審 査 の 結 果 の 要 旨

氏　　名　　　　竹内　裕貴

非整数階微分と積分は、通常の整数階微積分の拡張であり、古くはAbelの等時曲線に関する分数階微積分の研究などがある。たとえば不均質な物質の拡散現象などをよりよくモデル化する場合をはじめ、一般の拡散過程、制御システム、数理ファイナンス、カオス、逆問題などで広く用いられている。近年では放射性物質の拡散現象に現れる非整数階微分方程式のモデルとして、福島原子力発電所から放出された放射性物質の拡散の予測などにも応用されており、また整数階微分ではシミュレーションが行えない制御システムへの適用もされている。このようなシミュレーションを高精度で行うためには、非整数階微積分を用いた数値計算法で、理論的により高次の精度が保証でき、かつ安定性も有する方式で、実用的にも有用な方式の研究開発が望まれている。

本論文では、高精度の非整数階微積分の数値計算法について研究し、常微分方程式・偏微分方程式の両方のクラスを対象として、従来手法より高い精度の方法を提案すると同時に、提案方法の安定性を理論的・数値的に解析することをおこなっている。

まず、1次元偏微分方程式を対象とし、既存研究を超える成果をあげている。既存研究としては、Meerschaert, Tadjeranによる1次精度とされる有限差分法、さらにその2次精度とされる版や、Diethelmによる予測子修正子法などの他の方法についても紹介した上で、深く掘り下げて検討をおこない課題を洗い出している。そして、それら課題を克服する独自の方法として、2次精度有限差分法を提案し、その精度と安定性の解析を行った。提案法である有限差分法の安定性が、スキームに付随する係数パラメタに依存することを示して、Gerschgorinの定理を用いることによって安定性を証明している。さらに適当な条件の下で、提案有限差分法が2次精度を有することを示している。理論構築のみではなく、これらを実験結果により検証することにも成功している。解析解をもつ関数を用いて、境界で微分不可能である場合に精度劣化が観察されること、またそのような場合において安定性と精度劣化の関係を明らかにするために非整数階拡散方程式の多項式展開による数値解導出法を構築している。この多項式展開の形での数値解を導出することで、解はFourier級数で表現不可能であり、精度劣化の条件を満たすことを示している。

また、非整数階常微分方程式に対する研究では、2系統の数値計算法を新たに与える

ことに成功している。1系統は予測子修正子法の枠組みに基づく陽解法であり、3次精度を達成して、既存法よりも高い精度をもつことを実験結果によって示している。他系統の数値計算法はGauss求積とLagrange多項式を用いた陰解法であり、解の関数を多項式で構成し、初期点周りで展開される場合に対するものであり、そのような条件のもとで常微分方程式を、Diethelmによる既存法に比べてより少ない点を用いて精度よく計算するものとなっている。

このように本論文は、非整数階微分方程式に対する高精度数値計算法に関して、既存手法を越える高精度と安定性解析を兼ね備えた方式の開発を理論そして実用の両面から包括的に行ったものである。その成果の一部は、既に原発の放射性物質の拡散解析の研究にも生かされており、今後より多様な分野で用いられる非整数階微積分に関する数値計算基盤を確立したものとなっている。なお、本論文の研究成果の一部は共同研究により得られたものであるが、申請者が主体的に取り組んで得た成果であることを確認している。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。