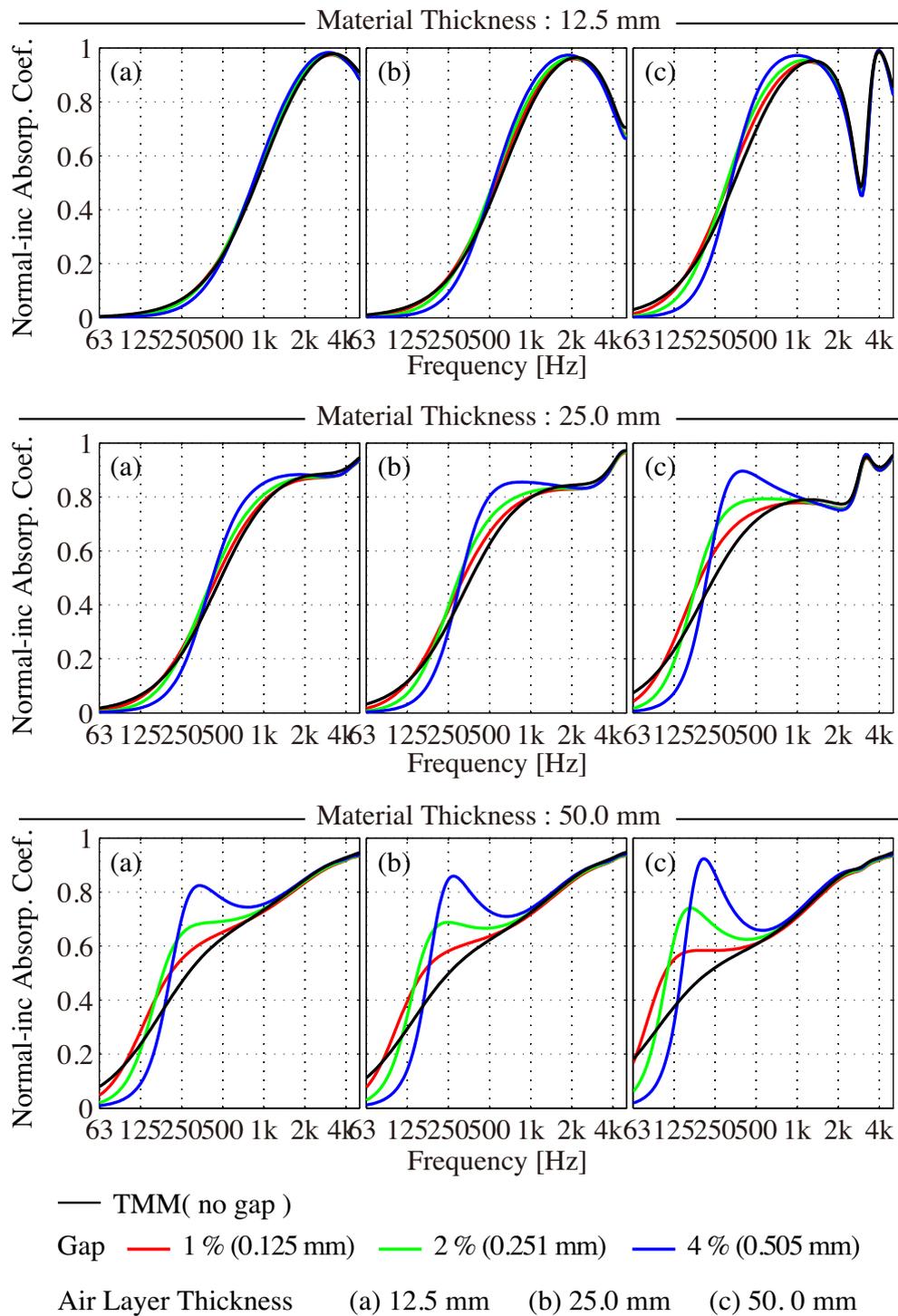


Fig. 3.20: Normal-Incidence absorption coefficient calculated for the GW96K backed by air layer with assumption of rigid frame. Air Layers are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.

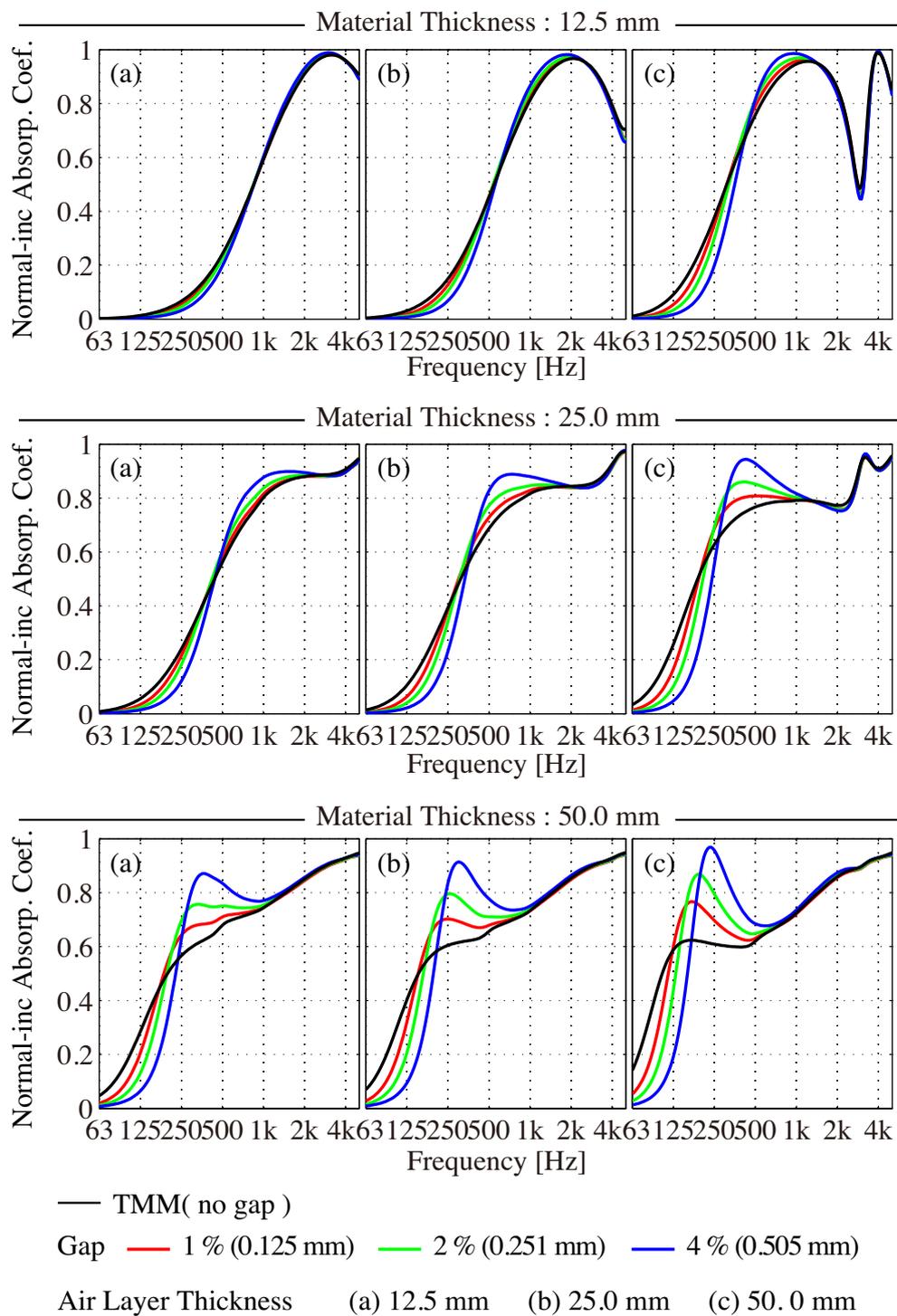


Fig. 3.21: Normal-Incidence absorption coefficient calculated for the GW96K backed by air layer with assumption of elastic frame. Air Layers are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.

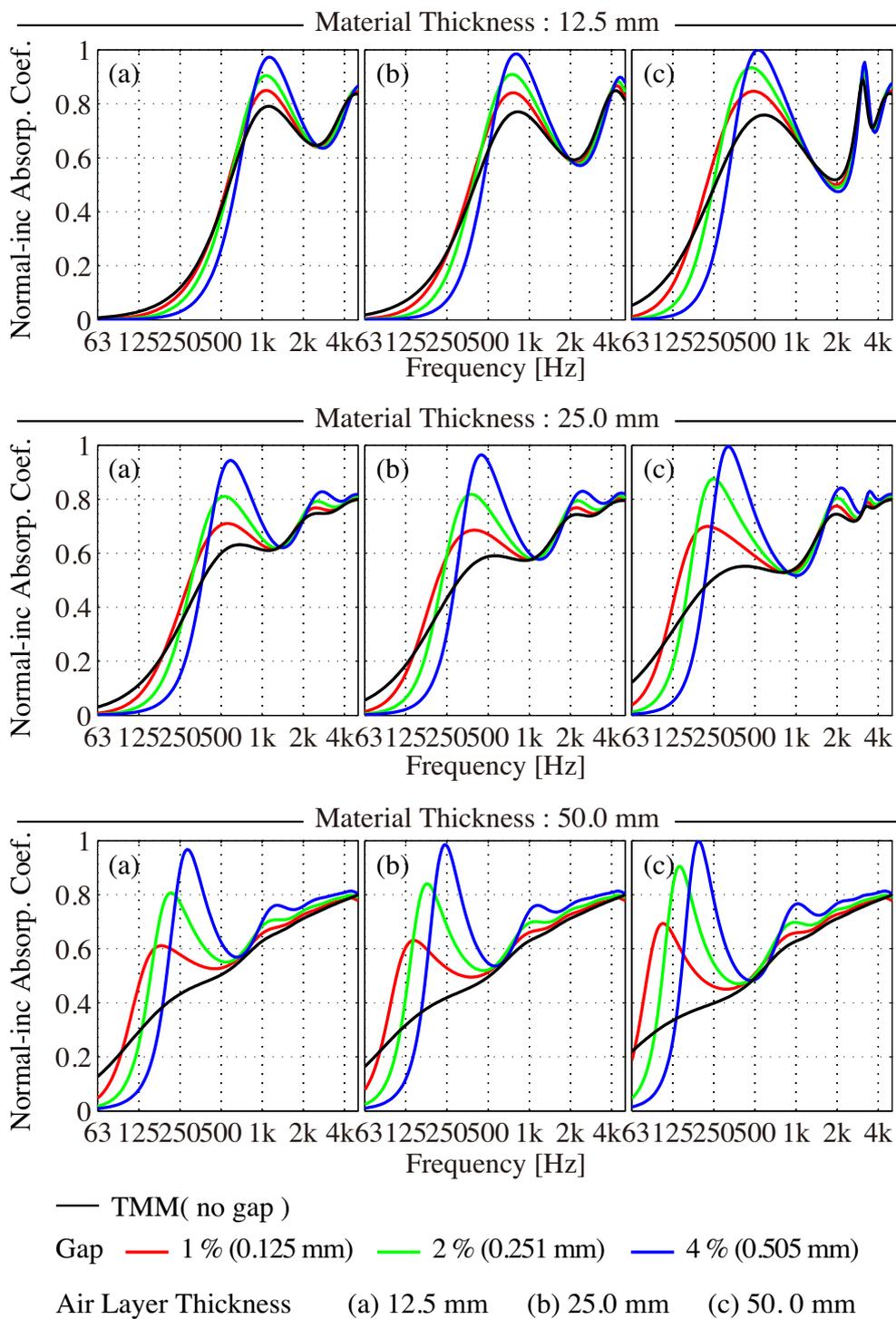


Fig. 3.22: Normal-Incidence absorption coefficient calculated for the UF40K backed by air layer with assumption of rigid frame. Air Layers are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.

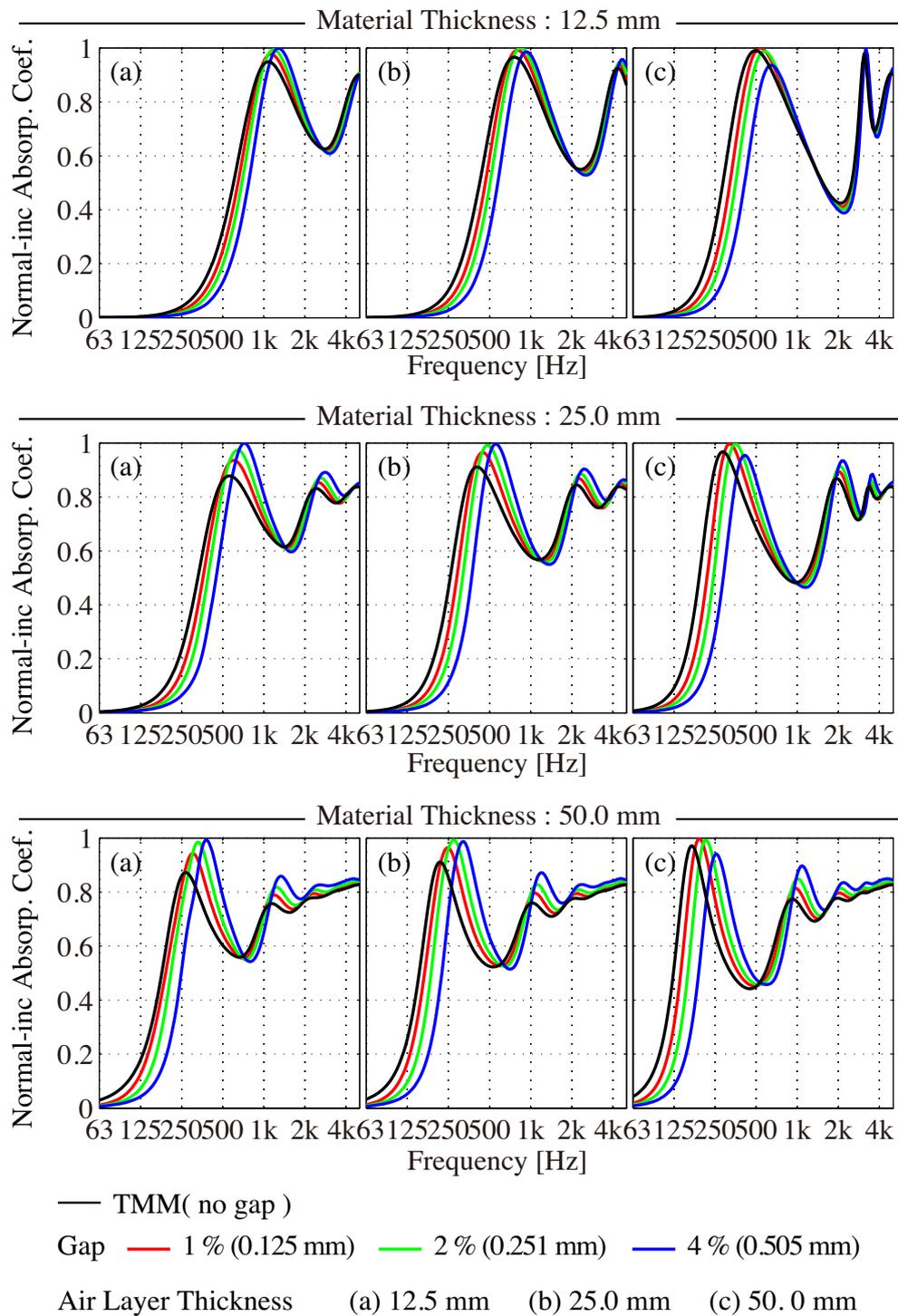


Fig. 3.23: Normal-Incidence absorption coefficient calculated for the UF40K backed by air layer with assumption of elastic frame. Air Layers are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.

3.4 複層多孔質材料の吸音率解析

3.4.1 固定支持条件

材料背後条件の影響

■後壁接着・密着条件 膜が多孔質材に接着する場合の吸音率を Fig.3.24 に示す。GW, UF 共に、材料厚さが小さい場合には共振による吸音率のピークが低下するものの周波数特性としては概ね対応し、支持条件の影響は少ないといえる。材料底面が管底に固定されない場合、側壁での支持条件による共振周波数のシフトは相対的に大きくなるのがわかる。ただし、試料が厚くなるにつれ、側壁支持条件では底面支持による差は小さくなるのがわかる。また膜を接着することで高音域においても骨格共振による影響が

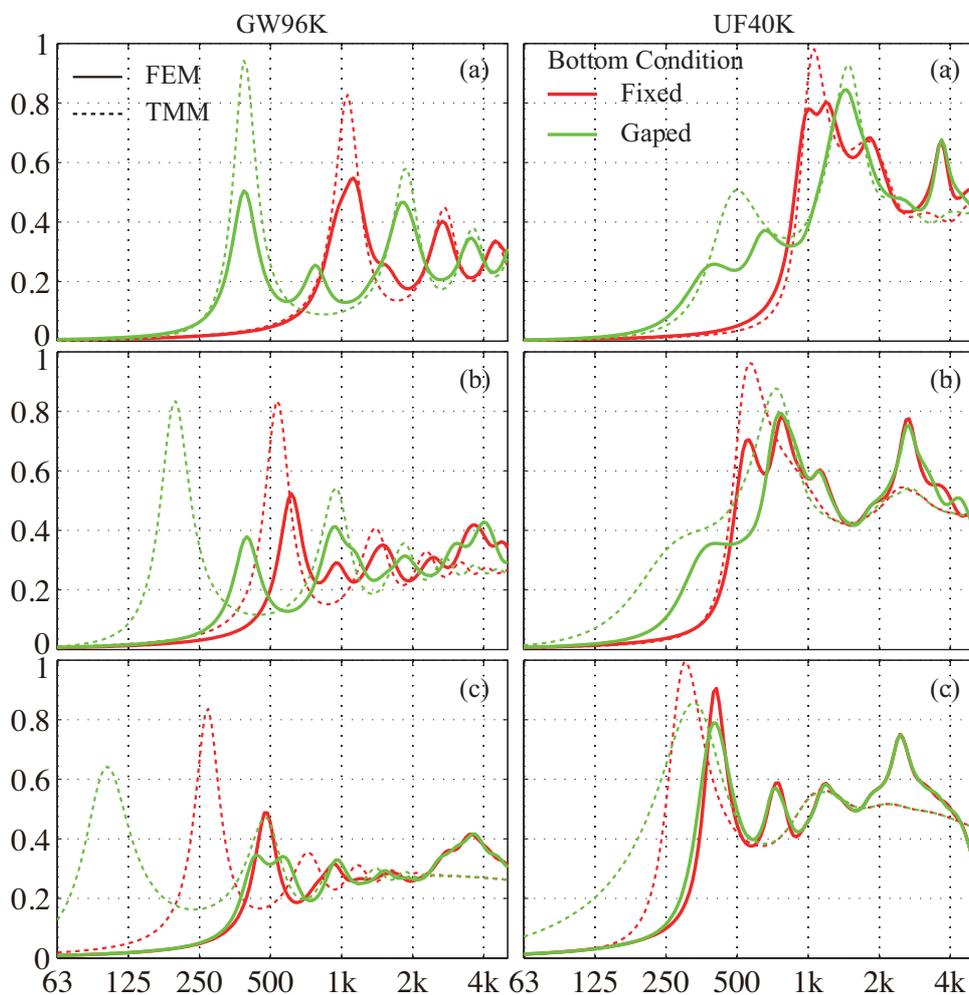


Fig. 3.24: Normal incidence absorption coefficients calculated for membrane-bonded glass wool (left-column) and urethan foam(right-column), supported rigidly on the side wall. Material thicknesses are (a) 12.5mm (b) 25.0 mm and (c) 50mm respectively.

見られることもあり、無限大面積相当値の計測は困難であると言える。また、単層材料の場合と同様に、試料が厚い場合には断面内のせん断モードによる共振が現れているものと考えられる。

Fig.3.25 に膜が非接着の場合の吸音率を示す。低音域においては概ね単層多孔質材において示した値と同様の傾向が見られる (Fig.3.12, 3.13)。また、高音域において吸音率が低下する傾向が見られるが、これは膜面での反射による影響である。従って、2層材料において膜が非接着である場合には振動系の連成の影響は小さく、それぞれの構成材料の特性を単純に併せた特性になるものと考えられる。このことから、背後空気層の影響については膜が接着した場合のみを考慮することとする。

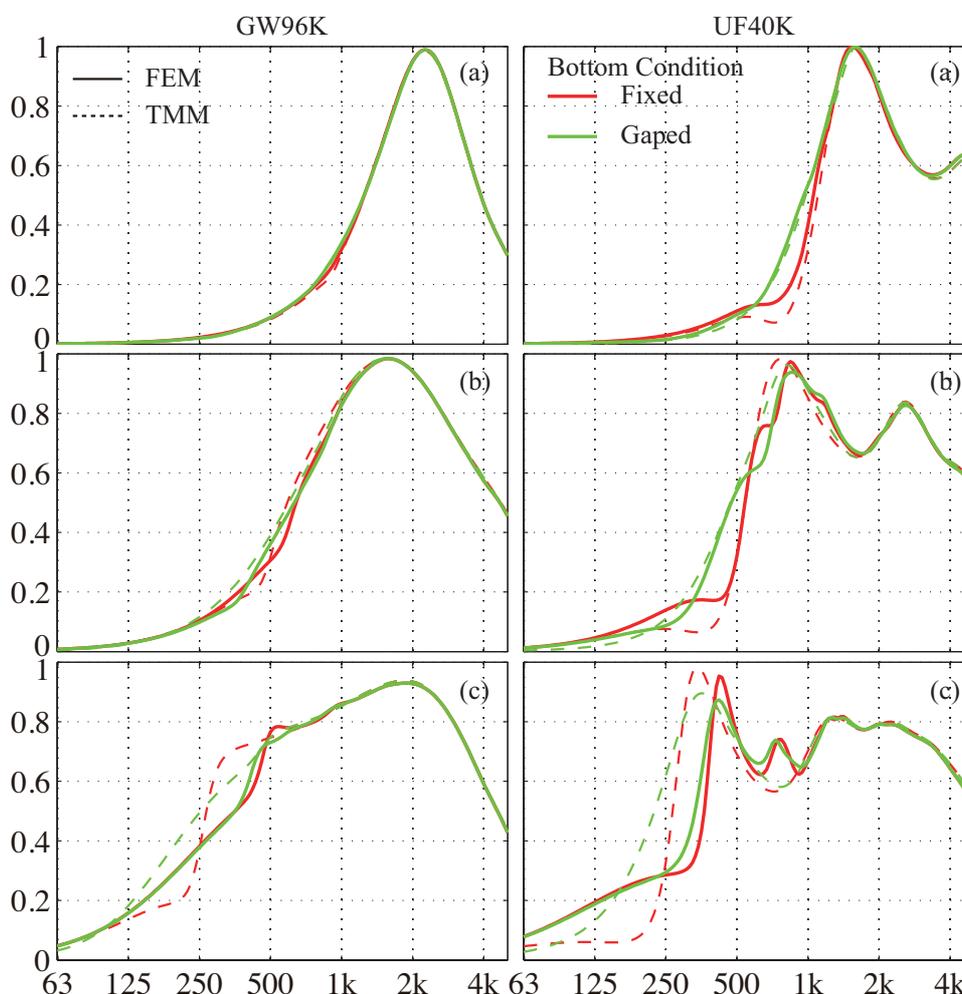


Fig. 3.25: Normal incidence absorption coefficients calculated for membrane-covered glass wool (left-column) and urethan foam(right-column), supported rigidly on the side wall. Material thicknesses are (a) 12.5mm (b) 25.0 mm and (c) 50mm respectively.

■背後空気層条件 背後空気層をもつ場合、膜の接着位置は入射側、背後空気層側となり得、ひとつの設計パラメータとなると考えられる。そこでここでは、材料厚、背後空気層厚、膜材接着位置を変化させ計算を行った。Fig.3.26, 3.28 にそれぞれ膜付 GW, UF の無限大面積における吸音率を示す。低音域において顕著なピークが見られるがこれは材料を質量、背後空気層をバネとした一自由度共振によるものである。また、膜が入射側に接着する場合には多孔質材背面と空気層が連続し、見かけ上空気層が大きくなるため、より低い周波数でピークが生じているものと考えられる。高音域においては膜面で反射が生じるため、吸音率低下する傾向が見られる。また、多孔質材骨格の共振、反共振により吸音率のピーク・ディップが生じている。膜が背後空気層側に接着する場合には高音域で後壁密着条件と同様の特性を示している。

Fig.3.26, 3.28 にそれぞれ管内で膜付 GW, UF が固定支持される場合の吸音率を示す。側壁で支持されることで、材料の一体的な振動が妨げられるため、上述の一自由度共振が生じなくなっているものと考えられる。また、膜が入射側に接着する場合、低音域では材料が非通気かつ剛性制御状態になるため、反射性が大きくなっているものと考えられる。50 mm 以上の厚さでは背後空気層による吸音率の変化は小さくなり、高音域だけでなく低音域でも空気層によらない同程度の吸音率を示している。また、単層材の場合と同様に断面内のせん断共振が生じており、ピークの生じる周波数についても同様であった。背後空気層を設定する場合、膜が接着されることにより、試料厚が小さい場合でも低音域において無限大面積試料との乖離が大きくなる傾向が見られる。

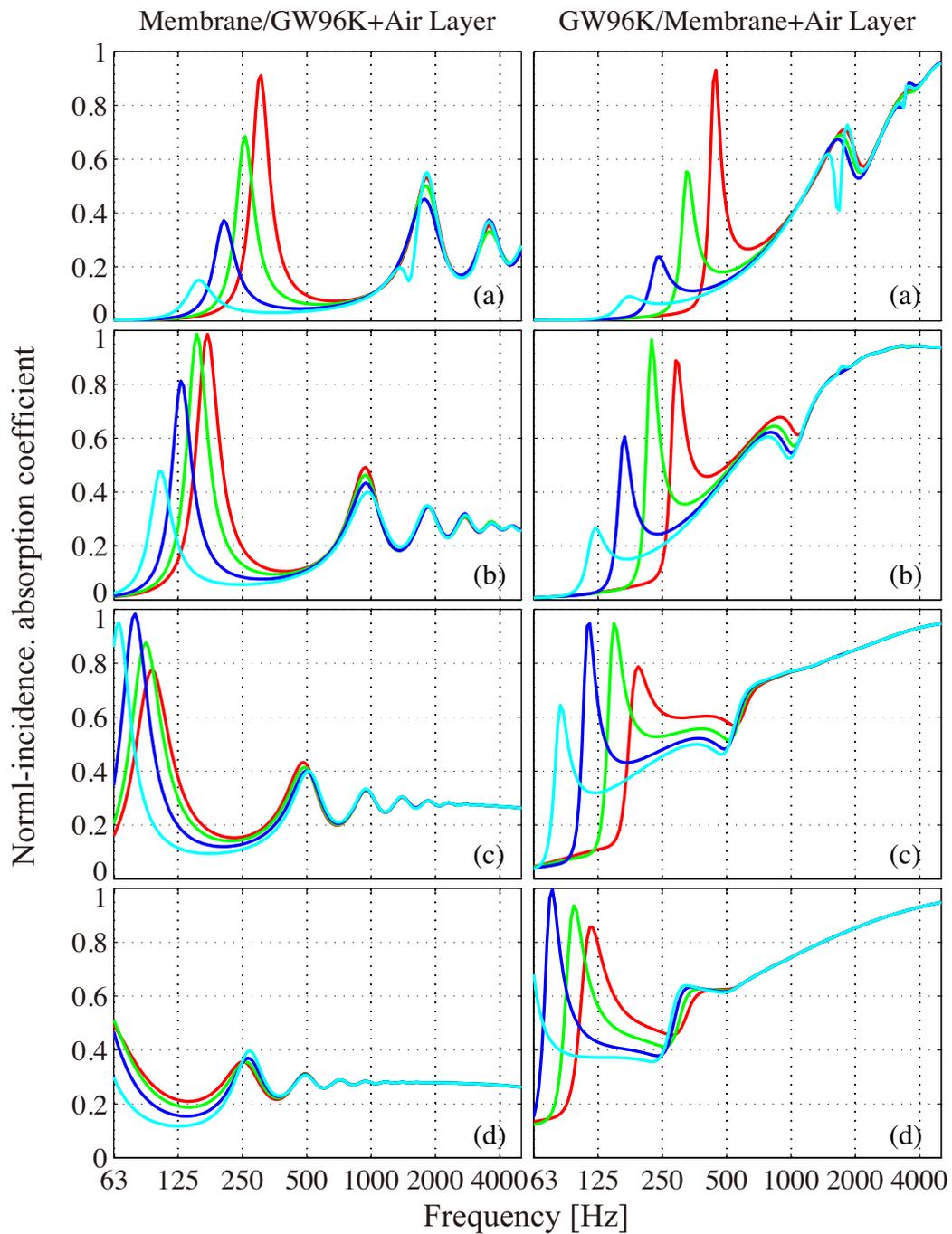


Fig. 3.26: Normal-incidence absorption coefficient calculated by TMM for membrane-bonded glass wool with air layer backing. Front- and Back-bonded types are shown on the left and right column respectively.

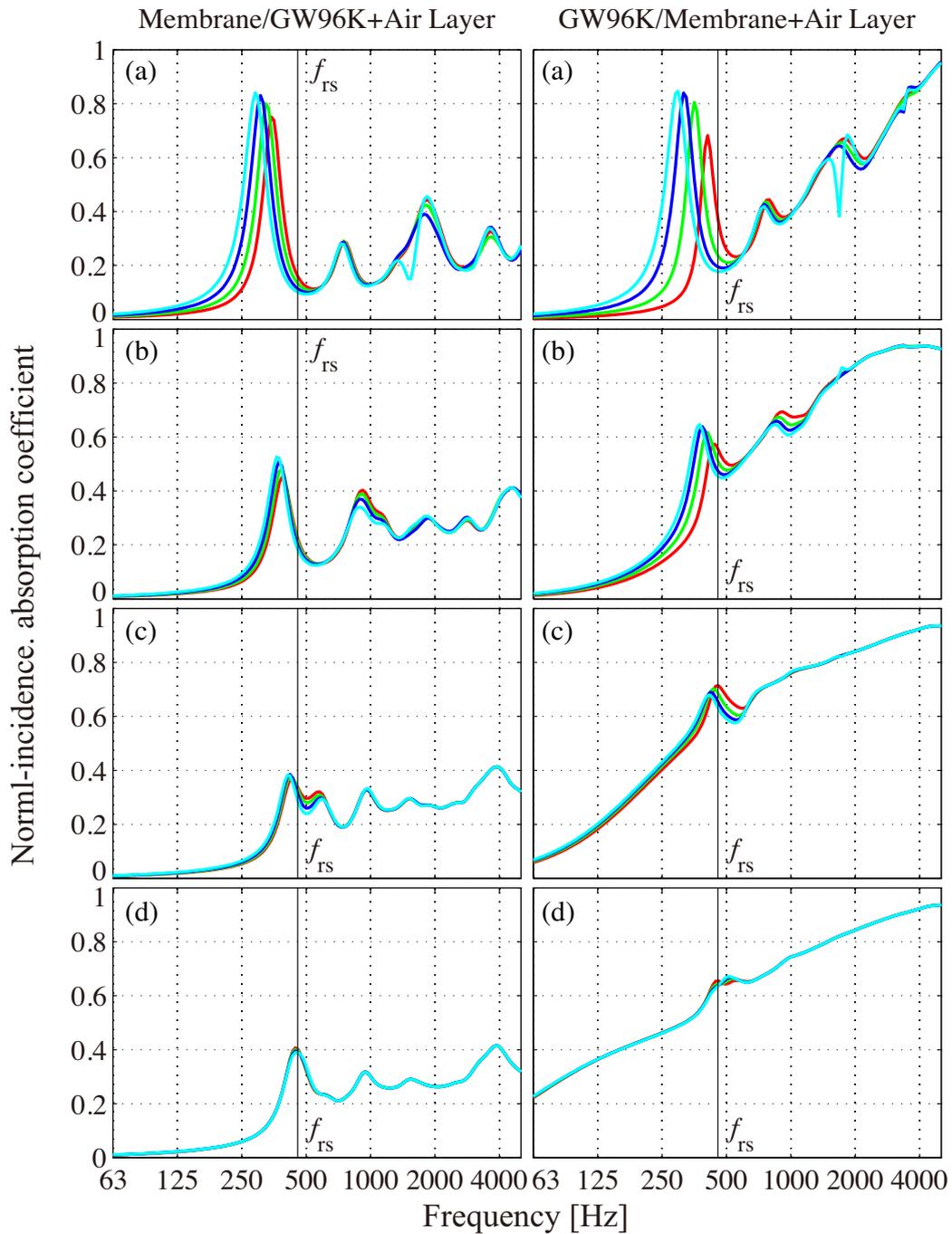


Fig. 3.27: Normal-incidence absorption coefficient calculated by FEM for membrane-bonded glass wool supported rigidly on the side wall and backed by air layer. Front- and Back-bonded types are shown on the left and right column respectively.

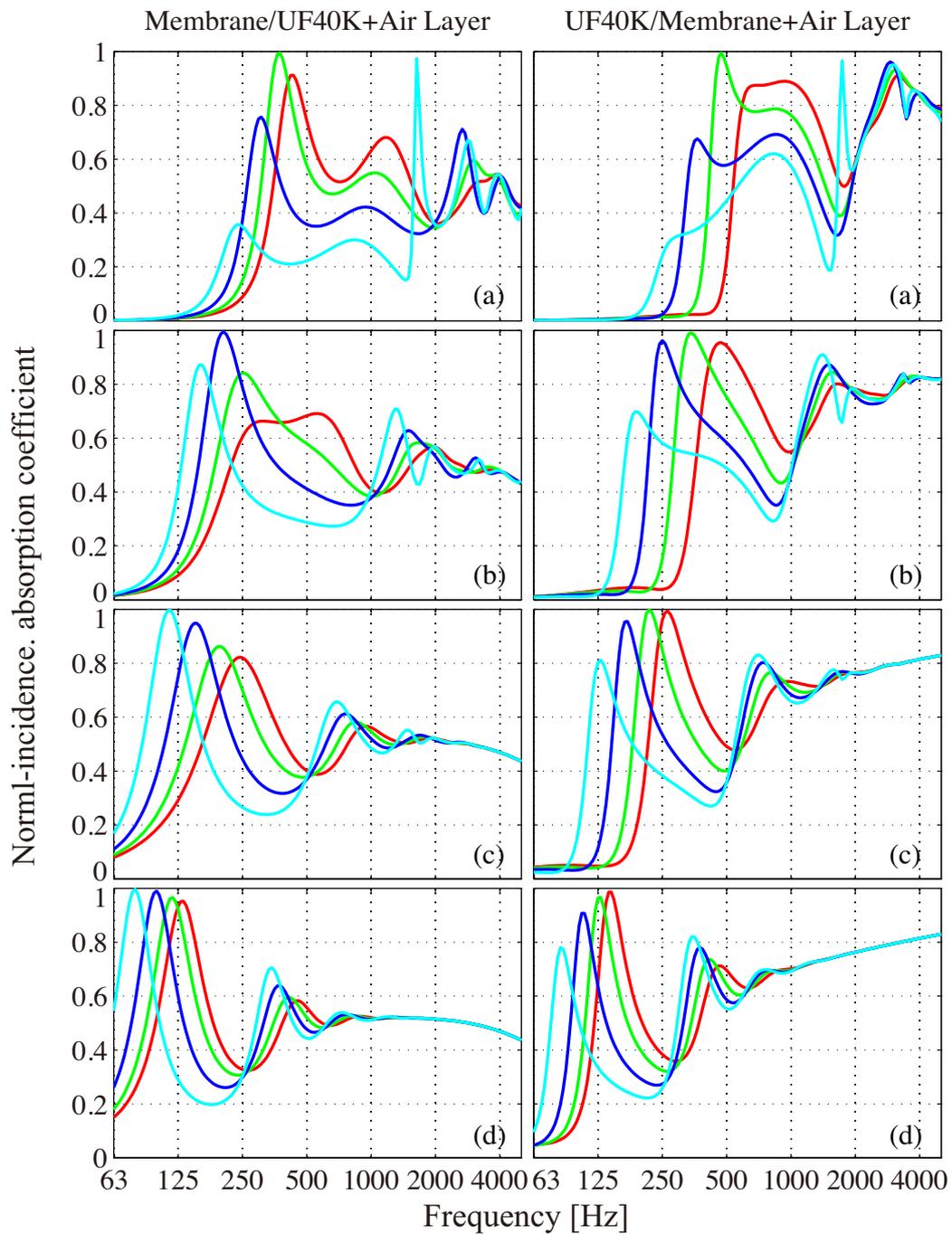


Fig. 3.28: Normal-incidence absorption coefficient calculated by TMM for membrane-bonded urethane foam with air layer backing. Front- and Back-bonded types are shown on the left and right column respectively.

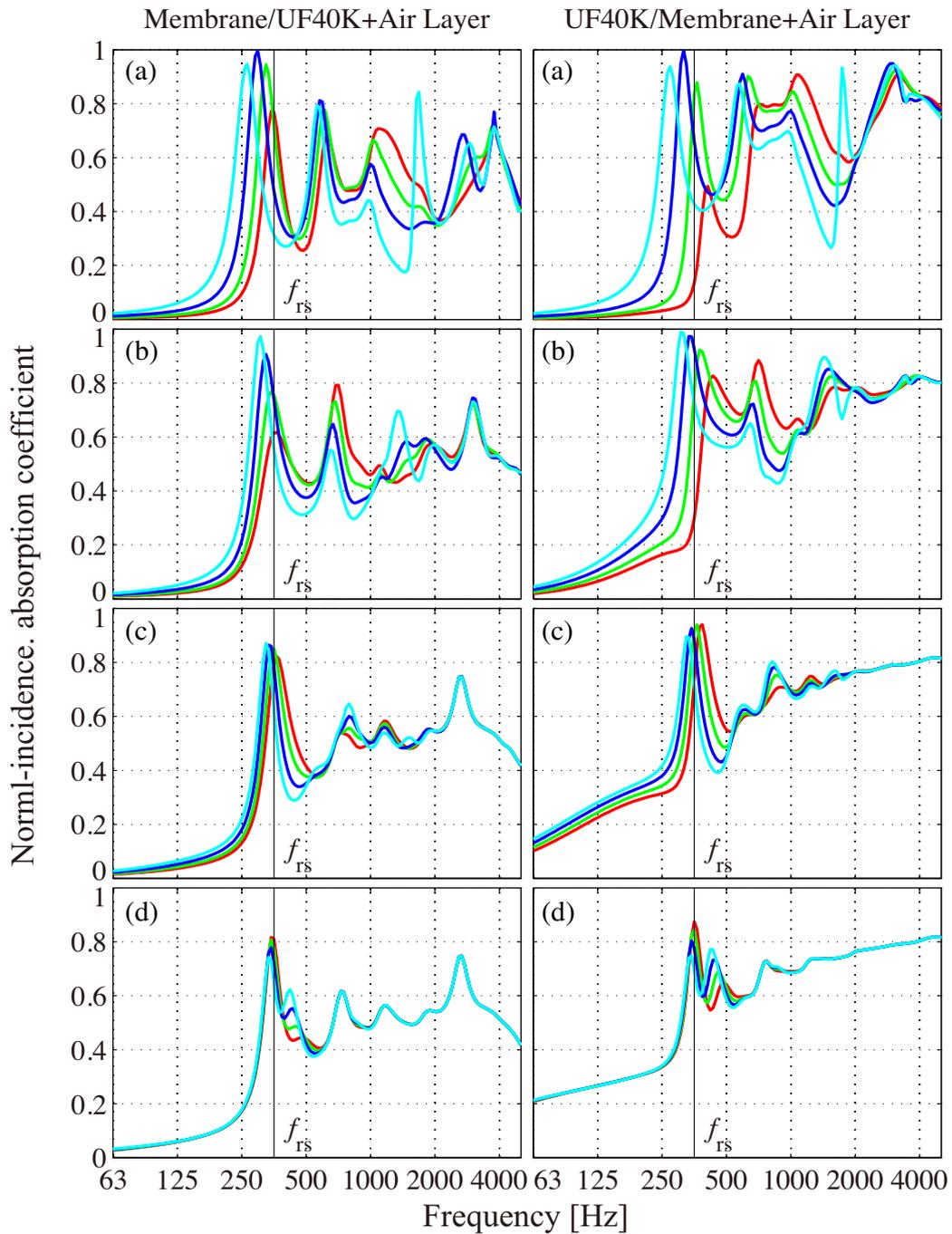


Fig. 3.29: Normal-incidence absorption coefficient calculated by FEM for membrane-bonded urethane foam supported rigidly on the side wall and backed by air layer. Front- and Back-bonded types are shown on the left and right column respectively.

3.4.2 空隙条件

材料背後条件の影響

■後壁接着・密着条件 膜材を接着した場合の吸音率の解析値を Fig.3.30 に示す。数値解析による予測値は非常に複雑な挙動を示すことが確認できる。1kHz 程度までの周波数域では先述の Double Porosity による特性と考えられる挙動が見られる。この Double Porosity に起因する吸音率の上昇は積層材においては試料が薄い場合にも顕著に現れている。これは表面に非通気膜が接着することは、高い流れ抵抗の層ができると捉えられ、より Macropore 部, micropore 部の流れ抵抗のコントラストが強くなっていると見なせるためであると考えられる。高音域においては骨格の縦共振に対応した変動が見られる。

UF は GW に比べ定量的に乖離が小さい傾向が見られる。この原因として、UF は骨格の剛性が小さいため、骨格部分の振動変位が大きくなり、Macropore 部分と多孔質材部分の相対速度差が出にくくなっていることが考えられる。

膜材を非接着にした場合の吸音率の解析値を Fig.3.31 に示す。固定支持の場合と同様に、低音域では単層材における空隙条件と同様の値を示し (Fig.3.18, 3.19), 高音域では膜面での反射による吸音率の低下が確認される。従って、ここでも同様に、膜非接着の場合には連成振動の影響は小さいものと考えられることから、以降では膜接着条件のみを考慮することとする。

■背後空気層条件 背後空気層を設けることで、低音域における一自由度共振によるピークが生じなくなることがわかる。Macroporosity が増加するに従い吸音率のピークが高周波数側にシフトする。ただし、その値は GW では上昇し、UF では低下する傾向が見られる。これは、多孔質材自体の物性値、特に流れ抵抗、剛性値の差によるものと考えられるがいずれの寄与が大きかについては検討の余地がある。また、膜材が入射側に接着する方がより低音域で Double Porosity によるピークが生じ、その値も大きい。

膜材なしの場合の Double Porosity の特性 (Fig.3.21, Fig.3.23) と比較し、試料が薄い場合には単層材の場合には見られなかった吸音率のピークが生じている。試料が厚くなるにつれ、同周波数でピークが見られるようになるが、膜材を接着した場合のほうが若干値が大きくなる傾向が見られる。

背後空気層後が大きくなるにつれ、Double Porosity の特性としての吸音率のピークは低音域側にシフトし、その値が上昇する傾向が見られる。また、高音域における吸音率特性は背後空気層の大きさへの依存性は少ないことがわかる。

上述の傾向は音響管計測における隙間の影響としてだけでなく、Double Porosity と積層材を組み合わせた材料設計の方針としても有用であると考えられる。

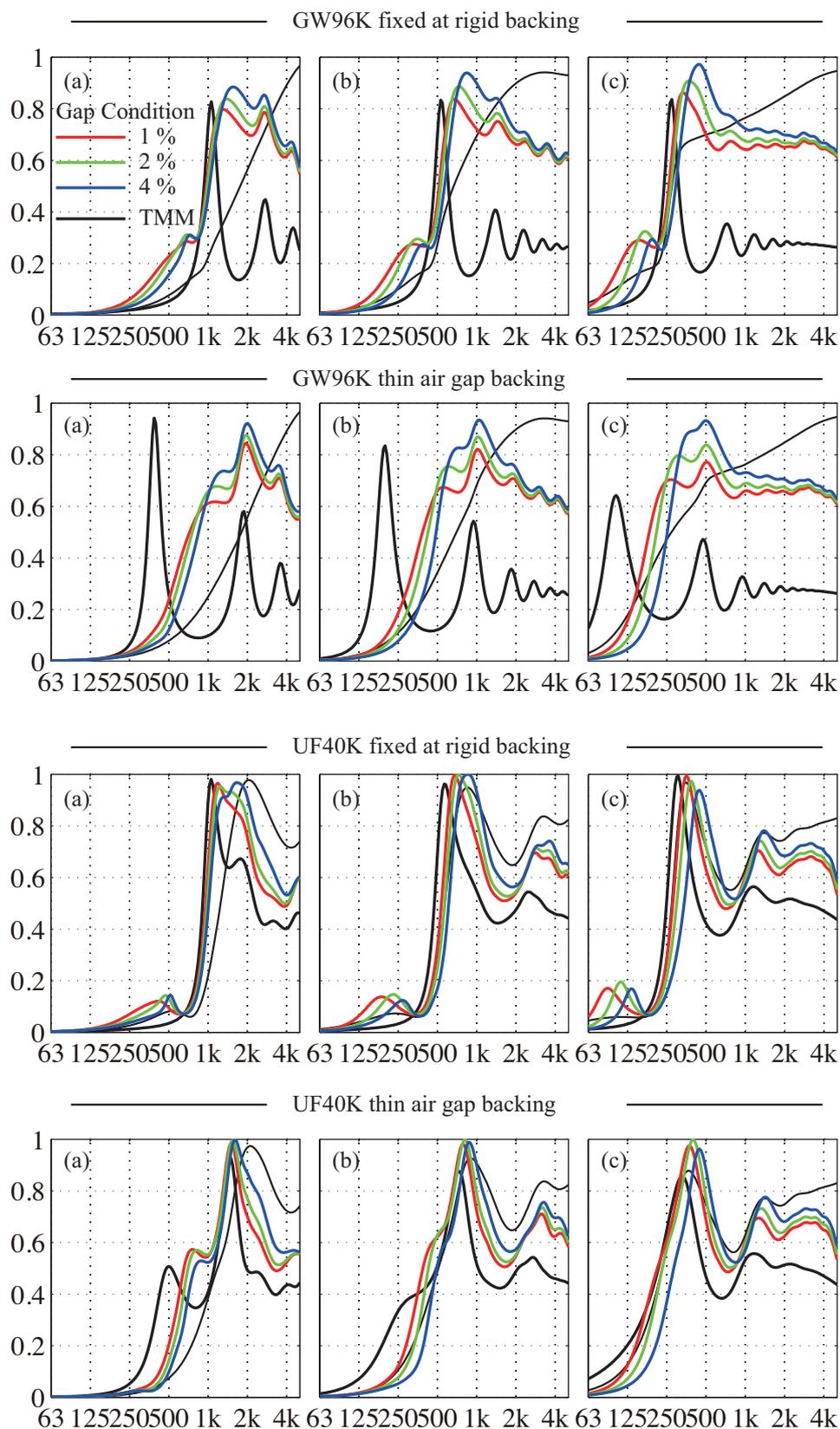


Fig. 3.30: Normal incidence absorption coefficient calculated for membrane-bonded glasswool and urethane foam with peripheral gap. Material thicknesses are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.

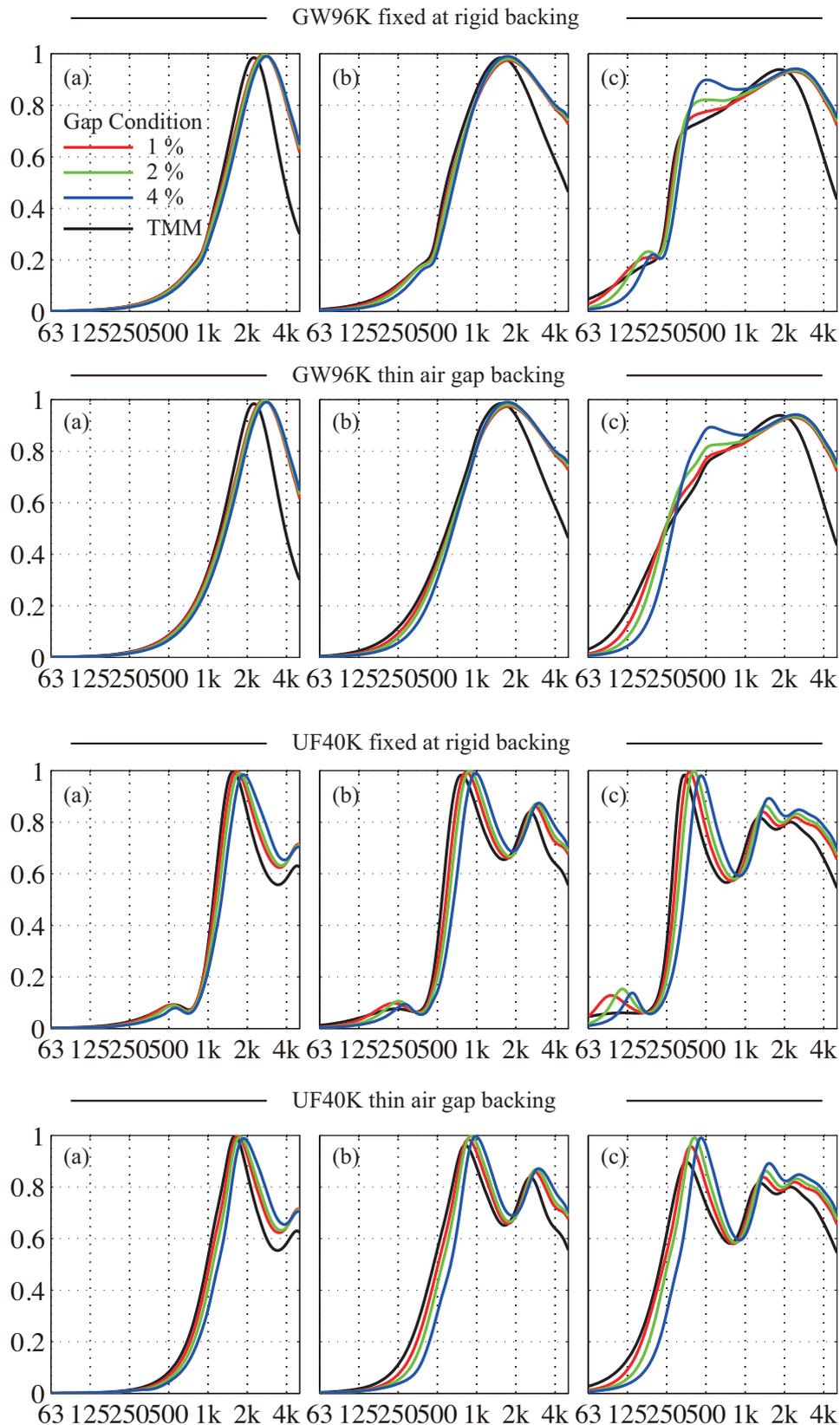


Fig. 3.31: Normal incidence absorption coefficient calculated for membrane-covered glasswool and urethane foam with peripheral gap. Material thicknesses are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.

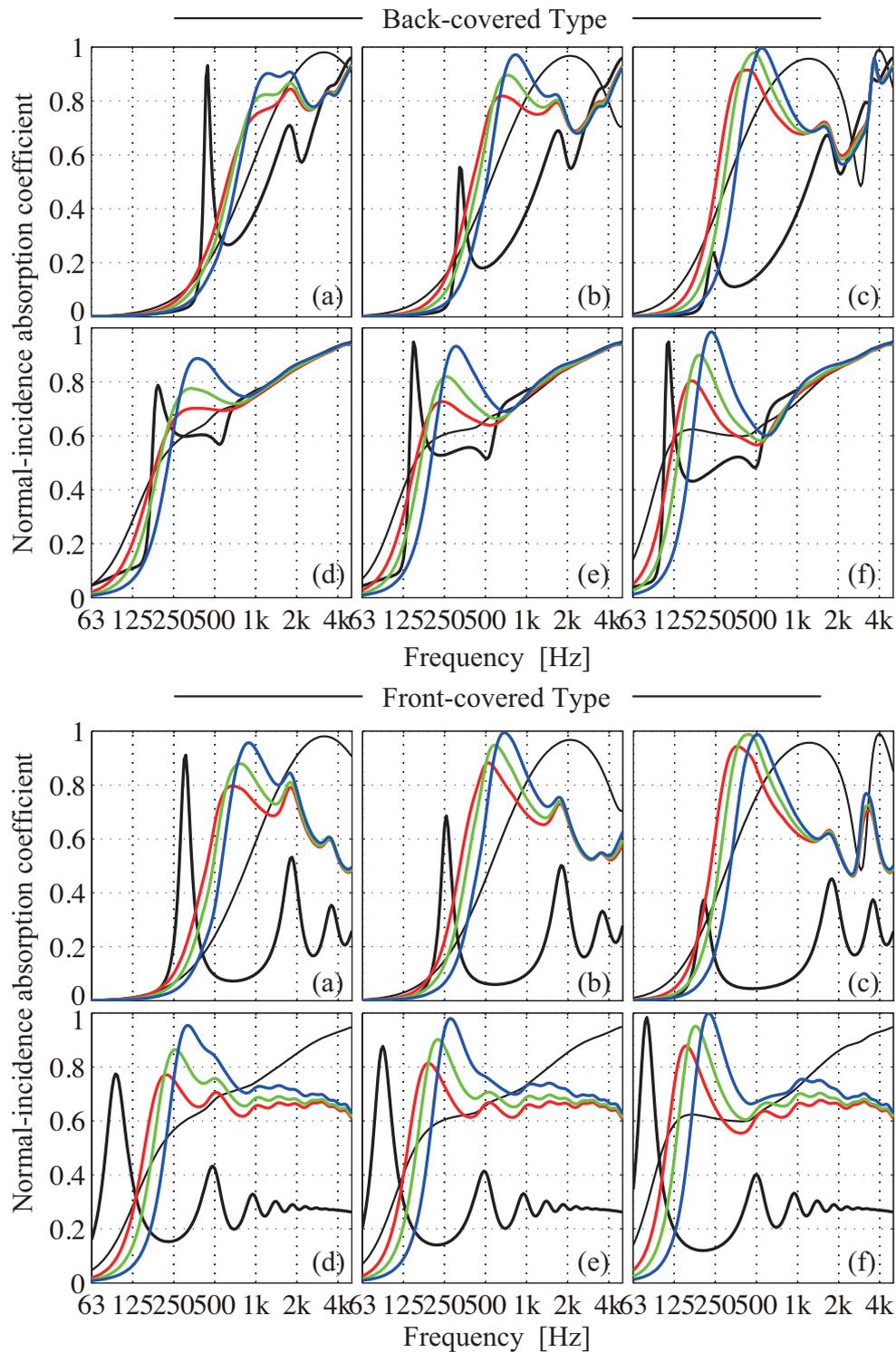


Fig. 3.32: Normal incidence absorption coefficients calculated for membrane-covered glass wool with air gap on its side perimeter. Material thicknesses are (a-c) 12.5mm and (d-f) 50mm and air layer thicknesses are (a,d) 12.5 mm, (b,e) 25 mm and (c,f) 50 mm. Thick black line is value for infinite area material and thin black line is value for uncovered one.

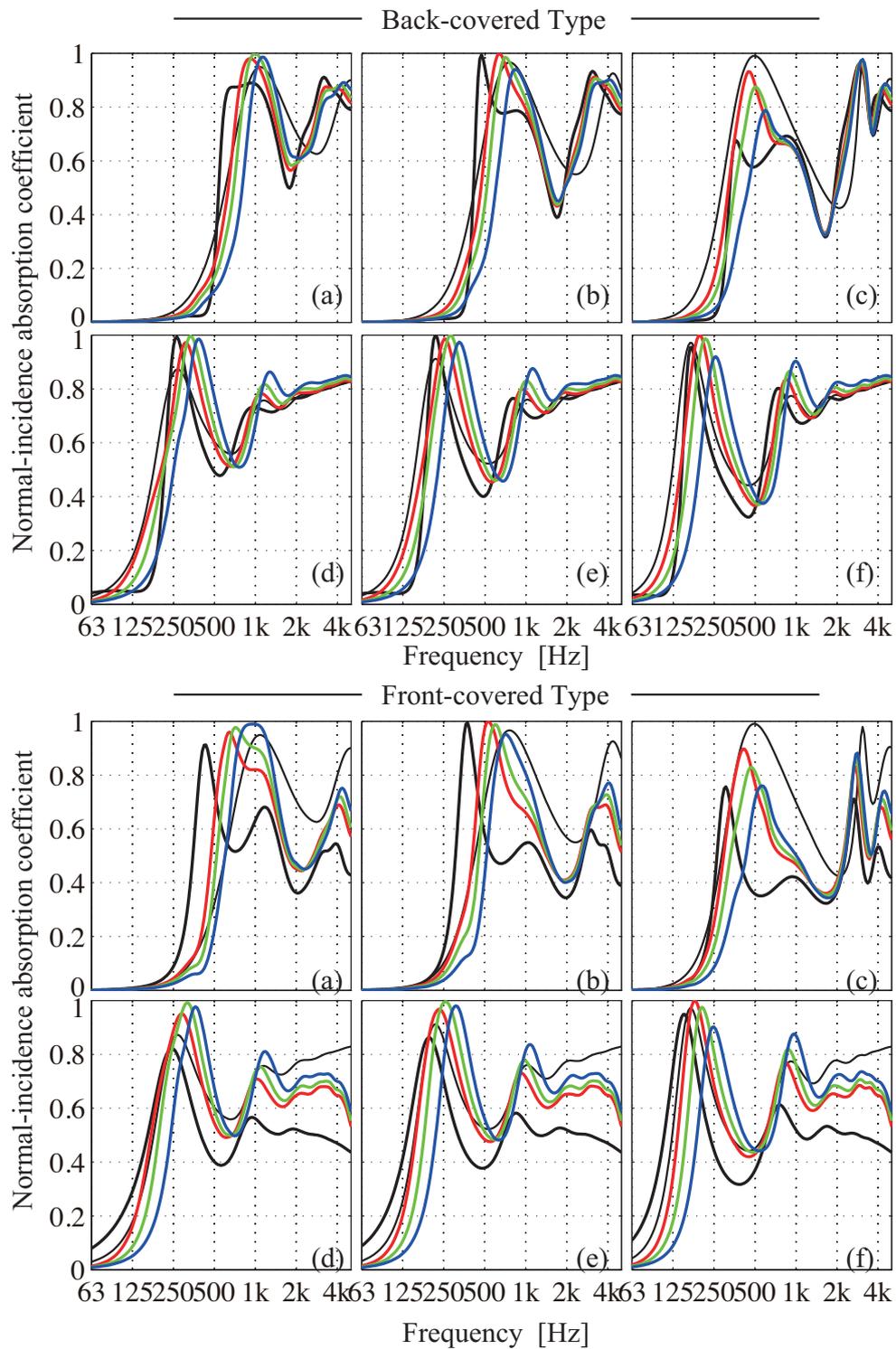


Fig. 3.33: Normal incidence absorption coefficients calculated for membrane-covered urethan foam with air gap on its side perimeter. Material thicknesses are (a-c) 12.5mm and (d-f) 50mm and air layer thicknesses are (a,d) 12.5 mm, (b,e) 25 mm and (c,f) 50 mm. Thick black line is value for infinite area material and thin black line is value for uncovered one.

3.5 単層多孔質材料の透過損失解析

■物性値の設定 本節では単層多孔質材料を取り上げ、2種の支持条件での垂直入射透過損失率の同定を行う。本節においても、固定支持、空隙の影響を観察するという目的から、比較的流れ抵抗の大きい繊維系材料としてグラスウール96K、発泡系材料としてウレタンフォーム40Kを代表に取り以降の検討を行う。物性値についても吸音率解析と同様である (Tab.3.1)。多孔質材料の内部流体モデルとしてはJCAモデルを用いることとした。

■計算形状 Fig.3.34に示す。管断面形状は正方形である。多孔質弾性体領域はup形式により解析を行うため、管側壁における固体相変位について3軸各方向の変位を0とした。基本的に、材料厚 t_m は12.5, 25.0, 50.0 mmの3条件で解析を行った。要素分割は27節点六面体要素により行い、要素最大寸法は音響要素で0.02 m, 多孔質弾性体要素で0.01 mとした。

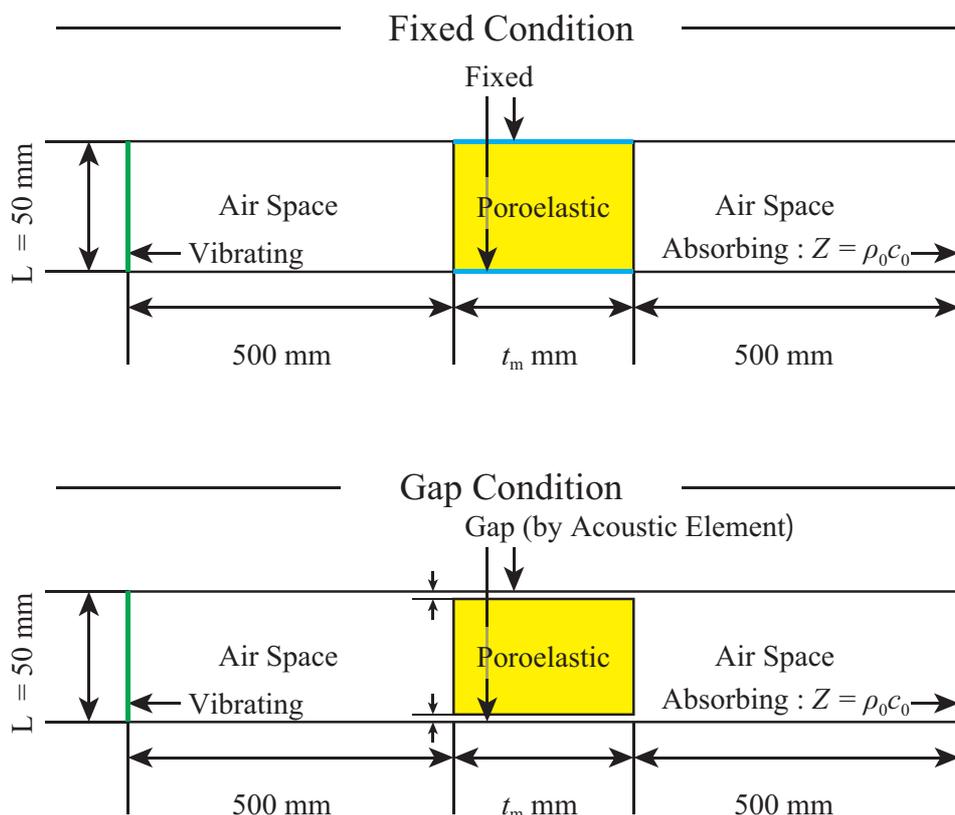


Fig. 3.34: Calculation configuration for this and next section.

3.5.1 固定支持条件

Fig.3.35 に側壁で固定した場合の解析値を示す。側壁で固定されることにより、低音域で材料の一体的な振動が生じにくくなるため、剛骨格モデルとしての挙動、即ち流れ抵抗制御の特性を示している。また、剛性を考慮した際には骨格共振の影響によるディップが見られる。この落ち込みは側壁固定支持条件においては試料が厚くなるにつれ、断面方向のせん断共振周波数に接近することから、吸音率と同様の振動メカニズムとなっているものと推察される。高音域においては概ね支持条件による影響は少ないと言える。また、高音域では概ね剛骨格モデルとの値とも一致しており、透過損失の上昇傾向は内部減衰によるものと考えられる。ただし、UF では試料が厚い場合に剛骨格モデルとの乖離が大きくなる傾向が見られた。

3.5.2 空隙条件

Fig.3.36 に側壁と材料間に隙間がある場合の解析値を示す。Double Porosity による吸音率の向上により透過損失が上昇する傾向は見られず、隙間が大きくなるにつれ、全体的に透過損失が低下する傾向が見られる。また、隙間に透過率を 1 と仮定した場合の総合透過損失を点線で併せて示すが、これらの値はほとんど一致せず、低音域においては過大評価、高音域においては過小評価する傾向が見られた。従って、微小な空隙の場合では波動的現象の影響が大きいものと考えられる。

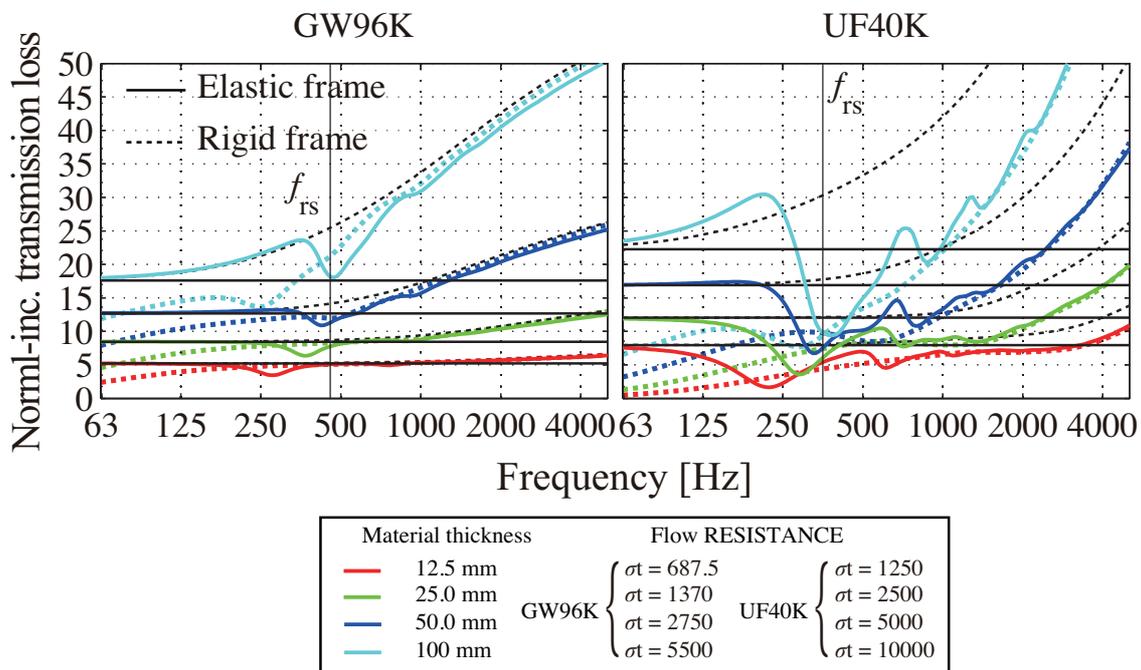


Fig. 3.35: Normal incidence transmission loss calculated for single layer poroelastic material supported rigidly on the side wall. TMM and FEM values are shown in dotted and solid colored lines respectively.

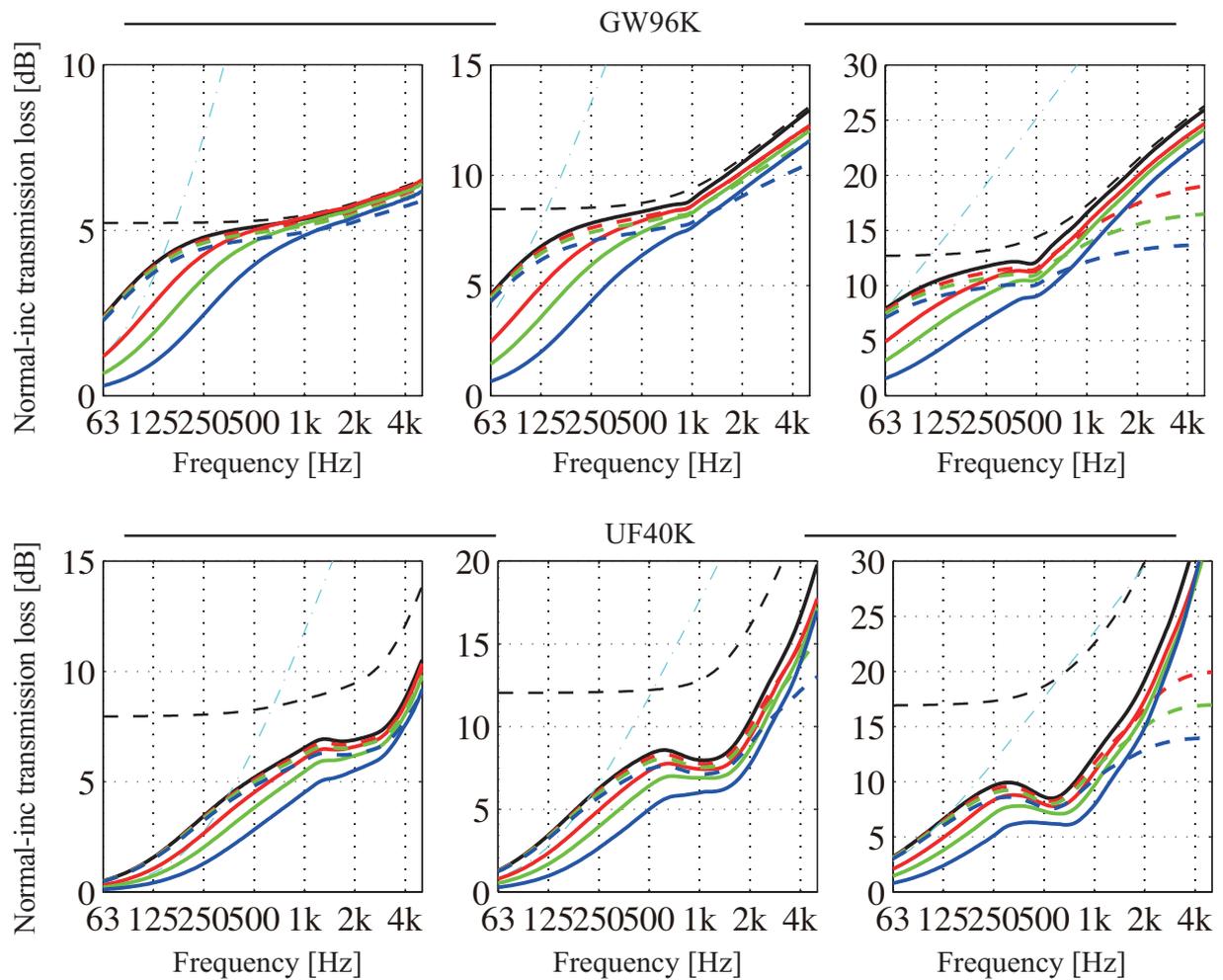


Fig. 3.36: Normal incidence transmission loss calculated for single layer poroelastic material with side gap on the side wall. Black solid and dotted lines are TMM values for elastic and rigid frame.

3.6 複層多孔質材料の透過損失解析

本節では膜付多孔質材料を取り上げ、2種の支持条件での垂直入射透過損失率の同定を行う。本節においても、固定支持、空隙の影響を観察するという目的から、比較的流れ抵抗の大きい繊維系材料としてグラスウール96K、発泡系材料としてウレタンフォーム40Kを代表に取り以降の検討を行う。また、膜材は面密度 0.04kg/m^2 とした。多孔質材物性値についても前節までの設定と同様である (Tab.3.1)。多孔質材料の内部流体モデルとしては JCA モデルを用いることとした。計算条件については前節と同様である。

3.6.1 固定支持条件

Fig.3.37 に側壁で固定した場合の解析値を示す。

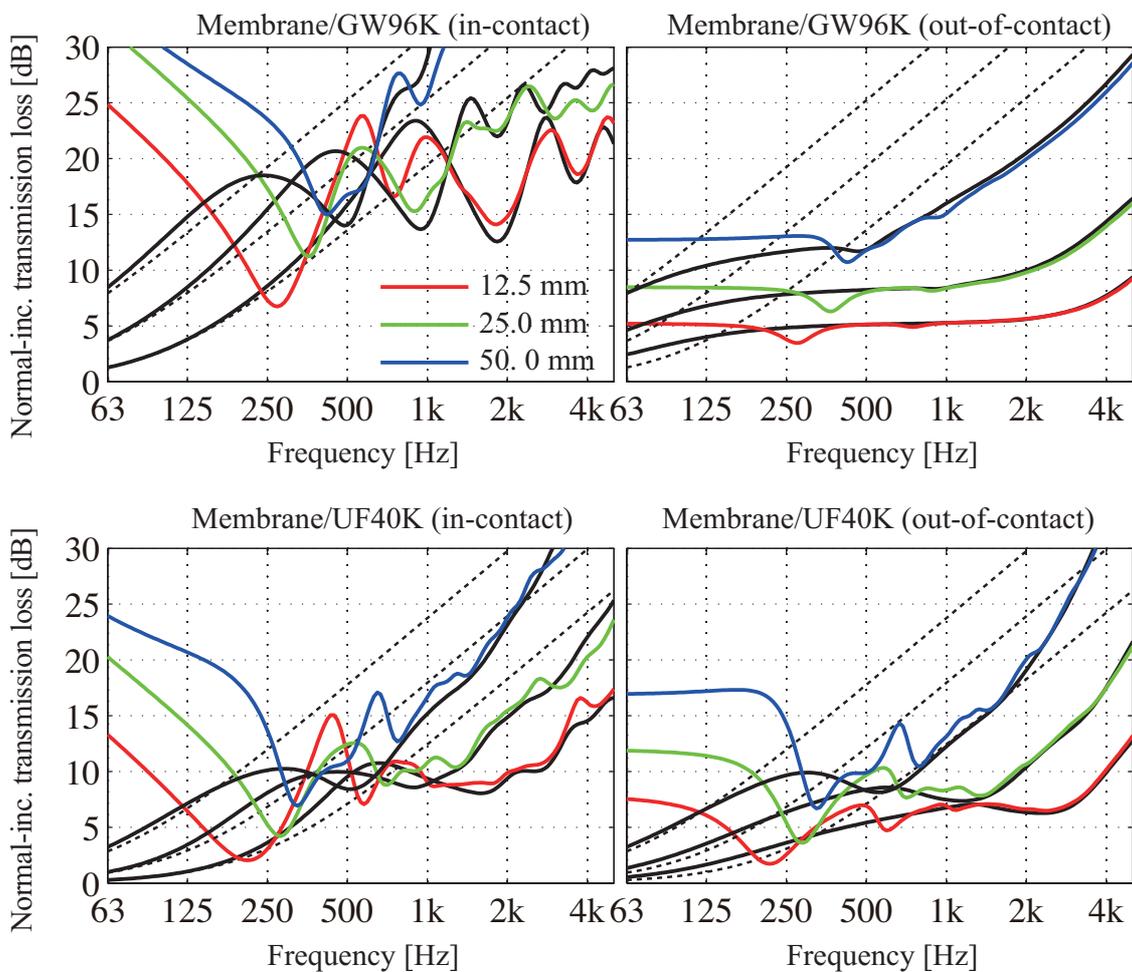


Fig. 3.37: Normal incidence transmission loss calculated for membrane-bonded and covered poroelastic material supported rigidly on the side wall.

■無限大面積における透過損失特性の考察 はじめに膜付多孔質材の透過損失について基本的な現象の解釈を行う。黒実線で TMM による無限大面積試料の値を示している。膜付多孔質材では低音域では質量則に従う傾向が見られ、その後質量則を超える透過損失を示し、ある周波数でピークとなる。この現象を観察するため、GW 12.5 mm の場合の固体相、流体相の一周期の変位分布の可視化を行った結果を Fig.3.38 に示す。これよりこの周波数では固体相、流体相が逆位相で振動する様子が見られる。また、膜面における変位は各位相で共通して小さいことから、全体として材料厚が 1/4 波長となる共振モードに近い分布であることがわかる。この時共振周波数は

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{4t} \sqrt{\frac{\lambda_s + 2\mu_s}{\rho_b}} \quad (3.54)$$

で表すことができる。これにより算出した値と、GW, UF の各条件におけるピーク周波数を Tab.3.4 に示す。

Tab. 3.4: Comparison of the resonance frequencies.

material thickness		12.5	25	50.0	[mm]
GW96K	TMM	890	445	235	[Hz]
	f_{res}	912	456	228	
UF40K	TMM	648	445	288	[Hz]
	f_{res}	750	375	187	

UF では乖離が大きいものの、概ね対応しており、この現象に 1/4 波長共振が関連することがわかる。このような現象が起きる原因として上述の固体相、流体相の逆相振動が関連しているものと言える。それ以降の周波数領域では材料厚が波長の $n/2$ 倍相当となる周波数において、縦共振により透過損失にディップが生じる傾向が見られる。

吸音率の場合と同様に、膜が非接着の場合には連成振動の影響は小さく、多孔質材、膜それぞれの特性の合算による特性を示しているものと考えられる。即ち低音域から高音域にかけて多孔質材の特性が現れており、4kHz 付近で膜の反射性による透過損失の上昇が見られた。

■解析値の傾向 膜が接着する場合、低音域では剛性制御と考えられる透過損失の上昇が見られる。従って、低音域の透過損失の傾きから多孔質材料の剛性値の推定を行うことが可能であるといえる。高音域においては断面方向のモードによるピーク・ディップが生じるもののその影響は小さく、概ね数値解析値と TMM 値は定量的にも対応が見られる。膜が非接着の場合には低音域で抵抗制御状態となり一定値をとっている。さて、接着・非接着は積層条件における極限状態であるといえるが、実際の積層条件はその中間的な状態にあると考えられる。その時、低音域における透過損失は抵抗制御と剛性制御の中間的な値を取る可能性が示唆される。次章以降にその例を示すが、この中間的な条件のモデル化は積層材料の性能予測上非常に重要であり、それらの特性の把握の足がかりとなる可能性がある。

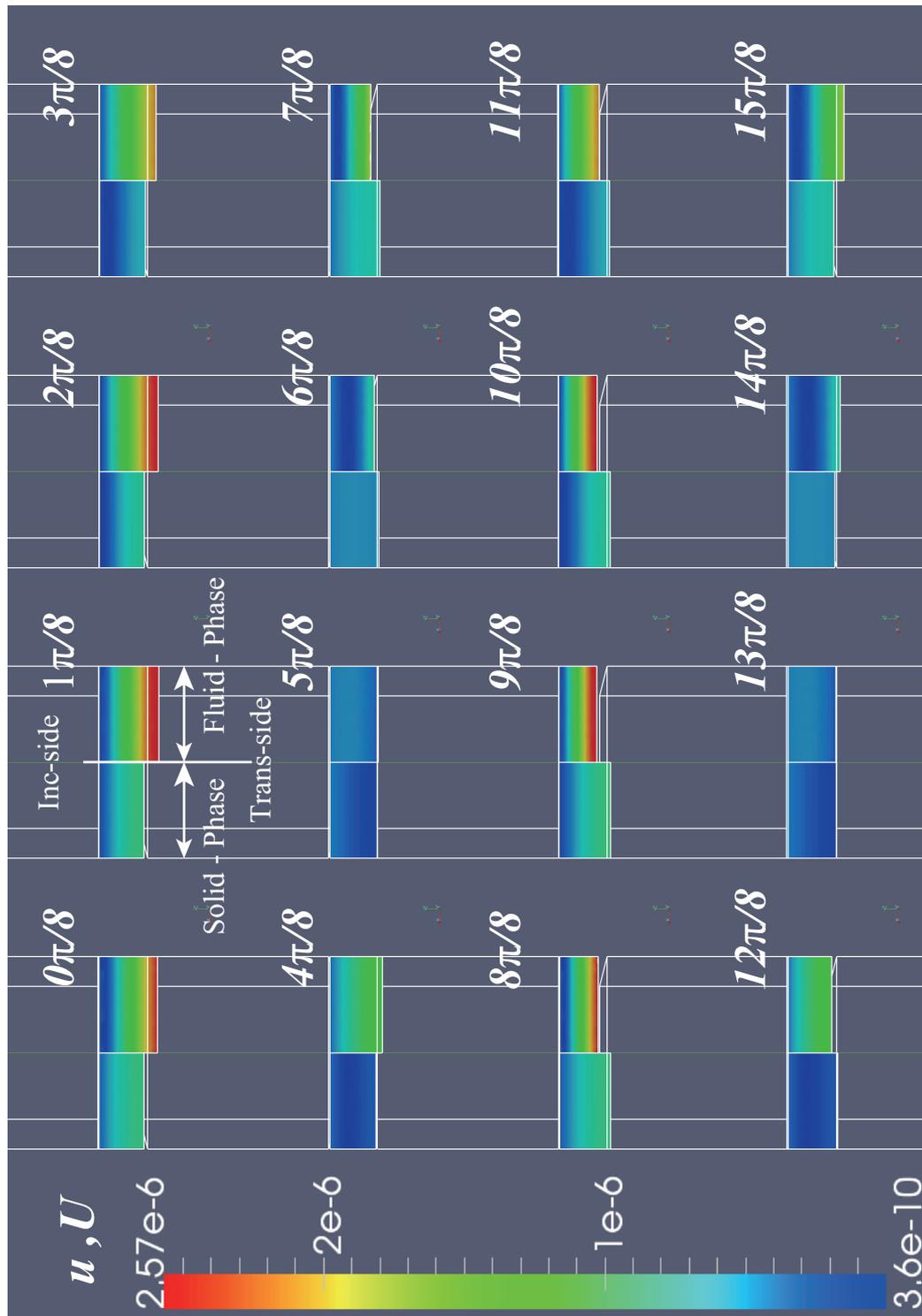


Fig. 3.38: Displacement fields of the membrane-bonded glass wool with 12.5 mm thickness in a cycle of the 890 Hz

3.6.2 空隙条件

Fig.3.39 に結果を示す。ここでも隙間が大きくなるにつれ、全体的に透過損失が低下する傾向が見られる。膜の接着に依らず、低音域では単層多孔質材と同程度の透過損失を示している。周波数が高くなるにつれ、膜が非接着の場合は単層材と同様の傾向を示すのに対し、接着の場合は透過損失が単層材に比べ上昇する傾向が見られる。また高音域においては骨格共振によるディップの影響も現れていることがわかる。

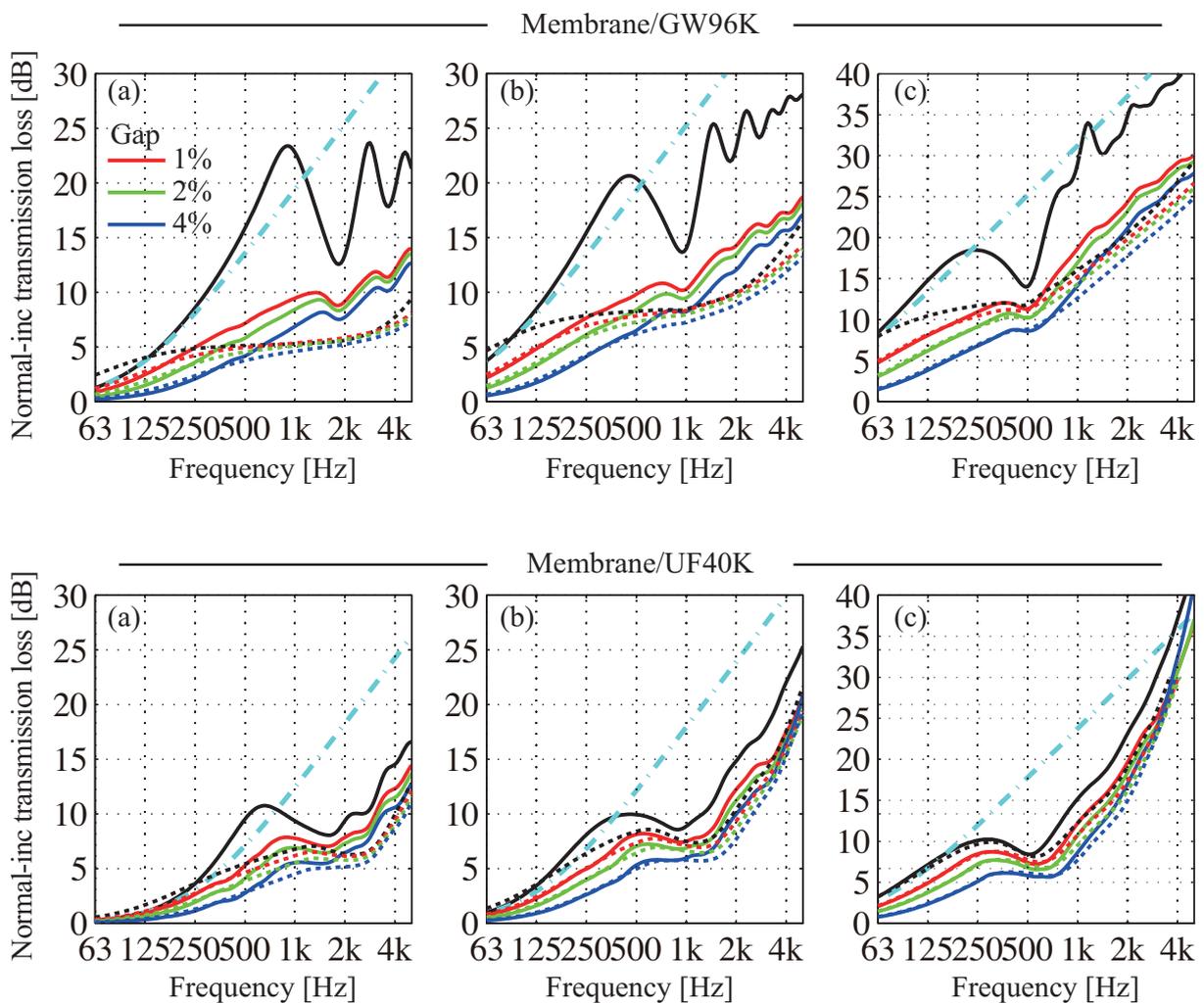


Fig. 3.39: Normal incidence transmission loss calculated for membrane-bonded and covered poroelastic material with gap between the material and side walls.

3.7 まとめ

本章では第二節において構築したプログラムにより解析が妥当に行われていることを示した。また、本論文で構築したプログラムはその性質上多くの入力パラメータを必要とするが、ここで設定した問題を用いることでプログラム入力の正しさを検証することが可能である。また、より一般には音響振動連成問題におけるベンチマークとして利用可能であり、その他の数値解析手法との相互比較を行うことが可能である。

第3節及び第4節では、音響管計測における材料と管側壁の物理条件が吸音率に及ぼす影響に関する数値解析的検討を行った。第3節では単層材料が側壁で固定支持される場合の検討を行った。試料背後の条件に依らず、薄い材料の場合その影響は小さく、音響管内でえられた結果は無限大面積試料における値とみなせることがわかった。また、側壁固定時には共振によるピークが高周波数側へシフトする傾向が確認され、材料の見かけ上の剛性値が上昇していると捉えられることを明らかにした。また、固定時のピークは断面方向に伝搬する横波によるものであることを明らかにした。また、これらの見かけの剛性の上昇は主に試料厚・音響管径・ポアソン比に依存することを数値実験的に示した上でヤング率の上昇倍率 α_{MF} について以下の経験式を構築した。

$$\alpha_{MF} = 1 + \frac{2.7786}{1 + 1.2901\nu} \left(\frac{t}{L} \right)^{2.3889} \quad (3.55)$$

音響管計測において得られるデータは上式による剛性値の上昇を考慮したヤング率 $E_{Eq} = E_{true}\alpha_{MF}$ を用いることで、伝達マトリクス法による予測が可能である。

また第3節では単層材料と側壁との間に隙間がある場合の検討を行った。これらの隙間は多孔質材の空隙 (micropore) とスケールのことなる空隙 (Macropore) とみなせ、Double Porosity の理論が適用可能である。Double Porosity 材料中では Macropore と多孔質材中の振動の相対速度差から吸音率が大きくなる周波数が存在する。この理論に基づくことで、試料周辺に隙間を生じている場合の結果の理論的予測が可能であることを例示した。また、数値解析によるケーススタディから、剛骨格を仮定した場合により隙間の影響は顕著になることを示した。このことから、流れ抵抗が大きく、骨格が重く硬い材料においてはより重大な影響を及ぼすことが示唆された。

第4節では積層材について同様の検討を行った。固定支持、隙間がある場合ともに積層材において膜が接着しない場合には多孔質材-膜の連成振動の影響は小さく、それぞれの特性を加算した結果となった。また、固定支持条件においては膜が接着することで、材料が薄い場合にも無限大面積との乖離が生じるケースが多くなることを示した。空隙条件では Double Porosity、積層材を組み合わせた特性が現れる非常に複雑な現象を示すことがわかった。また、ここでも試料が薄い場合でも無限大面積との乖離が生じることを示した。空隙条件における結果は材料設計における指針としても利用可能である。例えば、Fig.3.31, GW96K(a) の特性はほぼ倍の厚さの単層多孔質材多孔質材 (Fig.3.31, GW96K(b) 黒細線) と同程度の性能を示していることがわかる。

第5節及び第6節では、音響管計測における材料と管側壁の物理条件が音響透過損失に及ぼす影響に関する数値解析的検討を行った。第5節では単層材料が側壁で固定支持される場合の検討を行った。低音域において無限大面積試料では材料が一体的に振動するため、質量則による透過損失を示すが、管内で固定

されることにより、振動が抑制され、流れ抵抗によって決まる透過損失を示すことがわかった。また、空隙条件においては全周波数帯域において透過損失が低下する傾向が見られた。

第6節では積層材について同様の検討を行った。ここでは積層材の一般的な遮音メカニズムについても整理し、膜接着多孔質材で特有な固体相、流体相の逆位相振動が存在することを示した。また、膜が接着する場合、側壁で固定支持される際には低音域で剛性則による透過損失の上昇が見られ、このような逆位相振動を正しく評価できないことを示した。また、一般に高音域においては無限大面積との乖離は比較的小さいことが明らかとなった。また、端部に隙間がある場合には低音域では単層材料と同様の傾向であり、高音域で若干の透過損失の上昇、及び骨格共振の影響が現れることがわかった。

ここで、示した現象は無限大面積試料の測定値を得るという目的からは嫌厭されるものであるが、多孔質材料の物性値の推定を行う際には有用であると思われる現象でもある。例えば、十分厚い試料を固定支持即ち管径よりも大きく試料を切り出し計測することで、共振周波数から剛性値の推定が可能であろう。また、同様にして透過損失を計測すれば低音域の挙動から流れ抵抗を推定できるものと考えられる。

さらに、品質管理などの目的においては、無限大面積試料と等価な測定値である必要もなく、むしろ実験の再現性が重要であるといえる。その際スリップ支持条件を達成することは現実的に難しく、予期せぬ隙間や固定支持が生じてしまうことを踏まえると、音響関計測においては管径と等しい径の試料だけでなく、あえて径の大きい、または小さい試料を設置し、諸元を明らかにした上で計測される現象、物理量がここで述べた理論や現象と対応するものであるかを判断するほうが無難であるとも言える。

第4章

剛平面上の凹み内部に設置した音響材料の吸音率解析

4.1 緒言

本章では有限面積、任意の材料構成・形状の音響材料、任意の音波入射角度における吸音率解析を前提としたモデルを構築し、単層材料・複層材料の吸音率解析を通してその有効性を検証するとともに、吸音率計測において面積効果として知られる誤差要因に関する基本的な検討を行うことを目的とする。

第1節では面積効果に関する先行研究の整理、吸音率解析モデルに関する考察、提案するモデルの解析効率に関する検討を行い、以降の節において前提とする知見を整理する。第2節では単層多孔質材料を対象とし、本章で提案する解析モデルの解析条件が結果に及ぼす影響、及び面積効果・Deep-well法に関する基本的な検討を行う。その後、多孔質材料の骨格振動が吸音率に及ぼす影響について検討を行う。第3節では積層材料を対象とし、解析の妥当性を検証した後に、実測における積層材固有の誤差要因とも考えられる、試料端部の隙間が吸音率の予測値に及ぼす影響について考察を行う。

4.1.1 既往関連研究

一般に拡散音場においてはある壁面へランダム入射が実現されているという仮定の元、残響室におけるランダム入射吸音率（残響室法吸音率）の計測が一般に行われる。しかし、残響室法吸音率計測の理論的基礎においては、拡散音場の仮定から音の波動性が無視され、音波の入射・反射が幾何学的にモデル化されている。一方、現実の状況においては、試料端部においては表面インピーダンスに不連続が生じることから、音の波動性による回折現象が顕著になり、試料端部において試料内部へのエネルギーの流れ込みが生じる。そのため、残響室法吸音率は一般に無限大面積試料に対する値よりも大きくなり、その傾向は小面積試料の場合ほど顕著に現れる。この現象は面積効果やエッジ効果と呼ばれ、吸音率計測における誤差要因として古くから知られ、多くの関連研究が行われている。その内、代表的な研究としては、現象の観察・理解のため、半自由空間における剛平面上の局所作用境界（吸音面）による散乱音場の式 (Eq.(2.70)) を基にした理論解析的・数値解析的検討がこれまでに行われている。

Thomasson は変分法を適用し、吸音面上の音圧と入射音圧がある複素定数 B による比例関係を持つこ

とを仮定する（即ち吸音面上の音圧と入射音圧に対しても局所作用を仮定する）ことで、境界上の音圧が吸音面の音響インピーダンス及び吸音面のサイズ・形状によって決まる幾何学的放射インピーダンスにより表されることを示している [67]。その後、吸音面上の音圧から吸音パワーを算出し、試料の有限性を考慮した吸音率を算出している。一方、河井らは Eq.(2.70) に境界要素法を適用することで境界上の音圧を算出し、同様に吸音率を得る手法を示している [95]。Lauriks らは吸音面上の音圧について Thomasson の手法と実測を比較し、その妥当性を示している [35]。

以上の解析手法は一貫して吸音面に対し局所作用を仮定しているが、拡張作用条件下における面積効果の影響の検討として、廣澤は剛骨格多孔質材の内部音場を考慮する領域結合境界要素法を用いた解析を行っている [114]。その結果、試料が厚い場合や背後空気層を有する場合については、局所作用・拡張作用共に面積効果の影響により吸音率の上昇が見られるものの、その値が乖離する傾向にあることを示している。

ところで、面積効果自体は有限材料の計測において不可避なものであり、無限大面積試料に対するランダム入射値の計測のという観点からその低減手法は非常に重要である。その一つとして Kawakami は試料の縁辺に囲いを設ける Deep-well 法を提案している [31]。Kawakami は Deep-well の主要な役割を

- 試料側面からの音波の入射の遮断
- インピーダンス不連続によるエネルギーの流入の遮断
- well 内部への入射角度の制御

としており、実験的にその有効性を示している。河井らは無限大剛平面上の局所作用を仮定した吸音面の四周に剛な縮退境界を設置し、Deep-well 法を模擬した数値解析による一検討を行っている [96]。その結果として、well 内部の定在波等の影響から well が深くなるにつれ無限大面積の吸音率に近づくという傾向は見られなかったとしているが、計算周波数に関する記述がなく、検討に不十分な点が見られる。また、Kawakami は文献において減衰曲線に PLD 補正を適用しているため、実測においては対向面での交互反射の影響をある程度緩和しているものと考えられるが、周波数領域解析ではこのような補正を直接的に利用することは難しいといえる。

以上、有限面積試料の吸音率の計測・予測において必然的に伴う面積効果・及びその一低減手法である Deep-well 法についてはこれまでに主として局所作用境界に基づく検討が行われており、材料の内部音場・振動場を考慮した拡張作用条件における検討は少ない。

4.1.2 解析アルゴリズムの構築

解析モデルの考察

本論文ではできるだけ幅広い状況に対応可能な解析手法の構築を行うことを一つの目的としている。従って、モデルに要求される条件は以下の2つに大別できる。

- 任意の材料構成・形状
- 任意の音波入射条件

1.1.1 に示した数値解析手法の特徴と併せて勘考すると、入射音場に境界要素法、材料の振動場に有限要素法を適用し、それらの結合解法を用いる事が合理的である。この時、様々な解析モデルが想定されるため、以下では Fig.4.1 に示す3つのモデルについて考察を行う。

MODEL 1 は材料の振動場に有限要素法を適用し、材料表面に音場の境界要素を設ける解析モデルである。このモデルでは、最も自由度数を少なくする事が可能であるが、音場 BEM-構造 FEM の連成における連成条件が材料の性質に依存するため非常に複雑な問題となってしまう。このような問題を避けるため、材料周辺に音場の有限要素領域を設け、いかなる材料の場合でも音場 BEM-音場 FEM の連成を行うモデルが MODEL 2 である。

一方、MODEL 1,2 共に境界要素法における外部問題にあたるため、係数行列にランク不足が生じ、通常の方法では解が一意に定まらないという問題が生じる。解の非一意性問題は Fig.4.2 に示すように、散乱体内部(ここでは連成面で構成される曲面の内部)音場の固有周波数において生じる事が分かっている。このような問題を避ける方法としては対象境界の内側に付加観測点を設ける CHIEF 法 [59]、基本型・法線方向微分型を線形結合した方程式を用いる Burton-Miller 法 [11] などが提案されている。より汎用的でロバストな手法として、Ishizuka *et al.* は固有周波数が散乱体断面積に依存する性質に着目した Inner Cavity Ringing 法 (ICARing) を提案している [81](Fig.4.3(a)~(c))。ICARing 法は散乱体内部を削り貫き、散乱体内部音場の固有周波数を着目する周波数領域外に押し出す手法である。ただし、内側の空間は外部音場に影響を及ぼさないよう吸音境界条件 ($Z_{\text{surf}} = \rho_0 c_0$) とする必要がある。また、佐久間らは同様の手法として、散乱体内外の境界を縮退させたより効率的な手法を示している [104](Fig.4.3(d))。Hirosawa *et al.* は ICA Ring 法が領域結合問題にも適応可能であり、同様の効果が得られる事を示している。しかしながらこれらの手法は一貫して境界要素法の自由度が2倍程度に増加するため、メモリ消費、求解速度などの計算効率の観点では大きなデメリットを持つと言える。

最後に、境界要素領域において解の非一意性が生じないモデル化として、無限大剛平面に存在する凹みに試料を設置するモデルが考えられる (MODEL 3)。この解析モデルでは連成面が半自由空間における剛面上に存在するため、自由空間における等価な境界は縮退しているものと見なす事ができる。従って、境界要素領域において解の非一意性問題が生じる事がなく、MODEL 1,2 に共通する基本的な問題を回避する事が出来る。しかしながら、試料が床面に埋め込まれた状態となるため、一般的な残響室法吸音率の試料設置条件である床面平置き状態とは物理的に等価ではないことに注意が必要である。

以上の考察から、本論文では MODEL 3 の解析モデルを採用する。

統計入射吸音率の算出法

Fig.4.4 に示すように、入射角 (θ_l, φ_l) を概ね等立体角に分布するように離散化し、最終的に離散化した Paris の式により統計入射吸音率を算出する。その際、入射角 (θ_l, φ_l) は θ 方向の分割数 N_θ をパラメータとし、以下の式で与える。

$$\Delta\theta_i = \frac{\pi/2}{N_\theta}, \quad \theta_l = \left(i - \frac{1}{2}\right) \Delta\theta_i, \quad (i = 1, 2, \dots, N_\theta) \quad (4.1)$$

$$\Delta\varphi_{ij} = \frac{\pi/2}{N_\varphi^i}, \quad \varphi_l = \left(j - \frac{1}{2}\right) \Delta\varphi_{ij}, \quad (j = 1, 2, \dots, 4N_\varphi^i) \quad (4.2)$$

$$N_\varphi^i = \lceil N_\theta \sin \theta_l \rceil \quad (4.3)$$

$$l = \{11, 12, \dots, 1j, \dots, 1(4N_\varphi^1), \dots, ij, \dots, N_\theta(4N_\varphi^{N_\theta})\} \quad (4.4)$$

Eq.(2.70) における外力項 p_D として入射角 (θ_l, φ_l) 、単位振幅速度ポテンシャルの平面波入射を想定し、以下のように与える。

$$p_D(\mathbf{r}) = 2j\omega\rho_0 \exp(-j\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r}) \quad (4.5)$$

$$\mathbf{k}_l = k_0 \{\sin \theta_l \cos \varphi_l, \sin \theta_l \sin \varphi_l, \cos \theta_l\} \quad (4.6)$$

ただし、 \mathbf{k}_l は l 番目の入射角における平面波の波数ベクトルである。この時、面積 S の面への幾何学的入射パワー $W_{\text{inc},l}$ は次式で表される。

$$W_{\text{inc},l} = \frac{k_0^2 \rho_0 c_0}{2} S \cos \theta_l \quad (4.7)$$

一方、ネット吸音パワー W_{abs} は一周期にわたって、凹み内部へ流れるパワーであることから、凹み内外の仮想境界面 Γ_i におけるアクティブインテンシティを境界面にわたって積分する事で算出される。

$$W_{\text{abs},l} = \int_{\Gamma_i} \mathbf{I}_{n,l} dS, \quad \mathbf{I}_{n,l} = -\frac{1}{2} \text{Re} [p_l v_l^{f*}] \quad (4.8)$$

ただし、上式負符号は粒子速度を境界要素領域向きを正方向としていることに由来する。これらを用いて斜入射吸音率 $\alpha(\theta_l, \phi_l)$ は次式で表される。

$$\alpha(\theta_l, \phi_l) = \frac{W_{\text{abs},l}}{W_{\text{inc},l}} \quad (4.9)$$

最終的に、入射角による重み w_l を考慮し、次式により統計入射吸音率 α_{stat} を算出する。

$$\alpha_{\text{stat}} = \frac{\sum_l \tau(\theta_l, \phi_l) w_l}{\sum_l w_l}, \quad w_l = \sin \theta_l \cos \theta_l \Delta\theta_l \Delta\phi_l \quad (4.10)$$

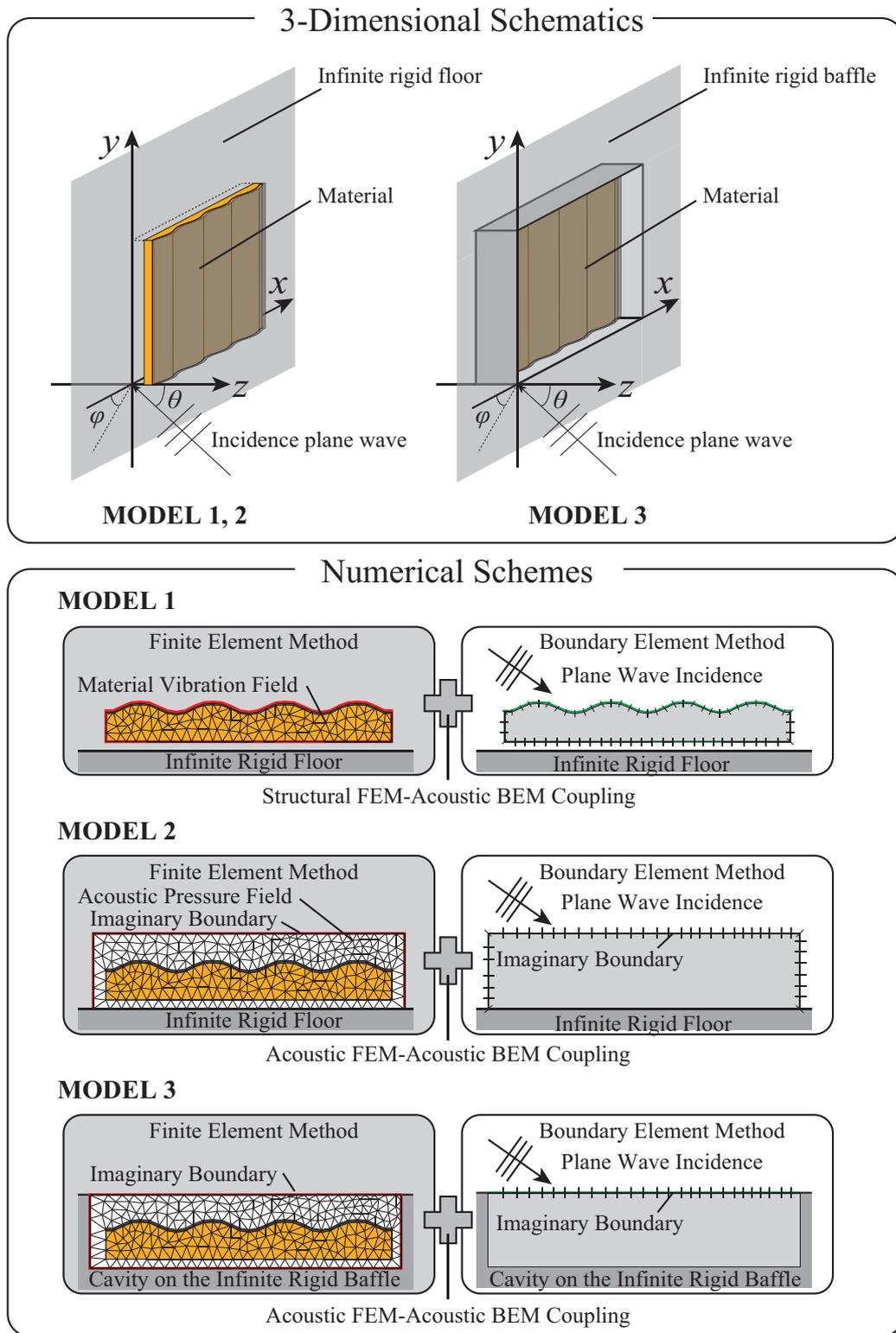


Fig. 4.1: Schemes for the absorption coefficient analysis.

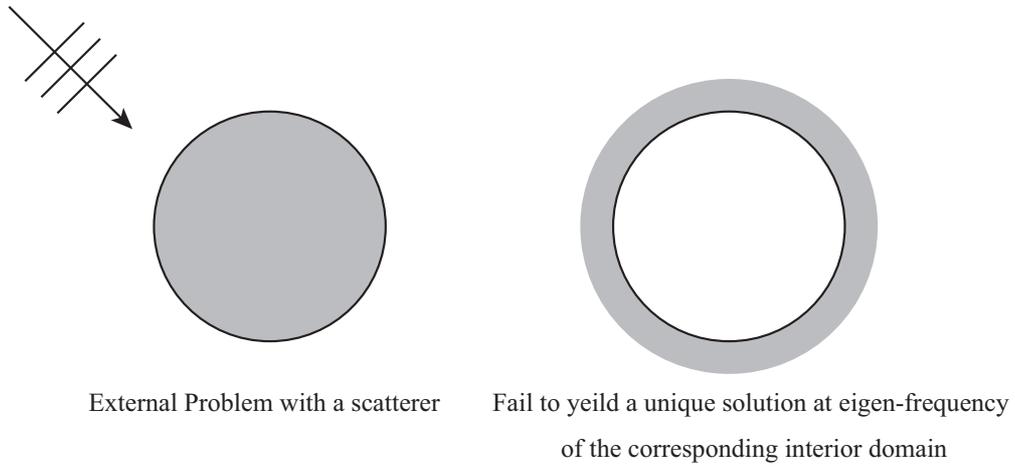


Fig. 4.2: Non-uniqueness difficulty for external problems in boundary element analysis.

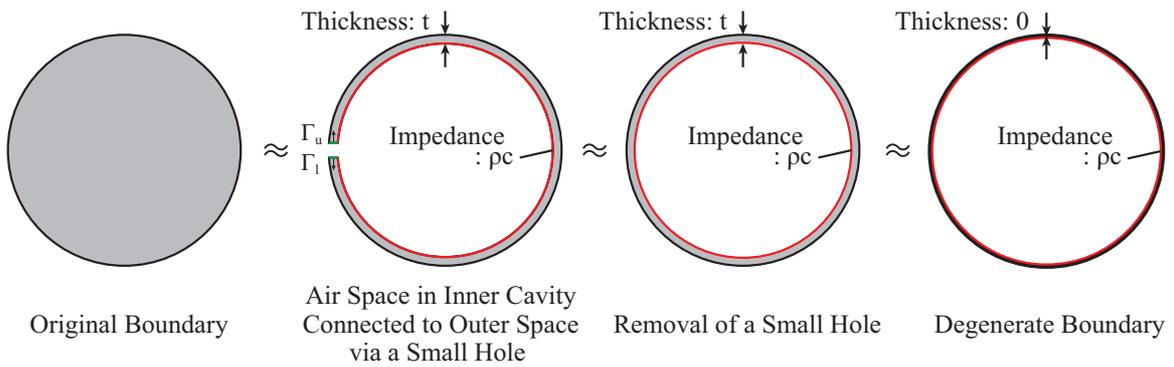


Fig. 4.3: Development of Inner Cavity Ringing (ICA Ring) Method for avoidance of the non-uniqueness difficulty.

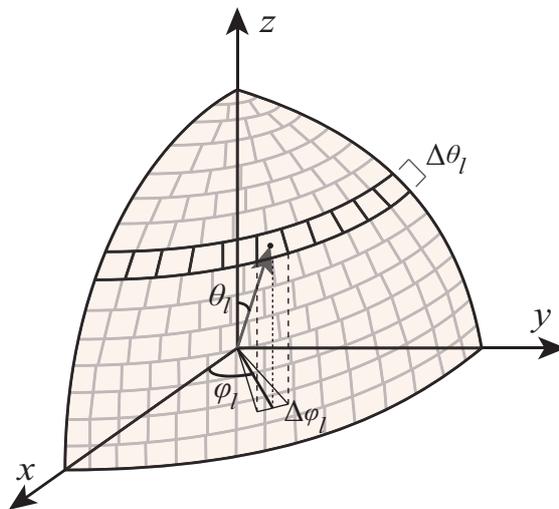


Fig. 4.4: Quasi-equisolid angle discretization of incidence space for the calculation of transmission loss.

解析モデルの要点

以下に解析モデルの要点をまとめる。

- 剛バフル中の凹みに材料を設置 (Fig.4.1, MODEL 3)
- 凹み内部で任意の材料構成, 形状を取る事が可能
- バフル外部の音場に境界要素法を適用
- バフル内部の音場・振動場に有限要素法を適用
- 入射角 (θ_i, φ_i) での平面波入射
- 斜入射吸音率を幾何学的入射パワー・ネット吸音パワーより算出
- Paris の式により統計入射吸音率を算出

Fig.4.5 に本論文で採用する解析モデルにおける一般的な解析メッシュの構成を示す。

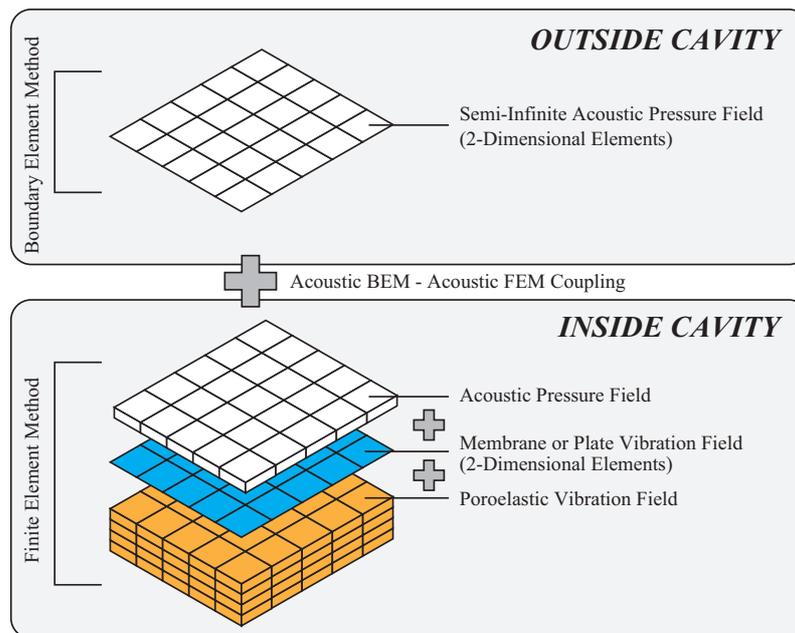


Fig. 4.5: Three-dimensional schematic on the discretization of each fields for absorption coefficient analysis.

4.1.3 解析の効率化

2.2.5 節で述べた通り、FEM と BEM の音響-音響連成は連成面における音圧及び法線方向粒子速度の連続性により表される事から、法線方向の一意性を保証するために結合面は平面である必要がある。また、半空間上境界要素領域と有限要素領域との音響-音響連成であることからガラーキン境界要素法を用いる事で全体係数行列を対称化する事が可能である。ここでは一定要素境界要素法 (C-BEM)、ガラーキン境界要素法 (G-BEM) を用いた解析の比較を行い、以降の検討に先駆け、解析の妥当性、及び効率化に関する検討を示す。

解析条件

■試料・凹み条件 梳毛フェルト (面積 $1 \times 1 [\text{m}^2]$, 厚さ $t = 20 [\text{mm}]$, 物質密度 $\rho_s = 1186 [\text{kg}/\text{m}^3]$, 嵩密度 $\rho = 50 [\text{kg}/\text{m}^3]$, 繊維径 $D = 21 [\mu\text{m}]$) の吸音率特性を C-BEM, 一次要素 G-BEM, 二次要素 G-BEM で計算し、結果の妥当性を検証した。凹みは面積 $1 \times 1 [\text{m}^2]$, 深さ 30mm とした。多孔質材は剛骨格とし、実効密度及び複素体積弾性率は Kato Model により算出した。Tab.4.1 に本検討における FEM, BEM の自由度数を示す。

■計算環境 Mac OS X 10.7.5, CPU core i5 2.4GHz, Memory 8GB 1067MHz DDR3 上で実行した。Fortran コンパイラは gfortran 4.8.2, 線形代数ライブラリの BLAS, スパースソルバの MUMPS 4.10.0 の逐次計算版を使用した。

解析結果

■解析精度 Fig.4.6 に垂直入射, およびランダム入射吸音率の解析結果を示す。また、黒線で伝達マトリクス法による無限大面積試料に対する値を併せて示す。ランダム入射吸音率は TMM 値に対し顕著に大きい値を示しているが、これは面積効果による影響と考えられる。この影響については次節で詳細に検討を行う。C-BEM, 一次要素 G-BEM, 二次要素 G-BEM の結果は良く対応しており、連成の理論及びプログラムの妥当性が示されたと言える。

■必要メモリ 本論文で構築したプログラムは係数行列を行圧縮形式でメモリ上に格納するため、予め非零要素が格納される行, 列インデックスの解析を行っている (この作業は一般に Symbolic Assembly と呼ばれる)。その際に、想定する非零要素の最大個数を以下の式により算出している。

一定要素境界要素法の場合

$$M_{\text{non},0} = \underbrace{(DOF_{\text{FEM}}) \times (\text{width})}_{\text{FEM}} + \underbrace{(DOF_{\text{BEM}})^2}_{\text{BEM}} \quad (4.11)$$

ガラーキン境界要素法の場合

$$M_{\text{non},0} = \underbrace{\frac{1}{2}(DOF_{\text{FEM}}) \times (\text{width})}_{\text{FEM}} + \underbrace{\frac{1}{2}(DOF_{\text{BEM}})(DOF_{\text{BEM}} - 1)}_{\text{BEM}} \quad (4.12)$$

width は有限要素法におけるバンド幅であり、通常 500 程度に設定している (27 節点六面体, 4 自由度/

節点の要素でバンド幅は最大 $5*5*5*4 = 500$ 程度となる)。行列の対称化により、必要メモリは半分程度となることがわかる。Symbolic Assembly 後、実際的非零要素数に応じてメモリを確保し直している。また、行列方程式の直接解法における LU 分解時に非零要素が増加する (fill-in) ことが多く Fig. 4.7 に示す量よりも多くのメモリが必要となる。本検討で推定されたメモリ (Estimated Memory), 実際に使用した係数行列のメモリ (Actual Memory), 求解時の最大使用メモリ (Max Memory) を Tab.4.1 に示す。

■必要計算時間 Tab.4.1 に Symbolic Assembly 及び一周波数当りの計算時間を示す。Galerkin BEM においては二重面積分の計算負荷が非常に高く係数行列の構築に多くの計算時間を要する。C-BEM と G-BEM を比較した時、面要素数と同じになる一次要素 G-BEM を用いた場合には計算時間は多くなった。ただし、G-BEM では全要素対要素に対する二重面積分を評価する必要がないことから、高次要素のように要素あたりの節点数が多く、総面要素数が少ない場合には総演算数が減少し、係数行列の構築も効率化される。

以上の結果から以降の計算では二次要素有限要素法・ガラキン境界要素法を用い解析を行う事とする。

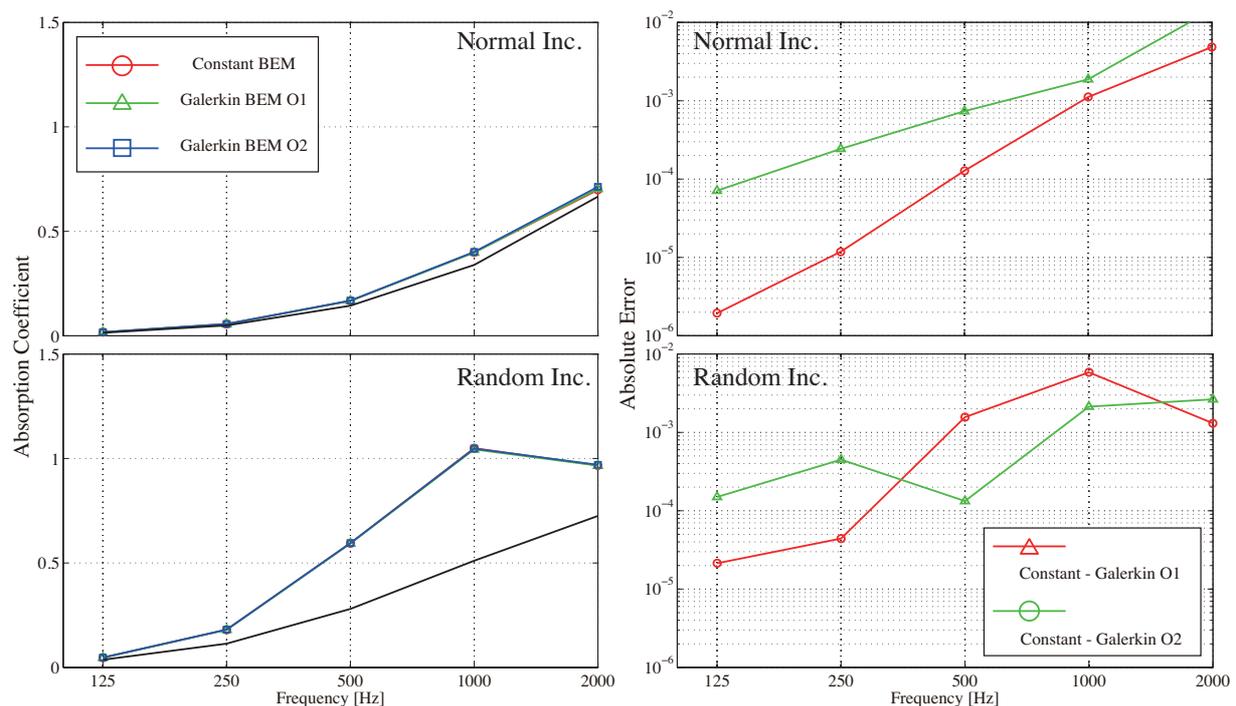


Fig. 4.6: Absorption coefficients and errors calculated with different formulation.

Tab. 4.1: Memory usage and calculation CPU time.

	Constant BEM	Galerkin BEM (O1)	Galerkin BEM (O2)
DOF_{FEM}	18207		
DOF_{BEM}	2500	2601	
Total	20707	20808	
Estimated: $M_{non,0}$	1.53×10^7	7.93×10^6	
Memory [MB]	350	181	
Actual: $M_{non,0}$	6.70×10^6	3.63×10^6	3.93×10^6
Memory [MB]	153	83	90
Max Memory [MB]	542	331	332
Symbolic Assembly Time [sec]	23.3	141.6	31.1
Calc. Time [sec/freq]	146.2	268.2	122.0

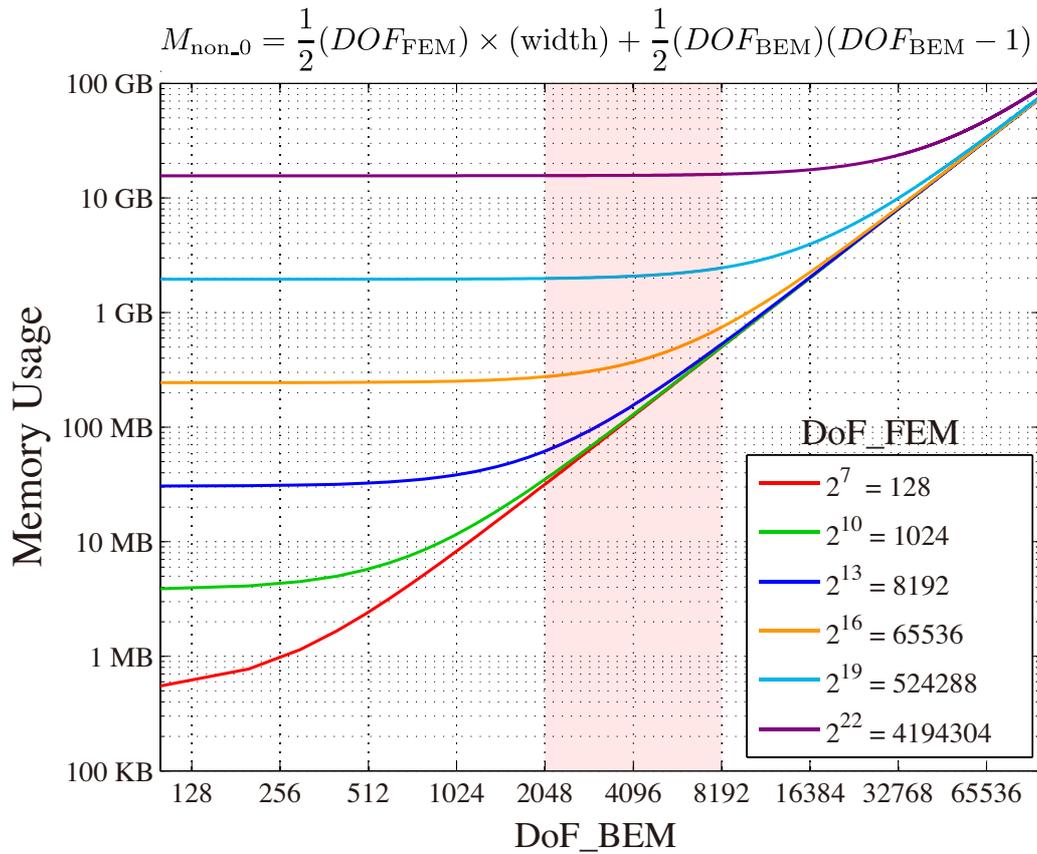


Fig. 4.7: Estimation of required memory for the typical D.O.F range in case using Galerkin BEM. Band width for FEM matrix is taken as 500.

4.2 単層多孔質材料の吸音率

本項では前節で示した解析モデルを用い、単層多孔質材料の吸音率の解析を行う。解析結果は伝達マトリクス法による無限大面積試料の値 (TMM)、また伝達マトリクス法と Thomasson の手法を組み合わせた手法 [5] による、有限面積補正を行った値 (FTMM) と比較を行うこととする。先述の通り、Thomasson の手法は 2 つの局所作用の仮定を行っており、ここで設定する問題における最も荒い近似解である。本節における基本的な解析条件を Fig.4.8 に示す。

ただし、本項では解析モデルの条件設定による影響に関する基本的な検討を行うことから剛骨格モデルによる解析を行う [13]。解析には梳毛フェルト (物質密度 $1189 \text{ [kg/m}^3]$, 繊維径 $21 \times 10^{-6} \text{ [m]}$) を用い、嵩密度は 50K, 200K の 2 種類を想定した。複素体積弾性率及び実効密度は Kato Model により算出した。

■入射角度の離散化について 前節で構築した解析手法では行列方程式の係数行列は入射角度に依存せず、離散化数が大きくなるにつれ、外力マトリクス (各列が各入射条件に対応する) の列数が増えるだけである。本論文では行列方程式の解法に直接解法を用いているため、ある程度の外力マトリクスの列数であれば重大な計算負荷にはつながらない。廣澤の研究においては入射角離散のパラメータ $N_\theta = 10 (\Delta\theta = 9^\circ)$ としている [114]。ここでは一貫して周波数に依らず $N_\theta = 30 (\Delta\theta = 3^\circ)$ とし、垂直入射を加えた全 587 入射方向の吸音率から統計入射値を算出した。

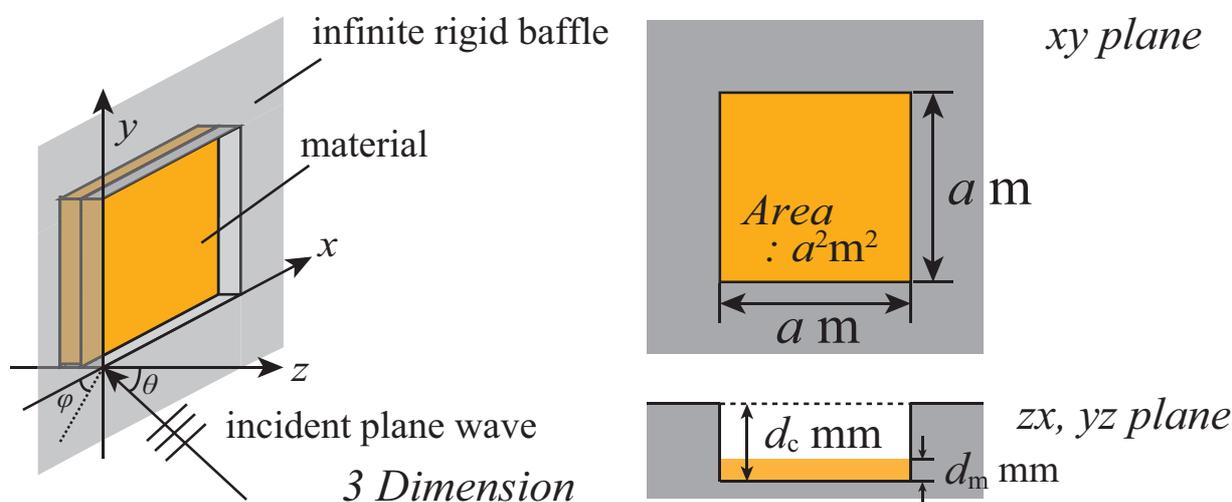


Fig. 4.8: Geometry condition for the following calculations.

4.2.1 試料面積の影響

凹み深さを 20mm, 試料面積を 1, 4, 9 m² と変化させた場合の垂直, ランダム, 音場入射吸音率の計算結果を Fig.4.9 に実線で示す。伝達マトリクス法 (TMM) による無限大面積試料の理論値を黒線, Thomasson の理論による TMM の有限面積補正值 (FTMM) を点線で示している。ここでは 63Hz~2000Hz の 1/24 オクターブ中心周波数で解析を行った。

■数値解析値の傾向 垂直入射吸音率は無限大面積の値と良い対応を示しており, 解析が妥当に行われているものと判断できる。低嵩密度の場合, 高音域において若干の吸音率の上昇が見られる。

ランダム入射吸音率では無限大面積の値と比較すると, 全体的に吸音率が大きくなる傾向が見られる。試料面積が大きくなるにつれ, 無限大面積の理論値に漸近することから, これらは面積効果の影響であるものと考えられる。1kHz 付近で最も無限大面積試料との乖離が大きくなることが観察できる。低音域ほど回折の影響は大きく, またその程度が吸音率にも依存することから, それらの影響がバランスし最も大きな値を呈しているものと推察される。

音場入射吸音率はランダム入射吸音率よりも無限大面積に近い値となっている。ここで, 125Hz~2kHz の 1/1 オクターブ中心周波数での入射天頂角ごとの吸音率を Fig.4.10 に示す。入射天頂角が 60° を超えると, 無限大面積との値からの乖離が大きくなっていることがわかる。Paris の式による平均化では擦過入射付近の重みは小さいものの, 例えば 1 m² · 1090Hz では擦過入射時の吸音率の値は約 30 と算出され, その影響は無視できないものと考えられる。Fig.4.11,4.12 に 125Hz~2kHz の 1/1 オクターブ中心周波数での斜入射吸音率の分布を示す。試料面積が大きくなるにつれ, 特に高音域において深い入射角での吸音率が無限大面積に漸近する傾向が見られる。9m² の試料では入射天頂角が大きい場合, 方位角方向の依存性が若干見られるが, 全体的に方位角方向には一様な分布が見られる。

■Thomasson の理論との対応 FTMM 値は概ね数値解析と同様の傾向を示しているが, 高音域において, 特に低流れ抵抗の場合に乖離が見られる。これは Thomasson の理論値が一貫して数値解析値よりも小さい値をとっていることから, 局所作用と拡張作用の差であると考えられる。ただし, 混乱が生じないように強調するが, ここでの局所作用は吸音面上におけるある点の粒子速度がその点における音圧とインピーダンスにより決定されるという仮定を指しており, 材料内部を垂直に伝搬する仮定とは異なる。材料内部を垂直に伝搬する仮定は, 一般に数値解析で局所作用をインピーダンスを設定する際に垂直入射時の表面インピーダンスを与えることに起因しており, ここでは FTMM における吸音率算出時には拡張作用時の表面インピーダンスを考慮している。

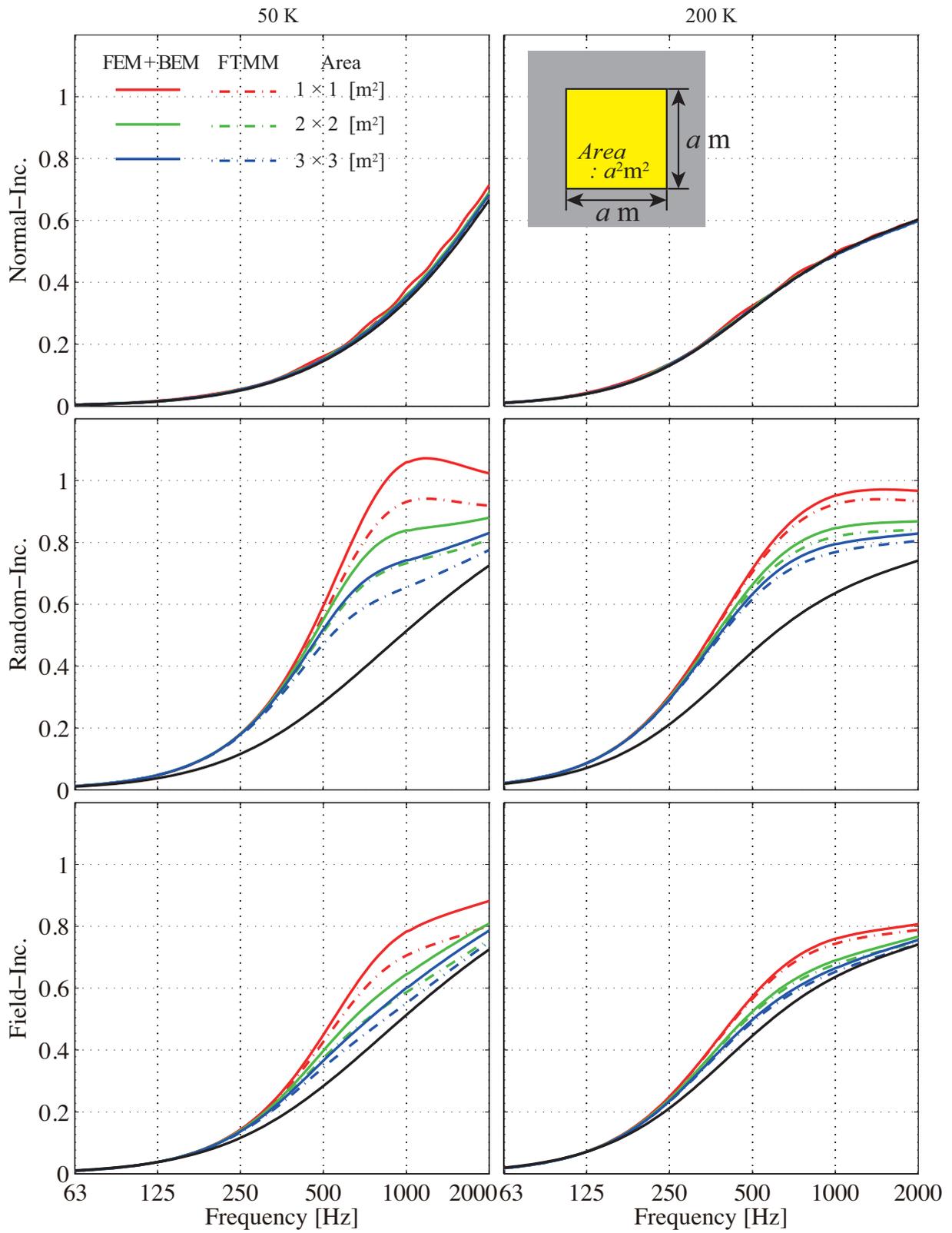


Fig. 4.9: Absorption Coefficients calculated for different material and cavity area.

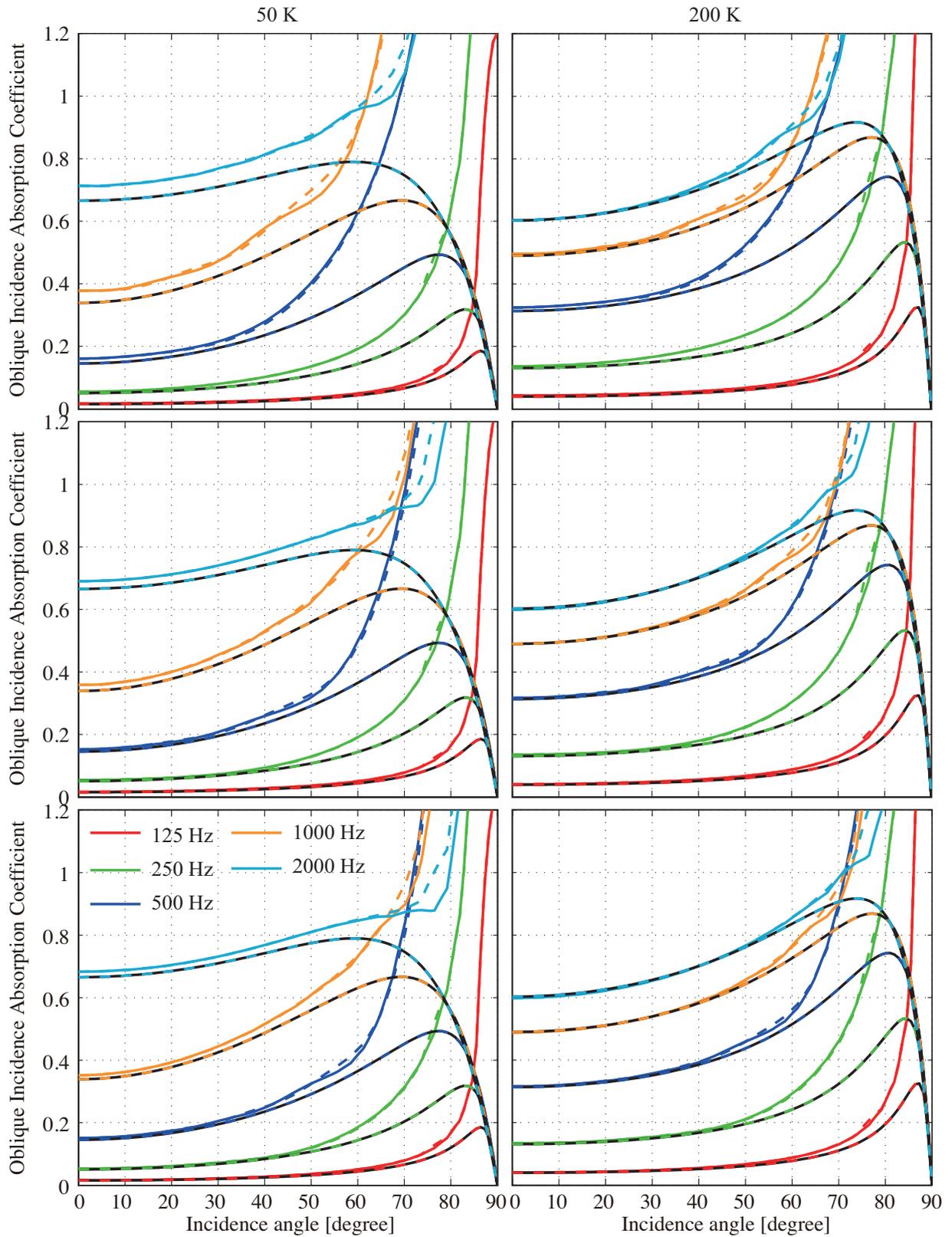


Fig. 4.10: Oblique Incidence Absorption Coefficients calculated for different material and cavity area. The incidence azimuths φ are 0° and 45° shown in solid and dotted lines respectively.

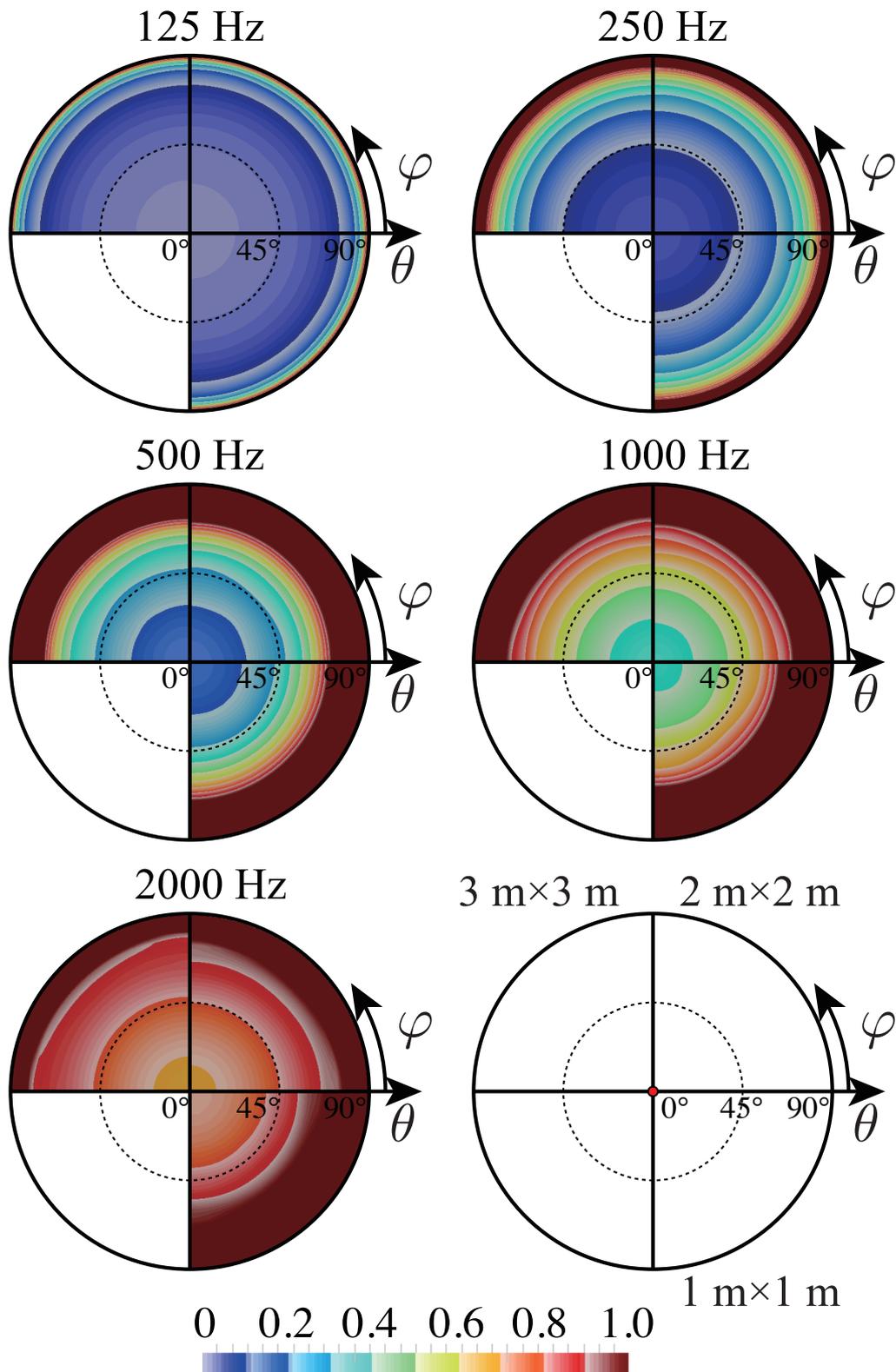


Fig. 4.11: Distribution of Oblique Incidence Absorption Coefficients calculated for hair felt 50K with different material and cavity area.

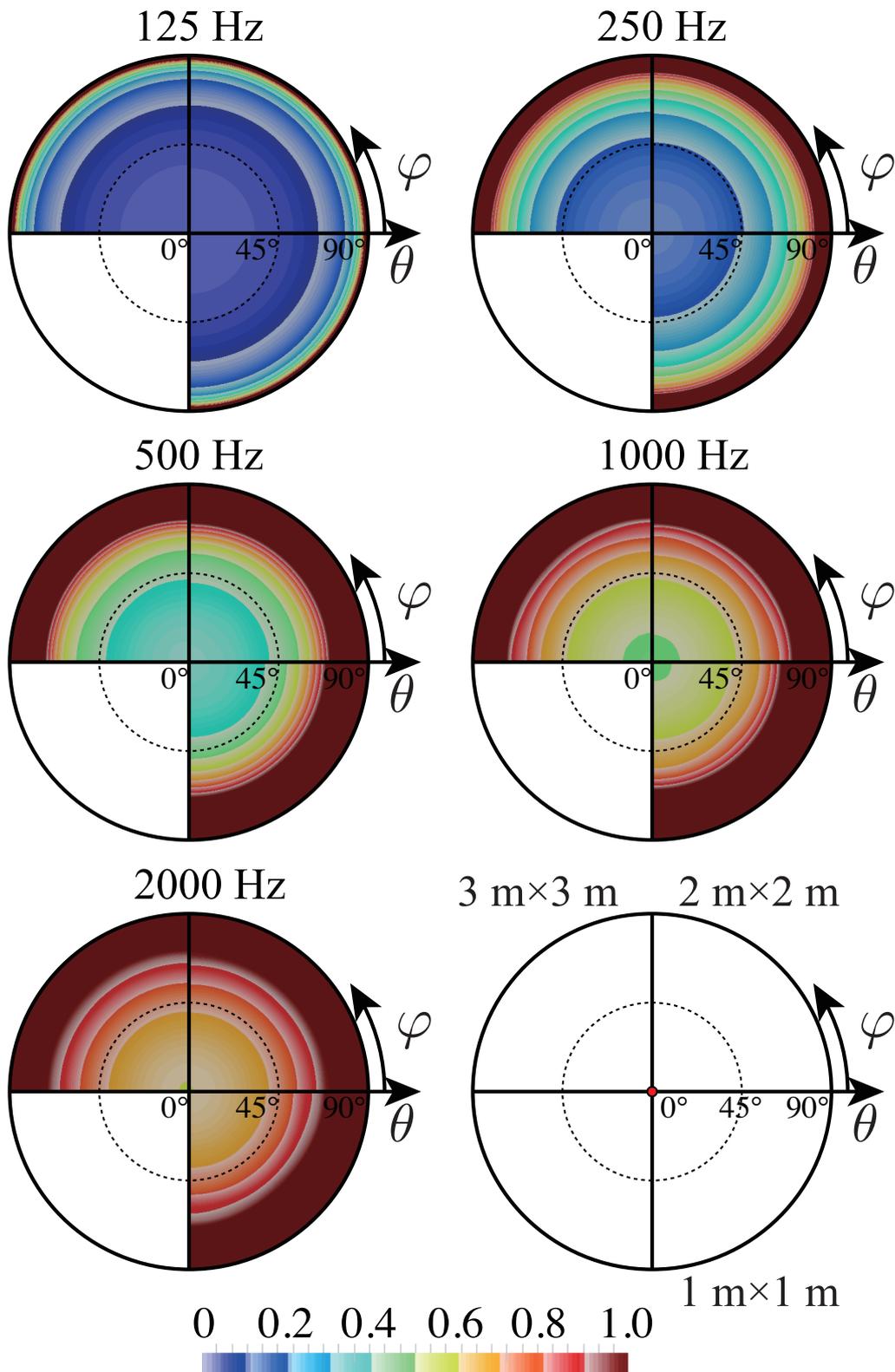


Fig. 4.12: Distribution of Oblique Incidence Absorption Coefficients calculated for hair felt 200K with different material and cavity area.

4.2.2 凹み深さの影響

試料面積を 1m^2 、凹みの深さを 20, 30, 70, 120mm と変化させた場合の垂直、ランダム、音場入射吸音率の計算結果を Fig.4.13 に示す。ここでは 63Hz~4000Hz の 1/24 オクターブ中心周波数で解析を行った。また、本検討における解析形状の設定は Deep-well 法の一種と捉えられることから、ここで得られた知見は Deep-well 法による面積効果の抑制に関する知見として利用可能である。従ってここでは凹みを well と称し、結果を整理する。

■数値解析値の傾向 垂直入射吸音率は概ね良い対応が見られるが、well が深くなるにつれ中音域でピークが生じている。well が深くなるに連れ低音域側へシフトしていることから、これは内部音場の厚き方向のモードによるものであると考えられる。また、周波数が高くなるにつれ試料の吸音率が高くなることから、高次のモード自体が生じにくくなっているものと推察される。

ランダム入射吸音率は試料面積における検討と同様に面積効果により無限大面積試料に対し大きな値を示している。well が深くなるにつれ、高音域から無限大面積試料における理論値に漸近する傾向、及び中音域においてピークが生じる傾向が見られる。このピークは凹み対向壁間のモードによるものであると考えられる。Fig.4.14 に 125Hz~4kHz の 1/1 オクターブ中心周波数での入射天頂角ごとの吸音率を示す。well が深くなるにつれ、高音域において深い入射角での吸音率が無限大面積の値に接近する傾向が見られる。

well が浅い場合には凹みの上端部付近で生じる回折波はより擦過的な角度で入射しているものと考えられるが、well が深くなるにつれ、そのような回折波が材料へ直接的に入射することが防がれ、音波入射条件としてはより所与の条件に近いものとなっていると推察される。一方で、well が深くなるにつれ、対向壁のモードが励起され、そのモードによって決まる伝搬方向での入射が生じ、吸音率が大きくなる現象も観察される。ことから、well による入射角制御の効果は対向壁間のモード励起が抑制される場合、即ち試料がある程度の大きさの擦過入射吸音率を持つ場合に限られることから、高音域においてより擦過入射吸音率の抑制効果が顕著であることが説明される。

Fig.4.15, 4.16 に斜入射吸音率の分布を示す。well が深くなるにつれ、深い入射角で、方位角方向に分布が生じている。

音場入射吸音率についても試料面積における検討と同様に高音域から無限大面積試料の値に漸近する傾向がみられた。また、流れ抵抗の違いによる解析値の傾向について大きな差は見られなかった。

■実測値との比較 面積 $1\times 1\text{m}^2$ 、厚さ 20 mm の梳毛フェルト嵩密度 50K について残響室法吸音率の実測を行い、解析結果との比較を行った。実測では床面平置きを試料側面に鉄製の L 字アングルを設置し、well を設けた。従って、Fig. 4.18 に示す通り数値解析と実測において試料周辺の条件は異なっている。実測においてアングルの高さは 30, 70, 120 mm とし、2つの小規模試験室 (6.5m^3 及び 36m^3) を用いて行った。これらの残響室の体積は JIS の規定 (150m^3 以上) よりも小さいことから、ここでの実測値はあくまでも参考値とし、500Hz 以上の高音域の比較のみを行うこととする。試験室及び試料設置の様子を Fig.4.17 に示す。これらの実測値は豊和繊維工業株式会社より提供を受けたものである。

結果を Fig.4.19 に示す。実測値では解析値と同様に well が深くなるにつれ、高音域での吸音率が低下

する傾向が見られる。 36m^3 での計測値は無限大面積の値を下回る結果となっている。これは 36m^3 の室では境界、懸垂拡散体を設置していないため、残響室の拡散性が低くなっており、ランダム入射条件となっていないためであると考えられる。

wellが浅い場合には解析による音場入射吸音率と実測の結果は定量的、定性的にもよい対応がみられた。wellが深くなるにつれ、中音域での実測値は解析値よりも小さくなっている。これはwellが深くなるにつれ、Fig. 4.18に示す通り、幾何学的条件の相違が大きくなり、乖離が生じたものと考えられる。

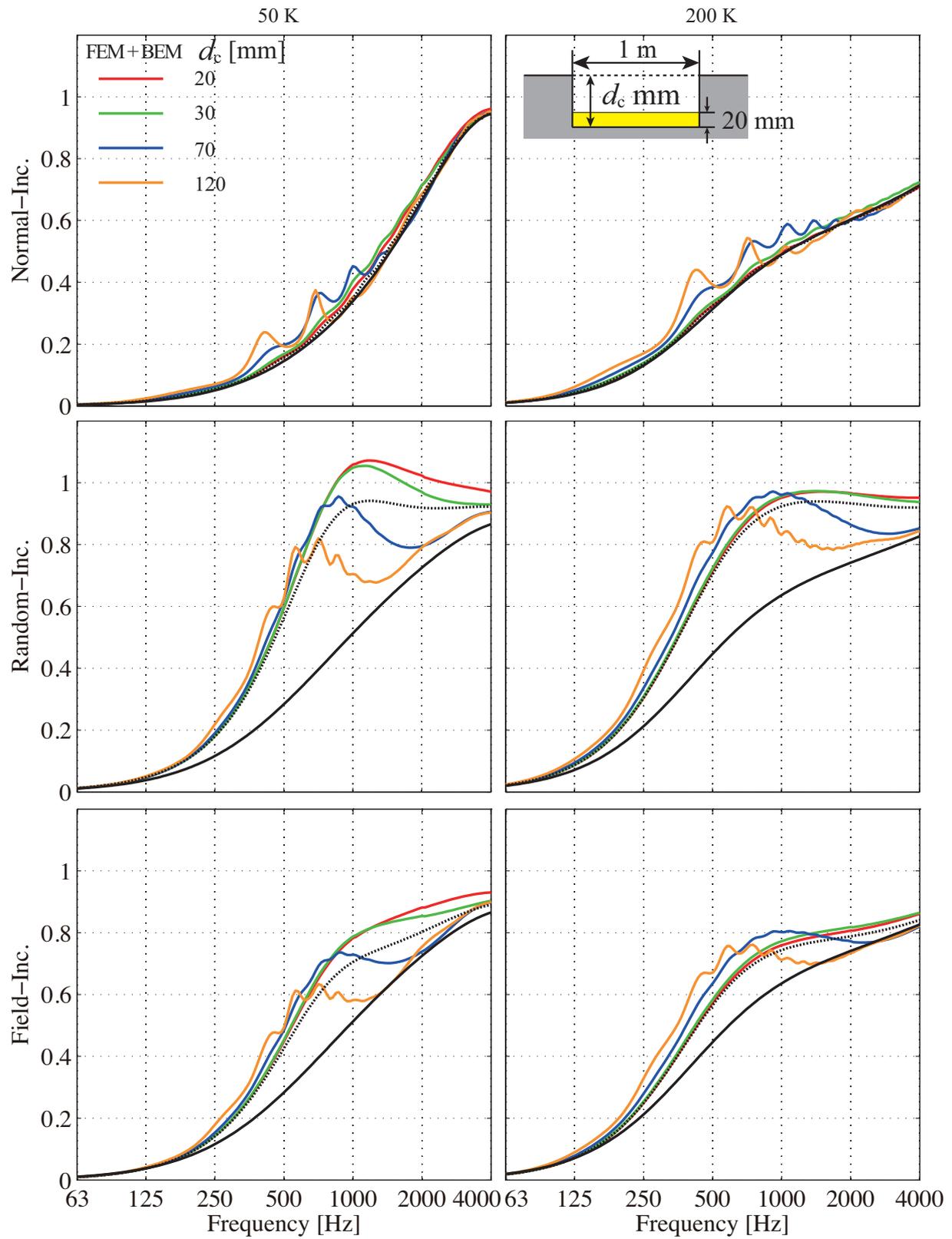


Fig. 4.13: Absorption Coefficients calculated for different cavity depths.

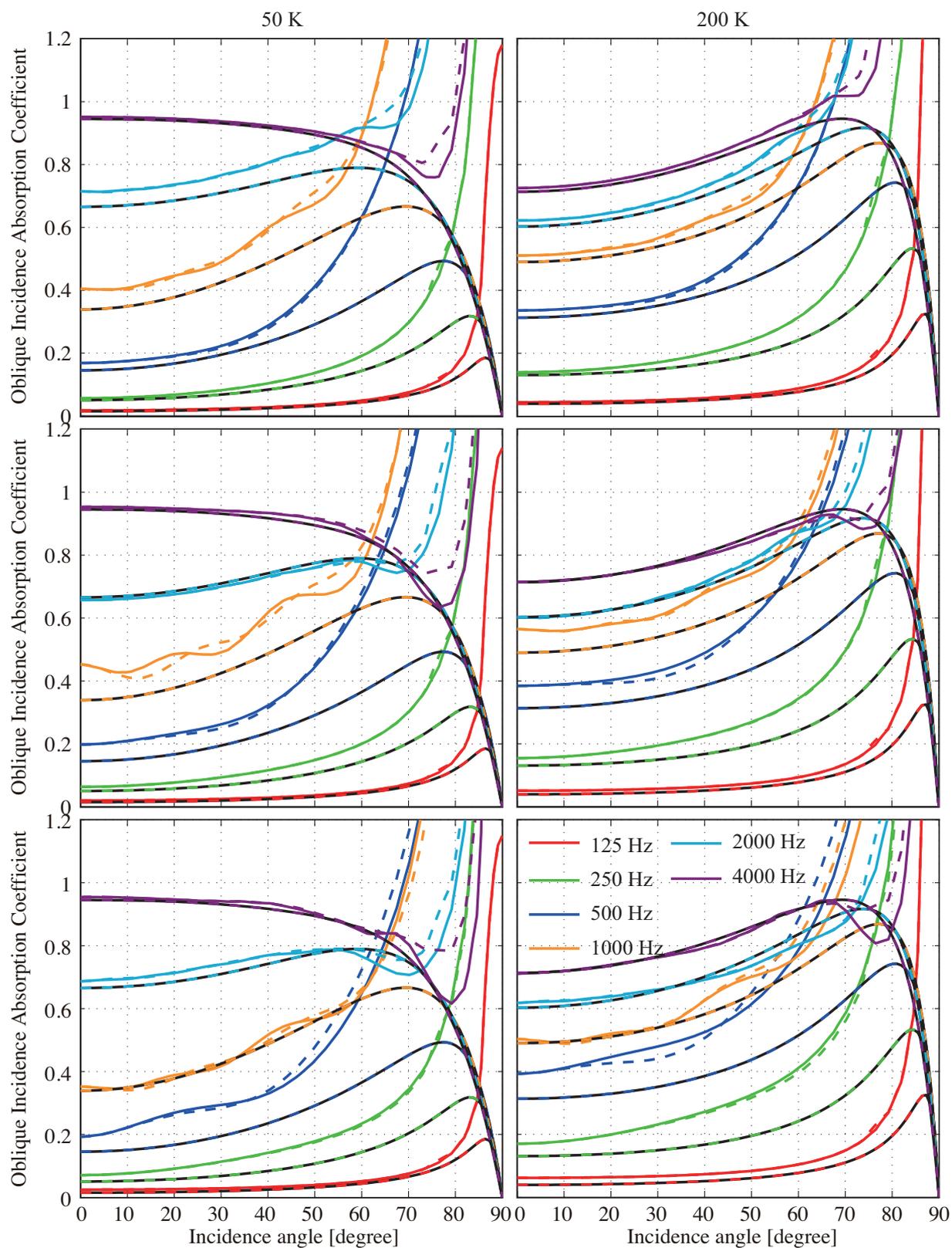


Fig. 4.14: Oblique Incidence Absorption Coefficients calculated for different cavity depths. The incidence azimuths φ are 0° and 45° shown in solid and dotted lines respectively.

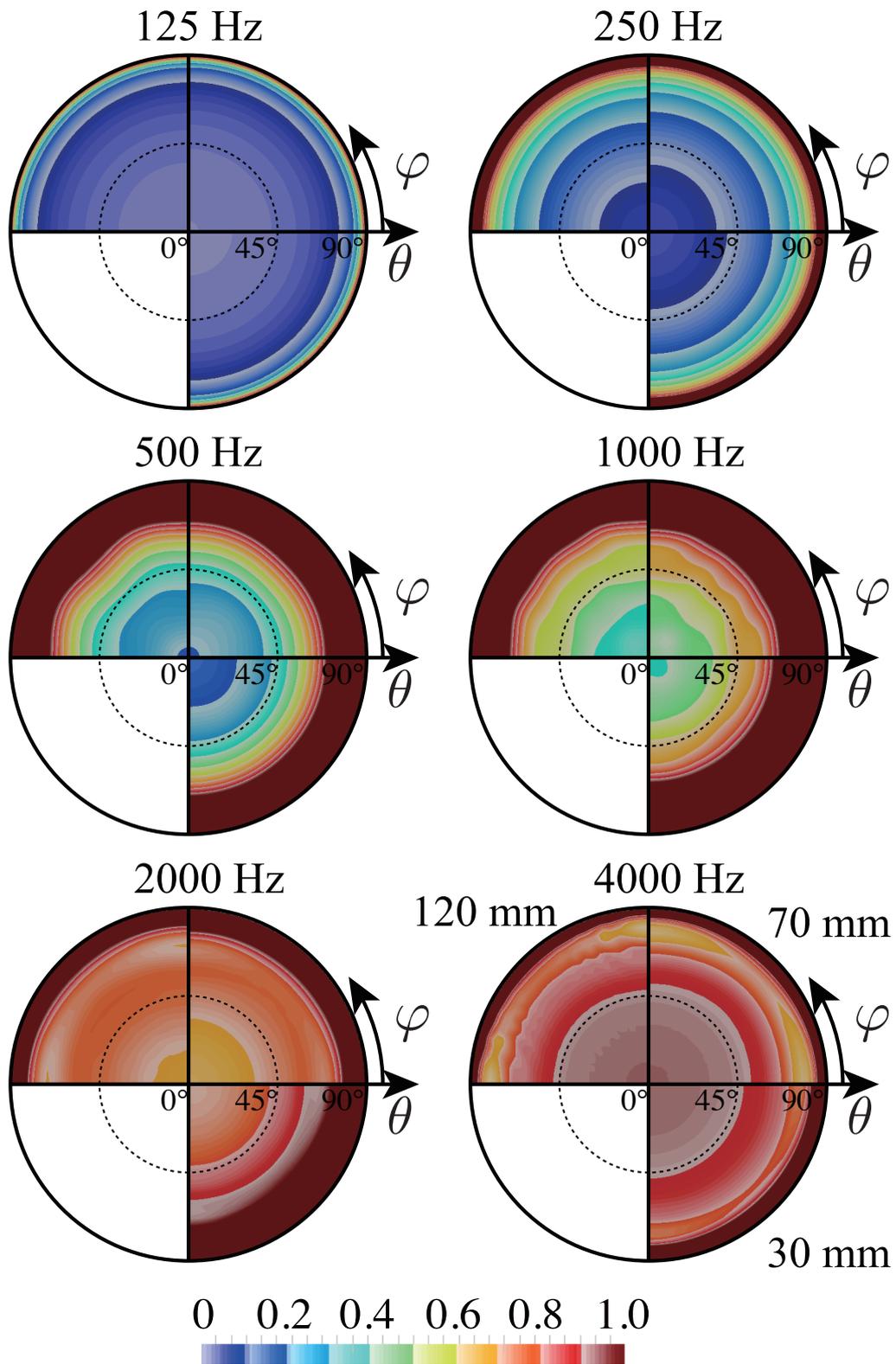


Fig. 4.15: Distribution of Oblique Incidence Absorption Coefficients calculated for hair felt 50K set in the cavity with different depths.

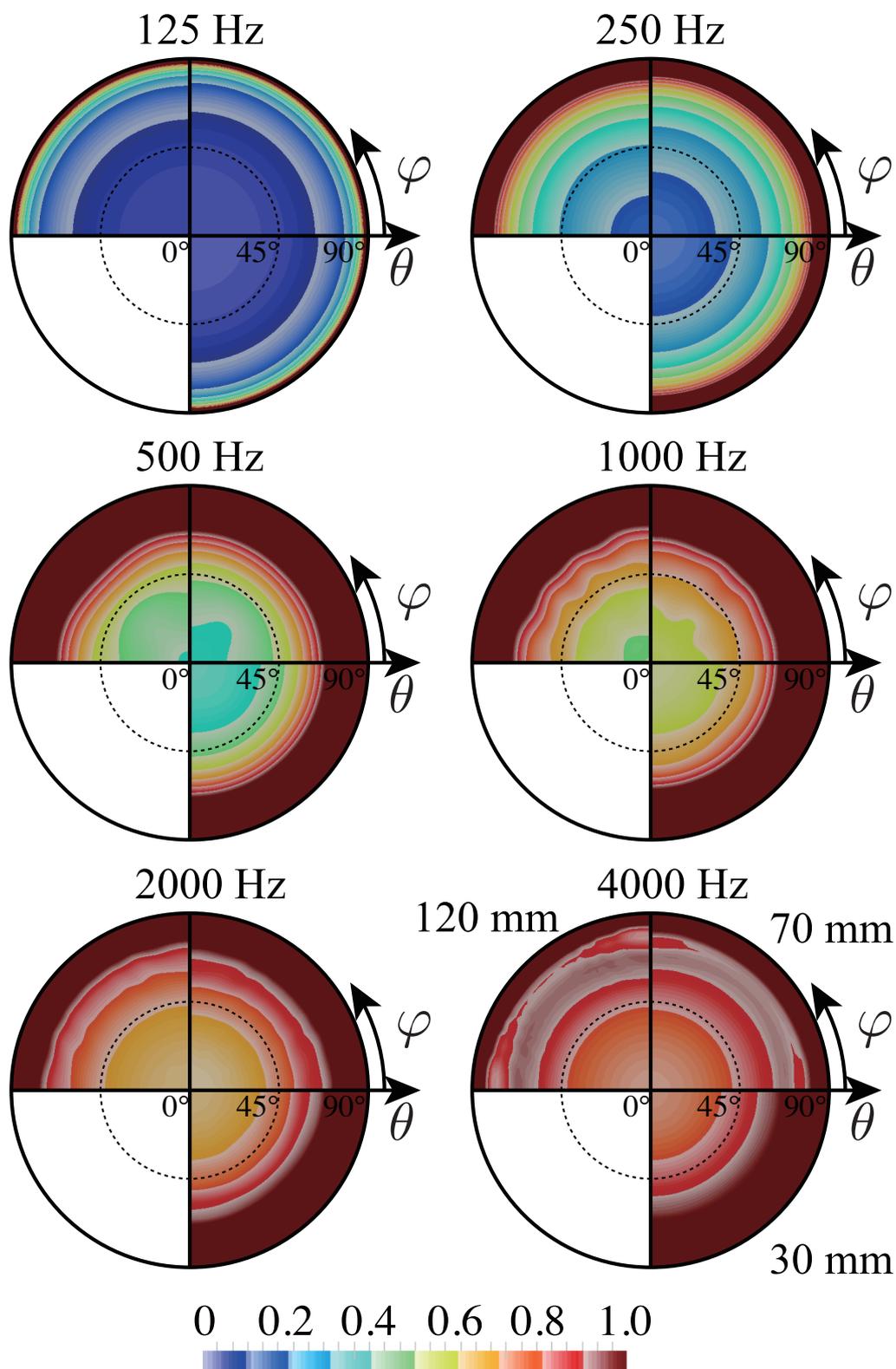


Fig. 4.16: Distribution of Oblique Incidence Absorption Coefficients calculated for hair felt 200K set in the cavity with different depths.



Fig. 4.17: Measurement chambers and the condition of material installation.

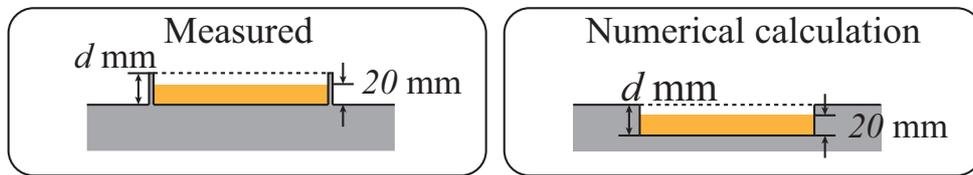


Fig. 4.18: Physical conditions around the material in measurement and calculation.

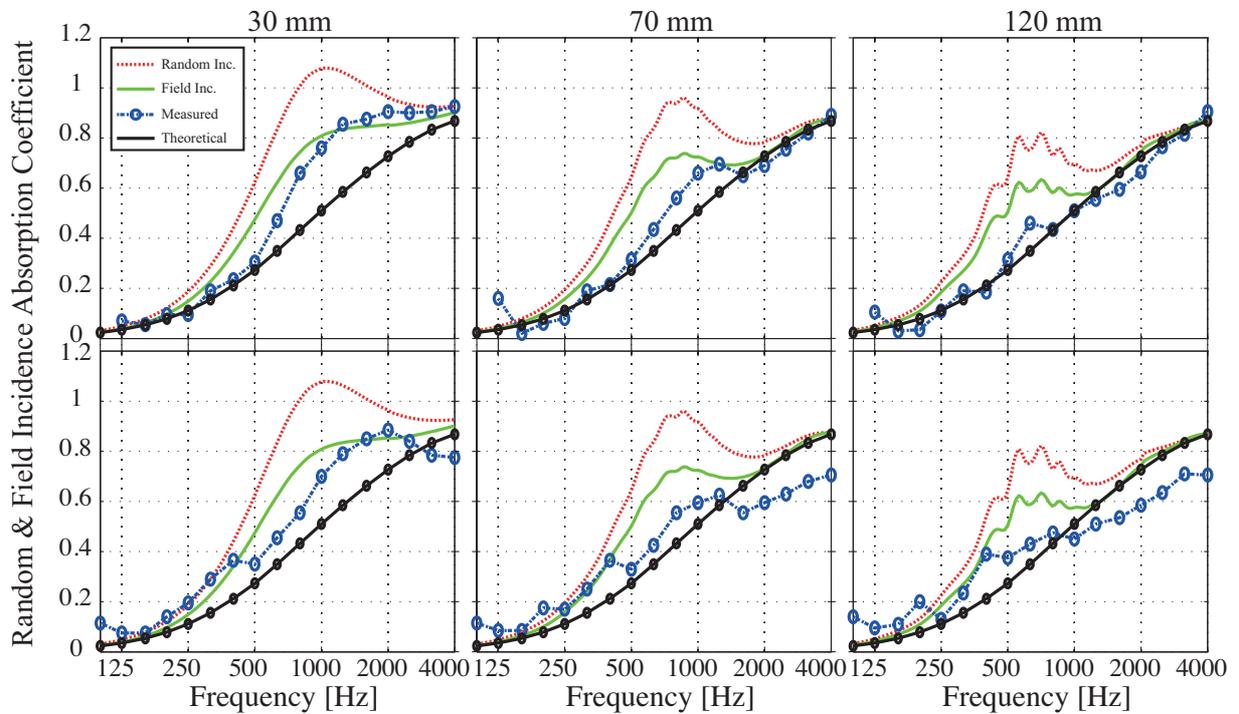


Fig. 4.19: Comparison between the calculated and measured value. The values measured at small and middle rooms are shown on the upper and lower row respectively.

4.2.3 多孔質材厚みの影響

試料面積を 1m^2 、材料厚を 20, 50, 100 mm とした場合の垂直、ランダム、音場入射吸音率の解析値を Fig.4.20 に示す。

試料厚が大きくなるにつれ、垂直入射吸音率においても低音域で無限大面積を超える傾向が見られる。これは凹み深さ方向のモードによるものと考えられる。

ランダム入射吸音率のピーク周波数はより低音域側へシフトし、より大きな値を示している。これは試料面積の項でも述べたとおり、面積効果が音波の波長（低音域ほど回折の影響が大きい）及び、試料の表面インピーダンス（吸音面と近接する剛面との音圧傾度の程度）に依存し、ピークとなる周波数ではこれらの影響がバランスしているものと考えられる。

流れ抵抗が大きい場合、厚みによる表面インピーダンスの変化は小さく、50, 100 mm では概ね 125 Hz 付近の低音域で若干の差が見られる程度である。

最後に流れ抵抗が中程度の場合、Thomasson の理論と数値解析の吸音率の乖離の程度は厚みに依らず、ある一貫した乖離が見られる。この差は Thomasson の理論における近似によるものと考えられるが、詳細なメカニズムは不明である。

4.2.4 背後空気層の影響

試料面積を 1m^2 、材料厚を 20 mm とし、背後空気層を 150, 350 mm とした場合の垂直、ランダム、音場入射吸音率の解析値を Fig.4.21 に示す。

垂直入射吸音率は高音域で概ね無限大面積と対応している。無限大面積の特性としては厚み方向の共振により、ディップが生じている。流れ抵抗が小さい場合、低音域においては無限大面積に対する値からの乖離が大きくなっていることがわかる。また、流れ抵抗が大きい場合には無限大面積試料においても背後空気層の変化による吸音率の影響は小さい。

低流れ抵抗のランダム入射吸音率において、空気層が大きい場合、凹み対向壁のモードによるピークが顕著に見られる。空気層が小さい場合には対向壁が小さくなるため反射自体が生じにくくなること、底面と試料の距離が小さくなり、擦過入射吸音により対向壁間のモードの減衰が大きくなることなどの理由から、ピークは見られずなだらかな特性になっている。

材料厚を変化させた場合の検討とあわせ、多孔質材背後からの反射の影響が小さいと考えられる条件においては Thomasson の理論による吸音率は数値解析による値と比較し妥当な値であると考えられる。

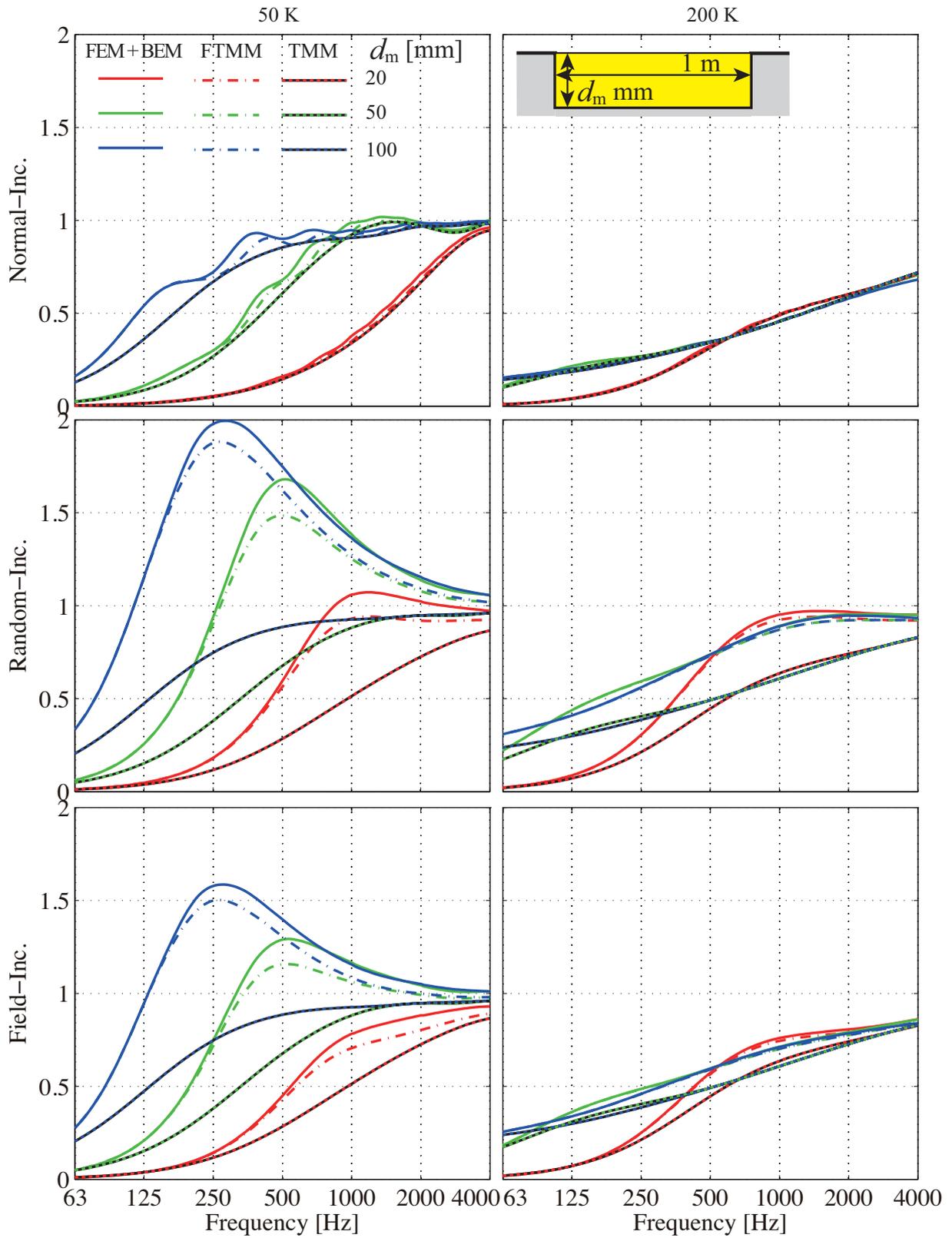


Fig. 4.20: Absorption Coefficients calculated for different material thickness.

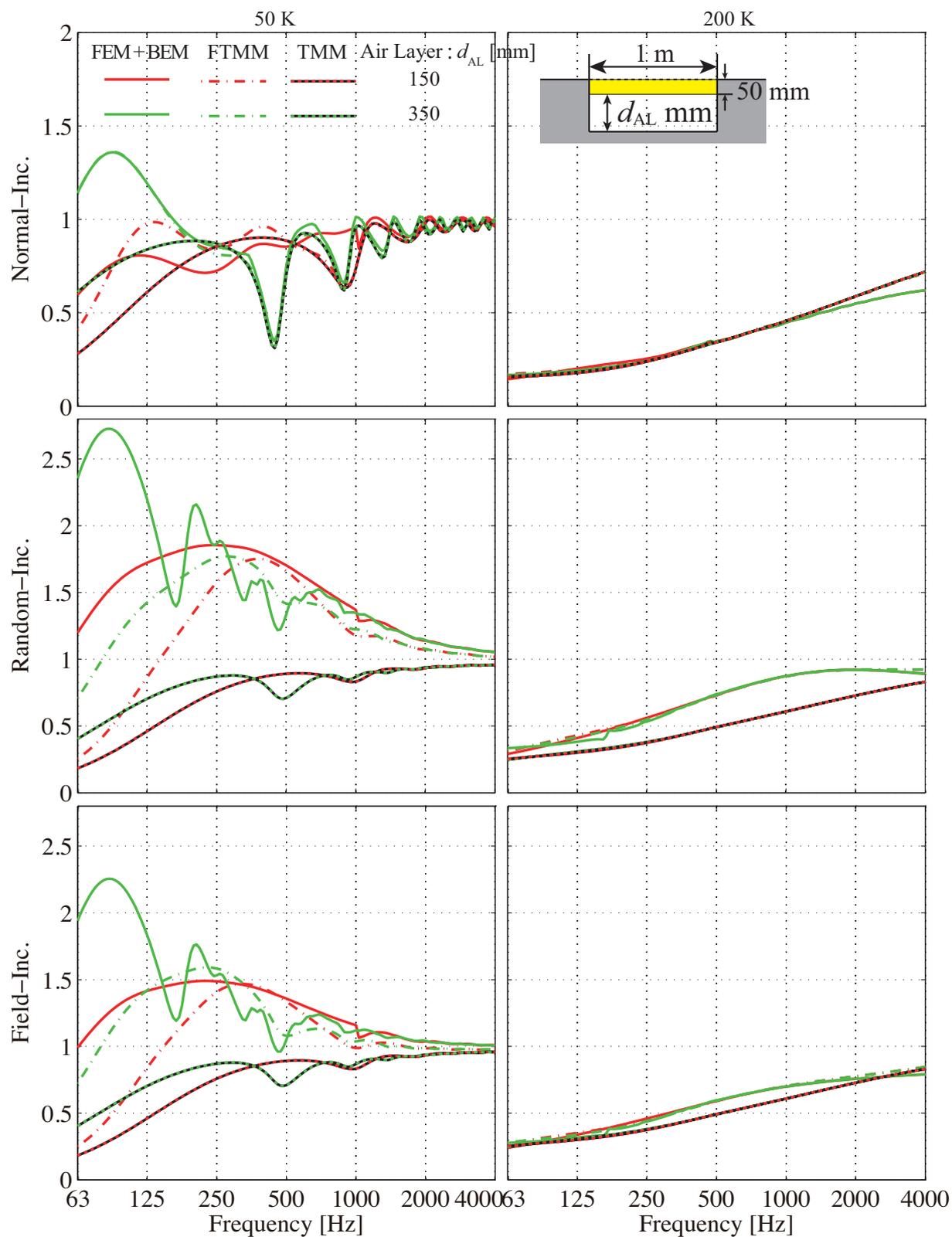


Fig. 4.21: Absorption Coefficients calculated for material backed by air layer with different thicknesses.

4.2.5 凹み・試料形状の影響

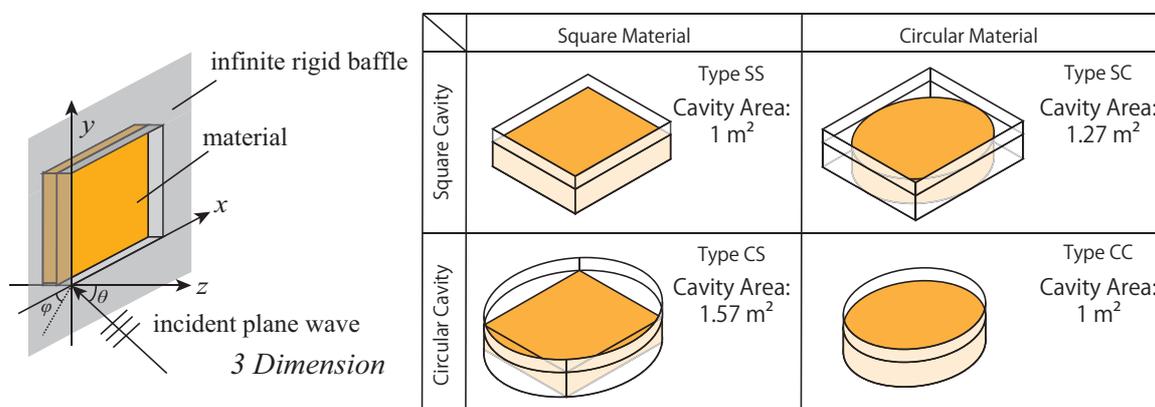


Fig. 4.22: Calculation conditions for the investigation on material and cavity shapes.

ここまでは凹みおよび試料は共に同サイズの正方形による検討を行ってきた。実際の材料の解析を想定した場合、その形状は必ずしも正方形ではなく、凹みと試料の形状が異なる場合の影響を把握する必要があると考えられる。ここでは Fig.4.22 に示すように、正方形 (Square:S)・円形 (Circular:C) の凹み、試料について計 4 つの組み合わせについて解析を行った。試料面積は 1m² で固定とし、凹み面積をそれに応じて変化させた。また、凹みは 30, 70, 120 mm の 3 条件を設定した。また、吸音率の算出時に見つけ面積の入射パワーを考えるが、Type SC, CS については試料面積に対する入射パワー W_{inc1} 、凹み面積に対する入射パワー W_{inc2} の 2 通りで吸音率の評価を行った。

Fig.4.23 に解析結果を示す。いずれの入射条件、凹み深さにおいても Type SS, CC の吸音率はほぼ同程度である。TypeSS は CC に比べ、試料面積に対する端部の割合が大きいことから、面積効果の程度にも差が出るものと予想されるが、その差は僅かであった。

■ W_{inc1} により算出した吸音率 Type SC, CS は低音域において Type SS, CC と同程度の吸音率を示している。一方、高音域においては Type SS, CC よりも大きい吸音率を示している。凹み側壁と試料間の隙間が大きい Type CS で最も大きい吸音率を示している。この原因としては試料側方からの音波の入射が考えられる。そこで、Type SC, CS について、Fig.4.25 に示すように側面を剛面で覆った場合の吸音率を算出した。その結果を Fig.4.26 に示す。側面の被覆の影響は小さく大きな差は見られなかった。その理由としては 2kHz の波長 17cm に対して試料厚が 2cm であることから、依然として回折による影響が大きいためであると判断した。

凹み 70 mm における各 Type での斜入射吸音率の分布を示す。試料と凹みの間に隙間がある Type SC, CS では擦過入射時の吸音率の上昇が Type SS, CC に比べ大きく、隙間面積が大きい Type CS ではその傾向がより顕著に見られる。Type CC では斜入射吸音率に方向依存性は見られない。統計平均化した場合にはこれらの分布は大きな影響は及ぼさないものの、入射条件を限定した吸音率を算出する際には注意が必要である。

■ W_{inc2} により算出した吸音率 全体的に吸音率が低下する傾向が見られる。これは凹み内に反射性の部分が存在することで吸音力が小さくなり、面積あたりの割合である吸音率が低下しているものと考えられる。吸音率の算出に W_{inc1} , W_{inc2} のいずれを用いるべきかはその目的によるといえる。ある部材についてその部材自体が呈する吸音率を算出する場合には W_{inc1} により、凹み内部全体を吸音体とみなす場合には W_{inc2} により評価することが妥当であると考えられる。

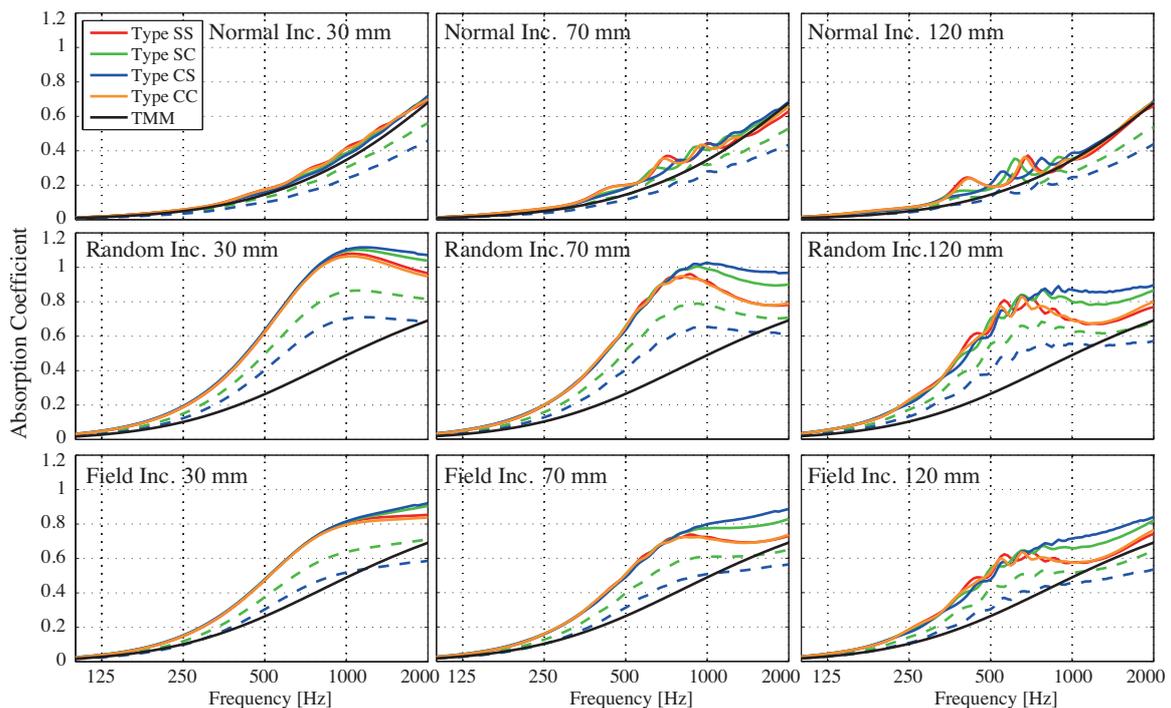


Fig. 4.23: Absorption Coefficients calculated for different material and cavity area. Solid and dashed lines are calculated from incidence power to the material and cavity face respectively.

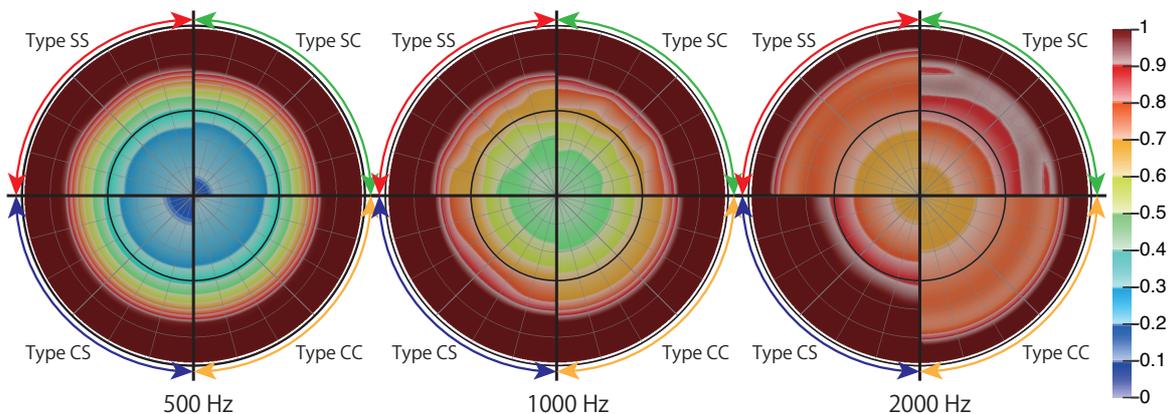


Fig. 4.24: Distribution of oblique incidence absorption coefficients calculated for different material and cavity area.

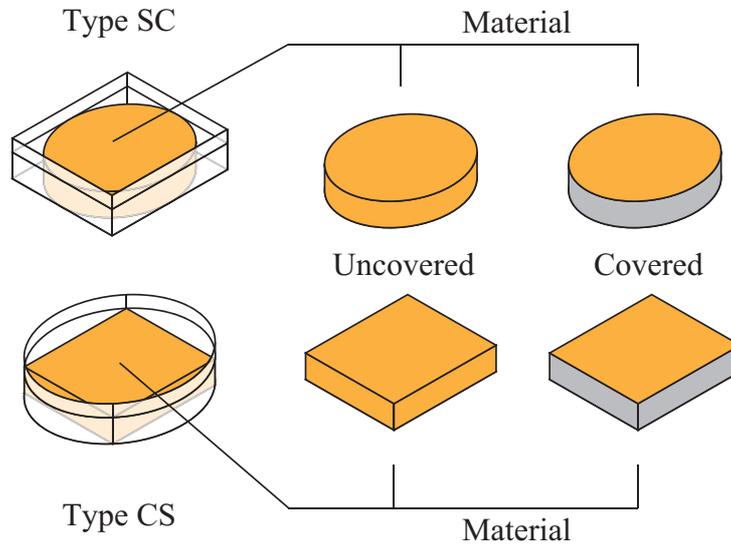


Fig. 4.25: Side covering aimed at avoiding lateral incidence.

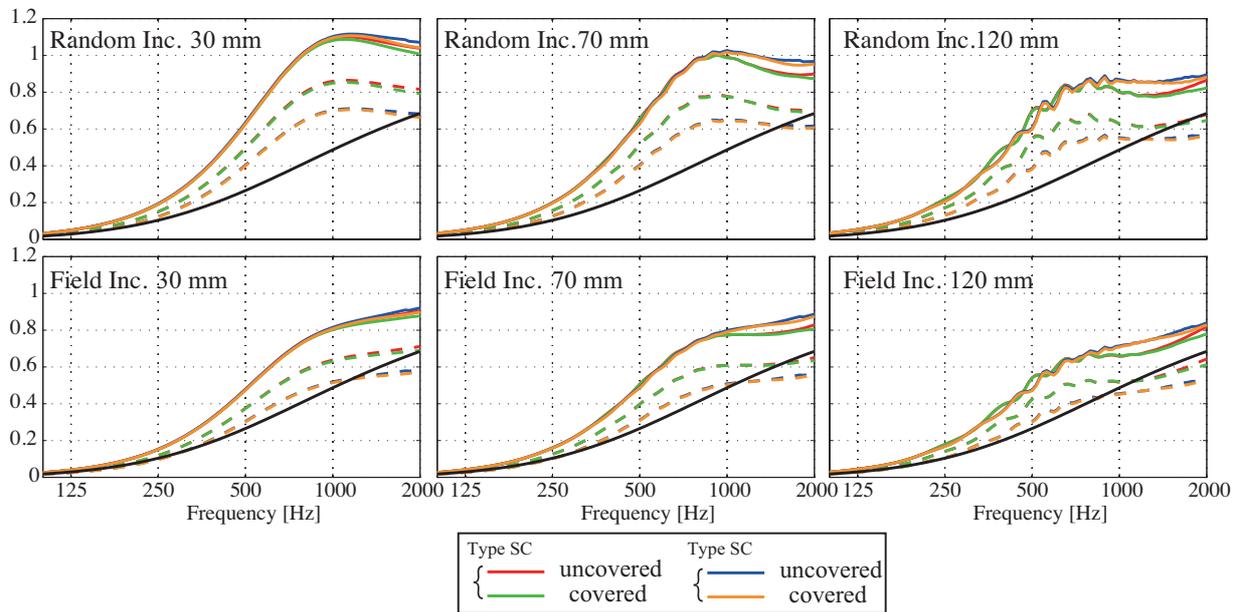


Fig. 4.26: Random and field incidence absorption coefficients calculated for type SC and CS shown in the above figure. Solid and dashed lines are calculated from incidence power to the material and cavity face respectively

4.3 積層材料の吸音率

本節では積層型音響材料の吸音率解析を行う。はじめに積層材に対する本論文で提案する解析モデルの妥当性を検証するため、前節と同様に TMM, FTMM との比較を行う。また、ケーススタディを通して積層材の吸音メカニズムについて整理し、材料同士の接着条件がその特性に大きな影響を及ぼすことを示す。積層型材料材においては多孔質材骨格の振動の考慮は不可欠であるものと考えられることから、本節では一貫して Biot 理論に基づく弾性骨格モデルを用いた解析を行うこととし、多孔質材内部流体モデルとして Kato Model を用いた。

Tab. 4.2: Physical properties and dimensions of layered materials for the calculation.

PEM 1&2	Material Density	$\rho_s = 1186[\text{kg}/\text{m}^3]$
	Fiber Diameter	$D = 21[\mu\text{m}]$
	Poisson's Ratio	$\nu = 0$
PEM 1	Bulk Density	$\rho = 200[\text{kg}/\text{m}^3]$
	Young's Modulus	$E = 1.5 \times 10^5[\text{N}/\text{m}^2]$
	Loss Factor	$\eta = 0.45$
	Thickness	$t = 5[\text{mm}]$
PEM 2	Bulk Density	$\rho = 50[\text{kg}/\text{m}^3]$
	Young's Modulus	$E = 2.2 \times 10^4[\text{N}/\text{m}^2]$
	Loss Factor	$\eta = 0.24$
	Thickness	$t = 20[\text{mm}]$
Membrane	Area Density	$\rho_m = 0.04[\text{kg}/\text{m}^2]$

4.3.1 平面状積層材の解析

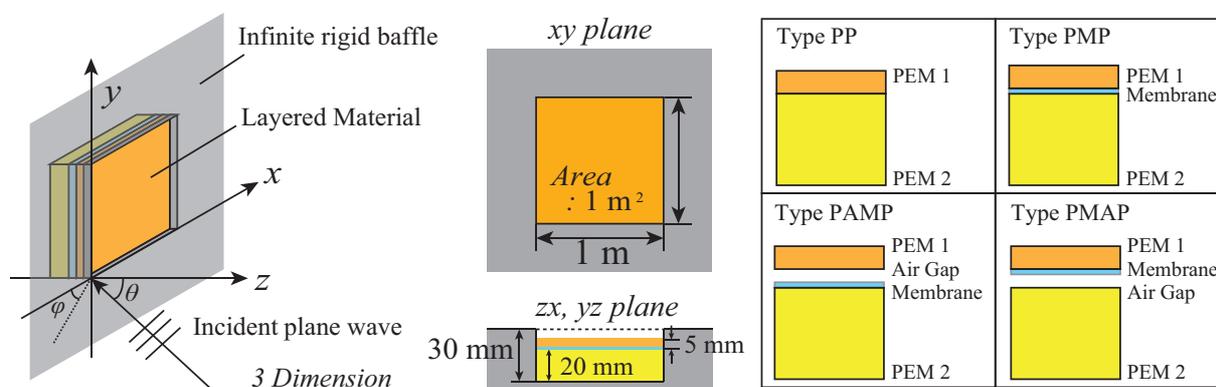


Fig. 4.27: Geometries and the layer conditions for the calculation of absorption coefficients of the layered materials.

Fig.4.27 に解析条件及び、材料の積層条件を示す。ここでは多孔質材と膜の有無、膜の接着条件を変化させた4つの材料について解析を行った。非接着は第2章に示した非接着境界条件を用いた。また、音響管計測では側部の支持条件が結果に大きな影響を及ぼしたことから、ここでは端部支持条件としてスリップ条件、及び固定支持条件を設定した。また、底面については非接着条件とした。

■積層材料の吸音メカニズム 2つの多孔質材間に非通気な膜材を有する積層材料では多くのマクロな振動メカニズムが存在し、同じ材料構成であってもその積層条件によって呈するメカニズムは異なる。Fig.4.28 にこれらのメカニズムをまとめる。

Type PMP では材料全体を質量、背後多孔質材流体相をバネとした一自由度共振系 (a)、及び表面多孔質材を質量、背後多孔質材固体相をバネとした共振系 (b) が存在している。表側多孔質材に膜が接着することで、質量、剛性が比較的高い非通気層が形成されるため、高音域においては吸音率が低下する傾向が見られる。ただし、2kHz 以上においては表面の多孔質材による減衰が生じ、吸音率は再び大きくなる。次に Type PAMP でも材料全体を質量、背後多孔質材流体相をバネとした一自由度共振系 (a) が見られる。背後多孔質材にのみ膜が接着することで、PEM2 の骨格振動が励起されやすくなり、高音域においては骨格の減衰による特性が見られる。最後に Type PMAP においては表面多孔質材を質量、背後多孔質材流体相をバネとした一自由度共振系 (c) によるピークが見られる。Type PMP と同様に、高音域では吸音率が低下している。

■解析値の傾向 垂直入射吸音率はいずれの条件においても無限大面積試料の値と概ね良い対応が見られる。このことから、端部での音響漏れがない場合には、非接着条件は試料面積を大きくした場合においても妥当な結果が得られるものと考えられる。

単層材料と同様に、ランダム入射、音場入射条件では面積効果により、TMM 値より大きな吸音率を示している。Fig.4.30 に斜入射吸音率の分布を示すが、単層の場合と同様に擦過入射時に非常に高い吸音率

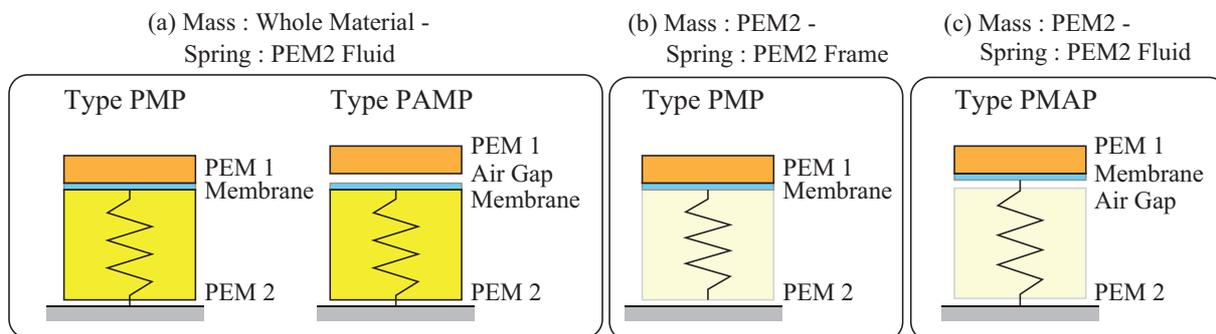


Fig. 4.28: Schematic of the vibration mechanisms seen in the following absorption coefficient characteristics.

を示している。また、方位角方向の依存性も小さいといえる。

いずれの入射条件、積層条件においても材料が凹み側面で固定支持される場合、一自由度共振による吸音率のピーク値が若干低下する傾向が見られる。しかし、概してスリップ支持条件の解析値との差は小さいと言える。前章に示した通り、見かけの剛性値の上昇は材料厚に対する一辺の長さにより決まるものと考えられ、試料面積がある程度大きい場合には剛性の上昇倍率は小さくなり、支持条件による吸音率の差が見られないものと考えられる。

本検討においては表面の多孔質材の流れ抵抗が高いことから屈折角が小さくなり、材料全体の弾性挙動は局所作用的になっているものと考えられる。そのため、数値解析値と Thomasson の理論は概ね良い対応を示しているものと考えられる。

■実測との比較 実測は 4.2.2 節に示した試験室で行った。側面には高さ 30 mm の鉄製の L 字アングルを設置した。実際の材料では接着条件ではフェルトにフィルムを融着しており、非接着条件では単純に試料を積み重ねている。これらの実測値は豊和繊維工業株式会社より提供を受けたものである。

Type PAMP, PMAP いずれにおいても、解析値と実測値は絶対値としては乖離が見られる。この原因として、非接着条件とした材料間の条件が実測においては接着・非接着の中間的な状態になっているものと考えられ、上述のマクロな振動系が形成されにくくなっているものと推察される。また、実測においては試験室の拡散不足なども考えられることから、定量的な妥当性の検証は難しいものの、全体的な上昇・下降の定性的傾向には対応が見られる。

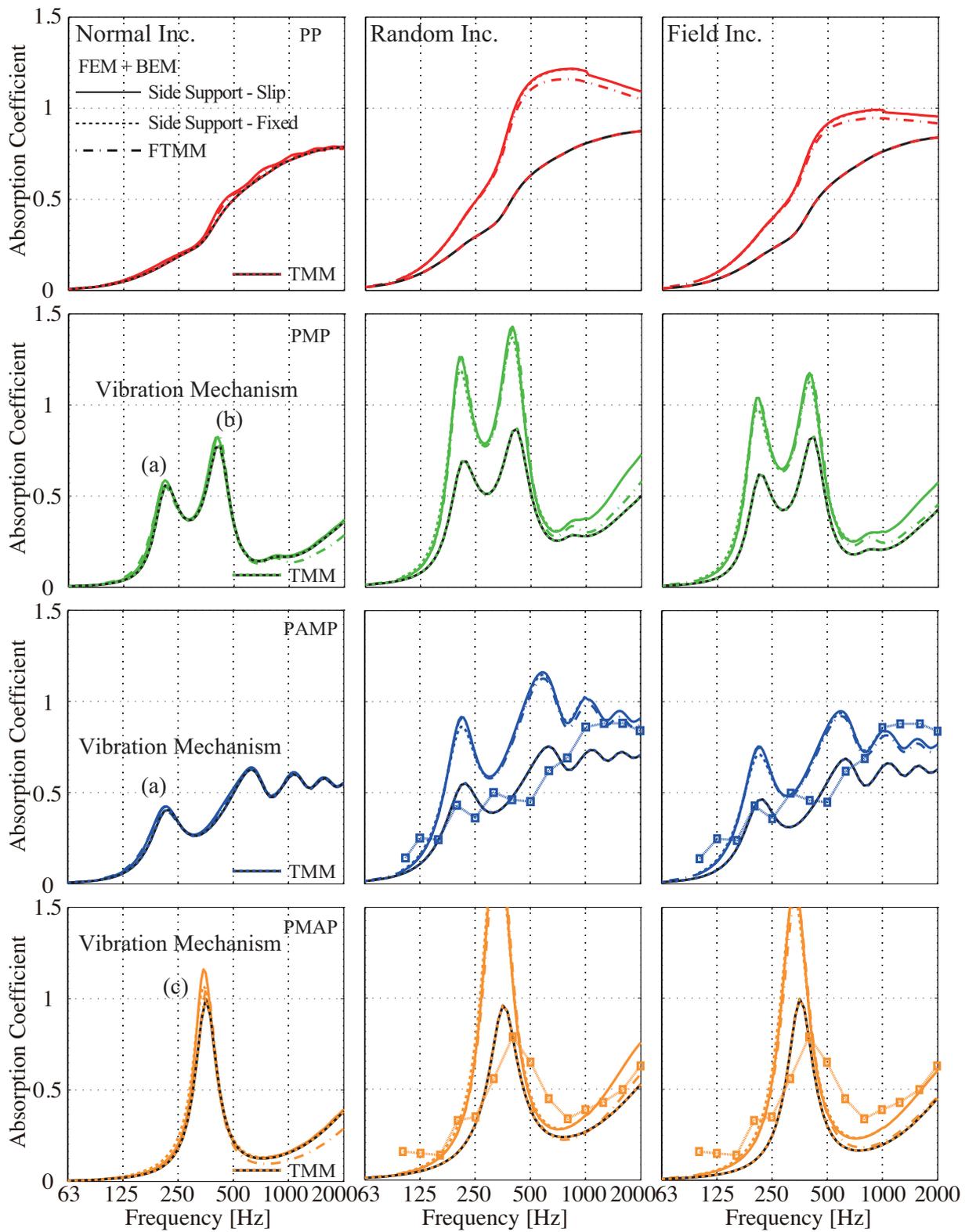


Fig. 4.29: Absorption Coefficients calculated for different layer conditions of triple layer materials.

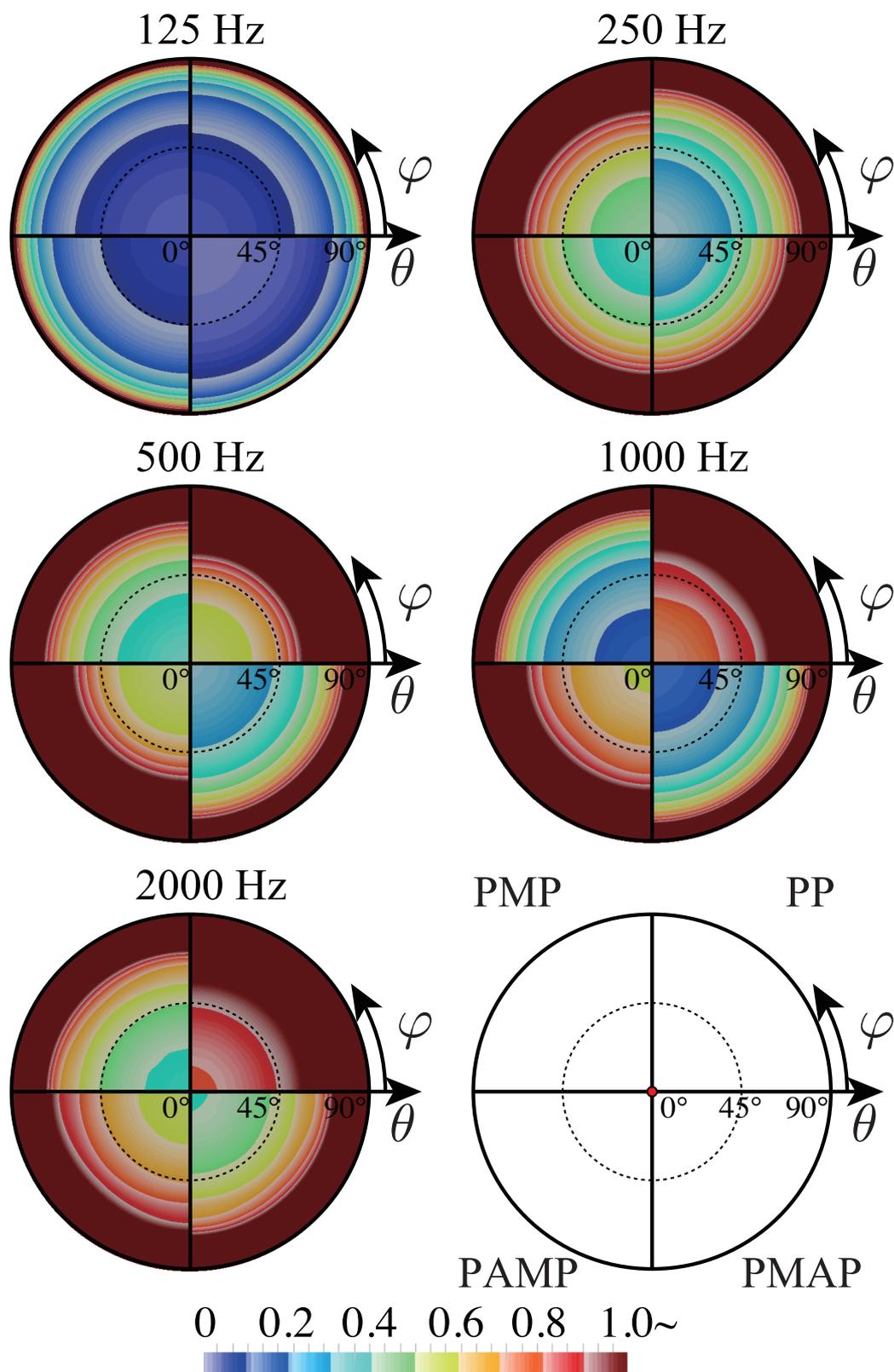


Fig. 4.30: Distribution of oblique incidence absorption coefficients calculated for different layer conditions of triple layer materials.

4.3.2 試料端部における隙間の影響

第3章において、積層材端部における隙間はその特性に重大な影響を及ぼすことを示した。ここでは試料面積が大きくなった場合における隙間が及ぼす影響について考察を行う。また、実際の材料設置を想定した際、試料の小口は必然的に生じるものであるため、ここでは Fig.4.31 に示すように試料側部に表面の膜材を回しこんだ解析を行い、隙間の影響低減に関する検討を行った。

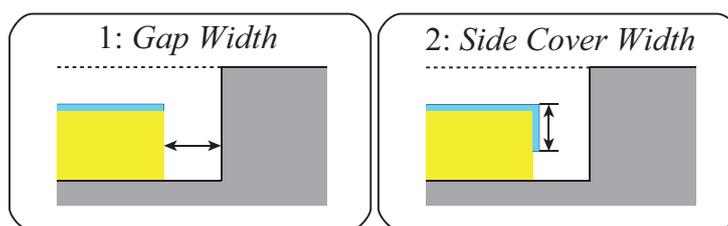


Fig. 4.31: Gap on the edge of the material and wraparound of surface membrane.

また、試料端部の隙間が及ぼす主たる影響要因として背後層の空気漏れ、エネルギーの流れ込みが想定される。この時、エネルギーの流れ込みについては試料表面の振動しやすさに依存するものと考えられる。従って、ここでは膜付多孔質材(2層材料)を想定し、基本条件に加え、表面膜が重い条件と多孔質材が硬い条件を設定し、検討を行った。以下に解析に用いた物性値を示す。

Tab. 4.3: Physical properties and dimensions of layered materials for the following calculation.

PEM 1	Material Density	$\rho_s = 1186[\text{kg}/\text{m}^3]$
	Fiber Diameter	$D = 21[\mu\text{m}]$
	Poisson's Ratio	$\nu = 0$
	Bulk Density	$\rho = 50[\text{kg}/\text{m}^3]$
	Young's Modulus	$E = 2.2 \times 10^5 \text{ or } 2.2 \times 10^6 [\text{N}/\text{m}^2]$
	Loss Factor	$\eta = 0.24$
	Thickness	$t = 20[\text{mm}]$
Membrane	Area Density	$\rho_m = 0.04 \text{ or } 3.5 [\text{kg}/\text{m}^2]$

隙間の影響

試料四周に隙間を設け、その幅を変化させた場合の吸音率の解析結果を Fig.4.32 に示す。何れの物性値条件、入射条件においても最初に見られるピークは材料を質量、多孔質材内部空気をバネとした一自由度共振によるものであるが、隙間が存在する事でこれらのピークの値が低下する傾向が見られる。これは隙間からの空気漏れにより空気バネによる反作用力が小さくなるためであると考えられる。また、この影響は表面が振動しにくい条件ほど顕著である傾向が見られる。また、膜材が重い条件ではランダム入射吸音率のピークが無限大面積試料の値と同程度になっている。数値解析の結果はこれまでの検討と同様に、面積効果の影響から吸音率は上昇しているものと考えられるが、隙間による吸音率の低下作用とバランスし

ているものと推察される。実測においても同様の影響が見られると考えられ、実測と無限大面積試料の値を比較する際には注意が必要である。

試料表面が振動し難い2つの条件は高音域で反射性が高くなり吸音率が低下するが、端部に隙間が存在する事で音の流れ込みが生じ、一自由度共振周波数以降で吸音率が上昇する傾向が見られる。また、高音域においては隙間が大きくなるにつれ吸音率が上昇する傾向が見られた。

側面被覆の影響

試料四周の隙間を1mmとし、試料側面の膜材被覆幅を0, 1, 19, 20mmと変化させた場合の解析結果をFig.4.33に示す。いずれの物性値条件、入射条件においても被覆幅を大きくすることで、高音域における吸音率の上昇が抑制されることが確認できる。膜材が重い条件においては、被覆幅を19mmとしても一自由度共振のピーク値が低下する程度は被覆がない場合と同程度であり、材料側面が僅かにでも材料外部の空気領域と連続する場合には吸音率への影響は重大であるといえる。

実測との比較

ここでは意図的に隙間を設け残響室法吸音率の測定を行った結果と数値解析値の比較を行う。先の検討で最も隙間による影響が見られた膜材が重い条件を設定した。膜材はPVCシート(面密度 $\rho_m = 3.4$ [kg/m²]), 多孔質材は梳毛フェルト50Kとした。梳毛フェルトの物性値は先の検討と同様でTab.4.3に示す通りである。実測において、設定した隙間条件をFig.4.34に示す。測定は4.2.2節に示した2つの試験室で行った。左右隙間条件では左右の試料端部とL字アングルに4mmの隙間を設け、試料上下端部にはL字アングルを密着させた。また、中央に8mmスリット上の隙間を設ける条件では、試料上下左右端部にL字アングルを密着させ設置した。数値解析においてはL字アングルの密着部分について、スリップ支持条件とした場合、1mmの隙間を設けた場合の2つのモデルで解析を行った。これらの実測値は豊和繊維工業株式会社より提供を受けたものである。

結果をFig.4.35に示す。実測値においても、試料面に隙間がある場合には高音域で吸音率が上昇する傾向が見られる。中音域において、左右のみ、中央のみ隙間がある条件では実測値と計算値に乖離が見られ、上下(左右)にも1mmの隙間を設けた解析では定量的に良い対応が見られる。また、中央8mm、上下左右1mm隙間の解析結果では160Hz付近に見られるピークが若干高音域に上昇する傾向も確認される。このことから、実測の際には四周に隙間が存在すると推察され、囲いを密着させる場合でも隙間がある条件に近い結果が得られると考えられる。

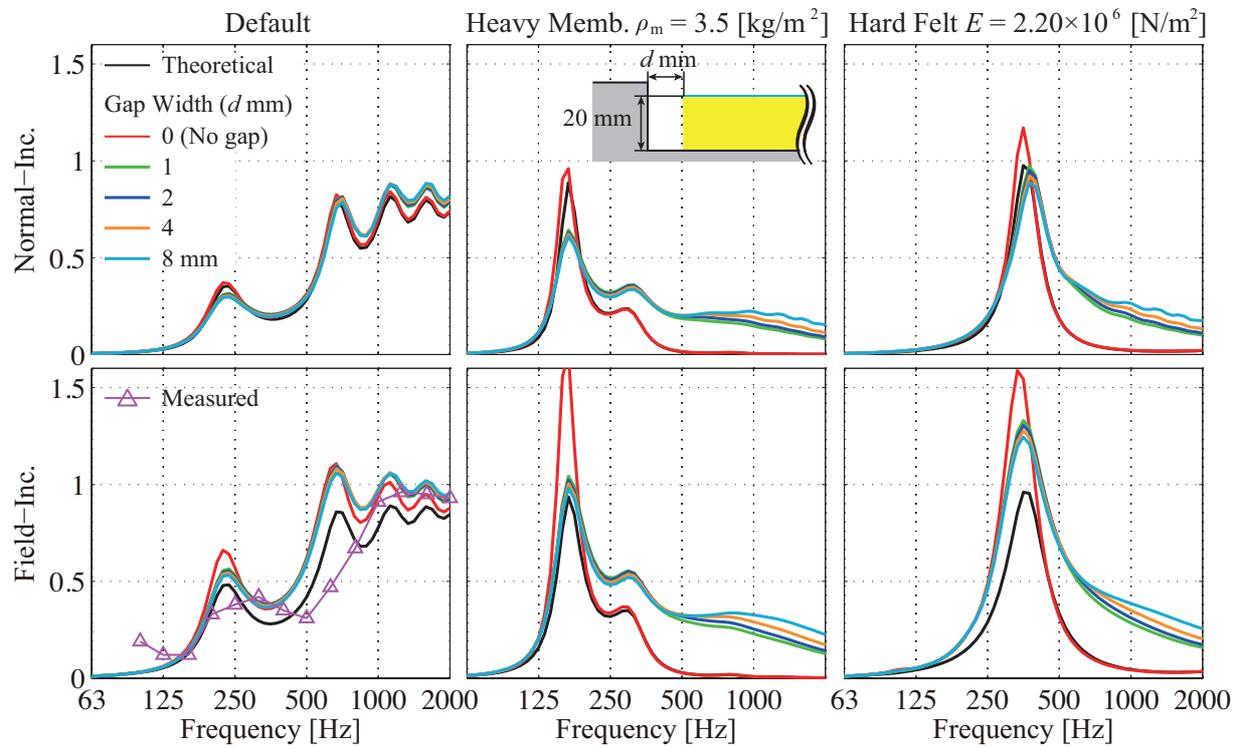


Fig. 4.32: Normal- and field-incidence absorption coefficients calculated for the materials with different sizes of peripheral gaps.

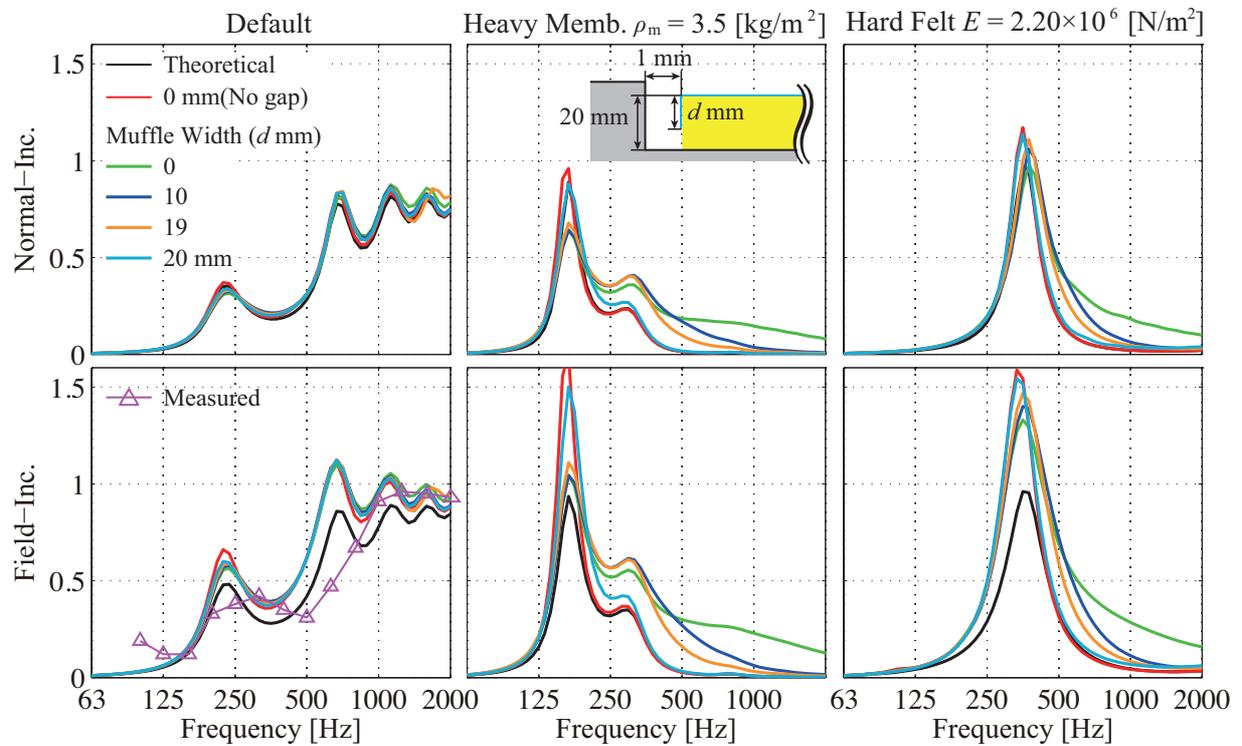


Fig. 4.33: Normal- and field-incidence absorption coefficients calculated for the materials with different sizes of covering on their side face.

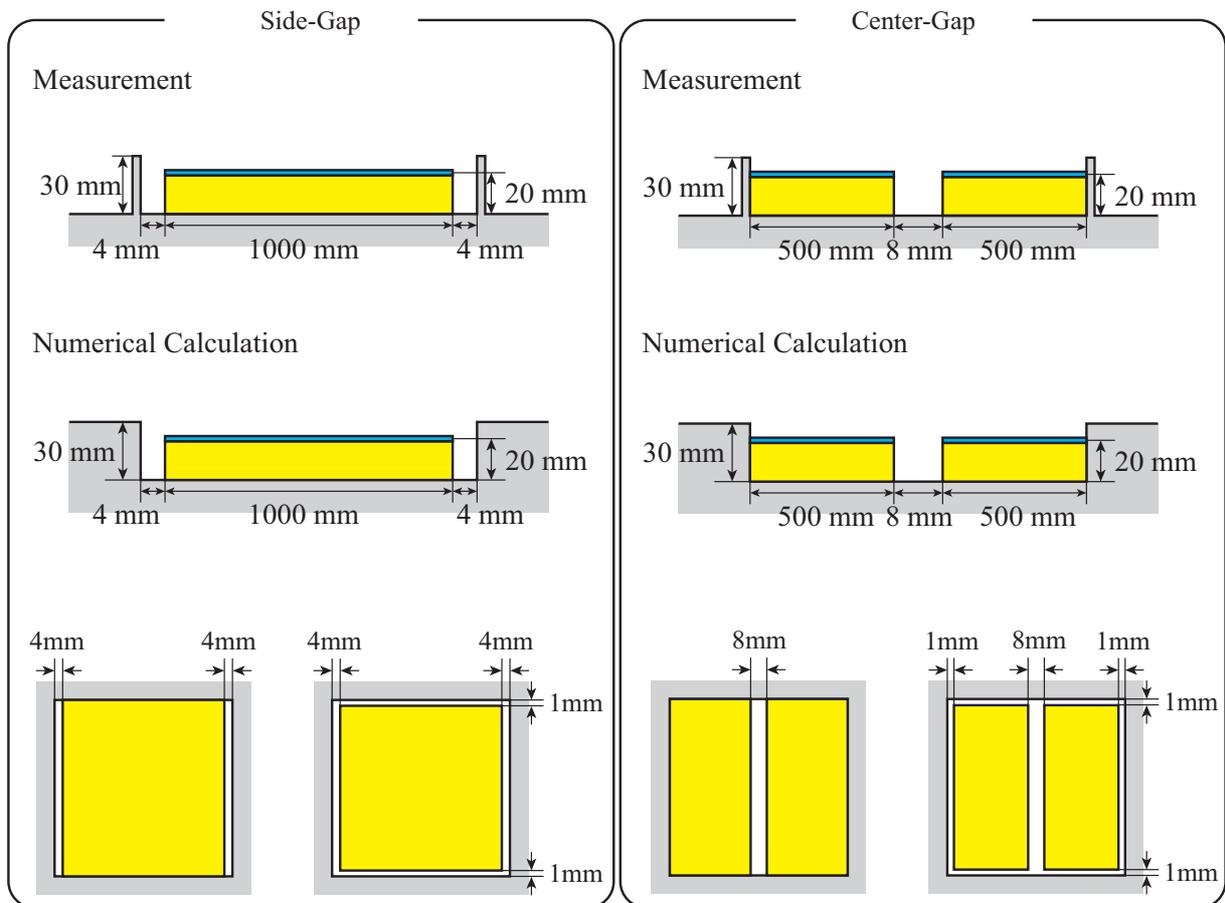


Fig. 4.34: Calculation and measurement conditions for the investigation of air gaps effects on the absorption characteristics.

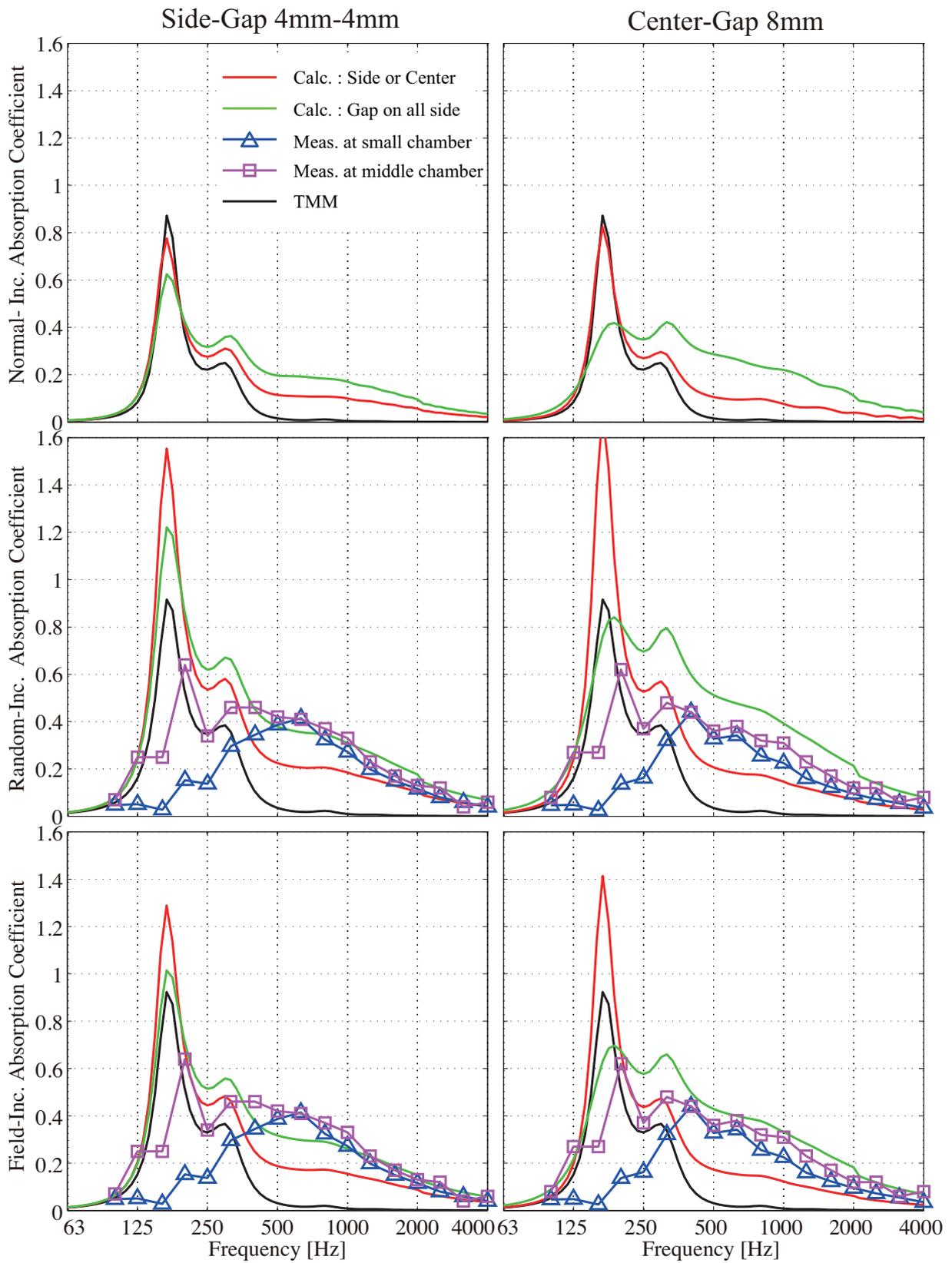


Fig. 4.35: Absorption Coefficients calculated for different gap conditions shown in the last figure.

4.4 まとめ

以下、本章で得られた結果をまとめる。本章では任意の形状、材料構成を想定した吸音率解析モデルについていくつかのモデル化に関する数値解析論的な長所・短所を整理した上で、本論文で採用する解析モデルを提案した。本解析モデルにおける重要なアイデアとして、境界要素法において特に問題となる解の非一意性が生じない問題設定とすること、ガラーキン境界要素法を用いることで全体係数行列を対称化し解析効率を向上すること、凹み内部では有限要素法を採用することにより材料は任意の形状、構成を扱うことができることが挙げられる。このような特徴は次章における透過損失解析についても同様のことがあてはまる。

構築した解析モデル及びプログラムを用い、単層材料および積層材料の吸音率解析を実施し、その妥当性を検証した。また、単層材料の妥当性の中で、面積効果、及びその抑制手法である Deep-well 法に関するケーススタディを行い、実測における誤差要因に関する知見を得た。

第2節では単層多孔質材の解析を行った。面積効果は擦過入射時に無限大面積試料との乖離が大きくなることで生じる現象であると結論づけられる。一般的な多孔質材料においては試料面積を大きくすることでその影響を小さくすることが可能であるものの、回折の生じやすさ・吸音率の大きさがバランスする中音域においては 9 m^2 程度の試料を用いても依然として無限大面積試料との乖離は生じているものと考えられる。また、Deep-well 法による面積効果の抑制は主に高音域において効果が大きいことがわかった。ただし、低音域から中音域にかけては依然として面積効果による影響は残留し、むしろ対向壁間でのモードが励起されることで吸音率にピーク・ディップを生じることが明らかになった。

ここで得られた知見を元に、残響室法吸音率計測の妥当性把握や校正を行うという状況を想定すると、ある程度流れ抵抗の大きい材料について、well の設置は床面平置き試料側面の保護程度に止め、Thomasson の理論と比較することが最も実測結果と理論との対応が明確に観察されるものと考えられる。

第3節では積層材料の解析を行った。積層材料の解析においても本手法は理論的に妥当な計算を行うことが可能であることを示した。ただし、実測結果との対応については材料間の接着条件の考慮が十分でない場合があると考えられ、今後の課題を残した。また、積層材料のモデル化においては試料端部における隙間を考慮することが重要であることを示した。このような隙間の影響は試料表面が振動しにくい場合に顕著であることも確認された。

また、本論文における実測値はすべて中・小規模の試験室での計測値であるため、低音域における実測との対応関係についても今後の課題である。

第5章

剛バフル上の開口内部に設置した音響材料の音響透過損失解析

5.1 緒言

本章では、前章と同様に有限面積、任意の材料構成・形状の音響材料、任意の音波入射角度における透過損失解析を前提としたモデルを提示し、単層・複層材料の透過損失解析を通してその有効性を検証する。また、ケーススタディの中で、透過損失計測において誤差要因として知られるニッシュ効果に関する基本的な検討を行うこととする。

第1節では音響透過損失解析における試料設置、及び端部支持に関する先行研究の整理を行う。また、積層材の解析に関しても第2節では端部支持について簡易モデル及び詳細モデルを構築し、振動エネルギー吸収率に関する基本的な検討を行う。第3節では単層板材料を取り上げ、試料設置及び前節で構築した支持条件が透過損失の解析値に及ぼす影響について検討を行う。第4節では積層材料を対象とし、解析の妥当性の検証を行う。その後、前章と同様に、積層材固有の誤差要因である端部隙間が透過損失に及ぼす影響について考察を行う。

5.1.1 既往関連研究

単層板材料の透過損失予測

■ニッシュ効果による透過損失の変動 音響透過損失測定における試料設置条件に関する変動要因としてニッシュ効果と呼ばれる現象が知られている。ニッシュとは、Fig.5.1のように二つの実験室間の開口部に試料を設置した際に音源室・受音室の壁厚分だけ試料の両側にできる凹みのことをいう。音響透過損失測定の開口部は段差のあるスタガードニッシュ (Fig.5.1(c)) の場合が多い。このニッシュの深さや開口部の試料設置位置が音響透過損失の測定値に及ぼす変動がニッシュ効果と呼ばれている。

ニッシュ効果に関する実験的検討として、Kihlman *et al.* [32] は試料設置条件の異なる実験室実験による検討、Guy *et al.* [24] は試料寸法と設置位置の差異による効果の基本的傾向に関する基本的考察を行っている。ニッシュ深さに関する検討方法として、Guy *et al.* [23], 吉村ら [120] はニッシュを模擬した庇を試料周辺に設置した張り出し型ニッシュ (Fig.5.22(b)) について、それらの寸法の差異による影響の検討を

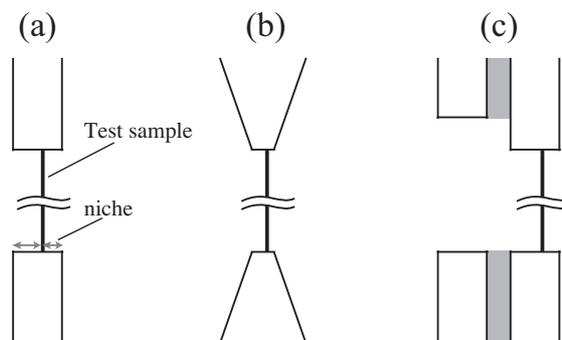


Fig. 5.1: Typical configuration of niches around a specimen.

行っている。ただし、凹み型ニッシュェと張り出し型ニッシュェは物理的に等価な条件ではなく、これらの差異が及ぼす影響は明らかではない。

Vinokur [73] による理論的検討、また Kim *et al.*[33] による数値的検討がなされているが、検討に際して2次元音場を仮定し、さらに開口内部では一次元音響伝搬を仮定している等の大幅なモデル化が行われている点、試料の支持やその他の細かな条件設定ができないといった点から、現実にもつた予測や詳細な現象解明には至っていないといえる。Dijckmans *et al.* は Wave Based Method による数値解析により、残響室法による透過損失計測を模擬した解析を行い、ニッシュェ効果に関する検討を行っている。ここでの解析条件は試料への入射条件が残響室形状に左右されるため、音源・受音室の影響とニッシュェによる影響が混在しているものと考えられる。また、Sakuma *et al.*[58] は張り出し型ニッシュェに関して3次元の音響振動連成解析を行い詳細な検討を行っている。ここでは入射・透過側は半自由空間であるため、純粋にニッシュェによる効果を観察しているものと考えられる。また、実際の音響透過損失測定の際にも試料厚みに対し、開口厚みが小さい場合などには張り出し型ニッシュェを設置することがあるため、その効果の検証という観点においては有用な知見が得られている。しかし、先述のとおり、凹み型ニッシュェと張り出し型ニッシュェの対応関係が明らかでないため、ニッシュェ効果としての一般性を有するかについては不明であると言える。

本論文においては厚みのある材料の解析を前提とし、計算の便宜上試料両面に多少の空気層を設けるため、凹み型のニッシュェ効果を加味した透過損失の予測値を算出することとなる。そこで、本章では凹み型ニッシュェが単層板の透過損失に及ぼす影響について考察を行う。また、張り出し型のニッシュェとの比較を行い、ニッシュェタイプが音響透過損失に及ぼす影響についても考察を行う。

■支持部におけるエネルギー損失 有限板においては板の共振によって音響透過が大きくなる共鳴透過現象が生じ、透過損失にディップが生じる。音響透過損失を帯域換算値で評価する際には帯域内に含まれる透過パワーを平均するため、対象周波数帯域内に透過率の大きな周波数が存在すると音響透過損失の値はディップに伴い大きく低下する。

共振周波数における振動系の変位振幅はその振動系の減衰により記述され、減衰が大きい系では振動変位が小さく、透過損失の落ち込みは小さくなる。ここで、一般的な板ガラスや輸送機器等に用いられる金属のような板・シェル状部材は内部のエネルギー損失が小さく、試料そのものの損失よりも材料を支持し

ている支持材の損失特性が抵抗制御時の主体的な役割を担っている。従って、音響透過損失測定に関しても支持材や支持方法といった支持条件の違いが結果に与える影響は大きく、支持部のモデル化は遮音性能の予測・評価を行う上で非常に重要な要素である。

音響透過損失測定における支持条件の検討として、吉村らは支持材が音響透過損失に与える影響の検討とともに、ガラスの内部損失、支持材による端部損失、音響放射損失を含む試料の総合損失の実験的測定法を開発し、これら影響の検討を行っている [121, 74, 75]。数値解析による検討例として、黒木らは損失係数を SEA 法に反映させた解析を行っている [100, 123]。佐久間らや朝倉らは周辺支持材による支持条件について試料端部の板面外変位と試料の回転角にそれぞれ機械インピーダンスとモーメントインピーダンスを与えたモデルを導入し境界要素法と有限要素法や時間領域有限要素法を用いた音響振動連成解析を行っている [57, 78]。ただし、佐久間らや朝倉らの用いたモデルは板周辺部における局所作用を仮定しており、支持材の三次元的な運動を考慮していない。さらに、想定する支持材の形状等が制限されており、適用条件や板材サイズの定義等、不明な点も多い。そこで本章では、より現実に即した試料端部の支持条件として、3次元弾性体要素で薄板を面的に支持したモデルを導入し、佐久間らの既往研究内容との対応を含め試料端部のエネルギー損失が音響透過損失に与える影響等の検討を行う。

複層材料の透過損失予測

Panneton *et al.*, Sgard *et al.* は二重壁に多孔質弾性体を挿入した構造についてそれぞれ垂直、ランダム入射の透過損失解析を行っている [45, 61]。ただし、ここでは入射、透過側の音場との連成は考慮しておらず、平面波を想定した外力項及び、Rayleigh 積分に基づく放射音圧により透過損失を算出している。自動車の内装材として用いられるような板に貼着する構造の遮音材の数値解析についてはいくつかの報告が見られるが [102]、自動車車室内での空間性能評価に主眼があり、部材性能としての評価は行われていない。本論文冒頭でも述べたとおり、材料開発においては材料性能に汎用性が求められるケースが多いことから、本章ではこのような積層型の音響材料、及び板振動と併せた部材性能予測を行い、本論文で構築する透過損失解析システム有効性を検証する。

5.1.2 解析アルゴリズムの構築

解析モデル

音響透過損失の解析モデルについても本質的に吸音率と同様のことが考えられる。従って、透過損失モデルにおいても、境界要素法領域で解の非一意性が生じないこと、材料及びその周辺の音場を有限要素法による解析を行うこととする。具体的な解析モデルの概念図を Fig. 5.2 に示す。以下に本解析モデルの要点をまとめる。

- 剛バフル中の開口に材料を設置
- 開口内部で任意の材料構成、形状を取る事が可能
- バフル外部の音場に境界要素法を適用
- バフル内部の音場・振動場に有限要素法を適用
- 入射角 (θ_l, ϕ_l) での平面波入射
- 斜入射吸音率を幾何学的入射パワー・ネット透過パワーより算出
- Paris の式により統計入射透過率、統計入射音響透過損失を算出する

Fig.5.3 に本論文で採用する解析モデルにおける一般的な解析メッシュの構成を示す。

透過損失の算出法

ある入射角 θ_l におけるエネルギー透過率は吸音率解析の場合と同様に入射平面波の開口見付面積への入射パワー $W_{inc,l}$ 及び、透過側仮想境界 Γ_t でのネット透過パワー $W_{trans,l}$ より算出する。ネット透過パワー $W_{trans,l}$ は透過側仮想境界 Γ_t 上のアクティブインテンシティから次式で算出される。

$$W_{trans,l} = \int_{\Gamma_t} \mathbf{I}_{n,l} dS, \quad \mathbf{I}_{n,l} = \frac{1}{2} \text{Re} [p_l v_l^{f*}] \quad (5.1)$$

これらを用いて斜め入射透過率 $\tau(\theta_l, \phi_l)$ は次式で表される。

$$\tau(\theta_l, \phi_l) = \frac{W_{trans,l}}{W_{inc,l}} \quad (5.2)$$

最終的に、入射角による重み w_l を考慮し、次式により統計入射エネルギー透過率 τ_{stat} 、及び統計入射音響透過損失 R_{stat} を算出する。

$$\tau_{stat} = \frac{\sum_l \tau(\theta_l, \phi_l) w_l}{\sum_l w_l}, \quad w_l = \sin \theta_l \cos \theta_l \Delta \theta_l \Delta \phi_l \quad (5.3)$$

$$R_{stat} = -10 \log_{10} \tau_{stat} \quad (5.4)$$

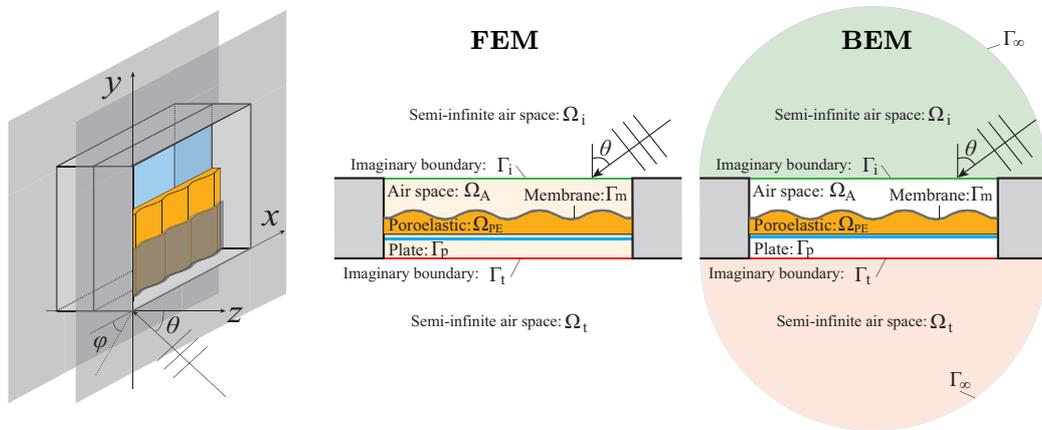


Fig. 5.2: Schematic of the transmission loss analysis model.

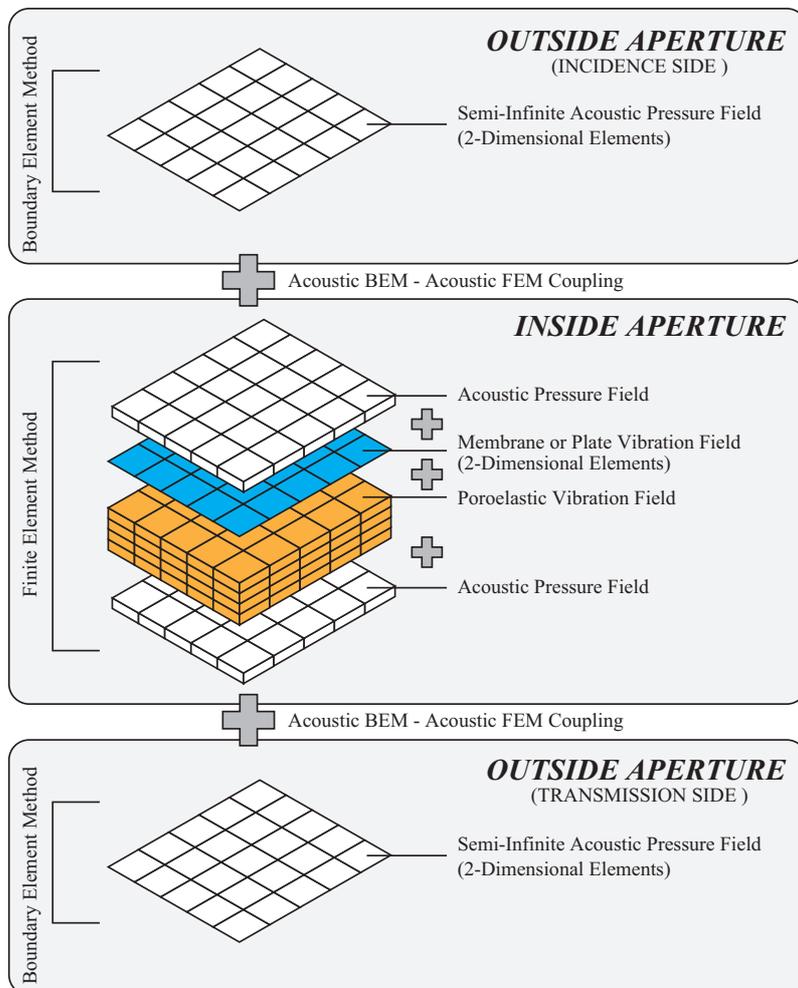


Fig. 5.3: Schematic on the discretization of each fields for transmission loss analysis.

5.2 板状部材の支持条件のモデル化

5.2.1 集中バネ支持モデル

集中バネ支持モデルは Fig.5.5 に示すように板端部がバネにより支持される条件を想定し、このバネが呈するインピーダンスを理論的に算出し、局所作用境界条件として与える手法である。本項では各モデルにおけるインピーダンスを定式化し、具体的に示す。算出において一貫して以下の仮定を用いる。

- Fig.5.4 のように曲げ平面波が板境界に垂直入射する
- 支持材には板面外方向の直歪みのみが生じ、面外方向の剪断歪み及び面内方向の歪みは考慮しない

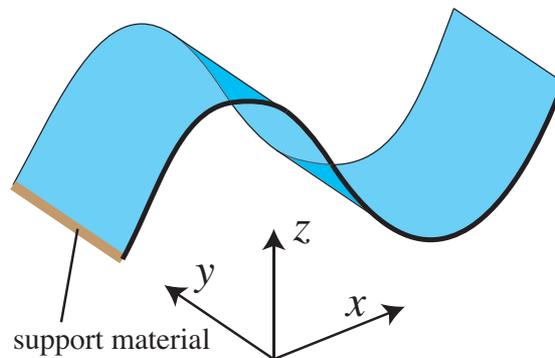


Fig. 5.4: Schematic of propagation of bending plate .

ここで、板との接合面での変位 w_0 、その対向面での固定条件を考慮すると、支持材内部の縦波は以下のように表す事ができる。

$$w = w_0 \frac{\sin k_{1s} z}{\sin k_{1s} h_s} \quad (5.5)$$

ただし k_{1s} は縦波の波数 $k_{1s} = \omega/\bar{c}_s$ 、 \bar{c}_s は縦波の位相速度である。

■ $k_s h \ll 1$ における等価剛性・質量に基づくインピーダンス $k_{1s} h \ll 1$ において、Eq.(5.5) は以下のように表される。

$$w = w_0 \frac{z}{h_s} \quad (5.6)$$

並進バネは、支持材をバネとし、支持材との接合板面全体の面外方向変位に対してバネが作用することとする (Fig.5.5(a))。さらに、板とその両面に接合された支持材において板の面外変位が一様であること

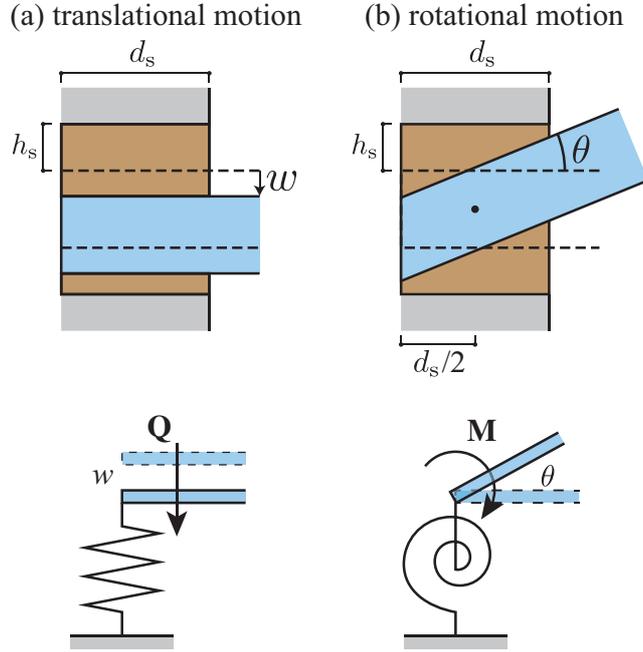


Fig. 5.5: Numerical models of edge support systems: (a) translational spring, (b) rotational spring.

を想定する。この時、支持材全体のポテンシャルエネルギー W_{in} は以下のように表される。

$$W_{in} = \frac{1}{2} d_s \int_0^{h_s} \bar{E}_s \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 dz \quad (5.7)$$

$$= \frac{1}{2} d_s \int_0^{h_s} \bar{E}_s \left(\frac{w_0}{h_s} \right)^2 dz \quad (5.8)$$

$$= \frac{1}{2} \bar{E}_s d_s \frac{w_0^2}{h_s} \quad (5.9)$$

ここで、 \bar{E}_s は支持材の複素ヤング率、 d_s は支持材の設置幅、 h_s は支持材の厚さである。一方、支持材内部の最大振幅 w_0 で振動する、並進バネ係数 k_{trans} の単一振動系のポテンシャルエネルギー W_{trans} は以下のように表される。

$$W_{trans} = \frac{1}{2} k_{trans} w_0^2 \quad (5.10)$$

Eq.(5.9), (5.10) を等値すると $k_{trans} = \bar{E}_s d_s / h_s$ が得られる。板上下面の支持材を考慮すると、機械インピーダンス $Z_{trans}^P = 2k_{trans} / j\omega$ が次式のように表される。

$$Z_{trans}^P = \frac{2\bar{E}_s d_s}{j\omega h_s} \quad (5.11)$$

続いて、境界を軸とした回転角 θ に対して作用する回転バネを考える。この時、支持材幅方向について、ある点 x における板変位は $w_0 = \theta x$ と表される。板端部における回転角はその支持材内部で一定とし、回転による板の面外変位により支持材が板の面外方向へ伸長、圧縮することにより直応力が生じる状

態を想定する (Fig.5.5(b))。このとき、支持材内部のポテンシャルエネルギーは以下のように表される。

$$W_{\text{in}} = \frac{1}{2} \int_0^{h_s} \int_{-d_s/2}^{d_s/2} \bar{E}_s \left(\frac{\partial w(x, z)}{\partial z} \right)^2 dx dz \quad (5.12)$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{h_s} \int_{-d_s/2}^{d_s/2} \bar{E}_s \left(\frac{w_0(x)}{h_s} \right)^2 dx dz \quad (5.13)$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{h_s} \int_{-d_s/2}^{d_s/2} \bar{E}_s \frac{\theta^2 x^2}{h_s^2} dx dz \quad (5.14)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\bar{E}_s d_s^3}{12 h_s} \theta^2 \quad (5.15)$$

一方、回転角 θ による回転運動をする回転バネ係数 k_{rot} のバネのポテンシャルエネルギー W_{rot} は以下のように表される。

$$W_{\text{rot}} = \frac{1}{2} k_{\text{rot}} \theta^2 \quad (5.16)$$

Eq.(5.15), (5.16) を等値すると、 $k_{\text{rot}} = \bar{E}_s d_s^3 / 12 h_s$ が得られる。板上下面の支持材を考慮すると、モーメントインピーダンス $Z_{\text{rot}}^{\text{P}} = 2k_{\text{rot}} / j\omega$ が次式のように表される。

$$Z_{\text{rot}}^{\text{P}} = \frac{\bar{E}_s d_s^3}{6j\omega h_s} \quad (5.17)$$

続いて、支持材の等価質量について定式化を行う。ここで、支持材の等価質量は板への付加質量と見なす事ができる。板により加振を受ける支持材全体の並進の運動エネルギー W_{in} は以下のように表される。

$$W_{\text{in}} = \frac{1}{2} \rho_s d_s \int_0^{h_s} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dz \quad (5.18)$$

$$= \frac{1}{2} \rho_s d_s \int_0^{h_s} \left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \frac{z}{h_s} \right)^2 dz \quad (5.19)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\rho_s d_s h_s}{3} \left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)^2 \quad (5.20)$$

ここで、 ρ_s は支持材の密度である。一方、支持材内部の最大振幅 w_0 で振動する、質量 m_{trans} の単一振動系の運動エネルギー W_{trans} は以下のように表される。

$$W_{\text{trans}} = \frac{1}{2} m_{\text{trans}} \left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)^2 \quad (5.21)$$

Eq.(5.20), (5.21) を等値すると、 $m_{\text{trans}} = \rho_s d_s h_s / 3$ が得られる。板上下面の支持材を考慮すると、並進運動の等価質量による機械インピーダンス $Z_{\text{trans}}^{\text{K}} = j\omega 2m_{\text{trans}}$ が次式のように表される。

$$Z_{\text{trans}}^{\text{K}} = j\omega \frac{2\rho_s d_s h_s}{3} \quad (5.22)$$

最後に板の回転による支持材運動の等価質量を考える。支持材全体の回転の運動エネルギー W_{in} は以

下のように表される。

$$W_{\text{in}} = \frac{1}{2} \rho_s \int_0^{h_s} \int_{-d_s/2}^{d_s/2} \left(\frac{\partial w(x, z)}{\partial t} \right)^2 dx dz \quad (5.23)$$

$$= \frac{1}{2} \rho_s \int_0^{h_s} \int_{-d_s/2}^{d_s/2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \frac{zx}{h_s} \right)^2 dx dz \quad (5.24)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\rho_s d_s^3 h_s}{36} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 \quad (5.25)$$

一方、回転角 θ による回転運動をする等価質量 m_{rot} のバネの運動エネルギー W_{rot} は以下の様に表される。

$$W_{\text{rot}} = \frac{1}{2} m_{\text{rot}} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 \quad (5.26)$$

Eq.(5.25), (5.26) を等値すると、 $m_{\text{rot}} = \rho_s d_s^3 h_s / 36$ が得られる。板上下面の支持材を考慮すると、板の回転により加振される支持材の等価質量による機械インピーダンス $Z_{\text{rot}}^{\text{K}} = j\omega 2m_{\text{trans}}$ が次式のように表される。

$$Z_{\text{rot}}^{\text{K}} = j\omega \frac{\rho_s d_s^3 h_s}{18} \quad (5.27)$$

以上より、集中バネモデルでは板端部の機械インピーダンス、モーメントインピーダンスをそれぞれ以下のように与える。

$$Z_Q = Z_{\text{trans}}^{\text{P}} + Z_{\text{trans}}^{\text{K}} \quad (5.28)$$

$$Z_M = Z_{\text{rot}}^{\text{P}} + Z_{\text{rot}}^{\text{K}} \quad (5.29)$$

■ $k_s h \gg 1$ における支持材の縦モード振動の考慮 支持材内部の縦波の波長が、支持材厚みに比べ大きい場合、支持材自体の縦共振モードによる影響が生じる。そこで、弾性連続体モデルは、支持材に生じる共振のなかでも影響の大きいと考えられる板の面外方向における支持材の一次元縦振動を想定し、定式化を行う。並進バネと同様に板の面外変位が接合面で一様であり、支持材内部に純縦波が生じるものとしたとき、接合部において支持材に生じる力は以下のように書ける。

$$\sigma_n|_{h_s} d_s = \bar{E}_s \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{h_s} d_s \quad (5.30)$$

$$= w_0 \frac{\bar{E}_s k_s d_s}{\tan k_s h_s} \quad (5.31)$$

一方、板端部における剪断力 Q は機械インピーダンスより以下のように表される。

$$Q = j\omega Z_Q w_0 \quad (5.32)$$

Eq.(5.31), (5.32) の釣り合い、及び板上下面の支持材を考慮すると、弾性連続体が呈する機械インピーダンスが以下のように得られる。

$$Z_Q = \frac{2\rho_s c_s d_s}{j \tan(k_s h_s)} \quad (5.33)$$

5.2.2 三次元弾性体支持モデル

三次元弾性体モデルは支持部材を三次元弾性体振動場として取り扱い、板との連成振動場を解析するモデルである。板と三次元弾性体の連成方法に関しては2.7.3項に示すとおりである。集中バネ支持モデルが局所作用を仮定しているのに対し、三次元弾性体モデルでは拡張作用を考慮するモデルである。また、支持材自体に有限要素法を適用する事から任意の形状や、初期歪み等を考慮可能であることもメリットである。一方、解析における自由度が増大すること、波長に応じた分割数の設定を要するなど、導入が比較的煩雑であることがデメリットである。

5.2.3 垂直入射エネルギー吸収率の比較

本項では上記2つのモデルによる板端部のエネルギー減衰に関する基礎的検討を行う。ここでは前章に詳述した音響管法による垂直入射吸音率の計測手法を数値解析上で薄板の曲げ波に応用する。曲げ波が垂直に入射した際に吸収される振動エネルギーの吸収率を垂直入射振動エネルギー吸収率と定義する。これを用いて音響透過損失予測に用いる支持材の解析モデルについて基礎的検討を行う。

解析手法

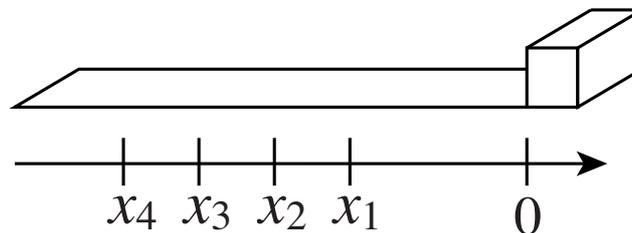


Fig. 5.6: Four microphone method for the determination of the amplitude of bending wave.

板形状としては音響管と同様に、板幅方向にモードが生じないように十分に細い帯状の薄板を想定する (Fig.5.6)。板における曲げ波の伝搬は、梁の曲げ波と同様に伝搬方向 x のみに関する4階の偏微分方程式で表され、一般解は曲げ波における波数 k_B を用いて下式のように与えられる。

$$w = A_1 e^{-jk_B x} + A_2 e^{jk_B x} + A_3 e^{-k_B x} + A_4 e^{k_B x} \quad (5.34)$$

ここで、 k_B は曲げ波の波数である。第1,2項はそれぞれ正負方向の伝搬波を表し、第3,4項は境界近傍に存在する境界近接波を表す。よって、各点 x_i における変位を w_i とするとき、 $\{\mathbf{A}\} = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}^T$ は以下のように求めることができる。

$$\{\mathbf{A}\} = [\mathbf{D}]^{-1} \{\mathbf{w}\} \quad (5.35)$$

ここで、 $\{\mathbf{w}\} = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}^T$ とし、 $[\mathbf{D}]$ は以下のように表されるものとする。

$$[\mathbf{D}] = \begin{bmatrix} e^{-jk_B x_1} & e^{jk_B x_1} & e^{-k_B x_1} & e^{k_B x_1} \\ e^{-jk_B x_2} & e^{jk_B x_2} & e^{-k_B x_2} & e^{k_B x_2} \\ e^{-jk_B x_3} & e^{jk_B x_3} & e^{-k_B x_3} & e^{k_B x_3} \\ e^{-jk_B x_4} & e^{jk_B x_4} & e^{-k_B x_4} & e^{k_B x_4} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

これを解き、複素音圧反射率 $r = A_1/A_2$ を用いてエネルギー吸収率 α_n は次式で求められる。

$$\alpha_n = 1 - \left| \frac{A_1}{A_2} \right|^2 \quad (5.37)$$

帯状の薄板の振動解析を行い4点の変位を求めることでベクトル $\{\mathbf{A}\}$ を求め垂直入射エネルギー吸収率の算出を行う。なお、集中バネ支持モデルによる支持の場合は端部の機械インピーダンスとモーメントインピーダンスを板要素に局所的に与えるため、そのときの垂直入射振動エネルギー吸収率は解析的に求めることができる [57]。ここで、この算出手法の妥当性の検討として、Fig.5.7 に集中バネ支持モデルを用いた数値解析結果から上記算出手法を用いて算出した垂直入射振動エネルギー吸収率 (赤破線) と解析的に算出した垂直入射振動エネルギー吸収率 (黒実線) の算出例を示す。集中バネ支持モデルとして弾性連続体モデルを用いた。200 Hz 付近の極大点は板を質量、支持材をバネとした共振を表し、1600 Hz、3200 Hz 付近の極大値は支持材の縦波によるモードを示す。極大点付近、極小点付近ともに両者は良い対応を示し、板サイズの有限性の影響や要素分割による数値誤差は非常に小さく次元伝搬しているものと言える。

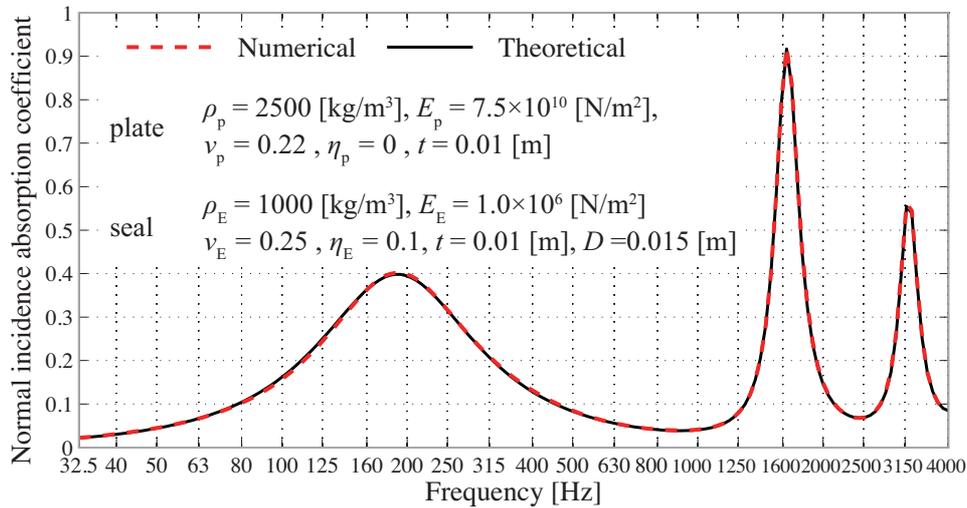


Fig. 5.7: Comparison between numerical model and theoretical.

以降の検討で用いる板材，シール材の基本となる物性値を Tab. 5.1 に示す。

Tab. 5.1: Physical properties and directions of the plate and the support material.

Plate	Size	2000 × 20	[mm ²]
	Thickness	10	[mm]
	Young's modules	7.5×10^{10}	[N/m ²]
	Density	2500	[kg/m ³]
	Poisson's ratio	0.22	
	Loss factor	0	
Support material	Young's modules	1.0×10^6	[N/m ²]
	Density	1000	[kg/m ³]
	Poisson's ratio	0.25	
	Loss factor	0.5	

適合条件による影響

板と三次元弾性体の適合条件については 2.7.3 項に示した三次元的な変位の連続性により表されるが，高柳らは面外変位のみの適合によりスピーカの振動板と支持部材の連成解析を行っている [110]。ここでは，本論文で定式化した適合条件と，高柳らの手法の比較を行う。Fig.5.8 に，板の面外変位と面内変位の適合 (Fixed)，板の面外変位のみの適合 (Slip)，集中バネ支持モデルの計算結果に相当する理論値 (Spring) を示す。ただし，三次元弾性体の板との適合面の対面の拘束条件として，面外・面内変位を適合させた条件においては固定支持とし，面外変位のみを適合させた条件においては板の面外方向変位のみ拘束した。

両適合条件とも，板を質量，支持材をバネとしたバネマス共振に伴う低周波数での吸収率の増加と，支持材の縦波モードの共振による高周波数域での吸収率の増加をよく捉えているといえ，概ね集中バネ支持モデルと対応している。板の面外変位の運動によるエネルギー損失が支配的となっていることがわかる。

ただし，バネマス共振の周波数は両適合条件とも集中バネ支持モデルよりわずかに上昇し，ピークが急峻となっている。これは，並進運動により支持材の水平方向にも歪みが生じるため，ポテンシャルエネルギーが上昇し，見かけ上の等価剛性が上昇したものと推察される。また，支持材の縦波のモード共振によるエネルギー吸収率は集中バネ支持モデルよりも低下している。集中バネ支持モデルは並進運動時の変位が適合面において一定の分布をもっているのを仮定しているのに対し，実際の弾性支持では曲げ波の波長や回転運動により変位の分布が生じているためであると考えられる。

各共振の生じている周波数における振動姿態を把握するため，それぞれの適合条件により片面のみ接合させた三次元弾性体と平板の振動変位例を Fig.5.12~5.15 に示す。一自由度のバネマス共振周波数付近である 200 Hz と，支持材のモード共振周波数付近である 4000 Hz の振動分布であり，色付けは変位の絶対値を示している。なお，振動姿態の可視化のため変位は支持材寸法に対して 200 Hz では 10 倍に，4000 Hz では 1000 倍にそれぞれ拡大している。200Hz 振動時の変位をみると，いずれの振動姿態も，板面外方向の伸縮に加え面内方向への変位も観察されるが，概ね面外方向に変位の分布がみられる。また，面外方向変位のみ適合させた Slip 条件では拘束面における変位が確認できる。4000 Hz の振動分布をみると，拘束面に垂直な辺がいずれも概ね逆位相で振動していることからモードが生じていることが確認できる

が、集中バネ支持モデルでは表現出来ない非常に複雑な振動姿態となっていることが観察される。

支持材寸法による影響

■**板材の厚み** 寸法による影響の検討として、まずガラスの厚みによる影響を検討したエネルギー吸収率を Fig.5.9 に示す。板材を質量、支持材をバネとしたバネマス系の一自由度共振周波数は板厚の増加、即ち質量の増加に伴い低下している。また、板厚が大きくなるにつれ、支持材のモードによる共振に伴うエネルギー吸収率は小さくなる傾向を示す。これは板の質量が増すにつれ端部での変位が小さくなり、支持材内部のポテンシャルエネルギーが低下するためであると考えられる。なお、三次元弾性体支持の場合には高周波数域では支持材厚み方向の縦波の一次元的伝搬がくずれるため、集中バネ支持モデルよりもエネルギー吸収率は小さくなる。

■**支持材の厚み** 支持材の厚みを変化させたときのエネルギー吸収率の変化を Fig.5.10 に示す。厚みの増加に伴い、バネマス共振におけるバネの機械インピーダンスが低下し、バネマス共振の周波数が低下している様子がわかる。また、支持材の厚み方向に生じるモードの周波数も厚み増加に伴い低下するが、その際、エネルギー吸収率は厚い程増加している。これらの傾向は支持モデル間で概ね一致している。

■**支持材の接合幅** 支持材の接合幅を変化させたときのエネルギー吸収率の変化を Fig.5.11 に示す。接合幅の増加に伴い、並進運動のバネマス共振の生じる周波数や支持材のモード共振時のエネルギー吸収率に関し、集中バネ支持モデルと三次元弾性体支持モデルで大きく傾向が異なることがわかる。ここで、接合幅を 60 mm としたときの 4000 Hz における一周期での変位分布を Fig.5.16 に示す。試料曲げ波の波長と支持材の接合幅の関係により、接合領域の端部において逆相に近い振動分布をもっていることがわかる。集中バネ支持モデルでは 4000 Hz 付近において一定の面外方向変位をもった縦振動による共振を仮定しているため接合幅増加に伴うエネルギー吸収率の増加が三次元弾性体支持モデルでは小さくなっている。

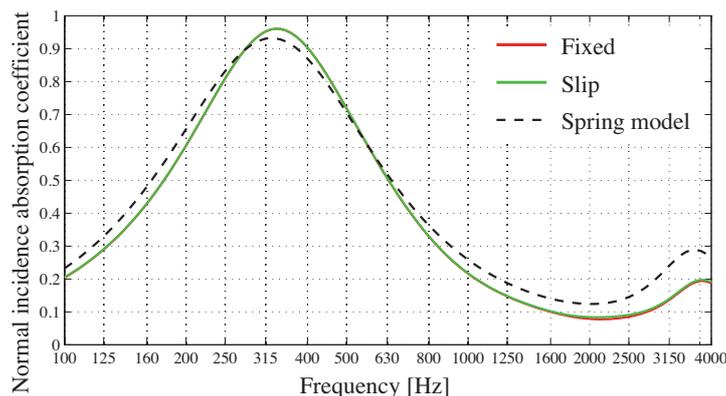


Fig. 5.8: Comparison between coupling conditions. The value for a spring model is also shown as a reference.

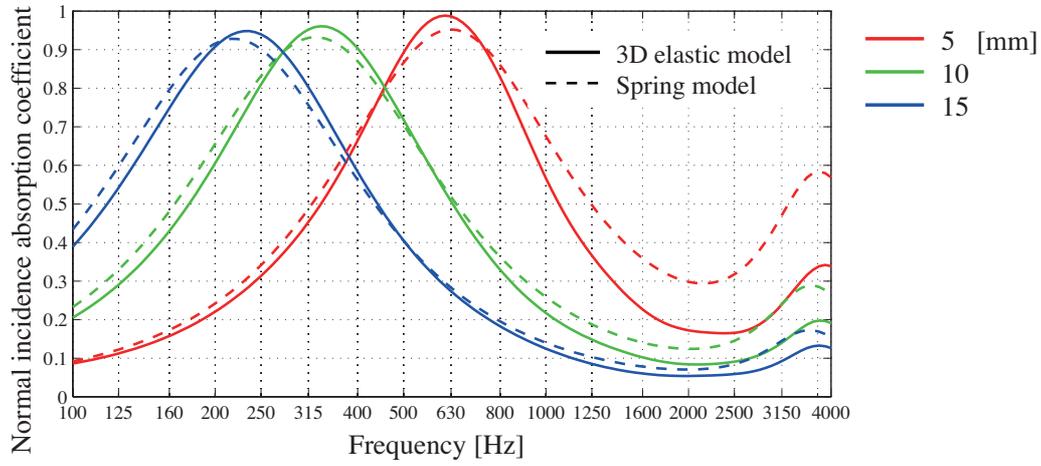


Fig. 5.9: Effects of the plate thicknesses.

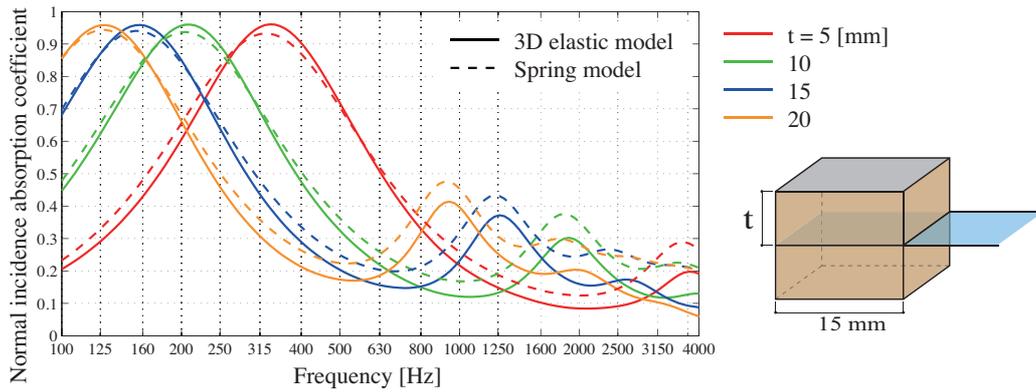


Fig. 5.10: Effects of the thicknesses of the support material.

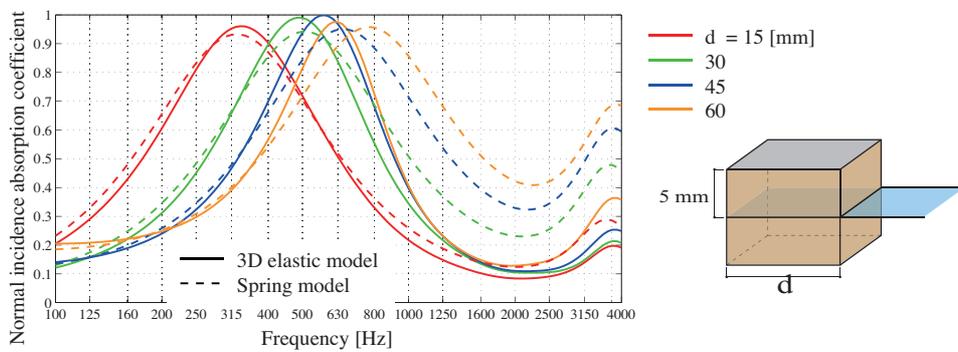


Fig. 5.11: Effect of connected widths of the support material.

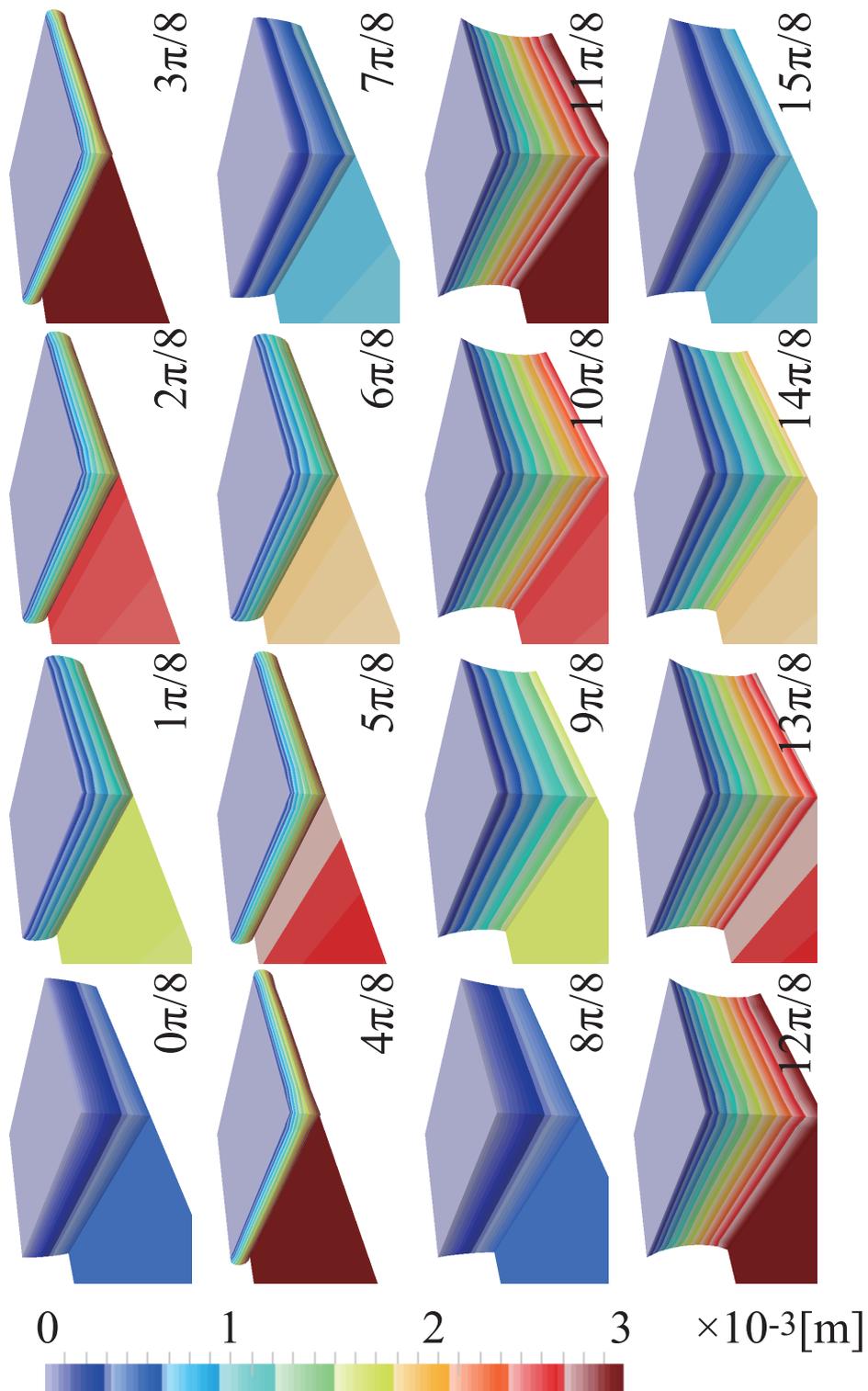


Fig. 5.12: Displacement field of three-dimensional elastic material and plate at 200 Hz. Three dimensional displacement continuity was imposed.

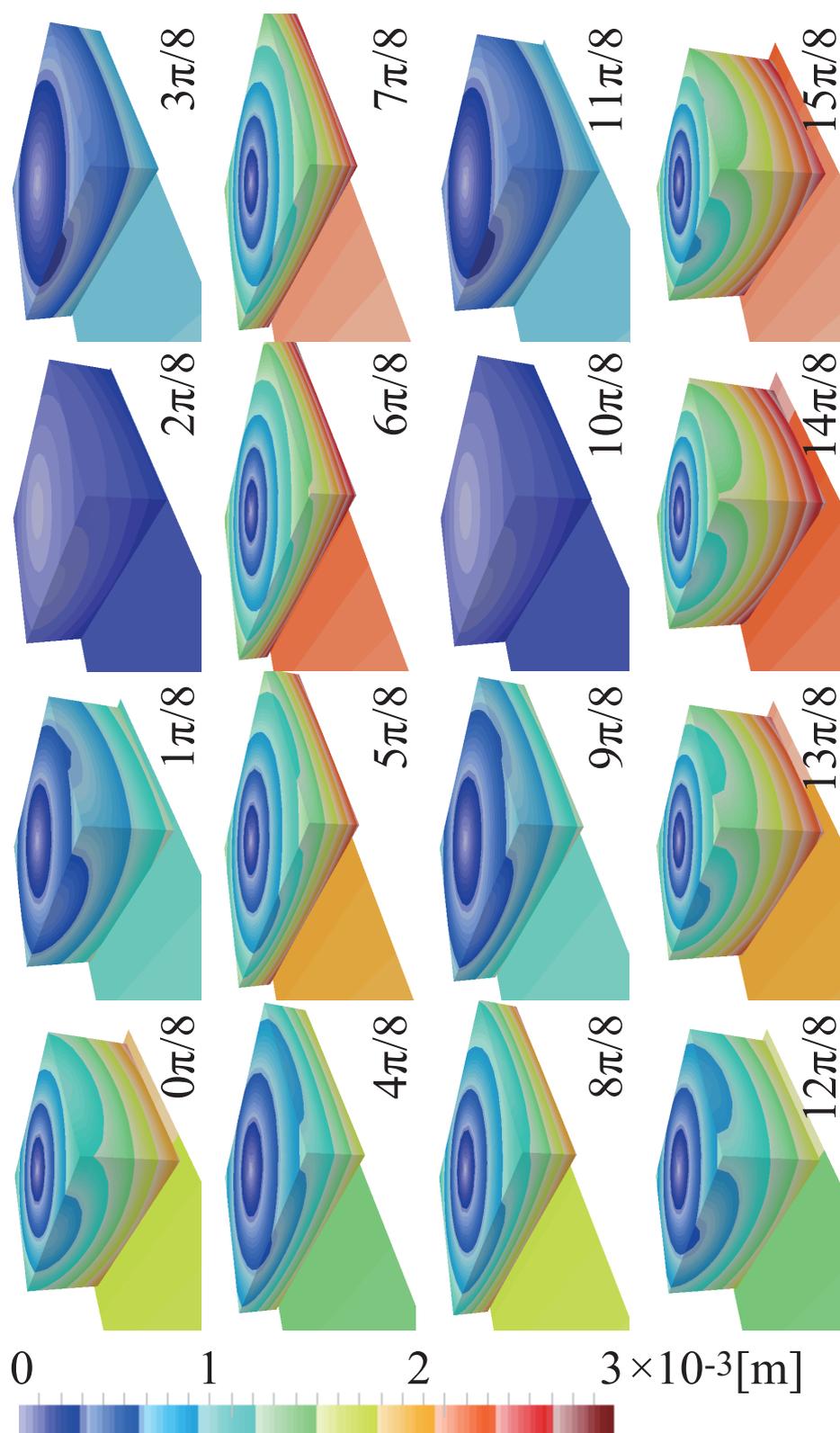


Fig. 5.13: Displacement field of three-dimensional elastic material and plate at 200 Hz. Out-of-plane displacement continuity was imposed.

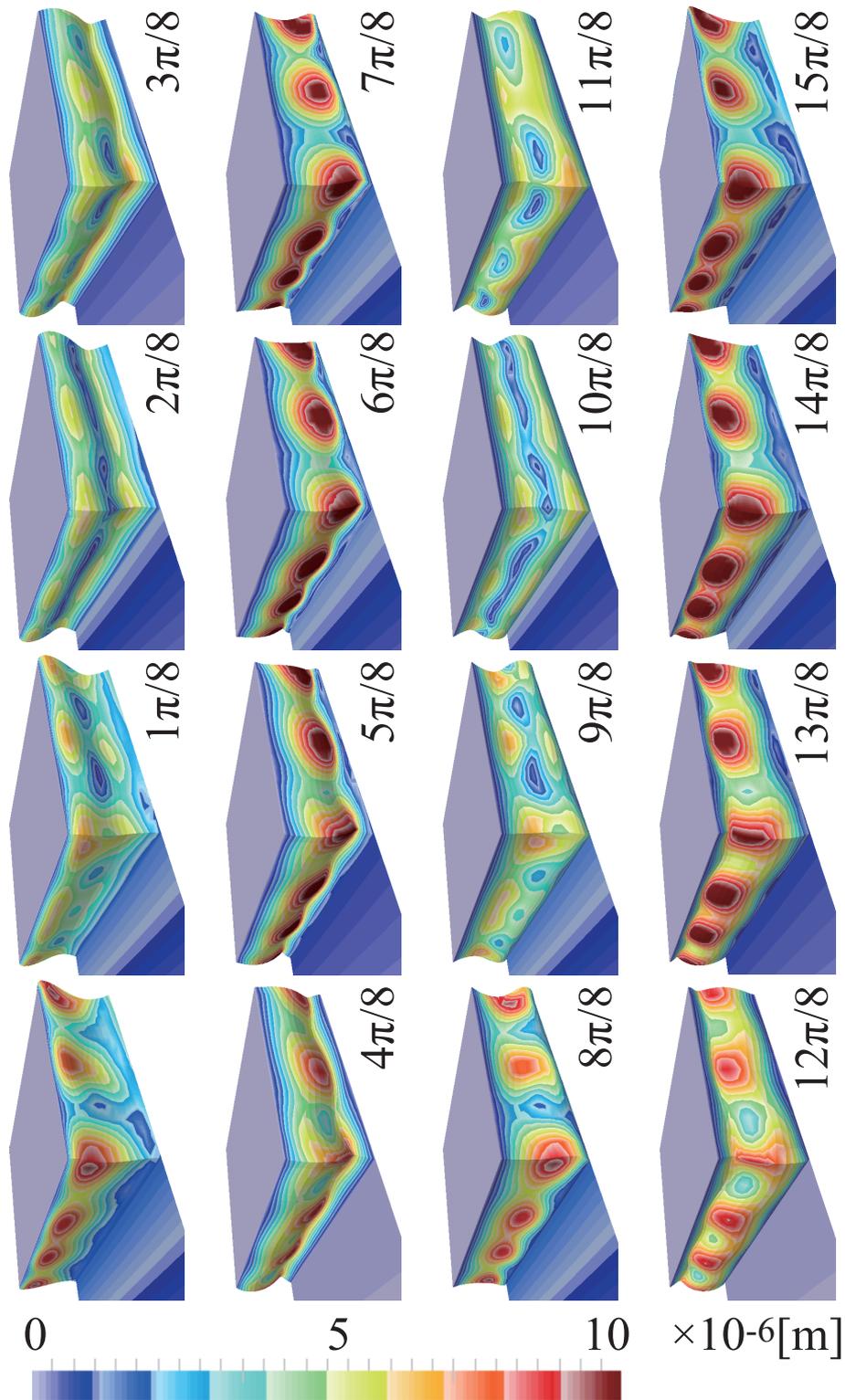


Fig. 5.14: Displacement field of three-dimensional elastic material and plate at 4000 Hz. Three dimensional displacement continuity was imposed.

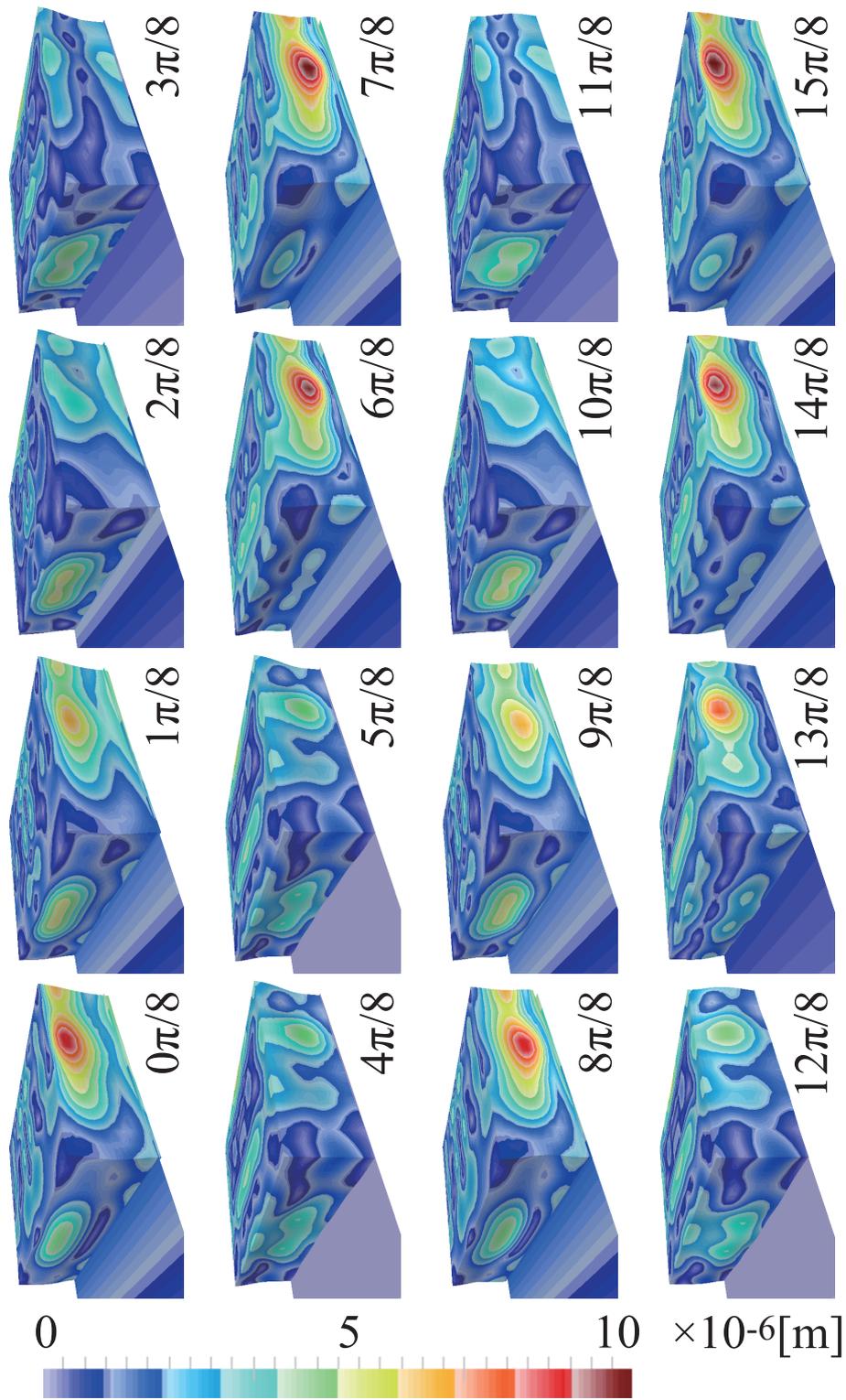


Fig. 5.15: Displacement field of three-dimensional elastic material and plate at 4000 Hz. Out-of-plane displacement continuity was imposed.

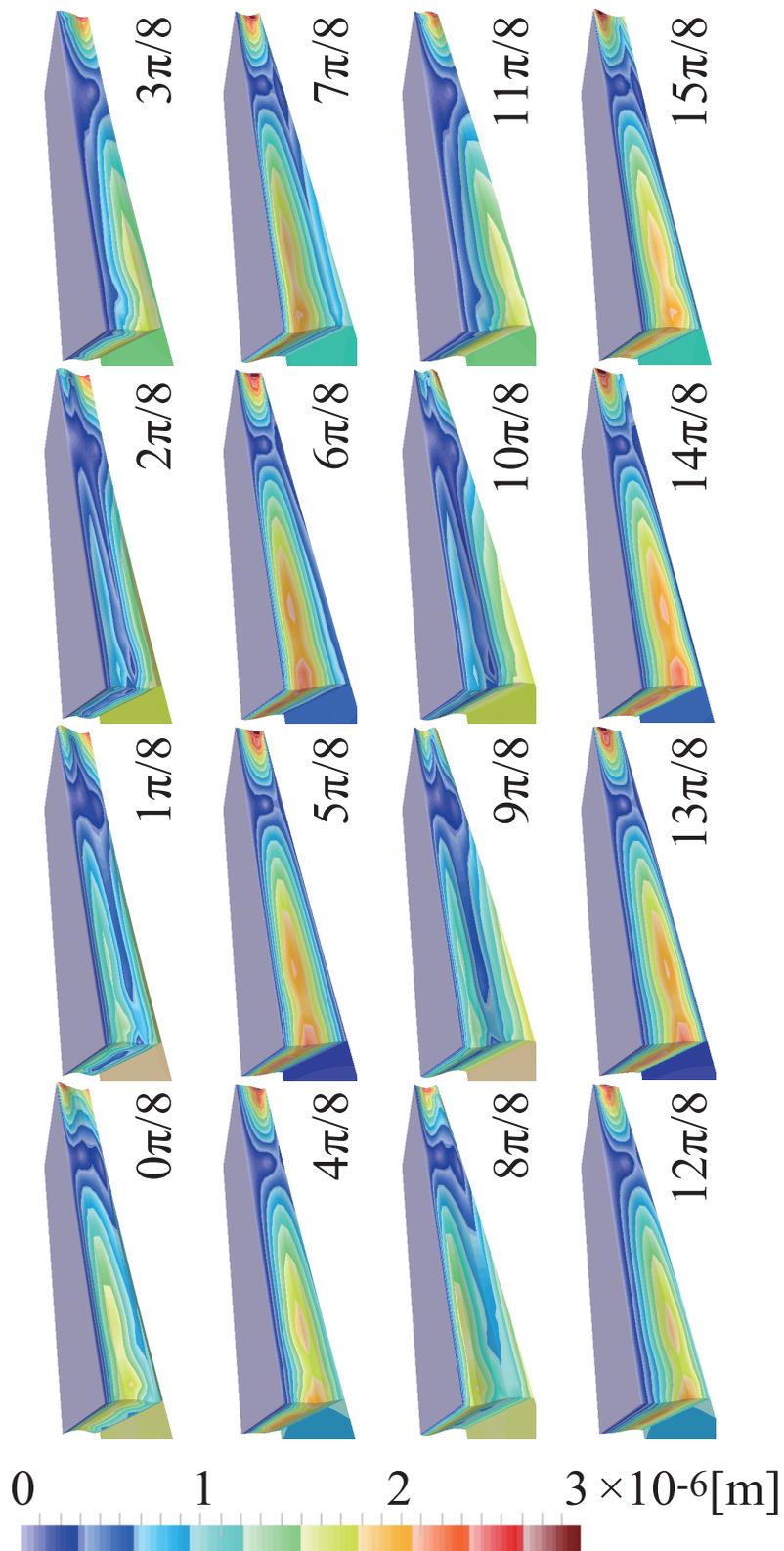


Fig. 5.16: Displacement field of three-dimensional elastic material and plate at 4000 Hz.

支持材物性値による影響

■ヤング率の影響 支持材のヤング率を変化させた場合のエネルギー吸収率を Fig.5.17 に示す。ヤング率の増加に伴う並進運動のバネマス共振周波数の増加が確認できる。また、ヤング率が 10^8 や 10^9 N/m² の並進バネ共振以下の低周波数域において集中バネ支持モデルのエネルギー吸収率は 0.1 以上となっているが、これは回転バネによる共振の影響である。三次元弾性体支持モデルの場合も回転バネ相当の吸音エネルギーの増加が確認できるが、その値は集中バネ支持モデルと異なり、特にヤング率 10^8 N/m² の場合に乖離が大きい。また、ヤング率 10^9 N/m² でも回転バネによる共振周波数が一致していない。集中バネ支持モデルの導出にあたっては板の面外方向の縦歪みによる応力のみ考慮しているのに対し、三次元弾性体支持モデルでは弾性体のせん断力が作用し、また面内方向への運動もみられることによりこれら吸収率の乖離が生じているものと考えられる。

■損失係数の影響 支持材の損失係数を変化させたときのエネルギー吸収率を Fig.5.18 に示す。並進運動のバネマス共振において、損失係数が増加することによりエネルギー吸収率が増加するとともに共振周波数が若干上昇する。さらに、損失係数が小さい場合には支持材のモードによる共振のピークが鋭く現れる。ただし、その周波数は集中バネ支持モデルよりも高い。縦振動を想定している集中バネ支持モデルとの乖離が損失係数の小さい場合には顕著に現れることがわかる。

■密度 支持材の密度を変化させたときのエネルギー吸収率を Fig.5.19 に示す。ガラスのもつ質量と比較し支持材のもつ質量が小さいため、並進運動のバネマス共振には影響はほとんどみられない。一方で、支持材のモードによるピークに対する影響は大きく、密度の大きい場合により低い周波数で高い値となるピークが生じる。

■ポアソン比 支持材のポアソン比を変化させたときのエネルギー吸収率を Fig.5.20 に示す。なお、集中バネ支持モデルでは板の面内方向への歪みを仮定していないためポアソン比は考慮されない。集中バネ支持モデルによる理論値を黒破線で示す。

ポアソン比が 0.5 に近づくにつれ急激に並進運動のバネマス共振の上昇がみられるが、これは並進運動に対する垂直の方向に生じるひずみが増加することによる見かけ上の並進バネ定数の増加によるものである。本研究における支持材のポアソン比は 0.25 としたが、この場合には集中バネ支持モデルの共振周波数と概ね一致していることがわかる。

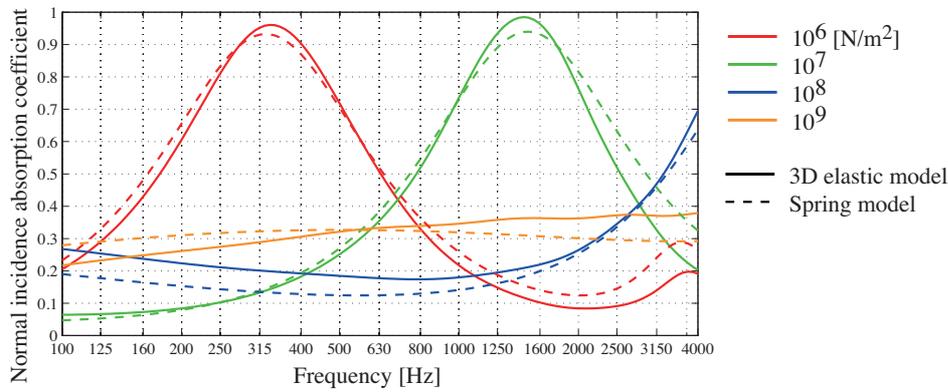


Fig. 5.17: Effects of young's moduli of the support material.

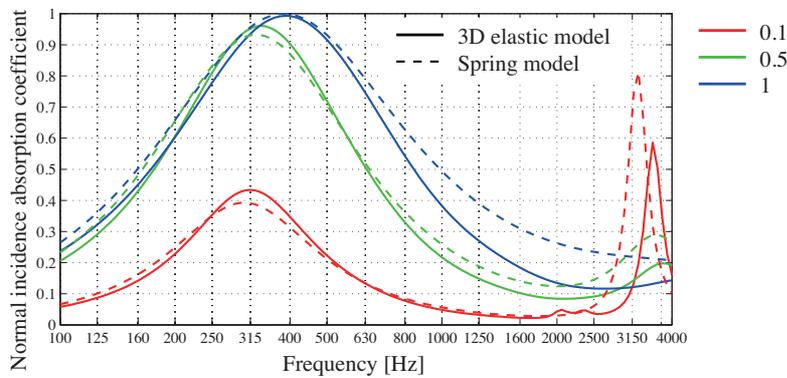


Fig. 5.18: Effects of damping coefficients of the support material.

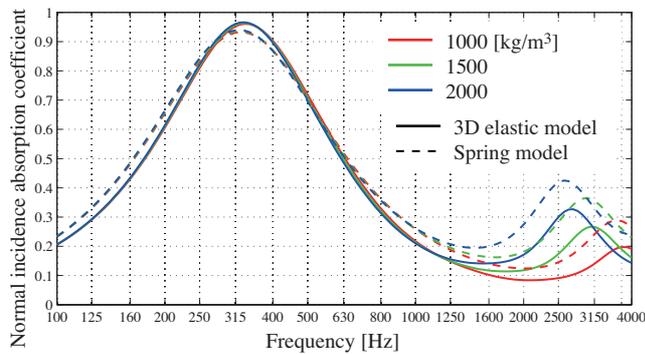


Fig. 5.19: Effects of densities of the support material.

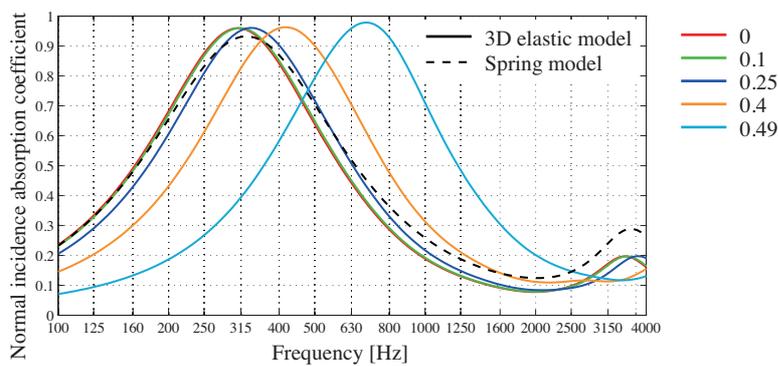


Fig. 5.20: Effects of poisson's ratios of the support material.

5.3 単層板材料の音響透過損失

本節では一般に板状部材の遮音性能の計測及び予測において、主要な透過損失の変動要因となる試料設置及び端部支持条件に関する数値解析的検討を行う。

5.3.1 試料設置条件に関する検討

本項では凹み型・張り出し型ニッシュについてニッシュ深さや試料設置位置を変化させた場合の透過損失の変化について比較・考察を行う。ここで、張り出し型ニッシュの解析モデルについては、薄い無限大剛バフル中の板試料四周を剛な薄板で囲ったモデルを想定する (Fig.5.21)[58]。板振動場の解析には有限要素法、音場の解析には入射、透過側各領域で鏡像を考慮した境界要素法を適用する。また、薄い物体に対する取り扱いとして、物体の厚みを極限的に0と仮定した縮退境界を導入し、弾性薄板に対応する境界で基本型、ニッシュに対応する境界で法線方向微分型の境界要素法を適用する。また、以降の解析でニッシュなしの解析結果は本手法において入射・透過側共にニッシュに相当する境界を設けない場合の結果である。

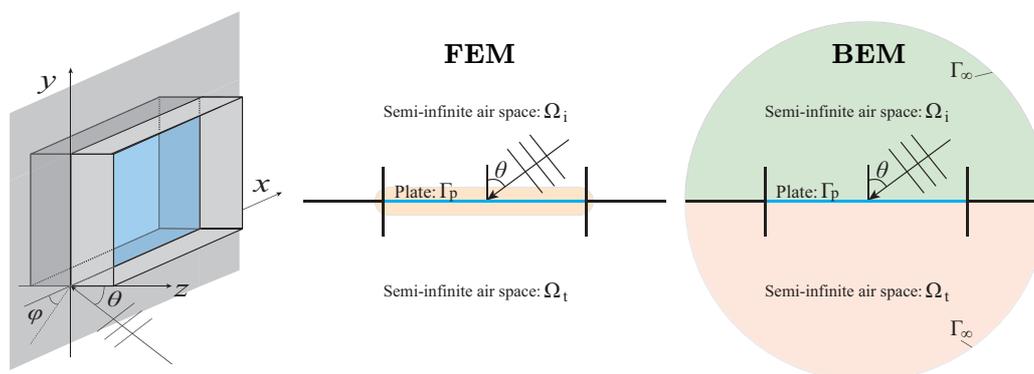


Fig. 5.21: Analysis models for overhang niche.

ニッシェ深さの影響

本検討ではニッシェ効果に関する基礎的知見を得ることを目的とするため、検討を行うニッシェ形状は試料四周に対し垂直に設置されたフラットニッシェを対象とする。JIS A 1416:2000 では空気遮断性能測定時のニッシェ厚を 0.5 m 以内としていることから、本研究で検討を行うニッシェ深さを 0 mm, 150 mm, 300 mm, 450 mm と段階的に変化させ、音響透過損失の算出を行う。検討を行う板試料として 0.9 m × 0.9 m のガラスを想定した物性値を与える。

Tab. 5.2: Physical properties and directions of the plate.

Size	0.9×0.9 [m ²]
Thickness	0.01[m]
Young's module	7.5×10^{10} [N/m ²]
Density	2500 [kg/m ³]
Poisson's ratio	0.22
Loss factor	0.002

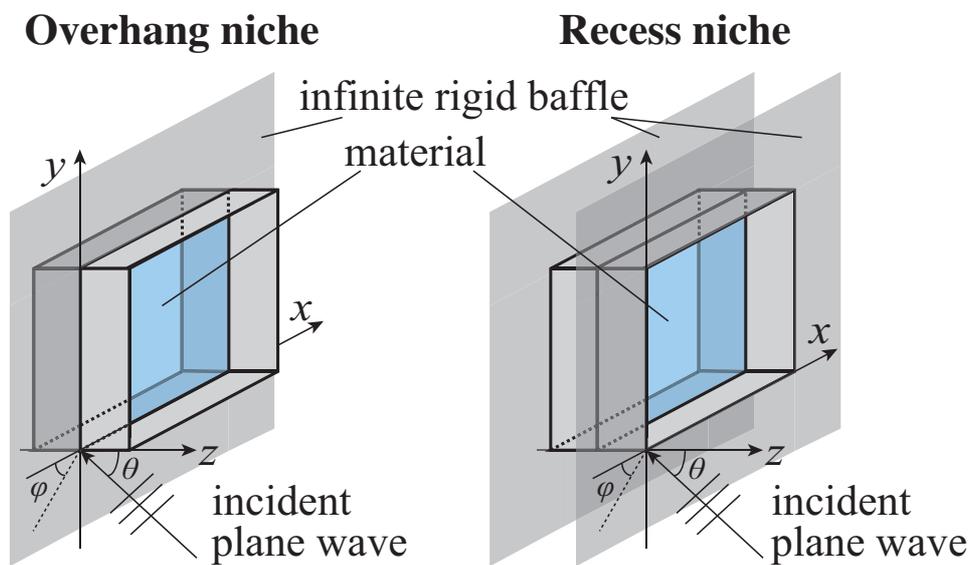


Fig. 5.22: Schematic of niche models.

■板試料厚 二つのニッシェタイプについて、ガラスの板厚を 5 mm, 10 mm, 15 mm に変化させたときのランダム入射音響透過損失を Fig.5.24 に示す。併せて、質量則と単純支持の有限板理論式である Sewell の式 [60] を示す。いずれの場合でも板共振により音響透過損失にディップが生じており、その周波数は板厚により異なる。また、ニッシェが浅い場合モデル・板厚に依らず非共振周波数で概ね Sewell の理論式に従う傾向が確認できる。しかしニッシェが深くなるにつれてコインシデンス限界周波数 (f_c) 以下の非共振周波数においていずれの板厚においても透過損失の低下がみられ、Sewell の理論式による値から乖離していく傾向を示す。この傾向はニッシェ効果に関する従来の知見と一致しているが、凹み型ではより顕著となり、特に低周波数において低下量が大きい。

ここで板共振によるディップについてより詳細な検討を行うため、板厚 10 mm 時の 250 Hz ((2,2) モード) 付近について、1/768 オクターブ中心周波数おきに検討を行った。結果を Fig.5.23 に示す。1/24 オクターブバンド中心周波数おきの計算ではニッシェによりディップが浅くなっているように見えるものの、解析周波数を細かく設定した場合には大きくディップが浅くなるのではなく、ニッシェ深さの増加とともに共振周波数がより低域にシフトしていることがわかる。これは、ニッシェが深くなることに伴い音響付加が増加していることを意味している。なお、このときの真空中の板の共振周波数の理論値は 251.5 Hz である。

ただし、張り出し型と比較し凹み型はディップの生じる周波数の低下がより顕著であることがわかる。板振動による音響放射時に凹み型がより音響負荷が大きくなっていることが推察される。

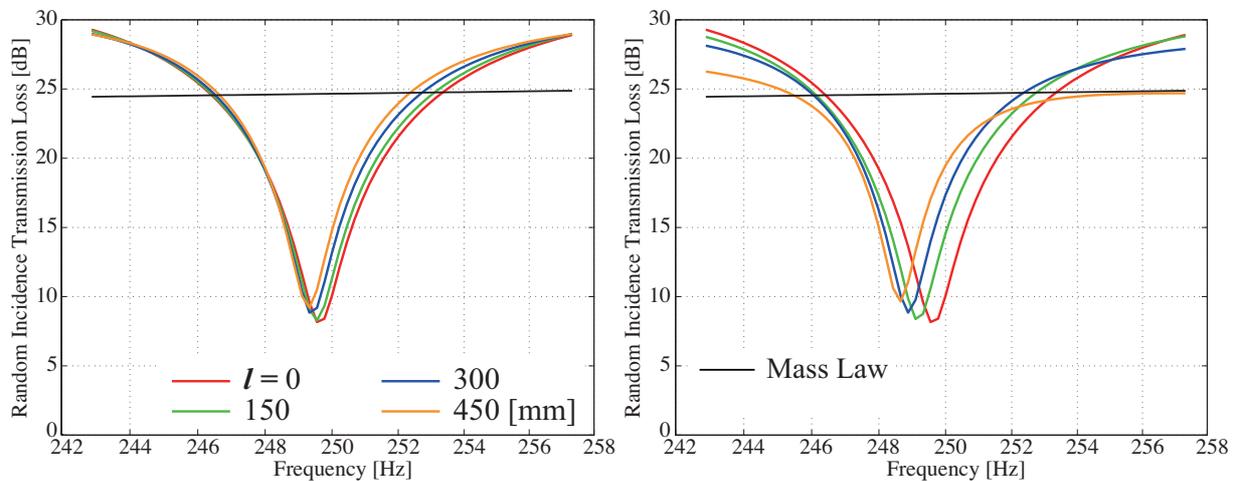


Fig. 5.23: Comparison between different depths of niche at resonant frequency. Left: Overhang niche, Right: recess niche.

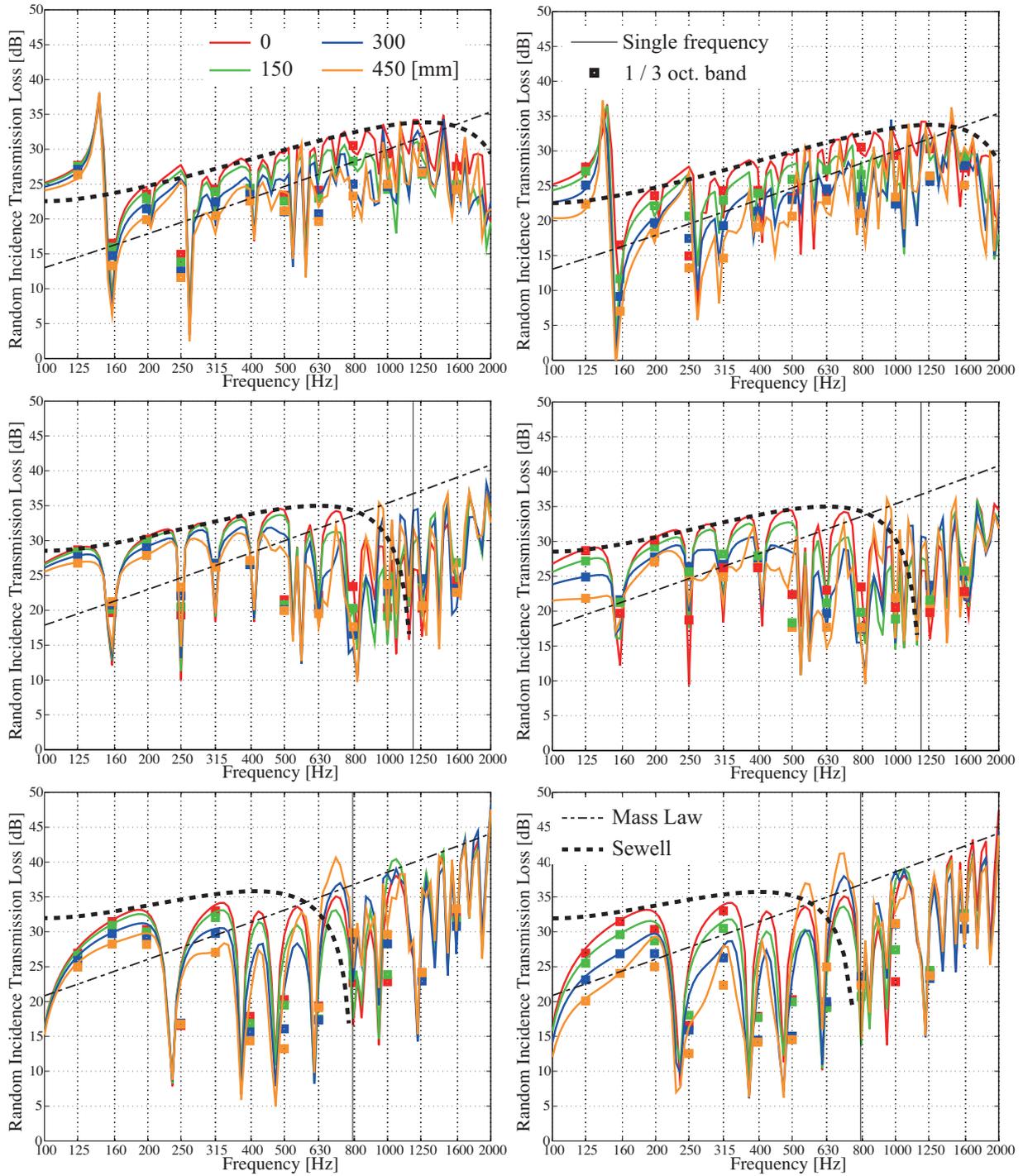


Fig. 5.24: Comparison between different depths of overhang niche (left) and recess niche(right). Plate thicknesses are 5 mm (top), 10 mm (middle) and 15 mm (bottom).

■入射条件 厚さ 10 mm のガラス板，単純支持条件における垂直入射条件，ランダム入射条件，音場入射条件における音響透過損失の値を Fig.5.25 に示す。

垂直入射条件では，板に加わる音圧による加振力分布の対称性により板の奇数モードのみ励起され音響透過損失が低下する。ニッシュェが浅い場合，非共振周波数では概ね質量則に伴う傾向にある。また，低周波数域では試料の有限性の影響により音響透過損失が質量則よりも大きな値となるが，ニッシュェが深くなるにつれ値の低下がみられ，かつ 280 Hz 付近において反共振による透過損失の上昇がみられる。この傾向は凹み型ニッシュェが顕著である。さらに，凹み型ニッシュェではニッシュェが深くなるにつれ 430 Hz 付近でディップが生じている。

ランダム入射条件では，全ての板振動モードが励起されるため垂直入射条件に比べディップが多くなるが，ニッシュェが浅い場合には非共振周波数で概ね Sewell の理論式に伴う傾向が確認できる。音場入射条件はランダム入射条件と同様の傾向がみられるが，全体的にランダム入射よりも 1,2 dB 程度大きな値を示している。これは，擦過入射角付近の音響透過損失が低い値となることを示している。

ここで，単純支持条件における斜め入射透過損失分布を Fig.5.26 に示す。それぞれの周波数において，左上がニッシュェなし，右上が深さ 450 mm ・中央試料設置時の張り出し型ニッシュェ，右下が同条件の凹み型ニッシュェの算出である。多くの周波数で擦過入射付近では音響透過損失の低下がみられることから，音場入射条件においてランダム入射値よりも透過損失が低下することが説明される。250 Hz, 1000 Hz, 2000 Hz 付近の周波数では板共振が生じており複雑な分布を示していることから，共振が生じているときには透過損失の入射角依存性が強いことが確認できる。また，非共振時にはニッシュェタイプによる分布の違いは比較的少ないものの，共振時には明確な相違がみられ，張り出し型ニッシュェにおいて擦過入射角付近でも高い透過損失を示す傾向にある。

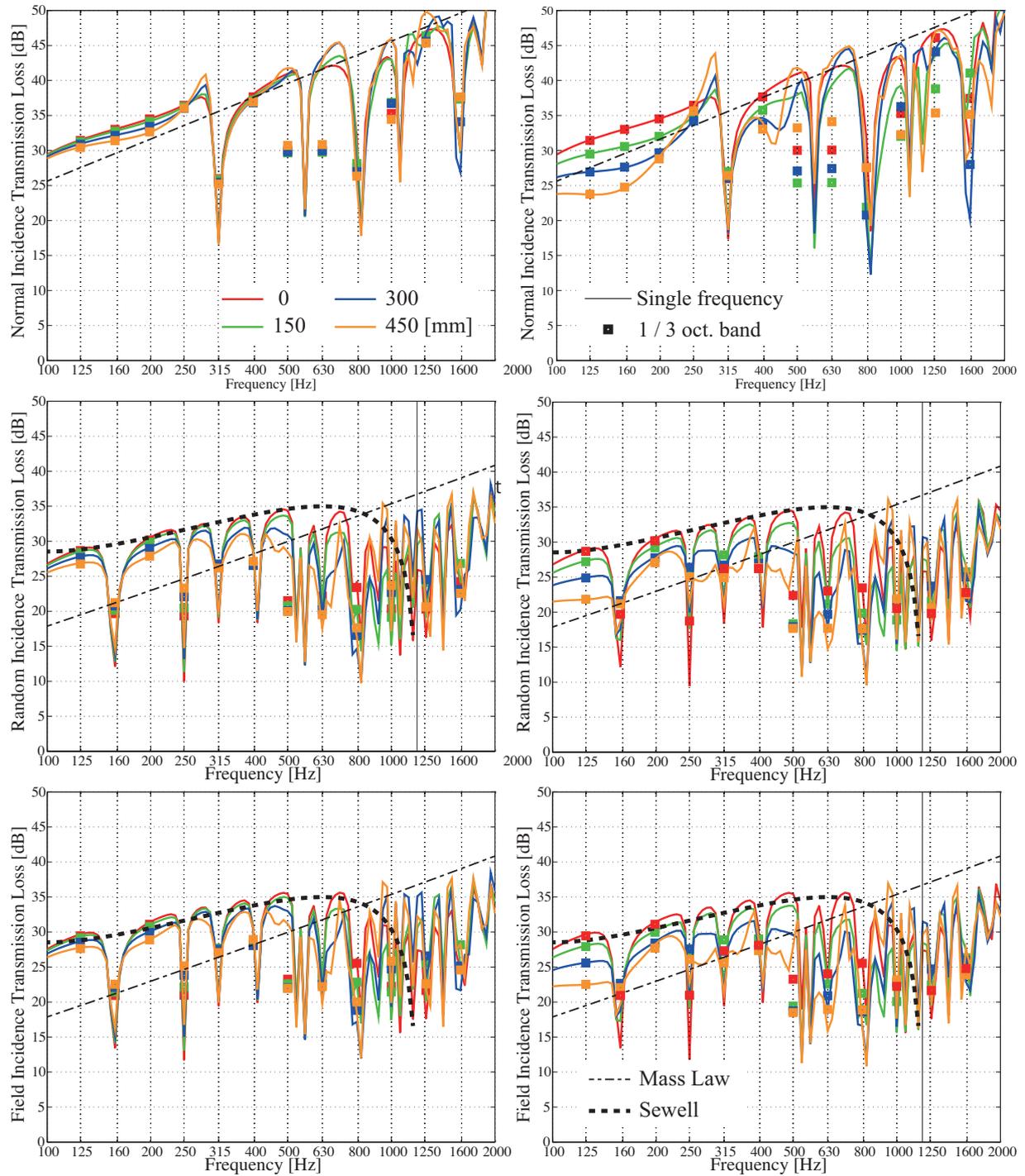


Fig. 5.25: Comparison between different depths of overhang niche (left) and recess niche(right). Top: normal incidence, Middle: random incidence, Bottom : field incidence.

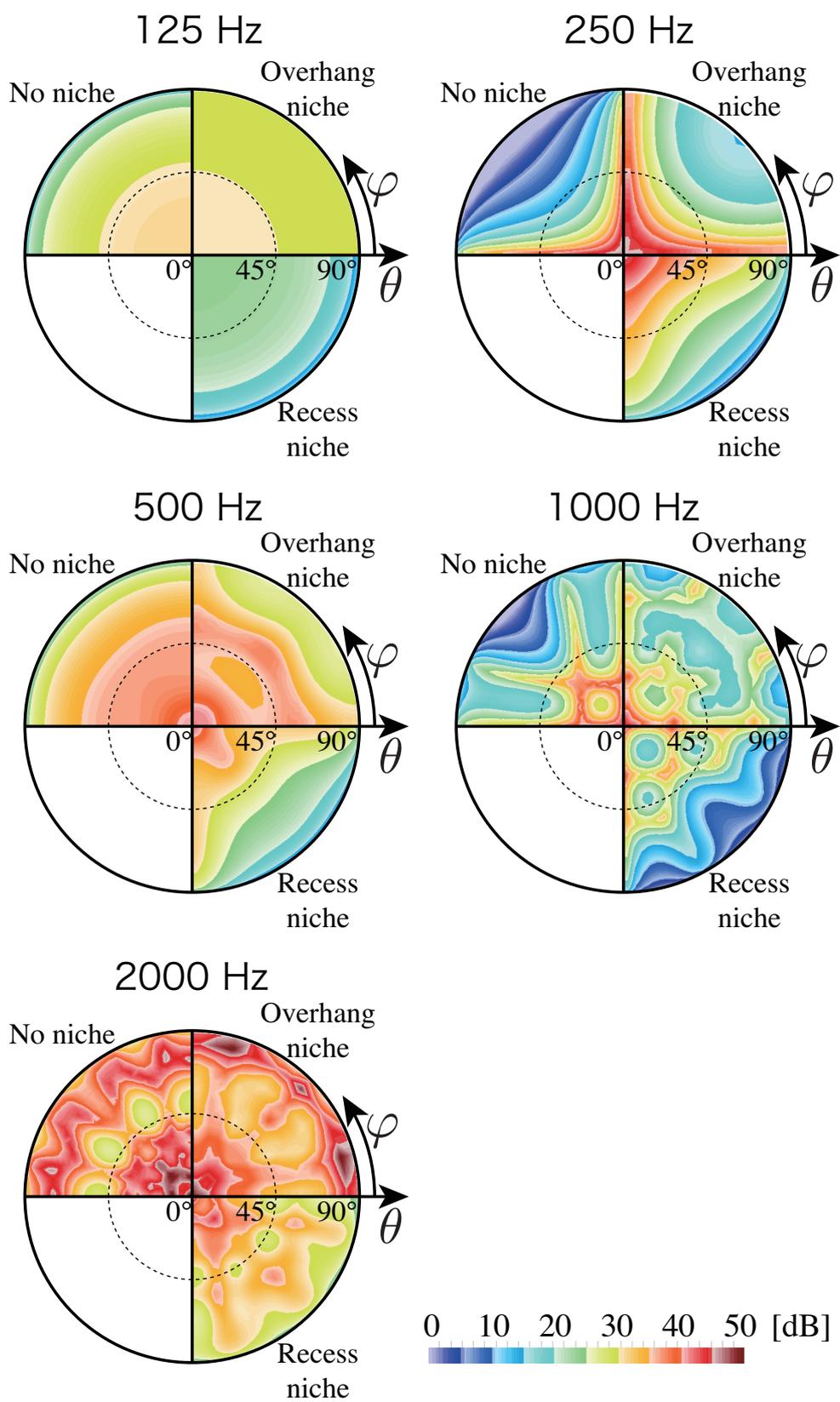


Fig. 5.26: Distributions of oblique incidence transmission losses (Simply supported).

■板端部の支持条件 厚さ 10 mm のガラス板の支持方法として、端部のエネルギー損失の無い単純支持・固定支持と、端部でのエネルギー損失を考慮した集中バネ支持モデルでそれぞれ求めたランダム入射音響透過損失を Fig.5.27 に示す。端部支持によるエネルギー減衰が透過損失に及ぼす影響については次説で詳細な検討を行うが、本検討ではパテ支持を想定し Tab.5.3 の物性値を与える。

単純支持と固定支持は共振周波数が異なるものの、ニッシュェ効果による非共振周波数での透過損失の低下に関して概ね同様の傾向にあることがわかる。集中バネ支持モデルの共振周波数は単純支持に近いが、端部損失により板共振によるディップが浅くなる。これは、ガラス板の内部損失が小さく共振時に周辺支持部の損失による影響が現れるためである。1/3 オクターブバンド換算する際には各単一周波数での解析結果をエネルギー平均するため、共振によるディップが急峻な場合ニッシュェ効果による透過損失の低下の影響は比較的観察されにくい。

一方、端部損失のある場合、ディップが浅くなることにより相対的にニッシュェ効果による透過損失の低下が 1/3 オクターブバンド換算値で顕著に観察される。特に低周波数域では凹み型でその傾向が顕著である。また、集中バネ支持条件における斜め入射音響透過損失の分布を Fig.5.28 に示す。単純支持における分布と比較し、非共振周波数である 125 Hz や 500 Hz やコインシデンス限界周波数以上の 2000 Hz における分布は同様の傾向を示す。一方、共振周波数である 250 Hz, 1000 Hz のにおいて単純支持条件と大きく異なっており、特に張り出し型ニッシュェにおいて擦過入射時の透過損失は大きくなる傾向が見られる。

Tab. 5.3: Physical properties and directions of the support material.

Thickness	5 mm
Connected width	15 mm
Young's module	1.0×10^8 [N/m ²]
Density	1000 [kg/m ³]
Loss factor	0.5

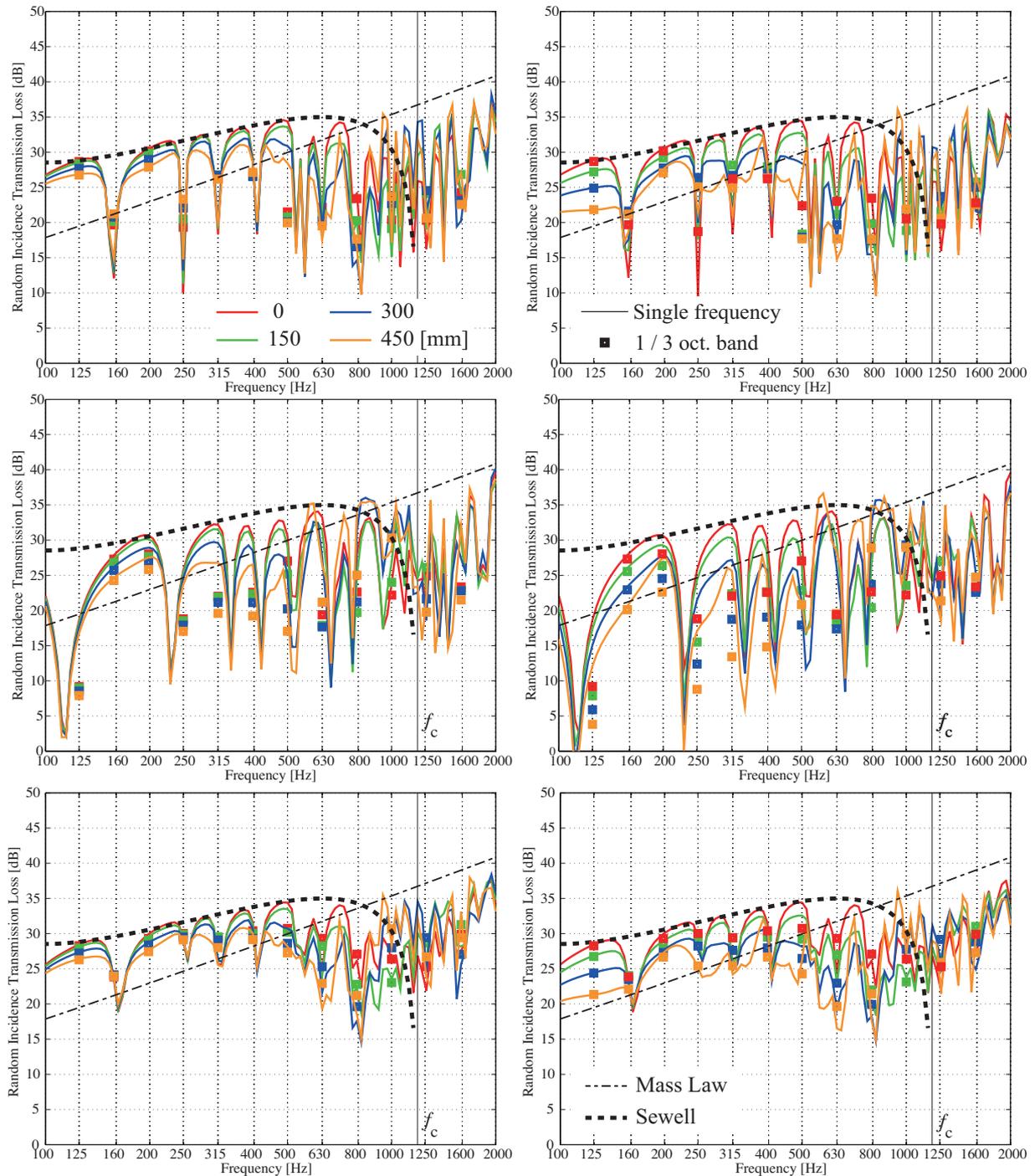


Fig. 5.27: Comparison between different depths of overhang niche (left) and recess niche(right). Top: simple support, Middle: fixed support, Bottom : Spring model supported.

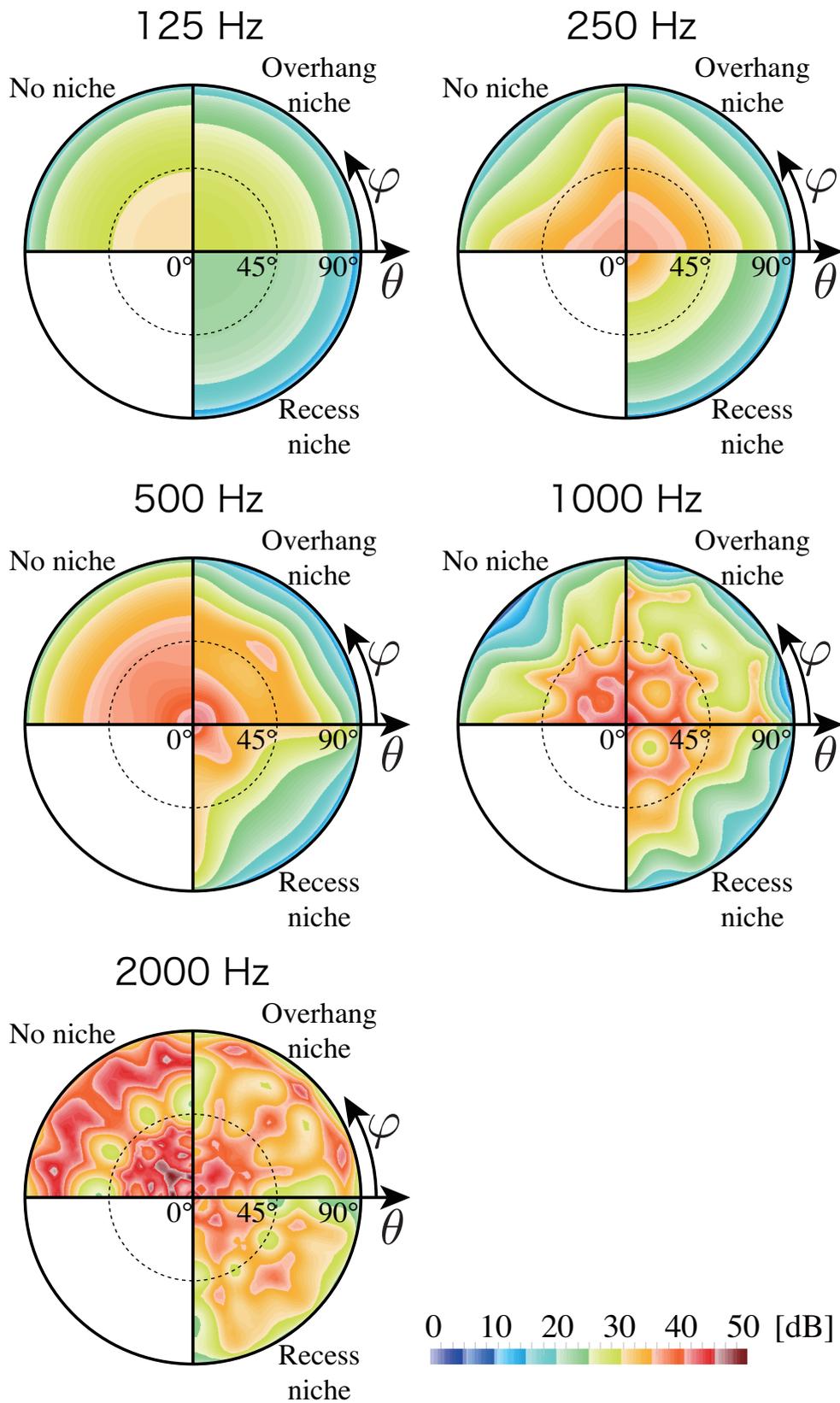


Fig. 5.28: Distributions of oblique incidence transmission losses(Spring model supported).

■透過損失の変化量 端部損失のある集中バネ支持モデルにおいて、ニッシェ深さ増加による音響透過損失の変化量を観察する。Fig.5.29に、横軸にニッシェ深さ、縦軸にニッシェ深さ0 mm に対する各ニッシェ深さでの透過損失の差を示す。計算は1/3オクターブバンドごとに行う。中域、低域に関してはニッシェタイプによらず、深さが増加するにつれ、音響透過損失が低下量が大きくなる傾向がみられる。ただし、いずれのタイプでもその効果量はニッシェ深さに対し単純な比例関係ではなく、共振によるディップの影響から各周波数帯域ごとに低下量が異なっている。

一方、高周波数域になると透過損失の変化量はより複雑な変化を示し、透過損失が上昇するケースもみられる。また、ニッシェタイプによらずニッシェ深さによる透過損失の上昇・低下傾向は同様であり、変動は凹み型ニッシェでより顕著であることがわかる。

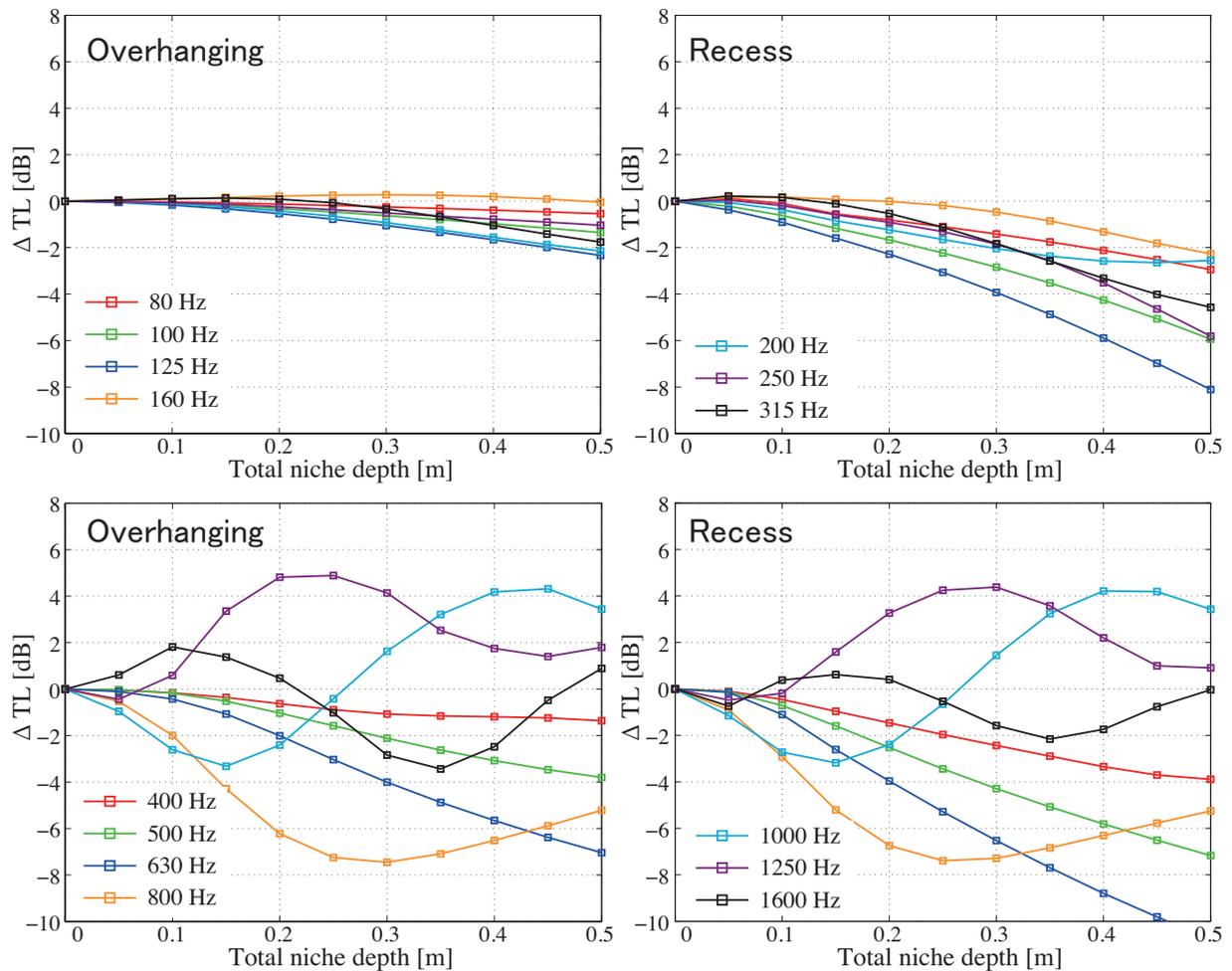


Fig. 5.29: Amount of change by niche depth from niche depth = 0. Upper : lower frequency, Lower : higher frequency, Left: overhang niche, Right: recess niche.

試料設置位置の影響

前節ではニッシェ中央に試料を設置し、ニッシェ深さに関する傾向について基礎的検討を行った。本節では、試料設置の位置による音響透過損失の変動について検討する。ニッシェの深さを 450 mm に固定し、開口部における試料設置位置を変化させる。なお、張り出し型ニッシェの剛バフルは常に板試料と同一平面内にあるものとする。用いる板試料は前検討と同様に $0.9 \times 0.9 \text{ m}^2$ のガラス板とする。端部支持条件として、全節と同様の物性・サイズの支持材を想定した集中バネ支持モデルを用いる。

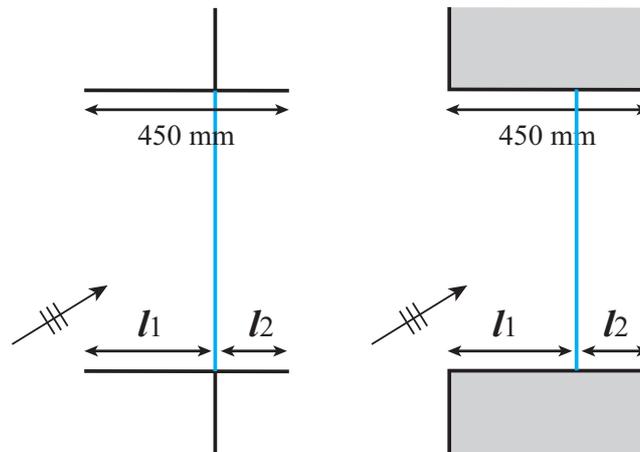


Fig. 5.30: Schematic models of installation location of plate.

■垂直入射条件 ガラスの板厚を 5 mm, 10 mm, 15 mm に変化させたときの垂直入射音響透過損失を Fig.5.31 に示す。非共振周波数では概ね質量則に従う傾向がみられる。試料設置位置による値の変動がみられ、特に、試料を入射音場側近くに設置した場合、各共振周波数に対しより低周波数では値が大きくなる傾向がみられる。これにより、垂直入射時には試料が入射側に近い場合に音響放射の反共振が生じやすいことがわかる。また、反共振の周波数以外ではそれぞれ設置位置に応じ値の乖離がみられ、試料設置位置が入射側に近いほど透過損失が大きくなる傾向が見られる。

■ランダム入射条件 続いて、二つのニッシュタイプについて、ガラスの板厚を 5 mm, 10 mm, 15 mm に変化させたときのランダム入射音響透過損失をに示す。音響透過損失の変動は凹み型の中音域において最も顕著である。また、張り出し型は低音域における変動はみられないのに対し、凹み型は設置位置による変化がみられる。また、ランダム入射条件においては入射側および透過側のニッシュ深さについて低音域で相反則が成り立つことが確認され、試料が中央にあるとき、最も透過損失が小さくなる傾向がみられる。

Fig.5.33 に、ニッシュ設置位置を入射側から 100 mm, 透過側から 100 mm に設置したときの斜め入射音響透過損失の分布を示す。入射角度ごとにみた場合には試料設置位置に対する相反性は認められない。これは入射側音場と透過側音場の統計平均により相反性が成立していることがわかる。

最後に、試料設置位置による透過損失の変化量について検討を行う。Fig.5.34 は横軸にニッシュ深さに対する入射側のニッシュ開口からの距離の比、縦軸に各試料設置位置における透過損失と中央設置時の透過損失の 1/3 オクターブバンド換算値における差を示す。多くの周波数帯域で中央設置時に最も音響透過損失が小さい値となる。低域では入射側、透過側付近と中央付近において変化率が小さく、1/3 や 2/3 付近において変化率の大きい傾向にあることから、ニッシュ全体の 1/3 や 2/3 地点において設置位置依存性が高くなっていることがわかる。

上述の傾向からも明らかな通り、試料を中央に設置した場合には特異に透過損失が低下する傾向が見られる。このような現象は吉村らの実測とも対応しており、この特異点を避けるという趣旨で JIS 1416 においては入射側、透過側ニッシュ比を 1:2 とすることが望ましいとされている。一方で、そのような場所ではニッシュ効果の設置位置依存性が高くなっていることから、実測の再現性を劣化することに繋がるものとも考えられる。実測の再現性を保証するという観点からは中央設置が推奨され、設置位置に関する規定には議論の余地があると言える。

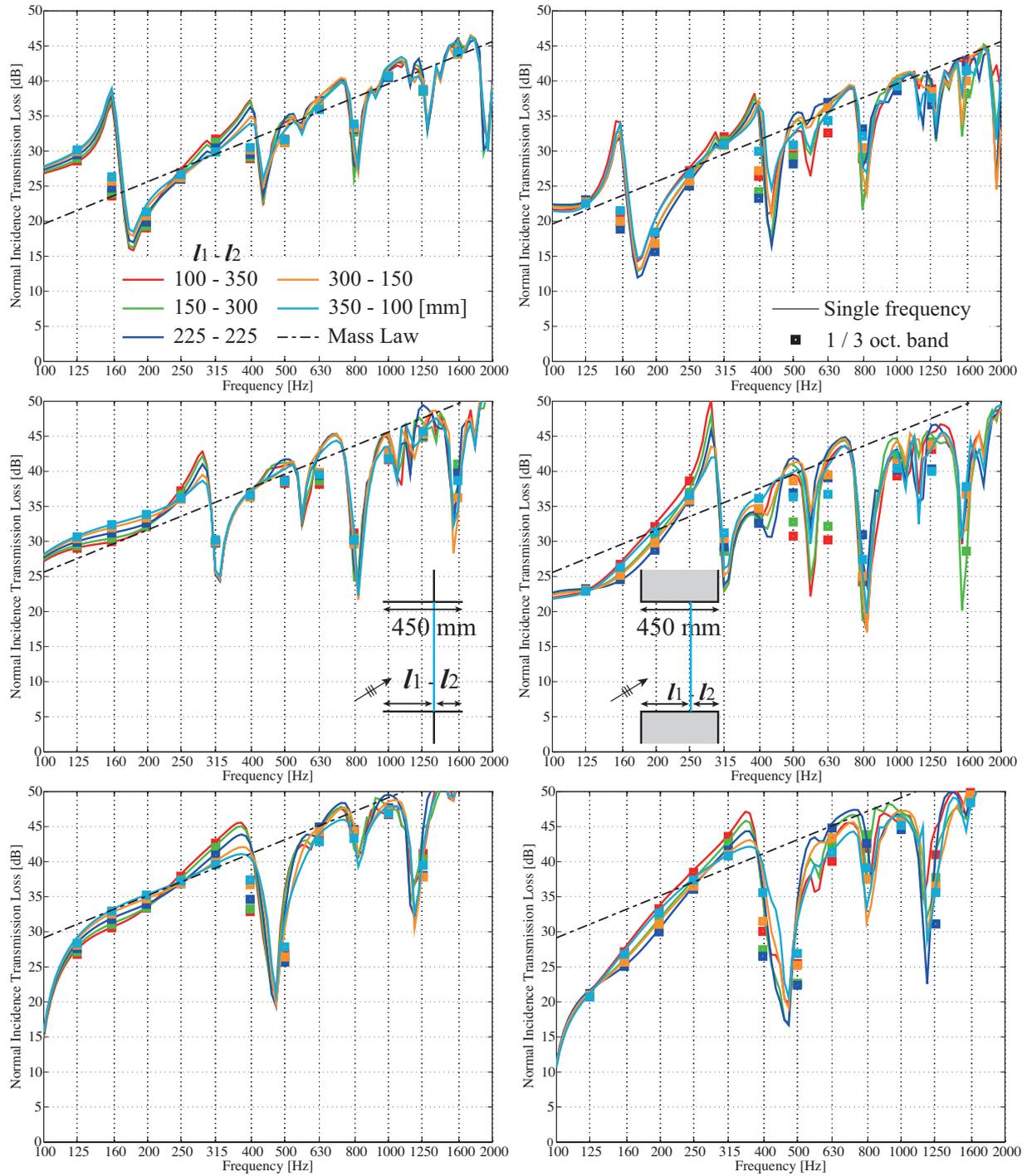


Fig. 5.31: Comparison between different locations of overhang niche (left) and recess niche(right). Top: normal incidence, Middle: 10 mm, random incidence, Bottom : field incidence.

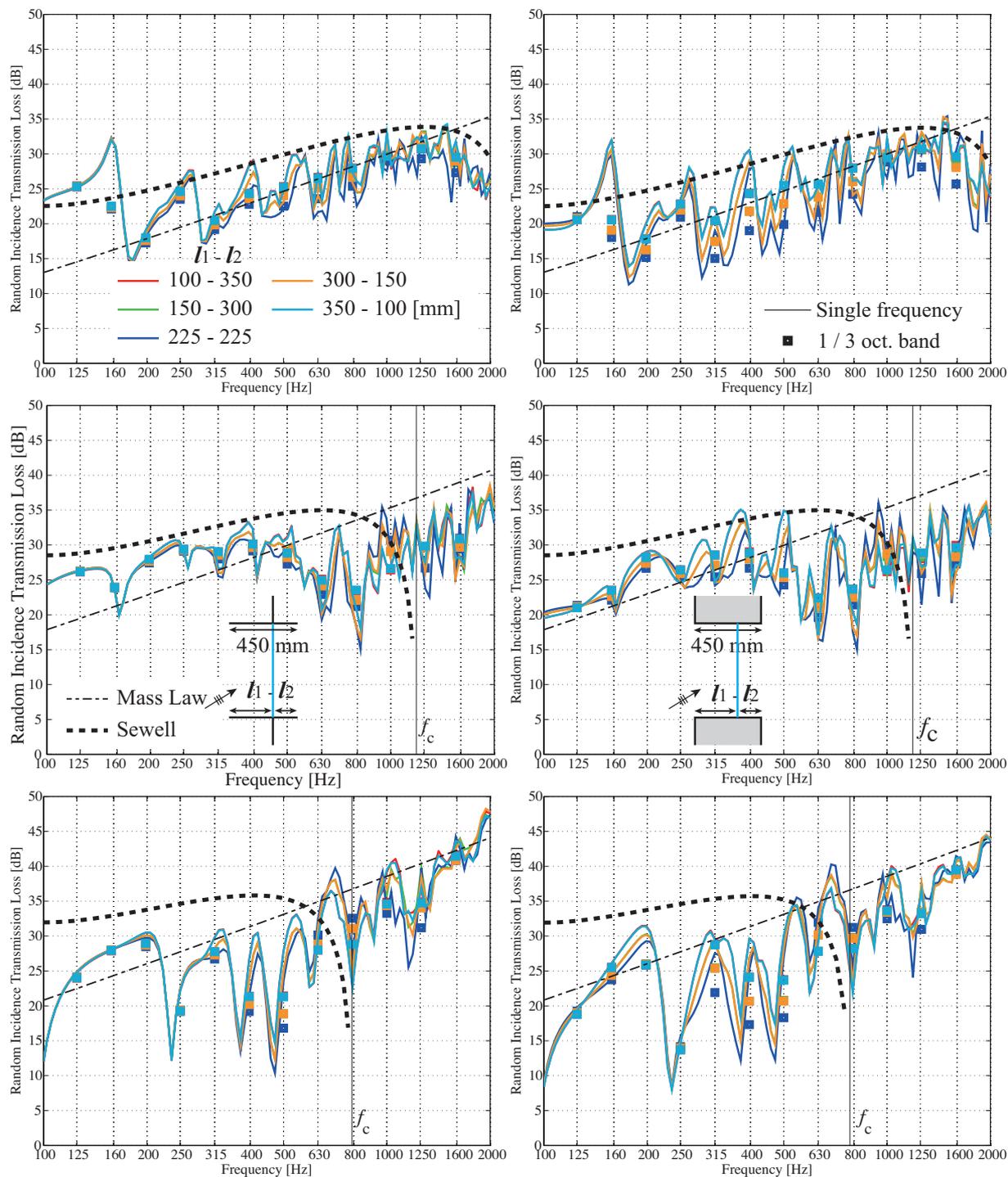


Fig. 5.32: Comparison between different locations of overhang niche (left) and recess niche(right). Plate thicknesses are 5 mm (top), 10 mm (middle) and 15 mm (bottom).

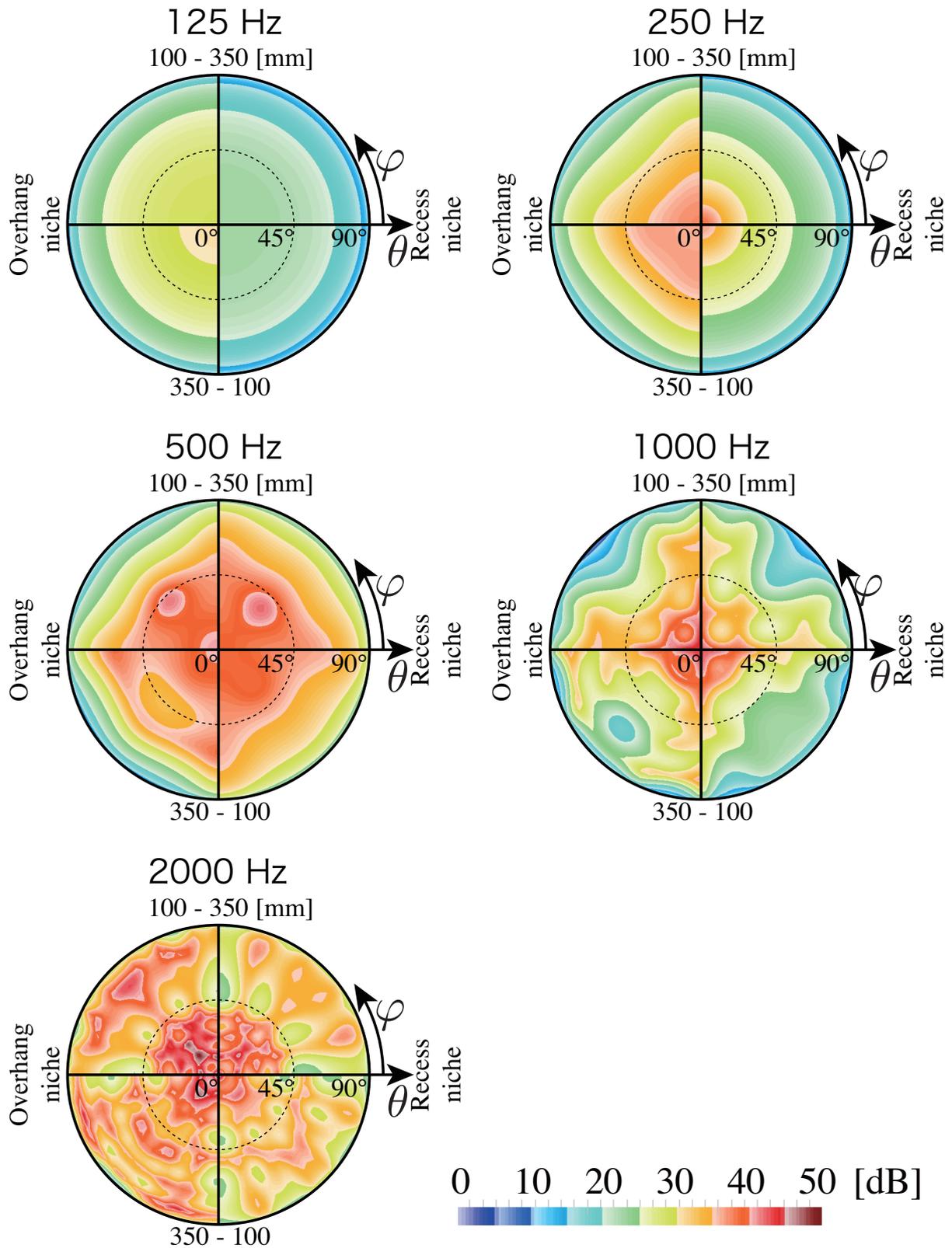


Fig. 5.33: Comparison between the distributions of oblique incidence transmission losses (Spring model supported).

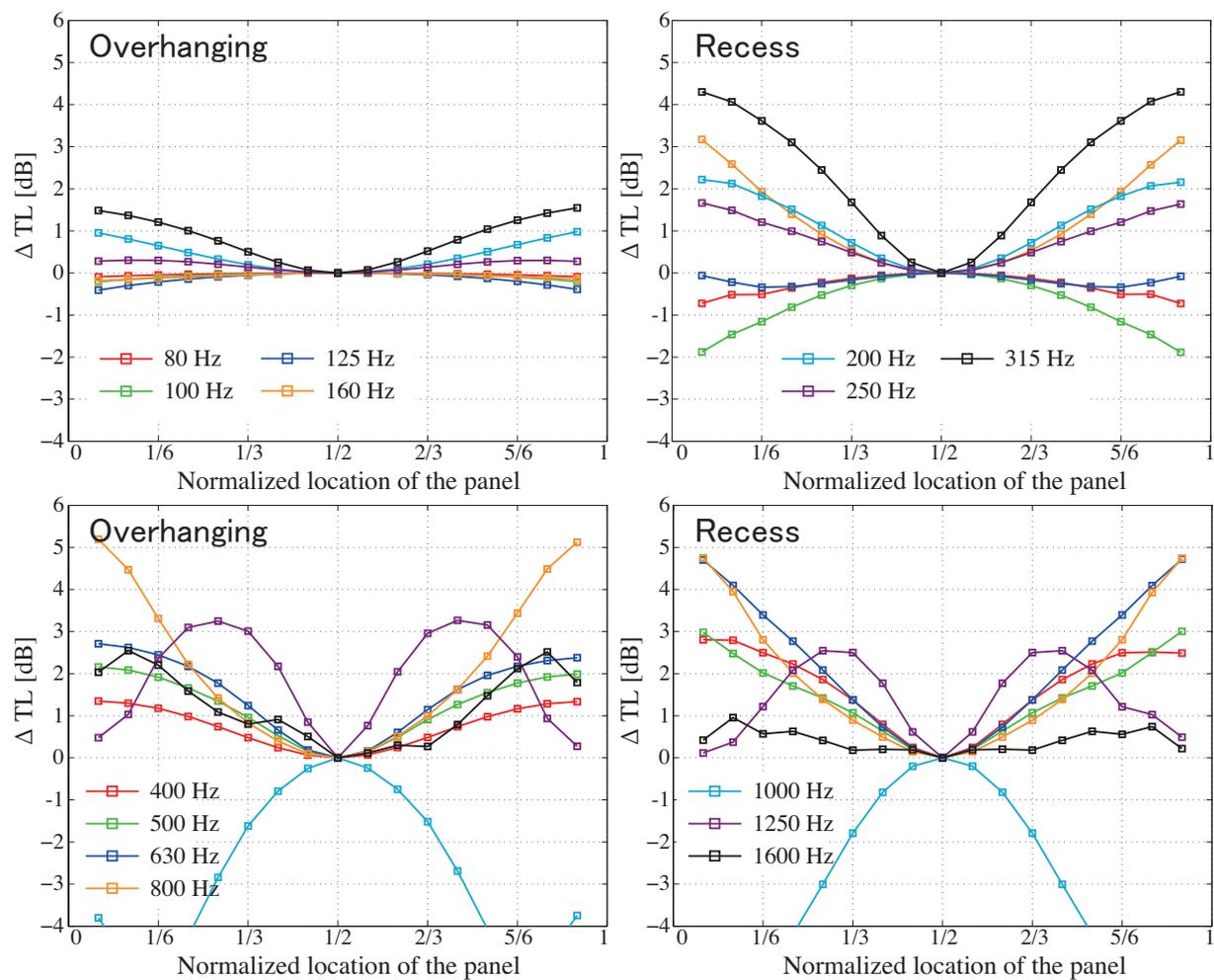


Fig. 5.34: Amount of change by location of plate from center placing. Upper : lower frequency, Lower : higher frequency, Left: overhang niche, Right: recess niche.

5.3.2 端部支持条件に関する検討

本項では、集中バネ支持モデルによる支持と三次元弾性体支持モデルによる支持について、算出される音響透過損失の比較検討を行う。解析形状は、一貫して以下の条件で行う。900 × 900 mm² の開口部に試料を設置した条件を想定する (Fig.5.35)。ニッシュは深さ 100 mm のフラットニッシュとし、ニッシュ中央に試料を設置する。ここで、試料サイズは、基本的に空気と接触している面を一定の 900 × 900 mm² とし内法を固定した条件で検討を行う。よって、三次元弾性体支持の場合本検討ではバフルの壁内に試料の一部が埋め込まれるような形を想定する。

板周辺部の端 15 mm の接合幅、厚さ 5 mm をもった支持材として両面の四周に適合させる。三次元弾性体支持モデルでは、一面を薄板と適合させ (Fig.5.36)、その対向面を固定条件とする。他の面についての拘束は行わないため、三次元弾性体の開口側と開口における音場との連成は考慮せず、その対向面は自由端条件とした。解析に用いる板材として厚さ 10 mm のガラスを想定し、支持材としてパテ、ガasket 支持を想定した物性値を与える (Tab.5.4)。集中バネ支持モデルに関しては、連続弾性体モデルを採用し解析を行う。

■板-三次元弾性体振動場の変位適合条件について 垂直入射条件における適合条件が振動エネルギー吸収率に及ぼす影響については 5.2.3 節に示したとおりであるが、ここでは音響透過損失に及ぼす影響について適合条件の影響について考察を行う。以降、面外変位と面内変位を適合させた支持条件を Fixed、面外変位のみ適合させた条件を Slip と表記する。これら二つの変位適合条件および集中バネ支持モデルにより算出したの垂直入射・ランダム入射音響透過損失を Fig.5.37 に、また 1/3 オクターブバンド換算値を Fig.5.38 に示す。

非共振周波数において、垂直入射時は質量則に、ランダム入射時は Sewell の理論式の値に従う傾向にあり、また板共振によりディップの生じる周波数に関してもよく対応している。ただし、端部のエネルギー損失に影響を与える共振時のディップの深さに関しては若干の差がみられ、中低域の多くの周波数において Fixed 条件が最もディップが浅く、次いで Slip 条件、そして集中バネ支持モデルが最もディップが深い傾向にあることがわかる。これらの影響により、1/3 オクターブ換算値では中低音域の多くの周波数で 1 dB 程度の差が生じている。

そこで、系の内部エネルギー吸収率を Fig.5.39 に示す。内部エネルギー吸収率は吸音率から透過率を引いた値として表される。吸音率の算出法については前章に示した通りである。集中バネ支持モデルが最も急峻な吸収率をもっていることから減衰が小さく、Fixed 条件で最も減衰が大きいいといえる。三次元弾性体支持では支持材に板の面内変位方向の歪みが生じることで、より減衰が大きくなっているものと推察される。

なお、現実に即した支持条件のモデル化という観点から、以降の検討では一貫して Fixed 条件を用いることとする。

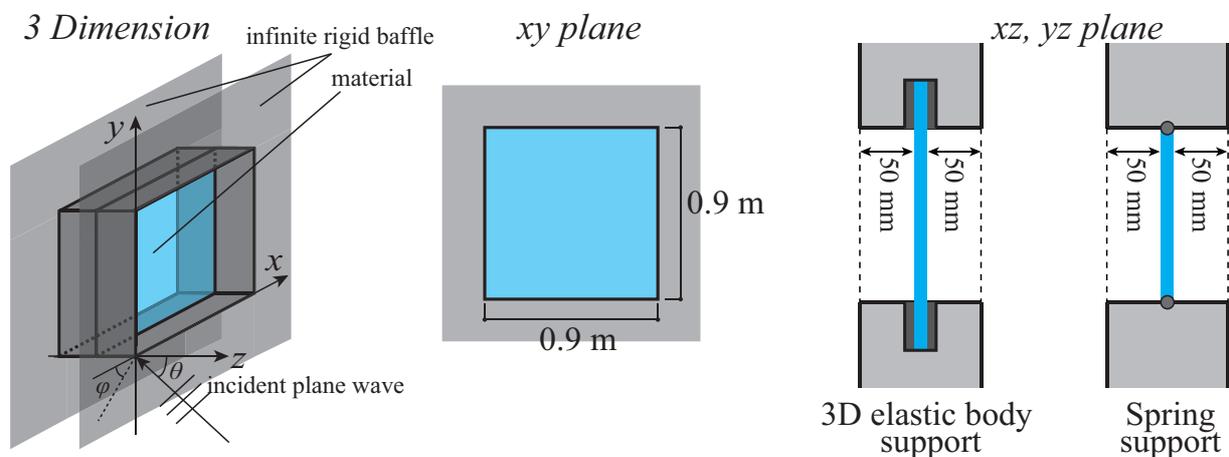


Fig. 5.35: Schematics of the numerical models.

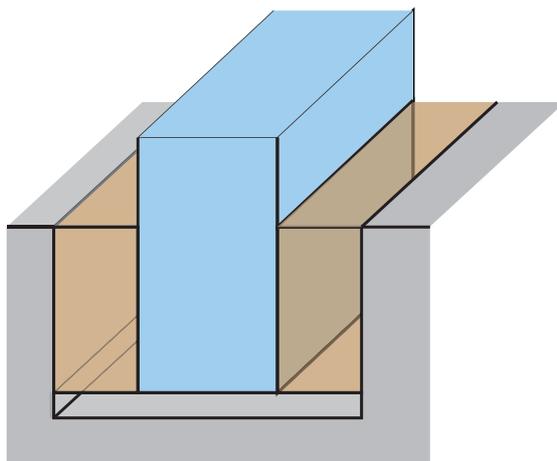


Fig. 5.36: A schematic of three-dimensional support model.

Tab. 5.4: Physical properties and directions of the plate and the support material.

Plate	Size	0.9×0.9 [m ²]
	Thickness	0.01 [m]
	Young's modulus	7.5×10^{10} [N/m ²]
	Density	2500 [kg/m ³]
	Poisson's ratio	0.22
	Loss factor	0.002
Support material	Young's modulus	1.0×10^8 [N/m ²]
	Density	1000 [kg/m ³]
	Poisson's ratio	0.25
	Loss factor	0.5

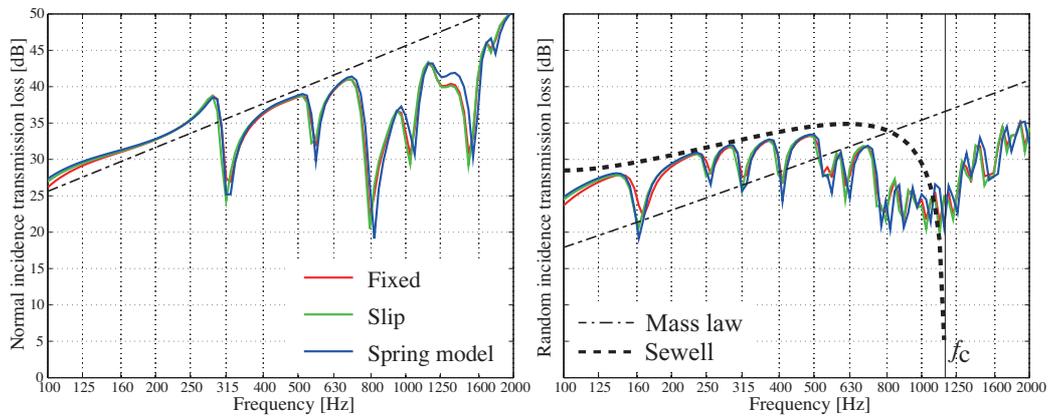


Fig. 5.37: Comparison between two support models : three dimensional elastic model and spring model at 1/24 oct. center frequency.

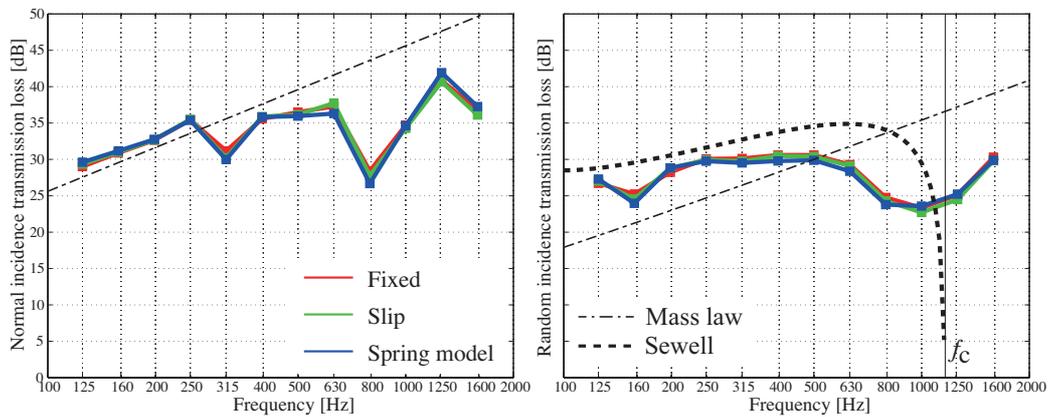


Fig. 5.38: 1/3 oct. band values are calculated by averaging the 1/24 oct. values.

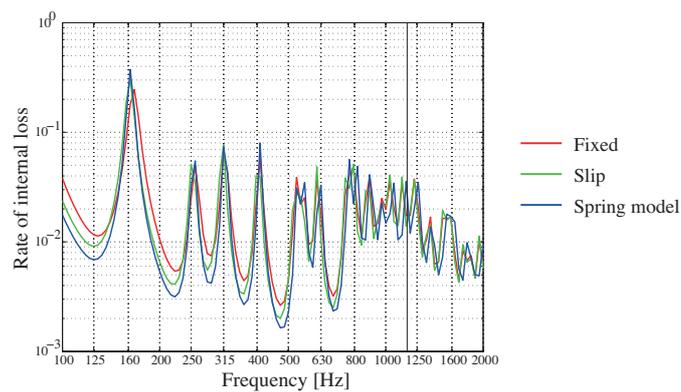


Fig. 5.39: Comparison of internal losses between three-dimensional elastic model and spring model. In 3D-elastic model, two coupling conditions are considered.

支持材寸法の影響

■厚み 支持材の厚みを変化させたときの音響透過損失の変化を Fig.5.40 に示す。いずれの厚み、モデルにおいても Sewell の理論式の値に従う傾向が確認されるが、高周波数域では厚みの増加に伴い透過損失の増加がみられる。これは、Fig.5.41 に示す支持材の垂直入射振動エネルギー吸収率の理論値でわかる通り、高周波数域でエネルギー吸収が生じやすいためである。さらに、三次元弾性体支持モデルでは中低音域のディップが集中バネ支持モデルよりも浅くなっていることが先程の検討と同様に確認できる。また、高周波数域でのモデル間での差は小さい。いずれのモデルでも支持材の厚みが増加すると並進インピーダンスの低下による共振周波数のわずかな低下が確認できるが、その傾向は三次元弾性体支持条件で顕著である。また、厚みの増加に伴い集中バネ支持モデルの共振周波数に一致する傾向にあることから、支持材が厚い場合には並進方向の運動による影響がより支配的となることが考えられる。

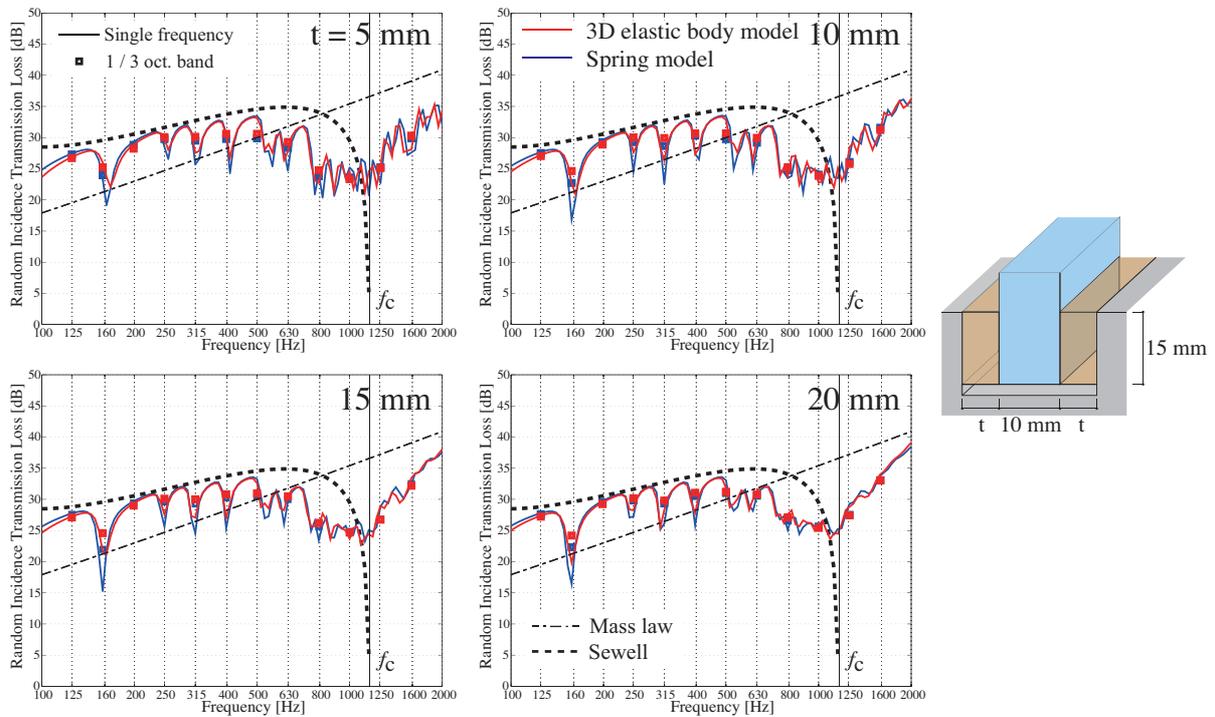


Fig. 5.40: Comparison between support models with different thicknesses of the support material.

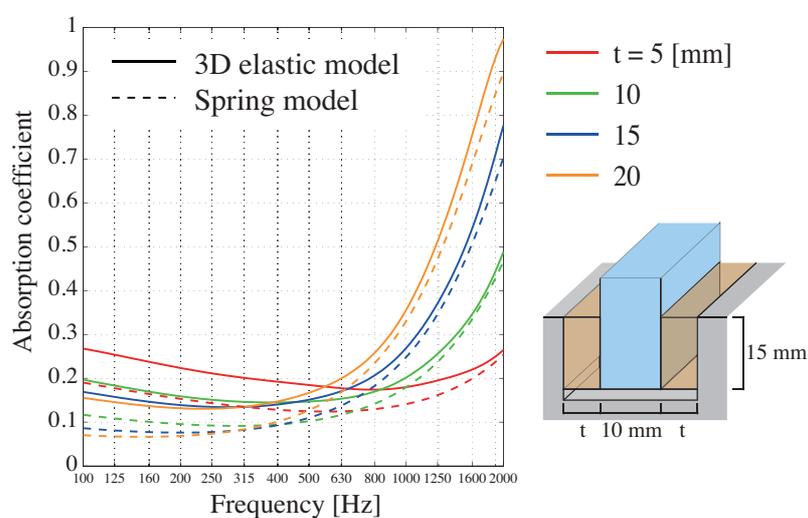


Fig. 5.41: Comparison of normal-incidence absorption coefficients with different thicknesses of the support material.

■接合幅 支持材の接合幅を変化させたときの音響透過損失の変化を Fig.5.42 に示す。なお、このときの垂直入射エネルギー吸収率を Fig.5.43 に示す。接合幅が小さい場合には集中バネ支持モデルと三次元弾性体支持モデルで比較的良好な対応を示しているのに対し、接合幅が大きくなるとディップの生じる周波数に乖離が生じ、三次元弾性体支持モデルがより低い周波数で板共振が生じていることがわかる。これは、モデル化に伴う板試料の実質的なサイズの違いに起因しているものと考えられる。つまり、集中バネ支持モデルは板試料のサイズが常に一定であるのに対し、三次元弾性体支持モデルでは接合幅分板サイズが増加するようなモデルを想定しているため、板サイズの増加により共振周波数の低下が起こっているものと推察される。

音響透過損失測定において測定する板材によっては接合幅を大きくとる場合もあるため、このような解析モデルによる算出結果の違いは重要な検討項目であるといえる。そこで、接合幅について次々項でより詳細な検討を行うこととする。

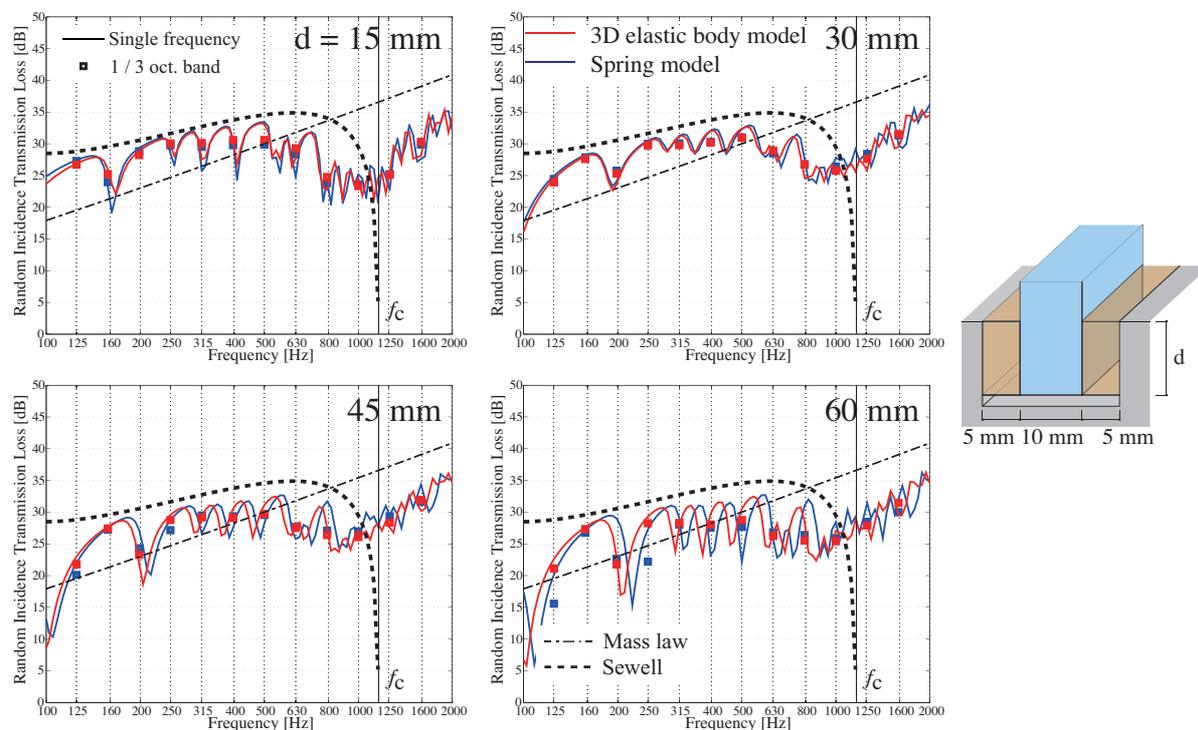


Fig. 5.42: Comparison between two support models with different connected widths of the support material.

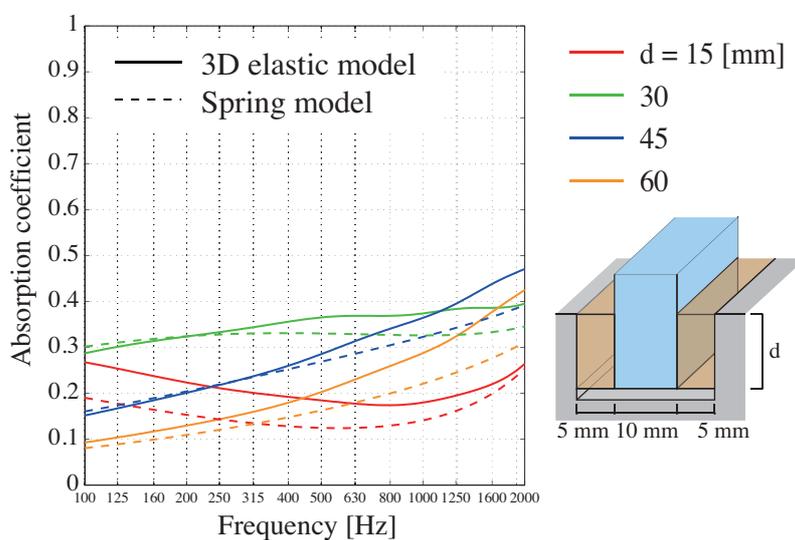


Fig. 5.43: Comparison of normal-incidence absorption coefficients with different connected widths of the support material.

支持材物性値の影響

■ヤング率 支持材のヤング率を変化させたときの音響透過損失の変化を Fig.5.44 に示す。両モデルとも、ヤング率が小さくなるにつれ端部損失の影響が大きくなり共振によるディップが浅くなることがわかる。また、ヤング率が小さい場合にはコインシデンス効果の生じる周波数が上昇する。山口の行った支持材の物性値測定結果 [118, 119] からパテやシリコンのヤング率はこのオーダーの物性値の変化は十分に考えられる。支持材のヤング率は音響透過損失測定結果に与える影響は大きいので、支持材のヤング率の精度良い同定は数値解析、実験の両面において重要といえる。

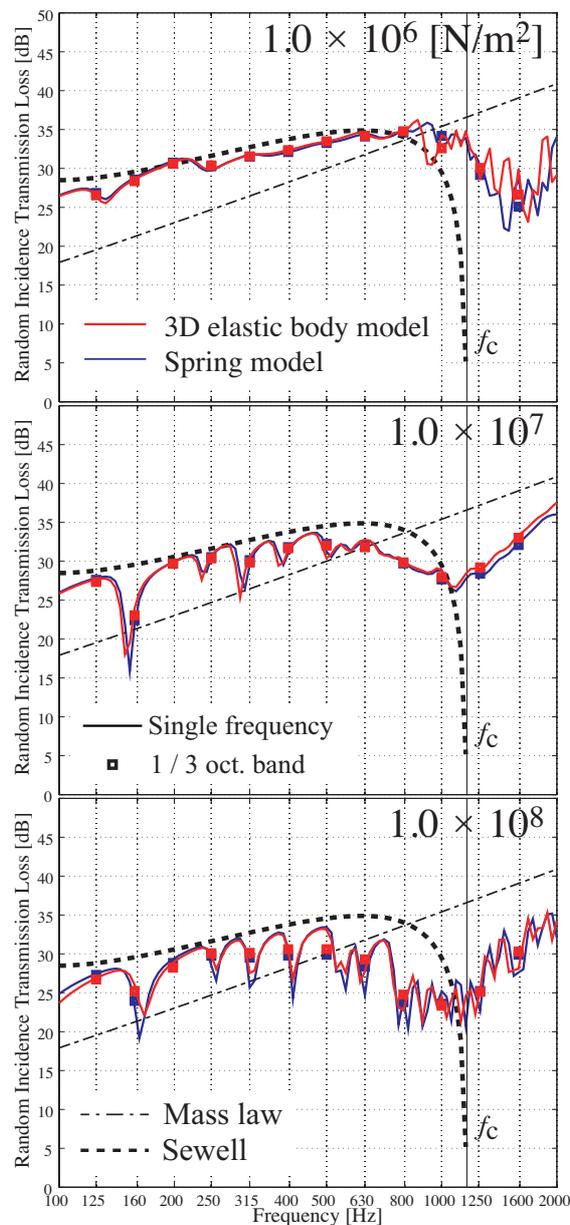


Fig. 5.44: Effects of young's moduli of the support material.

■損失係数 支持材の損失係数を変化させたときの音響透過損失の変化を Fig.5.45 に示す。いずれのモデルに関しても、損失係数の増加によりディップが浅くなるのがわかるが、損失係数が小さいときモデル間でディップの深さが乖離する傾向にある。これは損失係数が小さいときその急峻なディップをどの程度捉えているかに依存するものと考えられる。また、非共振周波数において損失係数が音響透過損失算出値に与える影響は両モデルとも小さい。また、損失係数が高い場合には抵抗制御により振動変位が小さくなるため、内部損失によるエネルギー吸収は比較的小さくなる (Fig.5.46)。

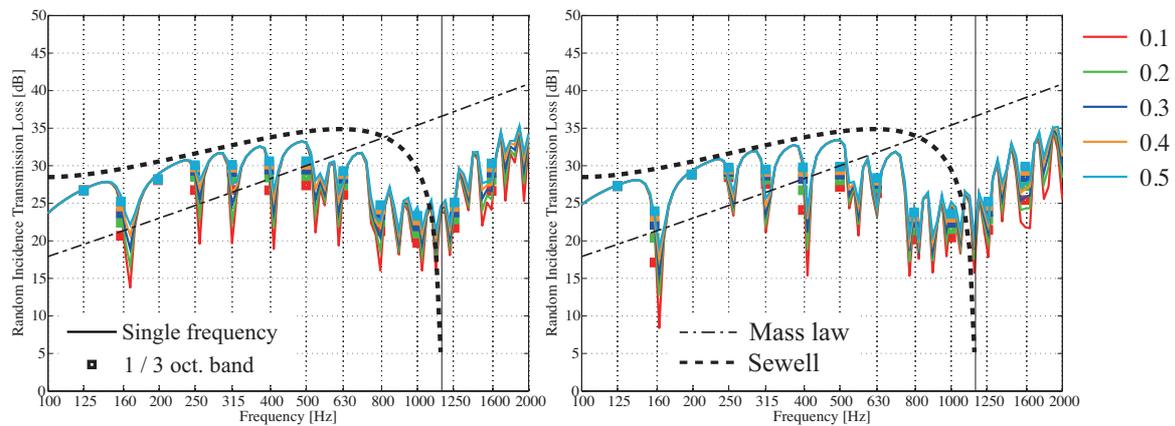


Fig. 5.45: Effects of loss factors of the support material. Left: 3D elastic material support model, Right: Spring model.

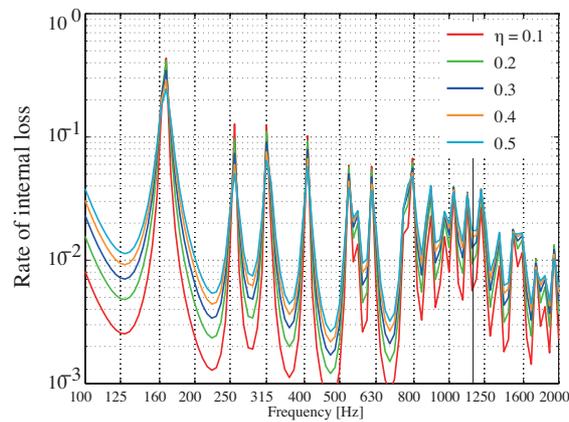


Fig. 5.46: Comparison of rate of internal losses between different loss factors. 3D elastic material support model is adopted for the edge support.

■物質密度 支持材の密度を変化させたときの音響透過損失の変化を Fig.5.47 に示す。本検討における支持材の質量は板材の質量と比較し十分大きく板材と支持材のバネマス共振における支持材の密度の影響は非常に小さいため、音響透過損失算出結果に関しても影響はみられない。また、支持材のモードによる共振周波数に関しては支持材の密度の影響が大きいですが、本検討の解析周波数外の高周波数域であるため、その影響も観察されない。

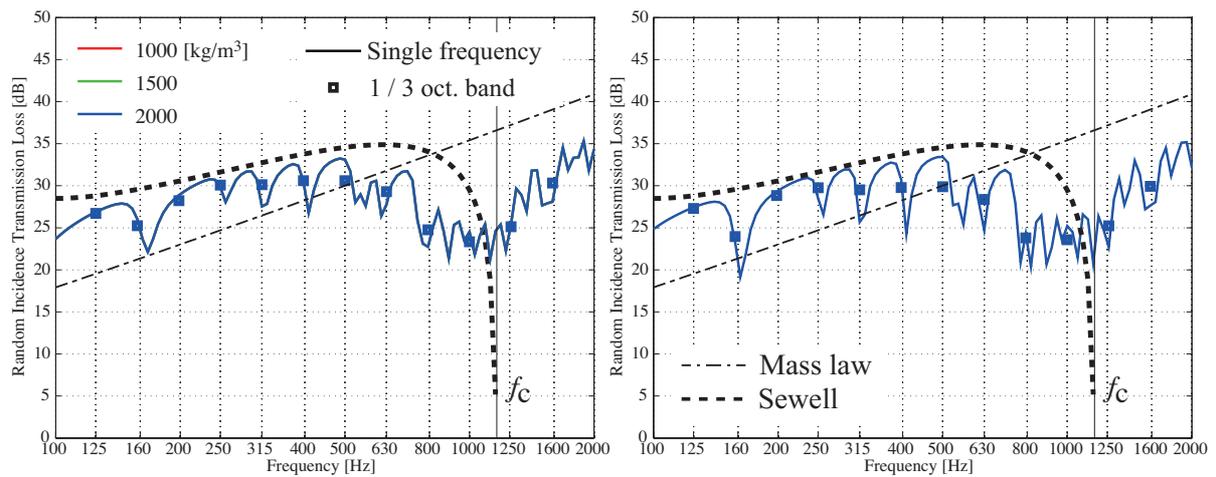


Fig. 5.47: Effects of densities of the support material. Left: 3D elastic material support model, Right: Spring model.

支持位置

先述の支持材の適合幅の検討の際、実質的な板のサイズがモデル間で異なることにより音響透過損失のディップの生じる周波数に際がみられることを明らかにした。三次元弾性体支持モデルではより現実に則した予測が可能であると考えられるが、一方で解析モデル作成の簡便さや計算負荷など、端部にインピーダンスを与える集中バネ支持モデルのメリットも大きい。適切な位置にインピーダンスを与えることで三次元弾性体支持モデルと一致した共振周波数を得られると考えられるため、集中バネモデルでのインピーダンスを与える辺の場所について実質的な板試料サイズを固定し検討を行う。

本検討では実質的な試料サイズを固定することを考え、Fig.5.48のように支持材から板をはみ出させ、板の周辺は自由端としたモデルを想定する。空気と接している面はこれまでの検討と同様に $0.9 \times 0.9 \text{ m}^2$ とし、三次元弾性体支持条件においてはそのすぐ外側に三次元弾性体を適合させる。集中バネ支持モデルに関しては、Fig.5.48(b)の緑線のようにインピーダンスを与える辺を空気と接している正方形の四辺とした(これを支持材内法と表記する)場合と、Fig.5.48:bの青線三次元弾性体との接合幅の中央となるよう接合幅の半分だけ外側に正方形とした(支持材中央と表記する)場合の2種類について検討を行う。

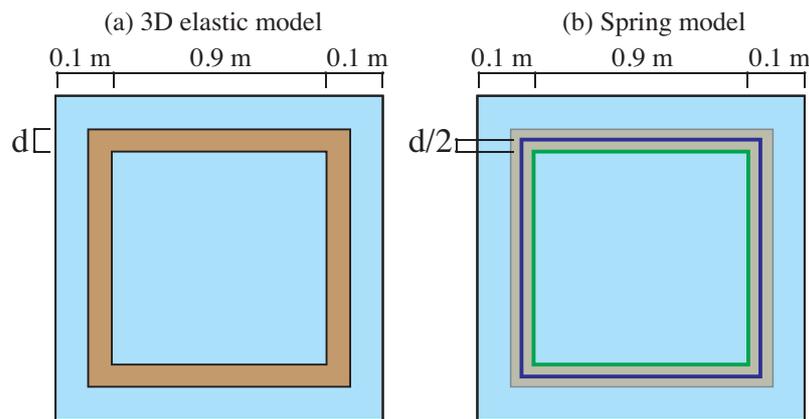


Fig. 5.48: Dimensions of a plate and a support material.

Fig.5.49 に、接合幅 d が 15 mm , 60 mm のときの各モデルにおける音響透過損失値を示す。三次元弾性体による適合を赤とし、緑と青はそれぞれ Fig.5.48 の色に対応し、内法を緑、中央を青で示す。

接合幅の小さい場合には 3つの接合パターンは良い対応を示しているが、接合幅が厚い場合には共振周波数が一致していない。三次元弾性体支持条件と比較し、集中バネ支持モデルにおいてインピーダンスを支持材内法に与えた場合にはより高周波数側に、支持材中央に与えた場合にはより低周波数側にそれぞれ板共振が生じていることがわかる。さらに、集中バネ支持モデルの場合は非共振周波数で透過損失の値が異なり、ディップの深さにも違いがみられる。これは、局所的に与えたインピーダンスによる板端部への振動伝搬の低下や振動エネルギーの吸収率の低下を表している。よって、支持材と試料の接合幅が広い場合にはインピーダンスを与える辺を調整し共振周波数を一致させた場合でも集中バネ支持モデルによる音響透過損失の予測精度が低下してしまう可能性がある。

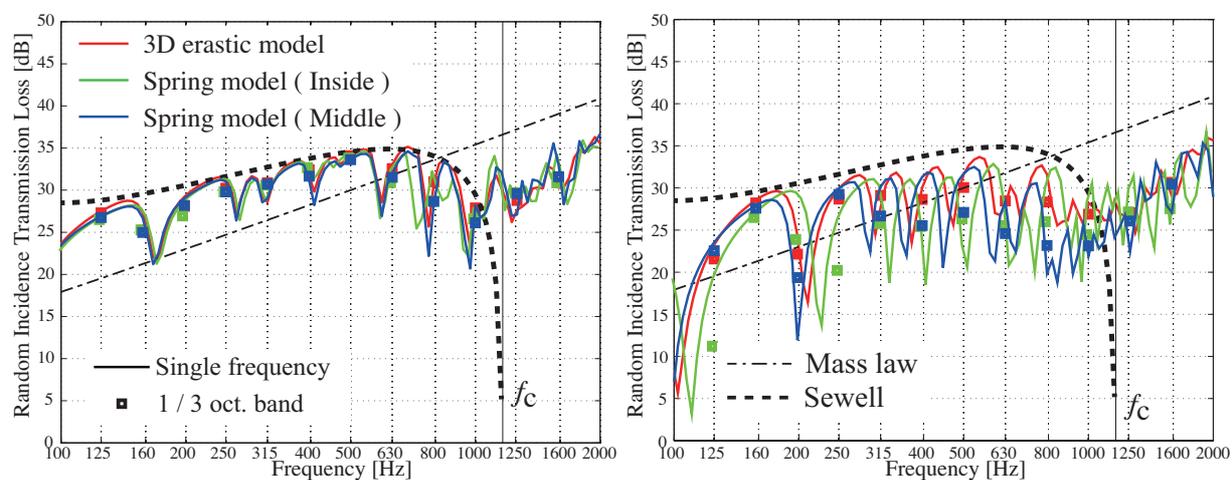


Fig. 5.49: Comparison between support models and conditions. Left: Support width of the support material is 15 mm , Right: 60 mm.

5.4 積層材料の音響透過損失

本節では本論文で提案する透過損失解析モデルを用い、積層材料の性能予測を行う。解析結果は伝達マトリクス法 (TMM), および, TMM 値に対し有限サイズ補正を行った値 (FTMM) と比較を行うこととする ([5],[51])。FTMM においては入射波と透過波に局所作用を仮定し、さらに振動面から透過波が平面波として放射されることを仮定している。この理論は吸音問題における Thomasson の理論と等価なものであり、ここで設定する問題における最も荒い近似である。以下に本節において用いる材料の物性値を示す。試料面積は特に断らない限り $1 \times 1 \text{ m}^2$ とし、開口は対し入射側、透過側共に空気層を 5 mm 設け、解析を行った。多孔質材の内部流体モデルは Kato Model を用いた。

■実測結果について 3 層材料 (Plate-Gap-PEM1-Membrane), 4 層材料 (Plate-Gap-PEM1-Membrane-Gap-PEM2 及び Plate-Gap-PEM1-Gap-Membrane-PEM2) の 3 つの条件については残響室-無響室対における、音響インテンシティ法による実測結果を併せて示す。残響室の体積は 36 m^3 である。開口部は内法 800 mm の正方形であり、板材料は寸法 $1155 \times 1145 \text{ mm}$ で、その四周の 170 mm 程度をゴム材で挟みこみ、締め付けるように支持している。試料は上端部をフックに吊るした懸垂状態で設置し、板材と多孔質材 (PEM1) は非接着条件の積層とした。また、音源室が小規模であることから、ここでは高音域における比較を主とすることとする。試験室及び材料設置の様子を Fig.5.50 に示す。これらの実測値は豊和繊維工業株式会社より提供を受けたものである。各材料の物性値は Tab. 5.5 に示すとおりである。



Fig. 5.50: Measurement chamber and the condition of material installation.

Tab. 5.5: Physical properties and dimensions of layered materials for the calculation.

Plate	Material Density	$\rho_s = 7870[\text{kg}/\text{m}^3]$
	Young's Modulus	$E = 2.0 \times 10^{11}[\text{N}/\text{m}^2]$
	Poisson's Ratio	$\nu = 0.3$
	Loss Factor	$\eta = 0.0001$
	Thickness	$t = 0.8[\text{mm}]$
PEM 1&2	Material Density	$\rho_s = 1186[\text{kg}/\text{m}^3]$
	Fiber Diameter	$D = 21[\mu\text{m}]$
	Poisson's Ratio	$\nu = 0$
PEM 1	Bulk Density	$\rho_b = 50[\text{kg}/\text{m}^3]$
	Young's Modulus	$E = 2.2 \times 10^4[\text{N}/\text{m}^2]$
	Loss Factor	$\eta = 0.24$
	Thickness	$t = 20[\text{mm}]$
PEM 2	Bulk Density	$\rho_b = 200[\text{kg}/\text{m}^3]$
	Young's Modulus	$E = 1.5 \times 10^5[\text{N}/\text{m}^2]$
	Loss Factor	$\eta = 0.45$
	Thickness	$t = 5[\text{mm}]$
Membrane	Area Density	$\rho_m = 0.04[\text{kg}/\text{m}^2]$

5.4.1 平面状積層材の解析

多孔質材-膜の解析

吸音率解析においては試料の吸音率に応じ、面積効果による実質的な入射エネルギーの増加が生じることが示した。透過損失解析についても試料の吸音性に応じて実際の入射エネルギー及び透過エネルギーが変化する可能性が考えられる。一般に透過損失のみに着目する場合には相反則が成立するため、2層材料ではその積層順による影響がないものと考えられるが、ここでは面積効果による影響の確認のため膜材は多孔質材の入射側、透過側に接着する2条件で解析を行った。また、側壁での支持条件が及ぼす影響についても考察をおこなうため、スリップ支持、固定支持条件で解析を行った。

Fig. 5.51 に入射側から見た垂直、ランダム入射吸音率の解析結果を示す。垂直入射条件、高音域においては無限大面積試料の値と概ね一致している。ランダム入射条件では高音域で無限大面積を超える吸音率を示しており、透過側に接着した場合の方が吸音率の上昇が大きいことから透過問題においても面積効果が生じ、実質的な入射エネルギーの上昇が生じているものと考えられる。垂直入射、ランダム入射条件共に低音域では数値解析値が小さくなる傾向が見られるが、これは透過側の放射効率による影響であり後に詳述することとする。側壁での支持条件については低音域において若干の差が見られる程度であった。これは骨格の損失が大きいことなどがその理由として考えられる。

続いて、Fig. 5.52 に垂直、ランダム入射透過損失を示す。垂直入射条件において、高音域では概ね TMM, FTMM, 数値解析の値は対応している。一方、低音域で FTMM, 数値解析値は TMM 値よりも大きくなっている。これは音響放射面が有限であるために、試料面積に対して長い波長の音波では放射効率が低下するため、開口面で入射側への反射が生じるためである。これにより入射側からみた吸音率が低下することも説明される。ランダム入射透過損失は膜の接着面によらず同じ値となっていることから、材料の吸音性に依らず相反性が確認できる。また、幾何学的な入射パワーを仮定していることから、透過パワーが等しいものと考えられる。このことから、吸音率の挙動の考察から入射パワーの増加を示したが、これらの過剰に入射したパワーは材料内で減衰するパワーと等しいものと推察される。

また、ランダム入射透過損失においては数値解析と FTMM の値には乖離が見られる。ここで、斜入射透過損失の分布を Fig.5.53 に示す。45° 以上の入射角では数値解析と FTMM の値は乖離が大きくなる傾向が見られる。特に擦過入射付近では FTMM では透過損失が上昇しているのに対し、数値解析では単調に減少する傾向が見られ、その値は負にまで低下している。これは原理的には面積効果により入射パワーが増加し、幾何学的入射パワーを超える透過パワーが観測されるためである。数値解析は音場・振動場の物理的な関係性について特に仮定を行っていないためより現実に即しているものと考えられる。従って、FTMM が想定する幾何学的な放射効率と実際の放射効率は擦過入射付近で大きく異なり、FTMM は透過損失を過大評価するおそれがあるといえる。

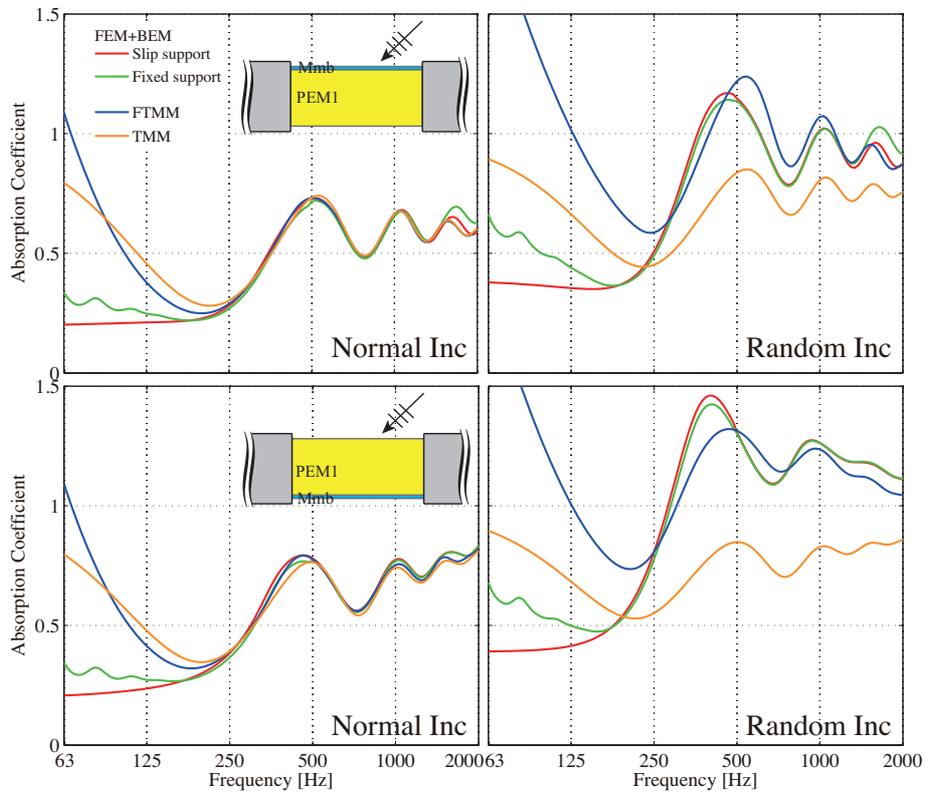


Fig. 5.51: Absorption coefficient seen from the incidence side for membrane-covered poroelastic material.

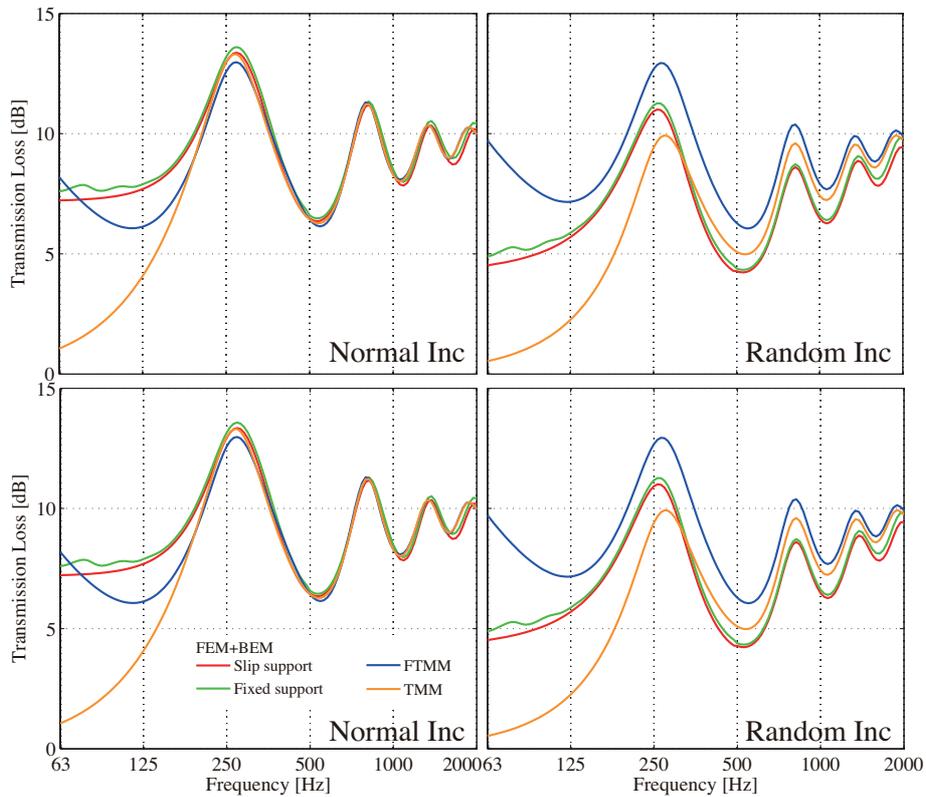


Fig. 5.52: Transmission losses calculated for membrane-covered poroelastic material.

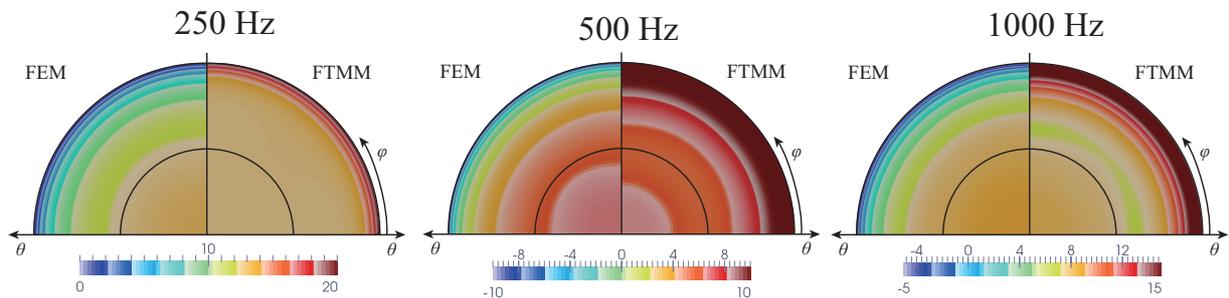


Fig. 5.53: Distribution of oblique incidence transmission loss of membrane-covered poroelastic material.

3層材料 (板材-多孔質材-膜材) の解析

先の検討における膜-多孔質材は一般的には単体で用いられることは少なく、板材料と共に用いられることが多い。この時、多孔質材を板に接着することで、板振動に対し制振作用が働くものと推察される。ここでは板材-多孔質材-膜材の3層材料の透過損失解析を行った。多孔質材と膜材、板材のそれぞれに接着・非接着条件を設定し、計4つの積層条件で解析を行った。板材は側壁で単純支持、多孔質材及び膜材は固定支持条件とした。解析結果を Fig.5.54 に示す。

■振動メカニズム 多孔質材が板材・膜材のいずれにも接着しない Type(d) の透過損失は、低音域で板材の質量則、高音域では多孔質材の減衰により質量則よりも大きい値を示している。これを基準に、多孔質材が板材に接着した Type(b) で、250Hz 付近で多孔質材骨格と内部流体の逆相振動による透過損失の上昇が見られる。一方、膜に接着した Type(c) は鉄板の質量則に、膜材-多孔質材の透過損失が上乘せされた特性が見られる。板材・膜材のどちらにも接着される Type(a) では、多孔質材両面が非通気層に拘束される事で骨格共振によるピーク・ディップがより顕著に見られる。

■解析値の傾向 低音域において、期待された多孔質材による板の制振効果に反し、多孔質材が板材に接着する Type(a),(b) の方が、Type(c),(d) に比べ板の共振によるピークが鋭く現れている。この現象を詳細に観察するため、Fig.5.55 に Type(a) 及び Type(c) の 90Hz における板材、多孔質材骨格の変位を可視化した結果を示す。また、多孔質材は入射側 (板材側) 及び透過側 (膜材側) との連成面での分布を示している。板材と多孔質材が非接着の場合では鉄板の振動姿態は等しいが、振動変位レベルが低下していることが確認できる。また、透過面においても振動変位の差が確認される。このことから、非接着条件では板を透過した波は主に空気伝搬音として多孔質材内部で減衰するのに対し、接着する場合は固体伝搬音として、透過側まで伝達し、放射されているものと考えられる。従って、遮音性能の向上を目的として振動体に対し多孔質材を使用する場合、固体伝搬経路に十分配慮する必要があると言える。高音域においては板共振の影響は小さく、FEM と FTMM の結果は良く対応している。

■実測値の傾向 800Hz 以上の帯域については良い対応が見られる。500Hz 前後の周波数帯域では最大で 5dB 程度の差が生じている。数値解析においては膜付多孔質材の特性による性能が現れているものと考えられるが、吸音材における実測と同様に非接着条件と現実の接触条件との差異が原因として考えられる。しかし、全体的な上昇傾向としては概ね対応しており、解析は妥当であるものと言える。

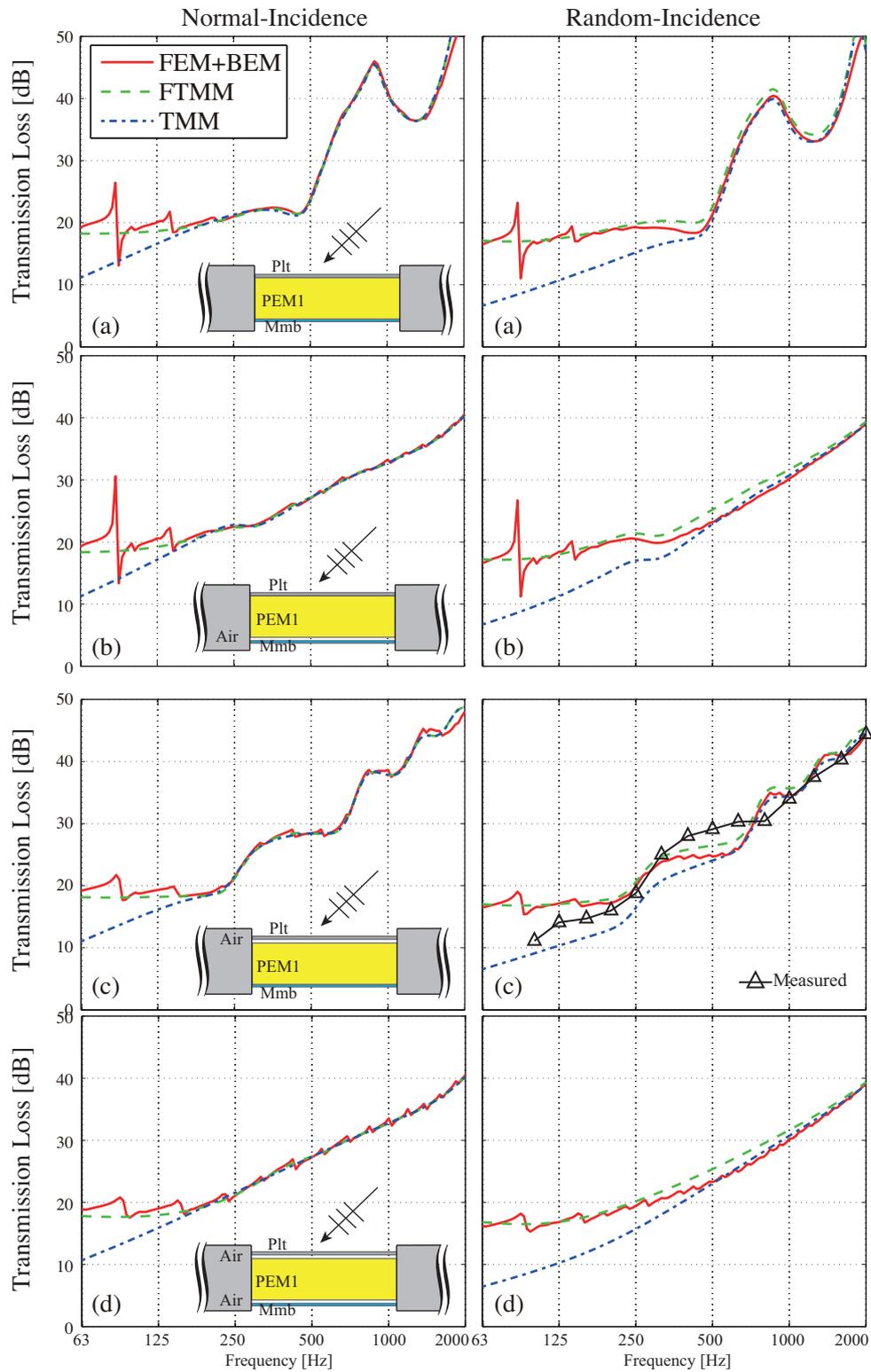


Fig. 5.54: Transmission losses calculated for triple layer materials: Layer conditions are Type(a) Plate-PEM-Membrane, Type(b) Plate-PEM-Air Gap-Membrane, Type(c) Plate-Air Gap-PEM-Membrane and Type(d) Plate-Air Gap-PEM-Air Gap-Membrane.

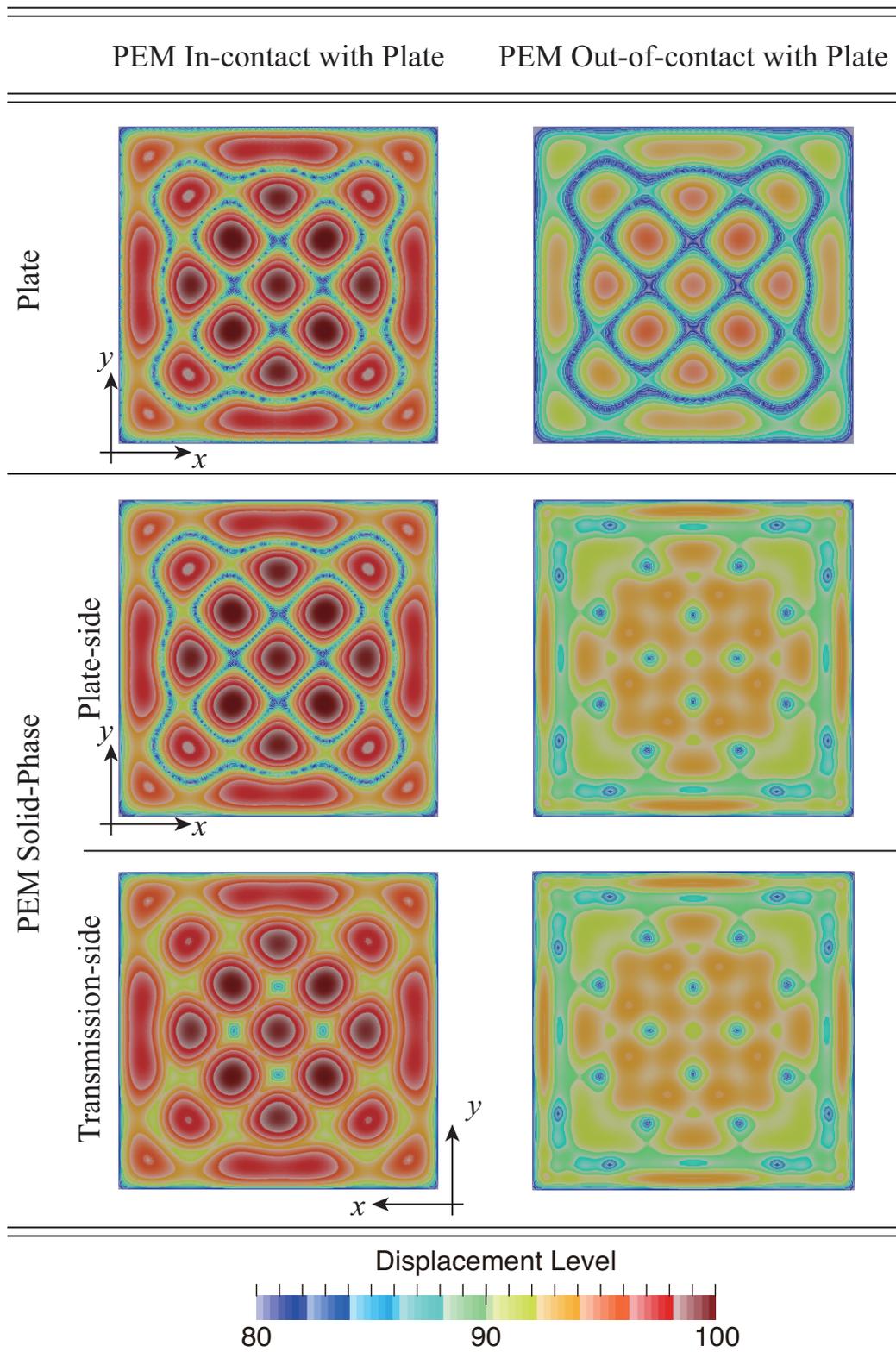


Fig. 5.55: Distribution of the relative displacement level of a layered material composed of poroelastic material and plate. In-contact and out-of-contact conditions are considered.

4 層材料 (板材-多孔質材-膜材-多孔質材) の解析

最後に自動車における防音構造として一般的な板材-多孔質材 (PEM1)-膜材-多孔質材 (PEM2) の材料構成における透過損失の解析を行った。ここでは、膜材と多孔質材の接着について両側 (PEM1, PEM2) に接着 (Type (a)), 入射側 (PEM1) に接着 (Type (b)), 透過側 (PEM2) に接着 (Type (c)) の 3 条件で解析を行った。ただし、板材と多孔質材 (PEM1) との積層は一貫して非接触条件とした。結果を Fig.3 に示す。また、Type(b),(c) ランダム入射透過損失について同様に残響室-無響室対で測定した実測値を併せて示す。

■振動メカニズム Type(a),(b) の 200Hz 付近における透過損失の低下は板材及び積層材 (PEM2-Memb-PEM1) を質量、多孔質材 (PEM1) の流体相をバネとした二重壁の共鳴透過であると考えられる。また、Type(a) の 420Hz 付近に見られる透過損失の低下は板材及び多孔質材 (PEM2) をマス、多孔質材 (PEM1) の骨格をバネとした二重壁の共鳴透過であると考えられる。さらに、Type(c) の 350Hz 付近に見られる透過損失の低下は板材及び多孔質材 (PEM2) をマス、多孔質材 (PEM1) の流体相をバネとした二重壁の共鳴透過であると考えられる。これらは前章、吸音率解析における吸音率のピーク (同様の組み合わせによる一自由度共振) と同一のメカニズムであり、周波数についてもほぼ一致している。一般の二重壁のメカニズムと同様に、4 層目の多孔質材を積層することで、先に示した 3 層材料よりも中低音域で遮音性能が悪化するケースもある事がわかる。

■解析値の傾向 板共振によるピーク・ディップは全周波数帯域を通して小さいことが確認できる。先の 3 層材料の結果と合わせ、強い共振系を持つ板材料に対し積層材料が非接着である場合には共振の影響が透過損失に及ぼす影響は小さいものと結論づけられる。このような場合、質量のみを考慮した解析でその特性は把握できるものと言え、計算負荷の観点においても有効である。

■実測値の傾向 両 Type 共に実測値は高音域で概ね良い対応が見られ、膜の接着位置による透過損失特性の変化が正しく評価されているとみなせる。ただしここでも同様に、上述のマクロな共振系によるディップの予測値については多少の乖離が見られることがわかった。

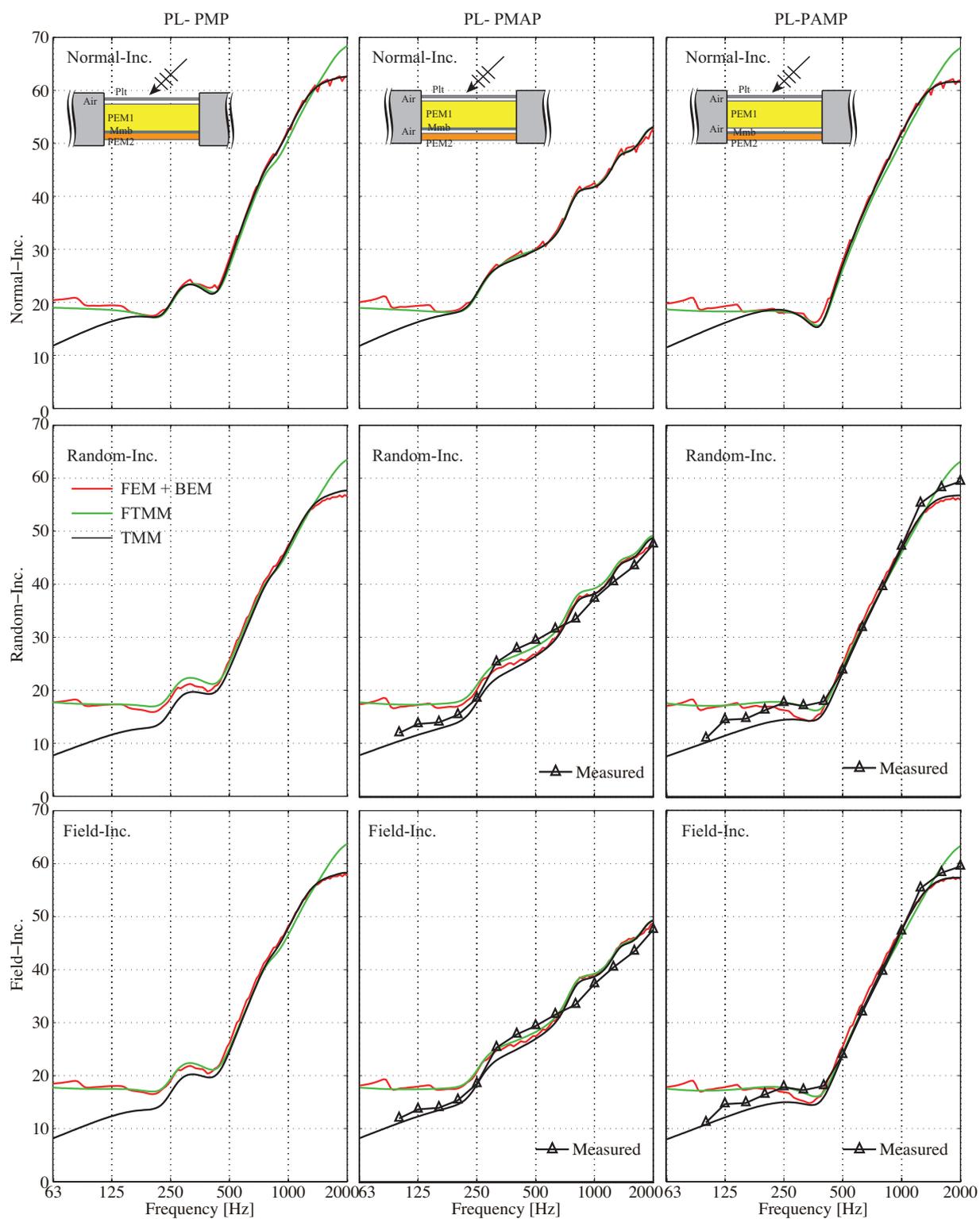


Fig. 5.56: Transmission losses calculated for quadruple layer materials: Three layer conditions are considered: Type(a) Plate-Air Gap-PEM1-Membrane-PEM2, Type(b) Plate-Air Gap-PEM1-Membrane-Air Gap-PEM2 are Type(c) Plate-Air Gap-PEM1-Air Gap-Membrane-PEM2.

5.4.2 試料端部における隙間の影響

4.3.2 項における検討と同様に 3 層材料の左右端部、または中央に隙間を設けた場合について数値解析及び実測を行い、隙間の影響に関する検討を行った。検討に用いた材料は、鉄板 (0.8 mm)、梳毛フェルト 50K、ゴムシートである。ゴムシートと多孔質材は接着、多孔質材と鉄板は非接着とした。また、先の検討からその剛性が及ぼす影響は少ないと判断し、鉄板、ゴムシート共に無張力膜要素を用い、質量のみを考慮した解析を行った。結果を Fig.5.58 に示す。

■解析値の傾向 TMM, 数値解析ともに 200Hz 付近に見られるディップは二重壁共鳴によるものである。隙間があることで、この周波数での落ち込みが小さくなり、全周に隙間がある場合にはよりその傾向が顕著である。これは隙間から多孔質材内部の空気漏れが生じるため、空気バネが働きにくくなるためであると考えられる。また、高音域においては隙間があることで隙間部分での透過が大きくなり透過損失の低下が生じているものと推察される。

隙間位置に関して、隙間が左右端部にある場合は中央にある場合に比べ高音域で透過損失が垂直入射で最大 1dB 程度大きく、変動が見られる。これは端部に隙間があることで面積効果によるエネルギーの流れ込みが生じ、多孔質材内部での減衰が大きくなるためと推察される。また、ランダム入射条件において center gap(A), side gap(B) では 5dB 程度異なることもあり、高音域において隙間の位置、大きさは性能値への関与が非常に大きいといえる。

■実測値との対応 中音域から高音域にかけて解析値と実測値は良い対応を示している。隙間による音響漏れの中高音域における影響は数値解析により妥当に評価できると結論づけられる。

低音域において実測値が解析値より低下し、理論値に近似する影響が見られる。この原因として、残響室の拡散不足が考えられる。また、この領域において解析値は剛バフル中の有限板の放射効率により透過損失が決まっているが、実測において無響室側開口部がバフルとなっていないため、放射効率が異なっていることも一因と考えられる。

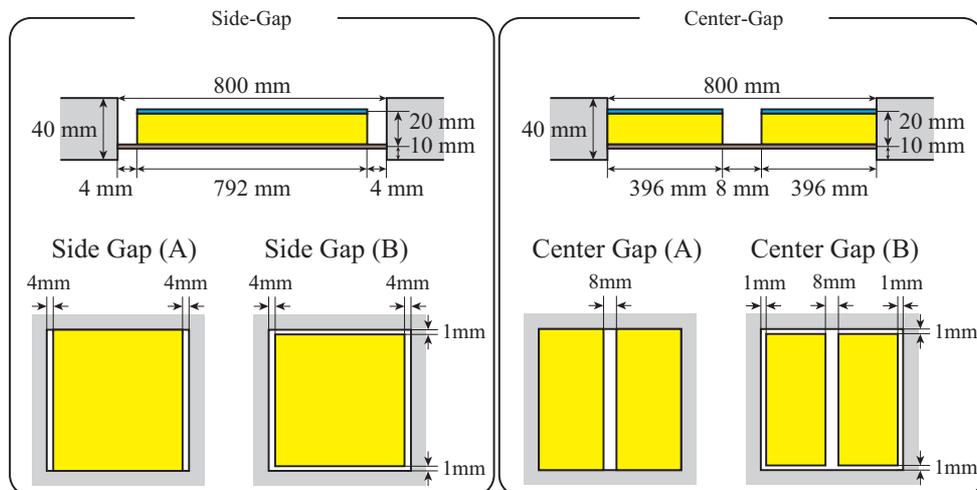


Fig. 5.57: Calculation and measurement configuration of the gap .

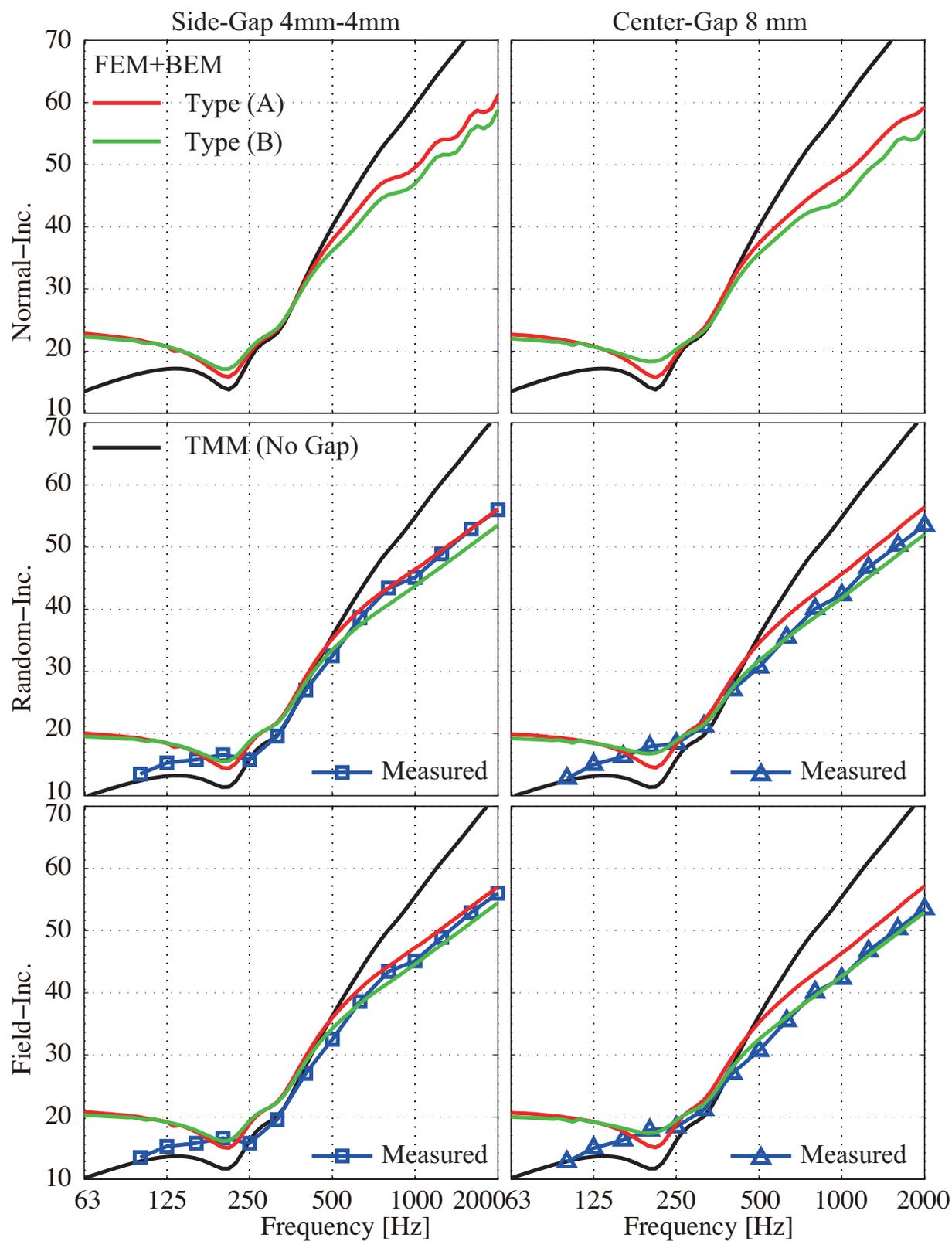


Fig. 5.58: Transmission losses calculated and measured for triple layer materials with gaps.

5.5 まとめ

以下、本章で得られた結果をまとめる。本章では任意の形状、材料構成を想定した音響透過損失解析モデルを提案した。構築した、解析モデル及びプログラムを用い、単層板材料及び積層材料の透過損失解析を実施し、その妥当性を検証した。

第2節では板材料のモデル化において結果に重大な影響を及ぼすと考えられる端部支持について局所作用モデル(集中バネ支持モデル)、拡張作用モデル(三次元弾性体モデル)の振動エネルギー吸収率について比較を行い基礎的な検討を行った。板材を質量、支持材をバネとした一自由度共振については両モデルで概ね同様の値となるが、支持材厚み方向の高次モードについては一般的に局所作用モデルでは振動エネルギー吸収率を過大評価する傾向が見られた。

第3節では、単層板材料の透過損失解析の妥当性の検証を行った。ケーススタディの中で、実測における誤差要因として知られる試料設置条件、及び端部支持条件を取り上げ、これらが透過損失の解析値に及ぼす影響について知見を取得した。

試料設置条件としてはニッシュ効果を取り上げ、凹み型、張り出し型のニッシュの比較を行った。凹み型、張り出し型のニッシュ共にコインシデンス周波数以下の非共振周波数において透過損失の低下が見られた。この傾向は一般に凹み型において顕著であり、入射角ごとの透過損失についても比較的大きな差が見られた。続いて、ニッシュ内での試料設置位置に関する検討を行った。ランダム入射透過損失は入射側、透過側のニッシュ深さについて低音域で相反則が成り立つことが確認されたが、入射角ごとの値では相反則が成り立たないことを示した。また、JIS 1416においては入射側、透過側のニッシュが2:1とすることが望ましいとしているものの、2:1の位置付近はニッシュ効果の位置に関する変化率が大きい部分であり、誤差を生じやすい位置であることが指摘された。

端部支持条件としては集中バネ支持モデル、三次元弾性体モデルが透過損失の予測値に及ぼす影響に関する考察を行った。両者は差は概ね小さいが、支持材接合幅が大きい場合には板の共振周波数に差が生じ、集中バネ支持モデルは三次元弾性体モデルよりも高い周波数で板共振が生じることが確認された。また、板内部に支持部が存在する場合には共振周波数の乖離はより顕著であり、拡張作用の考慮の必要性が見られた。

第4節では積層材料の透過損失解析を行った。無限大面積試料における透過損失との比較から、積層材料においても本論文で提案する解析モデルは妥当な計算を行うことが可能であることを示した。FTMM値はランダム入射地では概ね数値解析値と対応するものの、入射角度が深い場合には数値解析との乖離が大きくなる傾向が見られた。

3層材料の解析において鉄板の曲げ振動モードを考慮した解析を行った。多孔質材を板材に接着することで板振動の制振効果が期待されるが、接着の場合多孔質材骨格を振動が伝搬するため制振効果は小さく、むしろ非接着とした場合のほうが制振効果は大きいことが示された。

実測結果との比較から、透過損失解析においても積層条件のモデル化に起因すると推察される乖離が生じることが明らかとなった。試料の一部に隙間がある場合には二重壁共鳴透過周波数で透過損失の上昇、高音域で透過損失の低下が生じることを示した。また、高音域における透過損失は隙間位置によっても変化することが確認された。これらは実測値との対応も良好であり、解析手法の有効性の一端が示された。

第6章

総括

本章では、本研究により得られた成果を総括し、今後の課題について述べる。

6.1 研究の成果

第1章では、本研究の背景について概説し、音響材料の開発サイクルの合理化を念頭に大きく2つの目的を設定した。第一の目的はより高い条件設定の任意性、適用範囲をもった部材性能予測手法を構築することで、性能予測における材料のモデル化の過程で生じる現実との乖離を小さくし、性能予測精度の向上を図ることである。第二の目的は構築した手法の妥当性検証のケーススタディを通して積層材料の振動メカニズム・音響指標の挙動を把握するものであり、材料の性能測定における誤差要因に関する知見の取得を行い、測定精度の向上を図ることである。

第2章では、本論文で用いる数値解析の基礎理論について述べた。定常状態の音場、弾性体振動場、板振動場、膜振動場、多孔質弾性体振動場を対象とし、音場に関しては有限要素法・境界要素法による解析手法を述べ、弾性体振動場、板振動場、膜振動場、多孔質弾性体振動場に関しては有限要素法による解析手法を述べた。さらに、各物理場及び手法の連成手法や具体的な適用方法を示した。本論文の数値解析の手法論的な新規性としては、ガラーキ境界要素法-有限要素法の連成による第4章、第5章で提案する問題の解析の効率化、及び多孔質弾性体場とその他の振動場の間に微小な空気層が存在する場合を表す非接着条件の定式化と数値解析への導入法が挙げられる。

第3章では、音響管問題を取り上げ、はじめに本論文において構築した解析プログラムの妥当性の検証を行った。特に本論文で導入した非接着条件についてその妥当性を示すとともに、適用限界についても言及した。その後、音響管計測における試料支持条件が計測値に及ぼす影響に関する数値解析を行った。単層多孔質材に関し、固定支持される場合には見かけ上の剛性値が上昇すると見なせる振る舞いを見せることが示された。この時の剛性値の上昇倍率について、管一辺の長さ L 、材料厚 t 、ポアソン比 ν より以下のヤング率の上昇倍率 α_{MF} の予測式を構築した。

$$\alpha_{MF} = 1 + \frac{2.7786}{1 + 1.2901\nu} \left(\frac{t}{L} \right)^{2.3889}$$

音響管計測において得られるデータは上式による剛性値の上昇を考慮したヤング率 $E_{Eq} = E_{true}\alpha_{MF}$ を用いることで、伝達マトリクス法による予測が可能である。

一方隙間がある場合については Double Porosity の理論を適用することによりその特性の予測が可能であることを示した。また、数値解析によるケーススタディから、流れ抵抗が大きく、骨格振動が生じにくい材料では隙間が及ぼす影響がより重大であることが示唆された。

音響管計測は単純な手法であるがこのような材料周辺の物理条件により計測値される値は無限大面積試料のものからは乖離が生じる。ここで示した結果は、管内で計測されるであろう値を簡易に予測する手法である。これにより音響管で得られるデータの理解が促進され、計測の信頼性及び一貫性の検証が可能となると言える。

積層材料の代表例である膜付多孔質材についても同様の検討を行ったが、概ね同様の挙動が確認される。ただし、積層材では試料が薄い場合にも支持条件や隙間の影響は重大であり、特に低音域における特性を取得することは困難であると言える。また、特に隙間がある場合に得られた知見は音響管計測における誤差要因としてではなく、Double Porosity と積層材を組み合わせた材料設計に寄与する知見でもあると言える。

第4章では本論文の中核となる部材性能予測手法について数値解析論的な考察を行った後に本論文で採用する吸音率解析モデルを提案した。ここで、本論文の第一目的として重要であることは 1) 任意の材料構成、形状、2) 任意の音波入射条件による解析を行うことであった。また、次章における透過損失解析モデルでも本質的に同様の背景を持ち、同様のモデル化を行うことから、以下に吸音率、透過損失解析をまとめて、本論文で提案した手法の概要を示す。

- 剛バフル中の凹み・開口に材料を設置
- 凹み・開口内部では任意の材料構成、形状を取る事が可能
- バフル外部の音場に境界要素法を適用
- バフル内部の音場・振動場に有限要素法を適用
- 入射角 (θ_i, φ_i) での平面波入射
- 斜入射吸音率・透過損失は幾何学的入射パワー、ネット吸音パワー・ネット透過パワーより算出
- Paris の式により統計平均値を算出

本章では提案手法を用いた吸音率解析を実施した。はじめに単層多孔質材料の解析を行うことで手法の妥当性の検証を行った。この時、ケーススタディを通して、残響室法吸音率計測における面積効果、及びその抑制法である Deep-well 法に関する知見の取得を行った。面積効果は音波の回折のしやすさ、及び試料の吸音率に依存し、一般に単層多孔質材料においては中音域で最もその影響が大きく、試料面積を 9 m^2 程度としても依然として吸音率の上昇が見られた。また、Deep-well 法については well を深くするに従い、高音域から無限大面積試料に漸近し、低音域における効果は小さいことを示した。

続いて積層材料について本手法を適用した。材料の振動メカニズムを整理した上で、解析値と実測値の比較を行った。この中で、材料間の連続条件が実際の材料と数値解析上のモデルでは異なっている可能性が示唆された。また、積層材においては端部に隙間が存在し、背後の空気層(多孔質材内部の空気)と外部空間が連続する場合には大きく性能が変化することを示した。

第5章では前章における考察に基づき、厚みのある剛バフル中に試料を設置するモデルを提案した。

はじめに板の端部支持条件に関し、従来より用いられている集中バネ支持モデルと、三次元弾性体による詳細な支持モデルについて垂直入射振動エネルギー吸収率の比較を行い、両者の差を把握した。

続いて、単層板材料の解析を行うことで手法の妥当性の検証を行った。この時、ケーススタディを通して、実測による透過損失計測において誤差要因となる試料設置、試料支持条件が透過損失に及ぼす影響について検討を行った。

試料設置については一般にニッシュ効果として知られる現象について、凹み型、張り出し型の2つのタイプの形状を設定し、比較を行った。その結果、凹み型ニッシュでは低音域、非共振周波数における透過損失の低下が顕著であることが示された。また、試料設置位置についてはJISにおいては2:1のニッシュ深さとするのが望ましいとしているものの、そのような位置では透過損失の位置による変化率が大きくなっているため、施工精度により誤差が出やすい位置であることを指摘した。

支持条件については先述の両支持モデルによる予測値の差異に関する検討を行った。その結果、支持幅が大きい場合に板の共振周波数に顕著な差が見られることが分かった。これらは1/3オクターブ幅の帯域をまたぐ事があり、性能劣化が生じる帯域の評価を誤る可能性が示唆された。

最後に積層材料の透過損失解析を行った。ここでも振動メカニズムについて整理し、解析値と実測値の比較を行った。低音域において、板状材料などの強い共振系を持つ材料に多孔質材などが接着される場合には、共振の影響を考慮した解析の必要があることが示された。

吸音率解析時の傾向と同様に、積層材においては隙間が存在する場合には透過損失の値が大きく変化することがわかった。特に低音域における二重壁共鳴透過の緩和、高音域における隙間部分での音響透過が隙間による主な影響であった。また、これらの傾向は実測値とも対応し、本解析手法の有効性の一端が示された。

第4章、第5章においては 1m^2 程度の試料を解析対象として取り上げ、種々の検討を行った。従って序論に述べたとおり、本論文で提示した計算結果は主に自動車内装材などの規模の範囲となっている。また、計算機資源の観点から、本論文で取り扱った最大規模の計算はFig.5.56(4層材料の透過損失解析)で、最大使用メモリは行列方程式の求解時に最大約350GBに上った。材料開発の現場利用において本研究で用いた規模の計算機の利用は現段階では高い要求といえ、建築部材規模の試験体への適用性と併せて、今後の計算機の発展に期待するところである。ただし、物性値や材料構成などの条件に依存する部分もあるが 1m^2 程度の試験体、1kHz程度以下の周波数領域については、現段階においても汎用計算機(32GB程度)の性能で解析が視野に入っている。

6.2 今後の課題

本論文においては材料の部材性能予測において大きく2つの課題を残した。

第一に、材料自体のモデル化に関する課題がある。特に材料の積層条件については本論中でも触れたが、実際の材料の積層条件は接着・非接着の中間的な状態であり、物理的には複雑な挙動を示すものと考えられる。このような影響を考慮するためには時間領域解析を行い、境界非線形性を考慮した応答を算出する方法が考えられるが、これは解析手法を根本的に変えることとなるため、本論文の延長として論じることは難しいといえる。もう一つの方法として、単層板材の集中バネ支持モデルに見られるように、バネにより2つの材料が結合される状態を考える方法があるだろう。また、一般的な材料を想定する場合には材料の異方性を考慮することも重要である。特に繊維系の多孔質材料や木材などは異方性が強く、音響性能の音波入射角への依存性が高まることが予想される。このような条件が統計平均値に及ぼす影響につい

ては未知な部分が多い。

第二に、指標値の算出法に関する課題がある。第4章では一貫して幾何学的な入射パワーとネット吸音パワーより吸音率を算出したが、これによれば面積効果を加味した結果が得られるが、逆に言えば面積効果を含めざるを得ない。面積効果を除いた吸音率を算出することができれば、材料性能を決定する要因の要素化につながり、より細やかな材料設計が可能になると考えられる。面積効果を除くということと言い換えるならば、真の入射パワー及び、吸音パワーを算出することを意味する。これらを算出することは一般に容易でないため定番の手法がなく、これ自体が研究課題であるといえる。ただし一手法として、Tamura の提案する空間フーリエ変換に基づく伝搬音の方向分解を用いる方法 [65, 66] が考えられるだろう。ただし、空間フーリエ変換を用いることから周期性の仮定が行われるため、純粋に有限面積試料の性能とは言えない。数値解析上では音源、受音点の設定は容易であることから、多点加振、多点計測に基づく計測理論の発展に期待するところである。

また、本論では直接的に触れなかったが、構築した解析プログラムは高い汎用性を持つがために利用にあたり入力パラメータや解析メッシュ、機能の選択などの準備に非常に労力がかかる。また、CUI ベースでの運用を前提としているため、通常の方法開発の現場利用には敷居が高いものと考えられる。今後は GUI や形状入力の簡略化、材料データベースの統合などのユーザインターフェースを拡充することで、より数値解析技術の応用が促進されるものと期待される。

以上、本論文で残された課題を示した。これらが解決されることで材料開発の合理化が促進され、より柔軟な音響設計に還元されることを期待し、本論文を締めくくる。

付録 A

要素積分の評価

ここでは第二章にて扱った内挿関数 N_i について述べ、それを用いた数値積分法を示す。有限要素法、境界要素法においては要素形状は任意であるが、数値積分を用いて場合にはいかなる要素であってもその理論は同様に展開されるため、ここでは、四角形、六面体一次要素についてのみ具体的に定式化する。

A.1 内挿関数とその微分形

A.1.1 四辺形要素

内挿関数

Fig.A.1 に示すように、3次元空間上の四辺形を局所空間に射影すること考える。この時、任意の四辺形面内の実空間座標 (x, y, z) は局所空間の座標 (ξ, η) を用いて次式のように表す事ができる。

$$x = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta)x_i, \quad y = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta)y_i, \quad z = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta)z_i \quad (\text{A.1})$$

ただし、 (x_i, y_i, z_i) は i 番目の節点の座標、 $N_i(\xi, \eta)$ は i 番目の節点の内挿関数であり以下のように表される。

$$\begin{aligned} N_1(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \\ N_2(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \\ N_3(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \\ N_4(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

内挿関数の微分形

以上の内挿関数は局所座標を用いて表されている。前節までに示した要素剛性マトリックスの計算には、内挿関数の全体座標系での空間偏微分値 $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$ を算出する必要がある。しかし、この値は陽な形で表示することは大変な労力であり、有限要素法のプログラムを構築する際に必ずしも効率的であるとは限らない。ここでは内挿関数の全体座標系での空間偏微分値と局所座標系での空間偏微分値を対応づける

方法を説明する。

合成関数の偏微分に関するチェインルールより以下の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned}\frac{\partial N_i}{\partial \xi} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}\end{aligned}$$

上式をマトリックス形式で表すと、以下のように書く事ができる。

$$\begin{aligned}\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} \\ &= [\mathbf{J}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix}\end{aligned}\tag{A.3}$$

従って、内挿関数の全体座標系での空間偏微分は以下のように表す事ができる。

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [\mathbf{J}]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix}\tag{A.4}$$

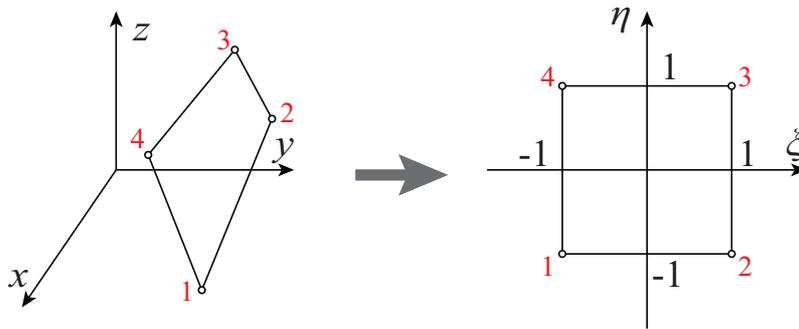


Fig. A.1: Schematic of quadrangle interpolation function.

ここで、 $[\mathbf{J}]$ は座標変換に関するヤコビ行列であり以下のように定義される。

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{J}] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \tag{A.5}
 \end{aligned}$$

以上の関係から、内挿関数の局所座標系での偏微分値及び節点の座標より、内挿関数の全体座標系での偏微分値を算出する事が可能である。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial N_1(\xi, \eta)}{\partial \xi} &= -\frac{1}{4}(1 - \eta) & \frac{\partial N_1(\xi, \eta)}{\partial \eta} &= -\frac{1}{4}(1 - \xi) \\
 \frac{\partial N_2(\xi, \eta)}{\partial \xi} &= \frac{1}{4}(1 - \eta) & \frac{\partial N_2(\xi, \eta)}{\partial \eta} &= -\frac{1}{4}(1 + \xi) \\
 \frac{\partial N_3(\xi, \eta)}{\partial \xi} &= \frac{1}{4}(1 + \eta) & \frac{\partial N_3(\xi, \eta)}{\partial \eta} &= \frac{1}{4}(1 + \xi) \\
 \frac{\partial N_4(\xi, \eta)}{\partial \xi} &= -\frac{1}{4}(1 + \eta) & \frac{\partial N_4(\xi, \eta)}{\partial \eta} &= \frac{1}{4}(1 - \xi)
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

A.1.2 六面体要素

内挿関数

Fig.A.2 に示すように、3次元空間上の六面体を局所空間に射影すること考える。この時、任意の六面体内部の実空間座標 (x, y, z) は局所空間の座標 (ξ, η, ζ) を用いて次式のように表す事ができる。

$$x = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) x_i, \quad y = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) y_i, \quad z = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) z_i \tag{A.7}$$

ただし、 (x_i, y_i, z_i) は i 番目の節点の座標、 $N_i(\xi, \eta)$ は i 番目の節点の内挿関数であり以下のように表される。

$$\begin{aligned}
 N_1(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta) \\
 N_2(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta) \\
 N_3(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 + \eta)(1 - \zeta) \\
 N_4(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 + \eta)(1 - \zeta) \\
 N_5(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 - \eta)(1 + \zeta) \\
 N_6(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 - \eta)(1 + \zeta) \\
 N_7(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 + \xi)(1 + \eta)(1 + \zeta) \\
 N_8(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{8}(1 - \xi)(1 + \eta)(1 + \zeta)
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

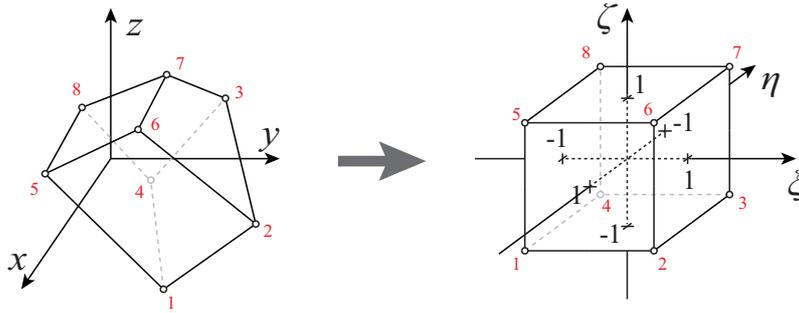


Fig. A.2: Schematic of hexahedron interpolation function.

内挿関数の微分形

ここでは内挿関数の全体座標系での空間偏微分値と局所座標系での空間偏微分値を対応づける方法を説明する。合成関数の偏微分に関するチェインルールより以下の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \xi} \\
 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \eta} \\
 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \zeta}
 \end{aligned}$$

上式をマトリックス形式で表すと、以下のように書く事ができる。

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} \\
&= [\mathbf{J}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{A.9}$$

従って、内挿関数の全体座標系での空間偏微分は以下のように表す事ができる。

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} = [\mathbf{J}]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} \tag{A.10}$$

ここで、 $[\mathbf{J}]$ は座標変換に関するヤコビ行列であり以下のように定義される。

$$\begin{aligned}
[\mathbf{J}] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \\ \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \\ \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \cdots & \frac{\partial N_8}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \cdots & \frac{\partial N_8}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \zeta} & \frac{\partial N_2}{\partial \zeta} & \cdots & \frac{\partial N_8}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_8 & y_8 & z_8 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{A.11}$$

以上の関係から、内挿関数の局所座標系での偏微分値及び節点の座標より、内挿関数の全体座標系での偏微分値を算出する事が可能である。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_1(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= -\frac{1}{8}(1-\eta)(1-\zeta) & \frac{\partial N_1(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= -\frac{1}{8}(1-\xi)(1-\zeta) & \frac{\partial N_1(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= -\frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta) \\
\frac{\partial N_2(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= \frac{1}{8}(1-\eta)(1-\zeta) & \frac{\partial N_2(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= -\frac{1}{8}(1+\xi)(1-\zeta) & \frac{\partial N_2(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= -\frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta) \\
\frac{\partial N_3(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= \frac{1}{8}(1+\eta)(1-\zeta) & \frac{\partial N_3(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\zeta) & \frac{\partial N_3(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= -\frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta) \\
\frac{\partial N_4(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= -\frac{1}{8}(1+\eta)(1-\zeta) & \frac{\partial N_4(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\zeta) & \frac{\partial N_4(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= -\frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta) \\
\frac{\partial N_5(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= -\frac{1}{8}(1-\eta)(1+\zeta) & \frac{\partial N_5(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= -\frac{1}{8}(1-\xi)(1+\zeta) & \frac{\partial N_5(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta) \\
\frac{\partial N_6(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= \frac{1}{8}(1-\eta)(1+\zeta) & \frac{\partial N_6(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= -\frac{1}{8}(1+\xi)(1+\zeta) & \frac{\partial N_6(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta) \\
\frac{\partial N_7(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= \frac{1}{8}(1+\eta)(1+\zeta) & \frac{\partial N_7(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\zeta) & \frac{\partial N_7(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta) \\
\frac{\partial N_8(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \xi} &= -\frac{1}{8}(1+\eta)(1+\zeta) & \frac{\partial N_8(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \eta} &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\zeta) & \frac{\partial N_8(\xi, \eta, \zeta)}{\partial \zeta} &= \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)
\end{aligned} \tag{A.12}$$

A.2 Gauss-Legendre 積分による面積分・体積分の評価

A.2.1 Gauss-Legendre 積分について

Gauss-Legendre 積分は数値積分法の一つであり、積分値を総和の形式で得る手法である。Gauss-Legendre 積分では $\xi \in [-1, 1]$ に正規化された区間における積分に対し、積分区間内における評価点 ξ_i 及びその点における重み w_i が与えられ、任意の関数 $f(x)$ の積分を以下のような総和で表すことができる。

$$\int_{-1}^1 f(\xi) d\xi = \sum_i f(\xi_i) w_i \tag{A.13}$$

また、任意の積分区間については座標変換を行い、積分区間を $x \in [-1, 1]$ に正規化することで表す事ができる。

$$\begin{aligned}
\int_b^a f(x) dx &= \frac{a-b}{2} \int_{-1}^1 f(x(\xi)) d\xi \\
&= \frac{a-b}{2} \sum_i f(x(\xi_i)) w_i
\end{aligned} \tag{A.14}$$

さらに、多次元化することも可能であり、任意の四辺形領域に対する面積分、及び任意の六面体領域に対する体積分について以下のように書ける。

$$\begin{aligned}
\iint_S f(x, y) dx dy &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)) |\mathbf{J}| d\xi d\eta \\
&= \sum_i \sum_j f(x(\xi_i, \eta_j), y(\xi_i, \eta_j)) |\mathbf{J}| w_i w_j
\end{aligned} \tag{A.15}$$

$$\begin{aligned} \iiint_V f(x, y, z) dx dy dz &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(x(\xi, \eta, \zeta), y(\xi, \eta, \zeta), z(\xi, \eta, \zeta)) |\mathbf{J}| d\xi d\eta d\zeta \\ &= \sum_i \sum_j \sum_k f(x(\xi_i, \eta_j, \zeta_k), y(\xi_i, \eta_j, \zeta_k), z(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)) |\mathbf{J}| w_i w_j w_k \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

ただし、 $|\mathbf{J}|$ は座標変換によるヤコビ行列の行列式の値である。

A.2.2 一定要素境界要素法における境界積分の評価

境界要素法においては以下の積分を評価する必要がある。

$$G = \int \frac{\exp(-jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|)}{4\pi|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|} dS_q \quad (\text{A.17})$$

$$H = \int -\frac{1 + jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|}{4\pi|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|^2} \frac{(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q) \cdot \mathbf{n}_q}{|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|} \exp(-jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|) dS_q \quad (\text{A.18})$$

ここで、観測点 \mathbf{r}_p が積分領域内に含まれる時、即ち係数行列の対角成分に対する境界積分を評価する時、 $|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q| = 0$ となる特異点が被積分関数に生じる。そのため、境界要素法では一般に非対角成分の算出には通常の面積分に対する Gauss-Legendre 積分、対角成分には特異性を緩和した上で線積分に対する Gauss-Legendre 積分を適用することで境界積分を評価する。以下ではそれらの手順を具体的に示す。

非対角成分における境界積分の評価

Gauss-Legendre 積分を適用すると、 G, H は以下のように総和の形で表される。

$$G = \sum_i \sum_j \frac{\exp(-jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q^{ij}|)}{4\pi|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q^{ij}|} |\mathbf{J}| w_i w_j \quad (\text{A.19})$$

$$H = \sum_i \sum_j \left(-\frac{1 + jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q^{ij}|}{4\pi|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q^{ij}|^2} \frac{(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q^{ij}) \cdot \mathbf{n}_q^{ij}}{|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q^{ij}|} \exp(-jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q^{ij}|) \right) |\mathbf{J}| w_i w_j \quad (\text{A.20})$$

ただし、境界上における (i, j) 番目の積分点 \mathbf{r}_q^{ij} の全体座標系における座標は、Eq.(A.1) 及び局所座標における積分点の座標 (ξ_i, η_j) より、以下のように与えられる。

$$\mathbf{r}_q^{ij} = \left\{ \sum_{\alpha=1}^4 N_\alpha(\xi_i, \eta_j) x_\alpha, \sum_{\alpha=1}^4 N_\alpha(\xi_i, \eta_j) y_\alpha, \sum_{\alpha=1}^4 N_\alpha(\xi_i, \eta_j) z_\alpha \right\} \quad (\text{A.21})$$

また平面上の要素を仮定すると、 \mathbf{n}_q^{ij} は要素内で一定方向である。

対角成分における境界積分の評価

観測点 \mathbf{r}_p が積分要素内部にある事から、 $\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q$ は常に要素面内のベクトルである。従って、要素の法線方向ベクトルとの内積 $(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q) \cdot \mathbf{n}_q$ は積分区間で常に直交する。そのため、対角成分については H

の被積分関数が常に 0 であり、 $H = 0$ である。ただし、 $|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q| = 0$ なる特異点は存在し、その取り扱いについては 2.2.4 項、境界上の観測点周辺の特異性において述べた通りである。

次に G の特異性を緩和するために、Fig.A.4(a) に示すように、観測点を極とした極座標系を考える。

$$\begin{aligned}
 G &= \int \frac{\exp(-jk|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|)}{4\pi|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|} dS_q \\
 &= \int_0^{2\pi} \int_0^{R(\theta)} \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} r dr d\theta \\
 &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{R(\theta)} \exp(-jkr) dr d\theta \\
 &= \frac{1}{4\pi jk} \int_0^{2\pi} (1 - \exp(-jkR(\theta))) d\theta \\
 &= \frac{1}{4\pi jk} \left(2\pi - \int_0^{2\pi} \exp(-jkR(\theta)) d\theta \right) \tag{A.22}
 \end{aligned}$$

Eq.(A.22) の積分項は、四辺形をさらに 4 つの三角形要素に分割し、各三角形要素について始線を極から各節点に対する方向に設定し、それぞれの線積分を評価する (Fig.A.4(b))。

$$\begin{aligned}
 \int_0^{2\pi} \exp(-jkR(\theta)) d\theta &= \int_0^{\theta_{12}} \exp(-jkR(\theta_1)) d\theta_1 + \int_0^{\theta_{23}} \exp(-jkR(\theta_2)) d\theta_2 \\
 &\quad + \int_0^{\theta_{34}} \exp(-jkR(\theta_3)) d\theta_3 + \int_0^{\theta_{41}} \exp(-jkR(\theta_4)) d\theta_4 \tag{A.23}
 \end{aligned}$$

上式の右辺第一項に Gauss-Legendre 積分を適用すると以下のように書ける。

$$\int_0^{\theta_{12}} \exp(-jkR(\theta_1)) d\theta_1 = \frac{\theta_{12}}{2} \sum_i \exp(-jkR(\theta_i)) w_i \tag{A.24}$$

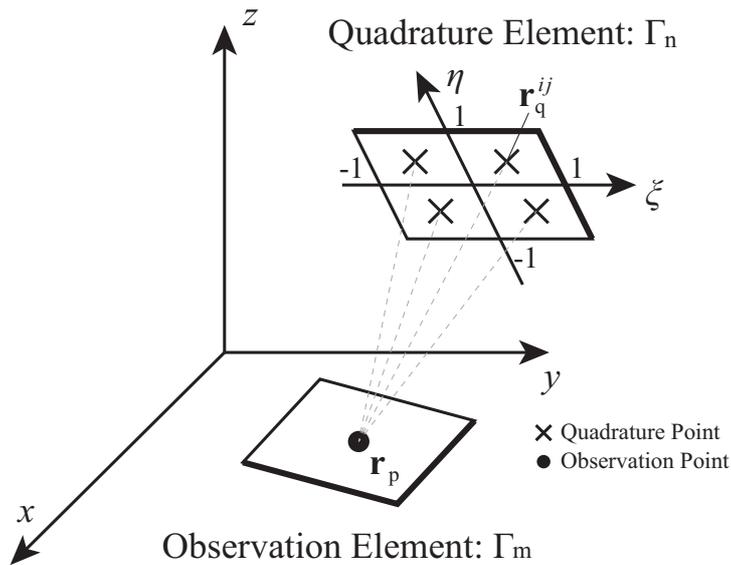


Fig. A.3: Schematic of normal integral.

ただし, FigA.4(c) に示すような幾何学的関係から $R(\theta)$ は以下のように表す事ができる。

$$R(\theta) = \frac{L_1 L_2 \sin(\theta_{12})}{L_2 \sin \theta + L_1 \sin(\theta_{12} - \theta)} \quad (\text{A.25})$$

また, 局所座標 ξ_i に対応する全体座標 θ_i は次式で書ける。

$$\theta_i = \frac{1 + \xi_i}{2} \theta_{12} \quad (\text{A.26})$$

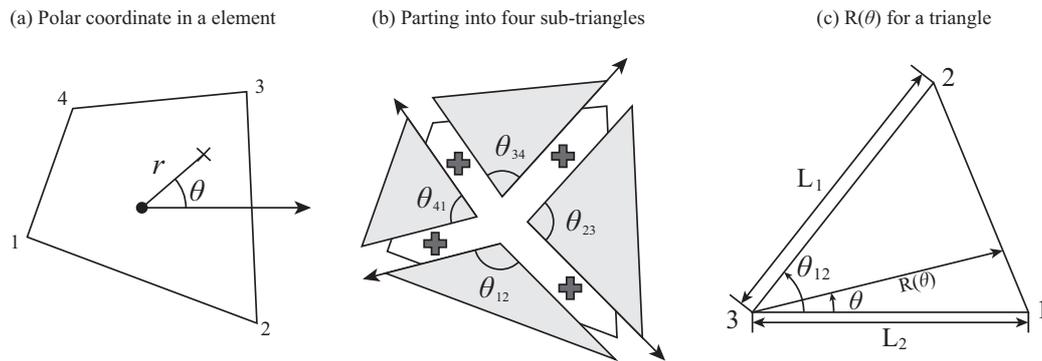


Fig. A.4: Schematic of a singular integral evaluation in a same element.

A.2.3 ガラーキン境界要素法における境界積分の評価

異なる要素間の評価 ($m \neq n$)

内側，外側の積分について Gauss-Legendre 積分を適用すると以下のように書くことが出来る。

$$\begin{aligned}
 \int_{\Gamma_{p,m}} \int_{\Gamma_{q,n}} G(\mathbf{r}_{p,m}, \mathbf{r}_{q,n}) \{\mathbf{N}_m\}^T \{\mathbf{N}_n\} dS_{q,n} dS_{p,m} \\
 &= \sum_i \sum_j G(\mathbf{r}_{p,m}^i, \mathbf{r}_{q,n}^j) \{\mathbf{N}_m^i\}^T \{\mathbf{N}_n^j\} |J_i| |J_j| w_i w_j \\
 &= \sum_i \sum_j \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \{\mathbf{N}_m^i\}^T \{\mathbf{N}_n^j\} |J_i| |J_j| w_i w_j \quad (\text{A.27})
 \end{aligned}$$

ここで， $r = |\mathbf{r}_{p,m}^i - \mathbf{r}_{q,n}^j|$ である。

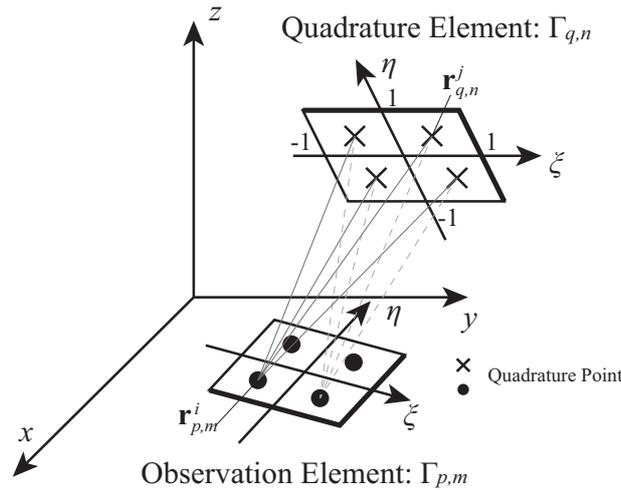


Fig. A.5: Normal integral evaluation between different elements

同一要素内の評価 ($m = n$)

外側の積分については Gauss-Legendre 積分を適用し，内側の積分に関しては外側の Gauss 積分の積分点を極とした極座標系に変数変換を行う (Fig.A.6)。その上で，動径及び方位角方向それぞれについて Gauss-Legendre 積分を適用する。

$$\begin{aligned}
& \int_{\Gamma_{p,m}} \int_{\Gamma_{q,n}} G(\mathbf{r}_{p,m}, \mathbf{r}_{q,n}) \{\mathbf{N}_m\}^T \{\mathbf{N}_n\} dS_{q,n} dS_{p,m} \\
&= \sum_i \int_{\Gamma_{q,n}} G(\mathbf{r}_{p,m}^i, \mathbf{r}_{q,n}) \{\mathbf{N}_m^i\}^T \{\mathbf{N}_n\} dS_{q,n} |J_i| w_i \\
&= \sum_i \oint \int_0^{R(\theta)} G(\mathbf{r}_{p,m}^i, \mathbf{r}_{q,n}) \{\mathbf{N}_m^i\}^T \{\mathbf{N}_n(r, \theta)\} r dr d\theta |J_i| w_i \\
&= \sum_i \oint \int_0^{R(\theta)} \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r} \{\mathbf{N}_m^i\}^T \{\mathbf{N}_n(r, \theta)\} r dr d\theta |J_i| w_i \\
&= \frac{1}{4\pi} \sum_i \oint \int_0^{R(\theta)} \exp(-jkr) \{\mathbf{N}_m^i\}^T \{\mathbf{N}_n(r, \theta)\} dr d\theta |J_i| w_i \quad (\text{A.28})
\end{aligned}$$

ここで例として四角形要素の場合、内側の積分は以下のように展開できる。

$$\begin{aligned}
& \oint \int_0^{R(\theta)} \exp(-jkr) \{\mathbf{N}_m^i\}^T \{\mathbf{N}_n(r, \theta)\} dr d\theta \\
&= \int_0^{\theta_{12}} \int_0^{R(\theta)} \exp(-jkr) \{\mathbf{N}_m^i\}^T \{\mathbf{N}_n(\mathbf{r}_{q,n})\} dr d\theta \\
&+ \int_0^{\theta_{23}} \int_0^{R(\theta)} \exp(-jkr) \{\mathbf{N}_m^i\}^T \{\mathbf{N}_n(\mathbf{r}_{q,n})\} dr d\theta \\
&+ \int_0^{\theta_{34}} \int_0^{R(\theta)} \exp(-jkr) \{\mathbf{N}_m^i\}^T \{\mathbf{N}_n(\mathbf{r}_{q,n})\} dr d\theta \\
&+ \int_0^{\theta_{41}} \int_0^{R(\theta)} \exp(-jkr) \{\mathbf{N}_m^i\}^T \{\mathbf{N}_n(\mathbf{r}_{q,n})\} dr d\theta \quad (\text{A.29}) \\
&= \frac{\theta_{12}}{2} \sum_j \left(\frac{R(\theta_{12}^j)}{2} \left(\sum_k \exp(-jkR^k(\theta_{12}^j)) \{\mathbf{N}_m^i\}^T \{\mathbf{N}_n(\mathbf{r}_{q,n})\} w_k \right) w_j \right) \\
&+ \frac{\theta_{23}}{2} \sum_j \left(\frac{R(\theta_{23}^j)}{2} \left(\sum_k \exp(-jkR^k(\theta_{23}^j)) \{\mathbf{N}_m^i\}^T \{\mathbf{N}_n(\mathbf{r}_{q,n})\} w_k \right) w_j \right) \\
&+ \frac{\theta_{34}}{2} \sum_j \left(\frac{R(\theta_{34}^j)}{2} \left(\sum_k \exp(-jkR^k(\theta_{34}^j)) \{\mathbf{N}_m^i\}^T \{\mathbf{N}_n(\mathbf{r}_{q,n})\} w_k \right) w_j \right) \\
&+ \frac{\theta_{41}}{2} \sum_j \left(\frac{R(\theta_{41}^j)}{2} \left(\sum_k \exp(-jkR^k(\theta_{41}^j)) \{\mathbf{N}_m^i\}^T \{\mathbf{N}_n(\mathbf{r}_{q,n})\} w_k \right) w_j \right) \quad (\text{A.30})
\end{aligned}$$

ここで、 $\theta_{..}^j = N_{\text{Ln}}(\xi_j)\theta_{..}$ 、 $R^k(\theta) = N_{\text{Ln}}(\xi_k)R(\theta)$ であり、 $N_{\text{Ln}}(\xi)$ は以下のように表される。

$$N_{\text{Ln}}(\xi) = \frac{1+\xi}{2} \quad (\text{A.31})$$

■ $\mathbf{N}_n(\mathbf{r}_{q,n})$ の算出法 特異積分値の算出にあたり、サブ要素に対し設定した局所極座標系での積分点における親要素の形状関数の値 $\mathbf{N}_n(\mathbf{r}_{q,n})$ を算出する必要がある。これらは一般に陽な形式で与えることは困難であるため、以下に示すような手順で算出することとする。

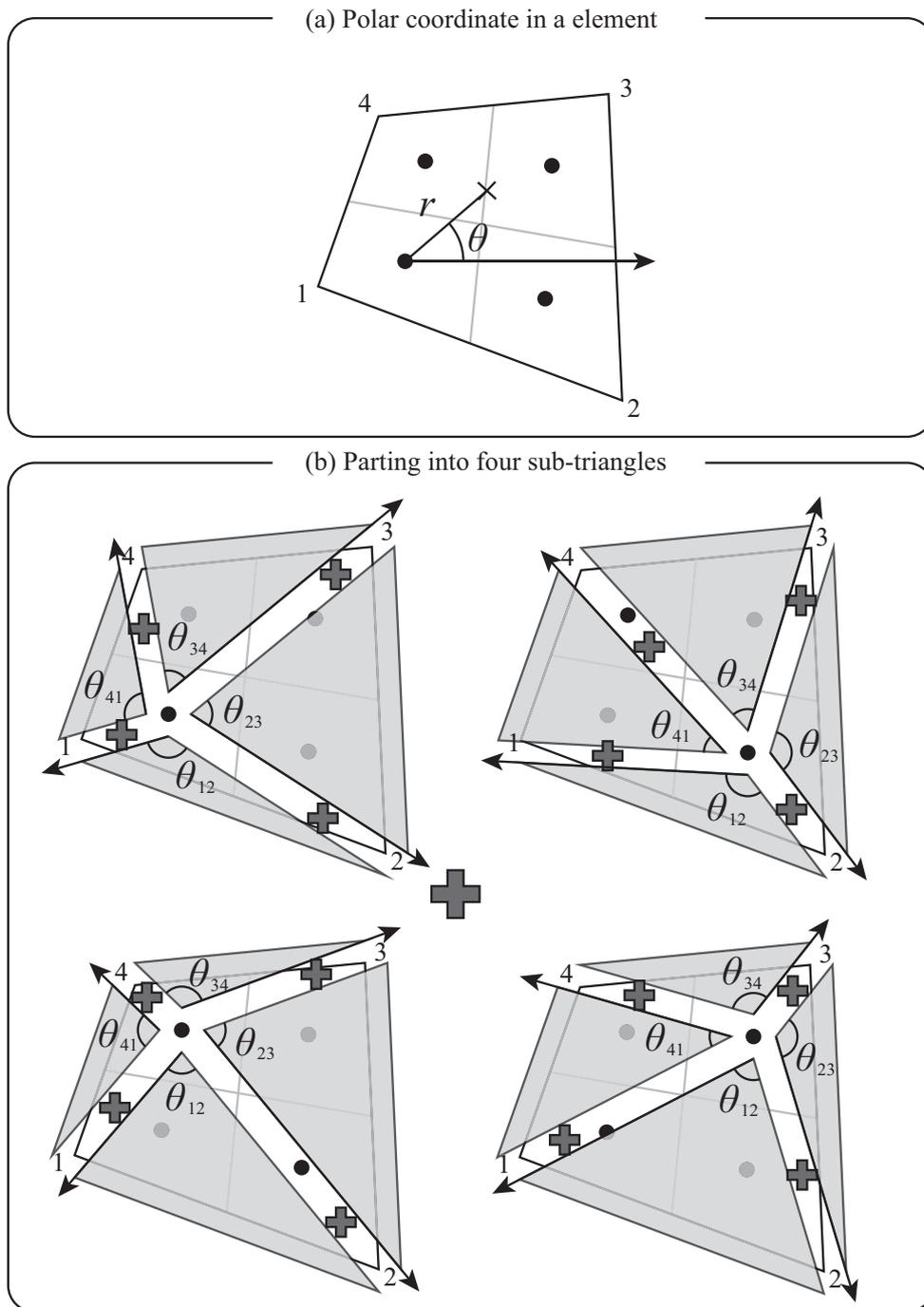


Fig. A.6: Schematic of a singular double integral evaluation in a same element

- 局所極座標系における積分点の全体座標系での座標値 (x, y, z) を算出する
- (x, y, z) から親要素に対し設定した自然座標系の座標値 (ξ, η) を算出する
- (ξ, η) から形状関数 \mathbf{N}_n を算出する

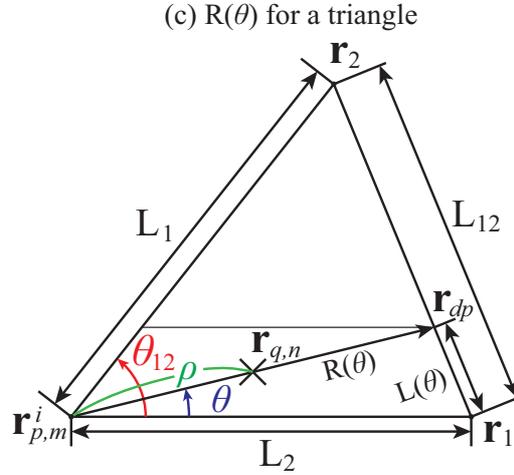


Fig. A.7: Plane geometry of a sub-triangle for surface integral in polar coordinate

積分点の全体座標系での座標値 $\mathbf{r}_{q,n}(x, y, z)$ は以下のように算出できる。

$$R(\theta) = \frac{L_1 L_2 \sin(\theta_{12})}{L_1 \sin(\theta) + L_2 \sin(\theta_{12} - \theta)} \quad (\text{A.32})$$

$$L(\theta) = \frac{L_1 L_{12} \sin(\theta)}{L_1 \sin(\theta) + L_2 \sin(\theta_{12} - \theta)} \quad (\text{A.33})$$

$$\mathbf{r}_{dp} = \left(1 - \frac{L(\theta)}{L_{12}}\right) \mathbf{r}_1 + \frac{L(\theta)}{L_{12}} \mathbf{r}_2 \quad (\text{A.34})$$

$$\mathbf{r}_{q,n} = \left(1 - \frac{\rho}{R(\theta)}\right) \mathbf{r}_{p,m}^i + \frac{\rho}{R(\theta)} \mathbf{r}_{dp} \quad (\text{A.35})$$

全体座標から自然座標への変換（四角形要素の場合）

空間における点と直線の距離

以降の議論において、要素内部の点と要素辺との距離を求める必要がある。ここでは3次元空間内の面要素を想定し、3次元空間における点と直線の距離を算出する方法を述べる。空間内の点 $\mathbf{p}(p_x, p_y, p_z)$ を通り、方向ベクトル $\mathbf{v}(v_x, v_y, v_z)$ で規定される直線上の任意の点 $\mathbf{Q}(Q_x, Q_y, Q_z)$ は媒介変数 t を用いて以下のように表される。

$$\mathbf{Q} = \mathbf{p} + t\mathbf{v} \quad (\text{A.36})$$

ある点 $\mathbf{R}(R_x, R_y, R_z)$ から直線上におろした垂線の足を $\mathbf{Q}'(Q'_x, Q'_y, Q'_z)$ とすると $\mathbf{Q}' = \mathbf{p} + t'\mathbf{v}$ と表す事が出来る。直線と線分 $\mathbf{Q}' - \mathbf{R}$ は直交する事から $\mathbf{v} \cdot (\mathbf{Q}' - \mathbf{R}) = 0$ であり、これより媒介変数 t' は以下のように求められる。

$$t' = -\frac{\mathbf{v} \cdot (\mathbf{p} - \mathbf{R})}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}} \quad (\text{A.37})$$

以上の関係から点と直線の距離 $d = |\mathbf{Q}' - \mathbf{R}|$ を算出する事が可能である。

$\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4$ が平行な場合 (Fig.A.8 (a))

$$\eta = \frac{d_3 - d_4}{d_3 + d_4} \quad (\text{A.38})$$

$$\xi = \frac{4x_{ip} - (A + B + C + D)}{-A + B + C - D} \quad (\text{A.39})$$

ここで, $A = (1 - \eta)x_1, B = (1 - \eta)x_2, C = (1 + \eta)x_3, D = (1 + \eta)x_4$ である。

$\mathbf{r}_4 - \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2$ が平行な場合 (Fig.A.8 (b))

$$\xi = \frac{d_1 - d_2}{d_1 + d_2} \quad (\text{A.40})$$

$$\eta = \frac{4x_{ip} - (A + B + C + D)}{-A - B + C + D} \quad (\text{A.41})$$

ここで, $A = (1 - \xi)x_1, B = (1 + \xi)x_2, C = (1 + \xi)x_3, D = (1 - \xi)x_4$ である。

平行辺が 2 組ある場合 (Fig.A.8 (c))

$$\eta = \frac{d_3 - d_4}{d_3 + d_4} \quad (\text{A.42})$$

$$\xi = \frac{d_1 - d_2}{d_1 + d_2} \quad (\text{A.43})$$

平行辺が無い場合 (Fig.A.8 (d))

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{4}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) - x_{loc} & E &= \frac{1}{4}(y_1 + y_2 + y_3 + y_4) - y_{loc} \\ B &= \frac{1}{4}(-x_1 + x_2 + x_3 - x_4) & F &= \frac{1}{4}(-y_1 + y_2 + y_3 - y_4) \\ C &= \frac{1}{4}(-x_1 - x_2 + x_3 + x_4) & G &= \frac{1}{4}(-y_1 - y_2 + y_3 + y_4) \\ D &= \frac{1}{4}(x_1 - x_2 + x_3 - x_4) & H &= \frac{1}{4}(y_1 - y_2 + y_3 - y_4) \end{aligned} \quad (\text{A.44})$$

$$\Delta = \sqrt{(AH - BG + CF - DE)^2 + 4(DG - CH)(AF - BE)} \quad (\text{A.45})$$

$$\begin{cases} \xi &= \frac{G(\Delta + AH - BG + CF + DE) - 2ECH}{H(\Delta + AH - BG - CF + DE) + 2FDG} \\ \eta &= \frac{\Delta + AH - BG + CF - DE}{2(DG - CH)} \end{cases} \quad (\text{A.46})$$

または,

$$\begin{cases} \xi = -\frac{G(-\Delta + AH - BG + CF + DE) - 2ECH}{H(-\Delta + AH - BG - CF + DE) + 2FDG} \\ \eta = -\frac{\Delta - AH + BG - CF + DE}{2(DG - CH)} \end{cases} \quad (\text{A.47})$$

Eq.(A.46), (A.47) のうち, $-1 \leq \xi \leq 1$ かつ $-1 \leq \eta \leq 1$ を満たすものを採用する。

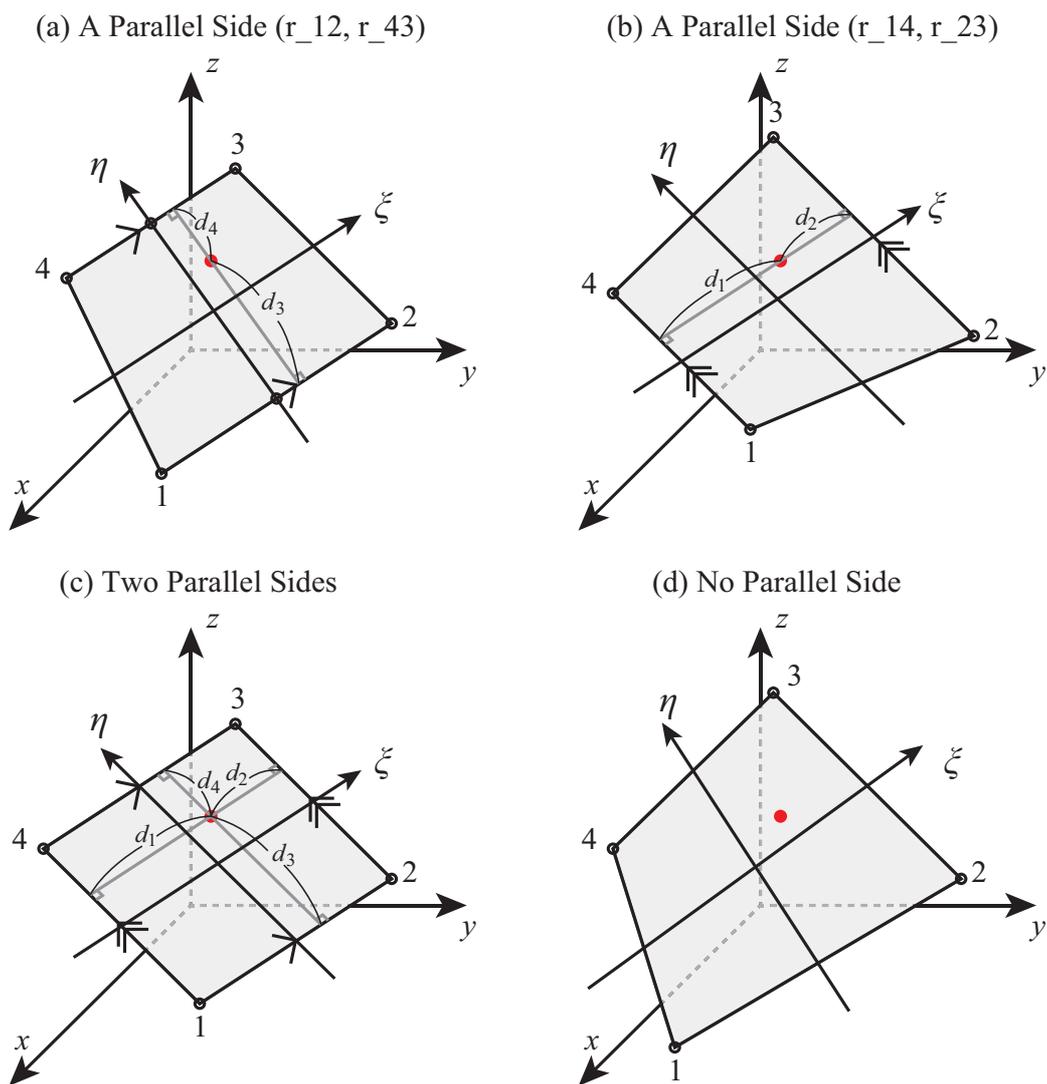


Fig. A.8: Transformation of Global to natural coordinate

また, 三角形要素の場合, 面積座標を経由することで容易に自然座標系での座標値が得られることを述べておく [76]。

A.2.4 有限要素法における要素積分の評価

Gauss-Legendre 積分では局所座標系での積分点を規定している。前節において、内挿関数及びその全体座標系における偏微分形は、局所座標における座標値及び全体座標系における節点の座標値から算出される事を示した。従って、有限要素法における数値積分は非常に単純なものとなる。

音場における要素剛性マトリックス Eq.(2.24) に Gauss-Legendre 積分を適用すると以下のように表す事が出来る。

$$\begin{aligned} [\mathbf{K}_e^a] &= \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}^a]^T [\mathbf{B}^a] dV \\ &= \sum_i \sum_j \sum_k [\mathbf{B}_{ijk}^a]^T [\mathbf{B}_{ijk}^a] |\mathbf{J}| w_i w_j w_k \end{aligned} \quad (\text{A.48})$$

ここで、 $[\mathbf{B}_{ijk}^a]$ は Eq.(2.23) より以下のように表すことができる。

$$[\mathbf{B}_{ijk}^a] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial x} & \frac{\partial N_2(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial N_8(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial y} & \frac{\partial N_2(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial y} & \cdots & \frac{\partial N_8(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial z} & \frac{\partial N_2(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial z} & \cdots & \frac{\partial N_8(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (\text{A.49})$$

各成分は、Eq.(A.10) 及び Eq.(A.11) より算出可能である。

また、音場における要素慣性マトリックス Eq.(2.26) に Gauss-Legendre 積分を適用すると以下のように表す事が出来る。

$$\begin{aligned} [\mathbf{M}_e^a] &= \int_{\Omega_e} \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dV \\ &= \sum_i \sum_j \sum_k \{\mathbf{N}_{ijk}\}^T \{\mathbf{N}_{ijk}\} |\mathbf{J}| w_i w_j w_k \end{aligned} \quad (\text{A.50})$$

ここで、 $\{\mathbf{N}_{ijk}\}$ は Eq.(2.18) より以下のように表すことができる。

$$\{\mathbf{N}_{ijk}\} = \{N_1(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) \quad N_2(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) \quad \cdots \quad N_8(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)\} \quad (\text{A.51})$$

各成分は Eq.(A.8) より算出可能である。

弾性体振動場における要素剛性マトリックス Eq.(2.131) もほぼ同様に計算する事が出来る。

$$\begin{aligned} [\mathbf{K}_e^s] &= \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}^a] dV \\ &= \sum_i \sum_j \sum_k [\mathbf{B}_{ijk}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}_{ijk}^a] |\mathbf{J}| w_i w_j w_k \end{aligned} \quad (\text{A.52})$$

ここで, $[\mathbf{B}_{ijk}]$ は Eq.(2.126) より以下のように表すことができる。

$$[\mathbf{B}_{ijk}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial x} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial y} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial z} & \dots \\ \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial y} & \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial x} & 0 & \dots \\ 0 & \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial z} & \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial x} & \dots \\ \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_1(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial y} & \dots \\ \dots & \frac{\partial N_8(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial x} & 0 & 0 \\ \dots & 0 & \frac{\partial N_8(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial y} & 0 \\ \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_8(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial z} \\ \dots & \frac{\partial N_8(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial y} & \frac{\partial N_8(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial x} & 0 \\ \dots & 0 & \frac{\partial N_8(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial z} & \frac{\partial N_8(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial x} \\ \dots & \frac{\partial N_8(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_8(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{A.53})$$

多孔質弾性体についても同様である。

目次

1.1	Schematics of discretization of field in three numerical methods.	8
2.1	Analytical model for acoustic field.	15
2.2	A model case for the assembly step in FEM.	19
2.3	Avoidance of the singularity around observation point.	23
2.4	Schematic of the sommerfeld condition.	23
2.5	Coupling models of BEM and FEM.	32
2.6	Analytical model for elastic body field.	33
2.7	Plate kinematics and definition of rotations.	39
2.8	Stresses on infinitesimal element.	40
2.9	Fundamental boundary condition for the bending plate.	46
2.10	Boundary conditions and domain notation for membrane vibration field.	48
2.11	Development of internal fluid models	52
2.12	Boundary conditions and domain notation for poroelastic body field.	60
2.13	Poroelastic material placed closely to the rigid wall with narrow gap.	66
2.14	A model case to illustrate the treatment of the excitation on the boundary of poroelastic vibration field.	67
2.15	The notation on the acoustic elastic coupling problem.	70
2.16	The notation on the acoustic plate coupling problem.	72
2.17	The notation on the acoustic membrane coupling problem.	74
2.18	The notation on the acoustic poroelastic coupling problem.	75
2.19	The notation on the elastic elastic coupling problem.	77
2.20	The notation on the elastic plate coupling problem.	78
2.21	A model case of the coupling between plate and three dimensional elastic body vibration fields.	79
2.22	Wave propagation across thin air gap between a poroelastic material and another vibrating material.	80
2.23	The notation on the elastic-poroelastic coupling problem.	81
2.24	The notation on the plate-poroelastic coupling problem.	82
2.25	The notation on the membrane-poroelastic coupling problem.	84
2.26	The notation on the poroelastic-poroelastic coupling problem.	85
3.1	Three physical conditions between the tube and the material and the deformations in the equivalent infinite field under the conditions.	88
3.2	Material and peripheral gap condition.	90
3.3	Configuration for the transfer function method to identify the material properties.	92
3.4	Normal-incidence transmission losses for materials with the same area density.	97
3.5	Normal-incidence transmission losses for materials with simply-supported edges.	97
3.6	Configuration for the derivation of flow resistance control.	98
3.7	Normal-incidence transmission losses for poroelastic material.	99
3.8	Normal-incidence transmission losses for layered materials. Properties of poroelastic material and other materials are same as those shown in Fig.3.7and Fig.3.4respectively.	100
3.9	Normal-incidence transmission losses for membrane-covered poroelastic materials with gap between material and side wall.	100
3.10	Distribution of the relative intensity level on the gap between the membrane and poroelastic material.	101

3.11	Calculation configuration for this section.	103
3.12	Normal-incidence absorption coefficients calculated for GW96K. Theoretical values are shown on the left column, and computational ones are on the right. Dotted lines are values by rigid frame model.	106
3.13	Normal-incidence absorption coefficients calculated for UF40K. Theoretical values are shown on the left column, and computational ones are on the right. Dotted lines are values by rigid frame model.	107
3.14	Calculation of the equivalent Young's modulus: Left, normal incidence absorption coefficient by FEM and TMM. Right, identified equivalent Young's modulus for various tube widths and material thicknesses.	109
3.15	Calculation of the equivalent Young's modulus: Left, identified equivalent Young's modulus for various materials, tube widths and material thicknesses. Right, estimation by the proposed function.	110
3.16	Equivalent conversion of the configuration in tube.	112
3.17	Normal incidence absorption coefficients calculated for the UF40K with peripheral air gap. The material thicknesses are (a-c) 25 mm and (d-f) 50 mm. Macroscopic Periods are (a,d) 50 mm, (b,e) 10 mm and (c,f) 5 mm. Solid lines are results by FEM and dashed ones are those by double porosity theory.	114
3.18	Normal-incidence absorption coefficients calculated for the GW96K backed by rigid backing. Material thicknesses are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.	116
3.19	Normal-incidence absorption coefficients calculated for the UF40K backed by rigid backing. Material thicknesses are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.	117
3.20	Normal-Incidence absorption coefficient calculated for the GW96K backed by air layer with assumption of rigid frame. Air Layers are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.	118
3.21	Normal-Incidence absorption coefficient calculated for the GW96K backed by air layer with assumption of elastic frame. Air Layers are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.	119
3.22	Normal-Incidence absorption coefficient calculated for the UF40K backed by air layer with assumption of rigid frame. Air Layers are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.	120
3.23	Normal-Incidence absorption coefficient calculated for the UF40K backed by air layer with assumption of elastic frame. Air Layers are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.	121
3.24	Normal incidence absorption coefficients calculated for membrane-bonded glass wool (left-column) and urethan foam(right-column), supported rigidly on the side wall. Material thicknesses are (a) 12.5mm (b) 25.0 mm and (c) 50mm respectively.	122
3.25	Normal incidence absorption coefficients calculated for membrane-covered glass wool (left-column) and urethan foam(right-column), supported rigidly on the side wall. Material thicknesses are (a) 12.5mm (b) 25.0 mm and (c) 50mm respectively.	123
3.26	Normal-incidence absorption coefficient calculated by TMM for membrane-bonded glass wool with air layer backing. Front- and Back-bonded types are shown on the left and right column respectively.	125
3.27	Normal-incidence absorption coefficient calculated by FEM for membrane-bonded glass wool supported rigidly on the side wall and backed by air layer. Front- and Back-bonded types are shown on the left and right column respectively.	126
3.28	Normal-incidence absorption coefficient calculated by TMM for membrane-bonded urethane foam with air layer backing. Front- and Back-bonded types are shown on the left and right column respectively.	127
3.29	Normal-incidence absorption coefficient calculated by FEM for membrane-bonded urethane foam supported rigidly on the side wall and backed by air layer. Front- and Back-bonded types are shown on the left and right column respectively.	128
3.30	Normal incidence absorption coefficient calculated for membrane-bonded glasswool and urethane foam with peripheral gap. Material thicknesses are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.	130
3.31	Normal incidence absorption coefficient calculated for membrane-covered glasswool and urethane foam with peripheral gap. Material thicknesses are (a) 12.5 mm, (b) 25.0 mm and (c) 50.0 mm.	131
3.32	Normal incidence absorption coefficients calculated for membrane-covered glass wool with air gap on its side perimeter. Material thicknesses are (a-c) 12.5mm and (d-f) 50mm and air layer thicknesses are (a,d) 12.5 mm, (b,e) 25 mm and (c,f) 50 mm. Thick black line is value for infinite area material and thin black line is value for uncovered one.	132
3.33	Normal incidence absorption coefficients calculated for membrane-covered urethan foam with air gap on its side perimeter. Material thicknesses are (a-c) 12.5mm and (d-f) 50mm and air layer thicknesses are (a,d) 12.5 mm, (b,e) 25 mm and (c,f) 50 mm. Thick black line is value for infinite area material and thin black line is value for uncovered one.	133
3.34	Calculation configuration for this and next section.	134
3.35	Normal incidence transmission loss calculated for single layer poroelastic material supported rigidly on the side wall. TMM and FEM values are shown in dotted and solid colored lines respectively.	135
3.36	Normal incidence transmission loss calculated for single layer poroelastic material with side gap on the side wall. Black solid and dotted lines are TMM values for elastic and rigid frame.	136

3.37	Normal incidence transmission loss calculated for membrane- bonded and covered poroelastic material supported rigidly on the side wall.	137
3.38	Displacement fields of the membrane-bonded glass wool with 12.5 mm thickness in a cycle of the 890 Hz	139
3.39	Normal incidence transmission loss calculated for membrane- bonded and covered poroelastic material with gap between the material and side walls.	140
4.1	Schemes for the absorption coefficient analysis.	147
4.2	Non-uniqueness difficulty for external problems in boundary element analysis.	148
4.3	Development of Inner CAvity Ringing (ICA Ring) Method for avoidance of the non-uniqueness difficulty.	148
4.4	Quasi-equisolid angle discretization of incidence space for the calculation of transmission loss.	148
4.5	Three-dimensional schematic on the discretization of each fields for absorption coefficient analysis.	149
4.6	Absorption coefficients and errors calculated with different formulation.	151
4.7	Estimation of required memory for the typical D.O.F range in case using Galerkin BEM. Band width for FEM matrix is taken as 500.	152
4.8	Geometry condition for the following calculations.	153
4.9	Absorption Coefficients calculated for different material and cavity area.	155
4.10	Oblique Incidence Absorption Coefficients calculated for different material and cavity area. The incidence azimuths φ are 0° and 45° shown in solid and dotted lines respectively.	156
4.11	Distribution of Oblique Incidence Absorption Coefficients calculated for hair felt 50K with different material and cavity area.	157
4.12	Distribution of Oblique Incidence Absorption Coefficients calculated for hair felt 200K with different material and cavity area.	158
4.13	Absorption Coefficients calculated for different cavity depths.	161
4.14	Oblique Incidence Absorption Coefficients calculated for different cavity depths. The incidence azimuths φ are 0° and 45° shown in solid and dotted lines respectively.	162
4.15	Distribution of Oblique Incidence Absorption Coefficients calculated for hair felt 50K set in the cavity with different depths.	163
4.16	Distribution of Oblique Incidence Absorption Coefficients calculated for hair felt 200K set in the cavity with different depths.	164
4.17	Measurement chambers and the condition of material installation.	165
4.18	Physical conditions around the material in measurement and calculation.	165
4.19	Comparison between the calculated and measured value. The values measured at small and middle rooms are shown on the upper and lower row respectively.	165
4.20	Absorption Coefficients calculated for different material thickness.	167
4.21	Absorption Coefficients calculated for material backed by air layer with different thicknesses.	168
4.22	Calculation conditions for the investigation on material and cavity shapes.	169
4.23	Absorption Coefficients calculated for different material and cavity area. Solid and dashed lines are calculated from incidence power to the material and cavity face respectively.	170
4.24	Distribution of oblique incidence absorption coefficients calculated for different material and cavity area.	170
4.25	Side covering aimed at avoiding lateral incidence.	171
4.26	Random and field incidence absorption coefficients calculated for type SC and CS shown in the above figure. Solid and dashed lines are calculated from incidence power to the material and cavity face respectively	171
4.27	Geometries and the layer conditions for the calculation of absorption coefficients of the layered materials.	173
4.28	Schematic of the vibration mechanisms seen in the following absorption coefficient characteristics.	174
4.29	Absorption Coefficients calculated for different layer conditions of triple layer materials.	175
4.30	Distribution of oblique incidence absorption coefficients calculated for different layer conditions of triple layer materials.	176
4.31	Gap on the edge of the material and wraparound of surface membrane.	177
4.32	Normal- and field-incidence absorption coefficients calculated for the materials with different sizes of peripheral gaps.	179
4.33	Normal- and field-incidence absorption coefficients calculated for the materials with different sizes of covering on their side face.	179
4.34	Calculation and measurement conditions for the investigation of air gaps effects on the absorption characteristics.	180
4.35	Absorption Coefficients calculated for different gap conditions shown in the last figure.	181
5.1	Typical configuration of niches around a specimen.	184
5.2	Schematic of the transmission loss analysis model.	187

5.3	Schematic on the discretization of each fields for transmission loss analysis.	187
5.4	Schematic of propagation of bending plate	188
5.5	Numerical models of edge support systems: (a)translational spring, (b)rotational spring.	189
5.6	Four microphone method for the determination of the amplitude of bending wave.	192
5.7	Comparison between numerical model and theoretical.	193
5.8	Comparison between coupling conditions. The value for a spring model is also shown as a reference.	195
5.9	Effects of the plate thicknesses.	196
5.10	Effects of the thicknesses of the support material.	196
5.11	Effect of connected widths of the support material.	196
5.12	Displacement field of three-dimensional elastic material and plate at 200 Hz. Three dimensional displacement continuity was imposed.	197
5.13	Displacement field of three-dimensional elastic material and plate at 200 Hz. Out-of-plane displacement continuity was imposed.	198
5.14	Displacement field of three-dimensional elastic material and plate at 4000 Hz. Three dimensional displacement continuity was imposed.	199
5.15	Displacement field of three-dimensional elastic material and plate at 4000 Hz. Out-of-plane displacement continuity was imposed.	200
5.16	Displacement field of three-dimensional elastic material and plate at 4000 Hz.	201
5.17	Effects of young's moduli of the support material.	203
5.18	Effects of damping coefficients of the support material.	203
5.19	Effects of densities of the support material.	203
5.20	Effects of poisson's ratios of the support material.	203
5.21	Analysis models for overhang niche.	204
5.22	Schematic of niche models.	205
5.23	Comparison between different depths of niche at resonant frequency. Left: Overhang niche, Right: recess niche.	206
5.24	Comparison between different depths of overhang niche (left) and recess niche(right). Plate thicknesses are 5 mm (top), 10 mm (middle) and 15 mm (bottom).	207
5.25	Comparison between different depths of overhang niche (left) and recess niche(right). Top: normal incidence, Middle: random incidence, Bottom : field incidence.	209
5.26	Distributions of oblique incidence transmission losses (Simply supported).	210
5.27	Comparison between different depths of overhang niche (left) and recess niche(right). Top: simple support, Middle: fixed support, Bottom : Spring model supported.	212
5.28	Distributions of oblique incidence transmission losses(Spring model supported).	213
5.29	Amount of change by niche depth from niche depth = 0. Upper : lower frequency, Lower : higher frequency, Left: overhang niche, Right: recess niche.	214
5.30	Schematic models of installation location of plate.	215
5.31	Comparison between different locations of overhang niche (left) and recess niche(right). Top: normal incidence, Middle: 10 mm, random incidence, Bottom : field incidence.	217
5.32	Comparison between different locations of overhang niche (left) and recess niche(right). Plate thicknesses are 5 mm (top), 10 mm (middle) and 15 mm (bottom).	218
5.33	Comparison between the distributions of oblique incidence transmission losses (Spring model supported).	219
5.34	Amount of change by location of plate from center placing. Upper : lower frequency, Lower : higher frequency, Left: overhang niche, Right: recess niche.	220
5.35	Schematics of the numerical models.	222
5.36	A schematic of three-dimensional support model.	222
5.37	Comparison between two support models : three dimensional elastic model and spring model at 1/24 oct. center frequency.	223
5.38	1/3 oct. band values are calculated by averaging the 1/24 oct. values.	223
5.39	Comparison of internal losses between three-dimensional elastic model and spring model. In 3D-elastic model, two coupling conditions are considered.	223
5.40	Comparison between support models with different thicknesses of the support material.	224
5.41	Comparison of normal-incidence absorption coefficients with different thicknesses of the support material.	225
5.42	Comparison between two support models with different connected widths of the support material.	226
5.43	Comparison of normal-incidence absorption coefficients with different connected widths of the support material.	226

5.44	Effects of young's moduli of the support material.	227
5.45	Effects of loss factors of the support material. Left: 3D elastic material support model, Right: Spring model.	228
5.46	Comparison of rate of internal losses between different loss factors. 3D elastic material support model is adopted for the edge support.	228
5.47	Effects of densities of the support material. Left: 3D elastic material support model, Right: Spring model.	229
5.48	Dimensions of a plate and a support material.	230
5.49	Comparison between support models and conditions. Left: Support width of the support material is 15 mm , Right: 60 mm.	231
5.50	Measurement chamber and the condition of material installation.	232
5.51	Absorption coefficient seen from the incidence side for membrane-covered poroelastic material.	235
5.52	Transmission losses calculated for membrane-covered poroelastic material.	235
5.53	Distribution of oblique incidence transmission loss of membrane-covered poroelastic material.	236
5.54	Transmission losses calculated for triple layer materials: Layer conditions are Type(a) Plate-PEM-Membrane, Type(b) Plate-PEM-Air Gap-Membrane, Type(c) Plate-Air Gap-PEM-Membrane and Type(d) Plate-Air Gap-PEM-Air Gap-Membrane.	237
5.55	Distribution of the relative displacement level of a layered material composed of poroelastic material and plate. In-contact and out-of-contact conditions are considered.	238
5.56	Transmission losses calculated for quadruple layer materials: Three layer conditions are considered:Type(a) Plate-Air Gap-PEM1-Membrane-PEM2, Type(b) Plate-Air Gap-PEM1-Membrane-Air Gap-PEM2 are Type(c) Plate-Air Gap-PEM1-Air Gap-Membrane-PEM2.	240
5.57	Calculation and measurement configuration of the gap	241
5.58	Transmission losses calculated and measured for triple layer materials with gaps.	242
A.1	Schematic of quadrangle interpolation function.	250
A.2	Schematic of hexahedron interpolation function.	252
A.3	Schematic of normal integral.	256
A.4	Schematic of a singular integral evaluation in a same element.	257
A.5	Normal integral evaluation between different elements	258
A.6	Schematic of a singular double integral evaluation in a same element	260
A.7	Plane geometry of a sub-triangle for surface integral in polar coordinate	261
A.8	Transformation of Global to natural coordinate	263

表目次

1.1	CPU and RAM specification of the machine used in this thesis.	12
3.1	Default physical properties for the following calculations.	102
3.2	Key values for the poroelastic material in this study.	104
3.3	Physical properties for the equivalent Young's Modulus calculations.	110
3.4	Comparison of the resonance frequencies.	138
4.1	Memory usage and calculation CPU time.	152
4.2	Physical properties and dimensions of layered materials for the calculation.	172
4.3	Physical properties and dimensions of layered materials for the following calculation.	177
5.1	Physical properties and directions of the plate and the support material.	194
5.2	Physical properties and directions of the plate.	205
5.3	Physical properties and directions of the support material.	211
5.4	Physical properties and directions of the plate and the support material.	222
5.5	Physical properties and dimensions of layered materials for the calculation.	233

参考文献

- [1] Adini, A. and Clough, R.W.(1961) Analysis of plate bending by the finite element method. *National Science Foundation G7337*
- [2] Allard, J.F., and Delage, P. (1985) Free field measurements of absorption coefficients on square panels of absorbing materials. *J. Sound Vib.* **101**(2), 161-170.
- [3] Allard, J. F., Depollier, C., and Rebillard, P.(1991) Effect of a resonance of the frame on the surface impedance of glass wool of high density and stiffness. *J. Acoust. Soc. Am.* **89**(3), 999-1001.
- [4] Allard, J.F. (1992) New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials. *J. Acoust. Soc. Am.* **91** (6), 3346-3353.
- [5] Allard,J.F. and Atalla, N.(2009) *Propagation of sound in porous media : Modeling sound absorbing materials -Second Edition.* John Wiley & Sons, New York
- [6] Atalla, N., Panneton, R. and Debergue, P. (1998) A mixed displacement-pressure formulation for poroelastic materials. *J. Acoust. Soc. Am.* **104** (3), 1444-1452.
- [7] Atalla, N., and Hamdi, M. A. and Panneton, R. (2001) Enhanced weak integral formulation for the mixed (u,p) poroelastic equations. *J. Acoust. Soc. Am.* **109**(6), 3065-3068.
- [8] Biot, M. A.(1956) Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. low-frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.* **28** (2), 168-178.
- [9] Biot, M. A.(1956) Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. higher frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.* **28** (2), 179-191.
- [10] Brouard, B., Lafarge,D., and Allard J.F.(1995) A general method of modelling sound propagation in layered media. *J. Sound Vib.* **183** (1), 129-142.
- [11] Burton, AJ. and Miller, GF. (1971) The application of integral equation methods to the numerical solution of some exterior boundaryvalue problems. *Proceedings of the Royal Society of London* 323:201220
- [12] Champoux, Y. and Allard, J.F. (1991) Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media. *J. Appl. Phys.* **70** (4), 1975-1979.
- [13] Craggs, A.(1978) A finite element model for rigid porous absorbing materials. Deep-well approach for canceling the edge effect in random incident absorption measurement. *J. Sound Vib.* **61** (1), 101-111.
- [14] Cremer, L. (1942) Theorie der Schalldammung dunner Wände bei schragen Einfall. *Akustica Zeitschrift* **7** 81-103.
- [15] Cummings, A.(1991) Impedance tube measurements on porous media: The effects of air-gaps around

- the sample. *J. Sound Vib.* **151** (1), 63-75.
- [16] Debergue, P., Panneton, R. and Atalla, N.(1999) Boundary conditions for the weak formulation of the mixed (u,p) poroelasticity problem. *J. Acoust. Soc. Am.* **106** (5), 2383-2390.
- [17] Delany, M. E. and Bazley, E. N.(1970) Acoustical properties of fibrous absorbent materials. *Applied Acoustics* **3** , 105-116.
- [18] Donato, R. J.(1972) Sound Transmission through a Double-Leaf Wall. *J. Acoust. Soc. Am.*, **51**(807) 589-592.
- [19] Doutres, O. and Atalla, N.(2012) A semi-empirical model to predict the acoustic behaviour of fully and partially reticulated polyurethane foams based on microstructure properties. *Proceedings of ACOUSTICS2012*
- [20] Dijkmans, A. and Vermeir, G.(2012) A Wave Based Model to Predict the Niche Effect on Sound Transmission Loss of Single and Double Walls. *Acta Acustica united with Acustica* **98** , 111-119.
- [21] Fellah, Z.E.A., Fellah, M. and Depollier, C (2013) Transient Acoustic Wave Propagation in Porous Media, Modeling and Measurement Methods for Acoustic Waves and for Acoustic Microdevices. ISBN: 978-953-51-1189-4, InTech.
- [22] Fujimoto, T. and Fujiwara, K.(2003) Analysis of sound absorption by periodic structures using a hybrid-boundary element/mode expansion method. *Applied Acoustics* **64** , 525-532.
- [23] Guy, R. W. and Sauer, P. (1984) The Influence of Sills and Reveals on Sound Transmission Loss. *Applied Acoustics* **17** , 453-476.
- [24] Guy, R. W. and Sauer, P. (1985) The Effect of Some Physical Parameters upon the Laboratory Measurements of Sound Transmission Loss. *Applied Acoustics* **18** , 81-98.
- [25] Hirosawa, K.(2009) A simple method avoiding non-uniqueness in the boundary element method for acoustic scattering problem. *J. Acoust. Soc. Am.* **125** (5), 2838-2846.
- [26] Hopkins, C. (2012) *Sound Insulation : Theory into Practice*. Elsevier, New York.
- [27] Ihlenburg, F.(1988) *Finite Element Analysis of Acoustic Scattering*. Springer, New York
- [28] Johnson, D. L., Koplik, J. and Dashen, R. (1987) Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media. *J. Fluid Mech.* **176** , 379-402.
- [29] Kang, Y. J. and Bolton, J. S. (1995) Finite element modeling of isotropic elastic porous materials coupled with acoustical finite elements. *J. Acoust. Soc. Am.* **98** (1), 635-643.
- [30] Kawai, Y. and Meotoiwa, H.(2005) Estimation of the area effect of sound absorbent surfaces by using a boundary integral equation. *Acoust. Sci. & Tech.* **26** (2), 123-127.
- [31] Kawakami, F. and Sakai, T.(1998) Deep-well approach for canceling the edge effect in random incident absorption measurement. *J. Acoust. Soc. Jpn.* **19** (5), 327-338.
- [32] Kihlman, T. and Nilsson, A. C.(1972) The Effects of Some Laboratory Designs and Mounting Conditions on Reduction Index Measurements. *J. Sound Vib.* **24** (3), 349-364.
- [33] Kim, B.K., Kang, H. J., Kim, J.S., Kim, H.S. and Kim S.R.(2004) Tunneling effect in sound transmission loss determination: Theoretical approach. *J. Acoust. Soc. Am.* **115** (5), 2100-2109.
- [34] Lafarge, D., Lemarinier, P. and Allard, J. F.(1997) Dynamic compressibility of air in porous structures

- at audible frequencies. *J. Acoust. Soc. Am.* **102** (4), 1995-2006.
- [35] Lauriks, W., Cops, A. and Belien, Ph.(1990) The influence of edge effect on the statistical absorption coefficient. *Acustica***70**, 155-159.
- [36] Liu, J. W. H. (1992) The multifrontal method for sparse matrix solution; theory and practice. *Society for Industrial and Applied Mathematics Review* **34** (1), 82-109.
- [37] London, A. (1949) Transmission of reverberant sound through single walls. *J. Research Natl. Bur. Standards* **42**(605), 77-88.
- [38] London, A. (1950) Transmission of Reverberant Sound Through Double Walls. *J. Research Natl. Bur. Standards* **44**(2048), 77-88.
- [39] Marburg, S. and Nolte, B.(2008) *Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids - Finite and Boundary Element Methods*. Springer-Verlag, Berlin.
- [40] Melosh, R.J.(1963) Basis for derivation of matrices for direct stiffness method. *AIAA* **1**(7) 1631-1637.
- [41] Miki, Y.(1990) Acoustical properties of porous materials -modifications of Delany-Bazley models-. *J. Acoust. Soc. Jpn.* **11** (1), 19-24.
- [42] Miki, Y.(1990) Acoustical properties of porous materials -Generalizations of empirical models-. *J. Acoust. Soc. Jpn.* **11** (1), 25-28.
- [43] Nagler, L.(2011) Simulation of Sound Transmission through Poroelastic Plate-like Structures. *Monographic Series TU Graz*, 2011
- [44] Olny, X. and Boutin, C.(2003) Acoustic wave propagation in double porosity media. *J. Acoust. Soc. Am.* **114** (1), 73-89.
- [45] Panneton, R. and Atalla, N.(1996) Numerical prediction of sound transmission through finite multilayer systems with poroelastic materials. *J. Acoust. Soc. Am.* **100** (1), 346-354.
- [46] Panneton, R. and Atalla, N.(1997) An efficient finite element scheme for solving the three-dimensional poroelasticity problem in acoustics. *J. Acoust. Soc. Am.* **101** (6), 3287-3298.
- [47] Pilon, D., Panneton, R. and Sgard, F.(2003) Behavioral criterion quantifying the edge-constrained effects on foams in the standing wave tube. *J. Acoust. Soc. Am.* **114** (4), 1980-1987.
- [48] Pilon, D. and Panneton, R. (2004) Behavioral criterion quantifying the effects of circumferential air gaps on porous materials in the standing wave tube. *J. Acoust. Soc. Am.* **116** (1), 344-356.
- [49] Pride, S. R., Morgan, F. D., and Gangi, A. F. (1993) Drag forces of porous-medium acoustics. *Physical review B*, **47**(9), 4964.
- [50] Rhazi, D. and Atalla, N.(2014) Acoustic and vibration response of a structure with added noise control treatment under various excitations. *J. Acoust. Soc. Am.* **135** (2), 693-704.
- [51] Rhazi, D. and Atalla, N.(2010) A simple method to account for size effects in the transfer matrix method. *J. Acoust. Soc. Am. Express Letters* **127** (2)
- [52] Robin, O., Berry, A. and Moreau, S. (2014) Experimental vibroacoustic testing of plane panels using synthesized random pressure fields. *J. Acoust. Soc. Am.* **135** (2), 3434-3445.
- [53] Rong, P., Estorff, O. V., Nagler, L. and Schanz, M. (2013) a Finite Element Plate Formulation for the Acoustical Investigation of Thin Air Layers. *J. Comp. Acous.* **21** (4), 1350014.

- [54] Sakamoto, S., Mukai H. and Tachibana H.(2000) Numerical study on sound absorption characteristics of resonance-type brick/block walls. *J. Acoust. Soc. Jpn.* **21** (1), 9-15.
- [55] Sakuma, T., Iwase, T. and Yasuoka M.(1997) Prediction of sound field in rooms with membrane materials : Development of a limp membrane element in acoustical FEM analysis and its application. *J. Archit. Plann, Environ* **505** 1-8.
- [56] Sakuma, T., Iwase, T. and Yasuoka M.(1998) Prediction of sound insulation characteristics of membranes with additional weights. *J. Archit. Plann, Environ* **510** 1-8.
- [57] Sakuma, T., Egawa, K. and Yasuda, Y.(2008) Numerical analysis of sound transmission loss of glass pane - On the treatment of edge damping. *Proc. Inter-Noise* 0486.
- [58] Sakuma, T., Adachi, K. and Yasuda, Y.(2011) Numerical investigation of the niche effect in sound insulation measurement. *Proc. Inter-Noise* 432239.
- [59] Schenck, H. A. (1967) Improved integral formulation for acoustic radiation problems. *J. Acoust. Soc. Am.* **44** (1), 41-58.
- [60] Sewell, E. C. (1970) Transmission of Reverberant Sound Through a Single-Leaf Partition Surrounded by an Infinite Rigid Baffle. *J. Sound Vib.* **12** (1), 21-32.
- [61] Sgard, F. C., Atalla, N., Nicolas, J., and Introduction, I.(2000) A numerical model for the low frequency diffuse field sound transmission loss of double-wall sound barriers with elastic porous linings. *J. Acoust. Soc. Am.* **108** (6), 2865-2872.
- [62] Sgard, F.C., Olny, X., Atalla, N. and Castel, F.(2005) On the use of perforations to improve the sound absorption of porous materials. *Applied Acoustics* **66** , 625-651.
- [63] Song, B. H., Bolton, J. S. and Kang, Y. J.(2001) Effect of circumferential edge constraint on the acoustical properties of glass fiber materials. *J. Acoust. Soc. Am.* **110** (6), 2902-2916.
- [64] Takahashi, D.(1997) A new method for predicting the sound absorption of perforated absorber system. *Applied Acoustics* **51**(1), 71-84.
- [65] Tamura, M.(1990) Spatial Fourier transform method of measuring reflection coefficients at oblique incidence. I: Theory and numerical examples. *J. Acoust. Soc. Am.* **88** (5), 2259-2264.
- [66] Tamura, M.(1995) Spatial Fourier transform method of measuring reflection coefficients at oblique incidence. II. Experimental results. *J. Acoust. Soc. Am.* **97** (4), 2255-2262.
- [67] Thomasson, S.(1980) On the Absorption Coefficient. *Acustica* **44** , 265-273.
- [68] Timoshenko, S. and Woinowsky-Krieger, S. (1959) Theory of plate and shells (2nd ed.). McGraw-Hill, New York.
- [69] Toyoda, M., and Takahashi, D.(2008) Sound transmission through a microperforated-panel structure with subdivided air cavities. *J. Acoust. Soc. Am.* **124** (6), 3594-3603.
- [70] Verdier, K., Panneton, R., Elkoun, S., Dupont, T. and Leclaire, P.(2013) Transfer matrix method applied to the parallel assembly of sound absorbing materials. *J. Acoust. Soc. Am.* **134** (6), 4648-4658.
- [71] Verdier, K., Panneton, R., Elkoun, S., Dupont, T. and Leclaire, P.(2013) Prediction of acoustic properties of parallel assemblies by means of transfer matrix method. *ICA 2013 Proceedings of Meetings on Acoustics* **19** ,065011.

- [72] Vigran, T. E., Kelders, L., Lauriks, W. and Leclaire, P.(1997) Prediction and Measurements of the Influence of Boundary Conditions in a Standing Wave Tube. *Acustica* **83** , 419-423.
- [73] Vinokur, R. (2006) Mechanism and calculation of the niche effect in airborne sound transmission. *J. Acoust. Soc. Am.*, **119**(4), 2211-2219.
- [74] Yoshimura, J., Sugie,S. and Toyoda,E.(2006) Effects of size and edge damping on measurement results for sound reduction index of glass pane. *Proc. of Inter-noise*.
- [75] Yoshimura, J., Sugie,S. and Toyoda,E.(2007) Internal edge damping effects on sound reduction index measurements of a glass pane. *Proc. of Inter-noise*.
- [76] Zienkiewicz,O. C. 著, 吉識雅夫, 山田嘉昭監訳 (1975). 基礎工学におけるマトリックス有限要素法. 培風館, 東京.
- [77] Zwicker, C. and Kosten(1949) Sound absorbing material Elsevier, New York.
- [78] 朝倉巧 (2009) FDTD 法による音響振動連成解析を用いた遮音性能のシミュレーションに関する研究. 東京大学博士論文.
- [79] 安達光平 (2011) 音響振動連成解析を用いた遮音性能測定法の現象解明. 東京大学修士論文.
- [80] 飯田一嘉 (2000) 現場実務者と設計者のための 実用 騒音・振動制御ハンドブック. エヌ・ティー・エス, 東京.
- [81] 石塚崇 (2003) 特殊エッジ形状を持つ防音壁の遮音性能に関する研究. 九州芸術工科大学博士論文.
- [82] 岩瀬昭雄, 伊積康彦 (1996) 音響管を用いた新しい音響伝搬定数の計測法 -試料背後の空気層を必要としない計測法-. 日本音響学会誌 **52** (6), 411-419.
- [83] 岩瀬昭雄, 斉藤元雅, 川端亮達 (1998) 音響管を用いた新しい伝搬定数計測法の実用化に関する研究 -多孔質材料の試料共振の抑制方法と応用計測を中心として-. 日本建築学会計画系論文集 **503** , 17-24.
- [84] 岩瀬昭雄, 佐藤輝明 (1995) 周辺を拘束された多孔質材料の共振現象について. 建築音響研究会資料, AA1995-20.
- [85] 江川健一 (2009) 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析 板振動場における周辺支持部のモデル化について. 東京大学修士論文.
- [86] 大嶋拓也, 佐久間哲哉 (2001) 壁体部材の遮音性能数値予測に関する研究：板材における寸法および内部減衰の影響に関する検討. 日本建築学会大会学術講演梗概集 40055, 111-112.
- [87] 大鶴徹, 山本秀樹 (1988) 計算力学手法による板の音響透過特性解析. 日本音響学会誌 **44**(4) 293-299.
- [88] 大鶴徹, 富来礼次, 岡本則子 (2000) 建築壁体の遮音メカニズム解析：周辺支持に関する計算力学的手法と音響インテンシティ法による基礎的検討. 日本建築学会九州支部研究報告集 39, 153-156.
- [89] 小口恵司, 藤原恭司 (2003) 目隠し板を有する孔あき板吸音構造の吸音特性. 日本音響学会誌 **59** (2), 70-79.
- [90] 加藤大輔 (2007) 多孔質材料内伝搬音の予測モデル -繊維不織布の物質密度と繊維径による定量化-. 日本音響学会誌 **63** (11), 635-645.
- [91] 加藤大輔 (2008) 多孔質材料内伝搬音の予測モデル -Kato モデルにおける適用範囲の拡張-. 日本音響学会誌 **64** (6), 339-347.
- [92] 加藤初弘, 加藤初儀 (2012) 非均質な弾性平板における屈曲波のテンソル基底を用いた新しい定式化. 日本応用数学会論文誌 **22**(4) 253-267.

- [93] 川井孝雄 (1972) 一重板の遮音機構の解析：周辺固定円形板への平面波垂直入射. 日本建築学会大会学術講演梗概集, 計画系, **47** 17-18.
- [94] 河井康人 (2000) 境界積分方程式による掘割道路からの騒音伝搬予測. 日本音響学会誌 **56** (3), 143-147.
- [95] 河井康人, 夫婦岩宏茂, 堀之内吉成, 豊田政弘 (2002) 吸音面の面積効果の解析. 建築音響研究会資料, AA2002-22.
- [96] 河井康人 (2006) 残響室法吸音率における面積効果の低減法について. 日本音響学会春季研究発表会講演論文集, 819-820.
- [97] 菊地文雄 (1999) 有限要素法概説 - 理工学における基礎と応用 -. サイエンス社
- [98] 楠田真也, 井上保雄 (2005) 剛性則による低周波音の遮音性能. 日本機械学会第 15 回環境工学総合シンポジウム公演論文集 39-42.
- [99] 黒木荘一郎 (1986) SEA 法の改良による単層壁の残響室法音響透過損失の推定：壁体の形態による遮音性能の変化に関する研究. 日本建築学会大会学術講演梗概集 4034,67-68.
- [100] 黒木荘一郎, 安岡正人, 赤坂裕 (1991) 圧電振動板加振動による単層壁の損失係数の測定と周辺吸収率の算出. 日本建築学会大会学術講演梗概集環境工学, 1427-1428.
- [101] 黒木由佳, 大鶴徹, 富来礼次, 岡本則子, 奥園健 (2008) 有限要素法による弾性板を有する室内音場解析に関する研究. 建築学会九州支部研究報告 **47**, 2, 121-124.
- [102] 小林憲正, 羽瀨全己, 山岡裕生 (2010) 乗用車用内装防音材の振動騒音解析技術. 日本音響学会誌, **66**, 5, 221-226.
- [103] 佐久間哲哉, 大嶋拓也 (2000) 音響振動連成シミュレーションによる部材遮音性能予測に関する研究 - 膜・板材の 3 次元透過モデル -, 日本音響学会講演論文集 2000(2) 687-688.
- [104] 佐久間哲哉, 小坂慶之, 安田洋介, 大嶋拓也 (2006) 境界要素音場解析における薄層境界モデルの適用. 建築音響研究会資料, AA2006-13.
- [105] 佐久間哲哉, 安田洋介, 江川健一 (2008) 窓ガラスの音響透過損失に関する数値解析：周辺支持部のモデル化, 日本建築学会大会学術講演梗概集 40107 229-230.
- [106] 真田明, 正章忠, 柄川尚慶, 田中信雄 (2003) 音響透過損失測定における試料サイズの影響に関する研究. 日本機械学会論文集 **684**(69) 109-116.
- [107] 真田明, 田中信雄 (2004) 反共振現象のメカニズムを利用したアクティブ遮音に関する研究. 日本機械学会論文集, **693**(70) 1293-1300.
- [108] 清水貴史, 河井康人 (2004) 境界積分方程式による多重窓の音響透過の解析. 日本建築学会大会学術講演梗概集 40021 53-54.
- [109] 高崎強, 大鶴徹 (1990) 板の形態とその遮音特性に関する研究：その 2 有限要素法を用いた中空二重壁の音響透過解析. 日本建築学会大会学術講演梗概集 313 431-432, 1990.
- [110] 高柳昂平, 鮫島俊哉, 河原一彦 (2013) 分布振動モード形スピーカの振動特性解析手法. 信学技報 **113**(290) EA2013-85, 101-105,
- [111] 田中信雄, 菊島義弘, 黒木雅治 (1991) 振動放射音の制御に関する研究: キャンセレーションメカニズムについて. 日本機械学会論文集 **537**(57) 1512-1519.
- [112] 寺尾道仁, 関根秀久 (1995) 繊維質材料チューブ内音響特性測定試料の針固定. 日本建築学会大会学術講演梗概集, 40025.

- [113] 寺尾道仁 (2007) インピーダンス管を用いた材料の音響特性の計測技術. 音響学会誌 **63**(10), 606-611.
- [114] 廣澤邦一 (2004) 波動理論に基づく任意多孔質型吸音構造の吸音率推定に関する研究. 九州芸術工科大学博士論文.
- [115] 藤本卓也 (1996) スリット型共鳴器の低周波域吸音特性に関する研究. 九州芸術工科大学博士論文.
- [116] 前川純一, 森本政之, 阪上公博 (2000) 建築・環境音響学 第二版. 共立出版, 東京.
- [117] 武藤大輔, 高野靖, 武市通文, 牧野和宏, 山口剛 (2002) 実験 SEA 法を用いた板の透過音解析. 環境工学総合シンポジウム講演論文集 (12) 111-114.
- [118] 山口道征. ガラスの透過損失測定用パテ (putty) の複素弾性率. 制振工学研究会通信 2 月号.
- [119] 山口道征. サッシ窓用ガasket材料の複素弾性率. 制振工学研究会通信 8 月号.
- [120] 吉村純一, 小川博正, 山下充康 (1985) 音響透過損失の測定における試料の取付条件の影響-ニッジェ効果について-. 日本音響学会講演論文集, 641-642.
- [121] 吉村純一, 杉江聡, 豊田恵美 (2006) 板ガラスの音響透過損失の測定結果に与えるサイズ及び端部損失の影響. 建築音響研究会資料 AA2006 - 30
- [122] 吉村純一, 杉江聡, 豊田恵美 (2006) 板ガラスの音響透過損失の測定結果に与えるサイズ及び端部損失の影響. 日本音響学会騒音・振動研究会資料, N-2006-45.
- [123] 遊喜純子, 黒木荘一郎, 安岡正人 (1993) 透過損失に与える損失係数および周辺吸収率の影響. 日本建築学会大会学術講演梗概集環境系 (9), 57-60.
- [124] JIS A 1405-2:2007 「音響管による吸音率及びインピーダンスの測定-第 2 部: 伝達関数法」
- [125] JIS A 1409: 1998 「残響室法吸音率の測定方法」.
- [126] JIS A 1416: 2000 「実験室における建築部材の空気音遮断性能の測定方法」.
- [127] JIS A 1441-1: 2007 「音響インテンシティ法による建築物及び建築部材の空気音遮断性能の測定方法 第 1 部: 実験室における測定」.
- [128] JIS G 0602: 1993 「制振鋼板の振動減衰試験方法」.
- [129] ISO 354:2003 Acoustics - Measurement of sound absorption in a reverberation room.
- [130] ISO 140-1:1997 Acoustics - Measurement of sound insulation in buildings and of building elements - Part 1: Requirements for laboratory test facilities with suppressed flanking transmission.
- [131] 財団法人 建材試験センター 建築材料 (建築部材の空気音遮断性能試験) における不確かさに関する調査研究成果報告書, 経済産業省委託調査研究, 2003.
- [132] 日本音響学会編, 音響用語辞典, コロナ社, 2003
- [133] <http://jp.mathworks.com/help/matlab/ref/fminbnd.html>
- [134] <http://jp.mathworks.com/help/matlab/ref/fminsearch.html>
- [135] <https://www.noe.co.jp/technology/26/26news7.html>

業績

■国際会議論文

- [1] Inoue, N. and Sakuma, T.: Numerical investigation on the support condition of layered poroelastic materials in tube-based absorption/insulation measurements, Proc. Inter-Noise 2012 (New York), N.694, 9p. 2012.
- [2] Inoue, N. and Sakuma, T.: Numerical models for predicting absorption/insulation performance of acoustic elements, Proc. 21st Int'l Cong. Acoust. (Montreal), 4pAAa9 [POMA Vol.19, No.0515119], 8p., 2013.

■国内会議論文

- [1] 井上尚久, 佐久間哲哉: 音響管計測における多孔質材料の支持条件に関する数値解析, 日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, pp.1153-1154, 2011.
- [2] 井上尚久, 佐久間哲哉: 音響管計測における積層材料の支持条件に関する数値解析, 日本音響学会春季研究発表会講演論文集, pp.1207-1210, 2012.
- [3] 井上尚久, 佐久間哲哉: 音響管計測における材料支持条件に関する数値解析, 日本音響学会建築音響研究会資料, AA2012-21, 8p., 2012.
- [4] 井上尚久, 佐久間哲哉: 音響管計測における材料支持条件に関する数値解析 –管断面形状の影響–, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (環境工学1), pp.155-156, 2012.
- [5] 井上尚久, 佐久間哲哉: 任意音響材料の部材性能予測に関する研究 その1 –解析モデルの提案–, 日本音響学会春季研究発表会講演論文集, pp.1221-1224, 2013.
- [6] 井上尚久, 佐久間哲哉: 数値解析による任意音響材料の部材性能予測 –単層多孔質材の吸音率–, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (環境工学1), pp.235-236, 2013.
- [7] 井上尚久, 佐久間哲哉: 任意音響材料の吸音特性解析に関する研究, 日本騒音制御工学会秋季研究発表会講演論文集, pp.283-284, 2013. [日本騒音制御工学会 平成25年度研究奨励賞]
- [8] 井上尚久, 佐久間哲哉: 任意音響材料の部材性能予測に関する研究 その2 –積層材料の吸音率–, 日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, pp.1035-1036, 2013.
- [9] 清家剛, 井上尚久, 佐久間哲哉: 音響透過損失測定におけるニッシュェ効果に関する数値解析 –解析モデルの比較–, 日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, pp.1047-1048, 2013.
- [10] 井上尚久, 佐久間哲哉: 数値解析による任意音響材料の部材性能予測 –吸音・透過モデルの提案–,

- 日本音響学会建築音響研究会資料, AA2013-48, 8p., 2013.
- [11] 清家剛, 井上尚久, 佐久間哲哉: 薄板の音響透過損失に関する数値解析 — 三次元弾性体による周辺支持モデル —, 日本音響学会春季研究発表会講演論文集, pp.1159-1160, 2014.
- [12] 井上尚久, 佐久間哲哉: 任意音響材料の部材性能予測に関する研究 その3 — 積層材料の透過損失 —, 日本音響学会春季研究発表会講演論文集, pp.1161-1164, 2014. [日本音響学会 第9回 学生優秀発表賞]
- [13] 井上尚久, 清家剛, 佐久間哲哉: 数値解析による板状部材の遮音性能予測 — 端部指示のモデル化 —, 日本音響学会建築音響研究会資料, AA2014-18, 8p., 2014.
- [14] 清家剛, 井上尚久, 佐久間哲哉: 板振動系における総合損失係数同定に関する数値解析, 日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, pp.951-952, 2014.
- [15] 井上尚久, 佐久間哲哉: 任意音響材料の部材性能予測に関する研究 その4 — 積層材料の端部処理の影響 —, 日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, pp.1189-1190, 2014.

■著書

- [1] T. Sakuma, S. Sakamoto, T. Otsuru, Eds.: Computational Simulation in Architectural and Environmental Acoustics — Methods and Applications of Wave-Based Computation, Springer, Tokyo, 2014. (分担)

謝辞

本論文は、筆者が東京大学大学院新領域創成科学研究科社会文化環境学専攻博士課程において、同専攻佐久間哲哉准教授のもとに行った研究をまとめたものであります。佐久間先生には研究の進め方、問題の考え方など様々な面において刺激を頂き、研究全般に渡り的確なご指示、ご助言を賜りました。また、英文書籍の執筆、招待講演など多くの貴重な経験の機会を頂きましたことを謹んで御礼申し上げます。

東京大学大学院新領域創成科学研究科社会文化環境学専攻 佐々木淳教授、清家剛准教授、東京大学生産技術研究所 坂本慎一准教授、神奈川大学工学部建築学科 安田洋介准教授には本論文の副査を担当頂き、本論文を取りまとめるに当たり多くのご助言を頂きましたことをここに感謝申し上げます。

豊和繊維工業株式会社 吉田崇様、加藤大輔様には研究の契機となる問題提起を賜るとともに、いくつもの有益なご助言、多くの実測値をご提供頂きました。ここに厚く御礼申し上げます。

筆者の九州大学芸術工学部在学時の指導教員であり、佐久間研究室における研究の機会を与えてくださいました藤原恭司名誉教授に深く感謝申し上げます。また、同大学 尾本章教授、鮫島俊哉准教授には東京大学移籍後にも筆者に激励頂き、大きな力となりましたことをここに感謝申し上げます。清水建設株式会社 石塚崇博士には筆者の学部時代に数値解析プログラミングを始めるきっかけを与えて頂き、その後も筆者の研究に多くのご助言を頂きました。日東紡音響エンジニアリング株式会社 廣澤邦一博士には数少ない同分野・同テーマの研究者として学会などの場において多くの貴重なご意見を賜りました。株式会社 永田音響設計 鈴木航輔氏には学部時代の同期生として、音響設計従事者として筆者の研究に関し様々なご意見を頂きました。筆者の研究遂行にあたり多くのご支援を賜りましたことを感謝申し上げます。

佐久間研究室の皆様には日頃より筆者に御助力頂きました。特に修了生の清家剛氏には本研究について実質的に多大な貢献を頂きました。また、同時期に博士論文の執筆を行った江田和司氏は直接的な助け合いを通じて大いに心の支えとなりました。李孝振博士、太刀岡勇氣氏、楠井尚貴氏には研究に関する事柄のみならず様々な形で筆者を支えて頂きました。皆様のおかげで研究を円滑に進めることができましたことを深く感謝します。

日本音響学会、日本騒音制御工学会、日本建築学会大会、音響数値解析小委員会に際しまして多数の有益なご討論並びにご助言を賜りました皆様に感謝いたします。

赤司浩正氏とは家族同然に時間を共有し、その知性に大いに刺激を受けました。多くの面で筆者の博士課程の生活を支えて頂きましたことに深甚なる謝意を表します。

最後になりましたが、筆者の長い学生生活を理解頂いた親族、並びに支援頂いた両親と兄妹に心より感謝致します。