

東京大学 大学院新領域創成科学研究科  
基盤科学研究系物質系専攻

平成 18 年度

修士論文

## 超高品質ミラーの微少散乱測定装置の開発

2007年1月30日提出  
指導教員：三尾 典克 助教授

56127：太斎 徹

# 目次

第1章	はじめに	3
第2章	重力波検出	5
2.1	重力波	5
2.2	レーザー干渉計型重力波検出器	6
2.2.1	マイケルソン干渉計	6
2.2.2	基線長と感度	7
2.2.3	鏡の損失と感度の低下	7
第3章	超高品質ミラー	9
3.1	ミラーパラメータ	9
3.2	高反射率の実現	9
3.2.1	均質媒質内での基礎方程式	9
3.2.2	単一境界面への光入射	10
3.2.3	多層膜の理論	11
3.2.4	散乱理論	13
3.3	成膜方法	15
3.4	成膜物質	16
3.5	従来の超高品質ミラーパラメータの評価方法及び、本実験の意義	16
第4章	実験で用いた装置	18
4.1	散乱の測定方法	18
4.2	積分球	18
4.3	光検出器	19
4.4	チョッパーとロックインアンプ	23
第5章	実験1	25
5.1	バックグラウンドの測定	25
第6章	モードクリーナーの導入	27
6.1	基本モードと高次モード	27
6.2	リング型共振器	29
6.2.1	リング型共振器の固有モードとモードマッチング	31
6.2.2	誤差信号の取得	32

第7章	実験装置	35
7.1	モードマッチング	36
7.1.1	レンズとモードクリーナーの位置決定	36
7.1.2	誤差信号と透過光強度	37
7.1.3	サーボフィルタ	37
7.2	テレスコープ	39
7.3	AR 反射光とリファレンスの線形性確認	39
7.4	モードクリーナー導入後のホルダーの影響測定結果	40
第8章	実験結果 2 及び考察	43
第9章	追記	50
9.1	ナイフエッジ法	50
9.2	欠陥の確認	52

# 第1章 はじめに

1916年にアインシュタインは一般相対性理論より、重力波の存在を予言した。重力波は、質量を持った粒子が加速度運動を行う事によって放出される。重力波が空間に入射すると、その空間に歪みが生じるが、その振幅は非常に小さく検出すべき歪みは  $\Delta L/L = 10^{-21}$  程度と予測されている。

マサチューセッツ工科大学のテイラーとハルスは、連星中性子星 (PSR1913+16) のパルス周期を精密に計測することにより、重力波の存在を間接的に証明した。現在世界各国で、重力波の直接検出の試みが行われているが、未だ達成されていない<sup>1)</sup>。

重力波の直接検出の為には、マイケルソン干渉計を用いて、重力波による腕の長さの変化を検出すればよい。しかし、前述した通り、重力波の相互作用は非常に弱い為、様々な方法を用いて干渉計の雑音の低減、及び感度の向上を図らなければならない。例えば、マイケルソン干渉計の両腕をファブリーペロー共振器で構成し (ファブリーペロー・マイケルソン型干渉計) 腕の中の光を何度も往復させる事によって、実効的な光路長を伸ばし、感度を向上させるといった方法がとられている。しかし、何度も光を往復させる為、ミラーの損失が大きいと、損失の影響が反射回数倍されてしまい入射した光パワーを十分に活用出来なくなってしまうという問題がある。その為、ミラーは高反射率、低損失である必要がある。重力波検出器の為のミラーへの要求値は、反射率 99.99 % 以上損失 3 ppm 以下である。

このような重力波検出器用超高品質ミラーには、 $Ta_2O_5 - SiO_2$  の誘電体多層膜が用いられている。成膜方法には電子ビーム蒸着法やイオンビームスパッタリング法等が知られているが、電子ビーム蒸着法では成膜温度が高い、粒界を持つ、ダングリングボンドの発生率が高い等の問題があり、高品質なミラーを得られる可能性がないのに対し、イオンビームスパッタリング法は、粒子の持つエネルギーが高く ( $\geq 20$  eV)、また低温プロセスであるために、アモルファスで緻密な膜が得られる事からイオンビームスパッタリング法が採用されている。

高品質なミラーを実現する為には作成されたミラーの品質を正しく評価し、成膜工程にフィードバックし改善していくという過程が必要である。しかし、超高品質ミラーは反射率が高く、損失も非常に小さい為計測が非常に難しい。

よって、一般的に超高品質ミラーの評価方法は、同時成膜された2枚のミラーで共振器を組み、そのフィネス及び透過効率を計測する事により間接的に測定するという方法がとられている。その方法で、ダイナミックレンジ6桁の反射率及び、1.5 ppm という微小な損失といった計測に成功している。しかし、この測定方法は、同時成膜された2枚のミラー

が必要であり、測定の為に共振器を組まなければならない為非常に大変であるという問題がある。反射率については従来の方法での測定以外は不可能であるが、散乱については直接測定が可能であり、簡易化を図れると考え、本研究では超高品質ミラーの直接散乱測定の為の系の開発を行った。

## 第2章 重力波検出

### 2.1 重力波

1916年にアインシュタインは一般相対性理論より、重力波の存在を予言した。重力波の存在は、連星中性子星 (PSR1913+16) のパルス周期の遅れと、重力波放出による影響との比較により間接的に確認されている。しかし、世界各国の取り組みにも関わらず未だ直接的には検出されていない。一般相対性理論によると、重力波は質量をもった粒子の加速度運動によって放出される。重力波とは空間の歪みの伝播であり、空間中に重力波が入射すると図 2.1 のようにそれぞれ直交方向に逆位相で伸縮する。

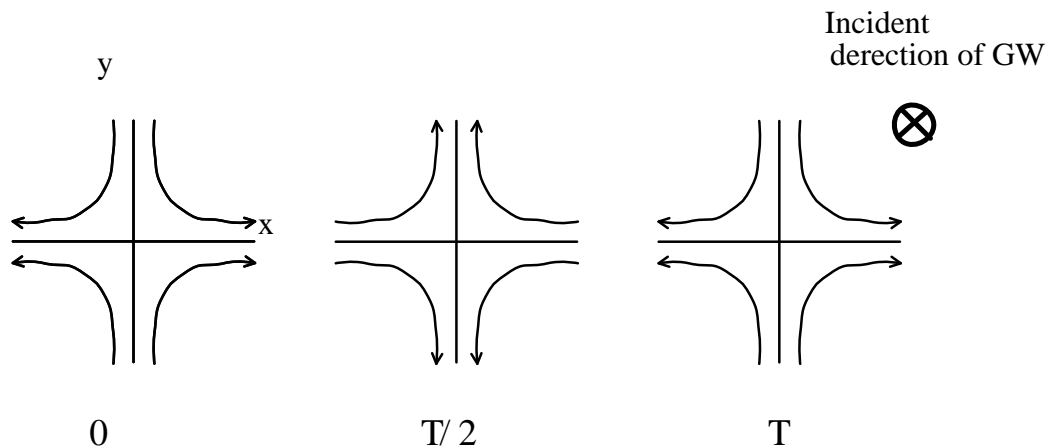


図 2.1: 重力波 + モード。z 方向に進行する重力波を表している。直交する 2 方向で逆位相に伸縮する。

重力波の相互作用の強さは、次式で与えられる。

$$h = \frac{\delta L}{L} \quad (2.1)$$

ここで  $L$  は 2 点間の距離、 $\delta L$  は重力波による 2 点間の歪みである。重力波の強さ  $h$  は、非常に弱く、中性子連星や超新星爆発のような大規模な現象でさえ、 $h \approx 10^{-21}$  程度と予想されている。この値は、地球と太陽間の距離が水素原子 1 個分変化するのに等しい。

このような、微小な変位をとらえる事が重力波検出の試みであり、現在最も有力と考えられているのがファブリーペロー・マイケルソン型干渉計である。

## 2.2 レーザー干渉計型重力波検出器

### 2.2.1 マイケルソン干渉計

マイケルソン干渉計を図 2.2 に示す。

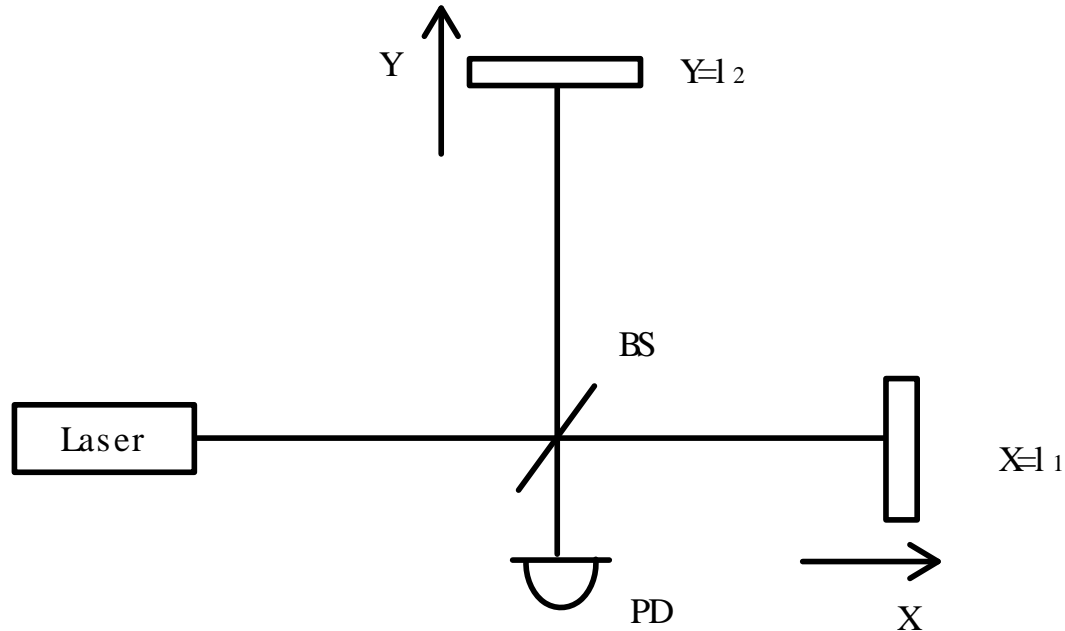


図 2.2: マイケルソン干渉計

入射波を  $A_{in} = A \exp(i(kl - \omega t))$  とする、50:50 のビームスプリッター (BS) を通過すると、X 方向、Y 方向にそれぞれ振幅が、 $1/\sqrt{2}$  になりながら分けられ、さらに腕を往復して再びビームスプリッターで反射及び透過して検出器に向かう為、振幅は X 方向 Y 方向どちらに進んだ光も  $1/2$  になる、位相についてはどちら方向に進んだ光も 2 回反射され、光検出器へ向かうので  $2\pi$  ずれ、X 方向へ進んだ光は  $2kl_1$ 、y 方向へ進んだ光は  $2kl_2$  位相が進むので結局光検出器の所では、

$$A_{out} = \frac{A}{2} \exp(i(2kl_1 - \omega t)) + \frac{A}{2} \exp(i(2kl_2 - \omega t)) \quad (2.2)$$

となる。検出器で生じる光電流は光強度に比例するので、光電流  $I_P$  は、式 (2.2) の絶対値を 2 乗する事により、

$$I_P = A^2(1 + \cos(2k\Delta l)) \quad (2.3)$$

という変化をする事が分かる。なお、 $\Delta l = (l_1 - l_2)$  とした。式 (2.3) から分かるように、2 本の腕の長さの差  $\Delta l$  が位相情報としてマイケルソン干渉計の出力として現れる。

### 2.2.2 基線長と感度

マイケルソン干渉計の重力波の信号は、

$$\Delta\phi_{GR}(t) \approx \frac{2\pi}{\lambda} h(t) l \quad (2.4)$$

で与えられる<sup>1)</sup>。この式から基線長  $l$  が長い程、重力波に対する感度がよくなる事が分かる。例えば振動数 1 kHz の重力波を最高感度で検出する為には、マイケルソン干渉計の腕の長さを次のようにすればよい。すなわち、図 2.1 に図示したように、重力波が最初の半周期 ( $T/2$ ) の時間、干渉計を通過する間は、一方の腕が伸び続けるのに対し、もう一方の腕は縮み続ける。その為マイケルソン干渉計の光路長差は最大となる。よって、重力波の周期は  $T = 1/f$  から、 $10^{-3}$  s であり、レーザーをその半周期の時間で、ちょうど干渉計の腕を一往復させればよいわけだから、結果として腕の長さを 75 km とすればよい事が分かる。なお、一見式 (2.4) からは、光路長を長くすればする程感度は向上するように見えるが、実際は、ある周波数に対して、ある一定以上の腕の長さにしてしまうと重力波の効果が、半周期以降は逆転する為、感度は落ちてしまう。

以上の議論から腕の長さを 1 kHz の重力波に対しては、75 km にすれば最適になる事が分かった。しかし、現実的な問題として地上にそのような大型の干渉計を作るのは不可能である。よって、マイケルソン干渉計の両腕をファブリーペロー共振器で構成し光を腕の間で何度も折り返す事によって実効的な光路長を稼ごうという方法がとられている。これが、現在重力波の検出に最も有力であると考えられているファブリーペロー・マイケルソン型干渉計である。

### 2.2.3 鏡の損失と感度の低下

鏡の損失がない理想的な場合を考えると、ファブリーペロー・マイケルソン型干渉計の検出限界は

$$h_{\min} = \sqrt{\frac{\hbar\lambda[1 + (\tau_s\omega)^2]}{4\pi c\eta P\tau_s^2}} \text{BW} \quad (2.5)$$

$$\tau_s = \frac{l\sqrt{F}}{c} = \frac{2l}{c} \frac{\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \quad (2.6)$$

$$F = \frac{4r_1 r_2}{(1 - r_1 r_2)^2} = \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 \quad (2.7)$$

で与えられる<sup>1)</sup>。ここで、 $\mathcal{F}$  はフィネス、 $P$  は光源の出力パワーである。式 (2.5) は、光の量子性に起因する雑音で、散射雑音として知られており、パワーの  $-1/2$  乗に比例する為入射パワーを上げる事によって検出限界は下がる。一方、鏡に損失があると感度は次のようになる<sup>1)</sup>。

$$h_{\min} = \left(\frac{t_1^2 + \sigma_1^2 + t_2^2 + \sigma_2^2}{t_1^2}\right) \sqrt{\frac{\hbar[1 + (\tau_s\omega)^2]}{2\Omega\eta P\tau_s^2}} \text{BW} \quad (2.8)$$

ここで、 $\sigma_1^2$ 、 $\sigma_2^2$  はそれぞれミラー 1、ミラー 2 の損失  $t_1^2$ 、 $t_2^2$  はそれぞれミラー 1、ミラー 2 の透過率である。式 (2.8) より、共振器のフィネスが大きくなり、折り返し回数が増える



程検出限界は悪化する事が分かる。こういった理由から、重力波検出器用ミラーには損失の少ない高性能のミラーが必要とされている。

## 第3章 超高品質ミラー

本章では、超高品質ミラーの理論、成膜方法の種類について解説する。

### 3.1 ミラーパラメータ

ミラーのパラメータには、反射率  $R$ 、透過率  $T$ 、損失  $A$  があり、

$$R + T + A = 1 \quad (3.1)$$

のように、エネルギー保存則を満たしている。さらに損失  $A$  は吸収と散乱に分ける事ができ、吸収は成膜物質に固有の値であるのに対し、散乱は、基盤研磨技術及び、成膜技術によって決まる表面粗さに大きく依存しており、すなわち散乱の値は成膜プロセス技術の重要な指標になるということができる。本実験で測定対象としたのが、この散乱である。

### 3.2 高反射率の実現

#### 3.2.1 均質媒質内での基礎方程式

均質媒質内での Maxwell 方程式は

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (3.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (3.5)$$

となる。ここで、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{E}$  は磁場及び電場を表し、 $\epsilon$  は誘電率、 $\mu$  は透磁率を表している。式 (3.2)、式 (3.3)、式 (3.4) より波動方程式

$$\Delta \mathbf{E} = \epsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (3.6)$$

を得る事が出来る。 $\sqrt{\epsilon \mu} = n/c$  とし、この方程式の解を

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(i(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r} - \omega t)) \quad (3.7)$$

で表される平面波であるとする。ここで、 $n$  は屈折率、 $\mathbf{k}_n$  は波数ベクトルを表す。

### 3.2.2 単一境界面への光入射

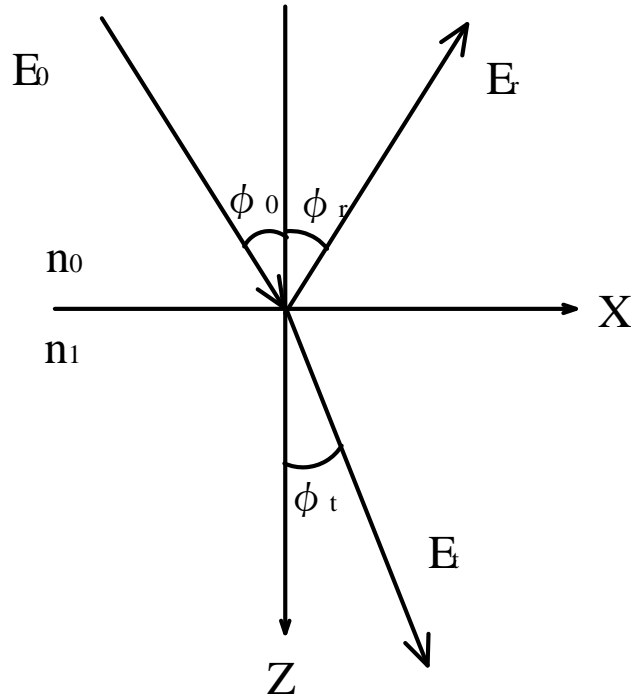


図 3.1: 単一境界面への平面波入射

図 3.1 のような、平面波が単一境界面に角度  $\phi_0$  で入射する場合を考える。入射、反射、屈折波は式 (3.7) より、

$$\mathbf{E}_0 = E_0 \exp(i((2\pi/\lambda) n_0 (x \sin \phi_0 + z \cos \phi_0) - \omega t)) \quad (3.8)$$

$$\mathbf{E}_r = E_r \exp(i((2\pi/\lambda) n_0 (x \sin \phi_r - z \cos \phi_r) - \omega t)) \quad (3.9)$$

$$\mathbf{E}_t = E_t \exp(i((2\pi/\lambda) n_1 (x \sin \phi_t + z \cos \phi_t) - \omega t)) \quad (3.10)$$

となる。 $z = 0$  において、任意の  $x$  において、一定の位相関係がなくてはならないので、 $\phi_0 = \phi_r$ 、 $n_0 \sin \phi_0 = n_1 \sin \phi_1$  が導かれる。電場ベクトルが入射面に対して垂直な電磁波を S 偏向、平行な場合を P 偏向という。今、S 偏向の場合を考えると電場ベクトルは  $y$  成分のみを持つので、式 (3.2)、式 (3.3) より、

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = -i\omega\epsilon E_y \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = i\omega\mu H_x \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -i\omega\mu H_z \quad (3.13)$$

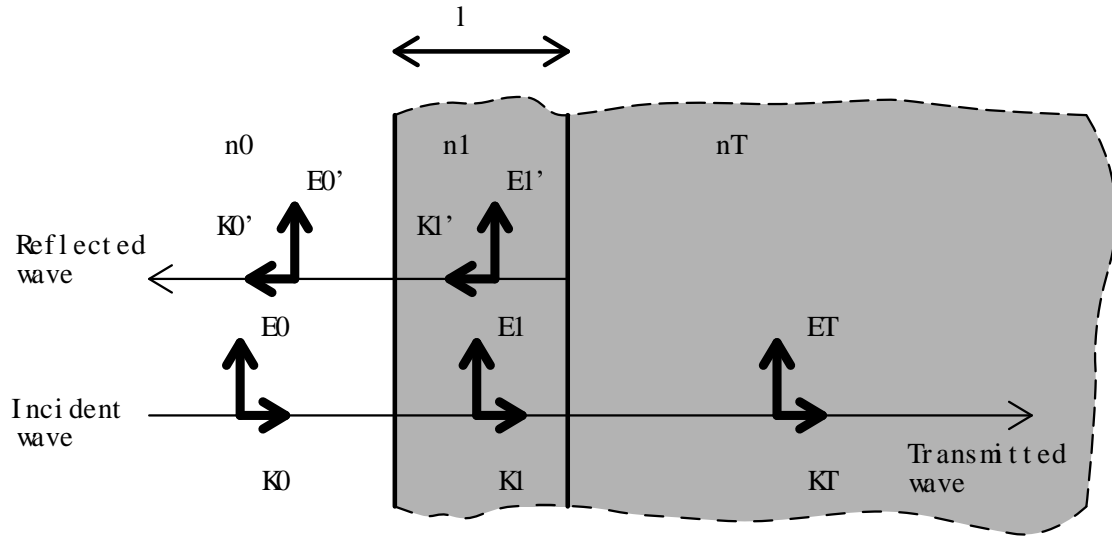


図 3.2: 単層膜への平面波入射

となる。  $\mu = 1$  として、式 (3.12)、式 (3.13) に式 (3.8) を代入すると、  $H_{0x} = \frac{n_0}{c} \cos \phi_0 E_{0y}$ 、  $H_{0z} = -\frac{n_0}{c} \sin \phi_0 E_{0y}$  となる、反射、屈折波についても同様に計算し、境界条件  $H_{0x} - H_{rx} = H_{tx}$ 、  $E_{0y} + E_{ry} = E_{ty}$  を用いると、

$$r_s = \frac{E_{ry}}{E_{0y}} = \frac{n_0 \cos \phi_0 - n_1 \cos \phi_t}{n_0 \cos \phi_0 + n_1 \cos \phi_t} \quad (3.14)$$

$$t_s = \frac{E_{ty}}{E_{0y}} = \frac{2n_0 \cos \phi_0}{n_0 \cos \phi_0 + n_1 \cos \phi_t} \quad (3.15)$$

が得られる。P 偏向についても同様に計算すると、

$$r_p = \frac{n_0 \cos \phi_t - n_1 \cos \phi_0}{n_1 \cos \phi_0 + n_0 \cos \phi_t} \quad (3.16)$$

$$t_p = \frac{2n_0 \cos \phi_0}{n_1 \cos \phi_0 + n_0 \cos \phi_t} \quad (3.17)$$

となる。

### 3.2.3 多層膜の理論

多層膜への準備として、最初に図 3.2 のような単層膜への垂直入射を考える。第 1、第 2 の膜の境界それぞれで、次のような境界条件が成り立つ。

第 1 膜の境界条件は、

$$E_0 + E'_0 = E_1 + E'_1 \quad (3.18)$$

$$H_0 - H'_0 = H_1 - H'_1 \quad (3.19)$$

$$\text{or} \quad n_0 E_0 - n_0 E'_0 = n_1 E_1 - n_1 E'_1 \quad (3.20)$$

となり、第2膜の境界条件は、

$$E_1 e^{ik_1 l} + E'_1 e^{-ik_1 l} = E_t \quad (3.21)$$

$$H_1 e^{ik_1 l} - H'_1 e^{-ik_1 l} = H_t \quad (3.22)$$

$$\text{or} \quad n_1 E_1 e^{ik_1 l} - n_1 E'_1 e^{-ik_1 l} = n_T E_T \quad (3.23)$$

となる。 $E_1$ 、 $E'_1$  を消去すると、

$$1 + \frac{E'_0}{E_0} = \left( \cos k_1 l - i \frac{n_T}{n_1} \sin k_1 l \right) \frac{E_T}{E_0} \quad (3.24)$$

$$n_0 - n_0 \frac{E'_0}{E_0} = (-in_1 \sin kl + n_T \cos kl) \frac{E_T}{E_0} \quad (3.25)$$

となる。式 (3.24)、式 (3.25) を行列で表現すると、

$$\begin{pmatrix} 1 \\ n_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -n_0 \end{pmatrix} \frac{E'_0}{E_0} = \begin{pmatrix} \cos k_1 l & -\frac{i}{n_1} \sin k_1 l \\ -in_1 \sin k_1 l & \cos k_1 l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ n_T \end{pmatrix} \frac{E_T}{E_0} \quad (3.26)$$

となる。ここで、 $r = E'_0/E_0$ 、 $t = E_T/E_0$ 、かつ、

$$M = \begin{pmatrix} \cos k_1 l & -\frac{i}{n_1} \sin k_1 l \\ -in_1 \sin k_1 l & \cos k_1 l \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

とすると、

$$\begin{pmatrix} 1 \\ n_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -n_0 \end{pmatrix} r = M \begin{pmatrix} 1 \\ n_T \end{pmatrix} t \quad (3.28)$$

のように書く事が出来る。次に  $n$  層からなる多層膜の場合を考える。膜厚、屈折率はそれぞれ、 $l_1, l_2 \dots l_N$ 、 $n_1, n_2 \dots n_N$  とする。式 (3.28) を導いたのと同様の方法で

$$\begin{pmatrix} 1 \\ n_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -n_0 \end{pmatrix} r = M_1 M_2 \dots M_N \begin{pmatrix} 1 \\ n_T \end{pmatrix} t = M \begin{pmatrix} 1 \\ n_T \end{pmatrix} t \quad (3.29)$$

と求める事が出来る。ここで、 $M = M_1 M_2 \dots M_N$  である。

$$M = M_1 M_2 \dots M_N = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

として、式 (3.29) を解くと、

$$r = \frac{An_0 + Bn_T n_0 - C - Dn_T}{An_0 + Bn_T n_0 + C + Dn_T} \quad (3.31)$$

$$t = \frac{2}{An_0 + Bn_T n_0 + C + Dn_T} \quad (3.32)$$

である。

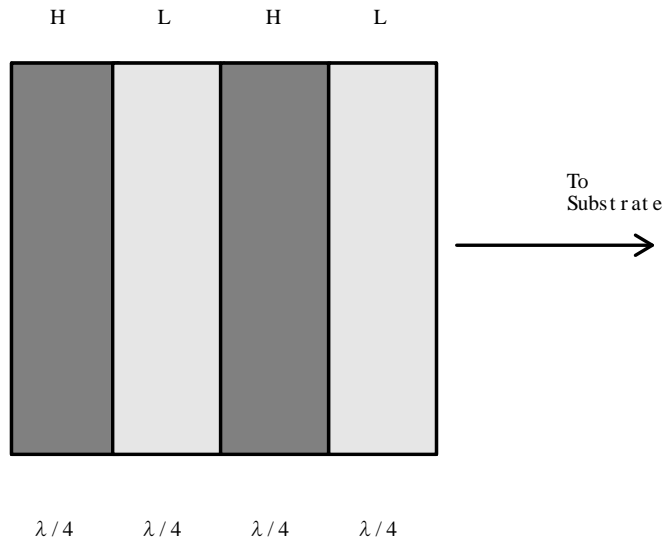


図 3.3: 多層膜による高反射率の実現

#### 多層膜による高反射率の実現

高反射率は、図 3.3 のように高屈折率と低屈折率の膜を交互に膜厚  $\lambda/4$  で並べる事によって実現する事が出来る。隣合う膜の積  $M_i M_{i+1}$  は全ての隣り合う面で一定で、式 (3.27) より、

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{-i}{n_L} \\ -in_L & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \frac{-i}{n_H} \\ -in_H & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-n_H}{n_L} & 0 \\ 0 & \frac{-n_L}{n_H} \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

となる。ここで、 $2N$  層の多層膜を考えると、

$$M = \begin{pmatrix} \left(\frac{-n_H}{n_L}\right)^N & 0 \\ 0 & \left(\frac{-n_L}{n_H}\right)^N \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

となり、式 (3.31)、式 (3.34) より、

$$R = |r|^2 = \left[ \frac{(n_H/n_L)^{2N} - 1}{(n_H/n_L)^{2N} + 1} \right] \quad (3.35)$$

となる<sup>2)</sup>。この式から、膜数を増やしていく事によって反射率が 1 に近づいていき、高反射率を実現される事が分かる。

#### 3.2.4 散乱理論

ここでは、今回測定した散乱についての理論の解説をする。

## 表面形状と散乱方向

表面の粗さは、フーリエ級数に展開する事が出来る。今、単一の空間波長  $d$  を持つ表面に、波長  $\lambda$  の光が角度  $\theta_0$  で入射する場合を考える。そうすると回折角  $\theta$  は次のように表される。

$$\lambda = d |\sin \theta_0 \pm \sin \theta| \quad (3.36)$$

特に垂直入射の場合は、

$$|\sin \theta| = \frac{\lambda}{d} \quad (3.37)$$

となる。この式から次の事が言える。

- $d \gg \lambda$  の場合には小角散乱となる。
- $\lambda$  が  $d$  よりわずかに小さい場合には大角散乱となる。
- 回折限界の  $d = \lambda$  の場合には  $\pm 90^\circ$  散乱となる。

このように、散乱される方向は、表面の空間波長に依存する。

## 相関距離と散乱

表面の粗さは、自己相関関数によって記述出来る。自己相関関数の定義は、

$$G(\tau) = \langle z(\rho)z(\rho + \tau) \rangle \quad (3.38)$$

である。ここで  $z$  は表面の平均位置からの高さ、 $\rho$  は表面上の位置ベクトル、 $\tau$  は表面上の2点間を結ぶベクトルである。また  $\langle \dots \rangle$  はアンサンブル平均を表す。定義から分かるように、相関距離が0の時の自己相関関数は、表面粗さの rms 値を表す。実際の表面の多くは自己相関関数がエクスポネンシャルに近い形をしている<sup>3)</sup>。特に、自己相関関数がピークの値の  $1/e$  になる距離の事を相関距離という。基板表面粗さと散乱損失の関係は、表面の相関距離  $\sigma$  と入射光の波長  $\lambda$  との関係によって次のように場合分けされる。

$\sigma \gg \lambda$  の場合

$$\text{TIS} = \left( \frac{4\pi\sigma}{\lambda} \right)^2 \quad (3.39)$$

$\sigma \ll \lambda$  の場合

$$\text{TIS} = \frac{64 \pi^4 \delta^2 \sigma^2}{3 \lambda^4} \quad (3.40)$$

で表される。ここで、TIS は Total Integrated Scattering の略で基板もしくは、単一表面からの散乱係数を表し<sup>3)</sup>、また、 $\delta$  は基板または単一表面の表面粗さの rms 値を表している。TIS は図 3.4 に示すような、実験系を用いて計測される。このように、TIS は表面の相関距離  $\sigma$  と測定に用いた光の波長  $\lambda$  の大小関係によって、 $\lambda$  依存性が変わってくる。よって、TIS から、表面粗さ  $\delta$  を求める場合には、相関距離と波長の大小関係を考慮して、どちらの式を適用するか、考えなければならない。

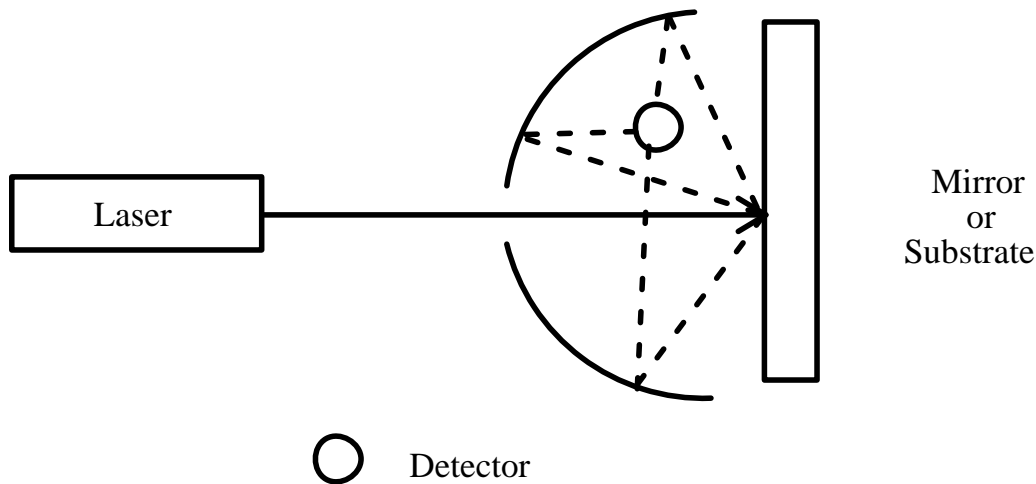


図 3.4: TIS 計測の実験配置図

また、 $\sigma \ll \lambda$  の時には一見散乱の量が小さく見えるが、これは、図 3.4 の測定系において大きい角度で散乱される光を信号として拾えない為である。どちらの場合でも、 $\delta$  の値が小さくよく研磨されているほど散乱は小さくなるという事が言える。

実際重力波検出器用のミラーは、誘電体によってコーティングされた多層膜であり、一つの境界面の表面粗さ及び、相関距離だけではなく、多層膜のそれぞれの境界面の間の相互相関関数も考慮する必要がある、相互相関関数の定義は

$$G_{mn}(\tau) = \langle \zeta_m(\rho) \zeta_n(\rho + \tau) \rangle \quad (3.41)$$

で定義され、 $m$ 、 $n$  はそれぞれの境界面、 $\zeta$  は高さを表している。多層膜の場合には

- 各境界面に完全な相関あり (各面の形状が全て同じである。)
- 各境界面に完全に相関なし (各面の表面粗さの rms 値は全て同じであるが、相互相関関数は全て 0 である。)
- 各境界面に部分相関あり (各面の形状が相互相関ありの項と、なしの項との和で表される。)

のように、3 種類に分類でき、それぞれ散乱の振る舞いが異なってくる<sup>4)</sup>。

### 3.3 成膜方法

現在、高反射率の多層膜ミラーの作成に使用されている技術は、電子ビーム蒸着法とイオンビームスパッタリング法である。電子ビーム蒸着法は、高真空中で成膜材料を電子ビームで加熱蒸発させ、その蒸気を基盤上に付着凝固させ薄膜を作成する。高真空中で成膜を行うことと、蒸発物質の入っている容器は水冷されており、電子ビームが入射してい



る表面のみが加熱され、フィラメントからの不純物導入などが無い。したがって、真空蒸着法よりも高品質な薄膜を得る事ができる。しかし、電子ビーム蒸着法で発生する成膜物質粒子は大きく、エネルギーが低い ( $< 1\text{eV}$ ) ため、薄膜は多結晶であり、その散乱は非常に大きい (典型的な損失の値は  $100\text{ ppm}$  程度)。また、成膜温度は  $200^\circ$  程度に達し非常に高温プロセスであり、良質な膜にはなり難い。一方イオンビームスパッタリング法は、Ar、Xe、Kr などの不活性ガスをイオン化し加速し、成膜物質に入射する。入射するイオンが成膜物質の結合エネルギー以上であれば、ターゲットより物質がたたき出されて、基盤に蒸着する。粒子はほぼ原子単位でターゲットより飛び出し基盤に付着する。イオンビームスパッタリングでは粒子のもつエネルギーが高く ( $> 20\text{eV}$ )、また低温プロセスであるために、アモルファスで緻密な膜が得られる。これらの事から、重力波検出器用のミラーはイオンビームスパッタリング装置を用いて作成することになっている。イオンビームスパッタリングに使用するイオンガンには Kaufman 型と RF 型の 2 種類がある<sup>5)</sup>。前者は、フィラメントを使用してイオンを生成する方法で、後者は RF によりイオンを生成する。Kaufman 型イオンガンの場合フィラメントからの放出物質があり膜に不純物が混入する。また、フィラメントの寿命があり、最良の結果を得られる成膜期間が限られている。一方、RF 型イオンガンにおいては、フィラメントレスなため、イオンガンからの不純物混入確率が非常に小さい。また、イオンガン内にてラディカルな酸素発生を行う事が出来、酸化度の高い非常に良質な膜を得られる可能性が高い。しかし、Kaufman 型イオンガンは歴史が古くその性質が非常に良く研究されているのに対し、RF 型イオンガンは新しく未知の部分がまだある<sup>5)</sup>。日本の重力波検出器用ミラーは上記のような利点を持った RF 型イオンビームで作成を行っている。

### 3.4 成膜物質

表 3.1 に一般に使用されている光学薄膜の性質についてまとめる<sup>6,7)</sup>。

表中で Evap. Temp、Range、 $k$  はそれぞれ蒸着温度、透過波長域、吸収係数を示している。重力波検出器用ミラーは  $\text{Ta}_2\text{O}_5/\text{SiO}_2$  の誘電体多層膜で作成される。表中の  $\text{Ta}_2\text{O}_5$  の吸収係数は  $1 \times 10^{-6}$  となっているがこの値は蒸着膜に対するものであり、IBS で作成した場合の吸収係数はバルクの物と等しく、この値より 1 桁以上小さいと見積もられている。

### 3.5 従来の超高品質ミラーパラメータの評価方法及び、本実験の意義

超高品質ミラーの性能は、反射率  $99.99\%$  以上、損失数  $\text{ppm}$  程度である。したがって、計測系のダイナミックレンジは 6 桁以上を必要とする。1 に対して  $99.99\%$  あるいはそれ以上の値を直接精密に計測することは不可能である。そこで、超高品質ミラーの評価を行うためには、同時成膜された 2 枚のミラーを用いて Fabry-Perot 共振器を構成し、そのフィネスを求める。共振器内部の光強度はフィネス倍まで拡大されることと、光子が共振器の光子寿命間共振器内部に閉じ込められることから、非常に高精度にミラーパラメータを決定することが可能である。フィネスの測定は  $(1-R)$  値の計測に相当する。 $(1-R)$  の値が 3

表 3.1: 光学薄膜の性質

Material	Evo. Temp.	Range( $\mu$ m)	k	n	Structure
SiO <sub>2</sub>	1600	0.2-9	$2.0 \times 10^{-6}$	1.45-1.46	Amorphous
SiO	1300	0.7-9	-	2	Amorphous
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2050	0.2-7	$8 \times 10^{-6}$	1.54	Amorphous
MgO	2800	0.2-8	-	1.7	Crystalline
ZrO <sub>2</sub>	2700	0.34-12	$2.1 \times 10^{-5}$	1.97	-
Ta <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	2100	0.35-10	$1 \times 10^{-6}$	2.25	Amorphous
TiO <sub>2</sub>	1750	0.4-3	$7.7 \times 10^{-5}$	2.3	Amorphous
Hf O <sub>2</sub>	-	0.22-12	-	2.2	-
ZnS	1100	0.4-14	-	2.3	Crystalline
MgF <sub>2</sub>	1270	0.11-4	-	1.32-1.39	Crystalline
LiF	870	0.11-7	-	1.3	Crystalline
CaF <sub>2</sub>	1280	0.15-12	-	1.23	Crystalline
ThF <sub>4</sub>	1100	0.2-15	-	1.5	Amorphous
Ge	1600	2-23	-	4.4	Amorphous

桁の精度で求まる場合、ミラーの反射率が 99.99 % 以上であれば、この計測はミラーの反射率を 7 桁の精度で計測することに等しく、非常に高精度に反射率を求めることが可能となる。フィネスの評価法として、伝達関数測定法<sup>8)</sup>、共振器光子寿命測定法<sup>9)</sup>、AM-サイドバンド法の 3 種類がある。これらの測定により反射率 99.967 % や、損失 1.5 ppm といったように超高品質ミラーパラメータの高精度な測定が行われている<sup>5)</sup>。

しかし、これらの測定法には、

- 同時成膜された 2 枚のミラーが必要
- 1 回 1 回の測定に共振器を組まなければならず測定が非常に難しく大変である

といった欠点がある事を指摘出来る。そこで、反射率に関しては共振器のフィネスから求める以外の測定は不可能であるが、散乱については共振器を組まずに直接測定が可能であり、さらに散乱は超高品質ミラーを作るにあたっての、基板研磨技術及び成膜技術の評価において重要な指標となる、といった観点から簡易に微少散乱を測定するための系を開発する事を目的とした。

## 第4章 実験で用いた装置

### 4.1 散乱の測定方法

もっともシンプルな散乱測定方法を図 4.1 に示す。レーザー光をサンプルミラーに垂直入射し、散乱光を積分球によってフォトダイオード (PD) に導き検出するという構成である。以下、各素子及び、測定系の改良について述べる。

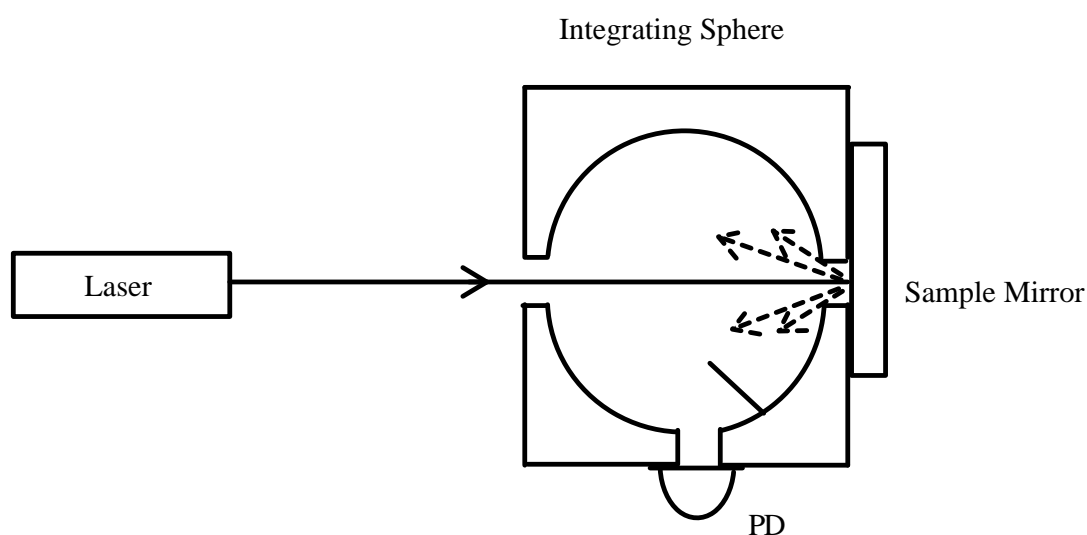


図 4.1: 散乱測定

### 4.2 積分球

散乱の直接測定法として積分球を用いる方法がある。この節ではその仕組みについて示す。

積分球の性質として、積分球にあげられた任意の開口から積分球内部に入射した光は、積分球内部で反射を繰り返し、その結果積分球内面のいたるところにおいて光強度が等しくなるという、「等照度球面の定理」がある<sup>10)</sup>。この為、ミラーから任意の角度へ散乱された光は全て、積分球内部で反射を繰り返す事によって、積分球内部を一様に照らすため、ディテクター用ポートに取り付けられた PD で、それぞれの光は、散乱角度に依存せず同

じ応答をもって検出される。なお、サンプルミラーからの散乱光が直接ディテクターに入らないよう図 4.1 に示すように、積分球の内部には遮光板が取り付けられている。今回積分球には Labsphere 社製のスペクトラロン IS-040-SL を用いた、積分球の仕様を表 4.1 に示す。ただし、一般ポートの直径はポトリデューサーにより可変に出来る。

表 4.1: 積分球の仕様

積分球の直径 (mm)	一般ポートの直径 (mm)	ディテクター用ポートの直径 (mm)	内面の反射率
101.6	25.4	12.7	0.99(1100nm の光に対して)

### 4.3 光検出器

光検出器について述べる。今回フォトダイオード (PD) としては、大口径  $\phi 5$  mm の冷却型 InGaAs PIN フォトダイオード (G8605-15) を、オペアンプ (OPA) としては、FET 入力である OPA627 を用いた。また、フォトダイオードへの逆バイアスとしては 1.5V の乾電池を用いた。光検出器の回路を図 4.2 に示す。

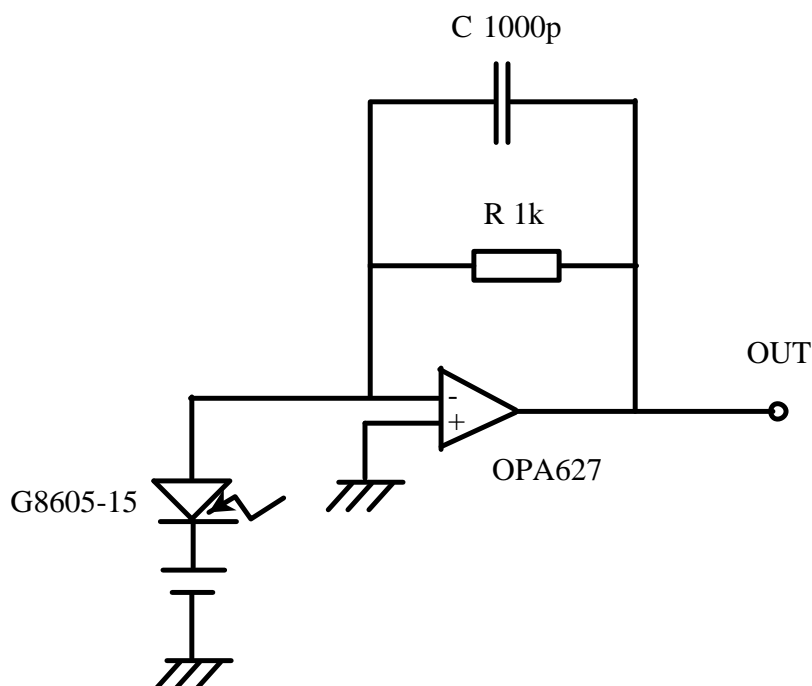


図 4.2: 光検出器の回路構成

微小散乱を測定するため光検出器の雑音がどの程度であるか測定する必要がある。光検出器の雑音について考える為、等価回路を図 4.3 に示す。

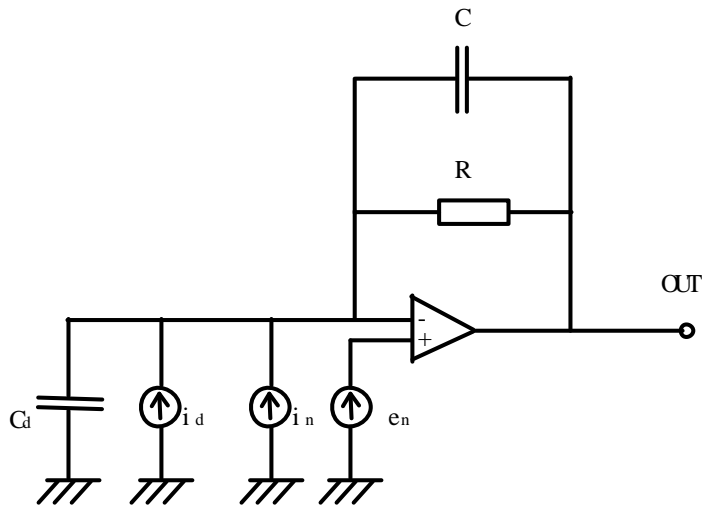


図 4.3: 光検出器の等価回路

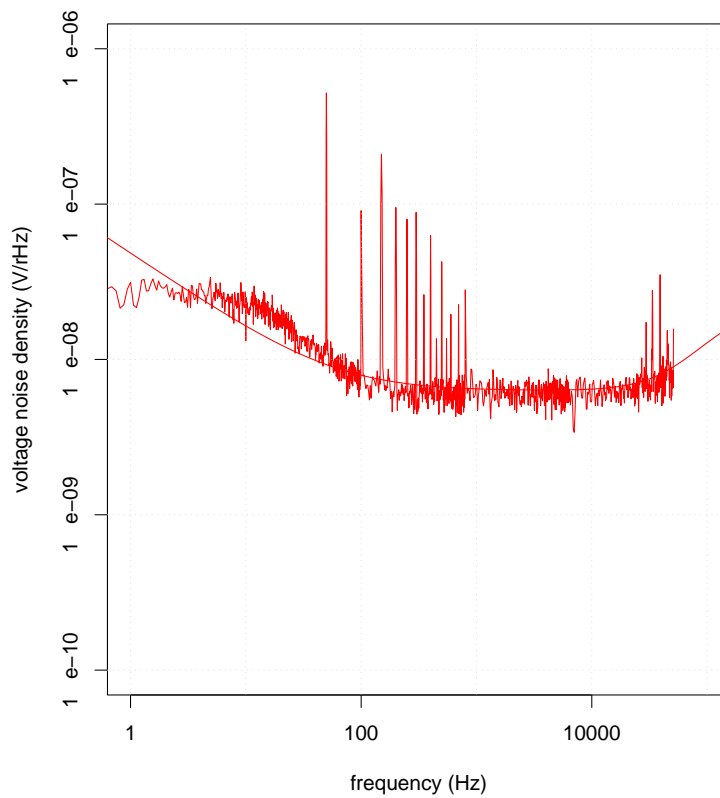


図 4.4: 光検出器の雑音

この図で  $i_n$ 、 $e_n$  はそれぞれオペアンプの電流雑音及び、電圧雑音であり、 $i_d$ 、 $C_d$  はそれぞれフォトダイオードの暗電流及び、端子間容量である。さらにその他の雑音源としては抵抗の熱雑音  $(\sqrt{4kT/R})(A/\sqrt{\text{Hz}})$  及び、暗電流の散乱雑音  $\sqrt{2eI_d}(A/\sqrt{\text{Hz}})$  が考えられる。これらの事から雑音のパワースペクトル密度は

$$S_{v,out} = \left| \frac{i_d + i_n + \sqrt{4kT/R}Y_{tot} + e_n}{Y_{fb} + A^{-1}Y_{tot}} \right|^2 \quad (4.1)$$

$$Y_{fb} = R^{-1} + i\omega C \quad (4.2)$$

$$Y_{tot} = R^{-1} + i\omega C + i\omega C_d \quad (4.3)$$

と表せる。ここで A はオペアンプのオープンループゲインである。R = 1k $\Omega$ 、 $C_s = 1000\text{pF}$  での光検出器の時の雑音をスペクトルアナライザ Agilent35670 を用いて測定した。結果を図 4.4 に示す。図 4.4 から理論と測定結果が一致している事が確認出来た。次に光検出器の応答を図 4.5 に示す方法で、DC1.2 V、Level 10 mV<sub>pk</sub>、周波数 10 Hz ~ 10 kHz で測定した。測定結果を図 4.6 に示す。理論とは若干違うが、この結果から光検出器の測定帯域幅は約 1kHz である事がわかった。

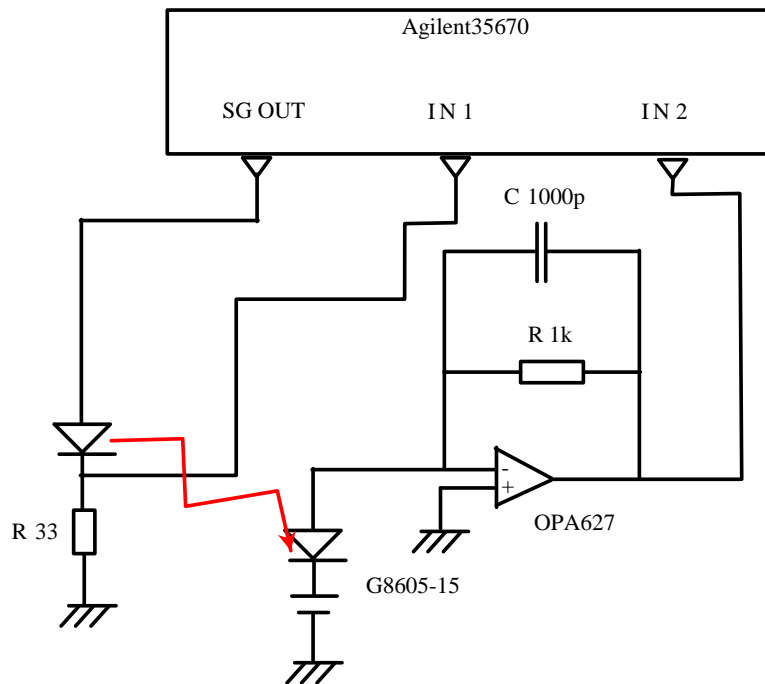


図 4.5: 応答関数の測定方法

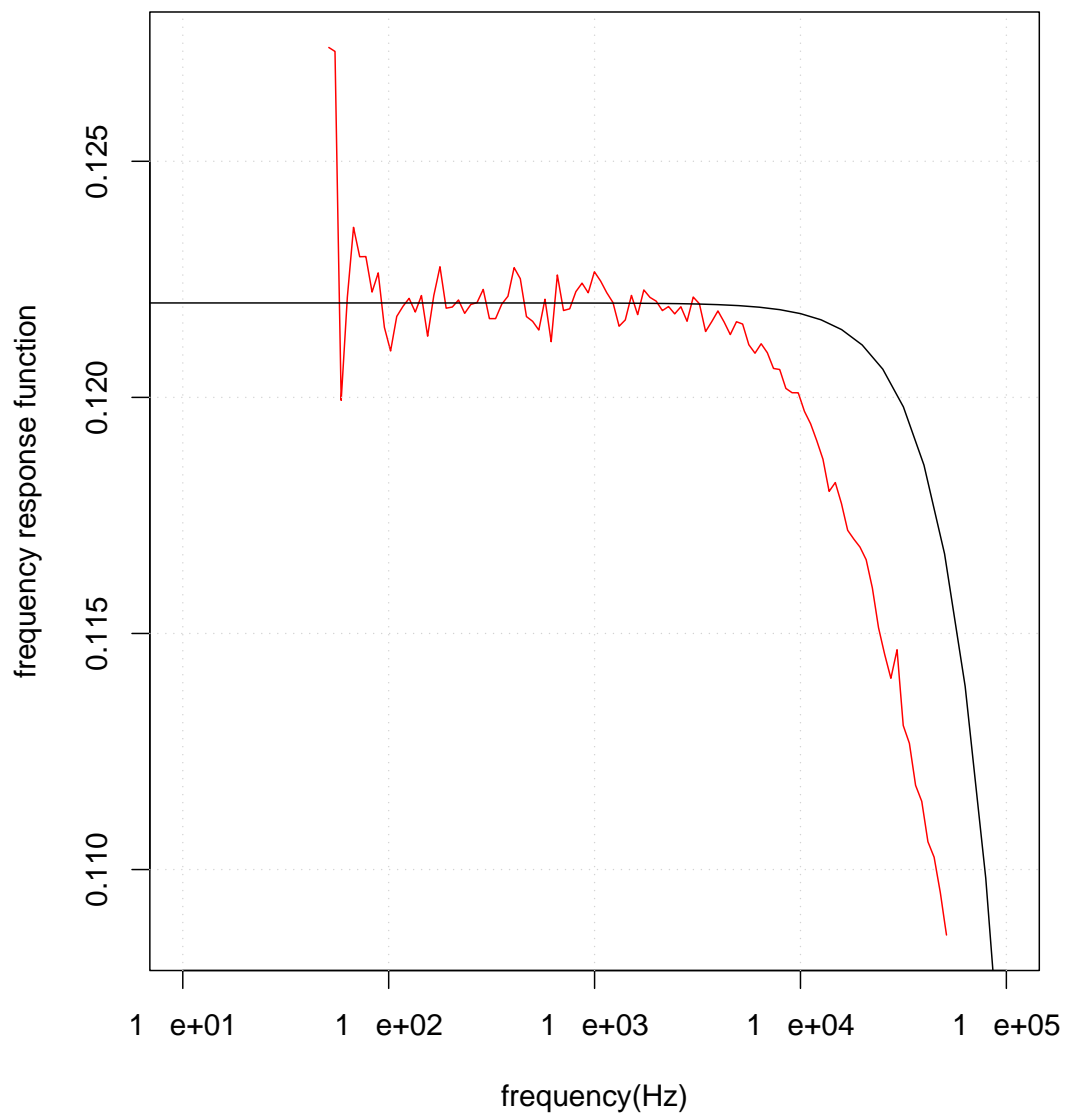


図 4.6: 応答関数の測定結果

#### 4.4 チョッパーとロックインアンプ

図 4.7 のようにチョッパーとロックインアンプを用いて測定する事により感度を向上させる事が出来る。チョッパーを TTL 信号でドライブする事により、入射ビームに強度変調をかける事ができる。よって散乱信号も変調を受ける事になる。

この信号を、ロックインアンプの IN 端子、ドライバーの TTL 信号を参照信号として REF 端子へそれぞれ入力し同期検波する事によって信号を取得する事が出来る。ロックインアンプを用いない測定では、光検出器の信号帯域内の全ての雑音が信号に混入してくるのに対し、ロックインアンプを用いた測定では参照信号の周波数  $\pm \Delta f$  ( $\Delta f$  は等価雑音帯域幅) の周波数内にある雑音のみが信号に混じるため S/N が向上する、以下その原理について説明する。

図 4.8 に簡単なロックインアンプの原理図を示す。入力信号を  $V_{in} = A_{in} \cos(\omega_{in}t + \phi_{in})$ 、参照信号を  $V_{ref} = B_{ref} \cos(\omega_{ref}t + \phi_{ref})$  とすると、ミキサーからの出力は入力信号と参照信号の積となるので、

$$V_{out1} = \frac{A_{in}B_{ref}}{2} (\cos((\omega_{in} + \omega_{ref})t + \phi_{in} + \phi_{ref}) + \cos((\omega_{in} - \omega_{ref})t + \phi_{in} - \phi_{ref})) \quad (4.4)$$

となり、周波数の和の成分と差の成分が出力される事が分かる。さらに適切なローパスフィルタ (時定数  $\tau_p = RC$ ) を用いて和の成分をカットする事によって、差の成分のみをロックインアンプの出力として、とりだす事が出来る。このローパスフィルタによってカットされない雑音成分が信号に混入する事になる。なお、ロックインアンプの等価雑音帯域幅は、 $e_n [\text{volt}/\sqrt{\text{Hz}}]$  の白色雑音を入力したとき、出力の 2 乗平均が  $e_n^2 \Delta f^2$  となるような  $\Delta f$  で定義され、 $1/(4 \tau_p)$  となる<sup>11)</sup>。

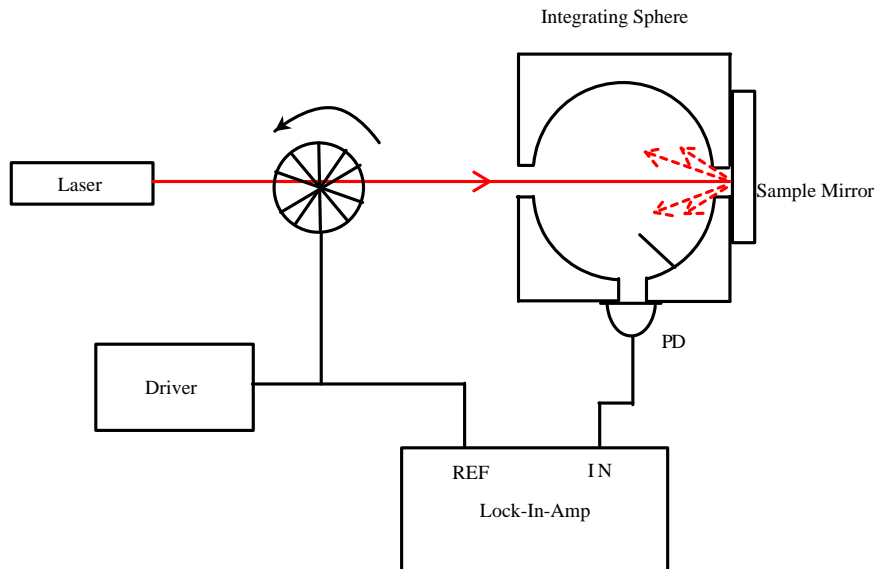


図 4.7: 散乱測定 2



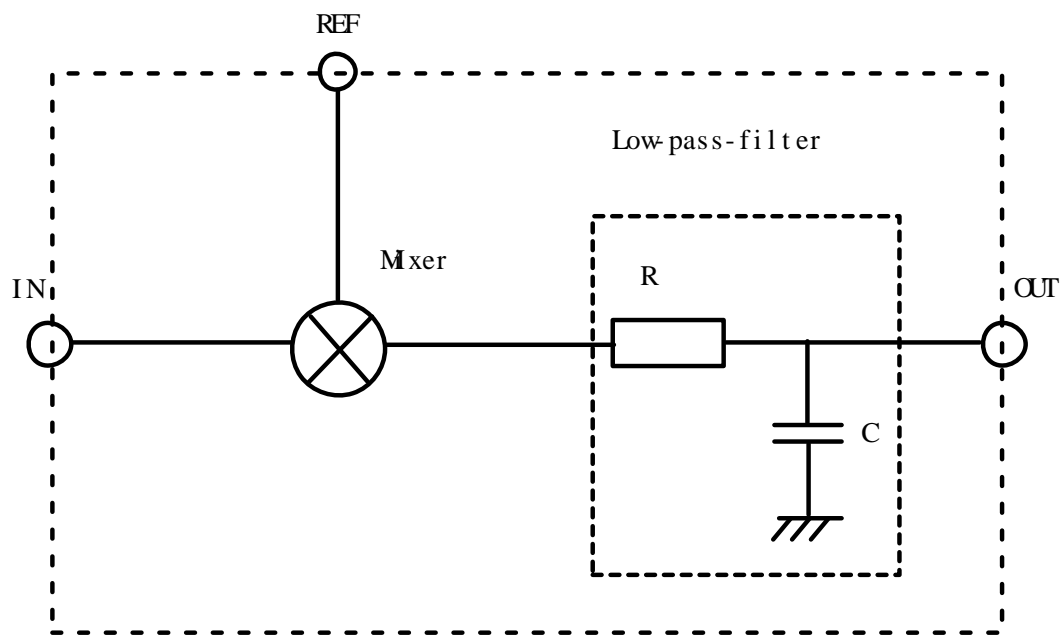


図 4.8: ロックインアンプの原理図

## 第5章 実験1

図 5.1 に示すように、前章で説明した系に、 $f=300$  mm のレンズを追加してビームの広がりを押さえサンプルミラー付近でビームがウエストになるような構成として、バックグラウンドの測定を行った。なお、実験におけるレーザーは、重力波検出器で主流の Nd:YAG レーザーであり、波長は 1064 nm、出力パワーは 100 mW である。チョッパーの周波数は 70 Hz である。

### 5.1 バックグラウンドの測定

まず最初に、図 5.1 からサンプルミラー用ホルダーをを取り除き、積分球を通り抜けた光をビームストップでダンプする事によって、入射ポートの直径 25.4 mm と、12.7 mm の 2 種類の場合でバックグラウンド測定を行った。また、ロックインアンプの時定数は 3 s で行った。100 % 散乱のリファレンスとしては高反射率ミラーを傾け全ての光パワーが積分球を照らした時のロックインアンプの出力とした。表 5.1 に測定結果を示す。

ポトリデューサーを用いる事によって、入射ポートの面積を  $1/4$  にする事によって、バックグラウンドを、59.12 ppm  $\rightarrow$  0.96 ppm のように約  $1/60$  に改善する事が出来た、バックグラウンド源としてはチョッパーからの散乱等が考えられるが、この結果から、チョッパーからの散乱光は均一分布をしていないという事が分かった。以後の測定では全て、入射ポートの直径は 12.7 mm とした。次に口径の小さなミラーでもホルダーの影響なく散乱測定を行う事が出来るかを確認するため、図 5.1 のように直径 15 mm、20 mm の二種類のホルダーを配置し、時定数 3 s でホルダーの影響を測定した、表 5.2 に結果を示す。直径 20 mm のホルダーの場合 0.401 ppm、ホルダーがなかった場合の測定結果 0.96 ppm よりも小さな値となった。この事はビームストップの性能にはリミットがあり、ビームストップでダンプしきれなかった光が積分球の後方から、信号として混じってしまう事を意味している。また、直径 15 mm の場合では、ホルダーの影響が 8.44 ppm と大きな値となってしまう事が分かった、この事実からポトリデューサーによってカットされなかった光が積分球を通過中に広がって、ホルダーにぶつかってしまっていると考えられる。これらの

表 5.1: バックグラウンド測定結果

入射ポートの直径 (mm)	散乱 ( $\mu$ V)	リファレンス (mV)	バックグラウンド (ppm)
25.4	20.3	344	59.12
12.7	0.398	413	0.96

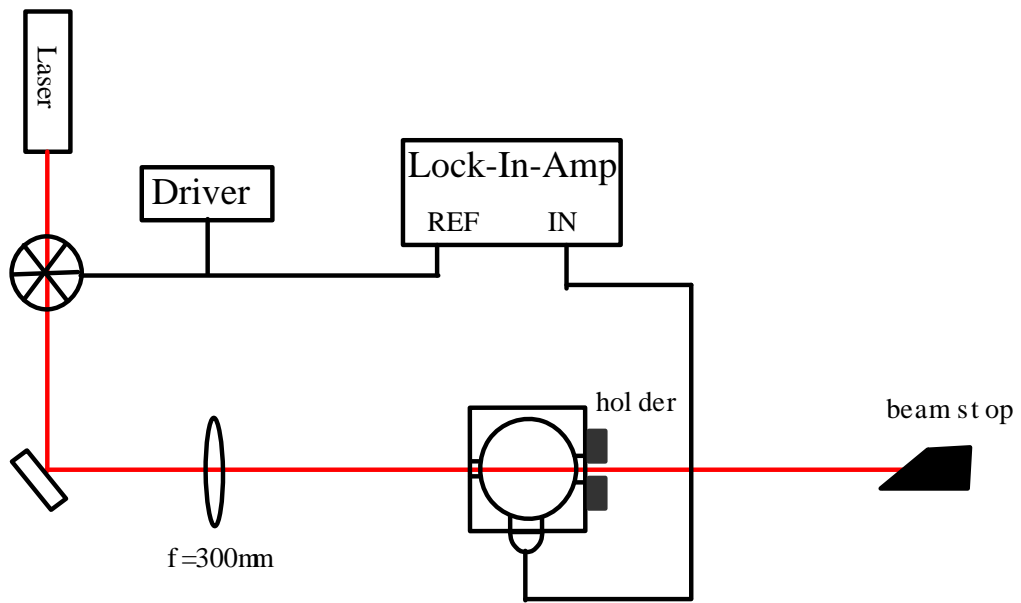


図 5.1: 実験 1 の測定系

表 5.2: ホルダーの影響の測定

ホルダーの直径 (mm)	ホルダーの影響測定値 ( $\mu\text{V}$ )	リファレンス (mV)	ホルダーの影響 (ppm)
20	0.167	416	0.401
15	3.51	416	8.44

事から、図 5.1 のような測定系のみでは口径の小さなミラーでの測定は不可能である事が分かった。

## 第6章 モードクリーナーの導入

前章の結果から、ビーム径の広がりゆえ、口径の小さなミラーでの散乱測定が不可能である事がわかった。これは高次モードによる影響であると考え、モードクリーナーを導入する事により改善を図った。モードクリーナーとは、基本モードのみを透過させそれ以外の高次のモードは全て反射させる素子である。この章では、まず基本モードと高次モードについて簡単に説明し、次にモードクリーナーの一般的性質について述べ、共振器長の制御及びモードマッチングについて述べる。

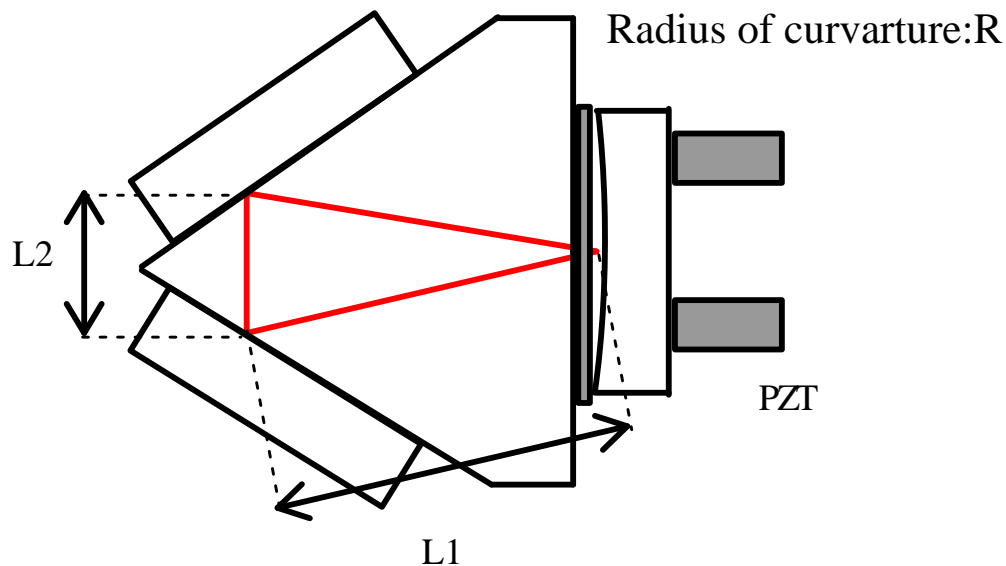


図 6.1: モードクリーナー

### 6.1 基本モードと高次モード

近軸近似の波動方程式<sup>1)</sup>を示す、

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial}{\partial z} \right) \psi = 0 \quad (6.1)$$

この式を解く事によって、基本モードと様々な高次モードを得る事が出来る。基本モードの式は

$$\psi^{FG}(x, y, z) = \sqrt{\frac{k_0}{\pi z_R} \frac{iz_R}{q(z)}} \exp\left[-\frac{ik_0}{q(z)} \frac{x^2 + y^2}{2}\right] \quad (6.2)$$

$$q(z) = z + iz_R \quad (6.3)$$

$$z_R = \frac{k_0 w_0^2}{2} \quad (6.4)$$

となる<sup>12)</sup>。ここで  $k_0 = \frac{2\pi\nu_0}{c}$  は、波数であり、 $q(z)$  は波面係数である。 $w_0$  はウエスト半径であり、ビーム半径の定義は、中心から振幅がピークの  $1/e$  となる点までの距離として定義される。さらに、 $z_R$  はレイリーレンジと呼ばれる量である。レイリーレンジの理解を深める為式 (6.2) の両辺の絶対値の 2 乗をとると

$$|\psi^{FG}(x, y, z)|^2 = \frac{k_0}{\pi} \frac{z_R}{|q(z)|^2} \exp\left(-\frac{k_0 z_R}{z^2 + z_R^2} (x^2 + y^2)\right) \quad (6.5)$$

となる。ここで、強度が  $1/e^2$  になる点がビーム半径であるから、点  $z$  での半径は、

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2} \quad (6.6)$$

である事が分かる。これが任意の点  $z$  でのビーム半径を与える式である。次に、ビームの広がり角について考える、ビームの広がり各は  $z \rightarrow \infty$  のときのビーム半径と  $z$  の比で定義されているので、

$$\theta_D = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{w(z)}{z} \quad (6.7)$$

$$= \frac{w_0}{z_R} \quad (6.8)$$

$$= \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (6.9)$$

と表される事が分かる。式 (6.4)、式 (6.6)、式 (6.8) から分かるようにレイリーレンジによってウエスト半径及び、ビームの広がり角が決定される事が分かる。

次に、高次モードの結果のみを示すと、

$$\begin{aligned} \psi_{mn}^{HG}(x, y, z) &= \sqrt{\frac{k_0}{\pi z_R} \frac{1}{\sqrt{2^m m! 2^n n!}}} H_m \left( \frac{\sqrt{k_0 z_R}}{|q(z)|} y \right) \\ &\cdot \frac{z_R}{|q(z)|} \left( \frac{i|q(z)|}{q(z)} \right)^{1+m+n} \exp \left[ -\frac{ik_0}{q(z)} \frac{x^2 + y^2}{2} \right] \end{aligned} \quad (6.10)$$

となる<sup>12)</sup>。この式で、 $m=0$ 、 $n=0$  が基本モードに対応しており、 $m$ 、 $n$  の選び方によって多数の高次モードが出来る。

レーザー品質が高次モードの影響をどれだけうけているかという指標として  $M^2$  という値が広く用いられている。実際のビームウエストの半径を  $D_0$  広がり角を  $\Theta_0$  とすると、基本ガウシアンモードのそれらと、 $M^2$  を使って次の関係で結ばれる<sup>13)</sup>。

$$D_0 \Theta_0 = M^2 w_0 \theta_D \quad (6.11)$$

すなわち次の 3 つの場合が考えられる。

1. ウエスト半径は基本ガウシアンモードと同じだが広がり角が大きくなる場合
2. 広がり角は同じだが、ウエスト半径が大きくなる場合
3. ウエスト、広がり角いずれも大きくなる場合

今回用いたレーザーが上の三つのどれに該当するかは定かではないが、高次モードの影響により広がり角が大きくなってしまい、直径 15mm のホルダーによるバックグラウンドが大きくなってしまったという事は理由の 1 つとして考えられる。すなわち、これがモードクリーナーを導入する事により改善を図った理由である。

## 6.2 リング型共振器

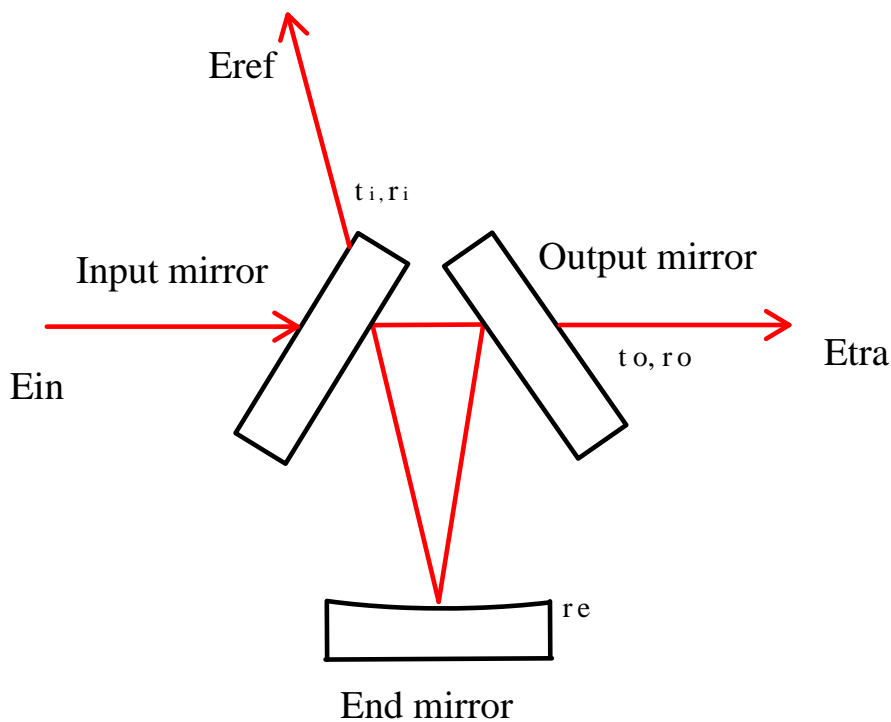


図 6.2: リング型共振器

リング型共振器の構成を図 6.2 に示す。 $\tau_{ie}$ 、 $\tau_{oe}$ 、 $\tau_{io}$  は、光がそれぞれ Input Mirror  $\rightarrow$  End Mirror、Output Mirror  $\rightarrow$  End Mirror、Input Mirror  $\rightarrow$  Output Mirror へ進むのにかかる時間である。奇数枚の鏡を使った共振器では、偏光によって応答が異なる。それは、光が鏡で反射するとき、S 偏光は変化しないが、P 偏光のみ位相が  $\pi$  ずれる為である。S 偏光と P 偏光の透過率は、それぞれ次のようになる<sup>12)</sup>。

$$E_{Stra} = \frac{t_i t_o E_{Sin}}{1 - r_e r_i r_o \exp(-i\Omega\tau_r)} \quad (6.12)$$

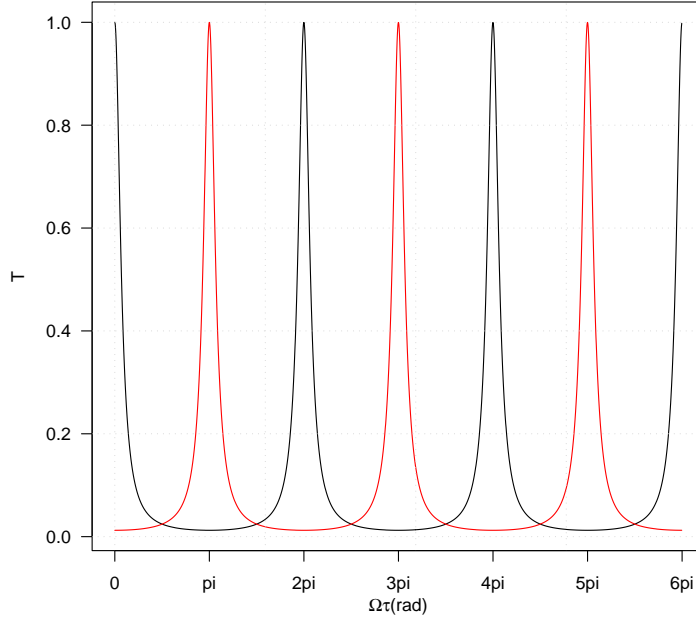


図 6.3: 黒:S 偏光と赤:P 偏光の透過光強度

$$E_{Ptra} = \frac{t_i t_o E_{Pin}}{1 + r_e r_i r_o \exp(-i\Omega\tau_r)} \quad (6.13)$$

ここで  $\tau_r = \tau_{ie} + \tau_{oe} + \tau_{io}$  である。式 (6.12)、式 (6.13) の絶対値の 2 乗を図 6.3 にプロットしてみると、図 6.3 のように S 偏光の共振条件は P 偏光の共振条件と  $\pi$  だけずれていることがわかる。となりあう共振周波数の差をフリースペクトラムレンジ (FSR) といい、

$$\text{FSR} = \frac{c}{L} \quad (6.14)$$

である ( $L$  は共振器一周分の長さ)。また共振器の重要なパラメータとしてフィネスがあり、次式のように共振の半値全幅 (FWHM) と FSR の比として定義され共振の鋭さを表す。

$$\mathcal{F} = \frac{\text{FSR}}{\text{FWHM}} \quad (6.15)$$

式 (6.12) から FWHM を求めると、

$$\text{FWHM} = \frac{2c}{\pi L} \arcsin \left( \frac{1 - r_e r_i r_o}{2 \arcsin \left( \frac{1 - r_e r_i r_o}{2\sqrt{r_e r_i r_o}} \right)} \right) \quad (6.16)$$

となり、式 (6.15) に代入すると、

$$\mathcal{F} = \frac{\pi}{2 \arcsin \left( \frac{1 - r_e r_i r_o}{2\sqrt{r_e r_i r_o}} \right)} \quad (6.17)$$

となる。

また、光をガウシアンビームとして扱った場合には、基本モードと高次モードの位相が  $(l+m)\zeta(z)$  だけずれる<sup>12)</sup>。なお  $\zeta$  は Gouy 位相として知られ、

$$\zeta(z) = \arctan(z/z_R) \quad (6.18)$$

というように、レイリーレンジによって定義されている。このことから一般に基本モードが共振しているとき高次モードは共振せずに反射される。すなわち、リング型共振器の共振器長を制御する事により、リング型共振器の透過光を基本モードだけにすることが出来る。

### 6.2.1 リング型共振器の固有モードとモードマッチング

レーザーを共振器にロックする為には、共振器の共振周波数をレーザーの周波数に一致させるとともに、レーザーのウエスト位置とレイリーレンジを共振器の固有モードに一致させる必要がある。モードクリーナーのエンドミラーの曲率を  $R$ 、モードクリーナーの一回りの長さを  $L$  とすると、固有モード（レイリーレンジ）は

$$z_{\text{Rcav}} = \frac{L^2 g^2 (1 - g^2)}{(2g - 2g^2)^2} \quad (g = 1 - L/R) \quad (6.19)$$

となり、ウエストの位置は、モードクリーナーの対称性からインプットミラーとアウトプットミラーのちょうど中間の位置に来る<sup>12)</sup>。さらに、マッチングを行いたい二つのレイリーレンジが既知の場合には焦点距離  $f$  のレンズを、図 6.4 において、次式のように配置する事によって両者のマッチングが行える。

$$d_1 = f \pm z_{R1} \sqrt{\frac{f^2}{z_{R1} z_{R2}} - 1} \quad (6.20)$$

$$d_2 = f \pm z_{R2} \sqrt{\frac{f^2}{z_{R1} z_{R2}} - 1} \quad (6.21)$$

符号は、複合同順である。



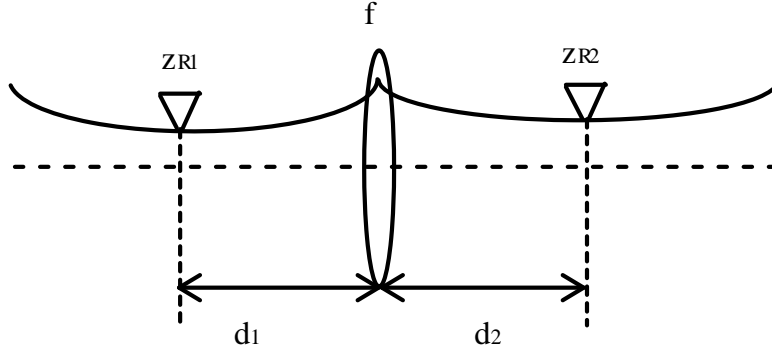


図 6.4: レンズによるモードマッチング

### 6.2.2 誤差信号の取得

次にレーザーの周波数と、共振器の共振周波数を一致させる方法について述べる。リング型共振器の共振周波数は、式 (6.14) の整数倍であり、共振器長  $L$  によって決まる事が分かる。よって、図 6.1 のように、エンドミラーに圧電特性を持つ PZT 素子を取り付け共振器長を可変にし、PZT に誤差信号を返す事によってリング型共振器の共振周波数をレーザーの周波数に追従させればよい。

今回の実験では、偏光を用いて誤差信号を取得した<sup>12)</sup>。誤差信号取得の為の光学系及び、電気系を図 6.5 に示す。

HWP 及び QWP で楕円偏光を作りモードクリーナーへ入射し、

$$E_{in} = \begin{pmatrix} 1 \\ i\alpha \end{pmatrix} \quad (6.22)$$

さらに反射光の S 偏光と P 偏光を HWP によって混ぜ合わせる事によって、

$$E_r = \begin{pmatrix} E_{rs} + E_{rp} \\ E_{rs} - E_{rp} \end{pmatrix} \quad (6.23)$$

という信号を得る、さらに PBS によって S 偏光を透過、P 偏光を反射させる事によって、差動アンプからの出力は誤差信号となり、

$$P_{ersig} = |E_{rs} + E_{rp}|^2 - |E_{rs} - E_{rp}|^2 \quad (6.24)$$

を得る事が出来る。また、

$$E_{Sref} = \frac{-r_i + r_e r_o (r_i^2 + t_i^2) \exp(-i\Omega\tau_r)}{1 - r_e r_i r_o \exp(-i\Omega\tau_r)} E_{Sin} \quad (6.25)$$

$$E_{Pref} = \frac{(r_i + r_e r_o (r_i^2 + t_i^2) \exp(-i\Omega\tau_r))}{1 - r_e r_i r_o \exp(-i\Omega\tau_r)} E_{Pin} \quad (6.26)$$

であるので<sup>12)</sup>、式 (6.24)、式 (6.25)、式 (6.26) より計算し誤差信号を図 6.6 にプロットした。

$f=0$  が S 偏光の共振周波数となるようにパラメータを設定してある。この誤差信号によって 0 クロス点にレーザーをロックする事が出来る。なお図 6.5 のサーボフィルターによって位相の調整、アンプによってゲインの調整を行う事によって、フィードバックループが発振しないようにする必要がある。

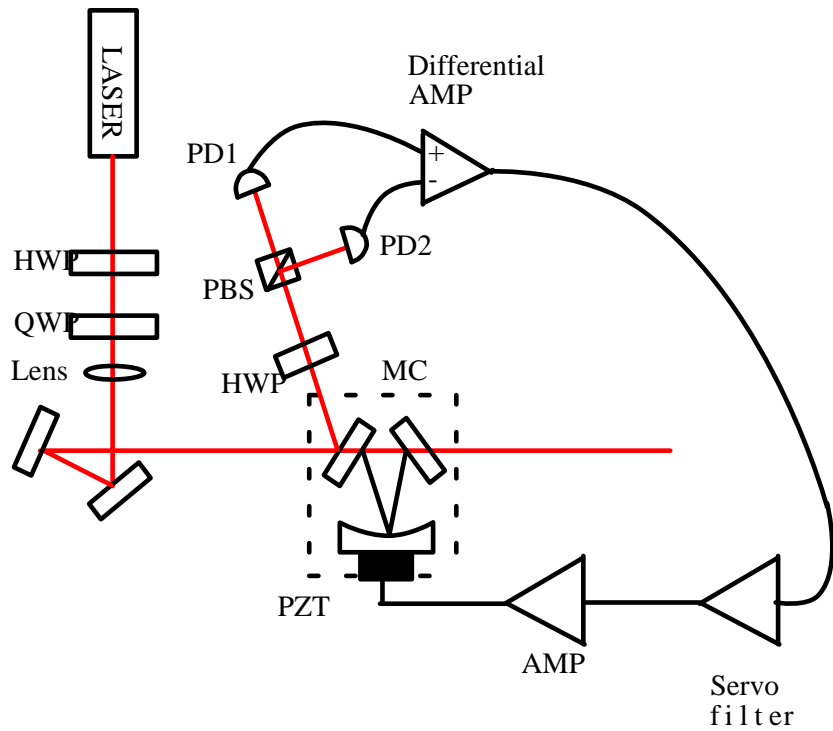


図 6.5: 誤差信号の取得及びフィードバック制御

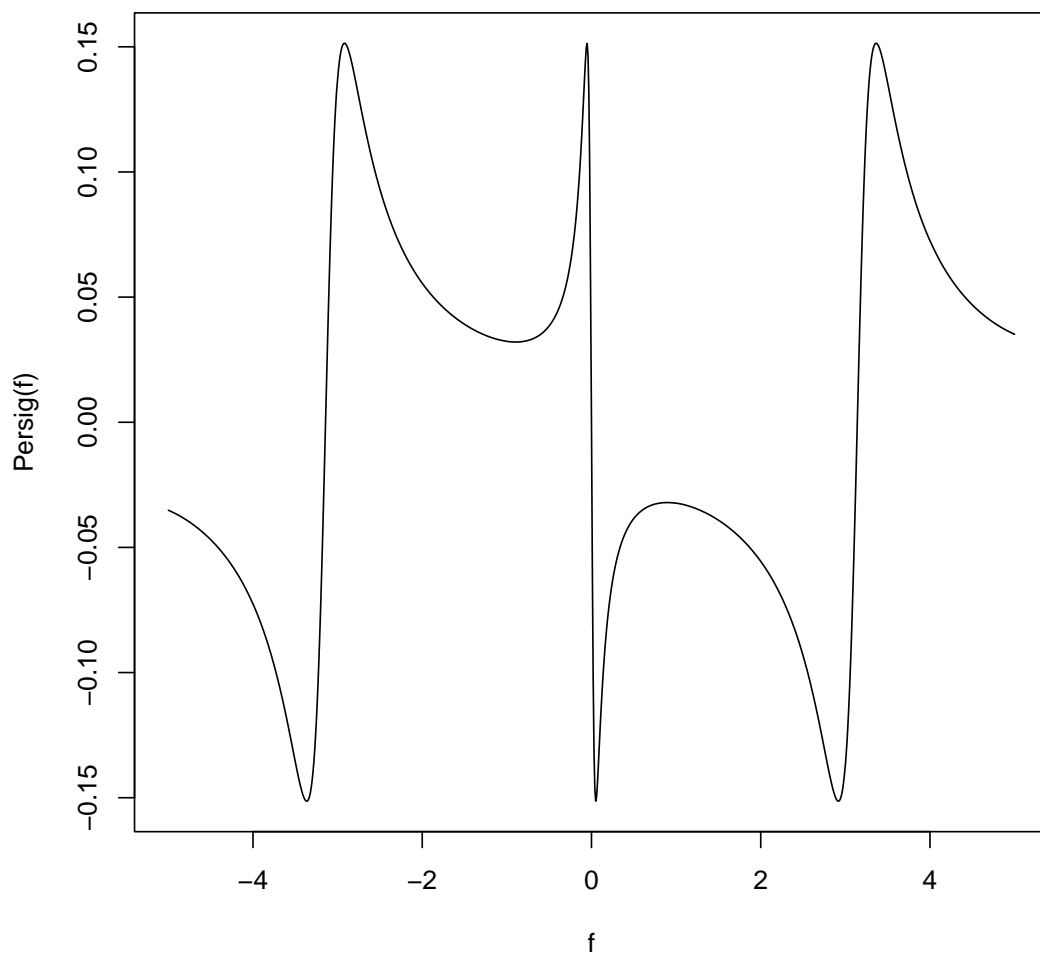


図 6.6: レーザーの周波数を掃引した時の誤差信号

## 第7章 実験装置

今までの議論を考慮し、最終的に用いた微少散乱測定装置を図 7.1 に示す。レーザーは実験 1 と同様であり、出力 100 mW、波長 1064 nm である、測定対象のミラーは、2次元マッピング用のスキャンステージ上に取り付け積分球の下流に配置している。チョッパーの周波数は 290 Hz とした、チョッパーにより強度変調したレーザー光をサンプルミラーに入射し、その散乱光を、積分球に取り付けたフォトダイオード (PD) で検出して、ロックインアンプで同期検波する。MC は、前章で説明した通り高次モードによるビーム径の広がり及び、チョッパーからの散乱光を低減する為に挿入してある。また実験 1 では、レンズによって積分球の位置にビームウエストがくるようにしたが、MC の後にレンズを挿入すると、せっかくの基本モードが乱れてしまうと考え代わりにテレスコープ (TS) を用いる事にした。さらに、時間経過による MC からの出力変化の影響をなくす為、MC の AR 反射光を測定する事によって積分球への入射パワー及びビーム品質に影響を与えずに、散乱光との同時測定を可能にした。また、100 % 散乱のリファレンスの取得法は、実験 1 と同様ミラーを傾け全ての光パワーを積分球に入射した時の値とした。この微少散乱測定装置を実現するためにまずモードマッチングを行った。

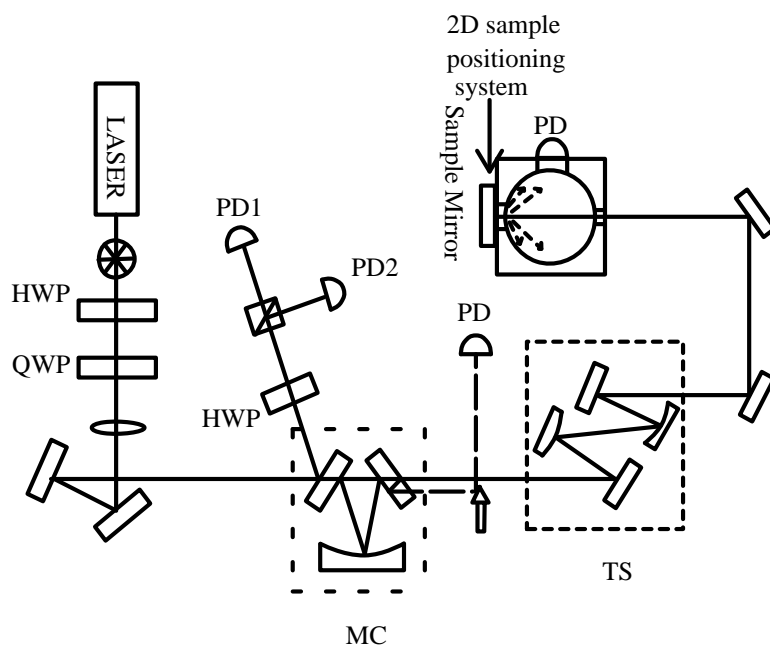


図 7.1: 光学系

## 7.1 モードマッチング

### 7.1.1 レンズとモードクリーナーの位置決定

モードマッチングを行うためには、ビームのレイリーレンジとウエスト位置及び、モードクリーナーのレイリーレンジを知る必要がある。そのために、Spiricon 社の PC Laser Beam Analyzer(以下 Spiricon) を用いて、ビーム径の測定を行った。

得られたビーム径を換算ビーム径

$$S(z) = \frac{k}{2} w^2(z) \quad (7.1)$$

に直し、この式 (7.1) でフィッティングし、レイリーレンジとウエスト位置を求めた。 $x$  方向と  $y$  方向でそれぞれ得られた値から、レイリーレンジは相乗平均を、ウエスト位置は相加平均をとった。

測定結果を図 7.2 に示す。よって、レイリーレンジの相乗平均は、 $z_{R1} = 0.0513 m$  であ

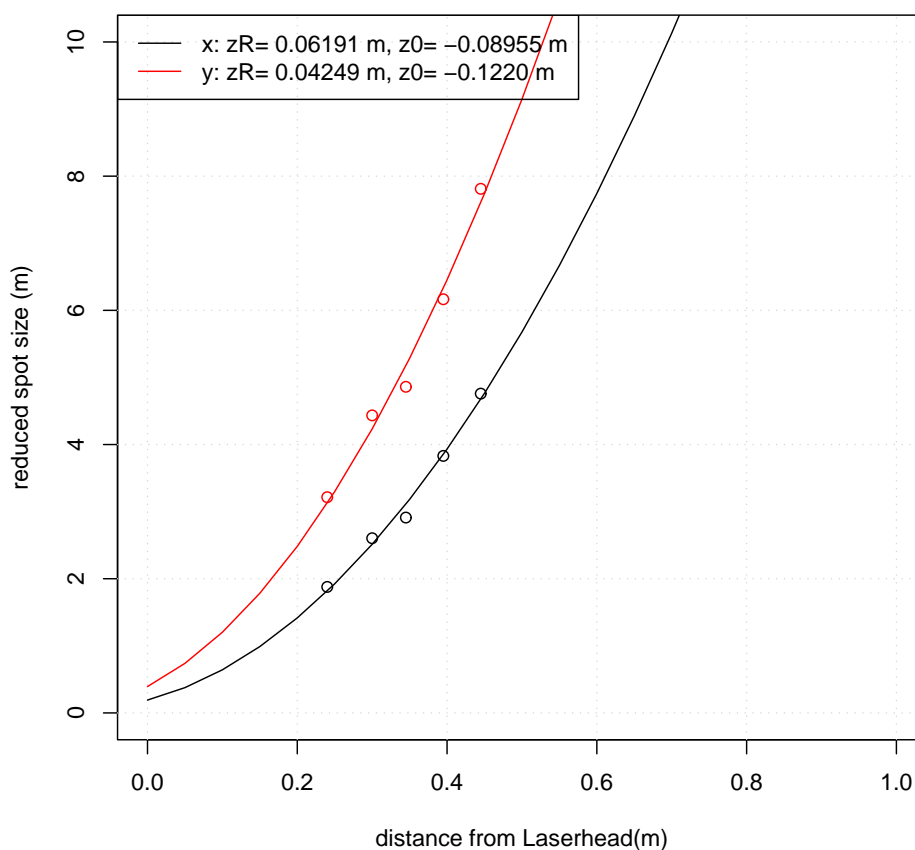


図 7.2: 換算ビーム径のフィッティング

り、相加平均  $z_0 = -0.106 \text{ m}$  のところにウエストがあることがわかった。

次にモードクリーナーのレイリーレンジを求める、モードクリーナーのパラメータは図 6.1 において、 $L_1 = 30 \text{ mm}$   $L_2 = 12 \text{ mm}$  エンドミラーの半径は、 $R = 500 \text{ mm}$  のようにした。式 (6.19) に共振器の仕様を代入すると、レイリーレンジが求められる。 $L = 72.0 \text{ mm}$ 、 $g=0.928$  より

$$z_{R_3} = 129 \text{ mm} \quad (7.2)$$

のように、モードクリーナーのレイリーレンジが求まった。

式 (6.20)、式 (6.21) に、 $z_{R_1} = 51.3 \text{ mm}$ 、 $z_{R_3} = 129 \text{ mm}$ 、さらに、 $f = 200 \text{ mm}$  とし て代入すると、 $d_1$ 、 $d_2$  はそれぞれ、

$$d_1 = 0.315 \text{ m} \quad (7.3)$$

$$d_2 = 0.490 \text{ m} \quad (7.4)$$

と求まった。この値を用いてマッチングレンズの位置及び、モードクリーナーの位置を決めた。

### 7.1.2 誤差信号と透過光強度

式 (7.3)、式 (7.4) をもとにマッチングレンズとモードクリーナーを配置し、出力光モードクリーナーの End Mirror を三角波で掃引し、PD1、PD2 からの出力の差 PD1-PD2 (誤差信号) 及び、透過光強度を見ると図 7.3 のような結果を得る事が出来た。誤差信号の 0 クロス点において、鋭いピークが立っている事がわかる。この点に共振器長をロックすればよい。そのために次で示すサーボフィルタ及び、20 倍のアンプを用いた。

### 7.1.3 サーボフィルタ

出力光モードクリーナー制御のためのサーボフィルタの回路を図 7.4 に示す。

この回路でモードクリーナーをロックすることに成功した。アンプは 20 倍であった。また、このフィルタの零点と極を表 7.1 に示す。

表 7.1: サーボフィルタの極と零点

零点	2915 Hz
極 1	3206 Hz
極 2	15.92 Hz

である。このサーボフィルタの測定した伝達関数のボード線図を 7.5 に示す。

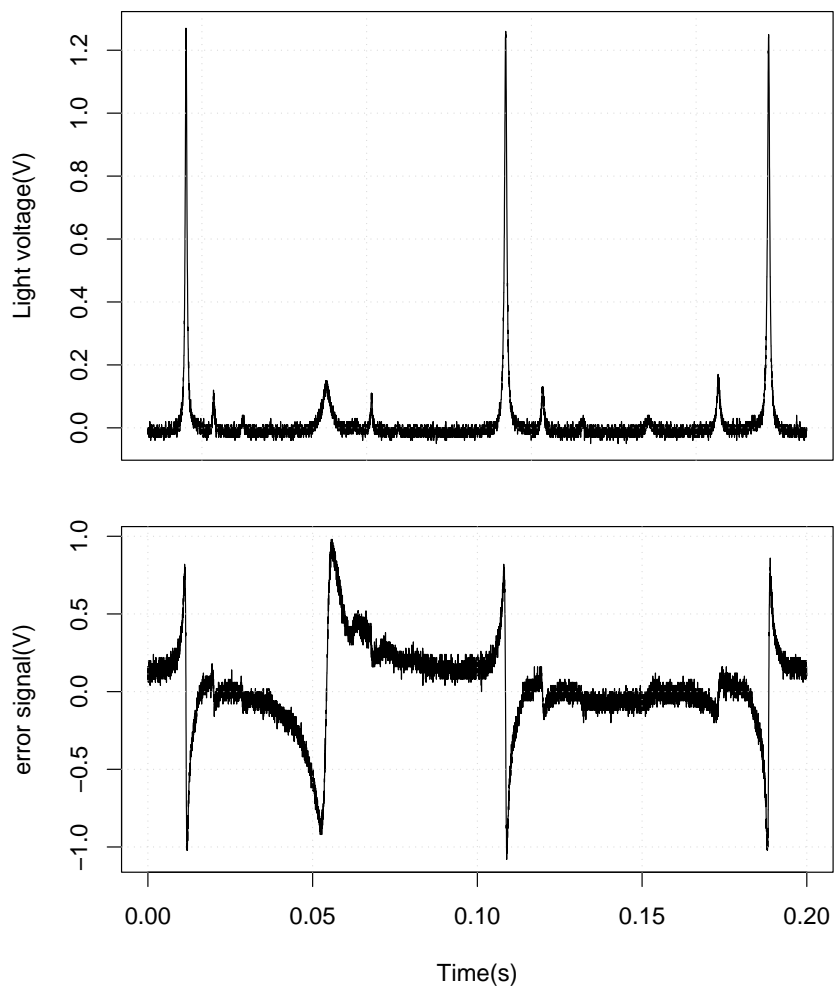


図 7.3: PZT で共振器長を掃引した時の誤差信号及び透過光強度

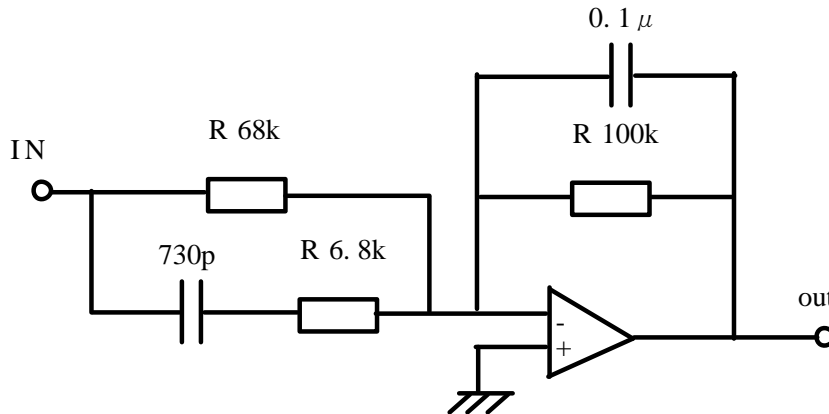


図 7.4: サーボフィルタの回路図

## 7.2 テレスコープ

今回の実験ではサンプルミラー付近でビームがウエストになるよう、モードクリーナーからの出力をテレスコープを用いて変換する事とした。レンズを用いずすべて反射鏡を用いたのはレンズの表面反射の影響を取り除くためである。

テレスコープのパラメータを図 7.6 のようにとる、すなわちモードクリーナーのウエストから凸面鏡までの距離を  $d_1$ 、凸面鏡から凹面鏡までの距離を  $d_2$ 、凹面鏡からウエストまでの距離を  $d_3$  とした。テレスコープは  $d_2$  の値を変える事によって、焦点距離を可変に出来る<sup>14)</sup>。テレスコープ通過後のビームのレイリーレンジ  $z_{R2}$  が、積分球の直径 101.6 mm と等しくなるよう  $d_1$ 、 $d_2$  の値を決めた。具体的な値は、

$$d_1 = 1.13 \text{ m} \quad (7.5)$$

$$d_2 = 0.17 \text{ m} \quad (7.6)$$

$$d_3 = 1.00 \text{ m} \quad (7.7)$$

とした、この構成により、テレスコープ通過後のビームのウエスト半径は 0.186 mm となった。

## 7.3 AR 反射光とリファレンスの線形性確認

以上で、モードクリーナーへのロック及び、サンプルミラー付近でビーム半径をウエストをにするという事は実現したが、チョッパーからの散乱光を、モードクリーナーで遮る為、チョッパーをモードクリーナーの上流に配置したが、その為、モードクリーナーのロックがずれやすくなり、時間経過と共に出力がわずかに変化してしまうという現象が見られた。その為 AR 反射光を散乱信号と同時測定する事により、時間経過の影響をなくす構成にした。しかし、AR 反射光とミラーを傾けて取得するリファレンス信号との間に線形性が確認出来なければこの測定は意味がないものになってしまう。そこで、まず両者の線形



性を確認した結果を図 7.7 に示す、この測定より 0.77 % の範囲内で両者は線形である事の確認が出来た。

図 7.1 から、サンプルミラーを取り除き、透過光をビームストッパーでダンプしたときのバックグラウンドを測定したら 1.1 ppm であった。ただし、この値は実験 1 で議論した通り、測定に用いたビームストッパーの性能でリミットされており、バックグラウンドの上限を示しているといえる。

#### 7.4 モードクリーナー導入後のホルダーの影響測定結果

モードクリーナー導入後のホルダーの影響の測定結果をモードクリーナーなしの場合と並べて表 7.2 に示す。モードクリーナーなしでは、直径 15 mm のサンプルミラー用ホルダーの影響が 8.43 ppm と大きい値であったのに対し、モードクリーナー導入後の結果はバックグラウンドが 1 ppm となり、MC なしの場合の約 1/8 に改善する事が出来た、これにより口径の小さなミラーでの散乱測定が可能となった。

表 7.2: モードクリーナー導入前後のホルダーの影響比較

	リファレンス (mV)	ホルダーによる信号 ( $\mu$ V)	ホルダーの影響 (ppm)
MC なし	416	3.51	8.43
MC あり	246	0.24	1.0

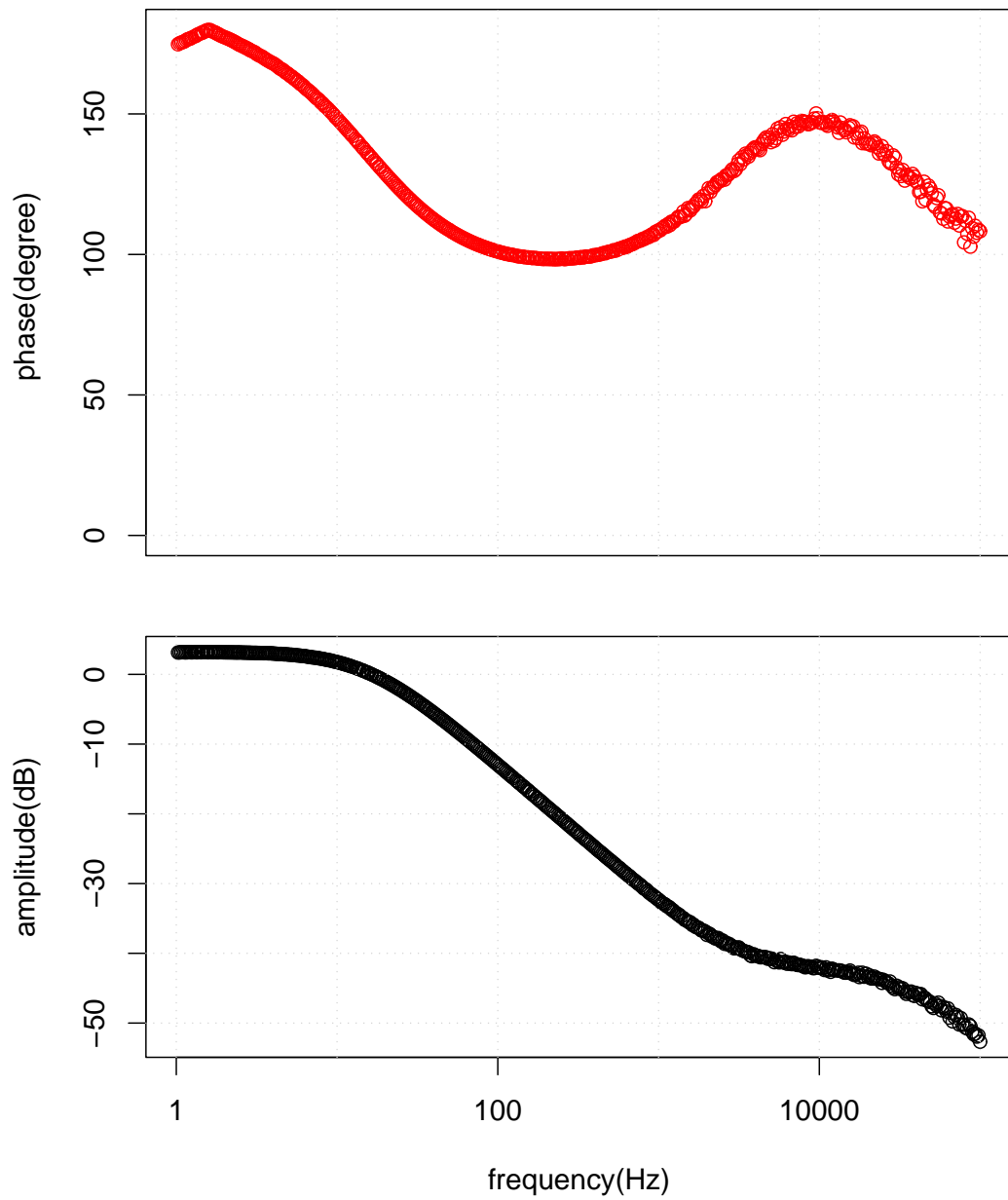


図 7.5: サーボフィルタの伝達関数のボード線図

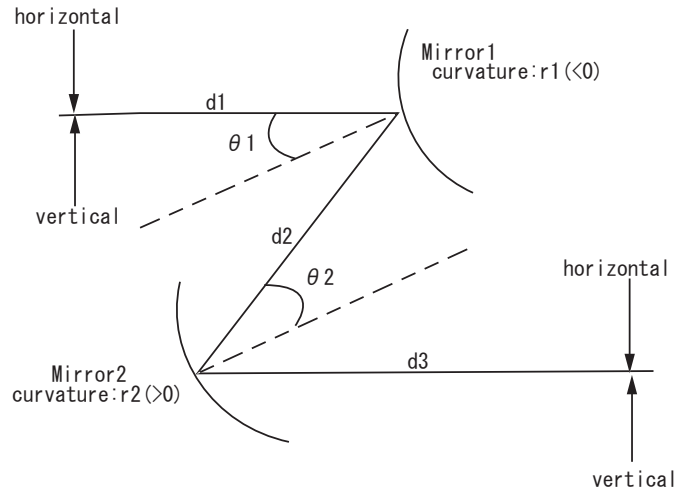


図 7.6: テレスコープ

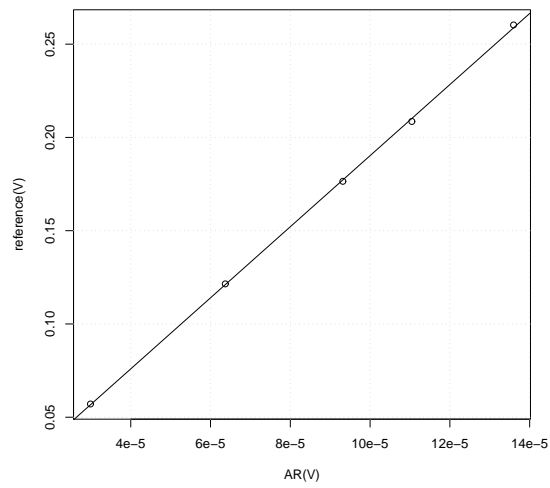


図 7.7: AR 反射光とリファレンスの線形性

## 第8章 実験結果2及び考察

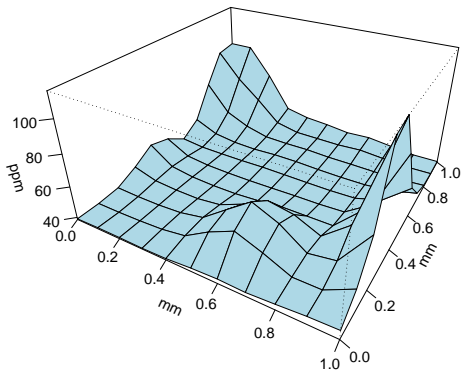
4種類のみラーで散乱測定を行った。サンプルミラー1の成膜法は、電子ビーム蒸着法 (EBE)、サンプルミラー2~4は、イオンビームスパッタリング法 (IBS) である、しかし、サンプル2~4はそれぞれ別の会社で成膜されており、基板の粗さ及び、成膜技術の違いにより散乱に固有の差が現れる事が予想される。

それぞれのミラーの2次元マッピングを図8に示す。この測定においてロックインアンプの時定数は100msとし、1点につき8個のデータを取得し平均を取った、インターバルは50msであり、1点のデータを取得する為にかかる時間は0.4sである、測定範囲は $1 \times 1 \text{mm}^2$ で0.1mm刻みで行った。なおこの測定は鏡の中心から上下方向に $\pm 0.5 \text{mm}$ で測定を行った為、図の測定範囲付近に見られる、ピークはホルダーによる影響は受けておらず、ミラーの欠陥による散乱であると考えられる。

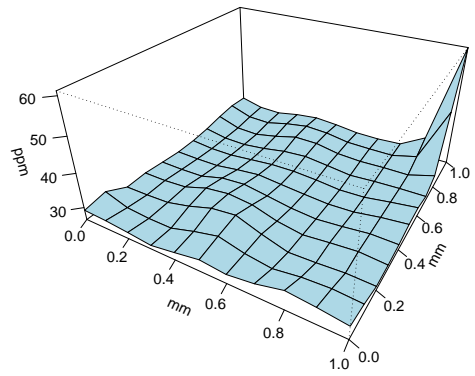
表 8.1: 各種ミラーの散乱測定結果

名前	最小値 (ppm)	最大値 (ppm)	平均 (ppm)
sample1	38.6	115	46.8
sample2	26.3	61.2	28.7
sample3	15.5	443	57.2
sample4	4.07		

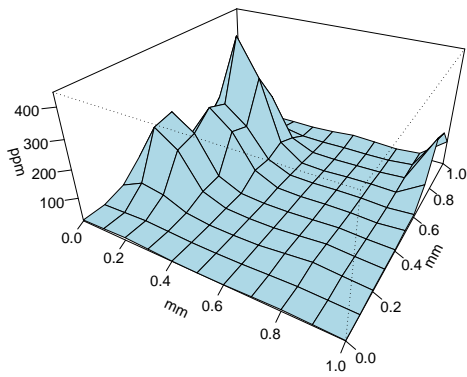
表面の平均、最大値、最小値を表8.1に示す。なおサンプルミラー4についてはミラーの直径が小さい為ホルダーの影響が出てしまい2次元マッピングを取得する事は出来なかった。サンプルミラー1~4の最小値を比べてみると、EBEのみラーは、全てのイオンビームスパッタリング法 (IBS) のみラーより、散乱が大きい事が分かる、この事は3.3節で述べた事と一致している。一方、IBSでも基板の研磨技術及び成膜プロセスの違いによって散乱損失に差が出ている事が分かる。サンプルミラー4に関しては4.07 ppmという小さな値が得られた。この値が正確に測られた値であるか調べるためレーザーの出力パワーを100 mW、60 mW、40 mW、20 mW、10 mWのそれぞれで時定数100 ms、サンプリング数256で測定し比較してみた、結果を図8.2に示す。黒い線は、電気系の雑音を引く前の測定結果である。レーザーパワーの小さい領域で散乱が大きくなっている。赤い線はレーザーを止めた時の出力を電気系の雑音と考え補正した結果である、ここで、レーザーを止めた時のロックインアンプの出力を(時定数100 ms、サンプリング数256回)を電気系の雑音とした、実際に得られた電気系の雑音の振幅は、 $2.14 \times 10^{-8} \text{ (V)}$ 、位相は-1.96 (rad)



サンプルミラー 1



サンプルミラー 2



サンプルミラー 3

図 8.1: 各種ミラーの 2 次元マッピング

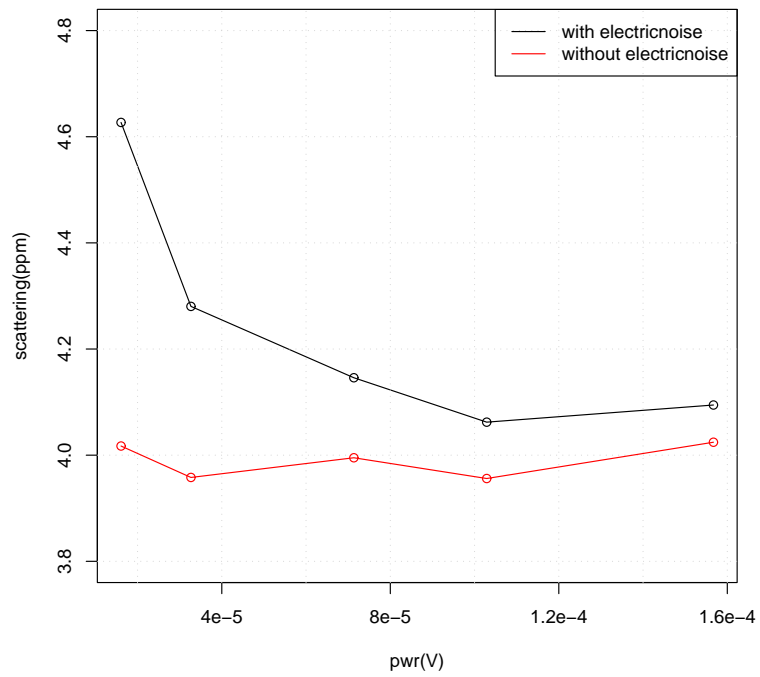


図 8.2: サンプルミラー 4: レーザーの出力パワー vs 散乱

であった、これをロックインアンプのオフセットとして補正を行った。その補正によりほぼ一定の値に近づいた、この結果からパワーの小さい領域では電気系の雑音の影響を強く受けている事が分かる。

## 結論及び今後の展望

- MC の使用により口径の小さなホルダー (直径 15 mm) の影響を約 1/8 に改善出来た (8.43 ppm → 1 ppm)。ただしこの値はビームストッパーにリミットされており、実際はもっと小さい値であると考えられる。
- 口径の大きなミラーでの 2 次元マッピングの取得に成功した。
- 電子ビーム蒸着法により成膜されたミラーより、イオンビームスパッタリング法により成膜されたミラーの方が散乱の最小値が小さい事を確認した。この結果は一般的に言われている事と一致している。
- 同じ成膜方法でも、基板研磨技術、成膜技術等により散乱の値に差が出る事を確認した。
- 補正を行う事によって 3.96 ppm という微少散乱信号の測定に成功した。この値が今回測定した最小の値である。
- 直径 15 mm 以下のミラーではホルダーの影響の為マップを取得する事が出来なかった。
- サンプルミラー 4 について、入射パワーを変え、それぞれ散乱測定を行ったが、入射パワーの小さい所では電気系の雑音の影響を受け散乱信号が大きくなってしまいう事が分かった。
- 口径の小さなミラーでの 2 次元マッピングを取得するため、光学系を改善する、折り返しミラーによる散乱等が雑音源として考えられる。
- 今後、ミラー全体をマッピングする事で、ハイパワーレーザーによるミラーの消耗を測る等、実際の測定に応用して行く。



## 謝辞

本研究を行うに当たり研究室の皆様には大変お世話になりました。この場を借りて感謝の意を述べたいと思います。

指導教員である三尾典克助教授は、貴重な研究テーマを与えてくださり、どのように実験を進めていくかという方向性を示して下さいました、また実験に行き詰った時にはすぐれた洞察力で、すぐに問題点を指摘して下さい解決へと導いて下さいました。

助手の森脇成典氏には、実験で困った時には、質問を多くさせて頂きたくさんのアドバイスを頂きました、また忙しい中、多くの時間を私の実験の為に割いて下さいました。

博士3年の堀輝人氏は普段は地震件におられ、あまりお話する機会は少なかったのですが、こちらにいらした際には自分の研究状況等を気にかけて優しく声をかけて下さり、また貴重なアドバイスを数多く頂きました。

修士2年の川浪徹氏は、物理についてはもちろんの事、それだけにはとどまらず、多方面において深い知識を持っておられ、パソコンで困った時には、質問させて頂きかならず解決方法を知っておられ色々とおぼせて頂きました。また氏の自分で新しいテーマを見つけ研究を進めていく姿勢には大変感銘を受けました。

修士1年の大前宣昭氏は、論文の添削等細かな作業も嫌がらず自ら進んでやってくれました。また本論文の構成で悩んでいる時等、自分が壁に当たっている時にはいつでも相談にのってくださり的確なアドバイスを頂きました。

学部4年の町田幸介氏は、気配りが上手で全体に目が行き届いており、飲み会の席では、コップが空になっている時には、すぐに気付き飲み物を進めて下さいました、また、大変規則正しい研究生活を送っておられ、自分も見習わなければと関心させられました。

学部4年の森匠氏は、大変集中力があり、一度実験室となかなか戻ってこず、夜遅くまで研究を続けそのまま泊まっていられる事も多く、本論文作成の為、私が、研究室に泊まって行く時にはよく一緒になりとても励みになりました。

上に挙げた方々、そして筆者を支えて下さった全ての皆様にお礼を申し上げます。どうもありがとうございました。

## 参考文献

- 1) 三尾典克, 大橋正健 (編): 重力波アンテナ技術検討書 (1992).
- 2) Grant R.Fowles, editor: *INTRODUCTION TO MODERN OPTICS*, DOVER PUBLICATIONS, INC., NEW YORK (1989).
- 3) J.P.Rahn J.M.Elson and J.M.Bennett.
- 4) J.P.Rahn J.M.Elson and J.M.Bennett, *Appl. Opt.* **5** (1980).
- 5) 上田暁俊, 電通大博士論文 (1999).
- 6) H.K.Pulker, *Appl. Opt.* **18**, ((1979)1969).
- 7) R.J.Martin and P.K.Tien D.H.Hensler, J.D.Cuthbert, *Appl. Opt.* **10**, 1037 (1971).
- 8) N. Uehara and K. Ueda, *Appl. Phys.* **B61**, 9 (1955).
- 9) N.Z.Anderson, J.C.Frisch, and C.S. Masser, *Appl. Opt.* **23**, 1238 (1984).
- 10) (社) 日本オプトメカトロニクス協会 (編): 光応用技術 (日本オプトメカトロニクス協会) (1997).
- 11) 三尾典克, 物理計測法特論・物理光学実験技法 (A) 資料 (2000).
- 12) 北畠未来, 東大物工卒業論文 (2005).
- 13) 竹野耕平, 東大物工卒業論文 (2000).
- 14) 笹川直人, 東大物工卒業論文 (2003).

## 第9章 追記

論文の提出後に行った実験を以下に追記する。

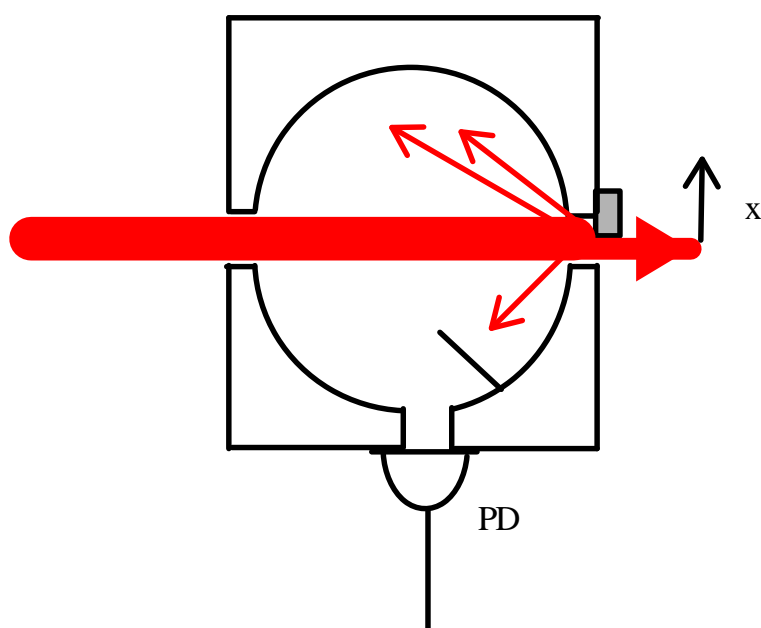


図 9.1: ナイフエッジ法

### 9.1 ナイフエッジ法

第8章において、ホルダーの口径 17.5 mm においてはホルダーの影響で 2次元マッピングが行えなかったと述べたが、実際にホルダーの影響であったのかを確認する為、次のようにナイフエッジ法を行った、図 9.1 のようにナイフを  $x$  軸に沿ってオートスキャンし、ナイフからの散乱を積分球で検出するという方法で測定を行った。測定結果を図 9.2 に示す、ビーム半径を理論値の 0.185 mm として誤差関数を用いてフィッティングを行った。この結果から、 $x = 2$  mm をビームの中心と考えると、最初の内は理論と一致するが、約  $x = 2.5$  mm 以降からは、次第に理論値と実測値が離れて行く事が分かった。この事から、モードクリーナー以降の折り返しミラーからの散乱等によりビーム径が広がっている事が考えられる。ただし、数 ppm 程度の散乱を測る場合にホルダーの影響が出てくるのは、直径 12 mm より小さい場合であり、第8章で述べた、サンプルミラー 4 のホルダー ( $\phi 17.5$  mm) が散乱測定に影響していた訳ではない事が分かった。

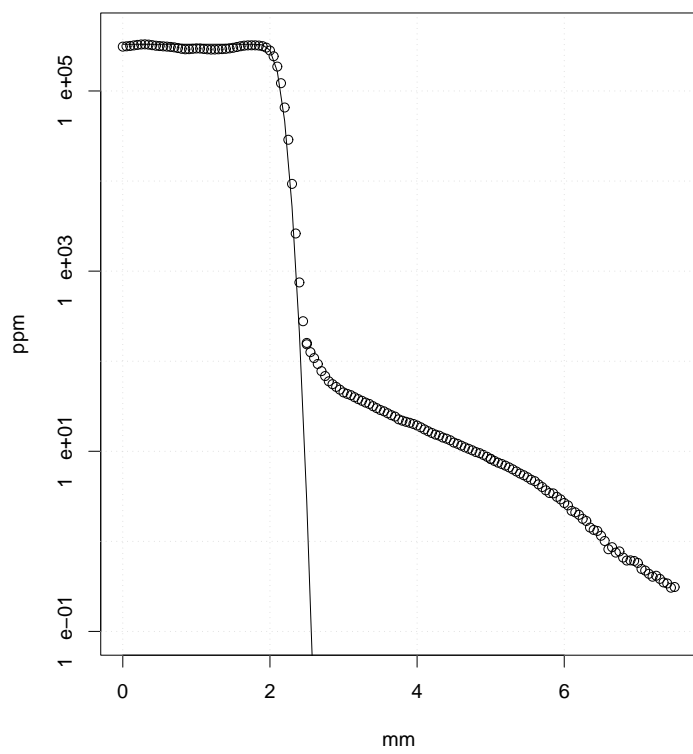
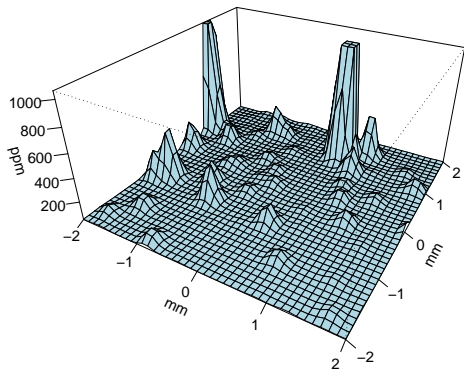


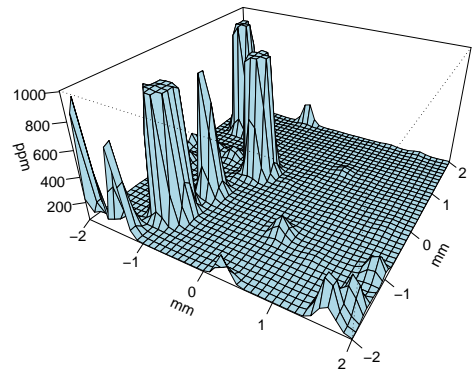
図 9.2: ナイフエッジ法

## 9.2 欠陥の確認

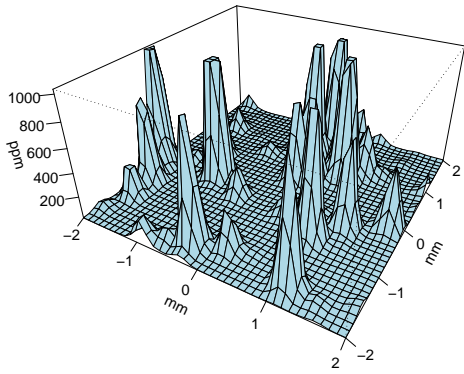
第8章で2次元マッピングを行った際、サンプルミラー1~3全てにおいて、大きな散乱が確認された。この欠陥の性質を確認する為、それぞれのミラーで、第8章での測定より領域を拡げ(2mm × 2mm)、0.1mm刻みで2次元マッピングを行った。結果を図9.3に示す。各々のミラーで再度大きなピークが見られ、さらにそのピークがガウシアン分布をしており、測定に用いたレーザーもガウシアン分布である事から、欠陥はレーザーのビーム直径(0.37mm)よりは小さい点状の欠陥である事を確認した。なおすべてのミラーにおいてこのような大きな散乱が得られた事から、ミラーの欠陥による散乱ではなく、実験環境に起因した雑音である可能性もある事が分かった。



サンプルミラー 1



サンプルミラー 2



サンプルミラー 3

図 9.3: 各種ミラーの 2 次元マッピング