審 査 の 結 果 の 要 旨

論 文 提 出 者 氏 名　　　木　村　　慧

現代の情報社会においては、工学、情報科学を始めとする諸分野において、離散的な構造をもつシステムとそれを扱う手法の重要性が高まっている。離散システムの設計や解析において、その数学的基礎は、グラフ理論、計算機科学、代数学などに跨るいわゆる離散数学によって与えられる。離散システムを扱う際に有用な定式化の一つに制約充足問題があり、人工知能、オペレーションズ・リサーチ、アルゴリズム論などの分野において論じられてきた。これは、有限個の値をとりうる有限個の変数に対して、与えられた複数の制約を満たす変数の値を見出す問題である。制約充足問題はモデリングの枠組みとして十分な一般性を有する一方で、計算量の観点からはＮＰ困難であり、すべての制約充足問題を効率的に解くアルゴリズムの開発は難しいと考えられている。近年、計算機性能の向上を背景として、実用的なアルゴリズム設計に向けたさまざまな応用指向の研究が行われ、人工知能や数理計画法などの成果に基づく発見的なアルゴリズムが設計され、商用やフリーのさまざまなソフトウエアが開発されている。また、理論的な観点からは、多項式時間で解けるクラスと解けないクラスを分離するための研究が行われている。とくに、普遍代数学による特徴付けを用いて、制約充足問題の全体が多項式時間可解のクラスとＮＰ困難のクラスの二つに峻別されることを主張する二分定理の確立を目指す研究が活発である。定義域が２値あるいは３値の場合には二分定理の成立が知られているが、４値以上の場合は未だに解明されていない。本論文は、アルゴリズムの設計と計算複雑さの解明の両面について、制約充足問題を理論的な立場から論じるものである。アルゴリズムの高速化に有用な手法として「充足可能性保存割当て」に焦点をあて、その数学的な性質を解析し、構成法を示している。計算複雑さについては、制約が線形不等式系で与えられる場合について、線形計画法を利用した指標を提案し、従来の議論に統一的な視点を与えることに成功している。

本論文は「制約充足問題に対する充足可能性保存割当ての解析とそのアルゴリズム設計への応用」と題し、８章からなる。

第１章「はじめに」では、制約充足問題や充足可能性問題の概要を述べている。とくに制約充足問題に対する充足可能性割当てに関する歴史や充足可能性問題に対する複雑さの指標について記述している。その後、本論文の主要な成果を概説している。

第２章「準備」では、数学的な議論の準備として、制約充足問題、充足可能性問題、整数線形不等式系などの問題設定を行っている。また、様々な充足可能性保存割当ての定義を記すとともにそれらの基本的な性質を述べている。

第３章「様々な充足可能性保存割当ての間の関係」では、これまでに提案された充足可能性保存割当ての間の関係に関して、先行研究および本論文の結果を記述している。

第４章「線形充足可能性保存割当て」では、充足可能性保存割当てに対して、多面錐による近似を導入した後、その極大性を詳細に解析している。特に、与えられる制約が論理積形、単調論理積形、主単調論

理積形のそれぞれの場合に極大性を示している。

第５章「ホーン論理積形に対する線形オーターク割当ての特徴付け」では、ホーン論理積形として与えられる制約充足問題における線形オーターク割当てを考え、その必要十分条件を、グラフ理論的な条件の形で与えている。この必要十分条件を利用することで、充足可能性保存割当てを求める線形時間アルゴリズムも提案している。

第６章「整数線形不等式系に対する線形局所固定可能割当て」では、制約が線形不等式系として与えられる制約充足問題に対して、ある意味において極大な充足可能性保存割当てを求める擬多項式時間アルゴリズムを提案している。

第７章「整数線形不等式系に対する計算複雑さの指標」では、制約が線形不等式系として与えられる制約充足問題に対して、不等式系に現れる係数の符号だけに基づく線形計画問題を利用した計算複雑さの指標を提案している。そして、線形計画問題の最適値により計算複雑さが三分されることを示している。また、先行研究における擬多項式時間可解部分クラスがこの指標により統一的に説明できることを示している。

最後に第８章「まとめと今後の課題」では、本論文の成果を簡潔にまとめると共に、今度の研究課題を提示している。

以上を要するに、本論文は、離散数学およびアルゴリズム論を駆使することにより、制約充足問題に対する充足可能性保存割当ての解析や関連するアルゴリズムを構築したものであり、数理情報学の発展に大きく貢献するものである。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。