

## 論文の内容の要旨

論文題目 制約充足問題に対する充足可能性保存割当ての解析と  
そのアルゴリズム設計への応用

氏 名 木村 慧

本論文では制約充足問題に対する様々な充足可能性保存割当てを扱い、それらの関係を整理する。また、充足可能性保存割当てに対し、多面錐による近似を考え、その近似のよさを詳細に解析し、この近似を用いることで充足可能性保存割当てを求める効率的なアルゴリズムを設計する。また、制約充足問題の効率的に解ける部分クラスを統一的に説明する計算複雑さの指標を与える。

制約充足問題とは与えられた制約をみたく、有限個の値をとる離散的な変数への値の割当てを求める問題である。この問題は工学における幅広い応用をもち、人工知能やオペレーションズ・リサーチ、理論計算機科学などの分野で盛んに研究が行われている。

制約充足問題はNP困難であり、すべての問題を効率的に解くことは難しいと考えられている。そこで、発見的な解法により高速に解くこと、および、どのような部分クラスが効率的に解けるかを明らかにすることが盛んに行われている。

制約充足問題を解く際には、探索により解を求める手法が代表的な手法の一つであり、探索すべき領域を削減するための発見的な解法が様々考えられている。その中でも、充足可能性保存割当てを見つけることにより探索領域を削減する手法が幅広く用いられている。充足可能性保存割当てとは、部分割当て、すなわち、一部の変数への値の割当てであって、問題の解の存在性を保つような割当てである。充足可能性保存割当てを求めて代入することにより探索領域を削減することができる。

充足可能性保存割当ては有用であるものの、それを求めること自体が一般にNP困難である。そこで、効率的に求められる特殊な充足可能性保存割当てが扱われてきた。代表的なものとしては、解集合においてではなく、各制約において充足可能性保存割当てとなることを要請する局所的な概念がある。また、その他の特殊な割当てとしては、線形

計画問題を解くことにより効率的に求められる割当てが特殊な問題に対して考えられているが、制約充足問題一般に対しては考えられていない。

本論文では制約充足問題における様々な充足可能性保存割当ての関係を整理する。また、割当てを実ベクトル空間の元と同一視することにより、充足可能性保存割当ての集合を多面錐により近似することを考える。このような近似により得られるものを線形充足可能性保存割当てと呼ぶ。線形充足可能性保存割当ては割当ての集合としては一般に小さくなるものの、線形計画問題を解くことにより求めることが可能になる。そこで、どのような多面錐による近似がよい近似となるかについて詳細に解析する。ただし、多面錐の定義の仕方によっては、線形計画問題が入力の数サイズになることに注意されたい。また、制約が線形不等式系で与えられる制約充足問題に対し、ある意味で極大な線形充足可能性保存割当てを効率的に求めるアルゴリズムを設計する。そして、特殊な入力に対しては線形時間アルゴリズムを開発する。

また、効率的に解ける部分クラスに関して、充足可能性問題においては、入力が2論理積形やホーン論理積形、改名ホーン論理積形などの場合には多項式時間で解けることが知られていた。しかしこれらの部分クラスは個別に与えられるのみという状況であった。その中でBorosらはこれらの多項式可解性を統一的に説明する計算複雑さの指標を提案した。制約が線形不等式系で与えられる制約充足問題は、不等式系を定義する行列が二次やホーンである場合には擬多項式時間で解けることが知られているが、このような指標は提案されていない。そこで、本論文ではこれらの部分クラスを統一する指標を与える。



3. 大きさはA4判とし4ページ以内、10ポイント程度の活字で印刷したものとしてください。

(日本語の場合は4,000字以内(英語の場合は2,000語以内)とする。)

4. 第1ページ上部に、タイトルを「論文の内容の要旨」とした上で、論文題目及び氏名を記入し、その下から内容の要旨を記載してください。

1. **Two copies of your thesis summary must be submitted in paper form. Electronic data of the thesis summary must also be submitted: a PDF file is mandatory, while submission of the original document file (MS Word or other) is optional.**
2. **If you are obtaining your Doctorate degree by submitting a thesis (as a Ronpaku), your thesis summary must be written in Japanese.** (If you are obtaining your degree by completing the course requirements of a Doctorate program, a thesis summary in English is acceptable.)  
The thesis summary is formatted with **horizontal writing and single-sided print.**
3. The thesis summary is to be printed on **A4-size paper** and digested into **four pages or less** using **approximately a 10 point type.**  
(The restriction is **4,000 characters** for a Japanese summary and **2,000 words** for an English summary.)
4. **In the upper part of the first page, the text “論文の内容の要旨” is typed and the title of the thesis and the name of the applicant are typed on subsequent lines. The main text of the thesis summary begins below the above heading section on the same page.**