

東京大学 大学院新領域創成科学研究科
基盤科学研究系
先端エネルギー工学専攻

平成 18 年度

修士論文

伝導冷却バルク超電導体の
パルス着磁に関する数値解析

Numerical Analysis of Pulsed Field Magnetization
of Conduction-Cooled Bulk Superconductor

2007 年 2 月提出
指導教員 大崎 博之 教授

56209 河本 哲

目次

第1章 序論	1
1. 1 バルク超電導体	1
1. 2 バルク超電導体の応用	3
1. 3 バルク超電導体の着磁方法	6
1. 4 パルス着磁におけるバルク超電導体の冷却方法	7
1. 5 研究の目的	8
第2章 バルク超電導体のパルス着磁過程の現象	9
2. 1 パルス磁界印加時の磁束に働く力	9
2. 2 パルス着磁過程における熱の発生	10
2. 3 発生した熱の冷却過程	10
第3章 パルス着磁の過渡現象解析の手法	13
3. 1 数値解析の手法	13
3. 2 超電導体の解析モデル	19
第4章 PFM の数値解析	21
4. 1 解析条件	21
4. 2 単一パルスの印加	25
4. 3 着磁過程における電磁氣的現象に関する検討	29
4. 4 着磁過程における熱伝導現象に関する検討	30
第5章 複数回着磁	33
5. 1 複数回のパルス印加	33
5. 2 解析条件	33
5. 3 解析結果と検討	35
5. 4 2回目のパルス磁界の変化の影響	43
第6章 結論	46
6. 1 結論	46
6. 2 今後の課題	47
参考文献	48
謝辞	49
発表文献	50

目次

第 1 章 序論

1.1 バルク超電導体

高温超電導体の応用として注目されているのは、バルクによる応用である。バルク超電導体は、高温超電導体の塊であり、高温で使え比熱が高いために超電導状態が壊れる現象であるクエンチが起こりにくいという高温超電導体ならではの性質を持っている。

高温超電導体である RE-Ba-Cu-O 化合物は、臨界温度 T_c が高いにも関わらず、合成が比較的簡単であるという特徴を持っている。また、構成元素を同族の他の元素に置き換えることで別の超電導物質を得ることができる。

1987 年の 2 月にヒューストン大学の Chu らによって発見された Y-Ba-Cu-O 化合物は、 T_c が液体窒素温度である 77K を初めて超えた。



Fig.1.1 YBCO バルク超電導体

バルク超電導体に使われる $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ (YBCO) 等の高温酸化物超電導体は、臨界電流密度の不均一性が非常に強い傾向にあるが、これは高温酸化物超電導体の結晶の異方性とピンニングセンターの分散によるものである。高温酸化物超電導体の結晶構造は、ペロブスカイト系に属し、図 1.2 のようなものとなっている。この結晶構造においては、図の a,b 軸と c 軸で大きな異方性がある。この異方性は、コヒーレンス長 ξ や上部臨界磁界 B_{c2} に影響を与えるため、結果的に臨界電流密度にも影響を与える。近年では、バルク超電導体を作る方法としては、図 1.3 のような種結晶を成長させて作る方法が用いられてお

り、この場合、c 軸をそろえて作ることが可能となっている。しかし、その作成方法の都合上、結晶の成長方向の界面ではその他の部分と臨界電流密度に差が生じてしまう事がわかっている。

次に、ピンニングセンターの影響であるが、まず酸化物高温超電導体におけるピンニングセンターとしては、作成過程に生じる酸素欠損や構造欠陥によるもの、人工的に常電導析出物を加えたものなどがある。しかし、臨界電流密度は、ピンニングセンターの分散度合いで変化してしまうため、ピンニングセンターの量が不均一であると、臨界電流密度も不均一になってしまう。

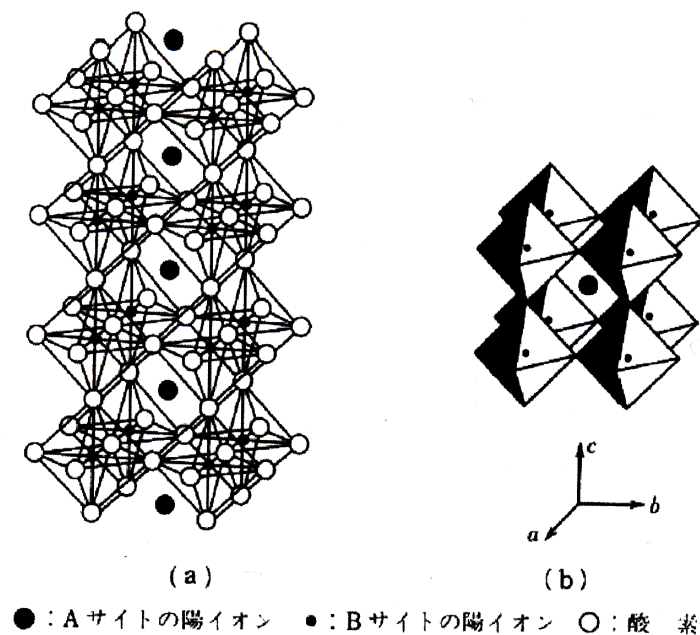


Fig1.2 ペロブスカイト系結晶の構造

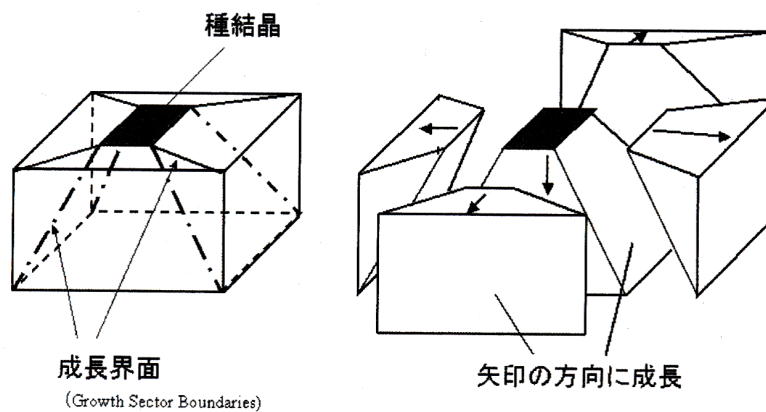


Fig1.3 種結晶法の結晶成長

1.2 バルク超電導体の応用

超電導体をバルク体として応用することは、低温超電導体でも考えられていたが、低温超電導体の温度領域では、比熱が小さく、外乱等によりバルク体の一部分の温度が上昇した場合にそれが一気に伝わってしまい、超電導状態が壊れてしまうため、高温超電導体になって初めて実用的になった。

バルク超電導体の応用を考えた場合、最も重要になるのは磁束ピンニングになる。磁束ピンニングは、磁界をピン止め中心で捕捉してしまう効果のことで、この性質を用いることで、バルク超電導体を永久磁石として利用したり、物体を安定浮上させたりすることが可能になる。

バルク超電導体の永久磁石としての応用例として、DDS(Drug Delivery System) がある [2]。これは、磁性薬剤を血液中で誘導するシステムで、磁界勾配が大きく、最大磁束密度の大きな磁石が薬剤を誘導するのに適している。よって、従来の永久磁石による誘導から、バルクを用いることで、薬剤の誘導効果が向上する可能性が示唆されている。

その他に、小型高効率電動機の界磁磁石としての応用が考えられている。その特徴は、比較的高い温度で高磁界の界磁磁石を使用することができるため、現行の電動機や、これまで考えられてきた低温超電導線材を用いた超電導電動機に比べて小型かつ高効率化が図れる、ということである。

また、水質改善等に使う磁気分離装置に使う強力な磁石としての応用も考えられている。仕組みは、図 1.6 のようになり、水などに含まれている不純物を強力な磁界によって水と分離させ、分離された不純物のみを回収し水を浄化するシステムとなっている。バルク超電導体を用いると、この磁界を発生させる磁石を格段に小さくすることができ、結果的に装置全体の小型化が可能となる。

また、磁気浮上としての応用例として、磁気浮上型免振装置が考案されている [3]。Fig.1.4 に示されるように 1st layer で x 軸方向の揺れを抑え、2nd layer で y 軸方向の揺れを低減している。

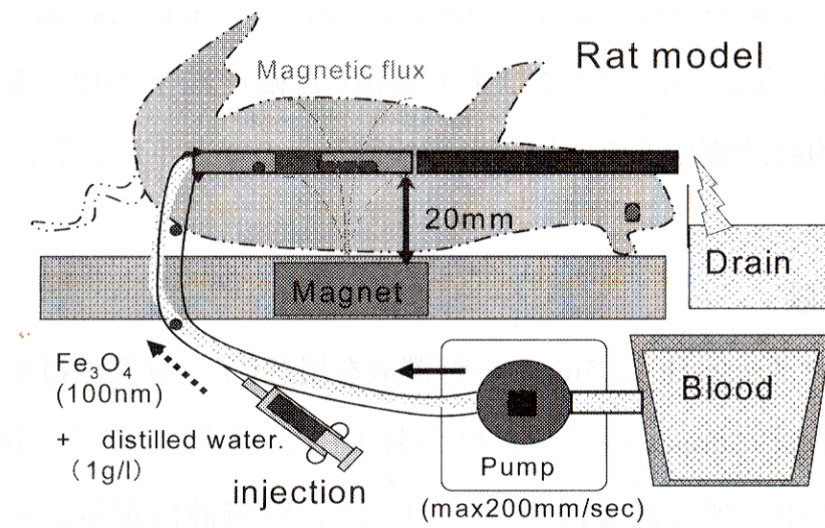


Fig.1.4 DDS の概念図

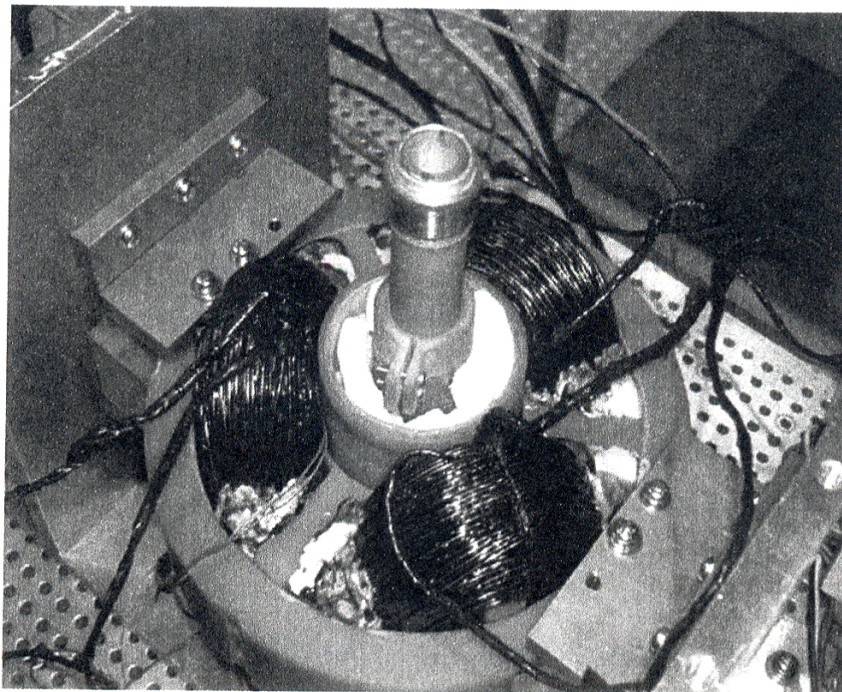


Fig.1.5 バルク超電導体を用いた小型電動機

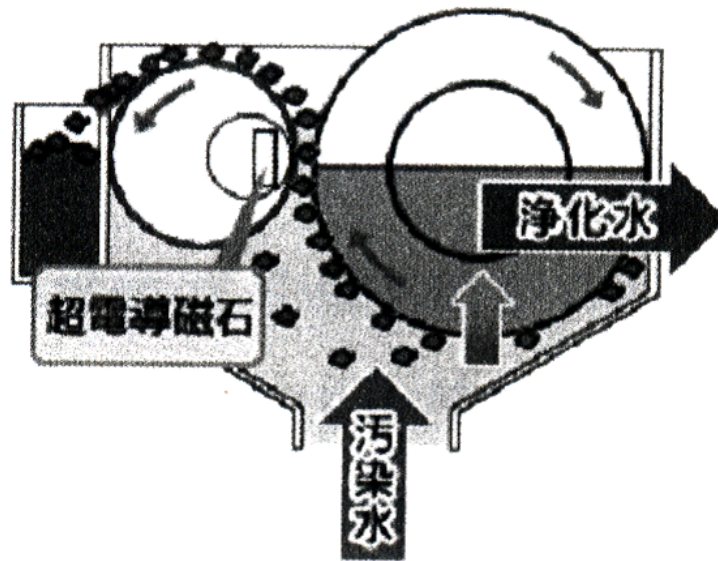


Fig.1.6 磁気分離装置の原理

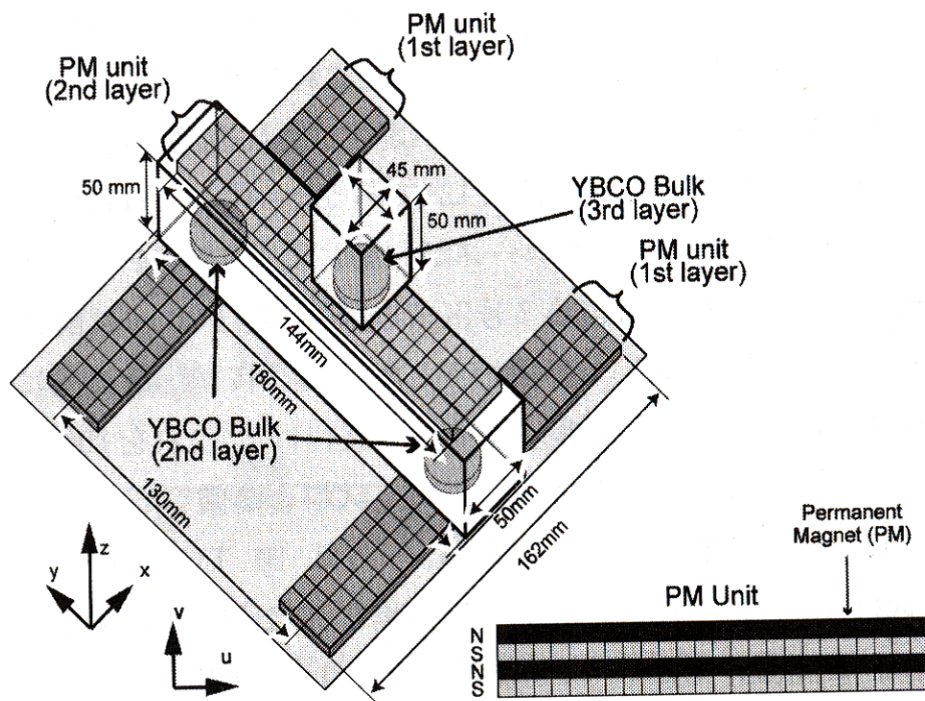


Fig.1.7 磁気浮上型免振装置の概略

1.3 バルク超電導体の着磁方法

バルク超電導体は、高い磁界を捕捉することが可能であるが、その着磁方法はいくつかあり、以下にその方法を示す。

1.3.1 磁界中冷却法 (Field Cooling:FC)

磁界中冷却法はバルク超電導体が常電導状態の温度条件下にあるときに、外部から一様な磁界を加え、そのまま冷却し、バルクを超電導転移させる方法である。バルクを超電導転移させた後は、外部磁界を準静的に除去する。

FC は、効率よくバルク超電導体に磁界を捕捉させることが可能であるが、超電導コイルによる強磁界を発生させる必要があるため、システム全体の大型化を招くデメリットも持つ。

1.3.2 ゼロ磁界中冷却法 (Zero Field Cooling:ZFC)

ゼロ磁界中冷却法 (ZFC) は、予め冷却されて超電導状態になっているバルク超電導体に一様な外部磁界を加えて、その後外部磁界を取り去る方法である。ZFC による着磁の効率は低く、簡単に概算しても FC に比べておよそ 2 倍の外部磁界が必要となり、そのために FC 以上に大きな磁界を定常的に発生させることができるよう大型の超電導コイルが必要となる。それに伴い、システム全体も、FC の場合と比べてさらに大きくなってしまう。

1.3.3 パルス着磁法 (Pulsed Field Magnetization:PFM)

パルス着磁法 (PFM) は、ZFC を発展させた方法である。ZFC と同様に、冷却されて超電導状態となっているバルク超電導体に対して外部磁界を印加し、その後取り去る。しかし、PFM では印加する外部磁界として、非常に短いパルスを与える点が異なる。外部磁界を発生させるためのコイルに、非常に短時間しか大きな電流を流さないため、コイルからの発熱が非常に小さくなり、コイルを小型化できる。そのため、PFM を用いたシステムでは全体を小型化することができ、また装置に対して着磁用のコイルを組み込むことも現実的なものとなる。

1.3.4 IMRA 法 (Iteratively Magnetizing pulsed field operation with Reducing Amplitude)

PFM では、複数回磁界を印加することでバルク超電導体により大きな捕捉磁界を得られる。その方法のひとつとして、IMRA 法 [4] がある。

IMRA 法は、最初に着磁に最適な磁界を印加し、その後印加する磁界を小さくしながら着磁を行う方法である。パルス着磁では、パルス磁界を印加した際の温度上昇が最終的な捕捉磁界に大きな影響を与えるが、発熱量を下げながら着磁を行うことができ、効率的に着磁を行うことができる。

1.3.5 MMPSC-IMRA 法 (Modified Multi-Pulse Technique with Step-wise Cooling)

複数回着磁を行う方法として、最近 MMPSC-IMRA 法 [5] が報告されている。

MMPSC 法は、まず比較的高温の条件下で弱い M 字型の磁界をバルクに捕捉させておき、その後低温条件下において最適な磁界を印加する方法である。この方法を用いることで、2005 年 7 月に岩手大学で温度 29[K] において最大磁束密度 5.20[T] が報告されている。

1.4 パルス着磁におけるバルク超電導体の冷却方法

1.4.1 伝導冷却と浸漬冷却

バルク超電導体にパルス磁界を印加する際に、電磁誘導によりバルクの発熱現象が発生する。バルク超電導体の温度上昇は、臨界電流密度の低下を招き、捕捉磁界特性を悪くするのでバルクを何らかの方法で冷却する必要がある。

バルク超電導体を冷却する手段として、浸漬冷却と伝導冷却がある。

浸漬冷却とは、液体窒素のような冷媒を用いてバルクを冷却する方法であり、冷却条件としては優れているが、冷媒を用いるために機器への搭載および任意の温度制御が難しい。

伝導冷却は、冷凍機を用いて熱伝導によりバルクを冷却する冷却方法である。冷却条件は浸漬冷却の方が優れているが、機器への搭載および任意温度に制御することを考慮すると、比較的応用しやすい。

1.5 研究の目的

バルク超電導体は、新たな超電導体の応用材料として、様々な分野で使われる可能性を持っている。特に、永久磁石の代替品としての利用に関しては液体窒素温度でも 3[T] 程度の大きな磁界を得られることから、現在の永久磁石を用いた機器の小型化・高効率化及び新たな機器応用も考えられている。

バルク超電導体を永久磁石の代替として用いるためには着磁が必要となる。バルク超電導体を着磁する方法として、応用上注目されているのがパルス着磁である。パルス着磁を行う際、バルク超電導体を冷却する方法として、冷媒を用いる浸漬冷却と熱伝導率の高い物質を用いて冷却する伝導冷却がある。バルク超電導体はその特性として低温条件下において臨界電流密度が高いという特徴を持つ。そのため、液体窒素温度よりも低い温度に制御可能な伝導冷却は浸漬冷却に比べて応用上の利点を持つ。また、液体を用いない伝導冷却は機器への組み込みが比較的容易になる。

しかし PFM では、外部磁界の変化が速く、磁束は急激にバルクに侵入しようとして誘導現象による発熱が生じ、その発熱が着磁特性に影響を与える。

本研究では、伝導冷却条件下においてパルス着磁を行った際の過渡現象を有限要素法による電磁界・熱伝導連成解析プログラムを作成することで解析する。その上で、効率的な着磁方法に関する有用な情報を示すことを目的とし、種々の条件下で解析を行い、現象の検討を行う。

第 2 章 バルク超電導体のパルス着磁過程の現象

2.1 パルス磁界印加時の磁束に働く力

超電導体内で磁束が止まっているとき超電導体内での磁束に働く力は、ピン止め力 F_P とローレンツ力 F_L が釣り合った状態になっている。しかし、超電導体内を磁束が動く場合、磁束が動く速度に比例した粘性力 F_V が働く。粘性力とは、磁束が動くことにより導体に発生する誘導電流から受ける力のことであり、磁界中冷却やゼロ磁界中冷却においては磁束の速度が非常に小さいため F_V は F_P や F_L に対してして無視できる。しかし、パルス着磁においては、印加磁界の時間変化が急激なので粘性力による効果が無視出来なくなる。そのため、パルス着磁ではバルクの表面から侵入した磁束は粘性力を受け、その速度は中心に向かって移動するにつれて急速に低下することになる。バルク中の磁束の運動は、ローレンツ力、ピン止め力、粘性力の 3 力の釣り合いによって決まる。それらの関係は下式で表される。

$$F_L + F_P + F_V = 0 \quad (2.1)$$

また、 F_L, F_P, F_V はそれぞれ次式で表される。

$$F_L = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (2.2)$$

$$F_P = -J_C B \frac{v}{|v|} \quad (2.3)$$

$$F_V = -\eta \frac{|B|}{\phi_0} v \quad (2.4)$$

ここで、 v は磁束の動く速度、 η は粘性係数、 ϕ_0 は磁束量子であり、 η は次式で与えられる。

$$\eta = \frac{\phi_0 B}{\rho_r} \quad (2.5)$$

ここで、 ρ_r は磁束流抵抗であり、常電導状態における抵抗率を ρ_n として

$$\rho_r = \rho_n \frac{B}{\mu_0 H_{C2}} \quad (2.6)$$

ただし、 H_{C2} は上部臨界磁界である。

2.2 パルス着磁過程における熱の発生

前節で述べたように、パルス着磁においては磁束の運動に対して粘性力が働く。磁束は粘性力によって運動エネルギーを失い、損失エネルギーがバルク超電導体内で熱エネルギーとなる。この熱により、バルク超電導体の温度は上昇し、臨界電流密度 J_c の温度依存性により J_c が減少するため、バルクにピン止めされる磁束は減少する。(2.4) 式より、粘性力による単位時間あたりのエネルギー損失 W は、

$$W = F_V V = -\eta \frac{B}{\phi_0} V^2 \quad (2.7)$$

となる。

以上のようにパルス着磁では粘性力存在によって磁束が運動すると熱が発生し、バルク超電導体に捕捉される磁束の分布はこの熱に大きく影響される。バルク超電導体に着磁する磁束量を増加させようとして印加磁界を上げると、磁束が侵入する速度も上昇し、(2.4) 式により粘性力がより強まる。それにより、超電導体内の熱の発生量が増加し、温度が上昇してしまうため、臨界電流密度 J_c が小さくなってしまう。

(1.5) 式より、超電導体内の磁束密度は $J = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times B$ で表され、 J_c が高いほど超電導体内の磁束密度 B は大きくなるので、印加磁界を大きくしたからといって必ずしもバルク超電導体に着磁される磁束量が増加するとは限らない。つまり、パルス着磁で着磁する磁束量はパルス磁界のピーク値、パルス幅やバルク超電導体の臨界電流密度、磁束流抵抗などのパラメータに依存する。したがって、パルス着磁において効率よく着磁させるためにはパラメータの最適化が重要となってくる。

2.3 発生した熱の冷却過程

2.3.1 浸漬冷却と伝導冷却

パルス磁界を印加後、着磁効率を上げるためにバルク超電導体は熱の上昇を抑える工夫をする必要がある。その方法として、1.4 節で述べた浸漬冷却と伝導冷却がある。浸漬冷却は、液体窒素などの冷媒でバルク超電導体を冷却する方法で、伝導冷却は冷凍機による冷却である。

また、冷却過程における熱の出入りには熱伝導、熱伝達、輻射熱があり、その主なものは熱伝導である。浸漬冷却の場合には、熱伝達を考慮する必要がある。また、輻射熱の影響は軽微であると考えてよい。

2.3.2 熱伝導

熱伝導の一般化を考える。断面積 S 、厚さ dx の要素の左面から q_x の熱量が流入し、右面から q_{x+dx} の熱量が流出するとする。このとき考えられる量は、左面から流入する熱量 q_x 、要素内で発生した熱量 q_{gen} 、右面から流出する熱量 q_{x+dx} 、要素内のエネルギー変化 $\frac{\partial E}{\partial t}$ であるから、この要素内でのエネルギー収支を考えると、次の式が成り立つ。

$$q_x + q_{gen} = q_{x+dx} + \frac{\partial E}{\partial t} \quad (2.8)$$

ここで、単位時間あたりの発熱量を $\frac{dq}{dt}$ 、要素の比熱を c 、要素の密度を ρ とすると、

$$q_x = -kS \left. \frac{dT}{dx} \right|_x \quad (2.9)$$

$$q_{gen} = \frac{dq}{dt} S dx \quad (2.10)$$

$$q_{x+dx} = -kS \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x+dx} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho c S T dx) \quad (2.12)$$

であるから、エネルギー収支は次のようになる。

$$-kS \left. \frac{dT}{dx} \right|_x + \frac{dq}{dt} S dx = -kS \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x+dx} + \frac{\partial}{\partial t} (\rho c S T dx) \quad (2.13)$$

ここで、テイラー展開 $f(x+dx) = f(x) + \frac{f'(x)}{1!} dx$ より

$$-kS \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x+dx} = -kS \frac{dT}{dx} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-kS \frac{dT}{dx} \right) dx \quad (2.14)$$

これを (2.14) 式に代入すると、

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{dT}{dx} \right) + \frac{dq}{dt} \quad (2.15)$$

が得られる。この方程式によって、様々な初期条件、境界条件下で、要素内の温度分布と温度変化を予測することができる。

2.3.3 熱伝達

熱伝達とは、熱伝導において、壁と空気、壁と水といった二種類の物資間で熱エネルギーを伝えることである。また、熱エネルギーの伝えやすさを熱伝達係数といい、熱流速密度を温度差で割って求める。

浸漬冷却条件下では、熱伝達が主な冷却要素になる。熱流速密度を q 、バルクの温度を T 、冷媒の温度を T_c 、熱伝達係数を h とすると、次の式が成り立つ。

$$q = h(T - T_c) \quad (2.16)$$

2.3.4 輻射熱

輻射熱とは、輸送元の物体が電磁波を出し、輸送先の物体が吸収することによって熱を運ぶ現象のことを示す。この現象は、二つの物体の間に媒介する物質がない状態、つまり真空状態でも熱を伝えることができる。

温度 T_s 、表面積 A_2 の放射率 ε_2 の物体が、熱放射によって放出する熱量は次の式のようになる。

$$P = \frac{\sigma}{\left(\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{A_2}{A_1} \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right)\right)} A_2 (T_s^4 - T_a^4) \quad (2.17)$$

ここで、 A_1, ε_1, T_a は周りの壁面の表面積、放射率、温度である。また、 σ はシュテファン=ボルツマン定数 ($=5.67 \times 10^{-8} [\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}]$) である。

シュテファン=ボルツマン定数は小さい値なので、温度が低い時の熱放射される熱量は小さい。パルス着磁の解析に関しては輻射熱の影響は無視できると考えてよい。

第 3 章 パルス着磁の過渡現象解析の手法

3.1. 数値解析の手法

本研究では、バルク超電導体内の電磁現象について解析を行う方法として有限要素法 [6] を用いる。ここでは、磁気ベクトルポテンシャル A を用いて二次元静磁界解析を行う場合を例にとって、有限要素法の概要を述べる。

3.1.1 ガラーキン法

磁気ベクトルポテンシャルの厳密解を A とし、次式が成り立つと仮定する。

$$f(A) = 0 \quad (3.1)$$

ここで、近似解を \tilde{A} とする。これを支配方程式に代入すると、下式のようになる。

$$f(\tilde{A}) = R \quad (3.2)$$

なお、一般的には R は 0 にならない。

そこで、最良の解を得るには、残差 R の対象領域 S 全体にわたる積分が最小になるようにすればよい。すなわち、

$$\iint R dx dy \rightarrow \text{最小} \quad (3.3)$$

となればよい。重み関数を N とし、領域全体での残差の重みつき積分を 0 にする。

$$\int_C NR = 0 \quad (3.4)$$

また、ガラーキン法では重み関数と補間関数を等しくする。

次に、領域を図 3.1 に示すような三角形要素に分割する。

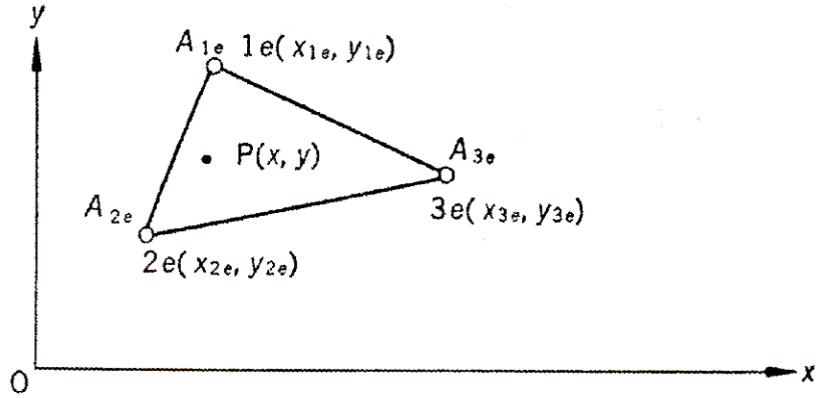


Fig.3.1 一次三角形要素

次に、要素 e 内の任意の点 P の座標を (x, y) とし、要素内のポテンシャル $A^{(e)}$ は次式のように、 x, y の一次式で表されると仮定する。

$$A^{(e)} = \alpha_{1e} + \alpha_{2e}x + \alpha_{3e}y \quad (3.5)$$

(3.5) 式を変形すると、

$$A^{(e)} = \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{1e} \\ \alpha_{2e} \\ \alpha_{3e} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

ここで、節点 A_{1e} 、 A_{2e} 、 A_{3e} の値が与えられれば、次の式が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} A_{1e} \\ A_{2e} \\ A_{3e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{1e} & y_{1e} \\ 1 & x_{2e} & y_{2e} \\ 1 & x_{3e} & y_{3e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{1e} \\ \alpha_{2e} \\ \alpha_{3e} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

(3.6),(3.7) より、

$$A^{(e)} = \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_{1e} & y_{1e} \\ 1 & x_{2e} & y_{2e} \\ 1 & x_{3e} & y_{3e} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_{1e} \\ A_{2e} \\ A_{3e} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

なお、

$$A^{(e)} = \sum_{i=1}^3 N_{ie} A_{ie} \quad (3.9)$$

であり、 N_{ie} は補間関数と呼ばれるものであり、次式で与えられる。

$$N_{ie} = \frac{1}{2\Delta^{(e)}}(b_{ie} + c_{ie}x + d_{ie}y) \quad (3.10)$$

ただし、 $\Delta^{(e)}$ は、要素 e の面積であり、 b, c, d は次のように与えられる。

$$b_{ie} = x_{je}y_{ke} - x_{ke}y_{je}, c_{ie} = y_{je} - y_{ke}, d_{ie} = x_{ke} - x_{je} \quad (3.11)$$

また、 i, j, k は循環する数で、要素の節点を表す。

各節点のポテンシャルは変分原理を用いて求める。電磁界解析における汎関数 χ はエネルギーを表す式に等しく、次式で与えられる。

$$\chi = \frac{1}{2} \int \int_S \left\{ \nu_y \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)^2 + \nu_x \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy - \int \int_S J_0 A dx dy \quad (3.12)$$

ここで、 ν は磁気抵抗率 ($\frac{1}{\mu}$)、 J_0 は電流密度とする。

また、(3.12) を偏微分すると、次のようになる。

$$\frac{\partial \chi}{\partial A_{ie}} = \int \int_S \left\{ \nu_y \frac{\partial A^{(e)}}{\partial x} \frac{\partial}{\partial A_{ie}} \left(\frac{\partial A^{(e)}}{\partial x} \right) + \nu_x \frac{\partial A^{(e)}}{\partial y} \frac{\partial}{\partial A_{ie}} \left(\frac{\partial A^{(e)}}{\partial y} \right) - J_0 \frac{\partial A^{(e)}}{\partial A_{ie}} \right\} dx dy \quad (3.13)$$

ここで、(3.13) を計算するために、(3.9) 式を次のように書き換える。

$$A^{(e)} = \frac{1}{2\Delta^{(e)}} \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{1e} & b_{2e} & b_{3e} \\ c_{1e} & c_{2e} & c_{3e} \\ d_{1e} & d_{2e} & d_{3e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{1e} \\ A_{2e} \\ A_{3e} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

ここで、

$$\begin{bmatrix} b_{1e} & b_{2e} & b_{3e} \\ c_{1e} & c_{2e} & c_{3e} \\ d_{1e} & d_{2e} & d_{3e} \end{bmatrix} = 2\Delta^{(e)} \begin{bmatrix} 1 & x_{1e} & y_{1e} \\ 1 & x_{2e} & y_{2e} \\ 1 & x_{3e} & y_{3e} \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.15)$$

$$\Delta^{(e)} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_{1e} & y_{1e} \\ 1 & x_{2e} & y_{2e} \\ 1 & x_{3e} & y_{3e} \end{vmatrix} \quad (3.16)$$

すなわち、 $\Delta^{(e)}$ は要素 e の面積である。(3.15) の b_{1e}, c_{1e}, d_{1e} 等を具体的に計算すると、次のようになる。

$$b_{ie} = x_{je}y_{ke} - x_{ke}y_{je}, c_{ie} = y_{je} - y_{ke}, d_{ie} = x_{ke} - x_{je} \quad (3.17)$$

ただし、 ie, je, ke は循環する添え字で、例えば $ie = 2$ のとき、 $je = 3, ke = 1$ を表すものとする。

次に補間関数 N_{ie} を導入する。(3.14) 式を書き換えると、(3.9) 式のようにになる。ここで、 N_{ie} は、(3.10) で与えられる。

これを、補間関数といい、補間関数は座標 x, y の関数である。(3.9) 式を (3.13) 式に代入して、

$$\frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_{ie}} = \int_S \int_{(e)} \sum_{j=1}^3 \left\{ \nu_y \frac{\partial N_{ie}}{\partial x} \frac{\partial N_{je}}{\partial x} + \nu_x \frac{\partial N_{ie}}{\partial y} \frac{\partial N_{je}}{\partial y} \right\} A_{je} dx dy - \int_S \int_{(e)} J_0 N_{ie} dx dy \quad (3.18)$$

ここで (3.10) 式より、

$$\frac{\partial N_{ie}}{\partial x} = \frac{c_{ie}}{2\Delta^{(e)}}, \quad \frac{\partial N_{ie}}{\partial y} = \frac{d_{ie}}{2\Delta^{(e)}} \quad (3.19)$$

(3.18),(3.19) より、

$$\frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_{ie}} = \int_S \int_{(e)} \sum_{j=1}^3 \left\{ \nu_y \frac{c_{ie}}{2\Delta^{(e)}} \frac{c_{je}}{2\Delta^{(e)}} \nu_x \frac{d_{ie}}{2\Delta^{(e)}} \frac{d_{je}}{2\Delta^{(e)}} \right\} A_{je} dx dy - \int_S \int_{(e)} J_0 \frac{1}{2\Delta^{(e)}} (b_{ie} + c_{ie}x + d_{ie}y) dx dy \quad (3.20)$$

線形場を考えているので、磁気抵抗率の x および y 成分 ν_x, ν_y は要素内で一定であると仮定してよい。また、 $c_{ie}, d_{ie}, \Delta^{(e)}$ はいずれも定数である。したがって、次式の (3.21) を考慮すれば、(3.20) の右辺第一項は (3.22) になる。

$$\int_S \int_{(e)} dx dy = \Delta^{(e)} \quad (3.21)$$

$$(\text{第一項}) = \sum_{j=1}^3 \frac{1}{4\Delta^{(e)}} (\nu_y c_{ie} c_{je} + \nu_x d_{ie} d_{je}) A_{je} \quad (3.22)$$

また、要素内の電流が一定であると仮定して、(3.20) の右辺第二項を計算すると、次式が得られる。

$$(\text{第二項}) = -\frac{J_0}{3} \Delta^{(e)} \quad (3.23)$$

(3.22),(3.23) より、

$$\frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_{ie}} = \sum_{j=1}^3 \frac{1}{4\Delta^{(e)}} (\nu_y c_{ie} c_{je} + \nu_x d_{ie} d_{je}) A_{je} - \frac{J_0 \Delta^{(e)}}{3} \quad (3.24)$$

これを、三角形要素の3節点 $1e, 2e, 3e$ について計算し、マトリクス形式で書くと次式のようになる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_{1e}} \\ \frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_{2e}} \\ \frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_{3e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^{(e)} & S_{12}^{(e)} & S_{13}^{(e)} \\ S_{21}^{(e)} & S_{22}^{(e)} & S_{23}^{(e)} \\ S_{31}^{(e)} & S_{32}^{(e)} & S_{33}^{(e)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{1e} \\ A_{2e} \\ A_{3e} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_1^{(e)} \\ K_2^{(e)} \\ K_3^{(e)} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

ここで、

$$S_{ij} = \frac{\nu_y c_{ie} c_{je} + \nu_x d_{ie} d_{je}}{4\Delta^{(e)}} \quad (3.26)$$

$$K_i^{(e)} = \frac{J_0 \Delta^{(e)}}{3} \quad (3.27)$$

(3.12) 式を最小にする条件により、次式が求まる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_{1e}} \\ \frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_{2e}} \\ \frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_{3e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^{(e)} & S_{12}^{(e)} & S_{13}^{(e)} \\ S_{21}^{(e)} & S_{22}^{(e)} & S_{23}^{(e)} \\ S_{31}^{(e)} & S_{32}^{(e)} & S_{33}^{(e)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{1e} \\ A_{2e} \\ A_{3e} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_1^{(e)} \\ K_2^{(e)} \\ K_3^{(e)} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.28)$$

各要素について、 $\frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_{ie}}$ を計算し、全要素の和をとることにより、次のような全節点に対する連立一次方程式が得られる。

$$[S]\{A\} = [K] \quad (3.29)$$

これを解くことにより、各節点のベクトルポテンシャルを求めることができる。

3.1.2 有限要素法による電磁界解析の定式化

本研究では、有限要素法による電磁界・熱連成解析を行ったが、まず電磁界解析の定式化は次のようになる。超電導体内を流れる超電導電流を渦電流解析における渦電流に見立てると、磁気ベクトルポテンシャル法 ($A - \phi$ 法 [6]) が適用できる。

超電導体内を流れる超電導電流密度を J_{SC} とすると、超電導体内の磁束密度 B 、電界 E の間には次式のような関係がある。

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \nabla \times B = \mu_0 J_{SC}, \nabla \cdot B = 0 \quad (3.30)$$

また、ベクトルポテンシャルを A とし、磁気抵抗率を $\nu (= \frac{1}{\mu_0})$ とすると、

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J}_{SC} \quad (3.31)$$

となる。超電導電流 \mathbf{J}_{SC} は、超電導体内に生じる電位 ϕ と超電導体の導電率 σ を用いて、

$$\mathbf{J}_{SC} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \text{grad} \phi \quad (3.32)$$

と表される。本研究で扱う解析モデルは、軸対称モデルであり、超電導電流が対称軸の周りを周回するので、上記の $\text{grad} \phi$ は無視できる。(3.31) 式が電磁界に関する支配方程式であり、軸対称系においては (3.31) 式は、以下のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) = \sigma \frac{\partial A_\theta}{\partial t} \quad (3.33)$$

ただし、 A_θ は A の θ 方向成分である。本研究では、 A_θ を未知数とした、 A_θ 法 [6] を用いる。

(3.32) 式より、変分法を用いて有限要素法の式 (汎関数 χ の偏微分) を求める。 A_θ 法の汎関数 χ は以下のようになる。

$$\chi = \frac{1}{2} \int \int_S \left\{ \nu \left(\frac{A_\theta}{r} + \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} \right)^2 + \nu \left(\frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right)^2 \right\} 2\pi r dr dz + \sigma \frac{\partial}{\partial t} \int \int_S \frac{A_\theta^2}{2} 2\pi r dr dz \quad (3.34)$$

これを要素 e における値に置き換えたものを節点 ie のポテンシャル $A_{\theta ie}$ で偏微分し、次式によって定義される補間関数 N

$$A_\theta^{(e)} = \sum_{i=1}^3 N_{ie} A_{\theta ie} \quad (3.35)$$

を導入すると、要素の有限要素法の式 $\frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_{\theta ie}}$ は次のように求まる。

$$\frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_{\theta ie}} = 2\pi \left[\sum_{j=1}^3 \left\{ \frac{r_0^{(e)} (\nu c_{ie} c_{je} + \nu d_{ie} d_{je})}{4\Delta^{(e)}} + \frac{\nu \Delta^{(e)}}{9r_0^{(e)}} + \frac{\nu (c_{ie} + c_{je})}{6} \right\} A_{\theta je} + \sigma \frac{\partial}{\partial t} \sum_{j=1}^3 \frac{r_0^{(e)} \Delta^{(e)}}{9} A_{\theta je} \right] \quad (3.36)$$

$r_0^{(e)}$ は要素 e における重心の値である。これを各要素について計算し、全要素の和をとれば、次のような全節点についての連立方程式が導かれる。

$$[S]A = [K] - [C] \frac{\partial}{\partial t} A \quad (3.37)$$

この連立方程式を解くことにより、ベクトルポテンシャル A を求める。この際 (3.37) 式の時間微分項は後退差分法 [6] によって近似した。

3.1.3 有限要素法による熱伝導解析

2.2 節で述べたように、パルス着磁においては誘導により超電導体内で熱が発生する。ここでは、熱伝導解析の定式化について述べる。

まず、軸対称系の熱伝導方程式は次のようになる。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(\kappa_{ab} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa_c r \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right\} + Q \quad (3.38)$$

ただし、 ρ は密度、 c は比熱、 κ_{ab}, κ_c はそれぞれ超電導体内の ab 平面内及び c 軸方向の熱伝導率、 Q は発熱率である。

超電導体中での粘性力による発熱は、超電導体中の電流密度 J と、電界 E を用いて次のように表される。

$$Q = J \cdot E \quad (3.39)$$

この支配方程式に

$$T(r, z, t) = [N(r, z)]\{\phi(t)\} \quad (3.40)$$

で定義される重み関数 $[N]$ を用いて、ガラーキン法を適用すると、

$$\int \int_{S^{(e)}} [N]^T \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\kappa_{ab} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa_c r \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \left(Q - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) r \right] dr dz \quad (3.41)$$

となる。すると、電磁界の場合と同様にして、以下のような連立方程式が得られる。

$$[k]T + [C] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} = \{F\} \quad (3.42)$$

この連立方程式を解くことにより、温度 T を求める。

3.2 超電導体の解析モデル

本解析における超電導モデルとしては、バルク超電導体の電流-電圧特性として、 n 値モデルを用い、さらに臨界電流密度の磁界依存性および温度依存性を考慮している。

n 値モデルは、高温超電導体の電圧-電流特性を次のようなべき乗則で近似するモデルである。

$$E = E_c \left(\frac{J}{J_c} \right)^n \quad (3.43)$$

ここで、 E_c は電流密度が J_c に等しくなるときの基準電界で、 n は常電導転移の鋭さを表す指標となる。

また、臨界電流密度の磁界依存性には次の式で表される Kim モデルを用いた。

$$J_c = J_{c0} \frac{B_0}{|B| + B_0} \quad (3.44)$$

ここで、 B_0 は定数である。

また、温度依存性については、

$$J_{c0} = \alpha \left\{ 1 - \left(\frac{T}{T_{c0}} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}} \quad (3.45)$$

という式を用いてモデル化している。ここで、 α は超電導物質に固有の定数、また T_{c0} は、磁界ゼロ時の臨界温度である。

実際にこれらのモデルを組み込んだ場合、(3.36) 式に対して導電率 σ の形で代入することになるが、

$$\sigma = \frac{J_c}{E} \left(\frac{E}{E_c} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (3.46)$$

となり、非線形な方程式となる。そこで、本解析では非線形反復解析手法として、ニュートンラプソン法を用いて解析している。

第 4 章 PFM の数値解析

4.1 解析条件

本解析で用いたモデルは、図 4.1 に示されるように、 $\phi = 46[\text{mm}]$ 、高さ $15.0[\text{mm}]$ のバルク超電導体を厚さ $2.0[\text{mm}]$ の SUS で補強し、高さ $12.0[\text{mm}]$ のサファイアで伝導冷却し、冷凍機のコールドヘッドの高さを $12.0[\text{mm}]$ としている。また、コールドヘッドの下は、熱抵抗があると仮定している。コイルの内半径は $35.0[\text{mm}]$ 、コイルの外半径は $60.0[\text{mm}]$ 、コイルの高さは $88.0[\text{mm}]$ としている。また、熱的な境界条件は断熱であるが、冷凍機の近似として熱抵抗の最下部の節点は常に一定の温度に保たれていると仮定する。

また、印加するパルス磁界は、図 4.2 に示されるように、サイン 1/4 波から exp 減衰する波形を想定している。

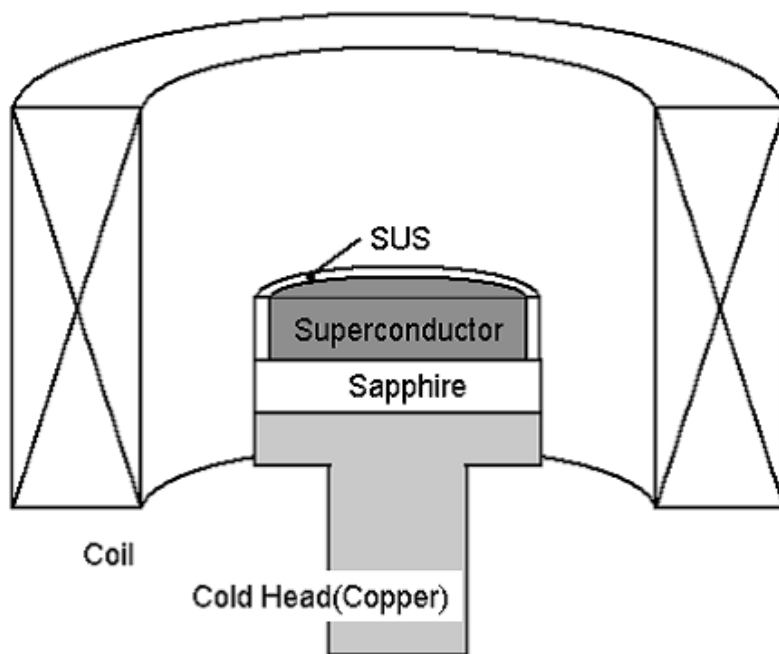


Fig.4.1 解析対象のモデルの概観

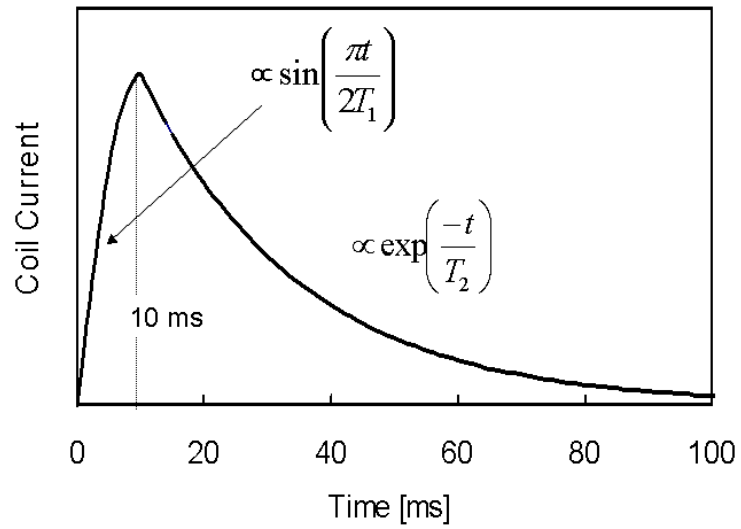


Fig.4.2 印加するパルス磁界の波形

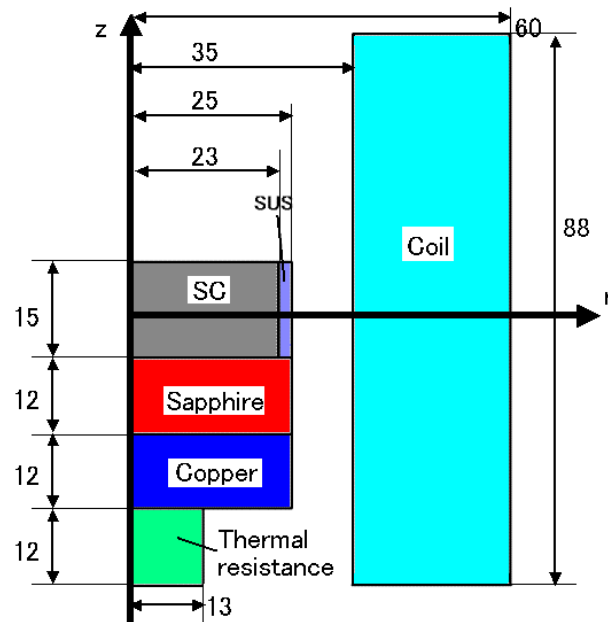


Fig.4.3 パルス着磁の解析モデル (単位 [mm])

また、図 4.4 ~ 4.6 に示すように、材料の熱伝導率および比熱、導電率の温度依存性も考慮する。

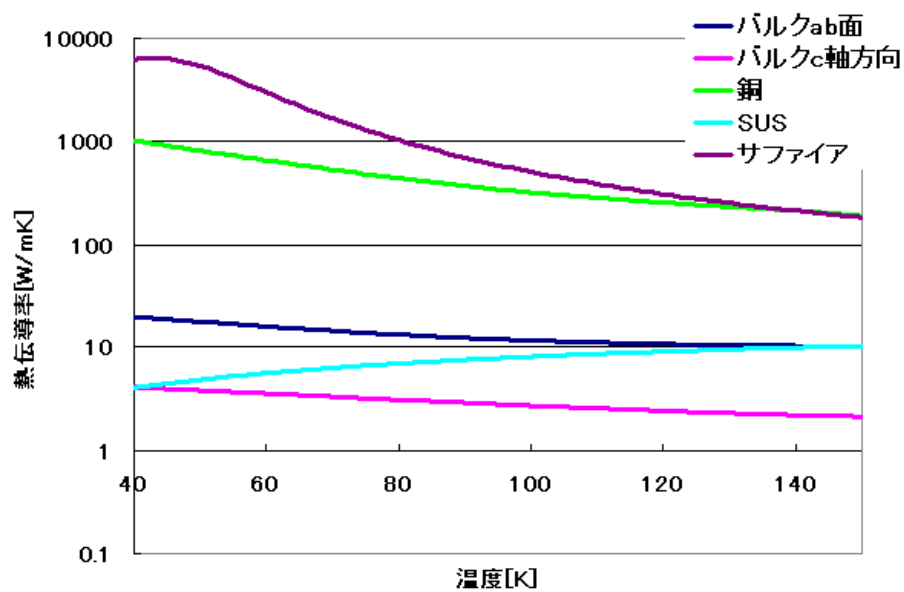


Fig.4.4 各材料の熱伝導率

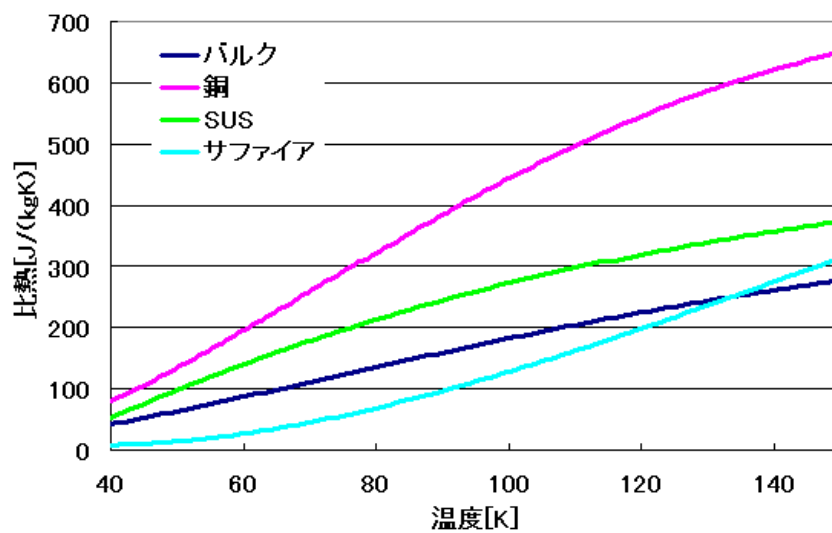


Fig.4.5 各材料の比熱

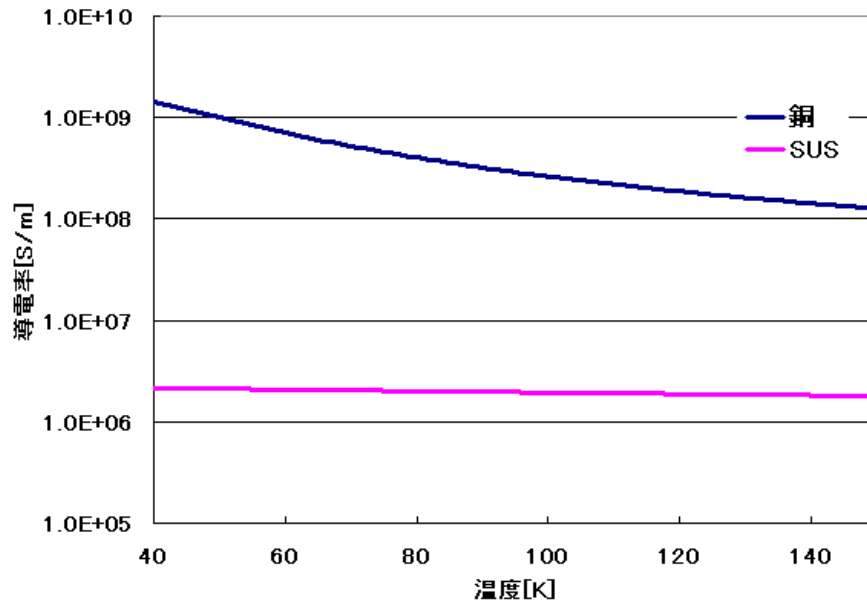


Fig.4.6 導電率

また、超電導体の特性は、3.3 節で述べたモデルを用いるが、各定数は次に示す値を用いる。

Table 4.1 解析パラメータ

n	8
E_c	$1.0 \times 10^{-6} [\text{V/m}]$
B_0	$0.4 [T]$
T_{c0}	$92.0 [K]$
ρ_{sc}	$5.9 \times 10^3 [\text{kg/m}^3]$
ρ_{cop}	$8.92 \times 10^3 [\text{kg/m}^3]$
ρ_{sap}	$3.97 \times 10^3 [\text{kg/m}^3]$
ρ_r	$8.92 \times 10^3 [\text{kg/m}^3]$
κ_r	$800 [\text{W/m} \cdot \text{K}]$
c_r	$100 [\text{J/kg} \cdot \text{K}]$

ここで、 n は、(3.43) 式における n の値、 E_c は基準電界、 B_0 は Kim モデルの定数、 T_{c0} は臨界温度、 $\rho_{sc}, \rho_{cop}, \rho_{sap}, \rho_r$ はそれぞれバルク超電導体、銅、サファイア、熱抵抗の密度である。また、 κ_r は熱抵抗の熱伝導率、 c_r は熱抵抗の比熱である。

また、(3.45) 式の α の値で、バルクの臨界電流密度の特性が決まるが、 α の値を変化さ

せながら FC を行った場合を仮定した解析結果を図 4.7 に示す。

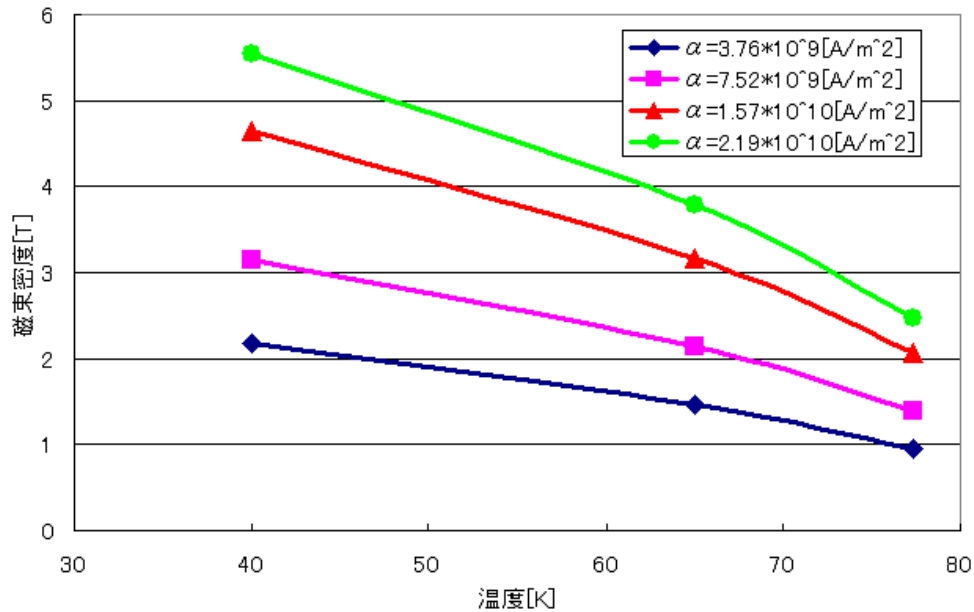


Fig.4.7 FC の解析を行った際のバルク表面中心の磁束密度

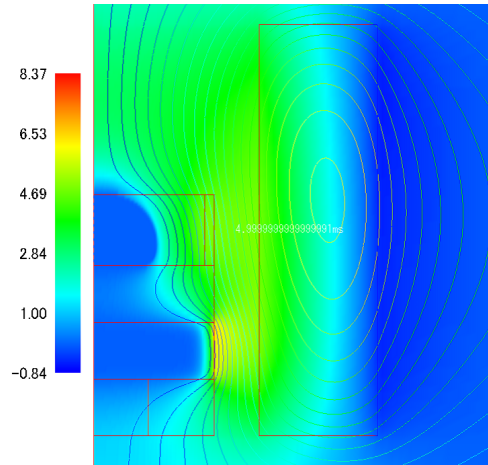
図 4.7 は、バルク表面におけるバルクの中心点の磁束密度であるが、 α の値が大きい、つまり臨界電流密度が大きい場合は、捕捉される磁界が大きくなることが分かる。

この章の PFM の解析においては、 $\alpha = 3.76 \times 10^9$ [A/m²] を用いることにする。

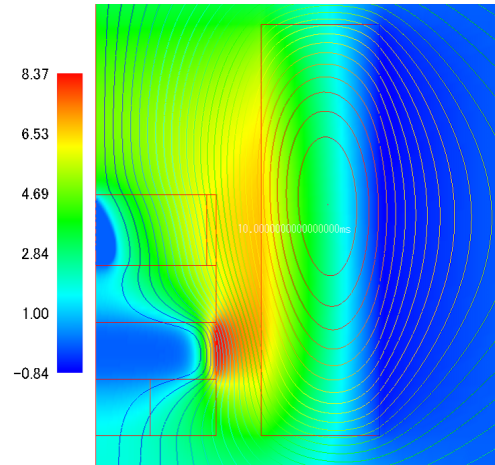
4.2 単一パルスの印加

パルス磁界を印加した場合の電磁的および熱的な振る舞いを考察するため、まず、4.1 節で示した条件下で、初期温度 40[K] の下で 6[T] のパルス磁界を印加した場合の解析を行った。

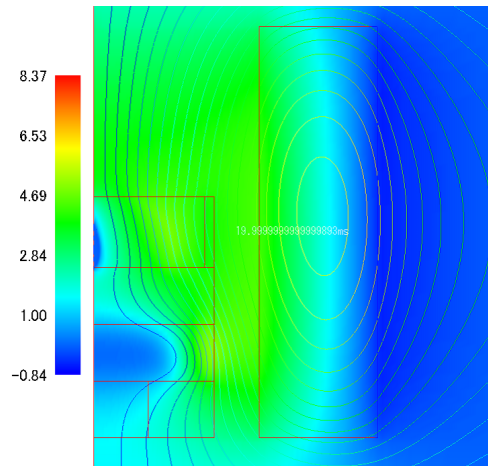
パルス磁界を印加したときの磁束密度の分布の変化を次に示す (単位 [T])。



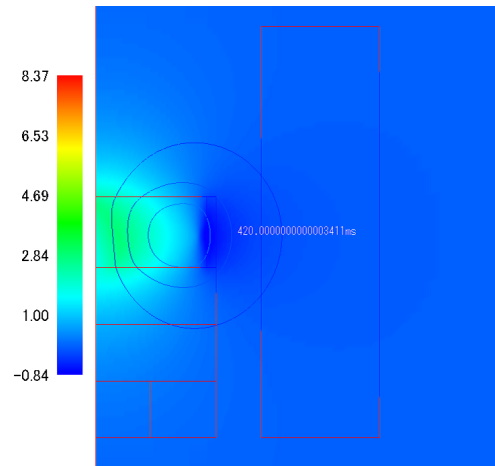
(a) $t = 5.0[\text{msec}]$



(b) $t = 10.0[\text{msec}]$



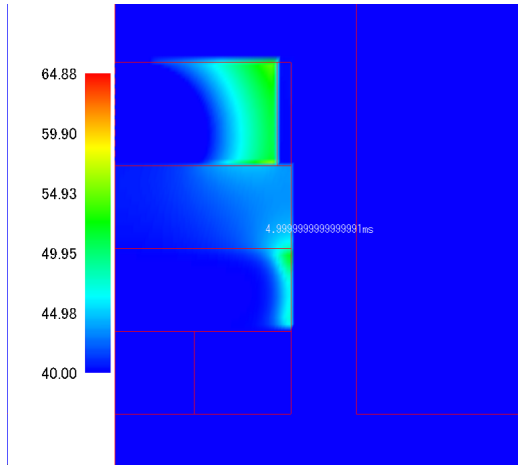
(c) $t = 20.0[\text{msec}]$



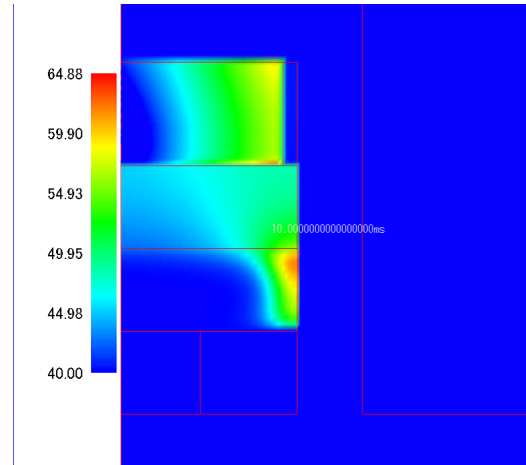
(d) $t = 420.0[\text{msec}]$

Fig.4.8 磁束密度の分布

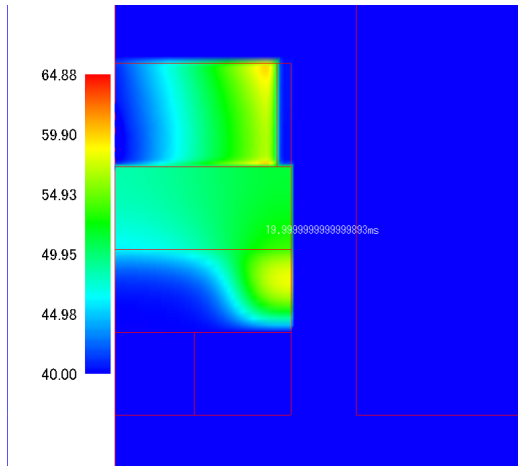
次に、温度分布の時間変化を以下に示す (単位 [K])。



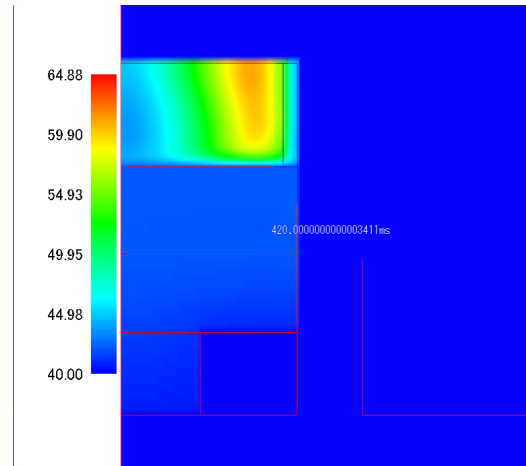
(a) $t = 5.0[\text{msec}]$



(b) $t = 10.0[\text{msec}]$



(c) $t = 20.0[\text{msec}]$



(d) $t = 420.0[\text{msec}]$

Fig.4.9 温度分布

また、図 4.10 における T1、T2、T3 の温度の時間変化を図 4.11 に示す。

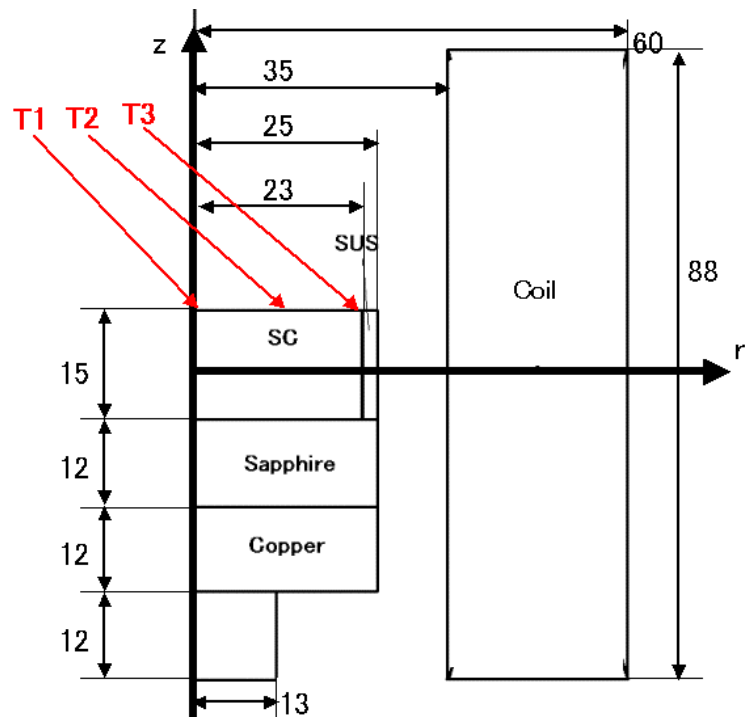


Fig.4.10 温度の時間変化を調べる点の位置

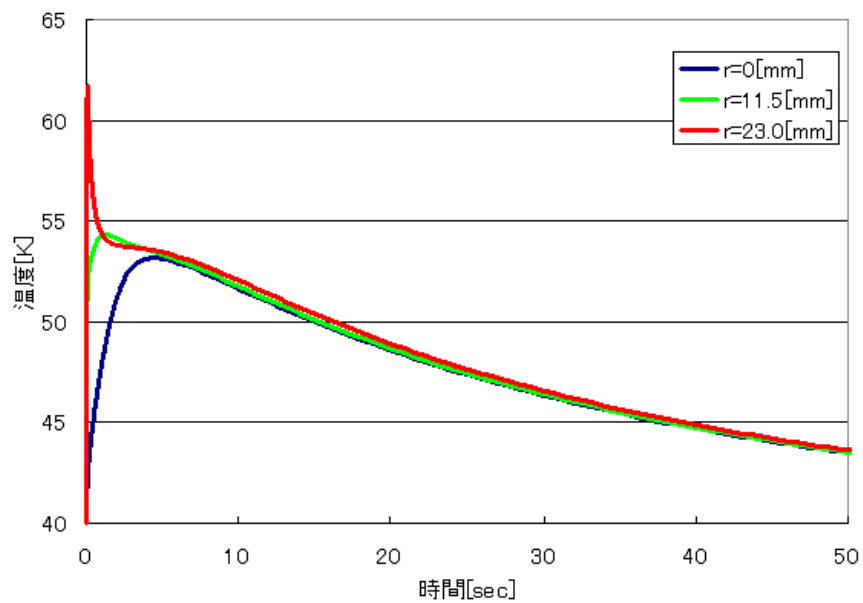


Fig.4.11 バルク表面 3 点 (T1,T2,T3) の温度変化

4.3 着磁過程における電磁氣的現象に関する検討

4.2 節において、初期温度 40[K] の条件下で 6[T] のパルス磁界を印加したが、ここではパルスを印加した際の過渡現象に関する検討を行う。

まず、パルス印加磁界上昇過程 ($t = 0 \sim 10[\text{ms}]$) においては、超電導体表面に、侵入した磁束を打ち消す方向に電流が流れる。つまり遮蔽電流が流れる。

$\frac{d\phi}{dt}$ が大きくなれば遮蔽電流も大きくなるが、PFM では外部磁界の変化が大きく、超電導体には J_c を超える遮蔽電流が流れる (図 4.12)。

また、パルス磁界がピーク値を示す時刻 ($t = 10.0[\text{ms}]$) になっても磁束は完全にはバルクの内部には侵入していない (図 4.8(b))。印加する磁界のピーク値を大きくすれば、短い時間でも磁束が内部に侵入するが、同時に発熱量も大きくなるので必ずしも最適な印加磁界とはならない。

次にパルス印加磁界の減少過程 ($t = 10.0 \sim [\text{ms}]$) においては、パルスの上昇過程とは逆向きに磁束を捕捉しようとする電流が流れ始める。また、パルス磁界の上昇過程では完全には入りきっていなかった磁束が、徐々にバルク内部へと移動していき、最終的にはバルク中心まで到達することが分かる (図.4.8(c)(d))。この磁束が運動する現象と、渦電流による温度上昇をあわせて考えると、必ずしも $t = 10[\text{ms}]$ の時点で内部まで完全にバルクに侵入するパルスを印加することが最適とは言えない。

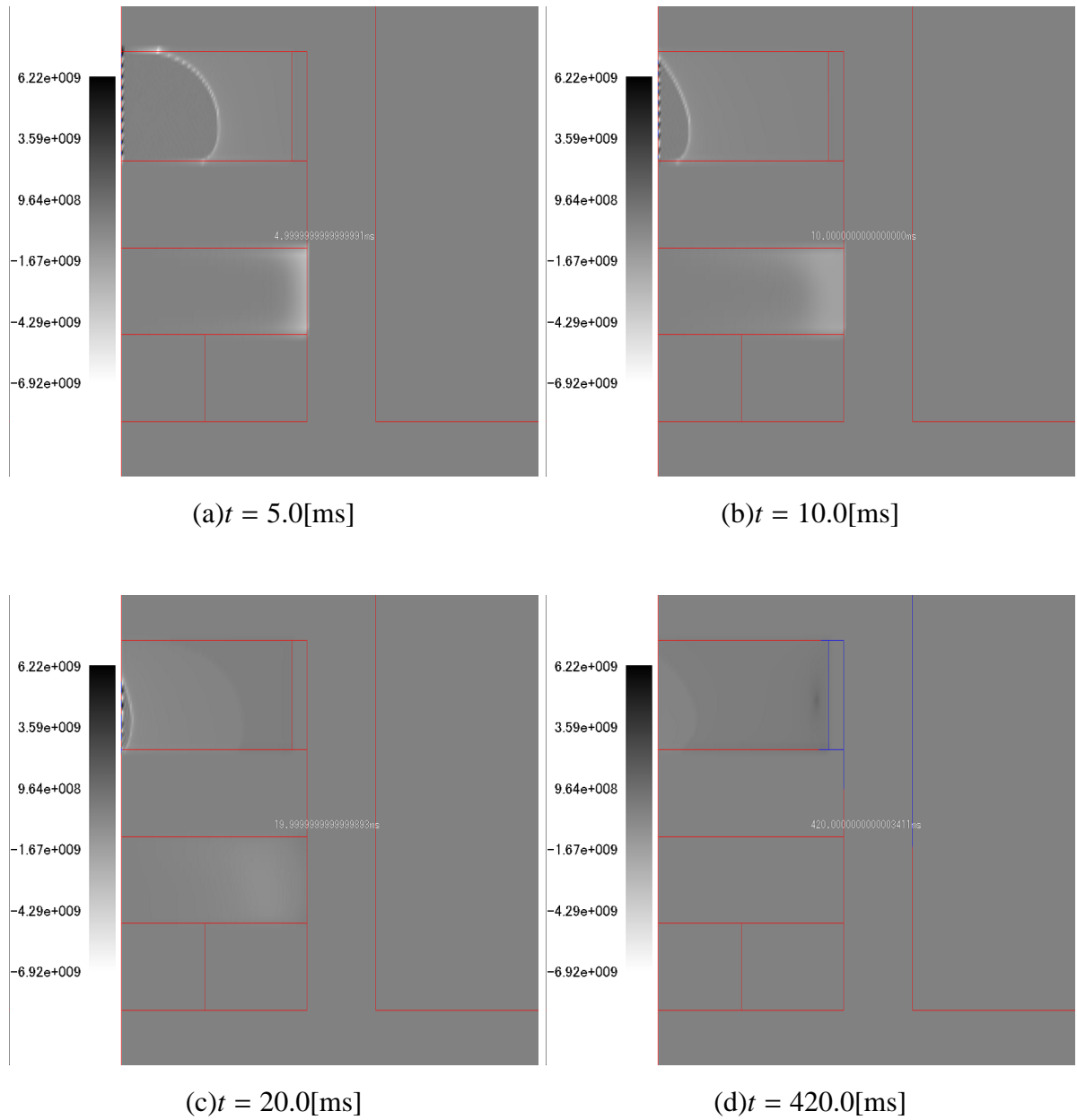


Fig.4.12 電流密度の分布

4.4 着磁過程における熱伝導現象に関する検討

4.3 節で触れたようにパルス磁界を印加するときにはバルク内で渦電流が流れるために発熱現象が生じる ((3.38) 式)。

パルス着磁において考えておかなければならないこととして、磁束がバルク内部に侵入

するには温度を上昇させて遮蔽効果を低減させる必要があるが、磁束が外に逃げようとする際には温度上昇を抑えて磁束がバルクの外に飛び出すのを防ぐ必要があるということである。

図 4.9 では、パルス磁界を印加した際の温度分布を示しているが、パルス磁界がピーク値を迎える時刻が $t=10[\text{msec}]$ にも関わらず、その後も比較的長い時間に渡って温度上昇をしている。また、実験においても同様の現象が報告されている [4][5]。

これは、バルク超電導体は熱伝導率が低く (図 4.4)、パルス磁界の減少過程においても徐々に温度が上昇しているためである。つまり、バルク超電導体はその性質として熱がこもりやすいため、効果的に着磁を行うためには温度上昇を抑え、かつ磁束をバルク内部まで侵入させる必要があるといえる。

図 4.11 は、バルク表面 3 点の温度の時間変化であるが、温度上昇過程においては実験データと定性的によく一致する。しかし、温度の減衰過程においては数値解析の方が実験値より温度減少の度合いが大きい [4]。これは、実際にはバルクと他の物質の間には接触熱抵抗が存在するために温度が減少しにくく、数十秒という比較的長いスパンでは解析との差が出てくるためである。

しかし、温度の減衰過程では、磁束が侵入している現象は見られるものの、電流密度の変化は小さいため (図 4.13)、単発のパルスを印加する場合には接触熱抵抗の影響は軽微であると考えてよい。

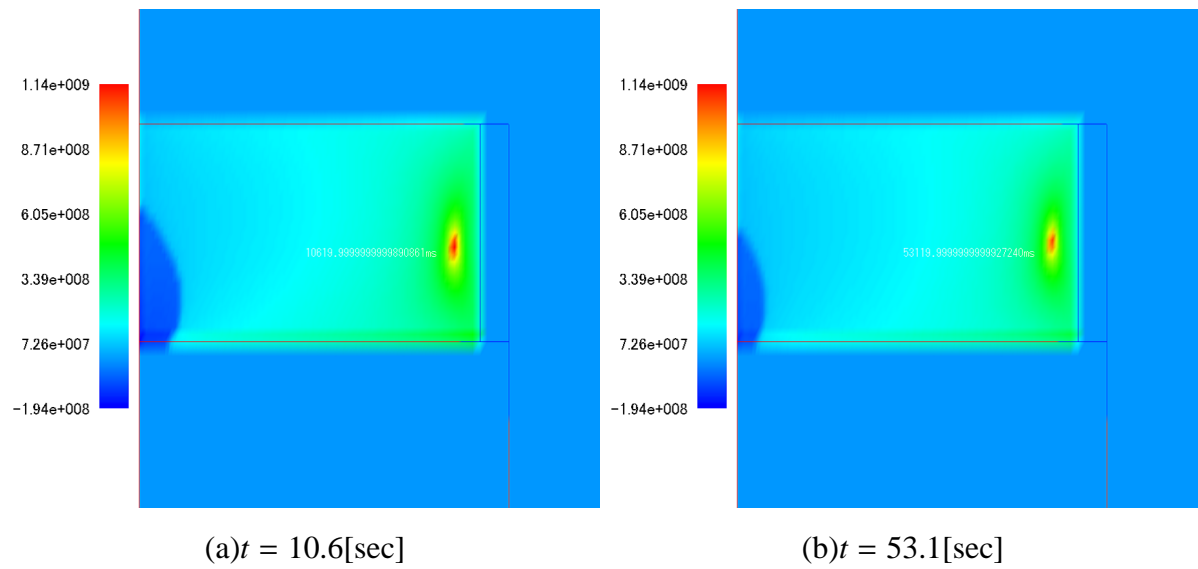


Fig.4.13 パルス印加後の電流密度の分布

第 5 章 複数回着磁

5.1 複数回のパルス印加

第 4 章において、パルス着磁を行う際には最適な着磁条件が存在することに触れたが、パルスを複数回印加することによって、捕捉磁界をより大きくすることが可能である。

パルス磁界を印加する際に発熱現象が生じることによって臨界電流密度が低下し、捕捉磁界の低下を招くが、複数回パルスを印加すれば予め捕捉されていた磁界により遮蔽電流が小さくなり、発熱量が減少する可能性が生じる。

複数回着磁を行う方法として、代表的なものは 1.3.4 節および 1.3.5 節であげた IMRA 法および MMPSC-IMRA 法がある。

本章では、1 回目のパルスを印加して予めトラップさせた磁界の違いに注目しながら 2 回パルスを印加したときの現象について解析および検討を行う。

5.2 解析条件

5.2.1 臨界電流密度と捕捉磁界

超電導体の臨界電流密度の特性として、(3.45) 式の α の値は捕捉磁界特性に大きな影響を与える。

α の値が大きいと臨界電流密度が大きくなるため、最大捕捉磁界が大きくなるが、遮蔽効果が大きくなるために磁束を侵入させるためには大きなパルス磁界を印加しなければならない。しかし、ピーク値の大きなパルス磁界を印加すると温度上昇も大きくなるため、発熱現象も考慮した最適な着磁条件の探索がより重要となる。

本章では、 $\alpha = 3.76 \times 10^9 [\text{A}/\text{m}^2](J_{c0} = 2.75 \times 10^9 [\text{A}/\text{m}^2] \text{ at } 40[\text{K}])(\text{case A})$ と、 $\alpha = 1.57 \times 10^{10} [\text{A}/\text{m}^2](J_{c0} = 1.14 \times 10^{10} [\text{A}/\text{m}^2] \text{ at } 40[\text{K}])(\text{case B})$ との 2 ケースのバルク超電導体に 2 回パルス磁界を印加する解析を行った。

5.2.2 複数回着磁の解析条件

バルクの特性が比較的悪いものに関する解析を case A、バルクの特性が良いものを case B として、種々の条件下で解析を行う。

パルスを印加する条件を表 5.1 のように分類する。

Table 5.1 解析条件

case A($J_{c0} = 2.75 \times 10^9 [\text{A/m}^2]$ at 40[K])
1st pulse:65K,1.0T,2nd pulse:40K,6.0T—case A.1
1st pulse:65K,2.0T,2nd pulse:40K,6.0T—case A.2
1st pulse:65K,3.0T,2nd pulse:40K,6.0T—case A.3
1st pulse:65K,3.5T,2nd pulse:40K,6.0T—case A.4
1st pulse:65K,4.0T,2nd pulse:40K,6.0T—case A.5
case B($J_{c0} = 1.14 \times 10^{10} [\text{A/m}^2]$ at 40[K])
1st pulse:65K,3.0T,2nd pulse:40K,9.5T—case B.1
1st pulse:65K,4.0T,2nd pulse:40K,9.5T—case B.2
1st pulse:65K,4.5T,2nd pulse:40K,9.5T—case B.3
1st pulse:65K,5.0T,2nd pulse:40K,9.5T—case B.4
1st pulse:65K,5.5T,2nd pulse:40K,9.5T—case B.5
1st pulse:65K,5.75T,2nd pulse:40K,9.5T—case B.6
1st pulse:65K,6.0T,2nd pulse:40K,9.5T—case B.7
1st pulse:65K,6.5T,2nd pulse:40K,9.5T—case B.8

ここで、図 5.1 では case A において 1st pulse を印加した後のバルク超電導体の表面の捕捉磁界の分布を示す。

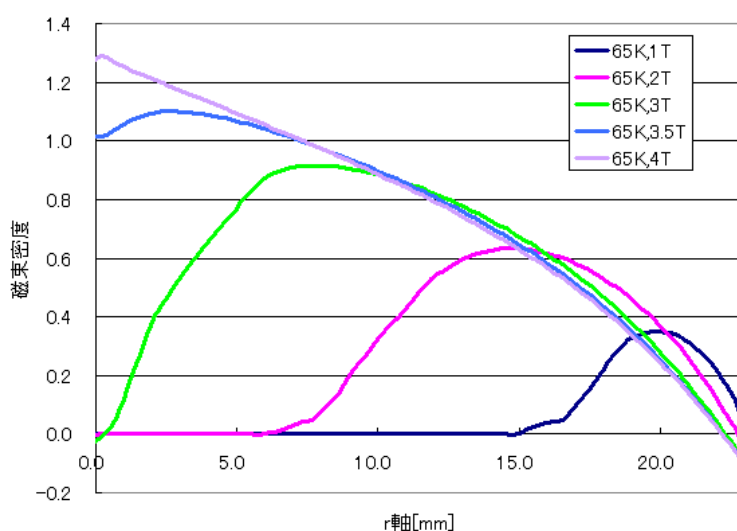


Fig.5.1 case A において 1 回目のパルス印加したときに捕捉された磁界

図 5.1 を見ると、1st pulse の条件を変化させることにより様々な捕捉磁界分布の初期条件を与えることが可能であることが分かる。

次に、図 5.2 において case B において 1st pulse を印加した後のバルク超電導体の表面の捕捉磁界の分布を示す。

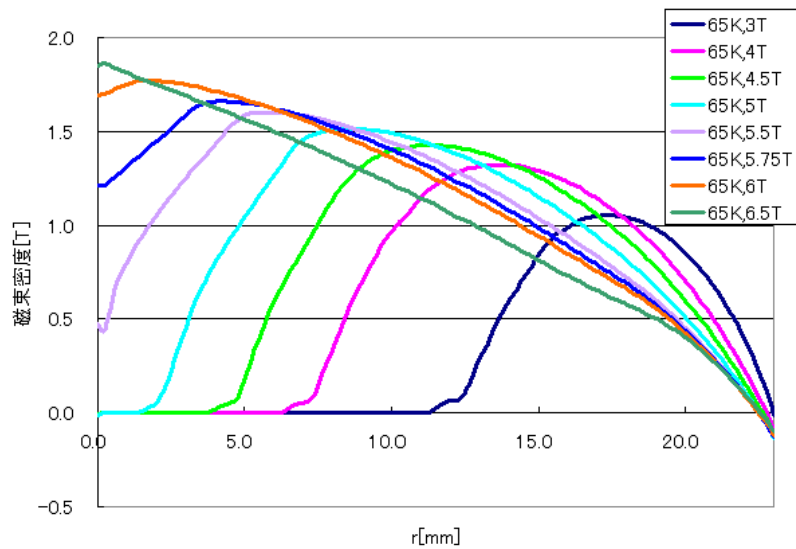


Fig.5.2 case B において 1 回目のパルスを印加したときに捕捉された磁界

図 5.1 および図 5.2 のような捕捉磁界の分布を予め作っておいて、2 回目のパルス磁界を印加する。

5.3 解析結果と検討

5.3.1 特性の比較的悪いバルクに 2 回目のパルス磁界を印加した場合

前節における case A における、バルク表面中心の最終的な磁束密度を図 5.3 に示す。初期に捕捉された磁界が大きければ、2 回目のパルスを印加することでさらに捕捉磁界を大きく出来ることが分かる。

しかし、パルス磁界を印加する過程で発熱が生じて臨界電流密度が低下するので捕捉磁界は飽和してしまい、FC 程には磁界を補足することは出来ない。

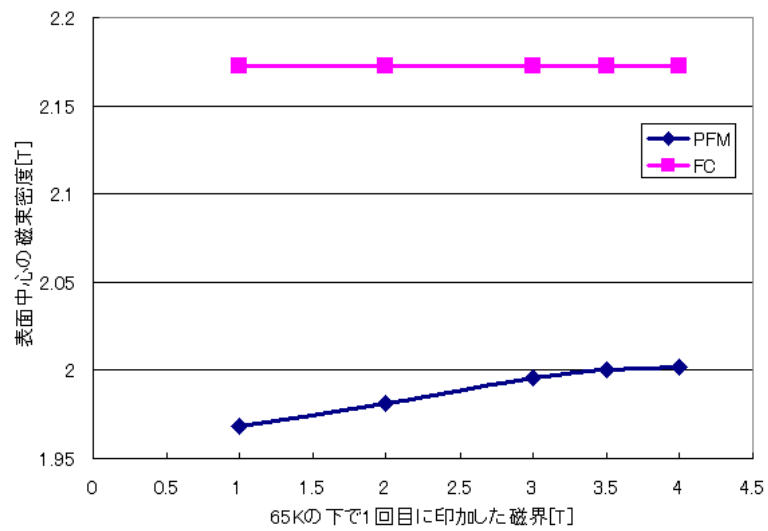
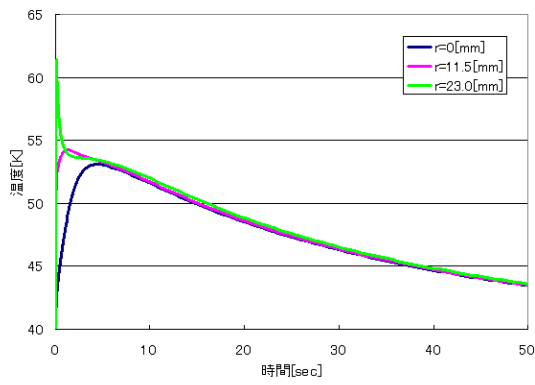
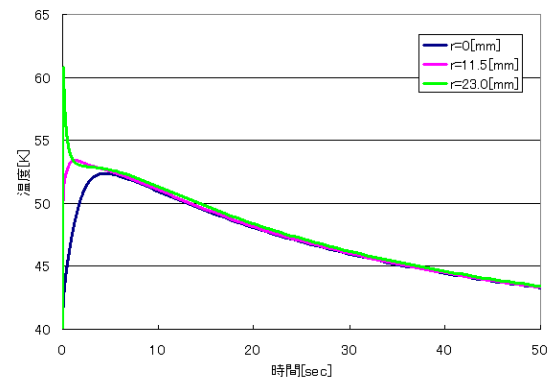


Fig.5.3 バルク表面中心の磁束密度

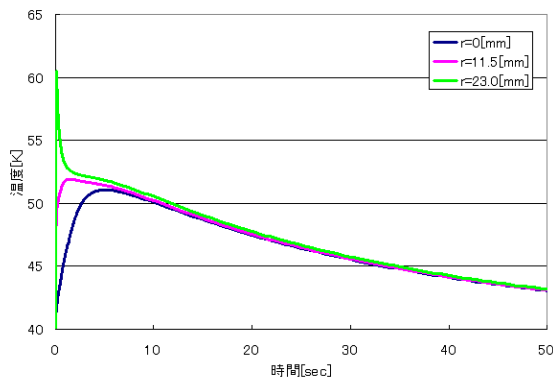
また、case A.1 から case A.5 におけるバルク表面の温度変化を次に示す。なお、温度の時間変化を取った点は、図 4.16 における T1,T2,T3 とした。



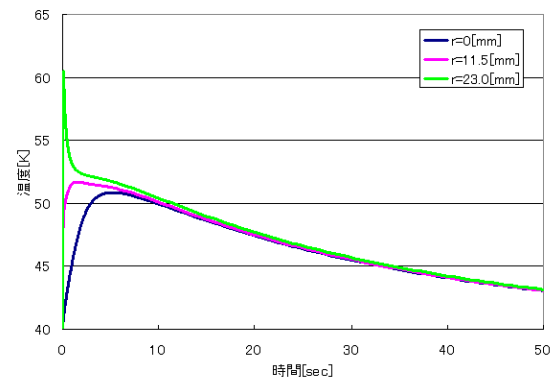
(a)case A.1



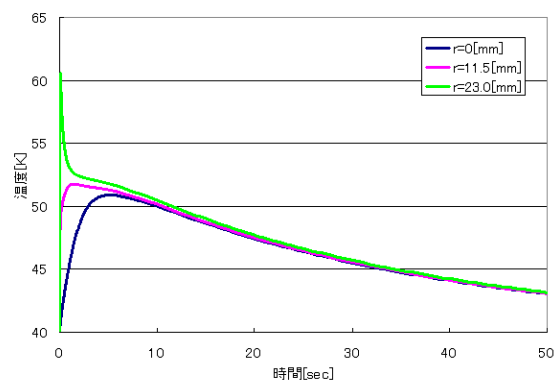
(b)case A.2



(c)case A.3



(d)case A.4



(e)case A.5

Fig.5.4 バルク表面の温度変化

ここで、図 5.4 におけるバルク表面中心 ($r=0$) の温度の最大値を図 5.5 に示す。初期捕

捉磁界が M-shape を取っている case A.4 の温度が最も低くなっているのが分かる。これは、2nd パルスを印加したときに誘導される温度上昇が小さく、2nd パルスに適切な磁界を印加した場合には、より大きな捕捉磁界が得られる可能性があることを示している。

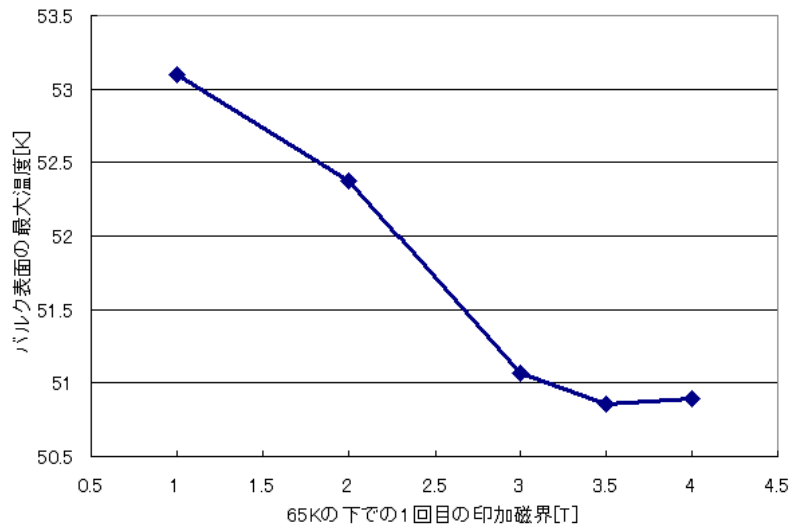


Fig.5.5 バルク表面中心の最大温度

図 4.16 の点 T1(バルク表面中心) における磁束密度の時間変化を図 5.5 に示す。また、図 5.6 を拡大したものを図 5.7 に示す。

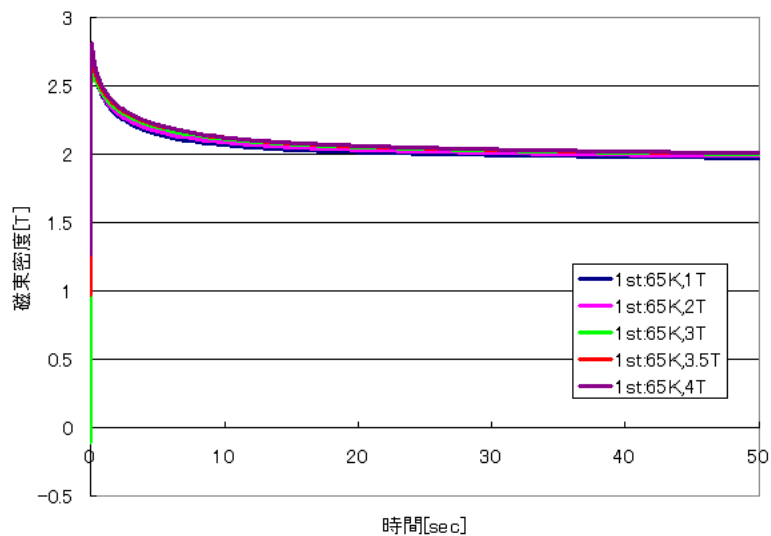


Fig5.6 バルク表面中心の磁束密度

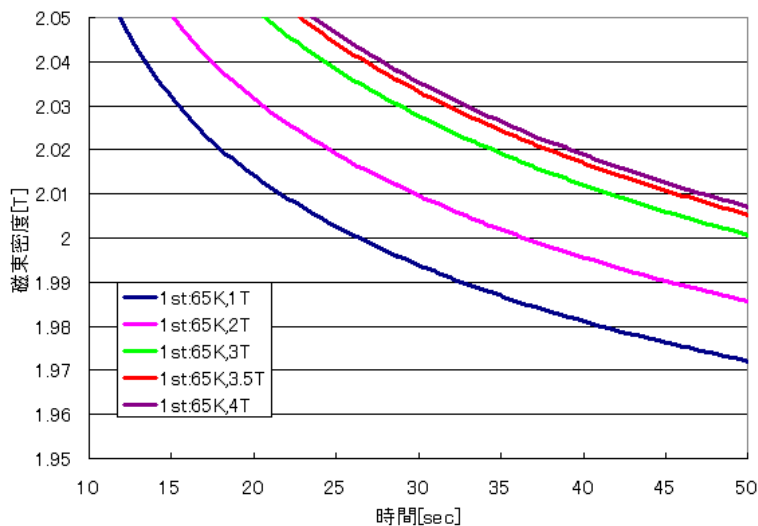


Fig5.7 バルク表面中心の磁束密度 (拡大)

いずれのケースも一旦、内部まで磁束が入り込み、その後捕捉出来ない磁束はバルク外部に飛び出していることが分かる。

5.3.2 caseA における捕捉磁界特性に関する検討

5.3.1 節では、1 回目の印加磁界を変化させることで、2 回目のパルスを印加する際の初期捕捉磁界を変化させた解析結果である。

バルク超電導体の臨界電流密度は温度依存性のみではなく、式 (3.44) に示すように磁界依存性も持つ。つまり、予め磁束を捕捉させておくと、磁束密度の高い場所の臨界電流密度が小さくなる。例えば、case A.5 の場合では、バルクの中心部に近づくに従って臨界電流密度が小さくなり、遮蔽効果が小さくなる。すなわち、中心部付近において磁束は侵入しやすいと言える。

図 5.4 はバルク表面の温度変化であるが、初期に捕捉されている磁界が大きければ、温度上昇が低減できている。しかし、case A.5 よりも case A.4 の方がバルク表面中心の最大温度が小さくなった。これは、図 4.8 に示されるように、印加磁界の上昇過程では完全には磁束が内部に入り込まないため、中心から少し離れた位置に捕捉磁界の極値を持つ case A.4 の方が誘導による発熱を抑えられるためである。

図 5.7 は、case A.1~A.5 の 5 ケースでの点 T1 における磁束密度の時間変化である。この温度上昇の低減により、最終的に捕捉される磁界は大きくなっていることが分かる。

5.3.3 特性の比較的良好バルクに2回目のパルスを印加した場合

バルク超電導体の臨界電流密度の特性が良い場合、捕捉可能な最大の磁界は大きくなる。しかし遮蔽効果が大きくなるため、磁束を侵入させようとするときピーク値の大きなパルス印加しなければならない。そうすると、 $\frac{d\phi}{dt}$ が大きくなるために誘導されて発熱する量がより大きくなる。よって、パルス着磁を行う際の温度の上昇に気を付ける必要がある。

図 5.8 に各ケースにおけるバルク表面中心の最終的な磁束密度を示す。

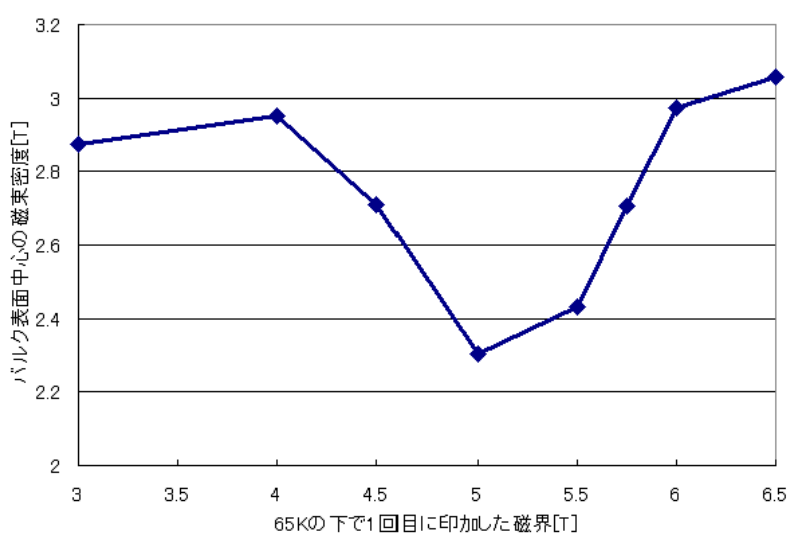


Fig5.8 バルク表面中心の磁束密度

ここで、case B.4 および case B.5 においてバルク表面中心の磁束密度が低くなっているが、これは、予め磁束がある程度捕捉されている結果として臨界電流密度が低下し、磁束が侵入する際の温度上昇が低下し、磁束が内部にまで入り込まないことが原因である。図 5.9 は case B.1 と case B.4 における最終的な磁束密度の分布であるが、case B.4 では磁束が内部にまで入りきっていないことが分かる。

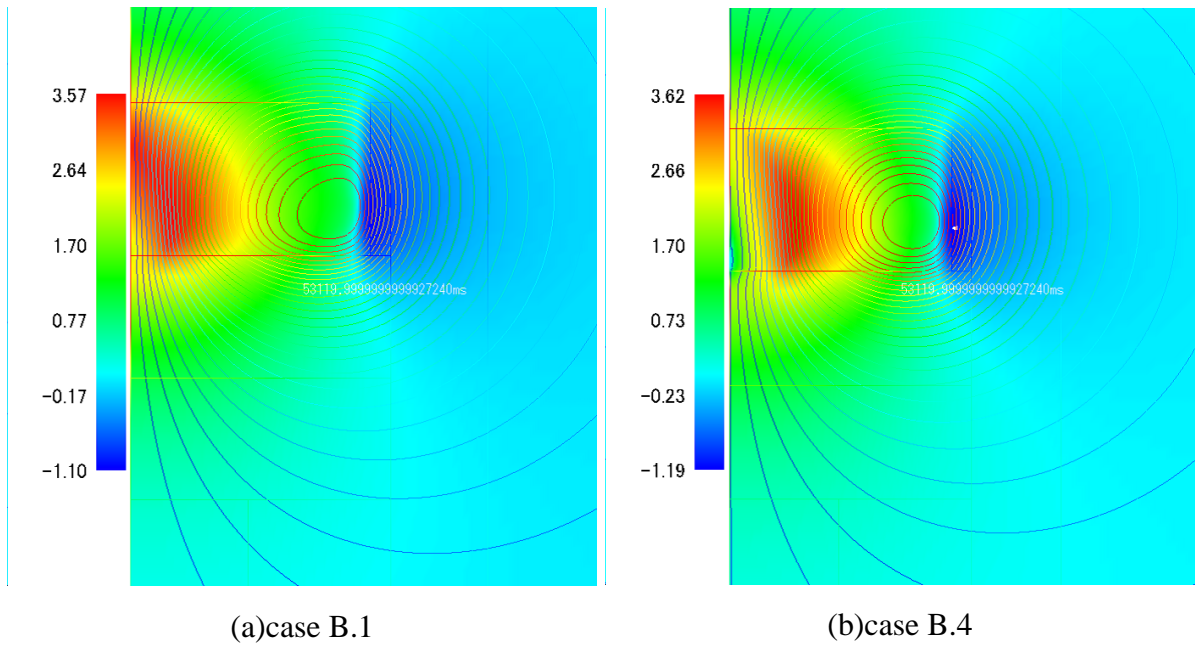
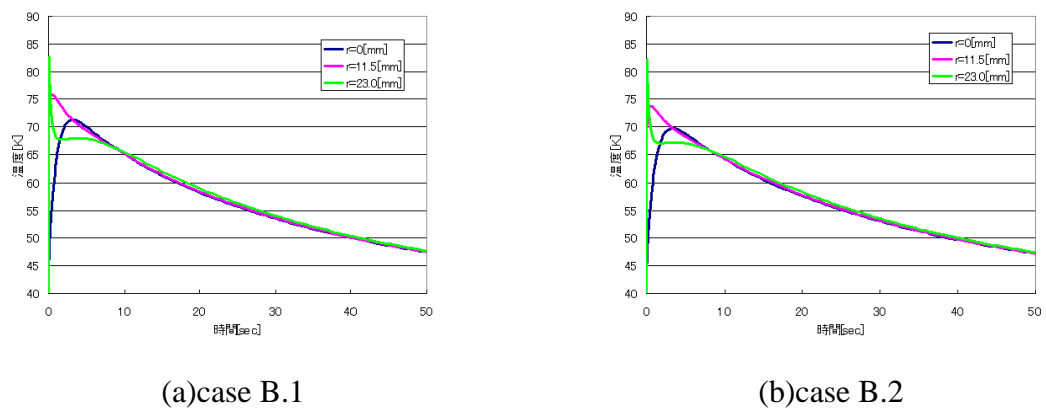
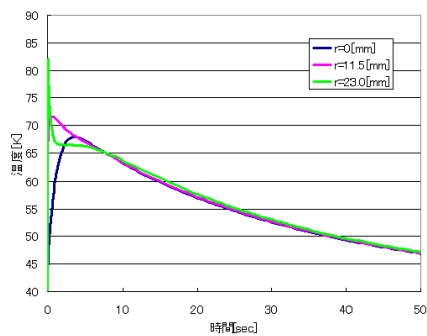


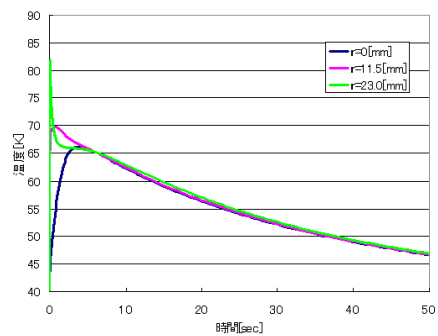
Fig.5.9 case B.1 と case B.4 において捕捉された磁束の分布

また、図 4.16 における T1,T2,T3 の三点における温度の時間変化を下に示す。

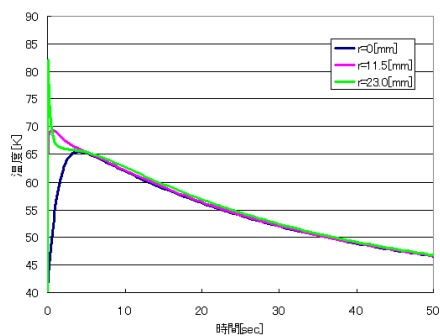




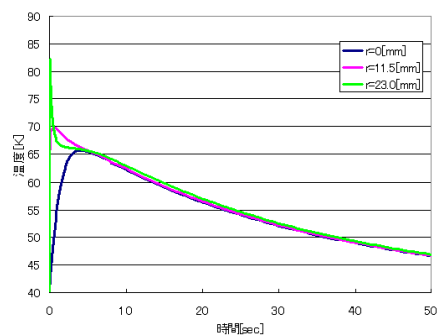
(c)case B.3



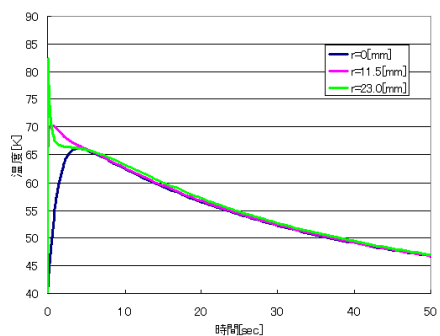
(d)case B.4



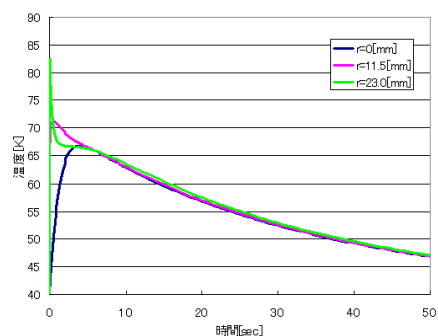
(e)case B.5



(f)case B.6



(g)case B.7



(h)case B.8

Fig.5.10 バルク表面 3 点の温度変化

次に、図 5.11 に、バルク表面中心の最大温度を示す。5.3 節と同様に、初期捕捉磁界を M-shape にした場合、最大温度が小さくなっていることが分かる。

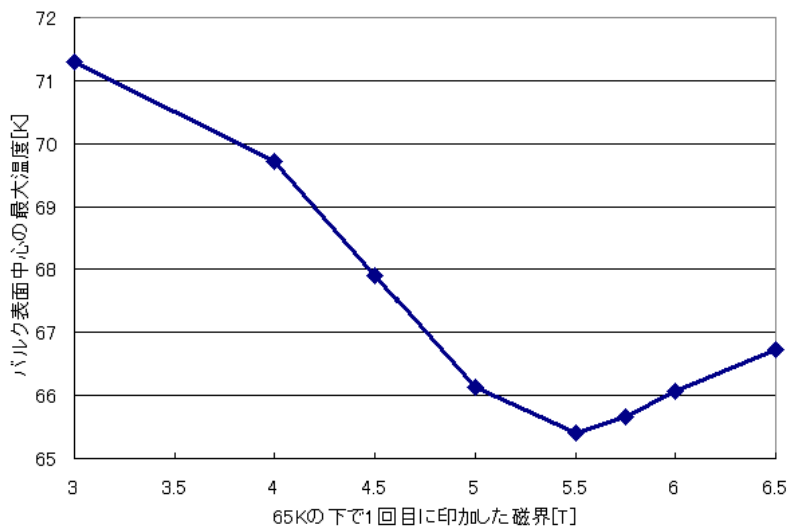


Fig.5.11 バルク表面中心の最大温度

5.3.4 caseB における捕捉磁界特性に関する検討

case A のと同様の現象として、初期捕捉磁界が大きければ温度上昇の程度が小さくなっていることが図 5.10 から分かる。また、初期の捕捉磁界の形状が M-shape であれば、最大温度がより小さくなっていることが分かる。

case A と異なる点は、特に case B.4,5 においてバルク中心の捕捉磁界が小さくなった点である。これは、温度上昇が低減されることによって磁束が内部に入りにくくなったためであると考えてよい。この現象は、図 5.9 の磁束密度の分布からも分かる。

しかし、予め捕捉された磁界によって温度上昇が低減されるのであれば、単発パルスにおける最適な磁界である 9.5[T] よりも大きな磁界を加えることで最終的な捕捉磁界を向上させられる可能性がある。5.4 節では、印加磁界を 10.0[T] とした場合の検討を行う。

5.4 2 回目のパルス磁界の変化の影響

5.3.3 節では、2 回目のパルス磁界のピーク値は 9.5[T] と一定であったが、2 回目のパルス磁界のピーク値を変えれば、その過渡現象も異なってくる。

図 5.12 は、単一パルスを印加したときのバルク表面の磁束密度であるが、10.0[T] のパルスを印加してしまうと、温度上昇により、かえって捕捉磁界の低下を招いていることが分かる。

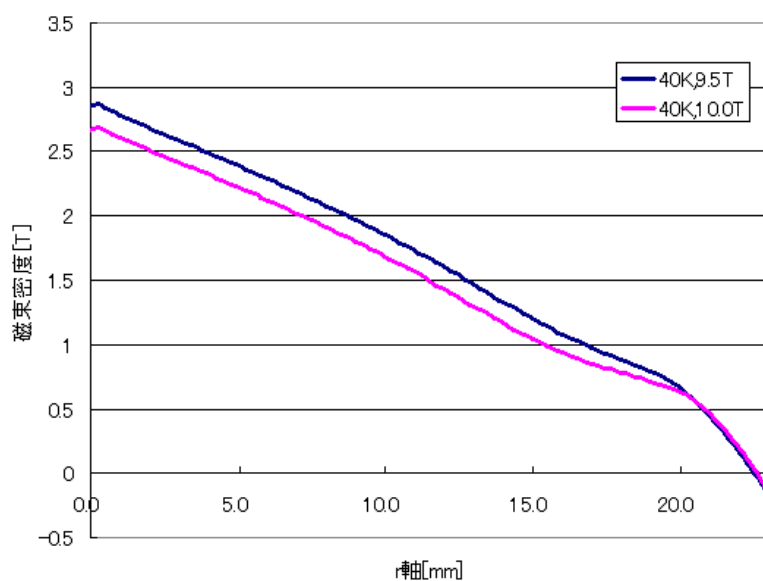


Fig.5.12 単一パルスを印加したときのバルク表面の捕捉磁界

しかし、Fig.5.13 は予め 5.75[T] の磁界を 65K の条件下で印加したあと、2 回目として、10T のパルスを印加したときの捕捉磁界の分布図であるが、渦電流による発熱が抑えられることによって、磁束が完全には中に入り込んでいないことが分かる。

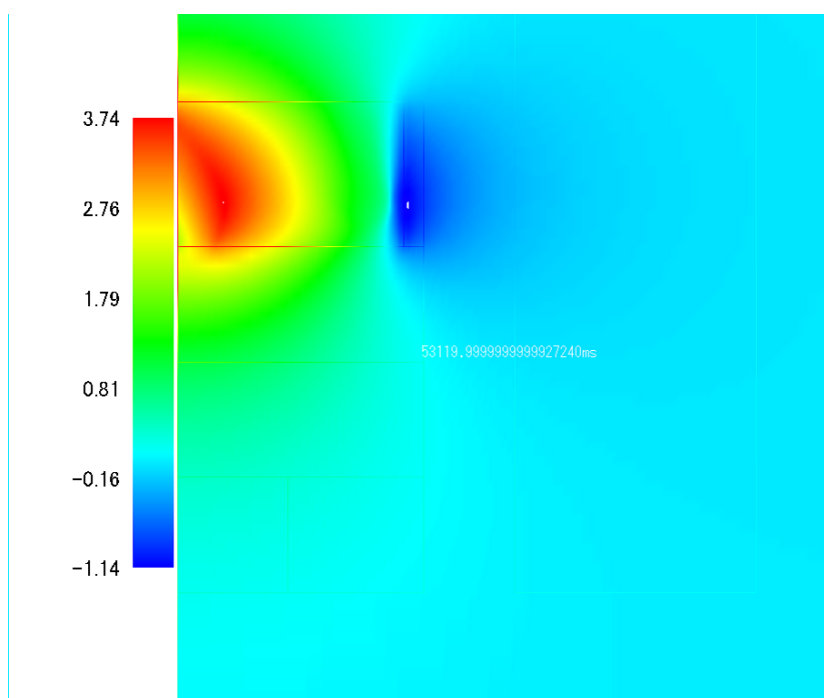


Fig.5.13 1st:65K,5.75T,2nd:40K,10T の条件下で捕捉された磁束密度の分布

また、1st pulse として、65K の条件下で、3T,4T,4.5T,5T,5.5T,5.75T,6.0T,6.5T のパルス
を印加した場合、捕捉される磁界の分布は図 5.2 に示す通りとなるが、この状態を初期状
態とし、40K の下で 10T のパルス磁界を印加したときのバルク表面中心の捕捉磁界と最
大温度を温度 Fig.14 に示す。

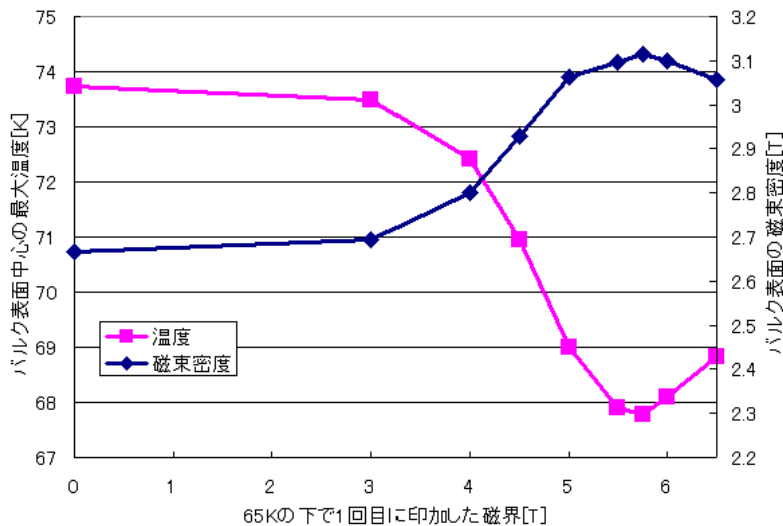


Fig.5.14 2 回目に 10T の磁界を印加

なお、グラフの左端の値は単一のパルスを印加したときのバルク表面中心の磁束密度と最大温度である。

図 5.14 に注目すると、初期値として M 字型の捕捉磁界を形成している 1st pulse:65[K],5.75[T],2nd pulse:40[K],10.0[T] のケースの最終的な捕捉磁界が大きい。

この理由として、 $t = 10[\text{ms}]$ 前後では磁束は完全にはバルクの中心部には入り込んでいないため、バルクの中心から少し離れた位置の臨界電流密度が小さければ、温度上昇が小さいためであると考えられる。しかし、この現象は複雑な条件のもとで引き起こされているので、今後種々の条件下において詳細に解析を行う必要がある。

第 6 章 結論

6.1 結論

本研究では、まず伝導冷却条件下においてパルス着磁の過渡現象を解析するプログラムを開発した。

その後、バルク超電導体のパルス着磁の過渡現象を解析し、その過渡電磁特性や捕捉磁界特性に関して考察を行った。

まず、単一のパルスを印加することで、磁束がバルク超電導体に侵入する過程の電磁現象および熱伝導現象の詳細な検討を行った。その結果により、次のような考察を得た。

- (1) 印加パルス磁界が小さすぎる場合は、バルク超電導体の遮蔽効果のために、磁束が内部まで侵入せず、最終的な捕捉磁界は小さくなる。
- (2) しかし、印加する磁界が大きすぎる場合は、誘導現象による発熱を招き、臨界電流密度の低下を招くために、捕捉磁界がかえって小さくなる。

次に、1 回目に様々な条件のパルスを印加することで、初期捕捉磁界を様々に変化させて 2 回目のパルスを印加した。また、バルクの J_c の特性を変えることでその現象の違いも検討した。その結果として、次のような考察が得られた。

- (3) 初期条件として、予め、ある程度の捕捉磁界を持っておくと 2 回目のパルスを印加した際に温度上昇を低減させることができ、単発のパルスを印加した場合と比べて、より大きな捕捉磁界特性が得られる。
- (4) バルク超電導体の J_c の特性が悪い場合、磁束が侵入するときの遮蔽効果が小さく、温度上昇の幅が小さくなる。そのため、複数回パルスを印加することにより、FC に近い捕捉磁界性能が得られる。
- (5) 逆に、 J_c の特性が良い場合、パルスを印加した際の温度上昇が激しく、1st pulse による捕捉磁界の違いが 2nd pulse を印加したときに与える影響の違いがより顕著になる。
- (6) 本解析では、時刻 $t = 10[\text{ms}]$ においてパルスがピーク値を迎えるわけだが、その時点では、バルク超電導体の中心部に完全には磁束が入り込んでおらず、その後徐々に磁束が内部に移動していることが分かった。そこで、最初の捕捉磁界を M-shape にしておくと、2 回目の捕捉磁界がより大きくなる場合があった。これは、 $t = 10[\text{ms}]$ 前後の磁束の位置における遮蔽効果が小さくなるため、温度上昇が低減されるためであると考えられる。し

かし、この現象は、初期の捕捉磁界のみならず 2 回目のパルスの大きさ、臨界電流密度の特性等にも大きく影響され、今後さらに詳細な解析を必要とする。

6.2 今後の課題

複数回パルスを印加した際に、捕捉磁界特性が向上する場合があることが、数値解析上でも確認できたが、その最適な着磁条件を探索するために、もっと様々な条件下で複数回着磁を行い、現象のより詳細な把握を必要とする。

今回、初期捕捉磁界として M-shape をとった場合に最終的に大きな捕捉磁界を得られる可能性が高いことが確認できたが、今後は初期捕捉磁界の影響をより詳しく検討する必要がある。

また、温度の減衰過程では、熱的な影響は小さくなるが、複数回着磁を行う際には、熱的な現象をより厳密なモデルにして解析を行う必要があると考えられる。

参考文献

- [1] 超電導工学、電気学会、1988
- [2] 三島 史人, 福田 真之, 福井 慎二, 武田 真一, 西嶋 茂宏, 「超伝導磁石を用いた血液中での強磁性粒子の磁気制御に関する研究」, 第 75 回 2006 年秋季低温工学・超電導学会講演概要集 1B-a02,2006
- [3] 小島 哲朗, 川崎 健志, 谷貝 剛, 津田 理, 濱島 高太郎, 「HTS バルク体と永久磁石を用いた磁気浮上型免振装置における振動伝達特性」, 第 75 回 2006 年秋季低温工学・超電導学会講演概要集 1B-a05,2006
- [4] K.Yokoyama,M.Kaneyama,T.Oka,H.Fujishiro,K.Noto, "Temperature measurement of RE123 bulk superconductors on magnetizing process", Physica C,412-414(2004)p.688-694
- [5] Hiroyuki Fujishiro,Takuya Hiyama,Tatsuya Tateiwa,Yosuke Yanagi,Tetsuo Oka, "Importance of initial "M-shaped" field profile in a two-stage pulse field magnetization(MMPSC)method", BL-10/ISS2006
- [6] 中田 高義, 高橋 則雄, 「電気工学の有限要素法」, 森北出版社,1992
- [7] 藤山 敬太, 「バルク超電導体のパルス着磁の捕捉磁場特性」, 東京大学修士論文,2004
- [8] 藤代 博之, 佐塚 悠介, 立岩 達也, 日山 拓也, 林 秀美, 永淵 尚志, 岡 徹雄, 「4 角形超伝導バルクのパルス着磁特性」, 第 75 回 2006 年秋季低温工学・超電導学会講演概要集 1P-p14,2006
- [9] 横山 和哉, 岡 徹雄, 藤代 博之, 能登 宏七, 「パルス着磁されたバルク磁石の磁場分布の評価」, 第 75 回 2006 年秋季低温工学・超電導学会講演概要集 1P-p17,2006
- [10] 立岩 達也, 日山 拓也, 藤代 博之, 川井 研一, 岡 徹雄, 「 $\Phi 65\text{mm}$ 大型超伝導バルクのパルス着磁特性」, 第 75 回 2006 年秋季低温工学・超電導学会講演概要集 2A-a01,2006
- [11] 日山 拓也, 立岩 達也, 藤代 博之, 柳 陽介, 岡 徹雄, 「MMPSC 法による超伝導バルクの着磁特性」, 第 75 回 2006 年秋季低温工学・超電導学会講演概要集 2A-a02,2006
- [12] Hiroyuki Fujishiro,Shusuke Kawaguchi,Masahiko Kaneyama,Atsushi Fujiwara,Tatsuya Tateiwa,Tetsuo Oka, "Heat propagation analysis in HTSC bulks during pulse field magnetization", Supercond. Sci. Technol. 19(2006)S540-S544
- [13] Hiroyuki Fujishiro,Tatsuya Tateiwa,Atsushi Fujiwara,Tetsuo Oka,Hidemi Hayashi, "Higher trapped field over 5T on HTSC bulk by modified pulse field magnetizing", Physica C,445-448(2006)p.334-338

謝辞

本論文を作成していくにあたって、数多くの皆様から数々の御指導、御助言を賜りましたことを、この場を借りて深く感謝し、御礼申し上げます。

指導教員でありました大崎博之教授には、研究を進めるにあたって親切丁寧に御指導をいただきました。心から深く感謝致します。

昨年度まで研究室にいらした金戴浩助手には、研究の方針や生活面において大変にお世話になりました。厚く御礼申し上げます。

大崎研究室の関野正樹助手には、研究の方針において適切な助言をいただき大変にお世話になりました。厚く御礼申し上げます。

大崎研究室秘書の山崎裕子さんには、普段の生活面で大きく支えて頂きました。厚く御礼申し上げます。

博士課程の一木さん、白石さんには研究の面で多くの助言をいただき相談にも乗っていただきました。心から感謝しています。

また、研究室の皆様には、生活面でのお世話になり、充実した修士生活を送ることができました。大変感謝しています。

最後に、大崎先生ならびに研究室の皆様の今後のますますの発展を祈念し、感謝の言葉とさせていただきます。

発表文献

[1] 河本 哲, 白石 良佑, 大崎 博之, 「伝導冷却によるバルク超電導体のパルス着磁に関する数値解析」, 第 75 回 2006 年秋季低温工学・超電導学会, 2P-p14