

# Numerical method for analyzing the scale hierarchy of plasmas based on smoothed particle hydrodynamics (SPH法に基づいたマルチスケールシミュレーション法の開発)

46209 沼澤 修平

(指導教員 吉田 善章 教授)

Key Words: multiscale, particle simulation, two-fluid model, MHD, variational principle

## 1 序論

プラズマの運動には幅広い時間/空間スケールが含まれ、それらは互いに結合している。例えば、太陽フレアの物理機構として考えられている磁気再結合現象は、MHD(Magnetohydrodynamics)スケールに比べて十分小さな拡散領域で支配的となる運動論的效果や二流体効果などのミクロスケールの運動が磁力線のつなぎ換えを引き起こし、その結果としてマクロなフローが誘起されるなど巨視的な構造が決定づけられる、と考えられており、典型的なマルチスケール現象の一つとなっている。

理論的には、マルチスケール現象はMHDモデルに対してミクロな効果の特異摂動として付加することにより取り扱うことが出来る。プラズマの緩和理論では、Hall効果が特異摂動として働くことにより、イオンスキン長というミクロなスケールによって特徴づけられる構造が発現することが知られている [1]。

ダイナミックな過程について解析的に解を得ることは非線形性やジオメトリーの複雑さから難しく、

計算機シミュレーションが有効な方法論となってきたが、先に挙げたようなスケールの大きく異なる物理過程を包括的に取り扱うことは難しく、それを可能にするような数値アルゴリズムの開発が重要な研究対象として注目を集めている [2]。

そこで本研究では、マルチスケールシミュレーションの新たなアルゴリズムとして階層縦断粒子シミュレーション法を提唱し、特にMHDモデルと二流体モデル間の階層連関に焦点を絞って基礎的な研究を行った。理論的には、プラズマの粒子的な描像により得られた二流体プラズマのラグランジャンからMHDの運動方程式を導出することにより、MHDモデルの変分原理と二流体モデルの変分原理とをつなげた。

階層縦断粒子シミュレーションの実装へ向けては、その中で必要とされるモジュールであるHall-MHDの粒子シミュレーション法をSPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)を拡張して開発し、マクロなプラズマで最も重要な横波の一つであるアルフベン波を1次元でシミュレーションした。また、磁力線方向の運動を電磁場とカッ

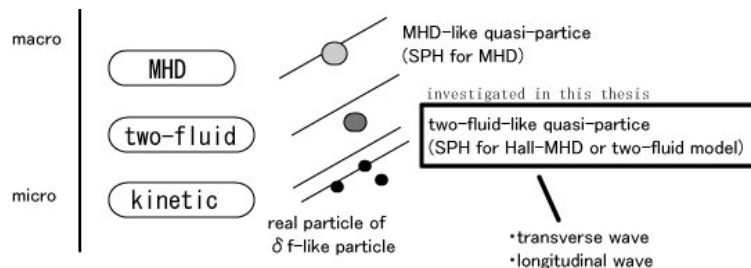


図1 階層縦断粒子シミュレーションの構想と本研究の位置づけ

ブルした SPH によって扱う為、縦波の代表例である電子プラズマ波やイオン音波を SPH で定式化し、実際にそれらをシミュレーションで再現した。

## 2 階層縦断粒子シミュレーション法

マルチスケールシミュレーション法として、階層縦断粒子シミュレーション法を提唱する。

その構想は図 1 に示されるような環境の変化に応じてその性質を変える擬粒子の運動を追跡していくというものである。また、環境それ自体は場を表現する擬粒子の運動によって決定されている。例えば、計算領域程度の特性長を持つ領域にいる擬粒子はマクロな MHD 的な振る舞いを示しながら時間発展していくが、いざ勾配が急峻になり、特性長が短くなるような領域に差し掛かると二流体モデル的な擬粒子に性質を変える、という風である。ある特異な領域においてのみ、粒子の性質を変え高次の効果を取り入れることから、特異摂動法を数値シミュレーションで実現しようというアルゴリズムである。

## 3 二流体モデルと MHD の変分原理

マクロな現象を記述する MHD とマイクロなスケールを含む二流体モデルの階層連結を考える上で、それらのモデル間の関係性を明らかにすることが重要であると考え、変分原理という力学の枠組みにおいて、まだ解明されていなかった二流体モデルと MHD モデルの関係を明らかにした。具体的には、荷電粒子のラグランジアンを拡張して構築した二流体モデルのラグランジアンから MHD 方程式を導出することが出来た。変分原理における階層連結にはプラズマの粒子的描像が重要であることを意味し、粒子法によるマルチスケールシミュレーションという構想をサポートすると考えられる。

## 4 Hall-MHD の SPH 法

銀河形成等の自己重力の働く  $N$  体問題を解く際に開発された SPH[3] を拡張して、階層縦断粒子シミュレーションに必要なモジュールの一つである Hall-MHD の SPH 法を開発する。但し、完全な Hall-MHD を SPH を用いて離散化しても、ローレンツ力により擬粒子が旋回運動してしまいジャイロ運動のスケールが効いてくる。そこで、Hall-MHD をドリフト近似したモデルを開発し、それについて離散化した Hall-MHD の SPH 法を開発した。開発した数値スキームを用いて、横波の代表例であ

るアルフベン波を 1 次元の配位でシミュレーションし、数値的に得られる分散関係と解析解とが一致し、Hall 効果による分散が正しく再現できることを確かめた。

## 5 静電波の SPH 法

先に述べた Hall-MHD の SPH 法ではドリフト近似を用いたが、簡単な為に圧力の効果を無視して磁力線方向の運動を考えていなかった。しかしながら、圧力の効果は擬粒子と実粒子の違いを特徴づける重要なものであるから、ここでは磁力線方向に密度変化を伴う静電波の SPH スキームを開発した。特に、電子プラズマ波において圧力の効果によって分散が得られる様子と、イオン音波においてイオンと電子の電荷のずれによって生じる分散の効果が正しく扱われることをシミュレーションで確かめた。

さらに、イオン音波の SPH スキームを用いて、非線形波動であるイオン音波ソリトンが安定に伝播することを 1 次元でシミュレーションした。その結果、突っ立ちや分散などによる波形の変化が無く安定に伝播していくことが確かめられ、開発した SPH スキームが非線形のパラメータ領域でも正しいことを明らかにした。

## 6 結論

本研究では、新たなマルチスケールシミュレーション法として、階層縦断粒子シミュレーション法を提案し、マクロな MHD とマイクロな効果を含む二流体モデルとの階層連結に向けての基礎研究を行った。特に、まだ開発の進んでいなかった二流体モデルの SPH スキームを開発した。そのスキームを用いて、主要な横波と縦波について、縦波については非線形波動も含めて、1 次元シミュレーションを行い、解析的に得られる結果とを再現することを確かめた。以上により、流体モデルの階層連結を考える際の基礎となる数値スキームの開発に成功した。

## 参考文献

- [1] S. M. Mahajan and Z. Yoshida, Phys. Rev. Lett. **81**, 4863 (1998)
- [2] K. Kusano, T. Sugiyama, *et. al.*, *Annual Report of the Earth Simulator Center April 2005 - March 2006* (The Earth Simulator, 2007)
- [3] J. J. Monaghan, Ann. Rev. Astron. Astrophys., **30**, 543 (1992)